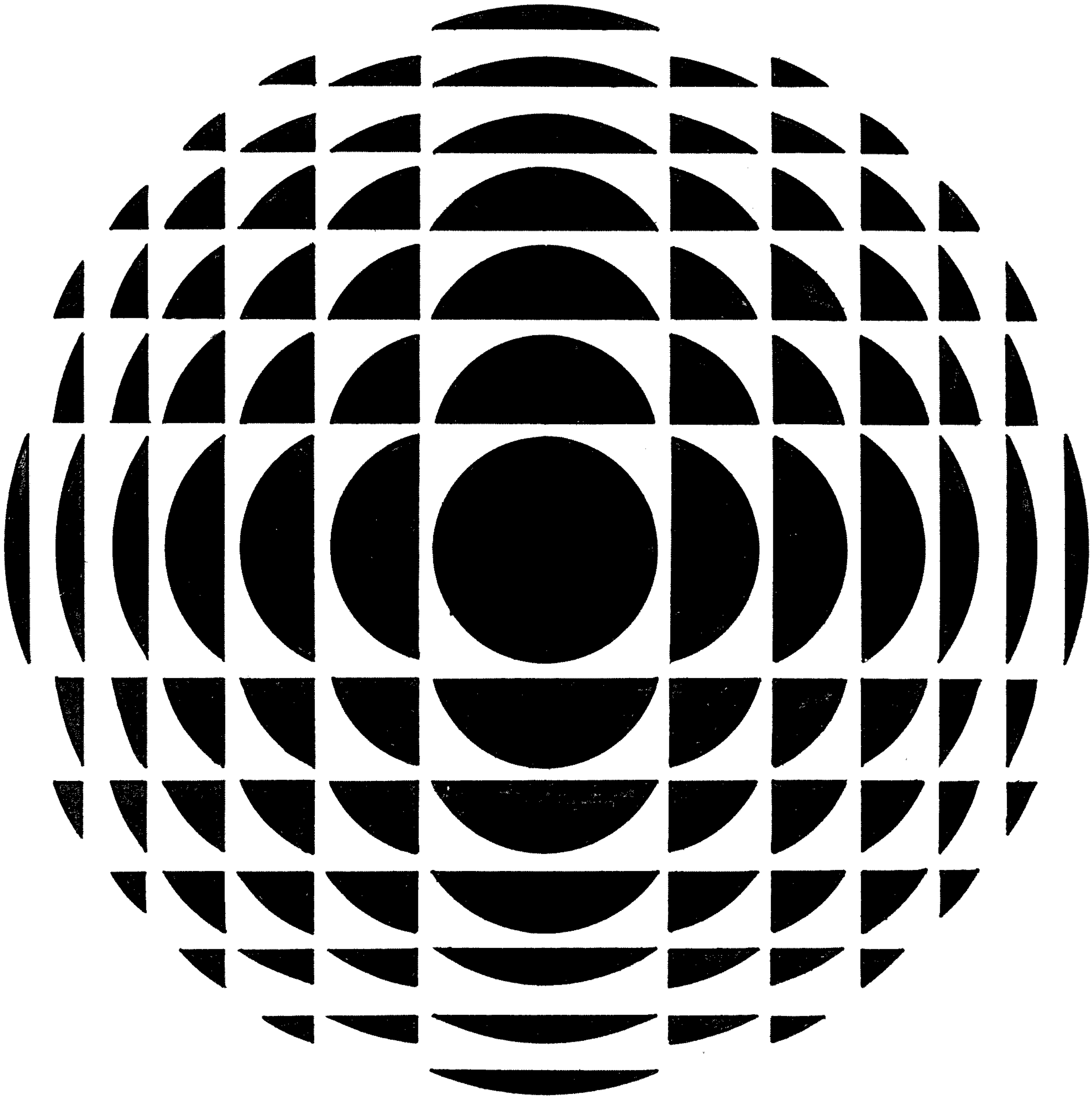
l'ouvert n°14

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG - FEV. 78



NOTRE COUVERTURE : Reproduction d'un dessin utilisé dans la publicité pour l'optique KRYS. La trame est formée de deux réseaux de parallèles dont la distance décroit suivant une progression géométrique. Les cercles sont tels que l'ensemble soit harmonieux (centres alignés en nombre aussi faible que possible).

SOMMAIRE

Amitié

La légende raconte qu'un jour se noua le dialogue suivant entre un disciple initié (*) et Pythagore :

- Maître ! Qu'est-ce que l'amitié ?
- L'amitié, c'est la relation qu'il y a entre les nombres 220 et 284 .
- ....! Mais qu'ont donc de si particulier ces deux nombres ?
- Si tu fais la somme des parties aliquotes (les diviseurs différents du nombre) de 220 alors tu obtiens 284 ; de même si tu fais la somme des parties aliquotes de 284, tu obtiens 220. Ainsi chacun des deux nombres a tout donné à l'autre pour se retrouver en lui. C'est cela l'amitié.

Cette leçon de morale de la part des pythagoriciens ne doit pas nous étonner, eux qui étaient avant tout des philosophes et qui n'étudiaient les nombres (et la géométrie) que pour en rechercher l'aspect mystique.

Etudions d'un peu plus près les nombres 220 et 284. Quand Pythagore parle de parties aliquotes, il faut comprendre les diviseurs sauf le nombre lui-même ; ainsi :

220 a pour parties aliquotes 1 , 2 , 4 , 5 , 10 , 11 , 20 , 22 , 44 , 55 , 110

et $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$

de 284 a pour parties aliquotes 1 , 2 , 4 , 71 , 142

et $1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$

Appelons "amis" ou "amiables" deux tels nombres. On ne connait pas beaucoup de chose sur les nombres "amis". Le couple suivant est (10 744 , 10 856) , le suivant a été découvert par Fermat (toujours lui !) en 1636 et c'est (17 296 , 18416).

Par contre, on connait beaucoup plus de résultats sur les nombres, que l'on devrait qualifié d'"égocentristes" par opposition au précédents et que l'on qualifie de "parfaits", (le langage mathématique réserve, comme ça, des surprises), et qui sont tels qu'ils sont égaux à la somme de leurs parties aliquotes.

Par exemples : $6 = 1 + 2 + 3$

$28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$

. . . .

(*) Chez les pytagoriciens, il y avait deux classes de disciples : les "auditeurs", astreints au silence et les "initiés". Mais tous observaient une discipline très stricte (jeûnes, chasteté,...) qui s'apparentait à maintes pratiques religieuses.

Si on ne connaît pas tous les nombres parfaits, on peut en construire beaucoup. En effet, si $2^n - 1$ est un nombre premier, alors :

$$p = (2^n - 1).2^{n-1}$$ est un nombre parfait.

Car il est alors clair que les seuls diviseurs de p (distincts de p) sont, par ordre croissant :

$$1, 2, 2^2, 2^3, \ldots, 2^{n-1}, (2^n - 1), (2^n - 1).2, (2^n - 1).2^2, \ldots, (2^n - 1).2^{n-2}$$

or : $1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1$

et : $(2^n - 1) + (2^n - 1).2 + \ldots + (2^n - 1).2^{n-2} = (2^n - 1)(2^{n-1} - 1)$

D'où le résultat.

Tout le problème revient à chercher les nombres premiers de la forme $2^n - 1$. (nombres de Mersenne). Les premières valeurs de n qui conviennent sont : 2 , 3 , 5 , 7 13 , ... qui correspondent aux nombres parfaits : 6 , 28 , 496 , 8128 , 33550336 , ...

On démontre, réciproquement que tous les nombres parfaits pairs sont de la forme ci-dessus. On ne sait rien sur les nombres parfaits impairs, même pas s'il en existe !

Jean Lefort

"L'OUVERT" : responsable de la publication : Jean Lefort
22 rue du Dr A. Schweitzer
WINTZENHEIM -- 68000 COLMAR

impression et secrétariat : I.R.E.M. de Strasbourg
10 rue du Gl Zimmer
67084 STRASBOURG CEDEX

A propos du baccalauréat

- En ce qui concerne l'élaboration des sujets, la procédure est actuellement la suivante :
  - Le Recteur convoque pour chaque section comportant une épreuve de mathématiques écrite, un certain nombre de professeurs du second degré sur proposition de l'I.P.R. Ceux-ci se réunissent alors, plusieurs fois s'il le faut, sous la présidence d'un professeur de l'Université pour élaborer ensemble deux sujets au moins plusieurs dans le cas où l'Académie est chargée de la session de Septembre pour l'est de la France. La commission est alors amenée à fixer un ordre de préférence entre ces sujets, et à les proposer à l'Inspection Générale.
  - Lorsque les sujets sont ainsi élaborés, ils sont soumis à des professeurs "cobayes" proposés par l'Inspection : Ils ont pour mission de traiter les sujets, de les vérifier et ce sont eux qui sous la présidence du même professeur d'Université constituent la commission de choix des sujets.
  - L'Inspection Générale prend connaissance des sujets proposés par la commission d'élaboration et communique son avis à la commission de choix des sujets ... C'est cette dernière qui arrête définitivement les sujets.

A ce propos, la Régionale de L'APMEP de Strasbourg

- Exprime son accord avec le principe de cette procédure.
- A demandé à l'I.P.R. de proposer pour la commission de chacune des sections concernées, des collègues enseignant dans la dite section, depuis plusieurs années pour la majorité d'entre eux.
- Demande aux collègues qui sont membres de ces commissions
  - de ne mandater leur président de commission pour les modifications éventuelles des sujets proposés que dans la mesure où celles-ci ne concernent que la forme du texte ; d'exiger d'être de nouveau réunis pour toutes modifications qui engageraient le fond des sujets proposés, si elles s'avéraient utiles après l'avis du professeur "cobaye".
  - de s'appuyer sur les instructions contenues dans la circulaire ministérielle du 23 novembre 72 (modifiée par celle du 14 novembre 73 et du 19 décembre 75) concernant le contenu des sujets, les objectifs des exercices et du problème, la progression des questions et le temps de rédaction (ces textes sont joints à la convocation), en particulier :

    "Un exercice est une application directe du cours, il se réfère à des con-

"naissances qui s'inscrivent ordinairement dans le cadre d'un seul chapitre "du programme que la lecture de l'ennoncé doit permettre d'identifier faci- "lement."

"Le problème comporte plusieurs questions graduées. Il doit normalement "faire appel à divers chapitres du programme... Il demande une initiative "dans la reconnaisance de ces chapitres, dans l'enchaînement des démarches "-qui doit exclure un saut brutal-, dans le choix des méthodes. On évitera "les sujets se situant aux frontières du programme. L'énoncé du problème... "sera tel que le candidat puisse contrôler au fur et à mesure l'exactitude "de ses résultats."

"Pour les séries C, D, D', et E, l'épreuve... a une durée de quatre heures. "On veillera à maintenir dans une ampleur modérée les sujets proposés ; il "n'y a pas d'inconvénient à ce qu'un bon élève puisse traiter l'épreuve en "trois heures ; l'essentiel est qu'un élève moyen, rédigeant posément après "avoir réfléchi posément, puisse l'achever en quatre heures."

- En ce qui concerne les jurys d'examen, la procédure est actuellement la suivante :
  - Le service des examens du Rectorat constitue ces jurys à partir des listes que lui fournissent les chefs d'établissements ; listes indiquant des noms de collègues, et la ou les sections dans lesquelles ceux-ci enseignent, mais sans précision d'ancienneté.
  - Les jurys sont dédoublés ; deux professeurs de mathématiques par jury.

A ce propos la Régionale de l'APMEP de Strasbourg
- s'est assurée auprès du service des examens que dans toute la mesure du possible les membres d'un jury d'une série enseignaient dans une classe terminale de cette série.
- demande aux collègues examinateurs de ne fixer le barême de correction qu'après un premier examen des copies.

Pour la Régionale : Michel de Cointet

Entretien avec M. Silvestre - I.P.R. -

L'Ouvert : Monsieur Silvestre, nous vous remercions de bien vouloir nous recevoir pour un entretien sur votre métier d'Inspecteur. Il nous semble logique de commencer par les motivations qui vous ont amené à devenir I.P.R.

M. Silvestre : Essentiellement, c'est un besoin de changement et plus précisément un besoin d'étendre le champ de mes activités. Pour ma part, j'ai enseigné pendant quinze ans en première et en mathélem et j'ai eu beau modifié, amélioré mon cours chaque année,... j'ai eu l'impression peu à peu de tourner en rond. Je n'ai d'ailleurs pas attendu quinze ans pour sortir du cadre de la classe : Ce furent les interrogations en Maths Sup. et Maths Spé à Kléber et même avant, dès 55 ou 56, quand j'enseignais à Lunéville et que j'allais à Nancy de temps en temps pour suivre des conférences m'initiant aux notions de groupe, anneau, corps, espace vectoriel,... notions qu'à l'époque, même les agrégés ne connaissaient pas. Une fois à Strasbourg, en 59, il y eût les soirée A.P.M.... Enfin en 68, il y eût la création des I.R.E.M. et j'ai eu la chance d'être choisi comme animateur.

L'Ouvert : Vous parlez de "chance" ; mais c'est bien parceque vous vous étiez intéressé à tout ce courant "moderniste" que vous vous êtes retrouvé à l'I.R.E.M.

M. Silvestre : Sans doute. Et notre tâche, à l'époque, fut une tâche de recyclage des enseignants.

L'Ouvert : Comme dans les deux autres I.R.E.M. (celui de Paris et celui de LYon) créés à l'époque.

M. Silvestre : Et je crois que c'est à ce moment là que s'est produit le "déclic". J'ai découvert une forme d'enseignement qui s'adresse aux adultes et qui n'a plus rien de scolaire. Surtout on se retrouve face à des personnes qui n'acceptent pas d'emblée ce qu'on leur dit.

L'Ouvert : C'est une certaine réticence intellectuelle.

M.Silvestre : Voilà, d'autant plus que le corps enseignant est assez frondeur.

L'Ouvert : Ca n'a rein de comparable avec des élèves, qui même en terminale béent d'admiration devant les abstractions que développe au tableau le professeur.

L'Ouvert : Même après 68 ?

M. Silvestre : Oui, car en Terminale C il n'y a jamais eu beaucoup de contestation...

Finalement, j'ai pris goût à cette forme d'enseignement auprès des adultes et c'est ce qui m'a conduit à l'époque à accepter un poste à l'Ecole Militaire. Et j'y ai trouvé beaucoup d'intérêt, car à Strasbourg, l'Ecole Militaire est essentiellement une école de promotion sociale.

Mais enfin, on a beau aimé les mathématiques, et je les aime et j'aime les enseigner, tout cela se fait dans un cadre relativement étroit et artificiel qui est celui de l'école, coupée de la vie.

Je me suis donc intéressé de plus en plus à des problèmes qui n'ont plus rien de mathématiques : problèmes pédagogiques, raisons des échecs scolaires etc...

C'est pourquoi, au moment du départ de M. Bronner, je me suis dit que la fonction d'I.P.R. me permettait de rester en contact avec l'enseignement tout en élargissant le champ de mes activités.

L'Ouvert : En fait, l'itinéraire que vous venez de nous décrire est celui de nombreux collègues.

M. Silvestre : C'est exact, et c'est de cette façon que de nombreux professeurs deviennent Chef d'Etablissement.

L'Ouvert : Mais un Chef d'Etablissement est accaparé par des tâches administratives ce qui l'oblige à reléguer sur un plan secondaire son rôle éducatif.

M. Silvestre : C'est tout à fait vrai et je n'aurais pas du tout voulu être chef d'Etablissement.

L'Ouvert : Justement, cela montre qu'il se pose un problème de promotion des enseignants qui n'est pas du tout résolu dans l'état actuel, car beaucoup ne veulent pas ou ne peuvent pas être chef d'établissement et finissent par se replier sur eux-même.

M. Silvestre : Et tout le monde ne peut pas être I.P.R. ! Oui, si on ne se découvre pas un centre d'intérêt qui prolonge le travail qui se fait en classe, on aboutit souvent à une certaine routine ; cela me paraît plus nécessaire encore pour nos collègues qui enseignent exclusivement dans les collèges.

L'Ouvert : Tout cela est très intéressant et, croyons-nous, touchera beaucoup de professeurs. Mais nous aimerions revenir sur ce que vous nous avez dit de votre amour des mathématiques. N'est-ce pas contradictoire avec la fonction d'I.P.R. ?

M. Silvestre : Non, car l'I.P.R. reste en contact avec l'enseignement (élèves et professeurs), et aborde un tas de problèmes relationnels - et là je suis tranquille, je n'aurai pas épuisé ce genre de problèmes avant la retraite. Quant à l'aspect mathématique, j'avais pensé un moment qu'il serait souhaitable que l'I.P.R. conserve une classe. Mais je me rends compte que pratiquement ce n'est pas possible. Il y a trop d'imprévu dans ma tâche, et sauf à restreindre mon champ d'activité, ce qui serait dommage, on ne peut pas garder une classe.

