l'ouvert n°17

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG - FEV. 79

NOTRE COUVERTURE : Pavage régulier non-périodique du plan par un polygône à neuf côtés. Ce pavage est du à Voderberg qui l'a publié en 1937, malheureusement avec une erreur, dans "Jahresricht der Deutschen Mathematiker Vereinigung". On retrouve ce dessin, avec la même erreur dans le livre de "Géométrie" de Berger, chez Cedic. (voir article page 45).

Sommaire

Les IREM existent-ils encore ?

I R E M : Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques. Il y en a un par académie, les premiers étant nés en 68 grâce à la conjonction d'une forte demande des enseignants en vue des nouveaux programmes de mathématiques et d'un plan bien établi pour y répondre élaboré au sein de l'APMEP.

Fonctionnement et Activité :

Des moyens importants sont accordés par les ministères de l'éducation et des universités (heures de décharge, frais de fonctionnement, frais de déplacement) pour permettre un travail de formation et de recherche entre des animateurs du supérieur et du secondaire assurant leur fonction à temps partiel et des stagiaires, professeur du secondaire bénéficiant d'une décharge de service.

La réputation et le rayonnement des IREM est reconnu au niveau international comme en témoignent les échanges de coopération et la participation aux congrès internationaux.

La formation permanente des enseignants étant une nécessité, on ne peut que déplorer que des structures analogues n'existent pas dans d'autres disciplines.

L'organisation du travail est une lourde tâche ; à Strasbourg par exemple elle concerne environ 300 personnes.

Evolution :

Or, on assiste depuis quelques années à la diminution des moyens accordés aux IREM et depuis décembre 77, deux réductions brutales de 20 % des moyens chacunes mettent en péril grave leur fonctionnement, d'autant plus que ces réductions s'accompagnent d'une série de tracasseries administratives et de mesures mesquines. Quel avenir prépare-t-on aux IREM dans les bureaux du ministre ?

A Strasbourg :

76-77 : Tout le monde travaille et dès avril, sur les données du ministère, l'équipe des animateurs prépare 77-78 et en juin 77 tout est prêt pour la prochaine rentrée.

77-78 : Tout le monde travaille jusqu'en décembre lorsque tombe une réduction de 20 % des moyens avec effet rétroactif ! De 630 heures par semaine de décharge accordée, il faut passer à 500 heures par semaines, en pleine année scolaire. C'est tellement insensé que de partout fusent les pétitions, les motions, les réclamations, en empruntant les voies du "dialogue" et dans l'espoir que cette mesure sera abrogée. Espoir insensé ! Par ailleurs, aucune donnée du ministère ne permet de préparer la rentrée 78. C'est la pagaille. Juillet 78 : enfin ! on va connaître les moyens pour 78-79 ; nouvelle réduction : de 500 heures par semaine l'IREM de Strasbourg passe à 400 heures par semaine.

78-79 : Dans la hâte, l'équipe d'animation prépare le travail. Une première proposition est refusée ... Le travail ne débutera qu'en novembre, avec des groupes supprimés, un nombre réduit de stagiaires et des décharges de plus en plus minces.

et 79 - 80 ? Les moyens ne sont pas encore connus mais surtout, il est impossible de connaître avec précision la volonté du ministre de l'éducation sur le rôle qu'il entend faire jouer aux IREM et les nombreuses interventions des responsables IREM et APMEP pour exposer leur point de vue sur la formation des maîtres et la place des IREM dans ce cadre semblent autant de bouteilles jetées à la mer. Que ferons-nous si une nouvelle réduction est décidée ?

Etienne Meyer

N.D.L.R. Au moment où ce numéro 17 de l'"Ouvert" est donné pour tirage, il semble, d'après les déclarations du ministre de l'éducation aux directeurs des IREM, que :

- La formation continuée des maîtres se fera suivant la règle du bénévolat intégral.
- Dans ce cadre, seuls les animateurs des IREM aurait une décharge de service.

Avec ce principe qui revient à expliquer les causes par les effets, on pourra bientôt supprimer toute formation continuée faute de demande !

La preuve par ordinateur

Les ancêtres :

Leibnitz est sans doute le premier à avoir émis l'idée de la démonstration automatique.

Babbage dans "Calculating Engines" (1837) estime que si l'on utilise convenablement une machine à calculer mécanique, elle est plus fiable que l'homme ; il s'intéressait surtout à la confection des tables numériques.

Von Neumann qui s'est intéressé simultanément à la logique et à la conception des ordinateurs.

Shannon (un des fondateurs de la "théorie de l'information") a été le premier à concevoir des programmes pour le jeu d'échecs.

