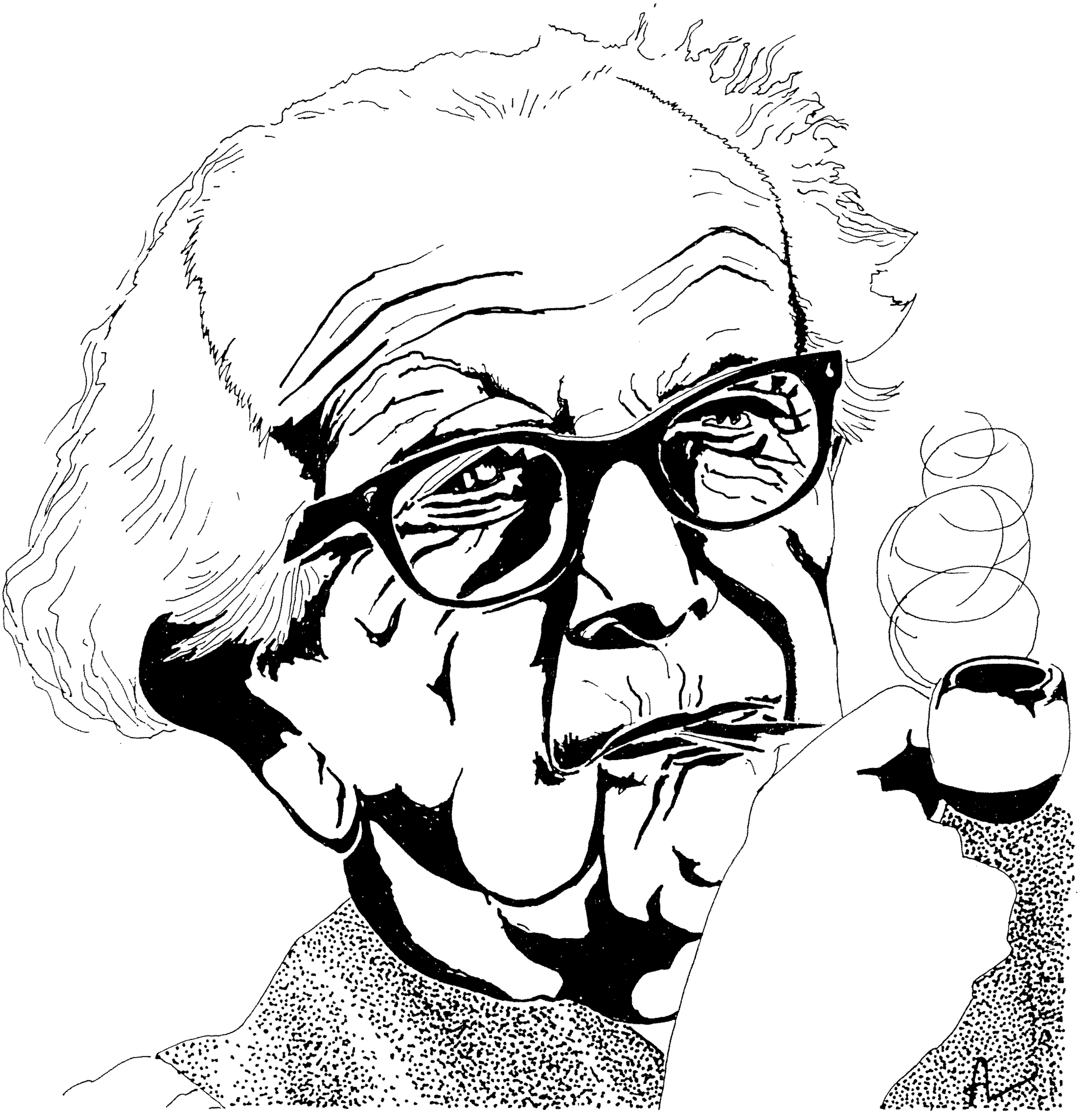
l'ouvert n°9

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG — MAI 76



NOTRE COUVERTURE : JEAN PIAGET, né à Neuchâtel en 1896. Après avoir obtenu un Doctorat en sciences naturelles à l'université de Neuchâtel, il enseigne la psychologie des sciences dans les universités de Neuchâtel, Genève, Lausane et Paris. Il est directeur de l'institut des Sciences de l'Education et du centre international d'Epistémologie génétique à Genève. Il est docteur "honoris causa" de plus d'une douzaine d'universités, notamment celles de Havard, Cambridge et Paris.

Les recherches entreprises par le Professeur Jean Piaget, pendant plus de 40 ans, sur la psychologie de l'enfant, lui ont valu une renommée mondiale. Son idée de base est que pour comprendre la nature et l'évolution de la pensée de l'adulte, il faut observer de façon méthodique les processus mentaux de l'enfant. Il a étudié les principaux schémas de la pensée de l'enfant, et des concepts tels que le nombre, l'espace et le temps. Les travaux du Professeur Jean Piaget l'ont conduit, sans l'écarter de la recherche expérimentale, à la formulation d'une véritable épistémologie. Ses contributions à la philosophie contemporaine ont une portée considérable.

Sommaire

EDITORIAL

Voici deux ans, j'ai accepté de m'occuper de "l'Ouvert". Il s'agissait alors de développer l'information de la régionale APMEP et de l'IREM sur l'ensemble de l'académie, mais aussi de développer l'échange entre les mathématiciens de la région. Si l'information est assez bien passée du haut vers le bas, c'est à-dire de l'APMEP ou de l'IREM vers la base, l'échange, lui, a été quelque peu négligé, voire inexistant. On peut compter sur les doigts le nombre de personnes qui ont fourni l'un ou l'autre des articles parus dans les six derniers numéros.

Je ne me pose même pas la question de savoir si l'Ouvert est lu, ce serait le reprocher à ceux-là même qui le font ! Par contre je peux m'inquiéter sur le peu de réactions qu'ont suscité les différents textes parus ; (ou devrais-je m'en féliciter ?) Jamais une lettre, jamais un coup de téléphone, positif ou négatif, constructif ou non !

Il ne peut y avoir communauté ou association (l'APMEP en est un exemple), que si il y a échange. Or pour le moment il n'y a qu'information. Il serait peut-être plus simple de limiter le travail à l'envoi des comptes-rendus des conférences à tous les membres de l'académie. Cela serait beaucoup moins fatigant pour moi et coûterait bien moins cher.

Si l'Ouvert ne doit servir qu'à la satisfaction intellectuelle des membres du bureau de la régionale APMEP et des animateurs de l'IREM (anciens ou nouveaux), le bulletin n'a pas sa raison d'être. Si les autres lecteurs croient en la nécessité de cet organe, qu'ils le manifestent ; sinon je n'ai aucune raison d'en continuer la parution. Le numéro 10 à la rentrée 1976 pourra exister, mais je refuse plus longtemps d'imposer mes vues. J'ai montré ce que l'on pouvait faire ; il est sûrement possible d'améliorer ce résultat, mais pas seul. Je ne peux à la fois, chercher des articles, en écrire d'autres, faire la mise en page et dactylographier le bulletin.

Si les professeurs de mathématiques veulent, en tant que pédagogues, former des élèves responsables qui prennent en charge leur propre devenir, il faut penser qu'eux-mêmes agissent pareillement. Leur désintérêt vis-àvis de l'OUVERT tendrait donc à prouver l'inadéquation de ce bulletin au travail des enseignants. Il est vrai que les temps veulent qu'on abandonne de plus en plus l'Education (mathématique en ce qui nous concerne) au profit de l'instruction. C'est dommage, mais je n'ai ni la force, ni le courage, ni le temps de lutter seul (ou avec un trop petit nombre de personnes) contre cette évolution. C'est à tous ceux qui partagent mon opinion de peser pour choisir notre avenir. Je continue à penser que l'OUVERT est un outil pour ce travail. Encore faut-il vouloir l'utiliser.

jean lefort - avril 1976

(...) Il y aurait lieu alors de dire, par exemple, (concernant les objectifs de l'enseignement des mathématiques dans le second degré),

- que les mathématiques contribuent d'abord à développer l'imagination des élèves et à leur donner esprit d'analyse et rigueur de pensée ; elles participent donc, de manière importante, à leur formation générale,
- que l'enseignement des mathématiques doit habituer les élèves à une expression, écrite et orale, précise,
- que l'enseignement des mathématiques doit donner au citoyen d'aujourd'hui et de demain les habitudes mentales qui l'amènent à s'intéresser aux aspects quantitatifs des phénomènes pratiques et sociaux qui l'entourent,
- que l'enseignement des mathématiques doit donner aux élèves l'outil indispensable (...) pour l'étude d'autres disciplines du second degré.

(...) Les horaires hebdomadaires (...) sont les suivants :

- Dans chacune des quatre classes des collèges : 3 séquences (de 50 à 55 minutes, donc équivalentes à "l'heure" actuelle) plus une séquence de soutien (ou approfondissement).
- En classe de Seconde (première année de Lycée) : trois heures de tronc commun ; il n'y a pas d'option complémentaire de mathématiques. En Première, les élèves qui choisiraient les options mathématiques et physique fortes seraient regroupés. La Terminale serait totalement optionnelle.

Extrait d'une lettre de M. Magnier, doyen de l'inspection générale à M. de Cointet, président de l'APM.

Problème de l'Ouvert : Y-a-t-il ou non contradiction entre les objectifs de l'enseignement des mathématiques et les horaires imposés ci-dessus ?

(Réponse dans quelques années !)

Comment aborder Piaget quand on enseigne la mathématique

I - Comment aborder Piaget

Quand on parle de l'oeuvre de Piaget, il faut penser avant tout à la démesure : A l'heure actuelle, Piaget, seul ou en collaboration, a publié plus de 20 000 pages de texte. Il est hors de question de tout lire, sauf à vouloir se spécialiser sur cet auteur fécond.

Etant donnés les sujets et les niveaux aussi variés que différents qui sont abordés dans l'oeuvre piagétaine, le lecteur néophyte aura du mal à s'y retrouver faute de trouver d'emblée ce qu'il cherche consciemment ou non.

Le travail de Piaget est essentiellement interdisciplinaire et le centre international d'épistémologie génétique à la tête duquel il est depuis sa création en 1955 fonctionne avec des chercheurs de toutes disciplines. Comme il ne saurait être question dans "l'Ouvert" de donner ne serait-ce qu'un aperçu sur l'ensemble des travaux piagétains, on se contentera ici de voir la façon dont Piaget s'intéresse aux mathématiques dans son oeuvre.

On trouvera donc ci-après quelques indications sur des ouvrages se rapportant à notre discipline. Nous avons tiré ces renseignements du livre : "Lire Piaget" de R. Droz et M. Rahmy publié dans la collection psychologie et sciences humaines chez Dessart (Bruxelles). Le lecteur aura tout intérêt à s'y reporter pour prendre plus ample connaissance de l'oeuvre de Piaget et pourvoir s'y retrouver en fonction de ses goûts.

A titre d'introduction à l'oeuvre piagétaine et afin d'en comprendre le vocabulaire technique, il est bon de consulter les ouvrages suivants :

SP Six études de psychologie (Genève 1964) chez Gonthier (Médiations)

PE La psychologie de l'enfant (Paris 1966) P.U.F. (Que sais-je?)

EP L'épistémologie génétique (Paris 1970) P.U.F. (Que sais-je?)

LC Logique et connaissance scientifique (Paris 1967) N.R.F. Gallimard (Pléiade)

Pour aborder les points plus spécialement mathématiques et logiques :

CRN Classes, relations et nombres (Paris 1942) J. Vrin
essais sur les groupements de la logistique et sur la réversibilité de la pensée.

Enfin, pour le développement des notions mathématiques, nous ne saurions trop recommander les ouvrages suivants, très descriptifs et dont la lecture peut se faire plutôt par la fin pour ceux qui sont peu au courant des méthodes de l'épistémologie génétique.