Alors, comment ai-je résolu mon problème ? Essentiellement en me réservant une après-midi par semaine pour faire des mathématiques. Faire des mathématiques, pour moi, ce n'est pas faire des choses transcendantes. C'est par exemple traiter la géométrie de 4ème par les dilatations (comme à l'I.R.E.M.) ou avec l' axiome du milieu ... Ou bien faire de l'arithmétique du niveau de T.C. ...

L'Ouvert : Est-ce que, au moment où vous êtes devenu I.P.R., vous aviez en tête un certain nombre d'idées pédagogiques que vous pensiez pouvoir ainsi faire passer ?

M. Silvestre : Ah non ! A mon avis il faut absolument éviter cela. Je n'ai pas à surveiller étroitement le travail des professeurs. Surtout qu'en pédagogie, je ne crois pas qu'il y ait une méthode meilleure que les autres. La meilleure méthode, c'est la méthode du professeur, s'il y croit. On peut évidemment présenter d'autres méthodes au professeur. Par exemple la méthode des fiches : Au début j'étais tout à fait convaincu que c'était une excellente méthode, surtout pour les élèves faibles. Maintenant mon impression est beaucoup plus partagée et je crois que c'est toujours une bonne méthode mais pour les bons élèves... Maintenant, si le professeur est convaincu de la justesse d'une méthode, c'est celle-là qu'il doit utiliser.

L'Ouvert : C'est le problème de nombreux stagiaires qui demandent par exemple s'ils doivent tutoyer ou vouvoyer les élèves, alors qu'ils doivent utiliser la façon où ils sont le plus à l'aise.

M. SIlvestre : Exactement.

L'Ouvert : Cela fait une excellente transition avec le rôle de l'I.P.R.

M. Silvestre : Oui. Il ne faudrait pas, ceci étant, que vérifiant le principe de Peter, j'atteigne mon niveau d'incompétence maximum. A ce propos, trois mois après ma nomination, il y eut d'autres nominations d'I.P.R. et parmi celles-ci des gens qui ont démissionné au bout d'un an pour ne pas s'être trouvé à l'aise dans leurs fonctions.

L'Ouvert : Et cela ne pose-t-il pas des problèmes au niveau du déroulement de la carrière ?

M. Silvestre : Non, si la démission intervient rapidement, disons dans l'année.

Pour en revenir à l'I.P.R., j'ai établi ce qui, selon moi, correspond au profil idéal d'un Inspecteur (ce qui ne veut pas dire que j'ai toutes ces qualités) :

— Savoir écouter

— Savoir faire abstraction de ses options ou préférences personnelles et par conséquent être tolérant.

— Savoir être compréhensif. Il faut se souvenir des difficultés qu'on a eues soi-même pour telle ou telle leçon. Et puis on sait bien aussi qu'il y a des jours où ça marche tout seul et d'autres où, on ne sait pour quelle raison, rien ne va. Or notre observation est ponctuelle.

— Faire confiance au professeur ; il arrive à tout le monde de faire des erreurs, mais il faut savoir trouver les raisons de l'erreur. On ne va pas dans une classe en inquisiteur.

— Inversement, il faut inspirer la confiance du professeur. L'Inspecteur est parfois un confesseur. J'ai été étonné, au début, par le nombre des professeurs qui "s'épanchent" sur des sujets qui ne sont pas mathématiques. Mais réflexion faite, c'est assez naturel ; les soucis familiaux retentissent sur l'enseignement de chacun.

L'Ouvert : C'est certain ; l'enseignement demande une disponibilité qu'on ne peut pas avoir tous les jours.

M. Silvestre : Bien sûr. Mais j'avoue que cet aspect de mon travail m'a beaucoup surpris au commencement et que je le comprends mieux maintenant.

L'Ouvert : Il y a sans doute dans votre cas un "coefficient personnel" qui joue. C'est-à-dire que cette situation n'arrive pas à tous les Inspecteurs.

M. Silvestre : C'est évident. Il y a la manière d'aborder les gens.

L'Ouvert : De plus, il y a sans doute une différence entre l'I.G. qui vient de Paris et que les professeurs ne connaissent pas et l'I.P.R. comme vous.

M. Silvestre : Bien sûr, c'est tout à fait différent.

L'Ouvert : Mais alors, est-ce que les liens que vous avez pu lier avec certains professeurs ne vous posent pas de problèmes lors de l'inspection ? Par exemple retrouver des professeurs que vous avez eu dans un groupe I.R.E.M. ?

M. Silvestre : Non, absolument pas, parce qu'à l'I.R.E.M. j'étais animateur. Cela nous permet d'ailleurs d'évoquer de bons souvenirs.

Pour revenir au profil de l'inspecteur idéal, il faut ajouter :

-- Avoir une expérience de l'enseignement à différents niveaux. Par exemple je suis ancien normalien primaire et c'est un avantage dans ma fonction. D'autre part, en 53, quand j'ai débuté, c'était avec des classes du premier cycle.

-- Enfin la qualité qui me paraît essentielle : être doué de bon sens.

L'Ouvert : Il faudrait peut-être préciser : Que veut dire être doué de bon sens pour vous ?

M. Silvestre : Eh bien ! Prenons l'exemple de deux élèves-professeurs à qui on a enseigné la même chose. L'un réussira bien, l'autre se fera chahuter. Cela provient très souvent de maladresses répétées dans la conduite de la classe.

Un autre exemple pour un professeur : ne pas attendre la rentrée du dernier trimestre pour commencer la géométrie de quatrième ...

L'Ouvert : Tout à fait d'accord ; mais pour lemoment, vous ne parlez de bon sens qu'à propos des professeurs.

M. Silvestre : Ah oui ! Mais encore faut-il que l'I.P.R. ayant constaté une telle situation arrive à en analyser les causes. Cela dit en ce qui concerne le bon sens de l'I.P.R. lui-même ...

L'Ouvert : Excusez-nous, mais il y a eu récemment des déclarations du Ministre qui, en gros, signifiaient que les professeurs avaient ou non du bon sens et qu' en conséquence ils étaient ou non bon professeur et qu'une formation quelqu'elle soit ne changerait rien à cette situation. Est-ce que c'est cela que vous entendez ?

M. Silvestre : Non, ce n'est pas cela du tout, mais plutôt une capacité à analyser son propre comportement. Effectivement cette notion de bon sens est trop ambigüe. C'est plutôt et aussi une capacité à se remettre toujours en question, attitude que doit aussi avoir le professeur face au programme et face à sa classe.

L'Ouvert : D'une certaine façon l'inspection est un moyen pour le professeur qui travaille seul d'avoir quelqu'un qui le regarde et lui permette de mieux analyser son comportement. C'est un peu le même phénomène qui se produit pour les collègues qui ont des stagiaires. Une critique du comportement des stagiaires est aussi, en partie, une autocritique.

M. Silvestre : Oui, en quelque sorte.

L'Ouvert : Nous pourrions peut-être passer au rôle et au travail de l'I.P.R. . L'inspection en elle-même, combien de temps vous occupe-t-elle ?

M. Silvestre : En moyenne trois journées par semaine.

L'Ouvert : Et combien cela représente-t-il de professeurs inspectés ?

M. Silvestre : Cela dépend des établissements et de leur éloignement. Mais en gros, quand on a "fait" quatre professeurs (cinq au maximum) dans la journée, c'est bien. Parce qu'après il y a l'entretien individuel qui décrit un peu ce qui s'est passé et qui reflète ce que dira le rapport d'inspection. Certes, le rapport, lui sera écrit, mis en forme tandisque l'entretien sera plus informel. Et surtout, l'entretien est un dialogue. Evidemment il dépend de la personnalité du professeur (réservé ou expansif...), mais j'estime essentiel que le dialogue ait lieu. L'inspecteur doit tenir compte des réflexions personnelles des professeurs, par exemple... Il m'arrive de faire une remarque qui tombe à l'eau à la suite des explications du professeur.

Ensuite, mais ce n'est pas toujours le cas, on peut réunir l'ensemble des professeurs de mathématique de l'établissement pour une discussion libre.

L'Ouvert : Cette réunion vous est-elle souvent demandée ?

M. Silvestre : Oui, très fréquemment. Pour revenir à l'entretien, sa durée est très variable, mais j'avoue que j'ai du mal à descendre au dessous d'une demi-heure, sinon le professeur a l'impression qu'on le traite à la va-vite. Alors, faites le compte : quatre à cinq professeurs inspectés, cela donne une journée de travail bien remplie.

L'Ouvert : Sans compter que vous voyez aussi le chef d'établissement.

M. Silvestre : Bien sûr. Avec lui j'ai une autre information sur les professeurs. Car le chef d'établissement se trouve entre ces derniers et les parents d'élèves. C'est le chef d'établissement qui me signalera les plaintes des parents.

L'Ouvert : Vous est-il arrivé que des parents vous écrivent directement ?

M. Silvestre : Non, ça ne m'est pas arrivé.

L'Ouvert : Et quand le chef d'établissement vous fait part des doléances des parents, que faites-vous ?

M. Silvestre : D'abord je lui demande s'il en a informé le professeur. Je n'ai pas rencontré un cas où il ne l'ait pas fait et où il n'ait pas pris la défense de "son" professeur (même s'il n'est pas convaincu de la justesse de ses positions) devant les parents. Ensuite, au moment de l'entretien, je discute de ce fait. Jusqu'à présent je n'ai pas eu de problèmes graves car les parents se font une idée des professeurs par l'intermédiaire de leurs enfants qui déforment facilement.

L'Ouvert : Ou bien les parents comparent ce qu'a fait l'aîné avec ce que fait le cadet.

M. Silvestre : C'est cela. Après l'entretien, je revois le chef d'établissement, je lui dit ce que j'en pense et je lui donne des arguments techniques qui lui permettent de répondre aux préoccupations des parents.

L'Ouvert : Avez-vous déjà été appelé par un chef d'établissement.

M. Silvestre : Pas pour ce genre de cas. Une fois un chef d'établissement a demandé mon intervention mais plus à titre de conseil car il n'était pas de formation scientifique. Par contre, il arrive quelques fois que des professeurs m'appellent, en particulier les jeunes, et je le comprends car étant en même temps directeur du C.P.R. beaucoup de jeunes nommés en Alsace me connaissent et n'hésitent pas à m'appeler en cas de difficultés.

Il arrive qu'un nouveau certifié se retrouve avec trois ou quatre classes de sixième et m'appelle au secours. Là, c'est la catastrophe ; j'essaye de rectifier, mais cela ne peut se faire que très tôt dans l'année car un chef d'établissement n'accepte que difficilement (et on le comprend) de modifier les emplois du temps. Bien sûr, le nouveau dans l'établissement n'aura peut-être pas les meilleures classes, mais donner quatre classes parallèles, c'est vraiment anti-pédagogique.

L'Ouvert : Vous avez dit tout à l'heure qu'il fallait être tolérant ; mais n'y a t-il pas des situations où vous êtes obligé de dire Non, soit que ça vienne de vous, soit que ça vienne de ce que l'on vous demande de faire en haut lieu, de votre rôle dans l'éducation nationale ?

M. Silvestre : Si je comprends bien, vous voulez parler des missions de l'Inspection ?

L'Ouvert : C'est cela, quand on vous a embauché, pourquoi l'a-t-on fait ?

M. Silvestre : Les missions de l'Inspection s'établissent sur deux plans. D'abord une mission d'animation et de contrôle. Cela concerne les professeurs et nous venons d'en parler. Tout le monde est bien d'accord pour considérer que la tâche essentielle d'un inspecteur n'est pas de juger le professeur ; c'est une tâche annexe dont je me passerais bien volontiers, et qui se traduit par une note. En réalité en ce qui concerne les titulaires, la note étant collégiale notre responsabilité est très atténuée.

L'Ouvert : Mais que veut dire une note collégiale ? Un inspecteur est venu voir un professeur. C'est cet inspecteur qui l'a vu, pas un autre ; c'est cet inspecteur là seulement qui peut lui mettre une note en fonction des critères habituels. La note collégiale n'est-elle pas une façon de diluer la responsabilité de l'inspection ?

M. Silvestre : Oui, bien sûr, on peut le ressentir comme ça ; en réalité, non. Je crois qu'on peut faire confiance aux personnes qui doivent attribuer une note, elles le font évidemment en fondant leur opinion sur le rapport d'inspection, mais elles tiennent compte aussi des rapports antérieurs (un professeur voit au cours de sa carrière plusieurs inspecteurs) de manière à éviter une notation en "dents de scie". La note doit traduire essentiellement la qualité de l'enseignement reçu par les élèves mais il entre dans cette appréciation de nombreux facteurs. Certains professeurs limitent leur action au travail de la classe, ce qu'ils font d'ailleurs fort bien en général ; d'autres éprouvent le besoin de prolonger cette action en dehors de la classe, par exemple en animant des groupes ou en dirigeant des clubs (astronomie, photo, échecs...) ; d'autres enfin sont de véritables animateurs de l'équipe des matheux de l'établissement ; sachez aussi que les professeurs qui se dévouent ainsi ne sont pas rares.

L'Ouvert : Et cela vous le savez par le chef d'établissement.

M. Silvestre : Oui, mais aussi par le professeur. Il fait quelque chose parce que ça lui plaît et il en parle.

L'Ouvert : On a parlé à la fois de l'I.G. et de l'I.P.R.. Quelle est la tendance actuelle quant à l'évolution de ces deux corps ? L' I.P.R. inspecte-t-il de plus en plus ?

M. Silvestre : L'I.G. est pris de plus en plus par des tâches de réflexion sur l'enseignement, et par les concours de recrutement CAPES et Agrégation ; L'inspection des titulaires est dònc de plus en plus confiée aux I.P.R.

L'Ouvert : Et est-ce une évolution accidentelle ou une volonté du ministère ?

M. Silvestre : C'est très nettement une volonté du ministère. L'I.G. est cantonné de plus en plus dans des tâches de réflexion pédagogique et l'inspection ne concerne pratiquement plus que les classes préparatoires. Il faut cependant remarquer que l'I.G. estime devoir continuer à se rendre compte sur le tas de ce qui se passe dans le secondaire (lycées et collèges).

L'Ouvert : Nous ne doutons pas qu'un inspecteur général ait du travail, surtout qu'il ne s'occupe pas d'une seule académie, mais on aurait pu concevoir d'augmenter le nombre des I.G. et ce n'est pas ce qu'on a fait.

M. Silvestre : Non, puisqu'en maths leur nombre a même diminué.

Pour en revenir au contrôle et à la notation des professeurs, c'est une tâche dont je me passerais bien, mais qui est nécessaire. Je ne connais d'exemples dans aucune branche d'activité où un travail ayant été accompli, personne ne le contrôle et ne s'en préoccupe.

L'Ouvert : Donc vous estimez que la notation est nécessaire dans l'état actuel de l'avancement.

M. Silvestre : Dans l'état actuel de l'avancement, bien sûr, car un professeur qui n'est pas inspecté régulièrement est pénalisé. Et personnellement je ne vois pas par quel procédé on pourrait remplacer la notation. On parle d'avancement automatique. Mais il y a quand même des différences énormes entre les professeurs. Entre celui qui ne fait que le minimum et celui qui ne compte pas sa peine. Il serait quand même dommage de ne pas pouvoir avantager ce dernier.

L'Ouvert : C'est justement à cause de la notation que s'est posé le principe du refus de l'inspection. Avez-vous eu ce cas ?

M. Silvestre : Non, et mon prédecesseur en a eu un dans toute sa carrière. Il faut bien reconnaître que voir arriver quelqu'un d'étranger dans sa classe, cela fait toujours quelque chose. Mais delà à parler de traumatisme des professeurs ... Ils sont adultes !

L'Ouvert : A ce propos il faut quand même noter que, par exemple dans les groupes I.R.E.M., il ne se passe pas une séance sans que le mot "inspecteur" ne soit prononcé.

M. Silvestre : C'est vrai ?

L'Ouvert : Oui, soit parce que l'un des membres du groupe a été inspecté dans la semaine, soit plus souvent dans une réflexion du type : " Si on fait ça, que dira l'inspecteur ? " Et puis nous pouvons remarquer que depuis le début de l'entretien nous ne parlons presque que de l'inspection dans la classe.

M. Silvestre : Cela prouve que les professeurs y attachent une certaine importance et que cela les marque.

L'Ouvert : Cela ne provient-il pas du fait qu'un professeur n'est inspecté que tous les trois ou quatre ans ?