1. Découvrir une preuve ; en quoi l'ordinateur peut-il aider ?

a) La conception assistée :

Dans cette démarche, l'ordinateur est pourvu d'un programme qui permet au mathématicien un dialogue avec la machine sur un problème donné ; il fera donc une suite d'expériences qui peuvent éventuellement l'amener à découvrir des concepts, et des démarches utiles pour une démonstration.

L'exemple le plus fameux est la récente "démonstration" du théorème des quatre couleurs. La conception assistée a permis aux auteurs de dégager peu à peu les objets et les concepts clés, puis de las étudier exhaustivement.

b) L'heuristique (ou intelligence artificielle)

Il s'agit ici de tenter d'imiter les démarches humaines de démonstrations ou de résolutions des problèmes.

Exemples : 1) On a pu écrire des programmes permettant à un ordinateur de démontrer des théorèmes simples de géométrie (il s'agit de la géométrie des anciens programmes du secondaire) ; on en est resté à un stade très rudimentaire ; au mieux, la machine se révèle être un médiocre élève de seconde.

2) Confection d'emplois du temps : Les résultats sont peu concluant pour l'instant.

3) Jeu d'échecs : Les résultats sont plus impressionnants, puisqu'on trouve maintenant dans le commerce des robots-joueurs d'échecs, (dotés de plusieurs niveaux) qui sont déjà de très bon joueurs.

Dans tous ces exemples, la difficulté est de formaliser des démarches de tâtonnements.

2. Construire une preuve (programmation raisonnée); qu'est-ce qu'une preuve ?

2.1. Les ancêtres

Descartes, dans le discours de la Méthode; a été le premier à concevoir une "preuve" comme un enchaînement de pas élémentaire , dont chacun est suffisamment court pour emporter la conviction. La caractéristique des preuves mathématiques est qu'elle comporte en général un très grand nombre de ces pas élémentaires. D'où le conseil de Descartes : pour résoudre un problème, fractionner la difficulté ; le décomposer en sous-problèmes,...

Pascal, dans la logique de Port-Royal, a insisté sur la nécessité de l'emploi de définitions avec le conseil : dans l'étude d'un problème, remplacer le défini par sa définition.

Frege, à la fin du 19ème siècle, avec son idéographie, est le précurseur de la confection des organigrammes.

2.2. Conception formaliste moderne de la preuve (ou : la preuve idéale)

Ce qui est décrit ici est la conception de Gentzen.

a) Les ingrédients d'une preuve formelle :

Les séquents, ou assertions mathématiques

$\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}$ (si on accepte $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ est vraie)

$\vdash \mathcal{A}$ ($\mathcal{A}$ est vraie)

Les règles de déduction

par exemple le modus ponens $\dfrac{\vdash \mathcal{A} \,,\; \mathcal{A} \vdash \mathcal{B}}{\vdash \mathcal{B}}$

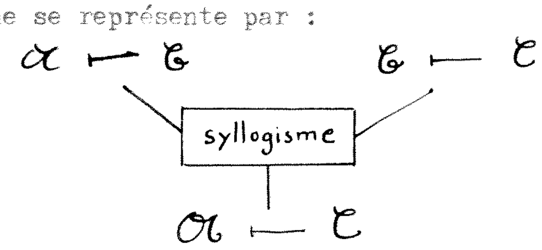
le syllogisme $\dfrac{\mathcal{A} \vdash \mathcal{B} \,,\; \mathcal{B} \vdash \mathcal{C}}{\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}}$

($\mathcal{A}$ implique $\mathcal{B}$ et $\mathcal{B}$ implique $\mathcal{C}$, donc $\mathcal{A}$ implique $\mathcal{C}$)

Un raisonnement est une accumulation de règles de déductions qui se termine par un séquent.

On peut ainsi représenter un raisonnement par un arbre, dont les ramifications sont des règles de déductions.

Ainsi le syllogisme se représente par :



b) Si l'on veut faire écrire des preuves par un ordinateur, il faut savoir coder les arbres précédents.

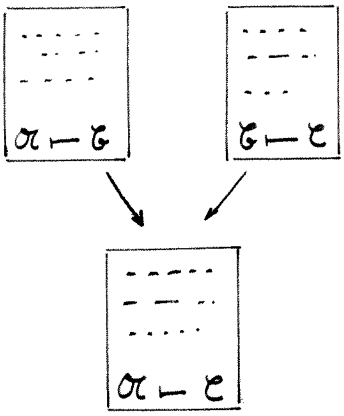
L'idée de base qui a permis ce codage est la référence à la théorie des catégories.