GN La génèse du nombre chez l'enfant (Neuchâtel, Paris 1941) Delachaux et Niestlé (en collaboration avec Szeminska)

GS La géométrie spontannée chez l'enfant (Paris 1948) P.U.F. (en collaboration avec Szeminska et Inhelder)

RE La représentation de l'espace chez l'enfant (Paris 1948) P.U.F. (en collaboration avec Inhelder)

MV Les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant (Paris 1946) P.U.F.

NT Le développement de la notion de temps chez l'enfant (Paris 1946) P.U.F.

IH La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant (Paris 1951) P.U.F. (en collaboration avec Inhelder)

GSL La genèse des structures logiques élémentaires ; classification et sériation (Neuchâtel, Paris 1959) Dlachaux et Niestlé (en collaboration avec Inhelder).

Ceci est une liste de base, c'est pourquoi la plupart des ouvrages peuvent-ils être lus sans grande connaissance antérieure si on admet de sauter un passage qui semble obscur à première lecture. Il y a en effet de nombreuses redites chez Piaget, mais ce sont des redites quant au fond et non quand à la forme ce qui permet de retrouver un même sujet, obscur à un endroit, très clair à un autre, car vu sous un autre angle.

II - Compte-rendu de quelques livres

Ces comptes-rendus recopiés du livre cité plus haut : "lire Piaget" ne sont en aucun cas des résumés, mais plutôt des condensés de tables des matières.

SP : Cet ouvrage de "readings" réunit six articles originaux de Piaget parus de 1940 à 1964 ; il semble tout indiqué pour une première introduction aux méthodes et aux résultats de la psychologie génétique, le style étant assez simple et le vocabulaire peu spécialisé ou technique.
Les premiers articles exposent le développement et la pensée de l'enfant, tandisque les articles suivants approfondissent quelques problèmes plus particuliers (équilibration, innéisme et empirisme, les structures...)

PE : Exposé synthétique, clair et simple du développement de l'enfant de la naissance à l'adolescence. Présentation résumée d'un bon nombre des travaux réalisés par Piaget et ses collaborateurs. Tient compte des faits et points de vue complémentaires exposés par d'autres auteurs

-Le développement sensori-moteur sous son aspect intellectuel et affectif

-Le développement de la perception et les relations entre l'intelligence et la perception. Les différentes fonctions sémiotiques.

-Le passage de l'action directe aux opérations intériorisées, réversibles. le développement des opérations concrètes. Le développement affectif et la socialisation de l'enfant.

- Les développements caractérisitiques au niveau de l'adolescence sur les plans affectif et intellectuel (opérations formelles).

-Les quatre facteurs du développement mental de l'enfant.

EP : Exposé synthétique des tendances générales et des résultats de l'épistémologie génétique et de ses méthodes.

-Analyse des données de la psychologie génétique ; résumé des grandes étapes du développement intellectuel de l'enfant.

- Les préalables biologiques pour une théorie génétique de la connaissance ; insuffisance des positions classiques de l'innéisme et de l'empirisme, dont la nécessité est admise ; l'organisme et ses montages héréditaires servent de point de départ au développement de la connaissance, mais l'expérience du réel est indispensable pour la construction des structures cognitives.

- analyse de quelques problème classiques de l'épistémologie (logique, mathématique, physique).

LC : Ce très important livre, réalisé avec le concours de nombreux collaborateurs (L. Apostel, L. de Broglie, O. Costa de Beauregard, J.T. Desanti, D. Dubarle, L. Goldmann, G.G. Granger, P. Gréco, J.B. Grize, J. Ladrière, J. Leray, A. Lichnerowicz, B. Mandelbrot, B. Matalon, F. Meyer, C. Nowinski, S. Papert, J. Piaget, J. Ullmo), propose une analyse approfondie des théories de la connaissance scientifique et du développement de cette connaissance.

- Variétés de l'épistémologie, courants contemporains, méthodes de l'épistémologie, classification des sciences, logique.

- Epistémologie des mathématiques, de la physique, de la biologie, des sciences humaines (psychologie, sociologie, économie, linguistique).

CRN : Tentative de formalisation des activités caractéristiques du niveau des opérations concrètes. Exposé des "groupements", structures logiques isomorphes à la pensée et eu raisonnement de l'enfant de 7-8 ans à 11-12 ans. Structure formelle et genése psychologique des groupes arithmétiques.

- Définition du concept "opération" sur le plan fomel et sur le plan psychologique. les activités de sériation et de classification ; opérations simples et secondaires

- Développement des huit groupements caractéristiques : classification ou sériation, opérations additives ou multiplicatives, opérations simples ou secondaires et d'un groupement préliminaire des équivalences pures.

- Le passage des groupements logiques aux groupes arithmétiques comme synthèse des structures de classes et de relations, genèse psychologique de la notion de nombre.

- La parenté entre les structures logiques développées et la pensée de l'enfant au niveau des opérations concrètes.

GN : Ensemble de recherches sur le développement de la notion de nombre et de concepts reliés à ce concept. Le nombre apparaît comme synthèse des structures d'ordre et des structures de classification, mais il dépasse les deux par sa flexibilité et son degré de généralité supérieurs et obtenus par des abstractions successives.

(livre difficile à comprendre de par sa terminologie inhabituelle au mathématicien)

GS : Description du développement conduisant à la mesure et à l'analyse quantitative des longueurs, surfaces et volumes. Etude de l'acquisition des invariants géométriques nécessaires à cette évolution.

RE : - Les premières propriétés de l'espace que l'enfant peut se réprésenter et qu'il sait reproduire sont de type topologique ou de type ordinal (avant, après, entre)

- Construction d'un espace projectif, développement des surfaces, perspectives.

- Passage de l'espace projectif à l'espace euclidien ; système de coordonnées et localisation d'un objet.

IH : Analyse du développement des conduites d'enfants dans des situations où le résultatd'une intervention sur le réel est entièrement ou partiellement déterminé par le hasard.

Quelques recherches sont consacrées aux combinaisons, permutations, arrangements en plus des tirages au sort, distributions statistiques, mélanges irréversibles.

GSL : Etude du développement des opérations de classification et de sériation portant sur des objets concrets.

Premières formes d'articulation de type classificatoire. Classifications simples, emboîtement et multiplication des classes, problème du "tout" et du "quelque".

La notion de complément, réarticulation progressive d'un système de classification en progrès? ...

Développement des conduites de sériation d'objets selon un ou plusieurs critères.

III - Les principaux stade du développement de l'intelligence

TRANCHE D'AGE	4 A 7-8 ANS (Jardin d'Enf. à Cours Élém.)	7-8 A 11-12 ANS (Cours Élém. à 6e/5e)	APRÈS 11-12 ANS (4e et au-delà)
Caractérisation du stade	Pensée intuitive ou pré-opératoire (phénoméniste et égocentrique)	Pensée opératoire concrète (décentrée, relativisée, réversible), conservation des quantités à travers des changements d'apparence	Pensée hypothético-déductive
Nature des schèmes intellectuels mis en œuvre	Schèmes pré-opératoires non réversibles et non transposabies dominés par la perception	Schèmes opératoires réversibles et transitifs liés à l'action et non formalisables	Schèmes opératoires formalisables détachés de l'action
Activités mathématisantes (« pré-mathématiques ») ou mathématiques pouvant s'exercer aux différents stades. (La mathématique proprement dite ne commence véritablement qu'au stade hypothético-déductif)	Étude des configurations concrètes statiques : — mises en correspondance terme à terme, — classements suivant un seul critère, — sériation par tâtonnements, — espace topologique « mosaïque » — nombre ordinal non intégré, — nombre cardinal non intégré	Étude des configurations concrètes « dynamisables » : — opérations appliquées aux objets et classes concrètes d'objets : emboîtement de classes et composition de relations d'ordre, — classements suivant plusieurs critères et « logique des attributs », — acquisition dans le langage de « tous » et « aucun », — espace projectif et espace euclidien : repérage, mesure, — intégration ordinalité-cardinalité — extension de l'ensemble des nombres naturels aux nombres fractionnaires et négatifs	Étude de situations imaginées : — raisonnement sur des ensembles d'êtres mathématiques abstraits sans le secours obligatoire d'images, — mise en œuvre d'opérations sur les opérations, — extension de la notion de nombre (nombres réels et nombres complexes), — « algèbre abstraite » travaillant sur un ensemble ou des ensembles muni(s) d'une ou plusieurs opérations : monoïdes, groupes anneaux, corps, espaces vectoriels, etc.

C'est pourquoi il me semble qu'il faudrait attirer les meilleurs maîtres vers l'école élémentaire. Car si la base éducative est inexistante, rien de solide ne peut se construire par la suite. Or le maître étant estimé selon l'âge de ses élèves (il l'est peu de toute façon !) que voyons-nous ? Une terrible hémorragie. Chacun cherche une promotion : quitter l'école élémentaire pour le collège, les classes spéciales. Et à l'école élémentaire, il reste, heureusement, un nombre important de maîtres qui aiment les enfants et leur métier de tout leur être, mais aussi des gens sans ambition, qui sont là faute d'avoir réussi ailleurs. C'est catastrophique !

Le Monde de l'Education, Avril 76

Vitesse et temps chez l'enfant

En physique, les trois notions de longueur, vitesse et temps sont définies traditionnellement à partir de deux d'entre elles : la longueur et le temps. Mais est-ce une bonne méthode pédagogique ? Le but de cet article qui résume deux ouvrages de Piaget :

- Le développement de la notion de temps chez l'enfant
- les notions de vitesse et de mouvement chez l'enfant

est de montrer qu'il est beaucoup plus satisfaisant pour l'esprit de présenter le temps comme dérivé des notions de longueur et de vitesse. La notion même de vitesse uniforme peut en effet se définir sans référence au temps. On pourra se reporter, pour une construction axiomatique à l'article : "La vitesse en physique relativiste" parru dans l'ouvert nº6 de Mai 1975.

I - LA NOTION DE TEMPS

Comme pour toutes les grandeurs unidimensionnelles, la notion de temps peut faire apparaître deux composantes : la relation d'ordre (avant, après, en même temps que) et la métrique, c'est-à-dire la comparaison des durées.

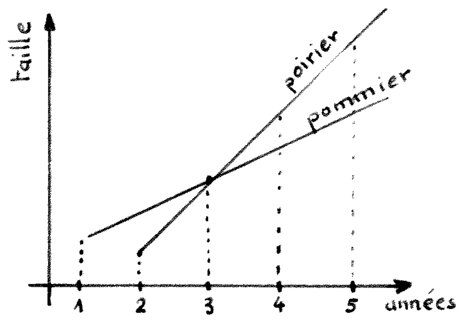
Il est déjà peu aisé de faire des expériences simples sur la notion d'ordre temporel ne faisant intervenir que le temps à l'exclusion de l'espace (mot employé de préféérence à longueur, car les vitesses peuvent ne pas être relatives à des longueur — angle, lecture, écriture,...) Il est encore plus difficile, voire impossible de réaliser des expériences de durée ne faisant pas intervenir cette notion d' espace. De plus le langage courant lui-même établit cette confusion espace-temps dans des locutions telles que :

- avant - après
- être le premier
- s'arrêter d'abord, ...

Par ailleurs, nous avons l'habitude, en tant qu'adulte, de la non réversibilité du temps, non réversibilité que l'enfant doit découvrir petit à petit. Un excellent exemple en est donné par la méthode du récit en image présenté en désordre. Jusque vers 7-8 ans, les enfants se bornent à raconter une histoire cadrant avec une présentation aléatoire des images et sont ensuite incapables d'en changer malgré une modification de l'ordre des images.