M. Silvestre : Peut-être. Il faut cependant noter qu'il y a des priorités comme on ne peut pas inspecter tout le monde ; on négligera ceux qui sont en fin de carrière pour s'attacher aux jeunes ou à ceux qui sont au quatrième et cinquième échelon.

L'Ouvert : L'inspecteur a-t-il les moyens de sa tâche ? Nous pensons par exemple à un professeur qui ne fait rien ou presque. Lors de l'inspection, son cours est tout à fait correct ... Comment pouvez-vous déceler de tels cas ?

M. Silvestre : Bien sûr cela peut arriver et nous risquons de passer à côté de tels cas, cela est fatal. Tout contrôle est imparfait et à moins d'être un véritable inquisiteur (et même dans ce cas) nous pouvons fort bien considérer l'enseignement d'un professeur comme correct alors que ce n'est pas du tout vrai. Mais dans le fond, heureusement, car en renforçant le contrôle, c'est le phénomène inverse qui risquerait de se produire, et cela serait grave.

L'Ouvert : Nous pouvons peut-être passer aux questions que posent les autres tâches de l'inspection ?

M. Silvestre : Avant il me faut faire une remarque : C'est que l'inspecteur est hors hiérarchie (il n'est donc pas le supérieur hiérarchique de quelqu'un) et qu'il n'a aucun pouvoir de décision ; et cela nous donne une situation très privilégiée. Nous dépendons certes du recteur et de l'inspecteur général, mais c'est tout. Personne ne nous donne de consignes ; nous n'avons qu'à rendre compte de ce que nous avons vu, ce qui nous laisse une très grande liberté.

L'Ouvert : En corollaire, vous avez un avancement automatique ?

M. Silvestre : Exactement, l'avancement est automatique et très vite bloqué puisque l'an prochain je serai au sommet de l'échelle.

L'Ouvert : Vous parlez de liberté ; mais avec la mise en place de la réforme, n'avez-vous aucune consigne en ce qui concerne le soutien, par exemple ?

M. Silvestre : Non, notre rôle est ici d'observer ce qui se passe de manière à pouvoir rendre compte le plus objectivement possible.

L'Ouvert : Mais si un professeur ne respecte pas le programme ?

M. Silvestre : C'est différent. Je le mets quand même en face de ses responsabilités. Mais attention ! Il faut comprendre ce que veut dire "programme". Les programmes ne sont pas directifs. Par exemple quelqu'un suit le livre de l'I.R.E.M. et parle de dilatation en quatrième. On pourrait dire : "Les dilatations ne sont pas au programme" donc sanction... Non ! Cela veut dire que le mot "dilatation" ne figurant pas dans le programme, les professeurs ne sont pas tenus d'en parler. Maintenant, s'ils estiment cette notion nécessaire pour introduire une partie du programme, libre à eux.

L'Ouvert : C'est vrai que dans l'ensemble les professeurs pêcheraient plutôt par un suivisme trop rigoureux des programmes.

M. Silvestre : Oui, par exemple en cinquième, beaucoup de professeurs passent trop de temps sur les relations. Je leur demande donc de ne pas autant insister, mais d'utiliser plutôt ces notions dans la partie arithmétique (ou une autre) ; et si l'antisymétrie n'est pas utilisée dans la suite du cours, ce n'est pas la peine d'en parler ...

Finalement on note plutôt un conformisme des professeurs à l'égard du programme ou même du livre (!) Quand un professeur sort des sentiers battus, c'est intéressant.

L'Ouvert : A ce propos, quelle est votre position face à l'innovation, car, comme nous l'avons dit plus haut, l'innovation est souvent rejetée par une référence à une éventuelle présence de l'inspecteur. C'est un alibi ...

M. Silvestre : Oui, car l'innovation (réfléchie - il ne faut pas faire n'importe quoi) m'intéresse énormément. Et là j'ai une position provilégiée. Voir comment les élèves arrivent à travailler avec tel professeur et telle méthode ... Mais attention, ce qui serait dangereux, ce serait d'imposer la méthode Untel à tous.

L'Ouvert : Exactement, et on en revient à ce que vous disiez au début, l'innovation en général marche bien parceque le professeur y croit, sinon ce serait catastrophique. Et d'ailleurs toutes les méthodes pédagogiques portent le nom de leur auteur, ce qui prouve bien qu'elles correspondent à la personnalité de cet auteur.

M; Silvestre : Revenons aux autres tâches de l'I.P.R. Jusqu'ici nous avons parlé des professeurs titulaires, mais il y a aussi l'inspection des M.A. et des suppléants. Pour les M.A. c'est le rôle de conseiller qui prime, puisque pour la plupart, c'est la première confrontation avec les réalités du métier, le début de l'apprentissage ; il faut aussi s'intéresser à leurs problèmes personnels, à leur avenir, les mettre en garde contre les difficultés croissantes du CAPES ; encourager ceux qui ont la vocation, tenter de dissuader les autres.

Il y a aussi l'inspection des personnels qui enseignent dans les établissements privés sous contrat.

Toutes ces personnes dépendent d'une gestion rectorale et par conséquent l'avis pédagogique est prédominant pour leur nomination, pour leur avancement, ...

Nous avons aussi un rôle dans l'humanisation des relations administratives, nous répondons à de nombreuses lettres qui nous décrivent des situations exceptionnelles et nous intervenons auprès des services administratifs compétents. Il arrive aussi qu'un professeur et un chef d'établissement soient en désaccord, il faut alors faire la part des choses, avoir un rôle de médiateur, d'autant plus que très souvent l'attitude du chef d'établissement n'a pas pour but d'embêter le professeur. Le chef d'établissement ne s'est tout simplement pas rendu compte des implications pédagogiques de ce qu'il a imposé au professeur,...

Pour avoir une idée, il y a 500 à 550 titulaires, une cinquantaine de M.A. et suppléants et 125 enseignants dans l'enseignement privé. Soit un total d'environ 700. Il est donc normal qu'il y ait des professeurs, surtout en fin de carrière, qui restent plusieurs années sans être inspectés.

L'Ouvert : D'autant plus que vous n'inspectez pas du 15 Septembre au 30 Juin ; il y a le CAPES.

M. Silvestre : Oui, et ce n'est pas tout. Nous avons un rôle consultatif dans les différentes commissions administratives paritaires : Pour la promotion interne, pour une intégration, pour une mutation. Nous participons au mouvement des M.A.. Nous nous occupons d'une certaine manière des examens et des concours. Pour le bac, vous êtes au courant : je propose les membres des commissions d'élaboration et de choix des sujets de bac, mais je n'interviens pas dans le travail de ces commissions. Bien sûr, c'est peu de chose, mais cela prend du temps car je tiens à ce que les personnes qui sont dans ces commissions enseignent ou aient enseigné dans les sections concernées.

L'Ouvert : Une question pratique : Est-ce que vous avez un secrétariat ?

M. Silvestre : Oui, Nous profitons du secrétariat du C.P.R.; J'avoue que nous sommes gâtés à Strasbourg, mais ce n'est pas partout comme ça.

Pour les examens, il va y avoir aussi le problème de l'entrée en seconde ...

D'autre part, comme vous l'avez signalé, par délégation de l'Inspection Générale, nous avons la présidence de la plupart des CAPES ; et cela prend du temps. Nous présidons aussi les CAPEGC d'intégration des M.A.

Ainsi je pense avoir évoqué toutes les tâches d'un I.P.R.

L'Ouvert : Il reste votre fonction de Directeur du C.P.R. de mathématiques.

M. Silvestre : Ah oui.

L'Ouvert : Est-ce que cette fonction revient nécessairement à l'I.P.R. ?

M. Silvestre : Non, pas du tout, ce peut être un administratif, mais je trouve que la solution choisie à Strasbourgest plus satisfaisante. Nous disposons d'ailleurs d'un secrétariat excellent, qui s'acquitte avec compétence de toutes les tâches administratives de fonctionnement.

L'Ouvert : On en arrive donc à la formation des maîtres.

M. Silvestre : Ah ! Pour la formation des maîtres, il y aurait beaucoup de choses à faire, effectivement. Le C.P.R. est chargé de préparer les stagiaires au travail qui les attend à la rentrée. C'est pourquoi désormais la troisième période de stage s'effectue dans un collège. Pratiquement tous les stagiaires en effet ont une première nomination dans un premier cycle. Mais il ne faut pas croire que le collège soit une impasse ; le professeur pourra enseigner au bout de quelques années en lycée, à condition de ne pas avoir d'exigences géographiques trop précises. Il ne s'agit donc pas véritablement d'une formation professionnelle. Maintenant, il n'est pas dans mon pouvoir de modifier cet état de fait. Cependant, après réflexion, pour une première formation, qui est peut-être superficielle, celle que l'on rencontre dans les C.P.R. n'est pas si mauvaise qu'on veut bien le dire : Les stagiaires sont mis en situation dans une classe sous la tutelle d'un professeur, on y apprend à conduire une classe, à avoir une méthode de travail, à voir différentes pédagogies (puisqu'il y a trois stages)...

L'Ouvert : Dans l'académie de Nancy, des stagiaires se sont vu confier la responsabilité d'une classe pendant l'année sous la responsabilité d'un conseiller. Que pensez-vous des avantages et des inconvénients d'une telle méthode ? Personnellement nous y voyons un avantage : c'est, pour le stagiaire, d'avoir une classe d'un bout à l'autre de l'année ; c'est saclasse et sa relation avec les élèves ne passe pas par un conseiller pédagogique.

M. Silvestre : Il est vrai que les premières années (et le stage fait partie de ces années) sont très importantes dans la formation des maîtres. L'inconvénient, c'est le risque de spécialiser les gens à un niveau donné. Par exemple s'il fait son stage en cinquième, il connaîtra bien la cinquième certes, mais beaucoup moins les autres classes.

L'Ouvert : Mais une cinquième c'est 4 heures d'enseignement ; il en reste quatre sur les huit heures statutaires qui permettraient au stagiaire de voir un autre enseignement ...

M. Silvestre : Personnellement je suis partisan de mettre les stagiaires en remplacement après le CAPES. (sauf pour ceux qui passent l'agrégation, bien sûr). Certes, les syndicats ne sont pas d'accord car ils estiment qu'on lèse ainsi un M.A. ou un suppléant. En fait c'est rare car à partir du mois de mai, les suppléants sont peu disponibles, en mathématiques le problème ne se pose pratiquement pas.

Le stage se compose de trois périodes qui se déroulent avec trois périodes qui se déroulent avec trois conseillers pédagogiques différents, successivement dans des classes du second cycle (classes A, B , D ou technique industriel ou commercial), en T.C. , puis dans un collège. Ensuite je crois bon que le jeune certifié se "jette à l'eau" et enseigne, puis après une certaine expérience, qui peut durer un an, deux ans, ... qu'il se mette à réfléchir plus profondément à son enseignement.

L'Ouvert : Mais ce retour sur soi-même aurait-il lieu sous la houlette de l'inspection ?

M. Silvestre : Non, je ne pense pas.

L'Ouvert : Parceque l'on dit à droite à gauche que la formation continuée, si elle est mise en place, serait plus ou moins confiée à l'I.G.

M. Silvestre : Qu'elle soit confiée à l'Inspection Générale, c'est tout à fait possible et dépend de ce que l'on entend par "confié". Mais je n'ai pas d'information à ce sujet.

L'Ouvert : Et quel serait le rôle des I.R.E.M. (s'ils doivent rester) ?

M. Silvestre : Je ne pense pas qu'il y ait un jour proche disparition des I.R.E.M. Je crois à leur transformation en institut de réflexion... de formation continuée... Actuellement, certains I.R.E.M. font ce travail, et connaissant bien celui de Strasbourg, je crois pouvoir lui faire confiance en ce qui concerne son rôle dans la formation continuée. Bien sûr, il peut toujours y avoir sur tel ou tel point des frictions avec l'Inspection Générale, mais je reste convaincu de la nécessité des I.R.E.M., à condition qu'ils effectuent une nécessaire reconversion. Ce privilège pour les mathématiques n'est pas normal et il faudra bien l'étendre aux autres disciplines, ce qui entraînera des aménagements, ne serait-ce qu'au niveau financier, à moins qu'on ne consacre à cette formation les sommes nécessaires ?

L'Ouvert : Il faut remarquer que nulle part il n'y a de formation psychologique ou pédagogique ...

M. Silvestre : Et la formation mathématique ne prépare pas du tout aux problèmes que posent la pédagogie et la psychologique.

L'Ouvert : Et même au C.P.R., peut être parceque c'est le début de la formation, la préparation est avant tout axée sur la discipline.

M. Silvestre : C'est exact, encore qu'il y ait des conférences pédagogiques, mais il faut bien dire que les stagiaires sont peu motivés à ce niveau, c'est pourquoi je crois bon qu'il y ait une réflexion au bout de un ou deux ans.

L'Ouvert : Il faut cependant dire qu'il n'y a pratiquement pas de lieu pour une telle réflexion. Nous pensons aussi aux problèmes d'ordre administratif ou autre qui peuvent se poser à un jeune professeur (mésentente avec le chef d'établissement ou avec les collègues...) et qui ne mettent pas du tout en cause ses capacités pédagogiques. Il serait bon qu'il y ait des lieux de rencontre où de tels problèmes pourraient être dédramatisés par la discussion.

M. Silvestre : Pour les jeunes collègues qui sont nommés dans l'académie ces problèmes peuvent être envisagés avec moi et ils n'hésitent pas à m'appeler parcequ'ils me connaissent. Mais effectivement, rien n'est institutionalisé en ce sens.

L'organisation du travail en C.P.R. est évidemment perfectible, mon effort porte surtout sur le choix des conférences pédagogiques ; j'ai prévu cette année une rencontre avec l'ordinateur de Fustel, son utilisation dans l'enseignement, une réunion sur la géomètrie du premier cycle, une autre sur l'enseignement dans les collèges, une dernière, enfin, sur le métier d'enseignant.

L'Ouvert : Eh bien, pour une telle réunion, il suffira de reprendre une partie de cet entretien ! Les collègues, nous n'en doutons pas, seront très intéressés par l'article que nous en tirerons et nous vous remercions vivement.

FACULTATIF (IVE) , adj : Qu'on peut faire, employer, observer ou non.

exemples : * Epreuves d'examen facultatives

* Depuis 1978 l'enseignement est facultatif puisque les élèves peuvent, sur simple demande, anticiper leur départ en congé.

ant. : Obligatoire

Proies, prédateurs & mathématique

Le texte qu'on lira ci-dessous est tiré du livre "les associations biologiques" de Volterra et d'Ancona paru chez Hermann en 1935.

I - Introduction

Dans la plupart des problèmes démographiques, on est conduit à considérer que la variable N qui représente l'effectif de la population étudiée décrit non pas $\mathbb{N}$ mais $\mathbb{R}^+$. Cela permet de faire apparaître N comme une fonction continue du temps t et d'envisager dérivation ou intégration. Par contre, les résultats obtenus cessent d'être valables pour les petites valeurs de N où les phénomènes aléatoires prennent le dessus (répartition des sexes, rencontre des couples, accidents ...).

II - Cas d'une espèce

Ce qui va nous intéresser dans le cas d'une seule espèce, ce sera le taux d'accroissement ε de l'espèce considérée. Ce taux est le rapport de l'augmentation de la population ΔN pendant l'unité de temps à l'effectif initial N :

$$\varepsilon = \frac{\Delta N}{N \Delta t}$$

en passant au cas où N est une fonction continue du temps, on pourra écrire :

$$\frac{dN}{dt} = \varepsilon \cdot N$$

Pour résoudre cette équation, il faut évidemment connaître l'évolution de ε en fonction de t ou de N.

1º) ε est constant : C'est une première approximation qui est souvent valable si l'intervalle de temps sur lequel on étudie la population est assez court. Alors l'équation se résoud en :

$$N = N_0 \, e^{\varepsilon t}$$

et on a une croissance (ou décroissance si $\varepsilon < 0$) exponentielle de la population.