Dans ce qui précède, il y a deux sortes d'ingrédients :

les séquents, qu'on va considérer comme les objets d'une catégorie.

les démonstrations (ou raisonnements) qu'on va considérer comme les morphismes.

Alors une règle de déduction apparaît comme un opérateur sur les démonstrations. Par exemple, si l'on a deux démonstrations se terminant par les segments $\mathcal{A} \vdash \mathcal{B}$ et $\mathcal{B} \vdash \mathcal{C}$ le syllogisme permet de regrouper les deux pour constituer une démonstration se terminant par $\mathcal{A} \vdash \mathcal{C}$; c'est donc un opérateur binaire sur les démonstrations.



Cette idée permet de considérer l'ensemble des démonstrations comme une algèbre , structurer par les règles de déduction. La théorie des monoïdes fournit alors un procédé de codage : en utilisant certains symboles de base, une démonstration peut être codée comme un mot formé avec ces symboles

c) L'écriture complète d'une preuve formelle requiert enfin des déclarations

Exemples : - Déclaration de variables : soit x un entier
soit x un réel ...

- Définitions : elles correspondent à un appel de sous-programme.

3. Vérifier une preuve

3.1. Aspect syntaxique

Il s'agit de savoir si une formule écrite avec le codage évoqué au paragraphe précédent représente bien une démonstration ; soit : se ramène-t-elle à un arbre dont les ramifications soient les règles de déduction ?

Cette démarche est analogue au travail du mathématicien qui vérifie un texte mathématique (sans nécessairement "comprendre" la démonstration). On a aujourd'hui de bons analyseurs syntaxiques par ordinateur.

3.2. Aspect sémantique

Il s'agit de savoir si un programme, par ailleurs syntaxiquement correct, réalise bien ce pourquoi il a été conçu (démontre effectivement ce que l'on attend).

Le problème est donc de s'assurer que la traduction d'une démarche exprimée avec la formulation mathématique usuelle dans le langage codé de la machine est fidèle.

On ne sait pas encore automatiser cette vérification ; elle se fait par des raisonnements mathématiques extérieurs.

4. Quel genre de preuves ?

4.1. Calcul numérique

Un calcul numérique (par exemple, le calcul des valeurs d'une fonction) est un exemple de démonstration.

4.2. Calcul Algébrico-arithmétique.

Ce sont les types de calculs numériques où l'on ne manipule que des nombres entiers (ou de rationnels), et où ne se posent pas les problèmes de précision.
Ce type de calcul permet par exemple des études sur les polynômes à coefficients entiers, sur les corps finis, etc...

4.3. Calcul "formel".

Ceci couvre essentiellement la partie calcul "formel" du calcul différenteil et intégral ; on peut ainsi écrire des programmes calculant des dérivées ou primitives des fonctions usuelles.

4.4. Construction d'objets algébriques.

On peut par exemple obtenir avec l'ordinateur des descriptions de groupes finis, par générateurs et relations. On a ainsi cherché à décrire certains groupes finis simples exceptionnels, ayant un nombre énorme d'éléments (le "monstre" de Fisher a environ 10^{90} éléments).

4.5. Algèbre "moderne".

Exemple d'un problème qu'étudie actuellement P. Cartier : La détermination, à l'ordinateur, du groupe de Galois d'une équation algébrique donnée. Cartier a pu, grâce à l'ordinateur, démontrer que l'équation $x^7 - 7x + 3 = 0$ a pour groupe de Galois le groupe simple à 168 éléments. C'est le premier exemple que l'on ait de ce type ; il était attendu depuis le mileiu du siècle dernier. On ignore encore si, étant donné un groupe fini G, il existe toujours une équation algébrique ayant G comme groupe de Galois.

5. Communiquer une preuve

Ce problème existe déjà dans la pratique humaine des mathématiques : lorsqu'on écrit une démonstration, jusqu'à quel point de détail ira-t-on pour emporter la conviction du lecteur ?

Avec l'ordinateur, c'est le problème entrée-sortie.
Si par exemple, on a écrit un programme qui fournit, pour un polynôme donné, la des-

cription de son groupe de Galois, il y a deux attitudes extrêmes :

1) Demander à l'ordinateur d'imprimer le détail de toutes les manipulations et calculs qui l'on conduit au résultat.

2) Lui demander seulement le résultat (la table de multiplication du groupe) Dans le second cas, l'utilisateur n'aura aucune indication sur la procédure de démonstration. Dans le premier cas il aura des kilomètres de papier impossible à maîtriser.

On est donc amené à faire un compromis, et à demander la sortie d'informations intermédiaires qui pourront suffir à convaincre de la validité du résultat.