Voyons maintenant quelques exemples d'expériences :

a) La notion d'âge : Elle est toujours mise en relation avec la taille des gens : le plus grand est le plus vieux. Cela s'étand à toute la création, y compris pierres et cailloux. Le meilleur exemple est celui de la croissance comparée d'un pommier et d'un poirier. Le poirier planté un an après le pommier le rattrape en taille la deuxième année. Pour les enfants si au début le pommier est effectivement plus vieux que le poirier, il n'en est plus de même quand les tailles relatives sont inversées : le poirier devient plus vieux que le pommier.



b) La simultanéïté : Deux lampes situées à un ou deux métres l'une de l'autre sont allumés simultanément ou à un ou deux dixième de seconde d'intervalle. On demande aux enfants ce qu'il en est en leur imposant de fixer ou non tel ou tel point :

âges	5	6	7	10-11	ans
regard libre	41	28	29	6	lampes sur une droite horizontale et frontale
fixé au milieu	33	I3	I2	II	
fixé sur une lampe	42	3I	24	I3	
regard libre	40	23	9	3	lampes en profondeur.
fixé sur une lampe	48	28	20	I2	

Le tableau ci-dessus donne le pourcentage d'erreurs sur l'apréciation de la simultanéïté dans les différents cas d'expériences en fonction de l'âge des sujets.

Ce qui est mieux, c'est que si au lieu de faire cette expérience (la seule à ne pas faire intervenir le mouvement - mais il y a mouvement des yeux) on utilise de petits mobiles qui se déplacent à vitessé variable, mais qui partent et s'arrêtent simultanément, la simultanéïté des arrêts sera très difficilement perçue. Pour l'enfant, le mobile aura marché d'autant plus longtemps qu'il aura été plus loin.

c) Autres expériences : Au leiu de faire bouger des petits mobiles, on peut faire une course avec l'enfant, lui faire tracer lentement ou vite une page de bâtons, étudier l'écoulement de l'eau dans un récipient : soit remplir à la même vitesse deux récipients de forme différente, soit faire s'écouler par simple pesanteur de l'eau d'un récipient en forme de poire dans un récipient cylindrique ... On demande à l'enfant, dans chaque expérience, de comparer les vitesses de remplissage et/ou de vidage des deux récipients.

Toutes ces expériences montrent que pour réellement comprendre la notion de temps, il faut dominer la relation opératoire : $v = e/t$, c'est à dire essentiellement les vitesses, car le temps apparait toujours à travers une vitesse.

Citons pour conclure ce paragraphe la conclusion même de Piaget dans son livre sur la notion de temps (p. 269) :

"Tant que l'idée de vitesse n'est pas acquise sous une forme opératoire, c-à-d,
"comme un rapport entre l'espace parcourru et cette dimension commune aux diffé-
"rentes vitesses qu'est précisément le temps, l'ordre temporel se confond avec l'or-
"dre spatial et la durée avec le chemin parcourru. Inversement, tant que l'ordre
"temporel n'est pas lui-même constitué, la vitesse se réduit à une intuition in-
"suffisante et parfois trompeuse, celle du dépassement, c'est-à-dire à nouveau d'
"une intuition spatiale, caractérisée par le changement de position respective des
"mobiles. La construction du temps commence donc quand les vitesses différentes
"sont comparées entre elles."

Pour bien comprendre l'intérêt pédagogique d'une définition du temps à partir de la vitesse, nous allons maintenant étudier de plus près cette notion de vitesse. Auparavant, il nous faut vérifier les connaissances de l'enfant en matière de longueur. Ce sera l'objet du paragraphe suivant.

II - LE PLACEMENT ET LE DEPLACEMENT

Je me contenterai dans ce paragraphe ainsi que dans le suivant de présenter les expériences proposées par Piaget et d'endonner les résultats.

a) Les deux sens d'orientation d'une droite :

Expérience : Trois perles de couleur différente coulissent le long d'un fil et sont masqué dans une partie du trajet.

Questions : 1) Ordre de passage après l'écran

2) Ordre de passage au retour

et si ces deux questions sont résolues

3) On fait changer l'enfant de côté et on repose les questions 1 et 2.

4) On tourne le montage de 180º et onrepose la question 1.

5) On fait faire au montage un nombre quelconque de demi-tour et on demande si la deuxième perle peut sortir.

Résultats : On peut distinguer trois étapes entre 4 et 8 ans : Dans une première étape seule la première question est résolue, puis dans une deuxième étape les deux premières questions ainsi que les deux suivantes mais seulement après que l'expérience ait été montré aux enfants, donc il n'y a aucune anticipation. Enfin toutes les questions sont résolues d'emblée sauf parfois la dernière.

b) Le déplacement :

A partir de maintenant, toutes les expériences que nous allons décrire montreront que pour l'enfant ce qui prime avant tout c'est le point d'arrivée, comme si toute action, tout mouvement obéissait à une finalité. Plus tard seulement apparaîtra la prise en considération du point de départ puis enfin de la totalité de l'action, de l'intervalle ou dela durée.

Expérience :

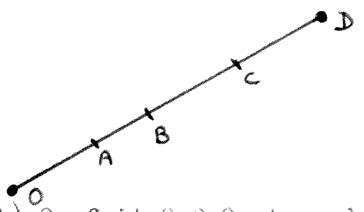
On fait se déplacer un petit mobile sur chacun des deux trajets A_1 et A_2 où les points de départ sont visiblement situé l'un au dessous de l'autre. Dans l'expérience A tous les segments sont égaux, il n'en est pas de même dans l'expérience B. L'enfant dispose éventuellement de bandelettes de papier de différentes tailles pour faire des mesures.

Questions : 1) L'expérimentateur déplace un mobile de la longueur d'un segment sur A_2 et demande à l'enfant de faire "le même long chemin" sur A_1 .
2) Afin de faciliter le travail de l'enfant on lui suggère d'utiliser les bandelettes pour faire des mesures
3) Si l'expérience A a été comprise on reprend les deux premières questions avec l'expérience B.

Résultats : On peut ici aussi distinguer trois niveaux entre 4 et 9 ans. Dans un premier stade, la longueur des chemins est évaluée en fonction de l'ordre intuitif des points d'arrivée. En particulier l'enfant n'avancera pas ou avancera de quelques millimètres sur l'injonction de l'expérimentateur quand celui-ci avancera son mobile perpendiculairement au trajet A_1 . Dans un stade un peu plus avancé l'enfant comprendra et réagira correctement pour des trajets courts, mais retombera dans l'erreur première pour un trajet plus long. Dans un deuxième stade, l'enfant évaluera correctement les distances mais échouera au niveau des mesures, aussi bien en B qu'en A. Enfin les trois questions seront résolues d'emblée correctement.

c) Composition des déplacements :

Expérience : Un plan incliné surlequel un mobile peut se déplacer par rapport à



à différents repères fixes symbolise un funiculaire. Des bandelettes de papier sont proposées aux enfants afin qu'ils puissent faire des mesures comparatives.

Questions : 1) On fait O,D,O et on demande si on a plus monté ou descendu ?

2) On fait O,C,B,D,O et on demande si il y a eu plus de monté que de descente ? Eventuellement on lui propose les bandelettes et s'il ne mesure pas on le fait pour lui.

3) On fait O,B,A,C,B,D,O et on demande de comparér la somme des montées avec la somme des descentes.

Résultats : Nous distinguerons également trois niveaux :

I) L'enfant répond qu'il y a plus de monté que de descente à la première question, il ne cherche aucunement à mesurer et la mesure de l'expérimentateur ne le convainc pas.

II) Mêmes réactions, toutefois la mesure de l'expérimentateur le con vainc à la première question, mais il est incapable d'appliquer ce qu'il vient de voir à la deuxième question. Il admet cependant l'égalité quand l'expérimentateur mesure devant lui.

III) Dans un premier temps la première question est résolue d'emblée, mais non les suivantes. Dans un deuxième temps, il y a formalisation (vers 8 ans) et la dernière question est résolue par généralisation à partir de la précédente.

Dans le cas où le mouvement est horizontal, on observe les mêmes stades dans le développement intellectuel de l'enfant, mais à un âge moyen plus ~~ax~~ faible.

d) Le mouvement relatif :

Expériences : Une petite coquille symbolisant un escargot est placée sur une planchette qui est déplacée soit dans le même sens, soit en sens inverse de la marche de l'escargot (les deux déplacements sont soit simultanées, soit successifs).

Questions : 1) Les deux mouvements sont de même sens et le sujet dispose de bandelettes pour mesurer. On demande le trajet total de l'escargot.

2) même question, les trajets étant de sens contraire.

3) On demande au sujet d'imaginer l'expérience dans le cas de mouvement en sens inverse mais de même longueur. Où sera le point d' arrivée ?

4) Toujours de façon verbale; On demande si l'escargot arrivera à droite ou à gauche de son point de départ suivant qu'il fait en sens inverse des trajets plus courts ou plus longs que la planchette.

Résultats : Les enfants interrogés avaient de 5 à 14 ans. On distingue 4 étapes.

I) Il y a absence totale de composition, les enfants ne tiennent compte que d'un seul mouvement, en général celui de l'escargot.

II) Il y a maintenant mesure des deux trajets à la première question, mais le sujet se borne à mettre les bandelettes côte à côte.

III) Vers 8 ans il y a compréhension de l'addition et de la soustraction pour les deux premières questions qui sont d'abord seules résolues, les deux suivantes lé étant progressivement par généralisation.

IV) Ce n'est que vers 11-12 ans que les quatre questions sont résolues d'emblée.

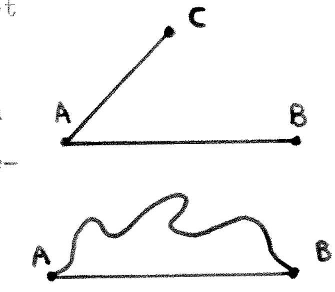
III - LA VITESSE

Ce paragraphe est décomposé en cinq alinéas qui permettront de mieux comprendre comment l'intuition de la vitesse s'affine petit à petit jusqu'à aboutir à la notion de vitesse uniforme.

a) L'intuition de la vitesse :

Dans une première expérience, deux tunnels parallèles de longueurs inégales et de même point de départ sont parcourrus par deux mobiles qui arrivent et qui partent aux mêmes instants. C'est vers 6 ans que les sujets, après observation des trajectoires sans les tunnels (car alors il y a vision d'un dépassement) donnent une réponse correcte qui est donnée d'emblée vers 7-8 ans.

Expériences et questions :



1) On fait constater l'inégalité des trajets AB et AC et on demande si deux voitures parcourant ces deux routes à la même vitesse arrivent au bout en même temps. On fait ensuite l'expérience et on demande des explications.

2) Mêmes questions avec les trajets ci-contre :

3) On reprend la première question et on demande ce qu'il en est des vitesses de deux voitures qui partent et arrivent en même temps.

4) Même question que précédemment avec le deuxième trajet.

Résultats : I) Vers cinq ans, les enfants ont encore du mal à reconnaître la différence de longueur des chemins. Aucune question n'est résolue et en particulier pour les deux dernières, les sujets estiment les vitesses égales.

II) Vers six ans, il y a résolution des deux premières questions et échec au deux suivantes. Cependant, si l'expérience est faite devant eux, les enfants comprennent que les temps sont proportionnels aux espaces à vitesse égale, sans toutefois détaché la notion de temps de celle d'espace.

III) Enfin vers sept ans, il y a résolution opératoire et prévision des résultats de toutes les questions avant expérience.

b) L'élaboration des relations de vitesse

Première expérience :

1) l'auto n° 1 part en arrière de l'auto n° 2, mais elles arrivent simultanément au même point. On demande laquelle des deux a été le plus vite.

2) on reprend la même expérience, mais l'auto n° 1 ne rattrape pas tout à fait la seconde (bien que sa vitesse soit largement supérieure).

3) toujours la même expérience, mais l'auto n° 1 dépasse largement la n° 2 à l'arrivée.

4) Les deux autos partent simultanément de deux points symétriques par rapport à 0 et s'y arrête au même instant ou s'y croise très légérement.

Résultats : I) Dans un premier stade, la vitesse est évaluée intuitivement en tenant compte des points d'arrivée. En conséquence les réponses sont justes en cas de dépassement visible (et non pas seulement quand il y a rattrapage sans dépassement).