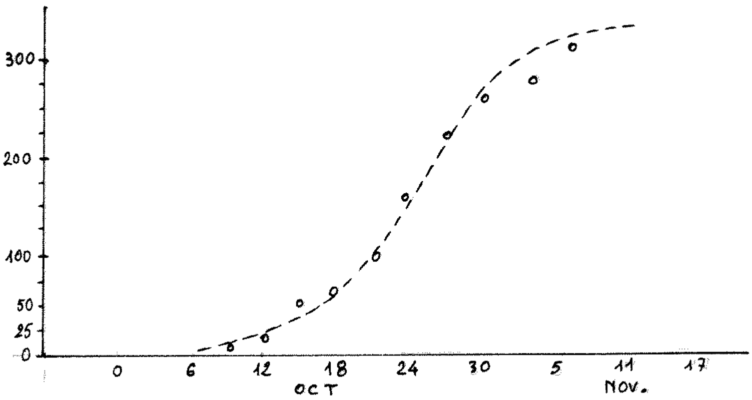
2º) ε est une fonction affine de N : Ce cas est déjà plus proche de la réalité dans la mesure où il semble normal de supposer que la quantité de nourriture disponible est constante. On écrira alors :

$$\frac{dN}{dt} = (\varepsilon - \lambda N) . N$$

où ε et λ sont des réels positifs donnés. L'intégration de cette équation ne pose pas de difficultés et donne :

$$N = \frac{N_0 \cdot \varepsilon \cdot e^{\varepsilon t}}{\varepsilon - N_0 \lambda + N_0 \cdot \lambda \cdot e^{\varepsilon t}}$$

Il est remarquable que N tende vers ε/λ quand t tend vers l'infini. C'est-à-dire que la population se stabilise rapidement. On a une évolution suivant une courbe en S, allure de courbe qui se retrouve dans de nombreux cas [*]. Si N_0 est plus grand que ε/λ alors N décroît, si N_0 est égal à ε/λ alors N est constant et enfin si N_0 est plus petit que ε/λ alors N croît. Ci-contre on a un exemple d'accroissement d'une population de drosophiles pendant le mois d'octobre et novembre.



III - Cas de deux espèces

Cette étude théorique a été réalisée par Volterra pour expliquer l'évolution des populations de lapins et de lynx dans la forêt canadienne. D'une manière plus générale, imaginons deux espèces, la première disposant d'une source de nourriture supposée inépuisable, la seconde se nourrissant de la première. Donc une espèce végétarienne et une espèce carnivore.

Le taux d'accroissement de la première espèce est évidement une fonction décroissante de l'effectif de la seconde. Le plus simple est de l'écrire :

$$\varepsilon_1 - \gamma_1 . N_2$$

où ε_1 serait le taux d'accroissement (fixe) si l'espèce prédatrice n'existait pas et γ_1 un coefficient de proportionalité positif ou nul.

De même, le taux d'accroissement de la deuxième espèce est une fonction croissante de l'effectif de la première. On peut l'écrire en première approximation :

$$- \varepsilon_2 + \gamma_2 . N_1$$

où ε_2 est un nombre positif donné. En effet, en l'absence de nourriture ($N_1 = 0$)

---

[*] On peut consulter par exemple "Halte à la croissance" du club de Rome paru chez Fayard en 1972.

l'espèce numéro deux dépérit. γ_2 est un coefficient de proportionalité positif ou nul.

Après ces quelques considérations simplificatrices, on est conduit à résoudre le système différentiel suivant :

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = (\varepsilon_1 - \gamma_1 N_2) N_1 \\ \dfrac{dN_2}{dt} = (-\varepsilon_2 + \gamma_2 N_1) N_2 \end{cases}$$

où ε_1, ε_2, γ_1, γ_2 sont des réels strictement positifs (si γ_1 ou γ_2 est nul, on se ramène très simplement à une seule équation).

1º) Solutions particulières

Cherchons des solutions particulières constantes. Une solution évidente est $N_1 = N_2 = 0$. Elle ne présente aucun intérêt. La seule autre est :

$$N_1 = \frac{\varepsilon_2}{\gamma_2} \qquad \text{et} \qquad N_2 = \frac{\varepsilon_1}{\gamma_1}$$

2º) Cas général

Effectuons le changement de variable :

$$\begin{cases} N_1 = \dfrac{\varepsilon_2}{\gamma_2} n_1 \\ N_2 = \dfrac{\varepsilon_1}{\gamma_1} n_2 \end{cases}$$

En reportant, il vient :

$$\begin{cases} \dfrac{dn_1}{dt} = \varepsilon_1 (1 - n_2) n_1 \\ \dfrac{dn_2}{dt} = \varepsilon_2 (1 - n_1) n_2 \end{cases}$$

Puis en éliminant dt entre les deux équations :

$$\frac{1 - n_1}{\varepsilon_1 n_1} dn_1 + \frac{1 - n_2}{\varepsilon_2 n_2} dn_2 = 0$$

Qui s'intègre immédiatement en :

$$\left(\frac{n_1}{\exp(n_1)}\right)^{\varepsilon_1} \cdot \left(\frac{n_2}{\exp(n_2)}\right)^{\varepsilon_2} = C$$

On peut donc étudier l'allure des trajectoires dans le plan (n_1 , n_2). Pour cela, on ré-écrit l'équation sous la forme :

$$(n_1 \exp(-n_1))^{\varepsilon_1} = C (n_2 \exp(-n_2))^{-\varepsilon_2}$$

Soit λ la valeur commune de chacun des deux membres de l'équation. On peut donc étudier chacune des courbes définie par les équations :

$$\lambda = (n_1 \exp(-n_1))^{\varepsilon_1} \qquad (1)$$

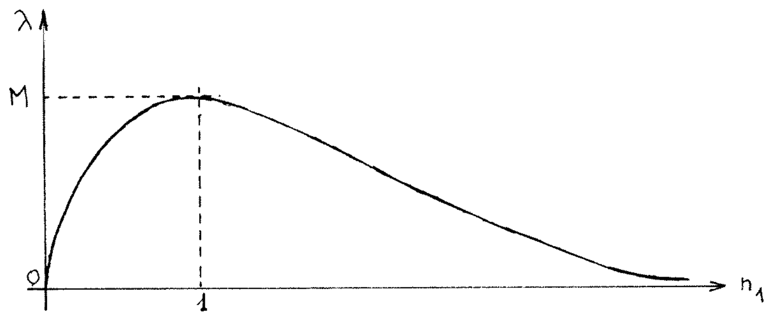
$$\lambda = C\,(n_2 \exp(-n_2))^{-\varepsilon_2} \qquad (2)$$

3º) Etude de la courbe nº 1

La fonction $n_1 \longmapsto \lambda$ est définie pour $n_1 > 0$. Elle est dérivable et sa dérivée peut s'écrire :

$$\lambda' = \varepsilon_1 \,(n_1 \exp(-n_1))^{\varepsilon_1 - 1} (1 - n_1) \exp(-n_1)$$

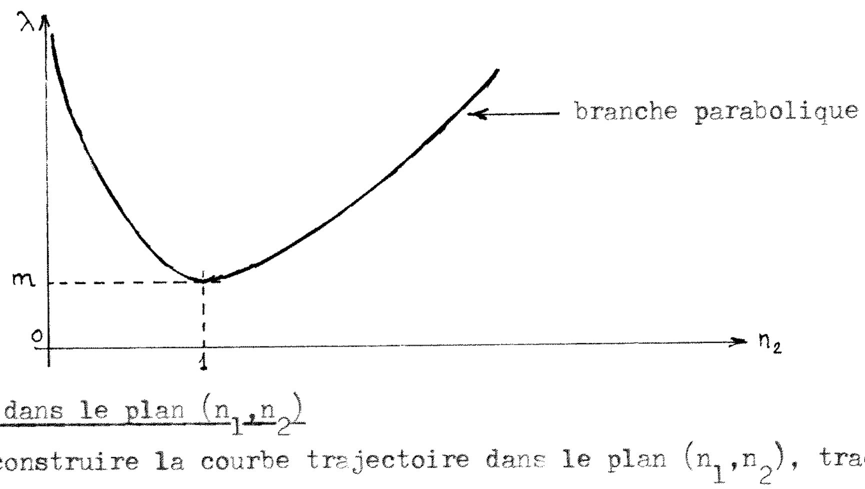
ce qui prouve que la fonction présente un maximum M pour $n_1 = 1$. Quand n_1 tend vers 0 alors λ tend aussi vers 0 et quand il tend vers l'infini, λ tend vers 0. l'allure de la courbe est donc la suivante :



La tangente à l'origine dépend de la valeur de ε_1 et de sa position par rapport à 1.

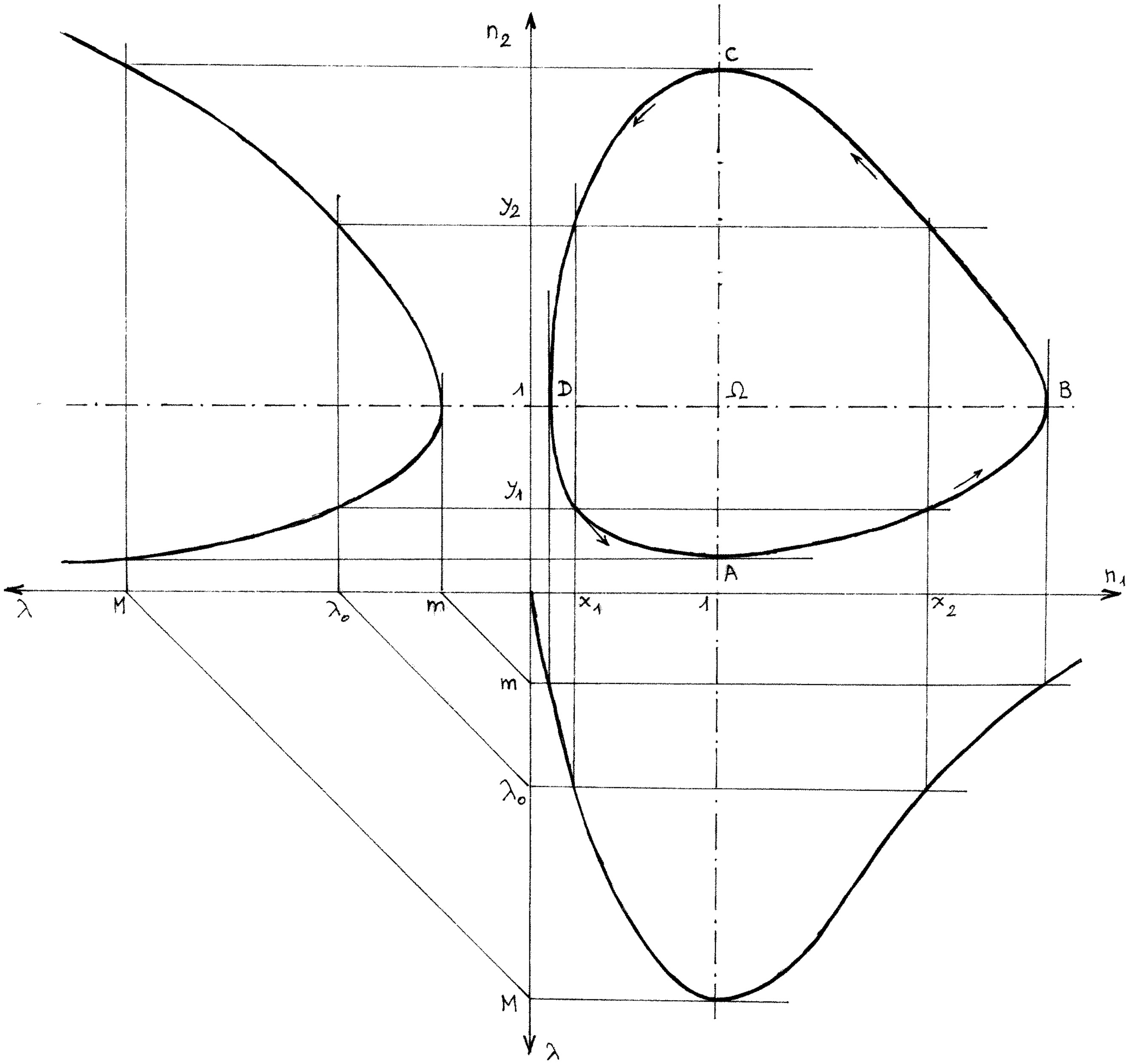
4º) Etude de la courbe nº 2

La fonction $n_2 \longmapsto \lambda$ est à un facteur près, l'inverse de la fonction précédente. L'allure de la courbe est donc la suivante, avec un minimum m en $n_2 = 1$.



5º) Trajectoire dans le plan (n_1, n_2)

Pour construire la courbe trajectoire dans le plan (n_1, n_2), traçons d'abord le repère orthonormé $(0, n_1, n_2)$ puis deux axes $(0, \lambda)$ prolongeant les axes $(0, n_1)$ et $(0, n_2)$. On peut ainsi tracer les courbes (1) et (2) précédentes respectivement dans les quadrants IV et II.



Considérons alors une valeur λ_o que l'on reporte sur les deux axes. A cette valeur de λ_o il correspond deux valeurs x_1 et x_2 pour n_1 et deux valeurs y_1 et y_2 pour n_2. Alors les points (x_1,y_1) , (x_2,y_1) , (x_1,y_2) et (x_2,y_2) appartiennent à la courbe trajectoire. En faisant varier λ_o entre les valeurs m et M on obtient toute la courbe trajectoire. Pour savoir dans quel sens elle est parcourue, le plus simple est de revenir aux équations différentielles initiales. Par exemple pour le point de coordonnées (x_1,y_1), comme $x_1 < 1$ et $y_1 < 1$ on a :

$$\frac{dn_1}{dt} > 0 \qquad \text{et} \qquad \frac{dn_2}{dt} < 0$$

et par conséquent, la courbe est décrite dans le sens contraire de celui des aiguilles d'une montre.

Pour revenir aux variables N_1 et N_2, il suffit de faire une dilatation des axes de façon que le point Ω de coordonnées (1,1) admette les coordonnées $(\varepsilon_2/\gamma_2, \varepsilon_1/\gamma_1)$. Ω représente la solution particulière constante.

L'allure même des courbes montre que tant qu'on ne s'écarte pas trop de Ω la solution obtenue est stable. Il y a donc un équilibre entre les deux espèces. Seulement il ne faut pas trop s'éloigner de Ω comme il a été dit au début de peur que N_1 ou N_2 ne devienne trop petit, les équations ne représentant plus alors la réalité du phénomène.

Si nous partons du point A, les prédateurs ont un effectif minimum et les proies peuvent se développer librement entraînant par voie de conséquence une augmentation de la population des prédateurs jusqu'au moment où le nombre de ceux-ci est tel que leur nourriture (les proies) commence à baisser (point B). A force de vivre sur leur capital, la disette s'installe (point C) entraînant une baisse de leur population ; mais la diminution de l'effectif des proies continue et ne s'arrête que quand l'espèce deux est suffisament peu nombreuse (point D) ; alors seulement les proies peuvent à nouveau se reproduire presque librement et leur nombre s'accroît tandis que les prédateurs verront leur effectif continuer à baisser ... et le cycle recommence (point A). On remarque ainsi que chaque espèce réagit aux variations de population de l'autre avec un temps de retard

6º) Période d'un cycle

Qui dit phénomène cyclique, dit période. Nous ne chercherons pas la période dans le cas général ce qui est difficile, mais dans l'approximation des petites oscillations, c'est-à-dire dans le cas où la trajectoire s'écarte peu de .