CONCLUSION : Il est probable que l'emploi de l'ordinateur dans la recherche mathématique se généralisera de plus en plus. Quel sera alors le degré de confiance que l'on pourra avoir en les résultats obtenus par ces démarches où interviennent l'homme et la machine ? La communauté devra se former une déontologie sur cette question. La mathématique deviendra sans doute de plus en plus semblable aux autres sciences expérimentales.

Pierre Cartier

d'après les notes prises par J. Martinet lors de la conférence prononcée par l'auteur au séminaire sur les fondements des sciences de l'U.L.P. le 11 janvier 1979.

<u>Errata</u> : Dans l'"Ouvert" nº 16, l'article de G. Glaeser "Pour une mathématique imaginative et joyeuse" s'est vu amputé de ses notes que l'on trouvera ci-dessous :

(*) - Le cours de mathématiques de Bezout peut être consulté à la bibliothèque universitaire de Strasbourg.

- Je ne suis pas arrivé à retrouver le manuel de Boisbertrand. Existe-t-il?

Par ailleurs, on voudra bien excuser toutes les fautes, lapsus et autres étourderies. Si un collègue veut bien accepter la tâche ingrate de relire les textes avant impression, il aura du travail immédiatement !

Géométrie et statique

Tiens ! Si j'allais voir comment mes collègues de mécanique utilisent les vecteurs et la géométrie pour résoudre leurs problèmes de statique...

Et me voici plongé dans un cours de statique du solide : j'y retrouve l'histoire du torseur nul, mais oh surprise, j'y découvre une méthode graphique de résolution, justifiée par des considérations mécaniques. Je dégage l'aspect uniquement géométrique de cette méthode graphique et me voici devant de surprenants résultats géométriques que je m'efforce de démontrer ... géométriquement ... bien qu'ils le soient déjà mécaniquement ! Cela n'a pas toujours été tout seul, et bien souvent, je me suis aidé des considérations mécaniques pour deviner les démonstrations. Voici quelques uns de ces résultats : soit des théorèmes issus directement de la méthode graphique, soit quelques prolongements ou lemmes préliminaires de ces théorèmes.

La méthode graphique utilisée par nos collègues s'appelle : LA METHODE DU FUNICULAIRE.

I. LA METHODE DU FUNICULAIRE

Je l'expose ici dans le cas de quatre forces, mais elle est valable pour bien plus.

Soit donc un solide S à quatre forces dont je connais trois d'entre elles et je cherche la quatrième pour que S soit en équilibre.

Les forces connues sont données par leurs droites d'action et leurs vecteurs-forces (de même direction que la droite d'action) et je cherche la droite d'action et le vecteur-force de la quatrième force.

Pour le vecteur-force, pas de grand problème puisqu'on sait que la somme de tous les vecteurs-forces doit être nulle. Il suffit de construire la somme des trois premiers vecteurs et on aura le quatrième : c'est ce qu'on appelle construire le dynamique des forces (ou le polygone). Mais pour la droite d'action ? Voici comment on procède par la méthode du funiculaire (du latin funiculus : petite corde) : voir figure 1.

