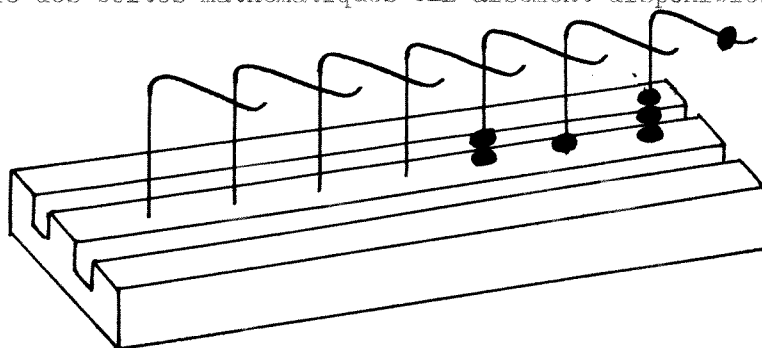


Numération en 6°

Ces quelques lignes veulent vous relater un travail effectué dans une classe de sixième de trente trois élèves. Depuis le début de l'année, je travaillais avec un groupe de l'IREM de Strasbourg. Pour concrétiser les discussions que nous avions, je désirais pouvoir observer véritablement un groupe d'enfants au travail. Cela ne m'était possible que si les élèves avaient personnellement de quoi s'occuper pendant ce temps. Au moment d'aborder la numération en base autre que la base dix, je trouvais au CES de quoi fabriquer des bouliers. Ce matériel fait partie des boîtes mathématiques CEL aisément disponibles :



Je voulus profiter de ces bouliers pour faire découvrir par les enfants les différents algorithmes qui permettent de calculer l'écriture d'un nombre dans une base choisie. Je désirais aussi montrer à mes élèves qu'ils avaient les moyens de vérifier leurs calculs et même certaines de leurs intuitions avec le boulier et qu'ils ne devaient plus dépendre du professeur pour se faire une certitude sur leurs résultats.

Pour cela je rédigeais des feuilles polycopiées devant guider leur travail (voir annexes). La première demanda deux séances pour être terminées par les enfants. Elle expliquait comment construire le boulier et l'usage d'un tel instrument : chaque fois que les élèves avaient enfilé dix perles sur une tige, ils remplaçaient ces perles par une perle unique sur la tige consécutive à gauche. Les premières perles étaient placées sur la tige la plus à droite. A la fin de la manipulation, ils pouvaient "lire" l'écriture décimale du nombre de perles qui avaient été mises à leur disposition. Ceci faisait apparaître l'arbitraire du nombre dix choisi ; ils devaient recommencer l'opération, cette fois-ci en base six puis dans n'importe quelle base choisie par eux, toujours à l'aide du boulier.

La deuxième feuille était une suite linéaire de questions demandant aux enfants de décomposer et d'analyser les gestes qu'ils faisaient jusqu'à présent sur les bouliers et de retrouver ainsi qu'elles étaient celles des opérations

(addition, multiplication, soustraction, division) qui correspondaient à ces gestes. Après chaque question, il était proposé de trouver une vérification de la réponse donnée à l'aide des résultats trouvés lors des séances précédentes. Cette feuille a nécessité une séance et demi à deux séances suivant les élèves.

La troisième feuille permettait de calculer l'écriture d'un nombre en base dix lorsqu'on connaissait son écriture dans une base donnée. Il faut donc savoir combien "vaut" une perle sur une des tiges du boulier suivant la position de cette tige. Enfin une quatrième feuille abordant les opérations dans une base donnée à l'aide du boulier.

Pour que les élèves puissent communiquer entre eux sans gêner leurs camarades, il fallait améliorer leurs conditions matérielles. Je choisis de leur faire faire ce travail lorsque j'avais seulement la moitié de la classe. C'était le Samedi matin de huit à neuf heures pour l'un des groupes et de neuf heures à dix heures pour l'autre groupe. Après un arrangement avec le professeur de français, j'avais obtenu une salle prévue pour une classe complète. J'avais disposé les tables en huit groupes de deux bien espacés les uns des autres en repoussant les tables et les chaises inoccupées dans un coin. Il y avait un boulier pour deux élèves en général, un seul groupe de trois devait se contenter d'un boulier.