En posant $\begin{cases} n_1 = 1 + h_1 \\ n_2 = 1 + h_2 \end{cases}$ l'équation différentielle s'écrit :

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt} = \varepsilon_1 h_2 (1 + h_1) \\ \dfrac{dh_2}{dt} = -\varepsilon_2 h_1 (1 + h_2) \end{cases}$$

et en négligeant le produit $h_1 h_2$ devant h_1 ou h_2, ce qui revient à linériser les équations, il vient successivement :

$$\begin{cases} \dfrac{dh_1}{dt} = \varepsilon_1 h_2 \\ \dfrac{dh_2}{dt} = -\varepsilon_2 h_1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} \dfrac{d^2h_1}{dt^2} + \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot h_1 = 0 \\ \dfrac{d^2h_2}{dt^2} + \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_2 \cdot h_2 = 0 \end{cases}$$

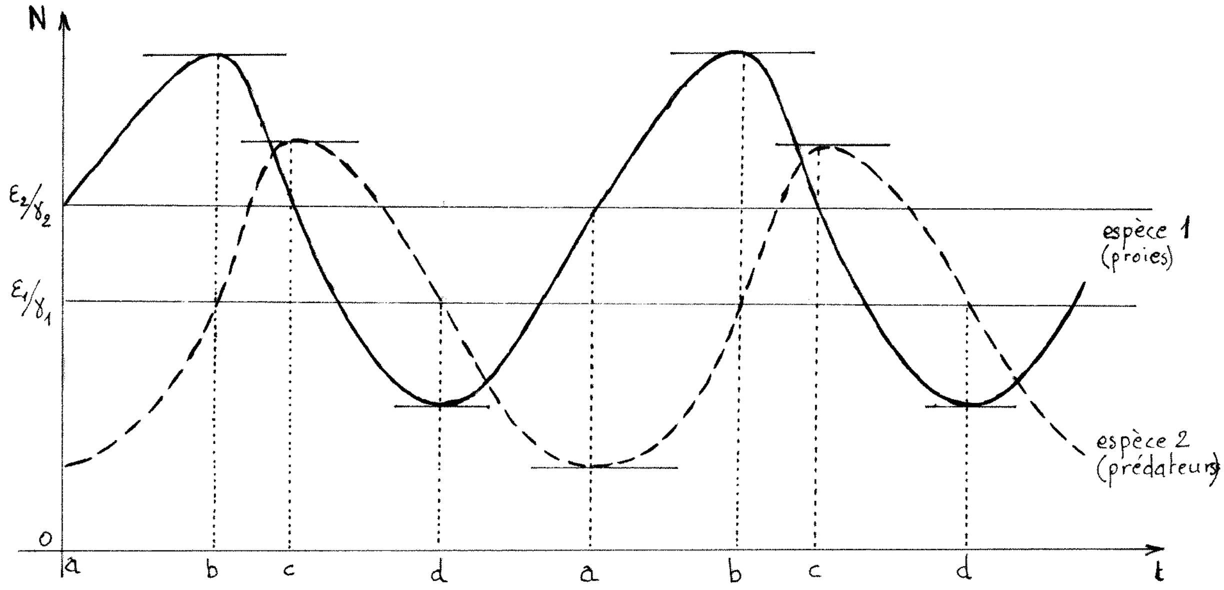
h_1 et h_2 vérifie une même équation différentielle linéaire du 2ème ordre. Cette équation est classique et admet pour solutions des fonctions trigonomètriques de période :

$$T = \frac{2}{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}}$$

$$h = A \cos(\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}\, t) + B \sin(\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}\, t)$$

7º) Evolution des populations en focntion du temps

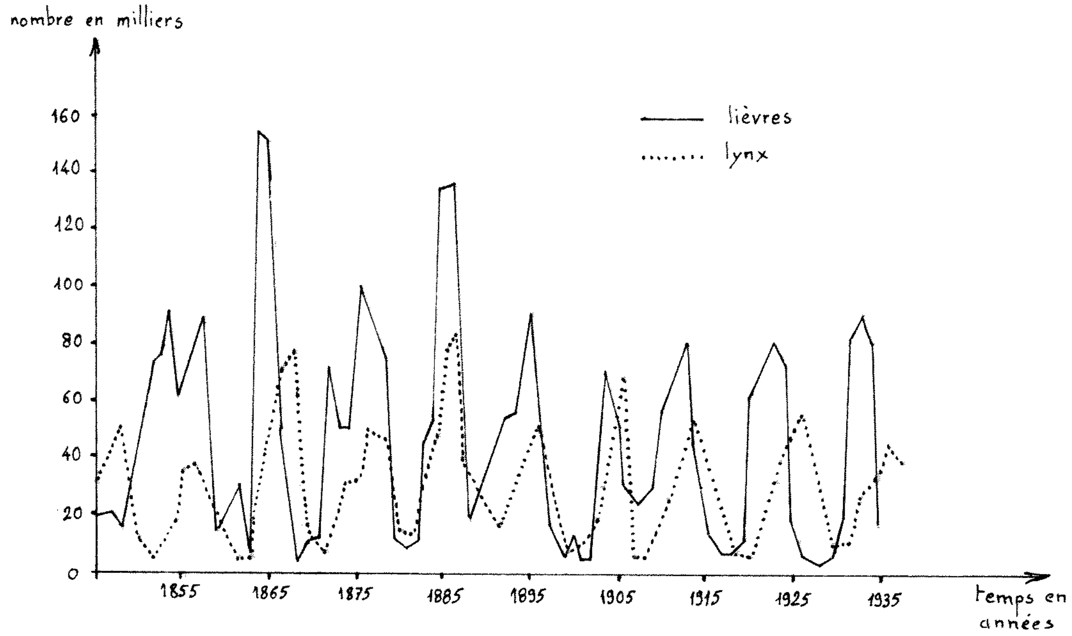
L'étude qualitative faite au (5º) montre qu'il y a un déphasage entre les mo mouvements des deux populations ; schématiquement le mouvement est le suivant :



les valeurs de t égalent à a , b , c et d correspondent aux passages en A , B C et D sur la courbe trajectoire dans le plan (n_1,n_2).

On peut comparer ce résultat avec le phénomène réellement observé par Volterra sur les lynx et les lièvres. On constate que le modèle mathématique décrit bien la réalité, en particulier pour les trois derniers cycles d'une durée d'une dizaine d'années.

Les prévisions du modèle de Volterra ont été bien vérifiées pour des populations de Protozoaires, où les milieux peuvent être contrôlés et rester stables et homogènes. Elles ont permis également une bonne interprétation de statistiques de pêcheries. Mais il faut reconnaître qu'il est nécessairement trop simple pour représenter la complexité des conditions naturelles en particulier la multiplicité des proies et des prédateurs, même dans les écosystèmes les plus simples.



IV - Perturbations dans le cas de deux espèces

Nous avons trouvé dans le cas général l'équation :

$$\left[\frac{\gamma_2}{\varepsilon_2} N_1 \exp\left(\frac{\gamma_2 N_1}{\varepsilon_2}\right) \right]^{\varepsilon_1} \left[\frac{\gamma_1}{\varepsilon_1} N_2 \exp\left(\frac{\gamma_1 N_2}{\varepsilon_1}\right) \right]^{\varepsilon_2} = C$$

Supposons qu'on détruise (par la chasse) l'une ou l'autre espèce proportionnellement au nombre d'individus de cet espèce.

- Si on chasse l'espèce numéro deux (espèce prédatrice) alors on peut considérer que cela revient à augmenter ε_2 (diminuer $-\varepsilon_2$) et la moyenne de l'espèce numéro un augmente.
- Si on chasse l'espèce numéro un (proies) cela revient à diminuer ε_1 et l'espèce numéro deux diminue.
- On peut aussi combiner les deux phénomènes. Mais les résultats obtenus plus haut ne sont valables que tant que ε_1 ne s'annule pas. A la limite, on trouverait :

$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = -\gamma_1 N_1 N_2 \\[2ex] \dfrac{dN_2}{dt} = (-\varepsilon_2' + \gamma_2 N_1) N_2 \end{cases}$$

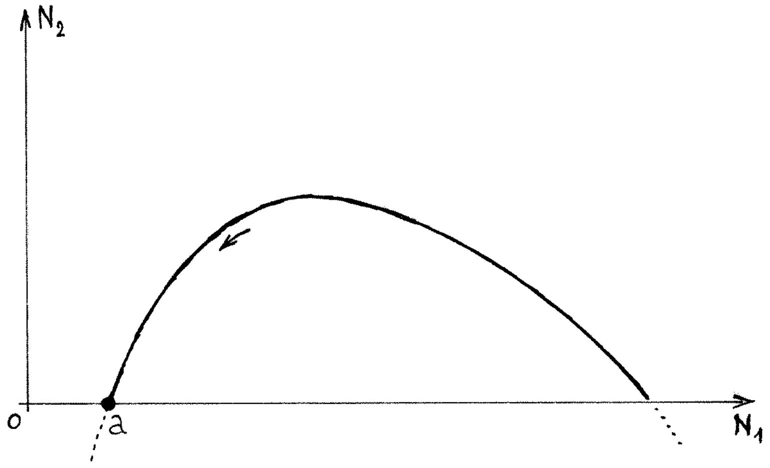
qui donne une intégrale sous la forme :

$$N_1^{-\varepsilon_2'} \exp(\gamma_2 N_1) \exp(\gamma_1 N_2) = C$$

ou encore :

$$N_2 = \varepsilon_2' \operatorname{Log} N_1 - \frac{\gamma_2}{\gamma_1} N_1 + C'$$

et on voit qu'au bout d'un certain temps N_2 s'annule tandis que N_1 admet une valeur finie a. On trouve ci-dessous l'allure de la courbe dans le plan (N_1, N_2).



Si la chasse est trop intensive, alors on passe à un système déquations du type :

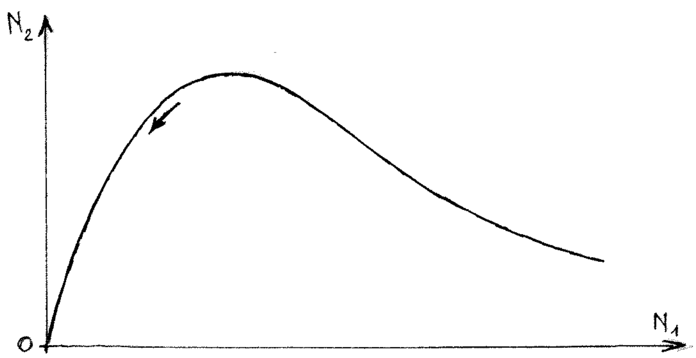
$$\begin{cases} \dfrac{dN_1}{dt} = \left(-\varepsilon_1' - \gamma_1 N_2\right) N_1 \\[2ex] \dfrac{dN_2}{dt} = \left(-\varepsilon_2' + \gamma_2 N_1\right) N_2 \end{cases}$$

qui admet une intégrale de la forme :

$$N_1^{\varepsilon_2'} \exp\left(-\gamma_2 N_1\right) = C\, N_2^{\varepsilon_1'} \exp\left(\gamma_1 N_2\right)$$

qui conduit à une allure de courbe qui est la suivante:

Et comme les deux dérivées par rapport au temps sont négatives à partir d'un certain moment, les deux populations décroissent et s'annulent au bout d'un temps fini.



V - Conclusion

L'intérêt de cette étude, en dehors des applications écologiques directes qui ont été données dans le cours du texte, est de mettre en évidence les temps de réponse qui apparaissent lors de la modification d'un système écologique. Par exemple si la consommation du DDT diminue pour s'annuler en 30 ans, la concentration moyenne dans l'organisme des poissons continuera à croître pendant 11 ans avant de décroître.

On peut généraliser l'étude précédente en introduisant d'autres phénomènes : Par exemple des courants migratoires ; on assiste alors à des oscillations amorties autour de l'équilibre. Une autre généralisation possible consiste à augmenter le nombre des espèces. Mais on est alors vite limiter par la complexité des calculs et les difficultés qu'il y a à modéliser la réalité. Néanmoins cela ouvre un vaste champ de recherche. A l'heure actuelle, cependant, on s'oriente aussi vers des modèles probabilistes qui permettent de mieux cerner les évolutions de populations.

Jean Lefort

Programme ! Dieu sinistre, effrayant, impassible,
Dont le doigt nous menace et nous dit : Souviens-toi !..

Ces deux vers de Baudelaire, à peine modifiés pour la circonstance, me trottaient dans la tête après la réunion d'information organisée par l'Administration, le 11 janvier à Baden-Baden. L'Inspecteur Général Ostenc s'était lui-même déplacé. C'était une bonne occasion pour que notre section A.P.M. d'Allemagne lui pose des questions précises concernant l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle. Ce qui fut fait. Qu'en est-il ressorti ? D'abord, on a eu la confirmation que l'Inspection Générale était actuellement par délégation ministérielle, seule responsable des programmes. Certes, pour répondre aux critiques qui visaient les projets de programme de quatrième et de troisième élaborés par l'Inspection Générale à partir des travaux de Monsieur Taillé, I.P.R. de Nantes *, le Ministre avait demandé à l'Académie des Sciences de proposer un projet concurrent. Mais curieusement le Ministre aurait omis d'indiquer à cette docte assemblée que ces programmes devaient être conçus pour un horaire hebdomadaire de trois heures. Admettons même que les illustres Professeurs, Choquet, Cartan et Leray aient une bonne connaissance de ce qu'un élève moyen de 14 à 15 ans peut assimiler en mathématiques, leur projet se trouve d'emblée disqualifié. Et pourtant ce projet comporte des idées intéressantes : introduction rapide de la distance, sauvegarde du fait que la géomètrie est fondée sur les transformations, présentation simple des vecteurs comme segments d'origine commune ... Seul donc reste en lice le projet de l'Inspection Générale.

La Commission Lichnérowicz est bien morte, morte de sa belle mort, a dit Monsieur l'Inspecteur Général, morte parce que son président, jugeant sa tâche accomplie, a démissionné. Cette commission, tant critiquée, parfois avec raison, avait cependant eu le mérite d'associer à l'élaboration des programmes quelques professeurs de lycées et collèges. Elle souhaitait que, tous les quatre ans, à la lumière de l'expérience, son action soit remise en cause. L'Inspection Générale ne peut pas présenter ainsi la refonte des programmes dans le cadre de la réforme Haby. En dernier ressort, elle décide seule, sans nous associer, à la rédaction des programmes, nous qui sommes pourtant les spécialistes de l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle. Monsieur l'Inspecteur Général a reconnu que lui-même n'avait jamais eu l'occasion d'enseigner dans des classes de ce niveau, comparables à celles qui existent aujourd'hui.

Une certaine démocratisation de notre enseignement s'est opérée, bon gré,

* La géométrie pour les classes de 4° et de 3°. J.Taillé C.R.D.P. BP 1001 - 44036 Nantes Cedex ; prix 12 F.

mal gré. Le temps n'est plus où seuls les fils de famille allaient au lycée. Mais les programmes de mathématiques n'ont pas suivi cette évolution. Ils sont conçus pour une élite.

Rien ne fut, à cet égard, plus révélateur que la réponse de Monsieur l'Inspecteur Général à la question que nous avions posée, sur l'opportunité d'introduire le concept "relation d'équivalence" dès la classe de cinquième. Reprenons cette question :

Le programme de cinquième débute par un chapitre "Relations" mentionnant la relation d'équivalence. Cette notion est inaccessible à la plupart des élèves parce qu'elle exige un formalisme rigoureux (quantificateurs et connecteurs). Elle est d'autre part prématurée car elle devrait intervenir normalement comme notion de synthèse. Or le seul exemple mathématique du programme qui justifierait son emploi est $\mathbb{Z}$. Introduire un concept nouveau à partir d'un seul exemple, qui de surcroît est infini, ne procède pas d'une bonne pédagogie ... Pourquoi donc avoir maintenu dans le programme de cinquième ce titre "Relations" alors même qu'il a disparu du projet des classes de quatrième et de troisième élaboré par l'Académie des Sciences ?

L'inspection Générale tient à ce que cette notion soit introduite, au besoin par l'intermé aire de celle de partition, mais le recours aux propriétés de réflexivité, de symétrie et de transitivité n'est pas exclu.

Même point de vue pour la notion de direction qui intervient en quatrième. Il faudra en parler. Et pourtant chaque professeur de quatrième ou de troisième sait par expérience que le mot "direction", dont le sens commun est celui de "train en direction de Paris", présente un obstacle linguistique le plus souvent insurm ontable pour les élèves de ces classes qui, au mieux le confondent avec le mot"droite", au pire avec le mot "sens". Le problème se complique en troisième avec les directions orthogonales. Je n'aurai pas la cruauté de citer les développements auxquels cette notion a donné naissance dans les manuels de troisième, ni de les envoyer au Canard Enchaîné pour qu'il les pourfende comme il a déjà pourfendu "la droite affine". Quant aux vecteurs conçus comme classes d'équivalence de bipoints, cela aussi c'est beaucoup trop abstrait. Chaque enseignant en est bien conscient. L'Académie des Sciences elle-même, s'est contentée dans son projet concurrent d'appeler vecteurs les flèches de même origine et je lis dans un projet de programme du Land de Bade-Wurttemberg, sous la plume de son auteur, Monsieur Prade, "Der Begriff "Vektor" wird für die Oberstufe reserviert". Pourquoi donc l'Inspection Générale tient-elle tant à ce que ces notions qu'on peut qualifier de "mathématiques déjà faites" soient présentées aux élèves ? "Il faut y arriver" a dit Monsieur l'Inspecteur Général.

La réponse est évidente : On ne cherche pas à éveiller le plus grand nombre à l'activité mathématique mais à sélectionner à partir de critères prématurément abstraits. Une autre déclaration de Monsieur l'Inspecteur Général confirme ce jugement : "Tous les élèves doivent normalement aller en troisième, mais il y aura des options technologiques". La néfaste sélection par les mathématiques continuera.

D'autres questions ont été abordées :

- Le projet de programme de l'Inspection Générale avait complètement écarté les transformations. Mais la rédaction seconde du projet mentionne la translation et la symétrie qui reviennent ainsi "sur la pointe des pieds". Cela motive l'usage des instruments de dessin, excellent en soi et recommandé dès la classe de sixième. Il aurait d'ailleurs été paradoxal que l'emploi du parallélogramme articulé soit introduit en sixième sans que le mot translation ne soit prononcé dans le premier cycle !
- Quant au fameux milieu mythique du projet, il ne faudra pas hésiter à l'introduire dans un premier temps à partir du double décimètre. Sur ces deux points et sur quelques autres, relativement mineurs, la rédaction seconde, encore inconnue, semblerait meilleure que la première, laquelle était déjà allégée, reconnaissons-le, par la suppression des isométries et par un abord pragmatique de la notion d'angle.