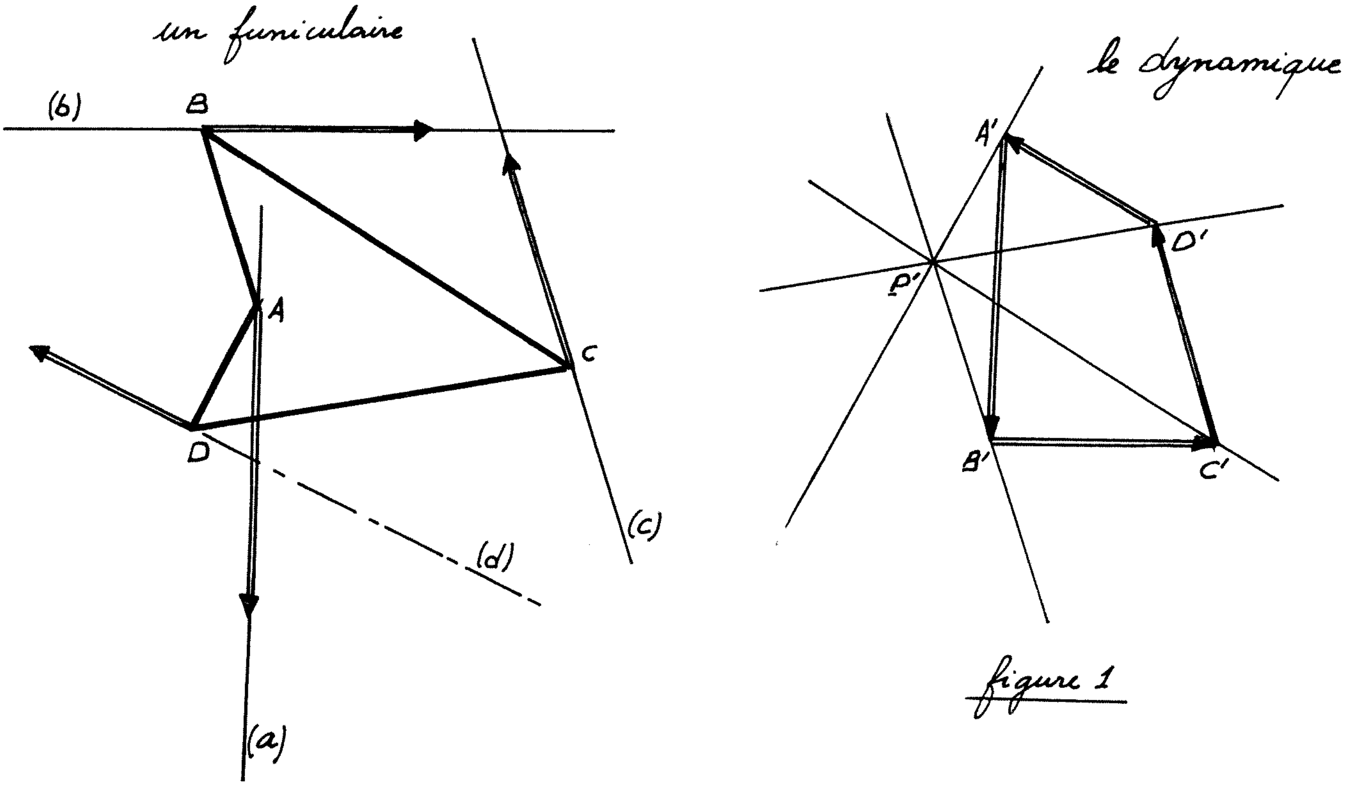


figure 1

données :

force $\mathfrak{F}_A$: droite d'action : a ; vecteur-force $\overrightarrow{F_A}$

force $\mathfrak{F}_B$: droite d'action : b ; vecteur-force $\overrightarrow{F_B}$

force $\mathfrak{F}_C$: droite d'action : c ; vecteur-force $\overrightarrow{F_C}$.

Problème :

Trouver $\mathfrak{F}_D$ de droite d'action d et de vecteur-force $\overrightarrow{F_D}$ tel que un solide, soumis aux forces extérieures $\mathfrak{F}_A$ $\mathfrak{F}_B$ $\mathfrak{F}_C$ et $\mathfrak{F}_D$ soit en équilibre.

Résolution graphique :

1° On construit le dynamique : A'B'C'D' tel que

$\overrightarrow{F_A} = \overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{F_B} = \overrightarrow{B'C'}$; $\overrightarrow{F_C} = \overrightarrow{C'D'}$.

On en déduit $\overrightarrow{F_D}$: $\overrightarrow{F_D} = \overrightarrow{D'A'}$.

On en déduit également la direction de la droite d'action d : c'est celle de $\overrightarrow{F_D}$.

2° On construit le funiculaire :

a) On choisit un pôle, P' près du dynamique et on trace les droites (P'A'), (P'B'), (P'C'), (P'D').

b) On choisit un noeud du funiculaire : A sur a et on construit le funiculaire ABCD de la manière suivante :

on dessine la parallèle à (P'B') passant par A ; elle coupe b en B

on dessine la parallèle à (P'C') passant par B ; elle coupe c en C

on dessine la parallèle à (P'D') passant par C

on dessine la parallèle à (P'A') passant par A.

Ces deux dernières droites se coupent en D.

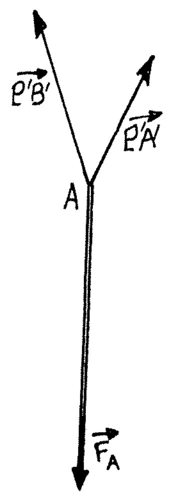
c) d, droite d'action de $\mathfrak{F}_D$ est alors la droite passant par D, de vecteur directeur $\overrightarrow{F_D}$.

Justification mécanique :

Considérons les barres $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ rigides et articulées simplement en A, B, C et D.

* Considérons le noeud A soumis aux trois forces extérieures appliquées en A : $\overrightarrow{F_A}$, $\overrightarrow{B'P'}$, $\overrightarrow{P'A'}$.