Je passais toutes ces séances à observer le plus fidèlement possible à la fois chacun des huit groupes présents simultanément dans leur démarche et aussi l'atmosphère générale de la classe. Pour cela je passais régulièrement un moment avec chaque groupe et je notai tout ce que j'avais pu observer de remarquable. Ces notes m'ont aidées à rédiger les feuilles photocopiées au fur et à mesure du déroulement de cette recherche.

Déroulement des séances :

La première séance me permit de voir mes élèves sous un jour nouveau ! Ils ont été désarmés par cette nouvelle façon de travailler. Leur plus grande surprise fut d'être autorisés à parler entre eux pendant toute l'heure. Cette liberté inhabituelle dans le cours de mathématiques fit tout d'abord qu'ils se comportèrent comme s'ils étaient en récréation. Les perles rebondissaient à travers toute la salle poursuivies avec entrain par les enfants. J'ai pu admirer en particulier un "plaqué" au sol mené par deux garçons qui s'est achevé par une glissade sur le ventre pour aboutir à mes pieds. Cela tenait plus de l'entraînement de football que du cours de mathématiques ! Cependant au milieu de ce désordre, les élèves purent se familiariser avec le maniement du boulier.

Je persévérais donc et j'organisais la semaine suivante une deuxième sé-

ance. L'ambiance fut d'emblée plus studieuse : ce qu'ils pouvaient obtenir avec le boulier les intéressaient plus que les jeux de billes. Le troisième samedi, six élèves sont venus m'aider à ranger les tables et à préparer le matériel avant la classe. Leurs camarades sont entrés en silence dans la salle arrangée. Chacun s'est installé. Tous ont commencé à monter les bouliers. On a distribué les feuilles : il y eut des conversations un peu bruyantes au début, mais au bout de cinq minutes la classe était calme. Tous travaillaient sauf un qui se désintéressait de la question. Des élèves, qui avaient déjà étudié la numération l'année précédente en CM 2, se réfèrent à leurs souvenirs sans essayer de relier la pratique à la théorie. Les élèves en général étaient peu habitués à visualiser un objet mathématiques, ici une division. Ils avaient été un peu surpris, lorsque j'avais refusé de vérifier chaque réponse pas à pas. En réaction, plus aucune question n'avait été posée. Chaque groupe s'était pris au jeu de se débrouiller lui-même. Lorsque j'étais passée à la fin de l'heure pour voir où chacun en était, j'avais trouvé chez pratiquement tous une difficulté inouïe pour expliquer ce qu'ils faisaient.

La semaine suivante, des élèves étaient montés avant l'heure pour installer la salle. Il a fallu dix minutes pour que la classe se calme d'elle-même. Pratiquement aucune perle ne tomba. Un décalage commença à se faire entre les groupes, certains ayant commencé la troisième feuille photocopiée. Quelques groupes n'arrivaient pas à répondre aux questions et n'osaient pas m'appeler. Leur principale difficulté venait de ce qu'ils ne voulaient pas répondre question par question. Ils tatonnaient au milieu de toutes les questions dès qu'ils avaient une lueur de réponse pour l'une ou pour l'autre. Ils n'avaient pas compris que l'ordre des questions était indispensable. D'autres renaclaient devant le fait de devoir continuer à répondre à des questions alors qu'ils n'étaient pas sûrs (assurance donnée à leurs yeux uniquement par l'acquiescement du professeur) de ce qu'ils avaient fait auparavant.

Le cinquième samedi, quatre élèves étaient montés directement sans moi avant l'heure et avaient commencé à reanger les tables sans trop de bruit et de désordre. On sentait qu'ils prenaient possession de leur salle. Dès que le matériel arriva, les élèves se sont mis à monter les bouliers. Leurs camarades sont arrivés et se sont installés. Ils étaient au travail avant que la cloche ne sonne. Pendant cette séance, les groupes allaient vérifier les calculs entre eux et transmettaient les résultats d'un groupe à l'autre. On sentait une cohésion très forte de la classe, tout au moins d'une partie, certains groupes restant à l'écart.

La dernière séance fut assez perturbée. L'administration ayant procédé à

un remaniement des deux demi-groupes pour que chacun ait soit le chef de classe, soit le sous-chef de classe. Il y eut une réaction assez forte contre ce changement imposé de l'extérieur : plus de bruit que d'habitude au début, nécessité de donner beaucoup plus d'explications, les feuilles polycopiées ne suffisant plus. Un groupe a passé plus de temps à bavarder qu'à travailler.