C'est la notion de dépassement qui, correspondant avec l'intuition, ira en se généralisant. L'exemple le plus typique de réponse à la première question est donné par un sujet de 5 ans 9 mois qui commence par répondre que 1 a été plus vite que 2 parcequ'il croit l'avoir vu dépasser 2, puis se reprend en affirmant l'égalité des vitesses.

II) Le deuxième stade est un stade de transition. Les enfants vont d'abord assimiler les notions de dépassement et de rattrapage. Le croisement quant à lui présente d'avantage de difficultés, à cause des points d'arrivée, mais il y a rapidement décentration sur les points de départ puis sur le rapprot des points extrêmes (sans toutefois faire intervenir la notion de longueur).

Deuxième expérience :

1) Les deux voitures partent successivement du même point et en suivant une trajectoire rectiligne, arrivent simultanément au même point. On demande laquelle des deux a été le plus vite.

2) Les deux voitures partent successivement du même point, mais la deuxième ne rattrape pas tout à fait la première. (Il y a donc à la fois inégalité des temps et des longueurs).

Résultats : I) Dans un premier stade, il y a soit égalité des vitesses car les points d'arrivée sont identiques, ou bien c'est le premier parti qui va le plus vite car il devance tout simplement l'autre. Il faut augmenter notablement l'inégalité des vitesses pour que celles-ci soient perçues comme telles.

II) Comme dans la première expérience, le deuxième stade consiste en une transition de 6 à 7 ans vers les solutions opératoires. Il y a d'abord oscillation entre les deux réponses puis dansune étape intermédiaire l'enfant attribue les mêmes vitesses, par compensation.

III) Enfin ,il y a d'emblée des réponses justes par solution opératoire.

Ces expériences restent fondamentales pour comprendre le développement de la notion de vitesse : Il y a d'abord centration sur les points d'arrivée, les autres notions étant sous-estimées en tant qu'élément de raisonnement : c'est une attitude égocentrique car les points d'arrivée intéressent l'activité propre en tant que but des actions. Ensuite il y a une nouvelle centration sur les points de départ sans oubli des points d'arrivée, c'est-à-dire que l'enfant porte alternativement son attention sur les points d'arrivée puis sur les points de départ et qu'il met ainsi ces deux objets progressivement en relation par la longueur des chemins. Ce n'est que petit à petit et à la limite que le sujet atteindra le stade opératoire.

c) Les vitesses relatives

expérience : On dispose d'un châssis muni d'un ruban sans fin surlequel sont fixés huit cyclistes de carton ; une manivelle permet d'en régler la vitesse. Parallèlement à ce ruban une ficelle sans fin, actionnée par une autre manivelle porte un observateur qui compte les bicyclettes. L'observateur est soit immobile pendant 15 secondes, soit en mouvement uniforme, dans un sens ou dans l'autre pendant 15 secondes également.

Questions : On fait compter au sujet le nombre de cyclistes qui passent devant l'observateur immobile.

1) En verra-t-il plus ou moins s'il marche dans le même sens qu'eux ? Et on demande une explication.

2) Même question dans le cas où les sens des marches sont opposés.

3) A l'intention des plus petits, on introduit une question supplémentaire en ne faisant intervenir qu'un seul cycliste : On demande s'il faut plus ou moins de temps à l'observateur pour le rencontrer suivant qu il marche dans un sens, dans l'autre ou qu'il reste immobile.

Résultats : I) Avant 6 ans on n'obtient aucune réponse, même à la troisième question du cycliste unique.

II) Entre 6 ans et 7 ans et demi, la question du ciclyste unique est résolue, tandisque les autres donnent lieu à une réponse unique ; " Il en verra le même nombre". Il n'y a donc aucune relativité des vitesses.

III) Entre 8 ans et 10 ans et demi, le sujet n'arrive pas à déduire d'avance les résultats, mais il donne après coup une interprétation correcte. C'est le stade des opérations concrètes.

IV) Enfin, vers 11 ans, quand le stade des opérations formelles est atteint, il y a déduction correcte, avant toute expérience et compréhension excellente de la relativité des vitesses.

d) Vitesses successives

Au lieu de faire se mouvoir les mobiles sur des trajectoires parallèles, avec départ ou arrivée simultannée, les deux trajets sont à angle droit et les mouvements se font l'un après l'autre, les temps étant simplement mesurés avec un chronomètre. L'enfant dispose de papier, centimètre et crayon pour comparer les longueurs.

On retrouve dans cette expérience les mêmes stades que dans l'alinéa (b) avec cependant un retard de deux ans au début et d'un an à la fin.

On peut remarquer de plus que si les enfants arrivent à comparer les vitesses lorsque l'une des deux quantités : temps ou espace est la même, ils échouent à comprendre les différences de vitesses en cas de temps et d'espace inégaux même pour des proportions de vitesses allant de 2 à 1. Ce n'est que dans le cas d'une très grande disproportion qu'ils répondent juste par décentration.

e) Conservation des vitesses uniformes et de leurs rapports

Expérience : On présente deux droites parallèles. Sur la première avance un camion qui roule toute une journée et parcourt une certaine distance. Pendant ce temps un bonhomme partant et s'arrêtant aux mêmes instants, parcourt un trajet plus court de moitié.

Questions : 1) On fait observer la simultanéïté des départs et arrivées ainsi que l'égalité des temps de marche.

2) On demande de combien marchera le camion le deuxième, troisième ... jour si il part et s'arrête aux mêmes heures et roule à la même vitesse ? (conservation de la vitesse uniforme)

3) Quel est le trajet parcouru par le bonhomme s'il continue à temps égaux à marcher à la même vitese ? (conservation de la différence des vitesses uniformes).

4) Le dernier jour, le camion s'arrête à midi (la moitié du temps) et à rouler à la même vitesse ; où arrive-t-il ?

5) Trouver le chemin parcouru par le bonhomme pendant la même demi-journée.

6) Etant donnée une position du camion et une du bonhomme, combien de jours le bonhomme mettra-t-il pour rattraper le camion ce dernier restant immobile?

7) La distance entre les points d'arrivée de l'automobile et du bonhomme à la fin de chaque journée demeure-t-elle la même ou augmente-t-elle régulièrement ?

Résultats : I) Avant 6 ans, il n'y a aucune compréhension de la conservation de la vitesse, même en ne considérant qu'un seul des deux mobiles. Quant aux parcourts du bonhomme, il se borne à reporter une différence constante en arrière du camion.

II) Vers 6 - 7 ans, le report des distances à la deuxième question se fait bien, mais seulement en ne considérant qu'un seul mobile, la conservation de la différence des vitesses se traduisant par la conservation du rapport des distances n'étant pas comprises.

IV) Vers 7 - 8 ans, c'est le stade des opérations concrètes ; donc il ne peut y avoir de prévision, en particulier les réponses aus deux dernières questions sont fausses ou données de façon aléatoire.

V) Au delà de cet âge, le stade des opérations formelles étant atteint toutes les questions sont résolues.

Travail individuel ou travail en équipe ?

On reproche souvent à l'enseignement français d'ignorer le travail en équipe et de former des gens incapables de travailler ensemble. C'est un fait que chez nos voisins, le travail en groupe est plus développé et plus encouragé [1]. Par réaction contre cet état de fait, on assiste de puis quelques années, au niveau de la réthorique pédagogique, à une sur-exaltation du travail en groupe. Mais le travail en groupe est-il réellement plus efficace que le travail individuel ?

La psychologie sociale s'est attaquée très tôt à ce problème. Vers 1932, M. E. Shaw a donné une série de problèmes à résoudre à des individus isolés et à des groupes. Voici un exemple de problème posé (les matheux l'identifierons rapidement comme problème de chemin sur un graphe) :

— Sur un côté d'une rivière, il y a trois très jolies femmes et leurs maris jaloux Tous doivent se rendre sur l'autre rive, dans une barque qui ne peut transporter que trois personnes à la fois. Seuls les hommes savent ramer, mais aucun homme ne pourrait supporter que sa femme reste en présence d'un autre homme sans être lui-même présent. Comment feront-ils pour traverser la rivière ?

Les résultats donnèrent un net avantage aux groupes sur les individus. Le taux de réussite fut :

Individus : 8%

Groupes : 53%

Cependant cette expérience ne prouvait rien du tout. En effet, la réussite du groupe peut être due simplement à la présence en son sein d'un individu capable de résoudre à lui seul le problème, et qui en fait bénéficier tous les autres. Plus le groupe est grand et plus il a de chances de contenir cet individu providentiel. Pour tourner cette difficulté, on a comparé des groupes réels à des groupes fictifs (de mêmes effectifs et mêmes caractérisitiques) composés d'individus isolés. Ces expériences ont donné un faible avantage aux groupes réels (Macquart, 1955). Il

---

[1] Cela tient, semble-t-il à deux caractérisitiques de notre système d'enseignement. D'une part, le poids des examens et concours : Dans un système où l'examen constitue l'heure de "vérité", toutes les activités qui ne mettent pas en jeu la compétition individuelle se trouvent dévaluées. D'autre part le rôle spécifique du chahut : l'enseignant français traditionnel voit dans toute communication latérale une amorce de chahut qui doit être réprimée au plus vite.

parut alors évidant qu'il fallait tenir compte du niveau de coopération atteint par les groupes. Si, dans un groupe réel, les participants se livrent à une recherche solitaire de solutions qui sont simplement mises en commun à la fin de la réunion, il n'y a aucune raison de supposer qu'un tel groupe obtiendra des résultats très supérieurs aux groupes fictifs. Bien entendu, cette attitude n'est possible que si la tâche s'y prête.

Faucheux et Moscovici ont orienté leurs recherches dans cette direction (1960). Ils ont utilisé deux types de tâches : Les figures d'Euler et les arbres de Riguet.

La figure 1 est une figure d' Euler. Il s'agit de compléter les cases X et Y par une lettre (A,B,C,D) et un chiffre (1,2,3,4) de telle sorte que ni dans les lignes, ni dans les colonnes, il n'y ait répétition d'un lettre ou d'un chiffre.

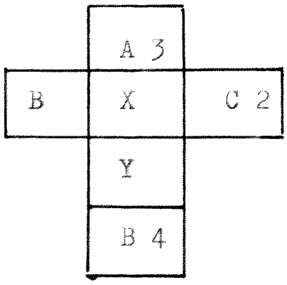


Fig. 1

Les arbres de Riguet sont constitués de batonnets (Fig. 2). Deux arbres sont considérés comme équivalents si l'un se déduit de l'autre par des rotations autour des points d'articulations. Par exemple (2) est équivalent à (3) mais pas à (4). Il s'agit de trouver le maximum d'arbres non équivalents.

Fig. 2

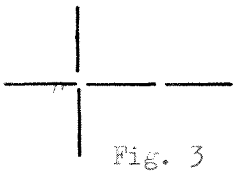


Fig. 3

Fig. 4

Les sujets de l'expérience étaient des élèves de 16-18 ans d'un Lycée technique.

On voit que les deux tâches ont une structure logique complétement différente. Pour chaque figure d'Euler, il existe une solution et une seule. Les participants, invités à coopérer, doivent s'accorder sur une stratégie commune. S'ils n'y parviennent pas, chacun constituera un "bruit" pour l'autre. S'ils y parviennent, il y a tout de même une certaine perte de temps. On constata que les groupes fictifs trouvent plus de problèmes que les groupes réels (4,9 contre 3,8).

Pour les arbres de Riguet, la structure logique est très différente. Avec 7 batonnets, on peut trouver 23 configurations. Une certaine dispersion peut être souhaitable, si elle est suivie d'une idscussion critique pour éliminer les réplications. Les auteurs s'attendaient à ce que les groupes réels obtiennent de meilleurs résultats que les groupes fictifs. C'est l'inverse qui s'est produit, mais de manière non significative. Les groupes réels trouvèrent en moyenne 16,8 figures et le groupes fictifs 17,6 .