Mais l'ensemble du projet n'est pas pour autant satisfaisant. En fait il ne s'écarte guère du programme actuel. L'Inspection Générale l'a voulu ainsi pour préserver une certaine continuité de l'enseignement. Elle aurait été certainement mieux inspirée si elle n'avait pas cherché à bâtir des programmes encore trop lourds et comportant des parties trop abstraites qu'il faut aborder coûte que coûte. A condition d'éviter les déviations, on peut arriver à peu près, malgré la réduction d'horaire, à ce qui se fait aujourd'hui. Si le niveau de la classe ne permet pas de démontrer certaines propriétés du plan euclidien, prenez les toutes comme axiomes. Voilà ce qu'a déclaré en substance Monsieur L'Inspecteur Général. Cette obsession concernant l'achèvement du programme ne dessert-elle pas finalement les mathématiques ? A ces classes du premier cycle n'est-il pas utopique de proposer des mathématiques aussi élaborées ?

L'A.P.M. oppose à cette conception la formule dite des "noyaux-thèmes", un noyau restreint de connaissances fondamentales dont l'approche se ferait à partir de thèmes familiers à l'enfant. Ce n'est peut-être pas une formule magique, ni une voie facile pour le professeur qui devra repenser son enseignement. Il faudrait lui donner pour le choix des thèmes une entière liberté, lui faire confiance au lieu de le corseter dans cette camisole de force que constitue le couple programme-instructions. Monsieur l'Inspecteur Général a d'ailleurs déploré l'emploi de ce mot, instructions. Pourquoi ne susciterait-il pas lui-même des expérimentations sur un enseignement des mathématiques suivant cette formule. Si cela devait réduire le nombre des inhibitions actuelles en motivant l'enseignement des mathématiques par autre chose que l'accès à la seconde C, alors cela vaudrait la peine d'être tenté.

L. Augé (Allemagne)

Analyse de la thèse de F. Pluvinage

" Difficultés des exercices scolaires en mathématique"

Les exercices jouent un rôle important dans l'enseignement mathématique quelle que soit la pédagogie suivie. On voit d'ailleurs des enseignants choisir leur manuel sur le seul critère du nombre et de la variété des exercices présentés à la fin de chaque chapitre. Il ne fait de doute pour personne que les exercices peuvent être classés selon une progression allant du plus simple au plus complexe ou au plus "subtil". Et un enseignant se sent ordinairement en mesure de décider lesquels seront faciles pour sa classe et lesquels seront difficiles. Ce qui le guide dans une telle estimation est le contenu mathématique de la réponse à donner, modulé souvent par la similitude avec d'autres exercices déjà proposés et pour lesquels les résultats lui ont apporté satisfaction ou déception. Mais est-ce que cela permet vraiment d'apprécier ce qui fait la difficulté d'un exercice scolaire en mathématique ? En s'en tenant à ce point de vue, légitime dans la mesure où des connaissances doivent être acquises pour répondre à une question, on méconnaît cependant la difficulté propre à un exercice - Car on oublie que pour un élève "produire une réponse ne consiste pas seulement à restituer des connaissances ou à appliquer des algorithmes standards, mais surtout à indiquer l'aboutissement d'un processus d'optimisation" (p. 157).

En d'autres termes, il y a un écart entre le savoir faire couramment postulé par les enseignants lorsqu'ils disent : "les élèves devraient savoir faire cela" et les réponses effectivement obtenues. Cet écart ne signifie pas d'abord, contrairement à une réaction trop fréquente, que les élèves n'ont pas acquis les connaissances relatives à l'exercice qu'ils auraient dû savoir faire, cela est l'indice que la démarche ayant pour terme la réponse, a progressé dans la complexité opératoire de la résolution selon un principe d'économie. Selon les circonstances, dont certaines individuelles nous échappent, et dont d'autres, tenant à la façon de poser la question ou de présenter les informations, peuvent être contrôlées expérimentalement, le principe d'économie peut conduire à une réponse autre que celle attendue (par le professeur).

La difficulté d'un exercice scolaire ne peut être estimée uniquement selon la complexité des connaissances requises (envisagée par la classification N.L.S.M.A.) : il y a une autre dimension qui tient au coût de la procédure opératoire pour l'élève. Définir cette dimension avec précision et fournir à partir des réponses d'élèves quelques exemples de phénomènes relevant de cette dimension, tel est l'objet du travail de F. Pluvinage.

On peut considérer deux types parmi les exercices scolaires :

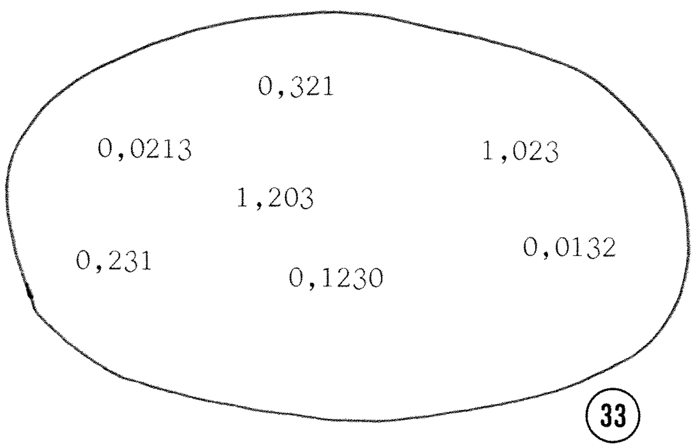
- ceux pour lesquels un ou plusieurs algorithmes de résolution a été fourni aux élèves par l'enseignement, ou dans lesquels l'énoncé oriente vers une démarche de résolution (p. 11),
- ceux pour lesquels "l'une au moins des associations d'idées d'une procédure de résolution ne soit ni indiquée dans l'énoncé, ni résultant de l'apprentissage" (p. 21).

Les premiers exercices sont dits être de type automatisme et les seconds de type heuristique. Mais le terme "automatisme" doit être pris dans un sens large : il inclut la possibilité d'"exercer des choix prédéterminés" (possibilité que possède un ordinateur digital courant) (p. 13). Bien que pour le didacticien ce soient les exercices de type heuristique qui fassent intervenir les phénomènes les plus intéressants, le travail de F. Pluvinage porte sur les exercices de type automatisme. Ces derniers en effet offrent pour la recherche une possibilité de comparaison : "on peut confronter les réponses avec l'algorithme de résolution donné dans le curriculum d'enseignement" (p. 51). C'est donc la complexité opératoire des exercices de type automatisme qui est étudiée. Dans cette étude la notion d'algorithme de résolution joue un rôle important. En l'envisageant sous l'aspect de coût d'une démarche de réponse, elle permet de mettre en évidence trois paramètres qui déterminent la complexité opératoire des exercices scolaires.

I. LA COMPLEXITE OPERATOIRE LIEE A L'ALGORITHME DE RESOLUTION

Le premier est naturellement le déroulement temporel de cet algorithme de résolution, c'est-à-dire le cheminement dans une suite d'instructions élémentaires à exécuter. Or une telle suite peut présenter ou non des branchements stricts ou des boucles. En d'autres termes le cheminement peut exiger ou non des choix ou des retours en arrière dans le processus de résolution (pp. 37-38). Il peut donc y avoir des algorithmes de résolution plus coûteux les uns que les autres et cela pour une question relevant du même niveau de complexité cognitive et présentant le même objectif dans la consigne. Pour mettre cela en évidence F. Pluvinage a proposé les deux questions suivantes.

1) Recopier en les rangeant du plus petit au plus grand les nombres décimaux de l'ensemble :



2) Cette fois pour les décimaux suivants, placer 1 dans la case située sous le plus petit, puis 2 dans la case du suivant, et ainsi de suite jusqu'à 7 dans la case du plus grand.

1,004	0,1010	0,004	1,0101	0,0007	0,0038	0,00369

Ces deux questions proposent le même objectif et font appel aux mêmes connaissances : le rangement des décimaux. On pourrait donc croire en s'en tenant au critère cognitif que c'est la même question et que les réponses données à l'une varieront peu des réponses données à l'autre. C'est méconnaître que des consignes différentes vont induire des algorithmes de résolution différents. Dans le premier cas, la consigne invite à recopier le plus petit nombre trouvé et laisse donc la latitude de le rayer dans le diagramme. Pour chercher le nombre suivant il n'y aura plus besoin de le regarder, c'est-à-dire de le prendre en compte à la lecture. L'algorithme de résolution est donc ici linéaire. Dans le second cas au contraire la consigne en demandant de mettre un numéro dans la case correspondante ne laisse plus cette latitude, de sorte que pour la recherche du nombre suivant, il faut parcourir à nouveau la ligne entière, c'est-à-dire toujours prendre en compte sept nombres. Du fait que les nombres successivement choisis ne sont pas soustraits aux différentes lectures requises à chaque étape, il y a retour en arrière. L'algorithme de résolution est donc ici à boucles. Certes, rien n'interdit d'adopter une autre procédure : recopier par exemple sur un brouillon les sept nombres et les rayer au fur et à mesure de leur choix, puis reporter les résultats sur la feuille. Mais une telle procédure de recherche apparaît plus coûteuse et a moins de chance d'être adoptée. La question 2 comporte donc une difficulté que ne comporte pas la question 1. Cette difficulté n'est pas de nature mathématique, elle dans la façon dont on est invité à prendre en compte l'information donnée. La démarche de comparaison des nombres est plus complexe dans le cas de la question 2 que dans le cas de la question 1.

Les résultats viennent confirmer cette analyse faite avant toute passation (voir pp. 107-108 et p. 139). Pour mieux en souligner l'importance précisons qu'il conviendrait de distinguer ici deux démarches de comparaison dans la procédure de résolution.

- la première porte sur la recherche du plus petit nombre et correspond à la seule question : quel est le plus petit nombre des sept qui sont présentés ? Dès cette première étape la disposition perceptive des nombres, regroupés dans un diagramme ou rangés dans un ordre linéaire, induit des procédures d'exploration différentes. Et cela indépendamment de la consigne donnée.

- la deuxième porte sur le rangement des nombres donnés. Ici la différence dans les procédures de comparaison adoptées dépend principalement de la consigne (selon qu'elle demande de réécrire les nombres ou pas).

Les résultats obtenus par F. Pluvinage mettent en évidence l'effet global de ces deux démarches, sans les distinguer explicitement. On peut supposer que la différence significative obtenue est surtout dûe aux effets de la seconde démarche. Mais cela n'est pas entièrement sûr.

Indiquons brièvement les deux autres paramètres qui interviennent dans la complexité opératoire d'un exercice. L'un est le mode opératoire et l'autre le nombre de notions à utiliser.

Le premier paramètre envisageait seulement l'algorithme de résolution sous le seul aspect du déroulement temporel. Le second envisage le contenu des instructions, ou plus précisément la façon dont le traitement des données de l'exercice à chaque pas du déroulement de l'exercice, exige le recours à la mémoire (pp. 39-40). Ainsi les résultats associés à des données particulières sont pour les opérations arithmétiques directement en mémoire (les tables d'addition et de multiplication sont l'un des succès les plus sûrs de l'enseignement mathématique !). C'est là évidement un mode opératoire dans lequel la mémoire est plus sollicitée que lorsqu'il s'agit de lire des valeurs sur une table (trigonométrique par exemple). Il y a cependant des modes plus complexes que ces deux là. Ce sont ceux qui concernent les substitutions : substitution de valeurs numériques à des lettres, ou de lettres à d'autres lettres, comme dans la résolution d'équations... Dans ces derniers cas il faut non seulement "présentifier" des formules à appliquer (Que le lecteur n'accuse pas F. Pluvinage de ce vocabulaire barbare) mais aussi mémoriser certaines transformations faites.

Le troisième paramètre est plus aisé à concevoir : le nombre de notions à utiliser pour la résolution d'un exercice influe sur sa complexité (p. 42). F. Pluvinage rattache ce paramètre à une notion difficilement cernable du point de vue psychologique, celle "d'étendue du champ". Cela ne relèverait-il pas de la capacité de mémoire immédiate ? C'est une simple question qui mériterait d'être explorée. Dans le cas d'une réponse positive, il serait difficile de distinguer ce troisième paramètre du second. Mais cela n'infirmerait en rien la thèse selon laquelle la difficulté des exercices ne relève pas seulement de la "compréhension" des notions à utiliser. La difficulté est aussi ailleurs.

Cette analyse pourrait laisser croire qu'il est toujours possible, pour un exercice déterminé, d'isoler chacun de ces paramètres. Ce n'est pas toujours le cas. En revanche, il est plus facile de mettre en évidence l'effet global de la complexité opératoire sur les démarches de réponse, en tant que celles-ci obéissent à un principe d'économie ou d'optimisation. L'exemple que F. Pluvinage propose à titre d'expérience cruciale est l'exercice suivant.

Parmi les produits de deux des nombres suivants, lequel est le plus proche de 4 ? le plus proche de 2 ?

0,62 0,93 1,72 2,31 3,47.

Une première démarche de réponse consiste à effectuer tous les calculs. Dans ce cas, on peut s'attendre à ce qu'il n'y ait pas de différence significative entre les résultats pour l'item 1 (le produit de plus proche de 4) et l'item 2 (le produit le plus proche de 2) : les erreurs de calcul doivent se répartir de façon équilibrée. Cette première démarche ne relève pas du principe d'optimisation. Mais il est une autre démarche qui relève de ce principe, celle consistant à n'effectuer qu'un petit nombre de produits, déterminés par une procédure de choix. Dans l'hypothèse d'une telle démarche les deux items ne sont plus équivalents. L'item 1 est, d'un point de vue opératoire, moins complexe que l'item 2. Car "la rencontre fréquente de 4 comme carré de 2, jointe à la présence dans la liste de 1,72 (un peu plus petit que 2) et de 2,31 (un peu plus grand que 2, donc équilibrant 1,72), fait du produit 1,72 x 2,31 un "candidat" excellent. En revanche il n'y a pas de "candidat" aussi apparent dans le second cas, et, de plus, deux produits s'avèrent être très proches : 0,62 x 3,47 et 0,93 x 2,31". (pp. 93-94).

Deux démarches sont donc possibles et seule la seconde relève d'un principe d'économie. Laquelle des deux démarches les élèves adoptent-ils ? Si une différence significative apparaît entre les réponses aux deux items on sera en droit de penser que c'est la seconde.

C'est ce que les résultats confirment avec netteté (pp. 106-107 et p. 151 bas). La différence entre les réponses aux deux items est l'effet global de la complexité opératoire et non pas seulement la conséquence de simples erreurs dans les multiplications. Trouver le produit le plus proche de 2 n'est pas plus difficile mathématiquement que trouver le produit le plus proche de 4, mais opératoirement c'est plus coûteux. Les démarches de réponse sont des "conduites d'optimisation". Cette seule remarque suffit à justifier, d'un point de vue didactique, et pas seulement d'un point de vue pédagogique, la question trop souvent négligée jusque récemment : quelle est la signification de l'erreur ?

II. QUELQUES REGULATIONS PERTURBATRICES JOUANT DANS LA LECTURE DE L'ENONCE

Les aspects de la difficulté tenant à la complexité opératoire sont objectifs : ils peuvent être déterminés a priori, c'est-à-dire avant toute passation, et sont communs pour les individus d'une même population scolaire. Leur détermination dépend de l'algorithme de résolution de l'exercice proposé. Il en est d'autres, en revanche, qui dépendent étroitement des facteurs individuels. En premier lieu, il y a la motivation de l'individu. Elle nous échappe dans la mesure où elle renvoie à l'expérience particulière de l'individu et à l'état dans lequel il se trouve quand on lui propose l'exercice. Moins inaccessible est la détermination de l'objectif de l'exercice. Si cette détermination est évidemment liée à l'énoncé de la consigne -lequel peut expliciter, préciser ou non l'objectif- elle est non moins fonction de la lecture que l'élève va en faire. Et à ce titre elle va jouer un rôle dans la motivation selon les termes de l'énoncé qui retiennent davantage l'attention ou selon que la question est entendue.