A la suite de ces séances, il y eut une leçon synthèse permettant aux élèves de fixer les résultats trouvés sur leur cahier de mathématiques. Il suffira le lendemain d'une demi-heure d'exercices pour que plus aucun élève ne se trompe jusqu'à la fin de l'heure. Les résultats sont restés mieux fixés dans la mémoire des enfants pour autant que je puisse comparer avec l'année précédente.

En conclusion, j'aimerais faire quelques remarques. Ce qui fut frappant, c'est qu'une discipline spontanée s'était instituée. Au bout de deux séances, si par hasard une perle tombait, seul un enfant du groupe d'où elle était partie la rattrapait, les autres ne levaient pas la tête. Ce calme qui régnait sur la classe a eu même une influence sur le comportement individuel : un élève s'est rendu brusquement compte du bruit qu'il faisait et spontanément a cherché à l'atténuer sans intervention ni de ma part ni de la part de ses camarades.




En discutant ensuite de cette expérience avec les élèves, je fus étonnée de me rendre compte combien tous les enfants s'étaient sentis plus satisfaits de la structure plus permissive de la classe : ils avaient apprécié que chacun puisse donner une réponse contrairement à l'interrogation orale habituelle ; ils s'étaient sentis plus suivis individuellement puisqu'une fois la feuille terminée, je discutais seulement avec deux d'entre eux.

Par contre, j'avoue n'avoir pas toujours pu fournir des questions utilisant toutes les capacités de la classe. En particulier, le troisième samedi, un élève m'a pris de court en m'expliquant qu'ils avaient déjà tous les calculs que je demandais ce jour là, dans sa tête la séance précédente ... pour vérifier ses manipulations avec des perles. Un autre groupe, qui n'arrivait pas à suivre la progression que j'avais proposée, avait inventé une autre méthode pour trouver le résultat : Ils "montaient" la suite des nombres dans une base choisie jusqu'à ce qu'ils obtiennent celui qu'ils avaient pris.

Pour terminer cet exposé, je voudrais dire deux mots des suites possibles de ce travail : d'une part, une rédaction de fiches moins linéaires, d'autre part peut-être prendre en diapositives les différents gestes des élèves avec le boulier pour les aider à décomposer un mouvement, difficultés souvent rencontrées chez les jeunes enfants.

A N N E X E S

FEUILLE 1

Tu as devant toi de quoi faire un boulier : il y a une glissière en plastique  deux ressorts plats  et des tiges  . Prends un cahier 21x27. Pose la glissière dessus dans le sens de la longueur et fixe-la avec les deux ressorts. Anfile les tiges dans les trous qui sont sur le relief central : tu as maintenant un boulier.


Le boulier est la plus ancienne machine à calculer du monde. Tu vas l'utiliser pour compter le nombre de perles que tu as devant toi.

Dans la tige la plus à droite, enfile les perles. Chaque fois que tu en as dix sur la tige, tu les enlèves et tu enfiles une perle dans la tige qui est à côté, à gauche et tu mets les 9 restantes de côté.

La tige la plus à droite correspond aux unités, la suivante aux dizaines, sa voisine de gauche aux centaines Si tu as une perle sur la tige à droite et 3 sur la suivante, cela veut dire que tu as 31 perles.

Essaie avec d'autres nombres de perles de faire le même travail

Mais pourquoi a-t-on choisi 10 ? Parce que l'homme a 10 doigts avec ses deux mains et que l'on commence à compter avec ses mains.

Supposons que tu es un martien qui a six doigts seulement  Chaque fois que tu auras 6 perles sur la tige de droite, tu les enlèves et tu enfiles une perle à gauche.

Comment s'écrirait le nombre de perles que tu as ?

On dit que l'on a compté en base 6 . Habituellement on compte en base dix. On peut donc compter en choisissant un nombre quelconque. Ecris le nombre de perles que tu as dans différentes bases : 7 , 5 , 4 , 3 et même pourquoi pas 12 , 13 et 11.

FEUILLE 2

Monte le boulier. Prends 20 perles et enfile-les toutes sur la tige de droite. Choisis une base. Enlève les perles qu'il faut pour que la tige de droite te donne le nombre d'unités dans cette base.