Cependant, les auteurs estimèrent que la production des groupes réels est qualitativement supérieure. D'une part, elle présente une redondance plus faible que celle des groupes fictifs et des individus isolés (1). D'autre part, elle présente une plus grande originalité : Si l'on sélectionne les six arbres les plus rarement donnés, la fréquence d'émission est de 0,57 dans les groupes réels et de 0,48 dans les groupes fictifs.

D'autre part, le fonctionnement des groupes réels fut soigneusement observé et on a mesuré toutes les interactions. Dans la tâche "Euler", 8 groupes sur 12 se donnèrent une structure centralisée (2) et ce sont eux qui obtinrent les meilleurs résultats. Dans la tâche "Riguet", 8 groupes sur 12 se donnèrent une structure décentralisée et ce sont eux qui obtinrent les meilleurs résultats.

En somme il doit exister une certaine congruence netre la nature de la tâcche la structure des communications dans le groupe et sa capacité à résoudre un problème.

Ceci rend tout à fait simpliste la question que nous nous posions au départ. Une pédagogie mathématique qui entend promouvoir le travail en groupe devrait s'appuyer de préférence sur des situations ouvertes, comme celles proposées dans les tout récents "Points de départ" (chez CEDIC). Elle ne devrait pas se faire trop d'illusions sur l'efficacité. Mais à côté de l'efficacité, bien d'autres critères sont en jeu. Pourquoi ne pas tenir compte aussi de la satisfaction des participants ?

---

(1) La redondance fut définie comme la moyenne des rapports entre le nombre de réplications d'un même arbre et le nombre de sujets émetteurs de ces réplications.

(2) Ceci signifie qu'il y a un individu qui centralise l'information, sans être nécessairement un "leader".

A. Bigard

bulletin de la départemental APMEP de la Sarthe (Sept. 75)

De la division au dix-huitième siècle

On trouvera ci-après une copie d'un cahier d'arithmétique appartenant à Jean-Batiste Poncelet et écrit en Août 1779. L'article concerne essentiellement les méthodes de division.

Avis particulier.

Je ne m'avois point proposé de donner tant de règles de l'arithmétique, mais comme je me plaît d'istruire, en tant que Dieu m'a accorder de dons, qui sont de peu de conséquences, néanmoins ils sont bien plus considérables que je ne mérite ! Et les fautes que je pourroient avoir commis en ce qui est déjà fait de ce cahier, de même ceux qui s'y pourroient glisser à la suite ne doivent être attribuées qu'à la fragilitée humaine, à laquelle tout homme est sujête ; pour ce qui regarde que j'ai trop serée mes lignes en écrivant : étoit pour ne pas trop grossir le dit cahier.

DE LA DIVISION 4e REGLE GENERALE

La division n'est autre chose que de chercher combien de fois un petit nombre est contenu dans un plus grand nombre. Elle sert particulièrement pour partager une somme à plusieurs personnes et leur donner à chacune une pareille part ou portion qui leur est dûe. Le terme de la division est "EN", comme : en 81 combien de fois 9 ? Il y est 9 fois, car 9 fois 9 est 81 .

La division est malaisée à pratiquer et à concevoir. Elle est la dernière qu'on apprend et la première qu'on oublie, si on ne la pratique souvent, il faut presque autant de temps pour l'apprendre qu'il en faut pour apprendre les trois autres, et si par un mécompte on s'est une fois égaré, il n'y a pas moyen de revenir par où on a commencé, à moins que de recommencer une nouvelle règle. Aussi cette règle se fait au contraire des autres : car les autres se commencent de droit à gauche et celle-ci de gauche à droite. Elle se fait en plusieurs manières, mais la plus ordinaire c'est à la françoise. Les divisions ordinaires sont : La françoise, l'italienne, longüe et briève, l'espagnole, la portugaise, la persienne ou indienne.

Instruction : La division est composée de 3 nombres, du nombre à diviser, du diviseur, et du produit. Exemple : on veut diviser 953 Livres en 7 personnes et sçavoir combien vient à chacune ? Réponse 136 Livres.

	2 4 1	~~2~~ 4 1	~~2~~ ~~4~~ 1
Nombre à diviser	~~9~~ 5 3 (1 3 Prod.	~~9~~ ~~5~~ 3 (1 3 6	~~9~~ ~~5~~ ~~3~~ (1 3 6
diviseur	~~7~~ 7 7	~~7~~ ~~7~~ 7	~~7~~ ~~7~~ ~~7~~

Notez que ces 3 petits exemples à la division à la françoise ne sont qu'une division : on la pourroit dire en une seule opération, comme le dernier exemple, mais la démonstration seroit trop embarrassante. A la lère démonstration dites en 9 combien de fois 7, il y est 1 fois posez 1 au produit, & dites 1 fois 7 est 7 ôtez de 9 reste 2 dessus le dit 9. A la 2ème démonstration, dites en 25 combien de fois 7, il y est 3 fois, par le dit 3 du produit, dites 3 fois 7 est 21. de 25 reste 4 sur le dit 5. Effacez la 7, la 5 & la 2. Pour la 3ème démonstration dites en 43 combien de fois 7, il y est 6 fois, posez 6 au produit et dites 6 fois 7 est 42, de 43 reste 1 rayez le 7, le 3 et la 4. ainsi il reste 1 à partager en 7 comme il parroit à la dernière opération.

INSTRUCTION DE LA DIVISION A LA FRANCOISE

De même que les règles suivantes ; exemple la division par 2 figures est un peu plus difficile que par une seule parcequ'il faut savoir non seulement combien de fois la première figure du diviseur est contenue en la somme qu'on veut diviser, mais encore il faut prévoir si la seconde du dit diviseur peut être multipliée par le produit de la première figure d'icelle.

Les 3 exemples suivant ne sont pourtant qu'une seule division vû que le dernier exemple est la division toute entière : on les a séparés ainsi afin qu'on voïe chaque opération en particulier.

1 9
~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ 4 5 { 2
~~5~~ ~~2~~

3
~~4~~
~~1~~ ~~9~~ 8
~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ 5 { 2 3
~~5~~ ~~2~~ ~~2~~
~~5~~

~~3~~ 2
~~4~~ ~~3~~
~~1~~ ~~9~~ ~~8~~ 1
~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ { 2 3 7
~~5~~ ~~2~~ ~~2~~ ~~2~~
~~5~~ ~~5~~

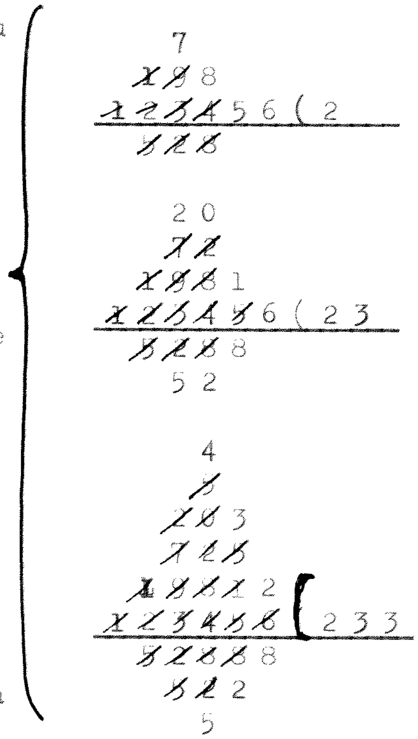
Pour la première démonstration, ayant posé 12345 et tiré un trait dessous et un à coté, il faut poser 52. Le 5 sous le 2 d'en haut et le 2 du diviseur sous le 3. et dire : En 12 combien de fois 5 ? Il y est 2 fois ; posez 2 au produit disant 2 fois 5 sont 10 ; de 12 reste 2 posez le 2 sur le 2 ou laissez le et coupez le 1 qui dévence. Puis multipliez le 2 du produit par le 2 dessous disnat 2 fois 2 sont 4. Mais n'y ayant qu'un 3 dessus, il faut dire 4 aller à 13 il y a 9, posez 9 sur le 3 en effaçant le 3 et ôter 1 dixaine des 2 qui dévancent et poser 1 dessus le 2 en coupant le dit 2. Ainsi qu'il paroît en la 1re opération.

Pour la seconde. Cela fait, il faut encore poser 52 en reculant d'une figure. Sçavoir en mettant 5 sous le 2 et 2 sous le 4 et dire en 19 combien de fois 5 ? il y est 3 qu'on pose au produit à côté de 2. Et dites 3 fois 5 sont 15 de 19 reste 4, posez ce 4 sur le 9 en coupant 19. Puis continuer et dire 3 fois 2 sont 6 de 44 reste 38, il faut effacer 44 et poser 38 dessus. Ainsi qu'il paroit à la 2me opération.

Pour la troisieme. Enfin il faut encore poser pour la troisième fois le diviseur 52, sçavoir 5 sous 2 et 2 sous le 5 et dire en 38 combien de fois 5 ? il y est 7 fois, il faut mettre 7 au produit. Et dire 7 fois 2 sont 14 de 15 reste 1 il faut poser 1 sur le 5 et retenir une dixaine qu'il faut ôter des trois qui dévancent et restera 2 qu'il faut poser sur le 3 en effaçant le 3. Ainsi qu'il apparoit sur la troisième opération. En divisant 12345 en 52 le produit sera 237 et 21 de reste.

DIVISION PAR TROIS FIGURES ; INSTRUCTION

Des trois opérations ci-en bas, qui ne sont pourtant qu'une seule division. Pour la première démonstration : Ayant posé 123456, et tiré un trait dessous, il faut poser 528 et dire en 12 combien de fois 5 ? il y est 2 fois, posez 2 au produit, disant 2 fois 5 est 10 de 12 reste 2, laissez le dit 2 et coupez le 1 qui dévance. Puis multipliez le 2 du côté par le 2 du dessous, disant 2 fois 2 sont 4, mais n'y ayant que 3 dessus, dites de 4 aller à 13 il y a 9 sur le 3, posez ledit 9 en effaçant le 3, et ôtez 1 dixaine des 2 qui dévancent et posez 1 dessus le 2 en effaçant le dit 2. Il faut déréchef multiplier le 2 du produit par le 8 de dessous et dire 2 fois 8 sont 16 de 24 reste 8 qu'on pose sur le 4 en coupant le dit 4 retenir 2 dixaines qu'on ôte du 9 qui dévance restera 7 sur le 9 en coupant le dit 9. Ainsi qu'on voit à la première opération.



Pour la seconde. Posez encore 528 en reculant d'une figure, le 5 sous la 2, la 2 sous la 8 et la 8 sous la 5 de dessus ; et dire en 17 combien de fois 5 ? Posez 3 à côté et dites 3 fois 5 sont 15 de 17 demeure 2, il faut porter 2 sur le 7 et effacer 17. Après continuant le 2 d'en bas par le 3 du produit il faut dire 2 fois 3 sont 6, de 8 reste 2 qu'on pose sur le 8 en effaçant le dit 8. Enfin il faut continuer de multiplier le 3 du produit par le 8 du diviseur et dire 3 fois 8 sont 24 de 25 reste 1 qu'il faut poser sur le 5 en effaçant le 5 et parce qu'on retient 2 dixaines qu'il faut ôter du dit 2 qui dévance c'est pourquoi il faut effacer le même 2 et poser un zéro dessus. Ainsi qu'on voit à la seconde opération.

Pour la troisième. Je n'en donnerai pas d'instruction, mais par la méthode des deux précédentes on peut opérer la 3 et dernière. Ainsi qu'on voit à la 3me opération. Ayant ainsi divisé 123456 par 528 le produit donnera 233 et de reste 432 qui ne peuvent être divisés en 528.

. . . .

<u>Autres observations</u> : 1. Le reste d'une division ne doit jamais être si grand que le diviseur autrement la règle est fausse. 2. Au produit il faut qu'il y ait autant de figures cōme on a posé de fois le diviseur. 3. Ayant posé une fois le diviseur, & voulant continuer la division, si le reste qui est directement dessus icelui est moindre, il faut poser un zéro au produit. 4. Au produit il ne faut jamais poser plus haut de 9. 5. La preuve générale de la division, est de multiplier le produit par le diviseur, & y ayant ajouter le reste, il faut qu'il vienne juste la somme qu'on a divisée.