Le noeud A est en équilibre puisque $\overrightarrow{P'A'} + \overrightarrow{F_A} + \overrightarrow{B'P'} =$
$\overrightarrow{P'A'} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{B'P'} = \overrightarrow{0}$



Procédons de manière analogue aux noeuds B, C et D.

Forces extérieures appliquées en B : $\overrightarrow{F_B}$, $\overrightarrow{C'P'}$ et $\overrightarrow{P'B'}$
en C : $\overrightarrow{F_C}$, $\overrightarrow{D'P'}$ et $\overrightarrow{P'C'}$
en D : $\overrightarrow{F_D}$, $\overrightarrow{A'P'}$ et $\overrightarrow{P'D'}$.

* Considérons maintenant la barre $[AB]$: elle est soumise aux deux seules forces extérieures : $\overrightarrow{P'B'} = -\overrightarrow{B'P'}$ appliquée en A
$\overrightarrow{B'P'} = -\overrightarrow{P'B'}$ appliquée en B.

Elle est donc également en équilibre.

Procédons de manière analogue pour les barres $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$.

Finalement chaque noeud et chaque barre est en équilibre : le système des barres articulées est donc en équilibre. Or l'ensemble des forces extérieures appliquées à ce système est : $\mathfrak{F}_A$, $\mathfrak{F}_B$, $\mathfrak{F}_C$, $\mathfrak{F}_D$. Ce qui prouve que $\mathfrak{F}_D$ "équilibre" bien les trois forces $\mathfrak{F}_A$, $\mathfrak{F}_B$, $\mathfrak{F}_C$.

Remarque cruciale :

Nous avons effectué deux choix pour construire notre funiculaire :

le pôle P' : point quelconque

le noeud A : point de la droite a.

Que se passe-t-il si nous changeons de pôle ? de premier noeud A ? Nous obtiendrons encore la solution $\mathfrak{F}_D$. Ce qui prouve que l'ensemble des points D obtenu en changeant P' et A se trouve sur une droite, la droite d. En traduisant cette propriété en langage géométrique nous obtenons le théorème du funiculaire (voir ci-dessous).

La surprise continue :

Poursuivant ma lecture du cours de statique graphique j'y trouve le résultat suivant : les côtés homologues de deux funiculaires associés à la même situation de départ, se coupent en des points alignés (sur une droite appelée la droite des pivots).

Voici encore une source de théorème géométrique et cette fois-ci je suis vraiment poussé à en chercher une démonstration puisqu'aucune justification mécanique n'est fournie (voir figure 2).