Il y a enfin les deux phénomènes de l'équilibrage et du plongement, qui sont deux "composantes du champ associé à la motivation" (p. 50). L'équilibrage est la tendance à organiser selon une certaine symétrie les expressions symboliques qu'on lit ou qu'on doit transformer. Celle-ci peut être visuelle. C'est grâce à cette symétrie que le calcul de l'expression $a \times b + c \times d$ est réussi par une population plus large que celle qui habituellement respecte les règles de priorité. Ce qui n'est pas le cas pour le calcul de l'expression $a + b \times c$. Plus généralement cette symétrie attractive est une "symétrie de rôle" (pp. 114-115). L'équilibrage est une tendance suffisamment forte pour être susceptible d'entraîner chez certains élèves une remise en cause momentanée de la numération de position : lorsqu'il s'agit par exemple d'effectuer la somme de 2,258258... et de 1,7979... (pp. 44, 116, 143, 149-150). Le plongement est la "tendance individuelle à traiter une nouvelle notion par analogie avec les notions déjà utilisées" (p. 45). Comme exemple de plongement F. Pluvinage propose la réponse $(0,3)^2 = 0,9$ au lieu de 0,09. L'élévation au carré d'un décimal est traitée comme l'élévation au carré de deux entiers séparés par une virgule. La réponse $(0,3)^2 = 0,9$ a été relevée dans plusieurs enquêtes. Ainsi en 5e l'item $3,14 \times (0,3)^2$ obtient un taux de réussite de .14, en 4e de .45 et en 3e de .49. Toutefois dans cet item la présence d'un second produit à effectuer, celui par 3,14 "diminue encore la réussite à $(0,3)^2$ et favorise l'erreur de placement de la virgule ... par détournement d'attention" (p. 103).

Cependant l'équilibrage et le plongement, qui apparaissent comme des perturbations, ne viennent pas nécessairement augmenter la difficulté d'un exercice : ils peuvent parfois jouer en sens inverse comme dans l'exemple que nous citions plus haut. Ces perturbations relèvent-elles entièrement du comportement de l'individu ?

Elles se produisent à la lecture et à l'interprétation de la suite des symboles proposée comme expression mathématique à traiter et non point comme réalisation calligraphique. Nous serions tentés de dire qu'elles jouent dans l'identification même des signes écrits ou entendus. Elles sont donc antérieures à l'adoption par l'élève d'un algorithme de résolution. Relèvent-elles pour autant de facteurs individuels, comme ceux qui peuvent charger les mots du langage courant et qui engagent immédiatement certaines représentations et réactions ? Les perturbations de l'équilibrage et du plongement ne semblent guère plus liées à ces facteurs que peuvent l'être les illusions perceptives. On pourrait dire seulement que les mécanismes correcteurs sont plus ou moins développés chez les individus non pas en fonctions de l'âge, mais en fonction du cursus scolaire ! Ce qui ne revient pas tout à fait au même, car c'est reconnaître que ces deux phénomènes jouent de façon commune sur l'appréhension de la signification d'une expression que je n'ai pas produite ou trouvée moi-même. S'il en est bien ainsi (nous nous contentons ici d'effleurer un problème important, celui du rôle des signes dans la communication et dans le développement d'une connaissance), il n'est plus nécessaire de rattacher respectivement les phénomènes d'équilibrage et de plongement à l'aspect cognitif et à l'aspect opératoire des exercices, comme F. Pluvinage le fait (pp. 47, 50). Reprenons l'exemple proposé pour établir et illustrer le phénomène de plongement $(0,3)^2 = 0,9$ (pp. 43, 103, 105, 138, 150). Cet exemple appellerait une exploration plus systématique sur des questions telles que $(3,3)^2$ $(0,04)^2$ $(0,2)^2$ $(1,0)^2$ $(1,2)^2$. Mais ce qui nous intéresse ici est le point suivant. En supposant raisonnablement que l'attraction du plongement joue lorsque l'élève n'a pas à poser la multiplication et qu'il lit directement le résultat en mémoire (ce qui est le cas des nombres inférieurs à 10), cette attraction ne tient-elle pas à une lecture instantanée du chiffre 3 comme nombre 3 ? Le symbole "3" a pour l'élève, après l'apprentissage des entiers, un sens précis et fixé de même que l'arabesque "table" a après l'apprentissage de la lecture un sens précis. Ce sens n'est pas ou n'est plus notionnel, il correspond à l'identification immédiate de tel tracé comme signe de tel "objet". Sans cette identification nous ne pourrions jamais lire ou même entendre : il n'y aurait ques des traits figuratifs ou non et des bruits. Cette identification est la condition de la reconnaissance du sens notionnel lequel suppose toujours que les signes soient donnés dans le contexte d'une suite de signes formant une expression articulée ou une expression. Rien d'étonnant alors à ce que cette identification demeure tant qu'une autre identification plus différenciée l'ait peu à peu transformée. Que "3" soit intégré dans une écriture composée, dans (0,3) pour exprimer une notion nouvelle, cela ne lui enlève pas son identité de nombre comme l'intégration du mot table dans les expressions "table de bois", "table de bureau" n'enlève pas l'identité du mot table [Ce parallèle fera frémir car le système des chiffres ne fonctionne pas comme le lexique. Mais ce qui est ici en cause c'est l'interprétation des signes dans un apprentissage] . C'est en ce sens d'ailleurs que nous comprenons les remarques de F. Pluvinage sur "la différence de statut" à propos de Sup entre des items où il désigne une opération et des items où il désigne un nombre (p. 140). La différence de statut des symboles, caractéristique des signes et de l'écriture mathématique, est à nos yeux un aspect sémantique inséparable du rapport aux signes, dont l'appréhension est rendue possible, et aussi quelquefois troublée, par l'équilibrage et le plongement. Pour cette raison, qualifier ces deux phénomènes de "perturbation" ne nous paraît pas tout à fait heureux.

III. UNE METHODE POUR DECELER LES COMPORTEMENTS DE REPONSE A DES QUESTIONS

Il n'est pas besoin de souligner ici l'intérêt de toute cette analyse de la difficulté des exercices scolaires. Mais il est important de savoir si les faits sont en accord ou non avec cette analyse. Et plus particulièrement de savoir si les résultats recueillis par F. Pluvinage relèvent bien de l'interprétation qu'il en fait. Les questions proposées dans ses questionnaires sont aussi des exercices scolaires. Comment donc distinguer dans les réponses ce qui est dû à l'aspect cognitif, à l'aspect opératoire, à la motivation ou plus prosaïquement à la place de la question dans le questionnaire ? Nous voyons donc l'importance des problèmes de méthode, lesquels occupent d'ailleurs une grande place dans ce travail.

Les résultats recueillis proviennent de deux questionnaires. Le premier a été présenté en 1973 à des élèves de 5e, 4e, 3e et 2nde (chapitre 6). Ce questionnaire est classique dans sa conception, bien que F. Pluvinage ait pris la précaution essentielle de ne pas interpréter des réponses considérées isolément, mais des "variations de réponses à des questions "voisines"" (p. 93). Cela entraîne évidemment une contrainte dans le choix des questions. Outre que le caractère "voisin" des questions reste pour une grande part approximatif sinon très subjectif, l'étude séquentielle des résultats ne peut dépasser une observation directe : les relations entre les réponses à des questions différentes échappent parce que, vu la masse des informations, tous les croisements entre les réponses aux items ne peuvent être effectués. Aussi en 1974 un deuxième questionnaire fut proposé à des élèves de 3e, qui évite cette double limitation (chapitre 7).

L'originalité de ce second questionnaire est de se présenter en trois versions comportant des questions communes, des questions propres à deux des trois versions, ou à l'une seulement. Toutes les questions ne sont donc pas posées à tous les élèves. L'avantage de ce type de questionnaire est double. D'une part il permet une plus grande précision dans la variation des questions dites "voisines". D'autre part il se prête à un traitement d'analyse factorielle de correspondances.

Dans un questionnaire ordinaire, on ne peut interpréter plusieurs fois le même exercice en y introduisant un seul changement soit dans la consigne soit dans la donnée. La répétition neutraliserait les variations possibles de réponse. On doit donc se contenter d'un seul changement et, en général, on évite qu'il soit trop minime -ne serait-ce que pour ne pas donner l'impression de répéter la même question-. Avec les questionnaires à plusieurs modalités, il devient possible de faire des variations sur le même exercice et de mieux contrôler les variations introduites.

Mais c'est grâce à la possibilité du traitement de l'analyse factorielle des correspondances que le questionnaire à plusieurs modalités devient un instrument d'observation pour les comportements de réponse des élèves. Il est hors de notre propos de la présenter. Le lecteur qui désirera s'en faire une première idée pourra lire les pages 62-66 et 76-79 du travail de F. Pluvinage. Celui qui souhaiterait une explication technique et qui serait intéressé par les problèmes que soulève le fait de prendre en compte des questions qui n'ont pas été posées à tout le monde pourra lire les pages 67-73 et le long additif pp. I-XXXVII. Ce que nous voulons simplement souligner c'est que cette analyse permet une interprétation des résultats selon l'attraction décelée vers l'une ou l'autre des modalités, et par suite qu'elle met en évidence l'effet de telle ou telle variation introduite. C'est la première analyse des résultats selon le plan factoriel 1-2, appelé encore plan des modalités (pp. 133-135). L'axe 3, appelé encore axe des réussites et des échecs donne lieu à une deuxième interprétation. [Par réussite il faut entendre le ou les types de réponse que l'on veut analyser et par échec tous les autres types de réponse. A chaque analyse on peut évidemment changer le critère de ce qui a été considéré comme réussite] . Selon l'attraction vers la composante positive (réussite) de ce même axe, et selon la proximité ou non de l'origine, il est possible de distinguer trois secteurs qui séparent trois types de questions (pp. 136-137).

1) Les questions dites "faciles" : ce sont les questions pour lesquelles la réussite "ne veut pas dire grand chose" mais où l'échec en revanche est "significatif vis à vis du comportement d'ensemble".

2) Les questions dite "difficiles", à l'autre extrémité : ici c'est la réussite qui fournit pour chaque individu "une présomption sur la réussite d'ensemble".

3) Les questions dites "discriminantes" placées dans le secteur angulaire central. Plus les questions sont éloignées de l'origine et plus elles sont discriminantes. Pour ces questions l'échec et la réussite à ces questions sont significatifs pour le comportement sur l'ensemble du questionnaire.

Un tel type d'analyse permet d'aller au delà d'une simple description des résultats recueillis et de la recherche de quelques différences significatives ou de quelques corrélations entre les réponses.

En guise de conclusion, rappelons la conception sous-jacente à toutes ces analyses : "produire une réponse ne consiste pas seulement à restituer des connaissances ou à appliquer des algorithmes standard mais surtout à indiquer l'aboutissement d'un processus d'optimisation" (p. 157). Un élève ne produit pas la réponse à un exercice scolaire comme l'enseignant l'écrit sur sa feuille ou au tableau. Et la différence n'est pas d'abord de temps ou de rapidité. Il y a dans tout exercice scolaire d'autres difficultés que les difficultés mathématiques : celles-là sont parfois, sinon souvent, plus grandes que celles-ci. Certes de nombreux auteurs ont déjà relevé ce qui peut peser sur la production d'une réponse. Ainsi pour prendre l'exemple d'une enquête récente sur les difficultés éprouvées par des étudiants à propos des notations avec indices et du signe " Σ ", J. Grossel a signalé : l'influence parfois négative du cours, la confusion entre ce qui fait partie de la question et ce qui fait partie de l'hypothèse, la non importance attachée à certaines phrases de l'énoncé, le rôle du fait de penser qu'il faut arriver à tel nombre de réponses "oui", etc... L'enseignant reconnaîtra là certaines de ses observations personnelles.

L'originalité du travail de F. Pluvinage est d'entreprendre une exploration systématique des aspects non cognitifs de la difficulté des réponses (une question n'est en elle-même ni facile, ni difficile), et de montrer qu'ils ne sont pas accidentels, cela en vertu du principe d'optimisation : "En effet la pratique d'optimisation individuelle, même non consciente, est tout à fait générale" (p. 27). C'est là un secteur de recherche qui est ouvert et qui ne concerne pas seulement ceux qui s'intéressent à la didactique des mathématiques. Tout exercice devrait être examiné non seulement dans son contenu mathématique, mais aussi dans le coût probable de la démarche de réponse qu'il appelle. Même si un tel examen ne peut toujours être conduit à bien, il permet de découvrir qu'on ignore bien souvent ce qu'on demande effectivement quand on pose une question à un élève sous la forme d'un exercice.

Liaison CM2 - 6ème

Les débats du groupe mathématiques sont animés par Monsieur Bulber.

1ere PARTIE

Monsieur Bulber présente et commente les nouveaux programmes des classes de sixième et de cinquième parus au B.O. n° 11 du 24 mars 1977 applicables en classe de sixième à la rentrée 1977.

D'autre part, il distribue une copie du courrier de l'Education n° 49 "Savoir et savoir-faire à l'issue de la scolarité obligatoire". Ce document est proposé comme point de départ à la discussion. On y précise non seulement des objectifs, des connaissances et des savoir-faire susceptibles d'être acquis par la majorité des élèves à l'issue de la scolarité obligatoire mais encore une méthode une démarche "correcte" de la pensée pour essayer d'arriver à faire formuler de façon claire et précise un raisonnement, une conclusion.

L'animateur souligne particulièrement la liaison indispensable entre l'enseignement des mathématiques, des Sciences expérimentales et de l'Education manuelle et technique. Cette interprétation des disciplines peut se faire aussi bien pour présenter ou illustrer certaines notions que pour éveiller chez l'enfant une motivation, faciliter la compréhension et donner un but à l'enseignement reçu par l'élève. L'un des objectifs du programme de 6e reste, à côté d'une consolidation des acquis de la scolarité élémentaire, une formation intellectuelle en cultivant les qualités d'observation et d'analyse, en développant progressivement les capacités d'abstraction, en entraînant l'élève à la pensée déductive et en stimulant l'imagination.

2eme PARTIE

Les professeurs du C.E.S. constatent un niveau très hétérogène des connaissances mathématiques à l'entrée en sixième : certains élèves en effet ont eu une initiation aux mathématiques dites "modernes" dès l'école élémentaire, d'autres ne semblent pas en avoir profité.

Cet état de fait est la cause de difficultés d'organisation de l'enseignement mathématique en sixième. Chaque professeur doit adapter le programme de sa classe en sorte que son enseignement ne soit pas uniquement collectif mais que certaines études se prêtent à un travail individuel ou par petits groupes. Certains élèves travaillent plus vite que d'autres.

Quelques ouvrages de mathématique utilisés au C.M. sont mis entre les mains des professeurs. Ces documents illustrent bien la grande diversité des notions approchées et des méthodes employées selon qu'ils s'adressent à des surdoués ou à l'élève moyen.

Les maîtres du C.M. soulignent que la circulaire du 2 janvier 1970 qui institue le programme <u>transitoire</u> de l'enseignement élémentaire de mathématique est toujours celle définissant le programme en vigueur. On y lit : "L'ambition ... de l'enseignement mathématique à l'école élémentaire ... n'est plus essentiellement de préparer les élèves à la vie active et professionnelle en leur faisant acquérir des techniques de résolution de problèmes catalogués et suggérés par "la vie courante" mais bien de leur assurer une approche correcte et une compréhension réelle des notions mathématiques liées à ces techniques.

Il semble que cela soit possible si, dès le début de la scolarité, le souci majeur du maître est de donner à ses élèves une formation mathématique véritable ..."

Les assistants expriment le besoin d'essayer de définir un "noyau" de connaissances souhaitées à l'entrée en sixième.

Plusieurs chapitres sont abordés :

- sens et utilisation par les élèves des signes :

indispensable	recommandé	facultatif
$+$		
$-$	$\in$ $\notin$	$\subset$ $\not\subset$
$=$	$\leqslant$ $\geqslant$	$\cap$ $\cup$
$\times$		
$:$ ou $\div$		

- calcul mental et calcul rapide
- numération de position : entiers naturels - décimaux
- sens des opérations
- faire les opérations - techniques opératoires
- proportionnalité : analyse de situations diverses
- mesures de durées

- conversions : système métrique
  " monétaire
  unités de masses
  " de capacités
  mesures d'aires
  " de volumes ?
- géométrie : . étude des principales figures géométriques planes
  . leur construction
  . utilisation de la règle, de l'équerre, du compas
  . savoir calculer les périmètres, les aires
- repérage sur une droite, un quadrillage.

On constate rapidement que le programme du C.M. est très vaste, on peut encore y trouver en vrac :

- opérateurs additifs
  multiplicatifs
  fractionnaires
- fractions
- pourcentages
- intervalles
- caractères de divisibilité
- unités agraires
- volume du pavé et du solide cubique
- relations volumes - capacités - masses
- le plan, l'échelle
- etc...

Il est constaté qu'à l'école élémentaire, l'étude de la numération en différentes bases n'a d'intérêt que dans la mesure où elle permet de mieux comprendre la numération de position en base 10.