. . . .

<u>DIVISION A L'ITALIENNE LONGÜE</u>

Exemple : on veut diviser à l'italienne longüe, 123456 par ou en 528 parties, sçavoir combien il vient à chacune ? réponse 233. Règle en trois démonstrations.

```
528 . . . 1 2 3 4 5 6
---         . . .
2         1 0 5 6
          . 1 7 8 5

528 . . . 1 2 3 4 5 6
---         . . .
23        1 0 5 6
          . 1 7 8 5
            1 5 8 4
            . 2 0 1

528 . . . 1 2 3 4 5 6
---         . . .
233       1 0 5 6
          . 1 7 8 5
            1 5 8 4
            . 2 0 1 6
              1 5 8 4
          -----------
    Reste     4 3 2
```

<u>Instructions</u> : Les trois opérations ci à gauche ne sont séparées que pour faciliter l'explication. Pour la première démonstration ou opération, ayant posé sur la même ligne les 528 du diviseur et les 123456 nombres à diviser. Il faut mettre trois points sous les 123456 puis dire en 12 combien de fois 5 (premier chiffre du diviseur) il y en a 2 que l'ont mêt sous le diviseur, parlequel 2 il faut multiplier les 528 et commençant par le 8, fera 1056 que l'on pose en rétrogradant sur les trois points qui représentent les trois chiffres du diviseur. Ensuite faire la soustraction et mettre le reste 178 dessous. Ainsi qu'on voit

à la première opération.

Pour la seconde. Il faut descendre le 5 de la somme à diviser et le mettre à côté de 178 de reste, sera 1785 : sous les trois derniers chiffres vous mettez com̃e dessus trois points et direz (En prenant ce qui est sur le premier point et ce qui devance) en 17 combien de fois 5 ? il y est 3. qu'on pose dessous le dit diviseur par lequel 3 multipliez les dits 528 en commençant toujours par le 8, et posant son produit sur le dernier point, viendra 1584, qui étant entièrement posé sur les dits trois points, la soustraction faite restera 201. Ainsi qu'on voit à la seconde opération.

Pour la troisième. Descendez le 6 de la som̃e à diviser à côté de 201 sera 2016 qui restent à diviser par 528 et faire le reste com̃e dessus. Et ainsi 123456 diviser par 528 vient 233 à chacun et 432 de reste.
NB. Le plus bas des 3 ex. ci-dessus est la règle entière, mais ils sont séparés pour distinguer chaque opération afin de les comprendre.

Notez aussi pour faire la dite division, de la façon ci-à droite : on pôse des points, efface les fig. à fait qu'on soustrait et descend après chaq. opération une fig. de la som̃e à diviser ut supra.

~~123456~~ { 528 div.
~~1056~~ { 233
~~1785~~
~~1584~~
~~2016~~
~~1584~~
432 Reste

. . . .

DIVISION A LA PORTUGAISE

Je trouve que cette division à la portugaise est la plus facile et la plus aisée à pratiquer lorsqu'on la seulement opérée 2 ou 3 fois car elle ne charge point la mémoire. Exemple. On veut diviser 123456 en 528 parties égales, sçavoir combien il vient pour chacune ? Réponse 233. Instructions ;
Régle en trois démonstrations : Les trois opérations ci-à côté ne sont qu'une seule et même division, dont la dernière l'est toute entière.

178
~~1234~~56 | 2
~~1056~~ . | 528

20
~~178~~1
~~12345~~6 | 23
~~10564~~ . | 528
~~158~~ .

Pour la poser on mêt autant de points sous la som̃e à diviser, qu'il y a de chiffres au diviseur sous l'espace du produit de cet ordre : 123456 | 528 Puis dire com̃e aux autres divisions, en 12 combien de fois 5, premier chiffre du diviseur ? Vous trouvez 2, qu'on mêt au produit qui est sur le diviseur. Parlequel 2 faut multiplier simplement 528 du diviseur, com̃emant par le 8 et poser son produit sur les points. Sera 1056

```
      4
     2 0 3
   1 7 8 1 2   |
  1 2 3 4 5 6  |  2 3 3
  -------------|-------
  1 0 5 6 4 4  |  5 2 8
    1 5 8 8    |
      1 5      |
```

puis faire la simple soustraction : en ôtant des 1234 les dits 1056 & rayant chiffre par chiffre dont on parle, com̃ençant par les derniers, & mettant le reste directement dessus qui sera 178. Voyez la première opération.

Il faut ensuite remettre trois points à cause des trois chiffres du diviseur, dire en 17 (de reste) combien de fois 5 ?il y est 3. qu'on pôse au produit. Parlequel 3 multipliez com̃e dessus les 528 du diviseur, en com̃ençant toujours par le 8 dernier chiffre, & pôsant son produit sur les dits points sera 1584. Puis faire la soustraction simple des 1785. restera 201. dessus 1785 susdits qu'il faut rayer & les 1584 aussi. Voyez la seconde opération.

Il faut remettre 3 points, le prémier sous le 6 du haut ou des 2016 qui restent à diviser ci-dessus. Le dernier point pôsé se trouvera directem^{t} sous le 0 des 20. puis vous direz en 20 combien il y a de fois 5 ? seroit 4 juste, mais com̃e 4 fois 528 font 2112 qui est plus que 2016 et qui ne pourrait être payé, ainsi on est obligé de ne poser que 3 au produit qu'on calculera com̃e dessus et vous trouverez que diviser 123456 en 528 viendra 233 au produit et 432 de reste.

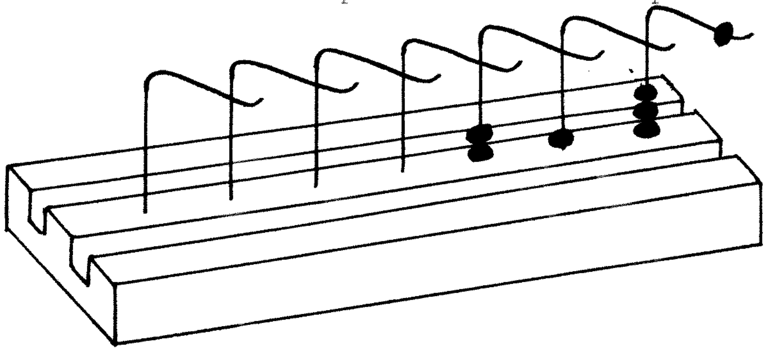
Noter que toutes les soustraction se proûvent en ajoûtant les 432 de reste avec le chiffres qu'on a rayér au dessous de la division, on rétrouvent juste les 123456 qu'on a divisé ; ainsi des autres divisions de ce genre, et même l'on peut par cette façon prouvée chaque opération la soustraction faite, ut suprâ.

L' O U V E R T : responsable de la publication : Jean Lefort,
27, route de Neuf-Brisach, 27
68000 - COLMAR

Imprimé à l'IREM de Strasbourg, (Université Louis Pasteur) :
10, rue du Général Zimmer, 10
67084 - STRASBOURG CEDEX

Numération en 6°

Ces quelques lignes veulent vous relater un travail effectué dans une classe de sixième de trente trois élèves. Depuis le début de l'année, je travaillais avec un groupe de l'IREM de Strasbourg. Pour concrétiser les discussions que nous avions, je désirais pouvoir observer véritablement un groupe d'enfants au travail. Cela ne m'était possible que si les élèves avaient personnellement de quoi s'occuper pendant ce temps. Au moment d'aborder la numération en base autre que la base dix, je trouvais au CES de quoi fabriquer des bouliers. Ce matériel fait partie des boîtes mathématiques CEL aisément disponibles :



Je voulus profiter de ces bouliers pour faire découvrir par les enfants les différents algorithmes qui permettent de calculer l'écriture d'un nombre dans une base choisie. Je désirais aussi montrer à mes élèves qu'ils avaient les moyens de vérifier leurs calculs et même certaines de leurs intuitions avec le boulier et qu'ils ne devaient plus dépendre du professeur pour se faire une certitude sur leurs résultats.

Pour cela je rédigeais des feuilles polycopiées devant guider leur travail (voir annexes). La première demanda deux séances pour être terminées par les enfants. Elle expliquait comment construire le boulier et l'usage d'un tel instrument : chaque fois que les élèves avaient enfilé dix perles sur une tige, ils remplaçaient ces perles par une perle unique sur la tige consécutive à gauche. Les premières perles étaient placées sur la tige la plus à droite. A la fin de la manipulation, ils pouvaient "lire" l'écriture décimale du nombre de perles qui avaient été mises à leur disposition. Ceci faisait apparaître l'arbitraire du nombre dix choisi ; ils devaient recommencer l'opération, cette fois-ci en base six puis dans n'importe quelle base choisie par eux, toujours à l'aide du boulier.

La deuxième feuille était une suite linéaire de questions demandant aux enfants de décomposer et d'analyser les gestes qu'ils faisaient jusqu'à présent sur les bouliers et de retrouver ainsi qu'elles étaient celles des opérations (addition, multiplication, soustraction, division) qui correspondaient à ces gestes. Après chaque question, il était proposé de trouver une vérification de la réponse donnée à l'aide des résultats trouvés lors des séances précédentes. Cette feuille a nécessité une séance et demi à deux séances suivant les élèves.

La troisième feuille permettait de calculer l'écriture d'un nombre en base dix lorsqu'on connaisait son écriture dans une base donnée. Il faut donc savoir combien "vaut" une perle sur une des tiges du boulier suivant la position de cette tige. Enfin une quatrième feuille abordant les opérations dans une base donnée à l'aide du boulier.

Pour que les élèves puissent communiquer entre aux sans gêner leurs camarades, il fallait améliorer leurs conditions matérielles. Je choisis de leur faire faire ce travail lorsque j'avais seulement la moitié de la classe. C'était le Samedi matin de huit à neuf heures pour l'un des groupes et de neuf heures à dix heures pour l'autre groupe. Après un arrangement avec le professeur de français, j'avais obtenu une salle prévue pour une classe complète. J'avais disposé les tables en huit groupes de deux bien espacés les uns des autres en repoussant les tables et les chaises inoccupées dans un coin. Il y avait un boulier pour deux élèves en général, un seul groupe de trois devait se contenter d'un boulier.

Je passais toutes ces séances à observer le plus fidèlement possible à la fois chacun des huit groupes présents simultanément dans leur démarche et aussi l'atmosphère générale de la classe. Pour cela je passais régulièrement un moment avec chaque groupe et je notai tout ce que j'avais pu observer de remarquable. Ces notes m'ont aidées à rédiger les feuilles polycopiées au fur et à mesure du déroulement de cette recherche.

Déroulement des séances :

La première séance me permit de voir mes élèves sous un jour nouveau ! Ils ont été désemparés par cette nouvelle façon de travailler. Leur plus grande surprise fut d'être autorisés à parler entre eux pendant toute l'heure. Cette liberté inhabituelle dans le cours de mathématiques fit tout d'abord qu'ils se comportèrent comme s'ils étaient en récréation. Les perles rebondissaient à travers toute la salle poursuivies avec entrain par les enfants. J'ai pu admirer en particulier un "plaqué" au sol mené par deux garçons qui s'est achevé par une glissade sur le ventre pour aboutir à mes pieds. Cela tenait plus de l'entrainement de football que du cours de mathématiques ! Cependant au milieu de ce désordre, les élèves purent se familiariser avec le maniement du boulier.