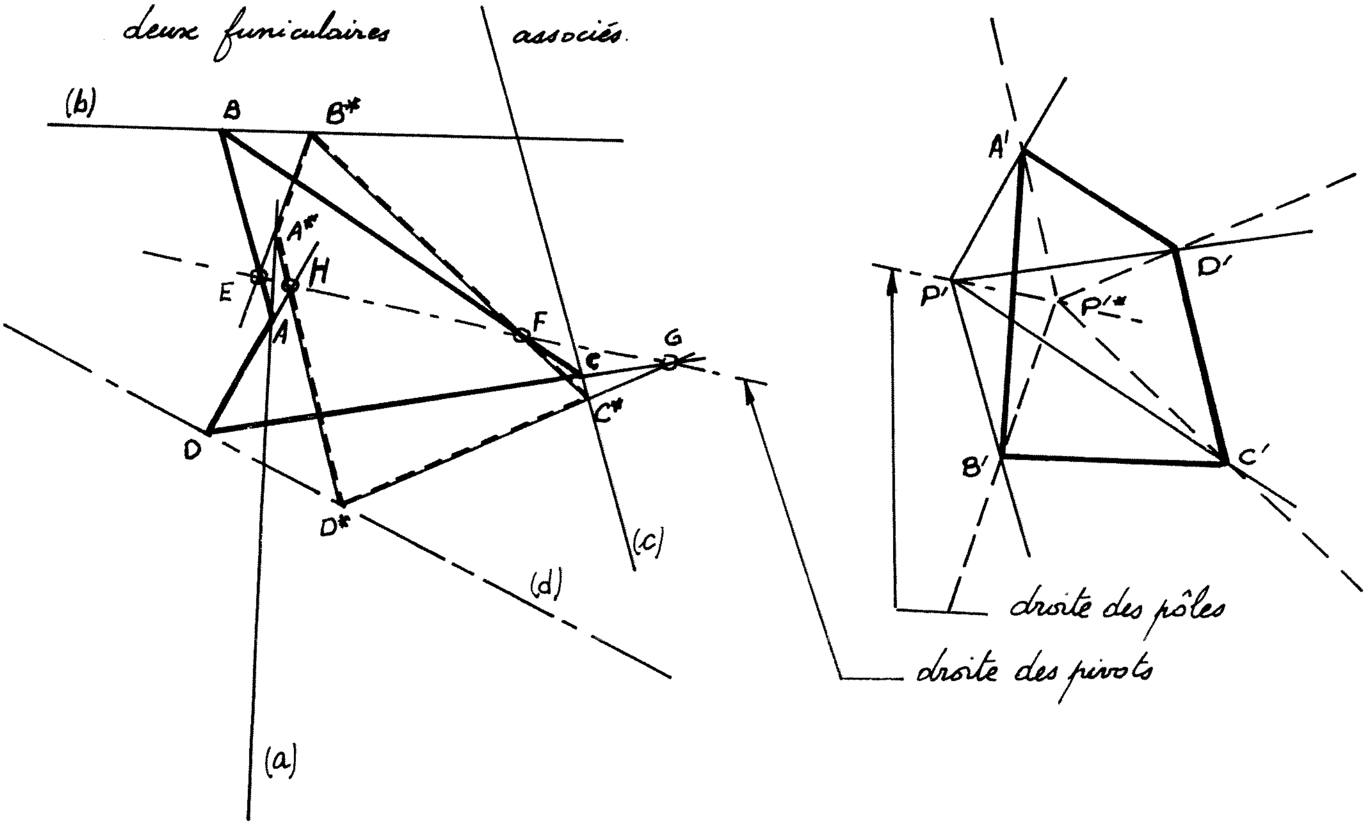


figure 2

II. LE THEOREME DU FUNICULAIRE A TROIS BARRES

1 A la recherche du théorème et de son énoncé.

Appliquons la méthode du funiculaire dans le cas de trois forces dont deux sont connues (bien que nous connaissions le résultat : les trois forces doivent être concourrantes ; ceci détermine donc un point de support de la force inconnue).

données :

$\mathfrak{F}_A$ de droite d'action a, de vecteur-force $\overrightarrow{F_A}$

$\mathfrak{F}_B$ de droite d'action b, de vecteur-force $\overrightarrow{F_B}$.

problème :

Chercher $\mathcal{F}_C$.

résolution graphique : voir figure 3.

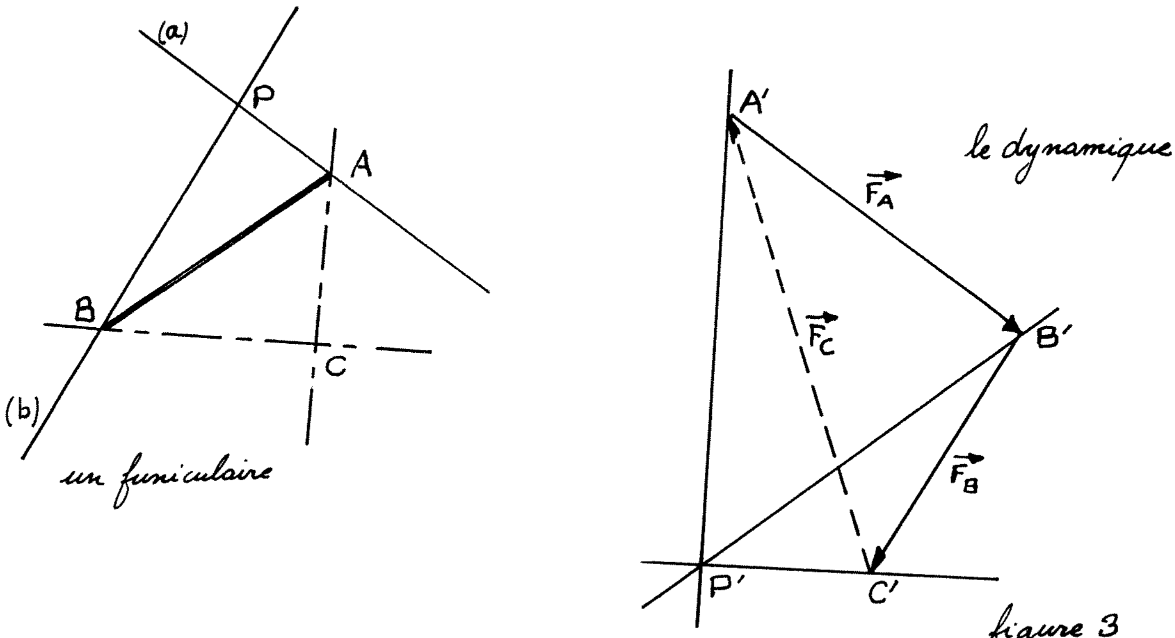


figure 3

1° On construit A'B'C' tel que $\overrightarrow{F_A} = \overrightarrow{A'B'}$; $\overrightarrow{F_B} = \overrightarrow{B'C'}$.