Certaines notions étudiées au C.M. ne seront reprises de façon systématique au C.E.S. qu'après une interruption de 2 ans, c'est-à-dire à partir de la classe de 4e, d'autres telles que la notion de chaînes d'opérateurs ne seront plus abordées de la façon dont elles ont été introduites, à l'école élémentaire.
(Relations numériques et opérateurs ne semblent être introduits au C.M. que pour en arriver aux opérateurs fractionnaires et pouvoir ainsi résoudre plus facilement des problèmes de proportionnalité.)

Monsieur Bulber met surtout l'accent sur le fait que les élèves venant en 6e ne savent pas lire, comprendre et interpréter un énoncé. Il est certain que la rédaction d'un problème mathématique fait appel à un vocabulaire spécifique et une expression précise, claire et concise. Un entraînement à l'étude d'énoncés de problèmes paraît indispensable.

Les maîtres du C.M. semblent éprouver le besoin d'uniformiser les expressions utilisées dans les techniques opératoires.

Toute méthode est acceptée au C.E.S. Seules exigences : savoir calculer vite et que le résultat soit juste. Toutefois, surtout dans les autres domaines, les professeurs demandent que, dans la mesure du possible, on fasse appel au vocabulaire juste et spécifique (par exemple : aire - surface).

En conclusion, il est à noter que les programmes du C.M. et de la 6e présentent de nombreuses similitudes ; celui de la classe de 6e exige, sur le plan du savoir-faire, une consolidation et un approfondissement de certaines notions déjà abordées au C.M. avant d'introduire les nombres relatifs.

Les présents expriment le désir de se rencontrer à nouveau après la rentrée (octobre 77). Sujets proposés :

- aperçu sur les programmes de 4e et 3e,
- aperçu sur les programmes du C.E.,
- échange d'impressions concernant les nouveaux élèves de 6e.

Compte-rendu rédigé par
Monsieur CRON,
P.E.G.C. au collège de Barr.

La vie de la régionale

Le Comité, réuni le 14/12/77, a passé en revue les points suivants :

1) Organisation d'une visite dans des classes d'un établissement de Fribourg (classes équivalentes en France : du CM_2 à la 2^{nde}). Période et jour retenus : février 78 - un samedi.

2) Séance de travail concernant les projets de programme de 4^e et 3^e. Date retenue : 11 janvier 78 - 14^h30.

3) La menace de réduction des crédits aux I.R.E.M. se précise : diminution de 20 % des décharges de service. A Strasbourg, pas d'exclusion de stagiaires pour cette année scolaire, mais des réductions d'horaires.

4) A propos de la journée interrégionale NANCY-REIMS-STRASBOURG : REIMS essaye de contacter NANCY qui n'a pas encore donné de réponse.

5) Préparation de la journée A.P.M.-I.R.E.M. 1978 :
- recherche de conférenciers,
- date : 8 ou 15 mars ?

6) Problème des membres de l'A.P.M. n'ayant pas réglé leur cotisation : la Régionale leur adressera un rappel.

Activités mathématiques en classe de 6^e

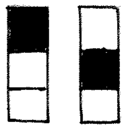
Cet article a été rédigé après quelques réunions du groupe A 2 de l'I.R.E.M. de Strasbourg. Il voudrait amorcer dans les colonnes de l'"Ouvert" un contact plus large avec des enseignants extérieurs au groupe et à qui leur pratique pourrait avoir fourni des éléments recoupant notre questionnement.

Autant il peut paraître judicieux que l'on souligne les idéologies sous-jacentes à la pratique actuelle de l'enseignement des mathématiques, autant il nous paraît indispensable de faire ressortir la place privilégiée que les mathématiques peuvent occuper dans le développement de l'enfant. Se borner à répéter aux enseignants que leur rôle est récupéré, dévié, néfaste, nous semble dans le contexte présent peu judicieux, d'une analyse sommaire et d'un effet opposé à celui recherché. Nous pensons plus utile de souligner le rôle spécifique de stimulant des fonctions mentales que peuvent jouer les mathématiques, outil d'éducation.

Notre pratique a attiré notre attention sur le fait que certains thèmes semblaient plus facilement s'inscrire dans cette optique que d'autres. Une utilisation plus souple des techniques d'enseignement nous a fait constater quelquefois qu'il"se passait quelque chose". Les mathématiques, d'une construction grandiose et respectable, invitant au silence, devenaient source d'étonnement, de confrontation, voire faisaient jaillir une étincelle de pensée s'appropriant un ailleurs que l'on ne supposait pas à la portée d'un enfant de 6º. C'est dans des occasions de naïf étonnement de ce genre que nous avons eu envie de raconter ces fragments de vécu à d'autres, en sachant bien que notre narration n'est jamais complète et ne présente ni des modèles, ni des vérités si ce n'est celles que des enfants sont capables de produire des mathématiques qui sont les leurs. Il est quelquefois bon de ne pas les en empêcher...

L'activité dont la description suit a été proposée à une classe de 6º de 24 élèves en novembre 77. Durée globale : 5 fois 50 mn.

<u>1ère séance</u> : Présentation : Prof, au tableau : " On dispose de deux sortes de cubes, par exemple des cubes verts et des cubes rouges. On veut construire des empilements de cubes d'une certaine hauteur, mais en se donnant comme règle que deux cubes rouges ne doivent pas se toucher :

Par exemple :  est permis  n'est pas permis "

(□ vert ■ rouge)

"Combien de sortes de tours est-ce qu'on peut construire avec un cube ?"

Un élève met les deux possibilité au tableau :

Prof : "Combien de tours différentes est-ce qu'on peut construire avec 6 cubes ?"

L' assistance est perplexe. Les uns sortent leur cahier de brouillon, les autres décrivent des possibilités oralement à leur voisin, d'autres encore ont l'air de ne rien faire du tout.

Un élève : "Je peux en mettre au tableau ? "

Plusieurs possiblités sont dessinées au tableau.

Prof. : "Est-ce qu'on les a toutes ?"

Un él.: "Non, j'en ai une autre!"

Autre él.: "Il faut tous les chercher".

Prof. : "Le but de notre travail est donc tout d'abord de construire des tours avec des cubes rouges et verts en respectant la règle qui était..."

Un él. : "Un cube rouge ne doit pas toucher un autre rouge

Prof. : "Quelles questions est-ce qu'on pourrait se poser ?"

~~Un~~ él.: "Trouver toutes les tours avec 6 cubes"

Prof. : "Et encore ? "

Un élève : "Avec 100 cubes"

Cris d'effroi ...

Prof. : "Mais comment être sûr qu'on les a tous ?

Un él. :"Il faut chercher jusqu'à ce qu'il n'y en ait plus".

Autre él. : "Il faut chercher avec de l'ordre"

Autre él. : "On regarde si les autres en ont plus."

L'activité de construction des exemples démarre. Tous les élèves s'affairent, y compris "les plus faibles".

Un él.: "On peut prendre d'autres couleurs ?"

Autre él. : "Moi, j'ai pris du jaune et du violet"

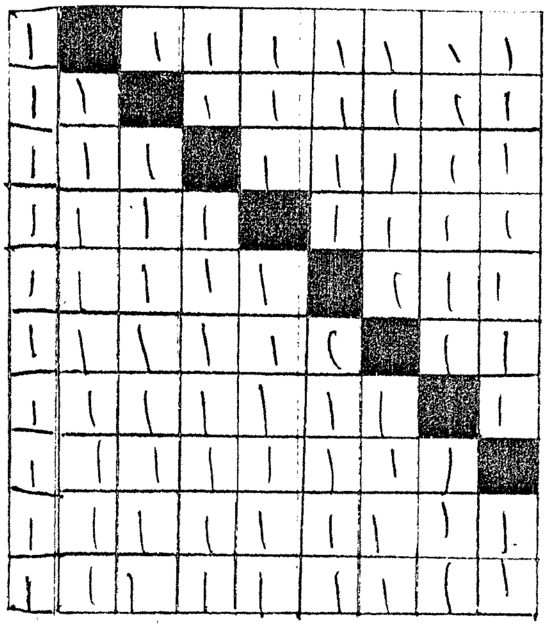
Signe d'accord du professeur.

Pendant le travail, le professeur passe parmi les élèves. Ses interventions visent à faire expliciter à l'élève ce qu'il est en train de faire. Le travail est strictement individuel. En gros on constate trois démarches :

a) Une dizaine d'élèves essayent de trouver les tours construites avec 6 cubes.

b) Un élève essaye de trouver les tours construites avec 10 cubes ; il m'explique qu'il en aura plus que les autres et me montre comment, méthodiquement, il dessine ceux qui n'ont que du vert, puis un seul rouge, et il me dit qu'il va continuer ainsi.

c) Les autres essayent des tours moins hautes : 3 cubes, 4 , 5 , ou alors commencent avec 1 cube, puis 2, etc...



exemple du b)
(seul exemple de méthode explicite de construction systématique)

Je prosède par ordre pour ne pas m'embrouiller
la 1er collone est composé que de rouge.
de la 2e à la 11e collone je fais une diagonale de noir.
Puis j'alligne une rangée de noir à la première ligne (en haut)
et je les distances des autres noirs par ordre (1,2,3,4,5,6,7,8, carreaux).

A la fin de cette première séance, des échanges d'informations entre élèves s'amorcent. Cinq élèves ont même déplacé leur table pour s'installer en deux groupes isolés du reste de la classe. Quand la sonnerie retentit, un élève annonce : "Il y a une règle".

<u>2ème séance</u> : Un élève rappelle le sujet du travail et la règle de construction des tours.

<u>Prof.</u> : "Qu'est-ce qu'on cherche ?"

<u>Un él.</u>: "On voudrait savoir combien il y a de possibilités avec 6 cubes ou avec un autre nobre."

<u>autre él.</u>: "On pense qu'il y a une règle"

<u>Prof.</u> : " Expliquez un peu..."

<u>Elève</u> : "Les nombres suivent une règle. On peut le voir si on écrit combien il y en a pour 1 cube, pour 2 cubes et ainsi de suite."

Un travail sur les suites de nombres a été fait dans cette classe à la rentrée de septembre.

<u>Prof.</u> : "C'est-à-dire que vous pensez que tous les nombres que l'on obtient suivent une certaine règle que vous avez trouvée ?"

<u>Elève</u> : "On n'est pas encore tout-à-fait sûr, on veut encore contrôler quelque chose."

Exceptés 7 élèves qui en restent strictement à la construction d'exemples, cette deuxième séance est pour la classe la séance de "recherche de la REGLE".

D'emblée, la plupart des élèves se groupent par 2, voire par 3 ou 4. Il reste aussi 3 isolés. Grande activité à l'intérieur des groupes. Pas de communication inter-groupe. Les rares tentatives sont vivement repoussées. Des hypothèses sont émises. Le professeur, après avoir fait vérifié l'exactitude de la règle trouvée pour les exemples réalisés, demande systématiquement : "Mais est-ce que c'est encore vrai pour la suite ?"

Ex. 1 :

Je pensait qu'il fallait additionnée 1 au premier nombre après 2.3.4.5 mais j'ai constatée que cela n'allait pas parce qu'il y a 13 et 8+4 ne fais pas 13
exemple : ~~2+3=5~~ 2+1=3+2=5+3=8+5=12

Je pense qu'il faut additionner les chaque nombre par le nombre qui est juste devant lui.
2, 3, 5, 8, 13

Ex. 2 :

2 $\xrightarrow{+2-1}$ 3 5 9 etc...

Je pensais au début que l'opérateur était $\xrightarrow{+2-1}$
Mais si on continue ça donne 8. Donc cette règle est fausse.

$\underset{1}{(2}+\underset{2}{3)}=\underset{3}{5}$ $(5+\underset{4}{8)}=\underset{5}{13}$ etc. $\underset{6}{21}$

Je pense maintenant que la règle est : Le nombre précédent + le nombre trouvé.
Donc pour une rangée de 1 il y aurait 2 possibilités. Pour 2, 3 Pour 4, 5. Pour 5, 8. etc...

Ex : 3

C'est après avoir dessiné tous ces empilements de cubes, que j'ai constaté qu'il y avait une possibilité pour arriver à savoir combien y aurait-il de possibilité pour chaque empilement j'ai commencé par 2 cubes superposés et 3 cubes superposés. Si je prends le nombre de possibité (3) avec 2 cubes superposés et que je l'additionne au nombres de cubes (2) cela me donne 5, et je trouve le nombre de possibilités pour le suivant.

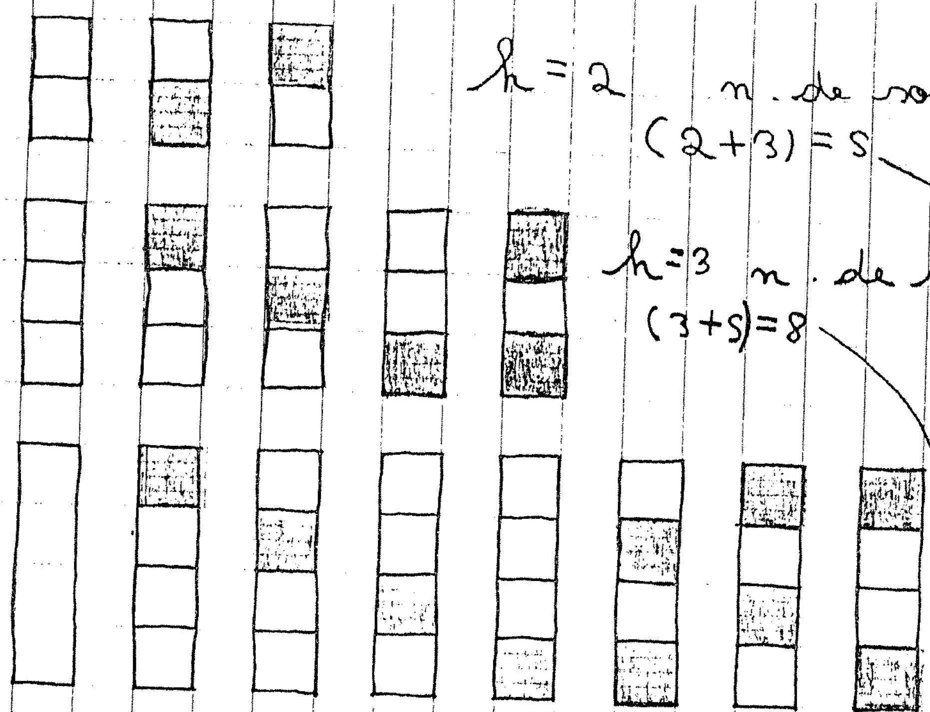
J'ai fait de même pour les suivants. A ce moment là je n'avais trouvé pour l'empilement de 5 cubes que 12 possibilités alors tout marchait très bien. Au bout d'un moment j'ai découvert une 13ème possibilité alors j'ai du tout recommencé, quelques instants plus tard tard j'ai trouvé une autre manière qui est celle-ci :

1 - 2
2 - 3
3 - 5
4 - 8
5 - 13
6 - 21

j'additionne les 2 nombres précédent et je trouve le nombre de possibilité pour chacuns des empilements.

Ex. 4 :

On a aditionné le nombre de solution + le n. de cubes de hauteur. Le nombre trouvé était le nombre de solution pour le suivant



$h = 2$ n. de sol. = 3

$(2+3) = 5$

$h = 3$ n. de sol. = 5

$(3+5) = 8$

$h = 4$ n. de sol = 8

$(4+8) = 12$

Jusqu'ici le système fonctionne mais quand je prends une hauteur de 5 cubes j'obtiens avec mon système 12 possibilités alors qu'il y en a 13.

Ex. 5 :

1/ J'ai tout de suite trouver la règle qui est : on additione les 2 premiers et on trouve le 3ème, voici quelque escemples:

Les exemples qui précèdent illustrent cette phase de confrontation réalisations-règles, avec les interactions réciproques, les corrections successives.
A la fin de cette deuxième séance, la moitié de la classe cernait la règle juste.

3ème séance : La tentation de faire la synthèse du travail effectué, de dégager la règle, et de la vérifier par confrontation avec les exemples de tous, existe. Elle n'a pas lieu car la distance entre ceux qui ont avancé rapidement et les "plus lents" est considérable et les "lents" avancent toujours alors que les "rapides" manifestent des signes de piétinement. Il m'apparaît donc nécessaire de laisser encore du temps aux premiers et de pousser les seconds dans leurs retranchements. "Mais cette règle est-elle toujours vraie ?" Question inlassablement répétée à ceux qui ont "leur règle". De nouveaux exemples sont construits, qui ne permettent pas plus que les précédents de répondre ...
La rupture se précise, s'amplifie et finalement s'exprime :

" On ne peut pas répondre, çà n'a pas de fin "

" çà ne se termine pas "

" C'est infini ".

à suivre