Je perséverais donc et j'organisais la semaine suivante une deuxième séance. L'ambiance fut d'emblée plus studieuse : ce qu'ils pouvaient obtenir avec le boulier les intéressaient plus que les jeux de billes. Le troisième samedi, six élèves sont venus m'aider à ranger les tables et à préparer le matériel avant la classe. Leurs camarades sont entrés en silence dans la salle arrangée. Chacun s'est installé. Tous ont commencé à monter les bouliers. On a distribué les feuilles : il y eut des conversations un peu bruyantes au début, mais au bout de cinq minutes la classe était calme. Tous travaillaient sauf un qui se désintéressait de la question. Des élèves, qui avaient déjà étudié la numération l'année précédente en CM 2 , se référaient à leurs souvenirs sans essayer de relier la pratique à la théorie. Les élèves en général étaient peu habitués à visualiser un objet mathématiques, ici une division. Ils avaient été un peu surpris, lorsque j'avais refusé de vérifier chaque réponse pas à pas. En réaction, plus aucune question n'avait été posée. Chaque groupe s'était pris au jeu de se débrouiller lui-même. Lorsque j'étais passée à la fin de l'heure pour voir où chacun en était, j'avais trouvé chez pratiquement tous une difficulté inouie pour expliquer ce qu'ils faisaient.

La semaine suivante, des élèves étaient montés avant l'heure pour installer la salle. Il a fallu dix minutes pour que la classe se calme d'elle même. Pratiquement aucune perle ne tomba. Un décalage commença à se faire entre les groupes, certains ayant commencé la troisième feuille polycopiée. Quelques groupes n'arrivaient pas à répondre aux questions et n'osaient pas m'appeler. Leur principale difficulté venait de ce qu'ils ne voulaient pas répondre question par question. Ils tatonnaient au milieu de toutes les questions dès qu'ils avaient une lueur de réponse pour l'une ou pour l'autre. Ils n'avaient pas compris que l'ordre des questions était indispensable. D'autres renaclaient devant le fait de devoir continuer à répondre à des questions alors qu'ils n'étaient pas sûrs (assurance donnée à leurs yeux uniquement par l'acquiescement du professeur) de ce qu'ils avaient fait auparavant.

Le cinquième samedi, quatre élèves étaient montés directement sans moi avant l'heure et avaient commencé à reanger les tables sans trop de bruit et de désordre. On sentait qu'ils prenaient possession de leur salle. Dès que le matériel arriva, les élèves se sont mis à monter les bouliers. Leurs camarades sont arrivés et se sont installés. Ils étaient au travail avant que la cloche ne sonne. Pendant cette séance, les groupes allaient vérifier les calculs entre eux et transmettaient les résultats d'un groupe à l'autre. On sentait une cohésion très forte de la classe, tout au moins d'une partie, certains groupes restant à l'écart.

La dernière séance fut assez perturbée. L'administration ayant procédé à un remaniement des deux demi-groupes pour que chacun ait soit le chef de classe, soit le sous-chef de classe. Il y eut une réaction assez forte contre ce changement imposés de l'extérieur : plus de bruit que d'habitude au début, nécessité de donner beaucoup plus d'explications, les feuilles polycopiées ne suffisant plus. Un groupe a passé plus de temps à bavarder qu'à travailler.

A la suite de ces séances, il y eut une leçon synthèse permettant aux élèves de fixer les résultats trouvés sur leur cahier de mathématiques. Il suffira le lendemain d'une demi-heure d'exercices pour que plus aucun élève ne se trompe jusqu'à la fin de l'heure. Les résultats sont restés mieux fixés dans la mémoire des enfants pour autant que je puisse comparer avec l'année précédente.

En conclusion, j'aimerais faire quelques remarques. Ce qui fut frappant, c'est qu'une discipline spontannée s'était instituée. Au bout de deux séances, si par hasard une perle tombait, seul un enfant du groupe d'où elle était partie la rattrapait, les autres ne levaient pas la tête. Ce calme qui régnait sur la classe a eu même une influence sur le comportement individuel : un élève s'est rendu brusquement compte du bruit qu'il faisait et spontanément a cherché à l'atténuer sans intervention ni de ma part ni de la part de ses camarades.

En discutant ensuite de cette expérience avec les élèves, je fus étonnée de me rendre compte combien <u>tous</u> les enfants s'étaient sentis plus satisfaits de la structure plus permissive de la classe : ils avaient apprécié que chacun puisse donner une réponse contrairement à l'interrogation orale habituelle ; ils s'étaient sentis plus suivis individuellement puisqu'une fois la feuille terminée, je discutais seuelement avec deux d'entre eux.

Par contre, j'avoue n'avoir pas toujours pu fournir des questions utilisant toutes les capacités de al classe. En particulier, le troisième samedi, un élève m'a prise de court en m'expliquant qu'ils faisait déjà tous les calculs que je demandais ce jour là, dans sa tête la séance précédente ... pour vérifier ses manipulations avec des perles. Un autre groupe, qui n'arrivait pas à suivre la progression que j'avais proposée, avait inventé une autre méthode pour trouver le résultat : Ils "montaient" la suite des nombres dans une base choisie jusqu'à ce qu'ils obtiennent celui qu'ils avaient pris.

Pour terminer cet exposé, je voudrais dire deux mots des suites possibles de ce travail : d'une part, une rédaction de fiches moins linéaires, d'autre part peut-être prendre en diapositives les différents gestes des élèves avec le boulier pour les aider à décomposer un mouvement, difficultés souvent rencontrée chez les jeunes enfants.

A N N E X E S

FEUILLE 1

Tu as devant toi de quoi faire un boulier : il y a une glissière en plastique  deux ressorts plats  et des tiges  . Prends un cahier 21x27. Pose la glissière dessus dans le sens de la longueur et fixe-la avec les deux ressorts. Anfile les tiges dans les trous qui sont sur le relief central : tu as maintenant un boulier.

Le boulier est la plus ancienne machine à calculer du monde. Tu vas l'utiliser pour compter le nombre de perles que tuas devant toi.

Dans la tige la plus à droite, enfile les perles. Chaque fois que tu en as dix sur la tige, tu les enlèves et tu enfiles une perle dans la tige qui est à côté, à gauche et tu mets les 9 restantes de côté.

La tige la plus à droite correspond aux unités, la suivante aux dizaines, sa voisine de gauche aux centaines .... Si tu as une perle sur la tige à droite et 3 sur la suivante, cela veut dire que tu as 31 perles.

Essaie avec d'autres nombres de perles de faire le même travail

Mais pourquoi a-t-on choisi 10 ? Parce que l'homme a 10 doigts avec ses deux mains et que l'on commence à compter avec ses mains.

Supposons que tu es un martien qui a six doigts seulement  Chaque fois que tu auras 6 perles sur la tige de droite, tu les enlèves et tu enfiles une perle à gauche.

Comment s'écrirait le nombre de perles que tu as ?

On dit que l'on a compté en base 6 . Habituellement on compte en base dix. On peut donc compter en choisissant un nombre quelconque. Ecris le nombre de perles que tu as dans différentes bases : 7 , 5 , 4 , 3 et même pourquoi pas 12 , 13 et 11.

FEUILLE 2

Monte le boulier. Prends 20 perles et enfile-les toutes sur la tige de droite. Choisis une base. Enlève les perles qu'il faut pour que la tige de droite te donne le nombre d'unités dans cette base.

Quelle opération (multiplication, addition, division, soustraction) correspond à ce que tu viens de faire ? Comment retroues-tu sur cette opération :

1) le nombre de perles qui sont sur la tige à droite.

2) Le nombre de perles qui sont sur la tige à gauche ?

Si le nombre de perles est suffisamment grand, il faut continuer la manipulation pour obtenir l'écriture dans la base choisie.

A chaque geste correspond une opération. Laquelle ?

Prends un nombre et calcule uniquement avec les opérations son écriture dans la base choisie. Vérifie sur le boulier.

FEUILLE 3

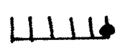
On veut retrouver l'écriture d'un nombre en base 10 lorsqu'on connait l'écriture de ce nombre dans une autre base. Il s'agit de refaire à l'envers le travail sur le boulier.

Soit par exemple 123 en base 4. Ecris ce nombre sur le boulier. Combien dois-tu ajouter de perles sur la tige de droite si tu enlèves une perle parmi les deux qui sont sur la deuxième tige ? Combien dois-tu ajouter de perles sur la deuxième tige si tu enlèves la perle de la troisième tige ?

Peux-tu retrouver le nombre de perles écrit en base 10 maintenant ? Vois-tu un moyen de vérifier si ton résultat est juste ? Choisis un autre nombre dans cette même base 4 et retrouve sonécriture en base 10. Vérifie.

Choisis maintenant un autre nombre et une autre base. Peux-tu retrouver son écriture en base 10 ?

Pour pouvoir trouver par quelles opérations on peut calculer l'écriture d'un nombre en base 10, connaissant son écriture dans une base donnée, il faut savoir combien de perles (en base 10) correspondent à une perle sur une tige du boulier, et cela pour toutes les tiges du boulier. Résumons ces résultats dans un tableau :

base						
base 2						
base 3						
base 4						
base 5						

Quelles sont les opérations qu'il faut effectuer pour trouver par le calcul l'écriture en base 10 de $123_{(4)}$.

FEUILLE 4

Monter le boulier. Choisir une base.

Addition : Choisir deux nombre dans la base. Les écrire sur le boulier l'un puis l'autre en ayant laissé le premier nombre sur le boulier : vous faites la somme de ces deux nombres. Ecrire le résultat dans la base choisie.

Sur le papier, écrire l'opération faite et mettre les retenues en rouge.

Recommencer cette opération avec deux autres nombres.

Pouvez-vous écrire une table d'addition dans la base que vous avez choisie ?

Soustraction : essayez de même de faire une soustraction dans une base choisie.

Marie-Alice Ruhlmann

Activités de l'I.R.E.M. en 76-77

Le programme des activités offertes aux stagiaires de l'I.R.E.M. pour 1976-77 a été envoyé dans tous les établissements. On ne trouvera ci-dessous qu' un extrait des différentes indications proposées. Pour plus de détails, on voudra bien se renseigner auprès de son chef d'établissement.

Les différentes activités ont été regroupées par thèmes. On notera essentiellement :

A : initiation à l'analyse d'activités scolaires

P : psychopédagogie

H : activités heuristiques

F : formation permanente des professeurs du premier cycle

T : l'enseignement technique

I : initiation à l'informatique ...

Par rapport à l'an passé, le pr ogramme comporte quelques nouveautés qui ont été indiquées par (N).

(N) A 1 - Evaluation : les élèves du 1er cycle et la notation des devoirs.

La fiabilité de la correction, les critères d'élaboration d'épreuves, la comparaison de performances attendues et observées, l'estimation par les élèves de leur travail.

(N) A 2 - Evaluation en terminales scientifiques.

Mise en évidence des critères implicites retenus pour l'élaboration des sujets, l'établissement des barèmes et la correction des copies aux baccalauréats C, D et E. Répercussion sur l'enseignement.

(N) A 3 - Analyse de l'activité scolaire à partir des travaux produits par les élèves.

Etudier par quels mécanismes un élève est "exclu" d'une classe, c'est-à-dire classé comme mauvais élève.

(N) P 1 - L'influence du langage dans l'enseignement des mathématiques.

- Le lexique mathématique chez les élèves,
- la négation et la contradiction,
- équivalences sémantiques et définitions,
- transposition en énnoncés symboliques des énnoncés linguistiques,

- rôle de la verbalisation dans la résolution des problèmes,
- la lecture.

P 2 - La communication dans la classe.

suite du travail de l'an dernier.

P 3 - Initiation à la pédagogie de groupe.

(N) P 4 - Pédagogie institutionnelle.

Il s'agit d'un courant pédagogique récent qu'on étudiera en le comparant à d'autres conceptions pédagogiques (notamment la non-directivité et la dynamique des groupes).

H 1 - Manipulations, exercices et problèmes du C.M. à la 4º.

H 2 - Groupe de réflexion des professeurs d'Ecoles Normales.

H 3 - Le problème d'intelligence et d'imagination du C.M. à la 3ème.

H 4 - Le problème d'intelligence et d'imagination dans le 2ème cycle.

H 5 - L'art du calcul.

"Les élèves ne savent plus calculer" (air connu !)
efficacité, fiabilité, élégance, ... des techniques de calcul.

H 6 - L'enseignement des mathématiques dans les classes "non-scientifiques".

l'enseignement de l'analyse dans les différentes sections : A , B , F et G de la classe de première.