Quelle opération (multiplication, addition, division, soustraction) correspond à ce que tu viens de faire ? Comment retrouves-tu sur cette opération :

- 1) le nombre de perles qui sont sur la tige à droite.
- 2) Le nombre de perles qui sont sur la tige à gauche ?

Si le nombre de perles est suffisamment grand, il faut continuer la manipulation pour obtenir l'écriture dans la base choisie.

A chaque geste correspond une opération. Laquelle ?

Prends un nombre et calcule uniquement avec les opérations son écriture dans la base choisie. Vérifie sur le boulier.

FEUILLE 3

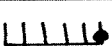
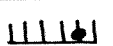
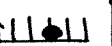
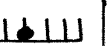
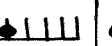
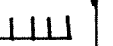
On veut retrouver l'écriture d'un nombre en base 10 lorsqu'on connaît l'écriture de ce nombre dans une autre base. Il s'agit de refaire à l'envers le travail sur le boulier.

Soit par exemple 123 en base 4. Ecris ce nombre sur le boulier. Combien dois-tu ajouter de perles sur la tige de droite si tu enlèves une perle parmi les deux qui sont sur la deuxième tige ? Combien dois-tu ajouter de perles sur la deuxième tige si tu enlèves la perle de la troisième tige ?

Peux-tu retrouver le nombre de perles écrit en base 10 maintenant ? Vois-tu un moyen de vérifier si ton résultat est juste ? Choisis un autre nombre dans cette même base 4 et retrouve son écriture en base 10. Vérifie.

Choisis maintenant un autre nombre et une autre base. Peux-tu retrouver son écriture en base 10 ?

Pour pouvoir trouver par quelles opérations on peut calculer l'écriture d'un nombre en base 10, connaissant son écriture dans une base donnée, il faut savoir combien de perles (en base 10) correspondent à une perle sur une tige du boulier, et cela pour toutes les tiges du boulier. Résumons ces résultats dans un tableau :

base						
base 2						
base 3						
base 4						
base 5						

Quelles sont les opérations qu'il faut effectuer pour trouver par le calcul l'écriture en base 10 de $123_{(4)}$.

FEUILLE 4

Monter le boulier. Choisir une base.

Addition : Choisir deux nombre dans la base. Les écrire sur le boulier l'un puis l'autre en ayant laissé le premier nombre sur le boulier : vous faites la somme de ces deux nombres. Ecrire le résultat dans la base choisie.

Sur le papier, écrire l'opération faite et mettre les retenues en rouge.

Recommencer cette opération avec deux autres nombres.

Pouvez-vous écrire une table d'addition dans la base que vous avez choisie ?

Soustraction : essayez de même de faire une soustraction dans une base choisie.

Activités de l'I.R.E.M. en 76-77

Le programme des activités offertes aux stagiaires de l'I.R.E.M. pour 1976-77 a été envoyé dans tous les établissements. On ne trouvera ci-dessous qu'un extrait des différentes indications proposées. Pour plus de détails, on voudra bien se renseigner auprès de son chef d'établissement.

Les différentes activités ont été regroupées par thèmes. On notera essentiellement :

A : initiation à l'analyse d'activités scolaires

P : psychopédagogie

H : activités heuristiques

F : formation permanente des professeurs du premier cycle

T : l'enseignement technique

I : initiation à l'informatique ...

Par rapport à l'an passé, le programme comporte quelques nouveautés qui ont été indiquées par (N).

(N) A 1 - Evaluation : les élèves du 1er cycle et la notation des devoirs.

La fiabilité de la correction, les critères d'élaboration d'épreuves, la comparaison de performances attendues et observées, l'estimation par les élèves de leur travail.

(N) A 2 - Evaluation en terminales scientifiques.

Mise en évidence des critères implicites retenus pour l'élaboration des sujets, l'établissement des barèmes et la correction des copies aux baccalauréats C, D et E. Répercussion sur l'enseignement.

(N) A 3 - Analyse de l'activité scolaire à partir des travaux produits par les élèves.

Etudier par quels mécanismes un élève est "exclu" d'une classe, c'est-à-dire classé comme mauvais élève.

(N) P 1 - L'influence du langage dans l'enseignement des mathématiques.

- Le lexique mathématique chez les élèves,
- la négation et la contradiction,
- équivalences sémantiques et définitions,
- transposition en énoncés symboliques des énoncés linguistiques,