(N) L - La lecture en mathématique

La lecture mathématique extrascolaire est actuellement trop peu pratiquée par les étudiants, les enseignants et a fortiori les élèves. La littérature mathématique rebute souvent les non-spécialistes alors qu'elle comporte des ouvrages riches, attrayants, accessibles à un large public, instructifs et formateurs.

F 1 - L'enseignement des mathématiques en 4ème et en 3 ème.

Approfondissement des points délicats du programme. Rendre les enseignants autonome par rapport à l'ouvrage qu'ils utilisent dans leurs enseignements.

F 2 - La géomètrie et les transformations.

La géomètrie de 4ème par les dilatations et les translations.

T 1 - Les mathématiques dans la préaparation aux C.A.P. industriels.

Analyse du programme de mathématiques en 3ème année de C.A.P.

T 2 - <u>Les mathématiques dans la préparation aux C.A.P. industriels</u>.

Expérimentation des fiches de première année de C.A.P.

(N) T 3 - <u>L'enseignement des mathématiques dans les classes de F des lycées techniques industriels</u>.

On souhaite la participation de collègues d'autres disciplines, essentiellement des enseignements professionnels.

I 1 - <u>Initiation à l'informatique</u>.

Prises de contact ; application à la pédagogie.

I 2 - <u>Initiation à l'informatique</u>.

Apprentissage d'un langage.

M-P - <u>Math-Physique</u>.

R - <u>Recherche de thèmes en astronomie</u>.

Le groupe se fixe pour objectif de fournir un champ d'application original aux programmes de l'enseignement secondaire tout en servant la culture générale des élèves.

---

10 % sur des fils & des pointes

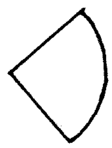
Cette activité s'est déroulée dans le cadre des 10 % au L.T.I. de Sélestat, durant deux journées consécutives. Puis elle a trouvé un prolongement dans le Foyer Socio-éducatif et le ... cours de mathématique.

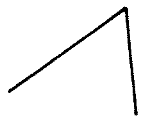
La réalisation des tableaux s'est effectuée en deux temps : l'explication puis l'application des techniques.

L'explication des techniques :

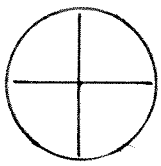
Elle est fort simple dans la mesure où deux principes de base permettent de créer les figures les plus diverses : Soit le travail sur trois côtés, soit le travail sur deux côtés.

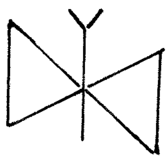

triangle

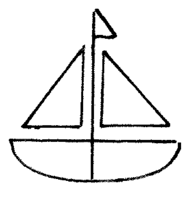

quart de cercle


angle

On constate que l'assemblage de plusieurs figures permet de réaliser les formes les plus diverses


cercle


papillon


bateau

Des pointes sont enfoncées le long des côtés puis reliées entre elles de différentes façons par un fil.

L'intérêt de cette activité réside dans la créativité. Chacun peut en effet se procurer des réalisations particulièrement bien conçues , mais le but recherché n'est pas tellement de copier des maquettes existentes mais bien plus de personnaliser son oeuvre en partant de quelques principes simples.

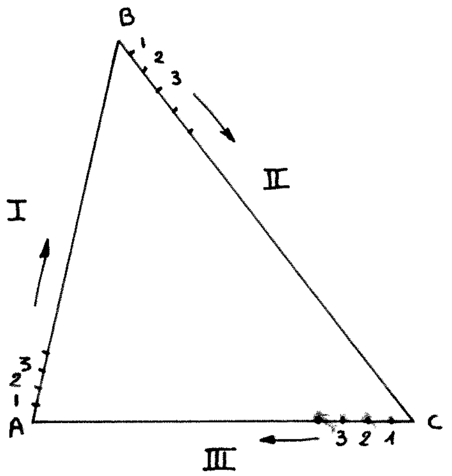
Ainsi le rôle de l'animateur se limite exclusivement à rectifier certaines formes difficiles à exprimer et à suggérer différentes possibilités.

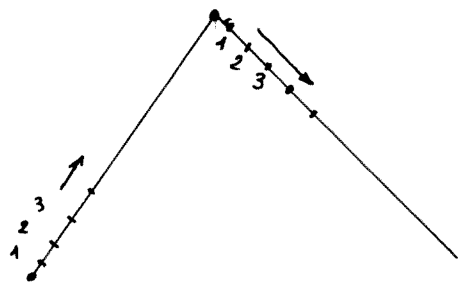
L'application des techniques :

Les élèves établissent d'abord un projet sur une feuille de papier à petits carreaux (5 x 5 mm). Après d'éventuelles modifications, les dimensions des projets sont reproduites sur un rectangle dessiné au tableau. Ce rectangle a 1,40 m de large et matérialise le coupon de tissu. La disposition judicieuse des projets permet de limiter au maximum la grandeur du coupon.

Le tissu est tendu sur la plaque de bois coupée aux dimensions voulues. Puis le projet (feuille de papier) est déposé sur ce tableau. Ensuite il suffit d'enfoncer les clous aux points prévus. (La figure est d'autant plus belle que le nombre de clous est plus important).

La pose du fil s'effectue en rejoignant les clous des côtés adjacents. Par exemple (figures ci-dessous) on joint les points A , B , C puis 1 du côté I , 1 du côté II , 1 du côté III , 2 du côté I , 2 du côté II ... Ceci pour le triangle. Dans le cas d'un angle, on joint dans l'ordre : 1 I , 1 II , 2 I , 2 II etc...





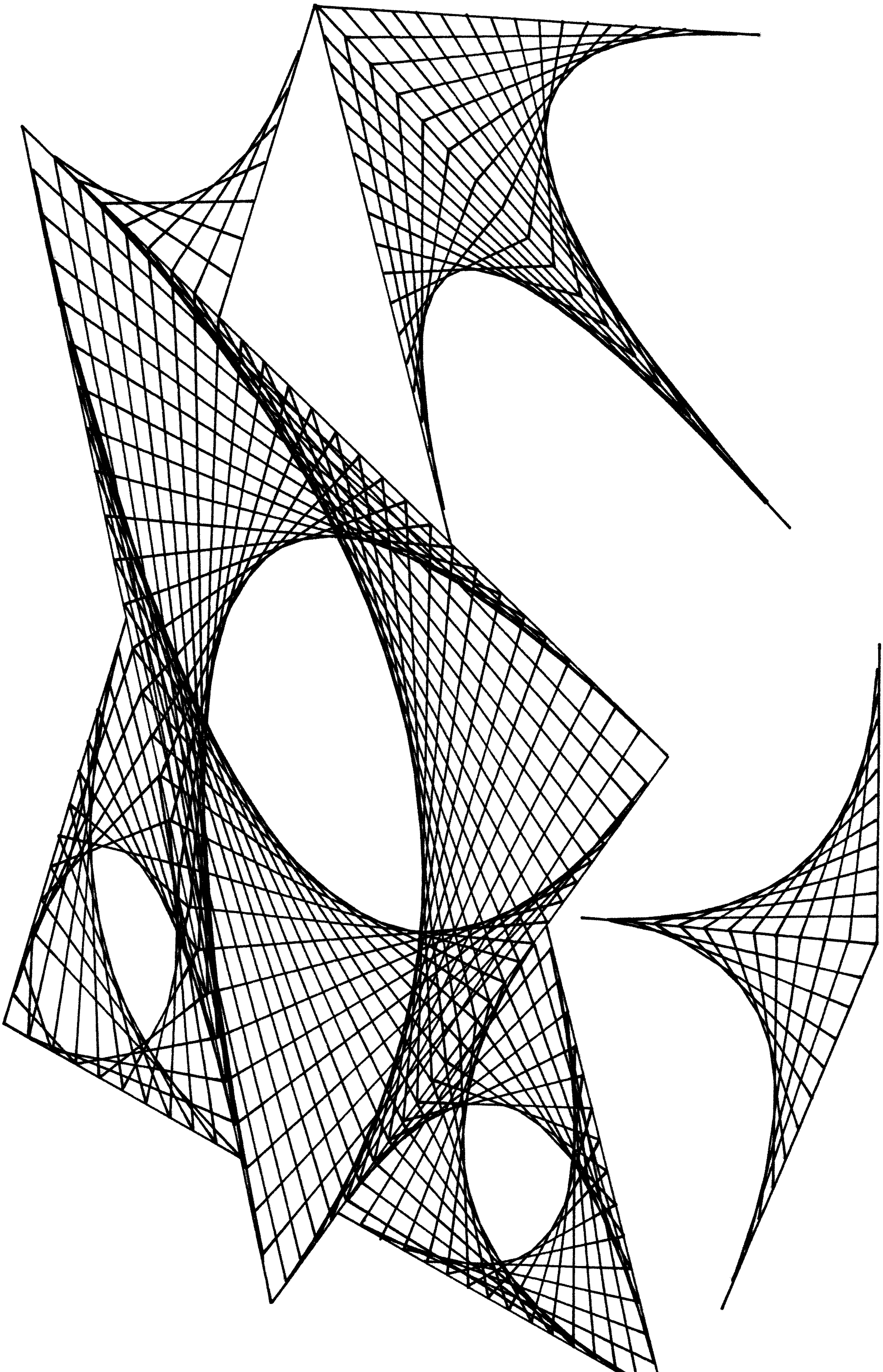
Jacques JEAN
Conseiller d'éducation
LTI Schwilgué

Sélestat

Plusieurs élèves de première E ayant suivi l'activité décrite ci-dessus, j'ai profité de l'occasion pour leur parler d'enveloppe de droites (nous venions déborder les problèmes de tangence) et leur montrer qu'ils avaient tracé de nombreuses paraboles.

Soit $y = ax^2 + bx + c$ l'équation d'une parabole (P) et soit $y = mx + p$ l'équation d'une droite (D) . On exprime que la droite (D) est tangente à la parabole (P) ; on trouve la condition :

$$p = \frac{-1}{4a} m^2 + \frac{b}{2a} m - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$



Inversement, si p dépend de m par une équation du deuxième degré :

$$p = \alpha m^2 + \beta m + \gamma$$

alors la droite (D) d'équation $y = mx + p$ est tangente à la parabole (P) d'équation $y = ax^2 + bx + c$ où a , b , c valent respectivement :

$$-\frac{1}{4\alpha} \qquad -\frac{\beta}{2\alpha} \qquad -\frac{\beta^2 - 4\alpha\gamma}{4\alpha}$$

Considérons maintenant, dans un repère, les deux droite d'équations $y = x$ et $y = -x$; sur chacune de ces deux droites considérons les points suivants (où i parcourt l'intervalle $[0,n]$, $n \in \mathbb{N}$) :

sur $y = x$ les points (i, i)

sur $y = -x$ les points $(-i, i)$

Associons les points (i, i) et $(i-n, n-i)$ et cherchons l'équation de la droite joignant ces deux points :

$$y = \frac{2i-n}{n} x + 2i\left(\frac{n-i}{n}\right) \qquad \text{de la forme} \qquad y = mx + p$$

En éliminant i entre les valeurs de m et de p on trouve :

$$p = -\frac{1}{2n} m^2 + \frac{1}{2n}$$

Ce qui prouve que toutes les droites sont tangentes à la parabole d'équation :

$$y = \frac{n}{2} x^2 + \frac{n}{2}$$

Jean LEFORT
Professeur de mathématique
LTI Schwilgué
Sélestat

Le dessin ci-contre représente la maquette d'un projet réaliser par Alain BLAISE, élève de Terminale E au LTI Schwilgué de Sélestat. Cette maquette a été simplifiée par rapport au projet effectivement réalisé; dans un but de lisibilité un point sur deux (donc un fil sur deux) a été supprimé.

Les professeurs qui seraient intéressés par cette technique, soit pour eux, soit pour leurs élèves, trouveront de plus amples renseignements dans le livre " Des fils et des pointes " chez Dessain et Tolra.