2° On choisit un point P' et on dessine les droites (P'A'), (P'B'), (P'C').

3° On choisit un point A de (a) et on construit le funiculaire

. B sur (b) tel que (AB) // (P'B')

. C tel que (BC) // (P'C') et (CA) //(P'A').

Résultat . On peut prendre pour $\mathcal{F}_C$ la force appliquée en C, de vecteur-force $\overrightarrow{F_C} = \overrightarrow{C'A'}$.

Supplément : 1° la droite (c) passant par C, de vecteur-directeur $\overrightarrow{F_C}$, passe par le point P, intersection des droites (a) et (b).

2° l'ensemble des points C obtenu en prenant P' quelconque et A sur (a) est sur la droite (c).

3° Soit (ABC) et (A*B*C*) deux funiculaires liés aux choix (P',A) et (P'*,A*) ; soit E, F, G les points d'intersection des côtés homologues des deux triangles (ABC) et (A*B*C*) : E, F, G sont sur une même droite, parallèle à (P'P'*).

(2) Théorème du funiculaire à 3 barres : voir figure 4. (Papus)

[c'est le supplément 1° présenté avec un changement de notation (pour rendre la suite plus agréable) et en mettant à droite ce qui était à gauche ...]

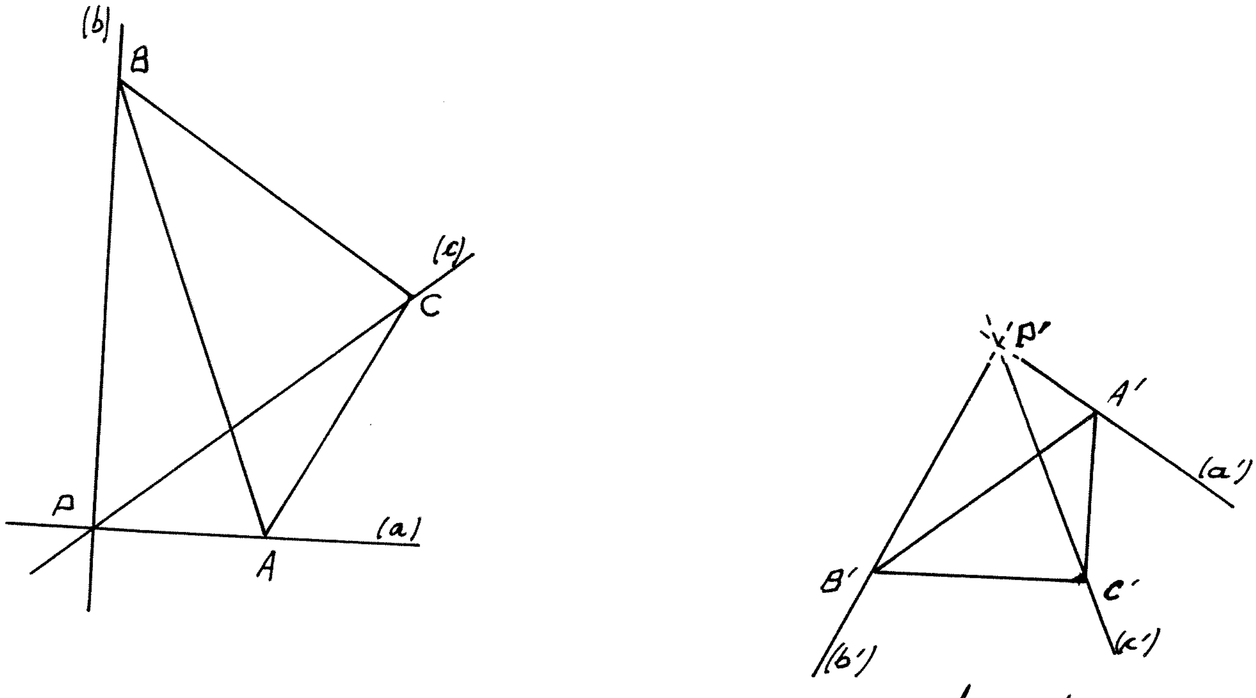


figure 4

⟶ Soit ABC un triangle. Soient a, b, c, trois droites concourrantes en P telles que $A \in a$, $B \in b$, $C \in c$.

⟶ Soit A'B'C' un triangle tel que (A'B') // (c), (B'C') // (a), (C'A') // (b).

Soit a' la parallèle à (BC) passant par A'

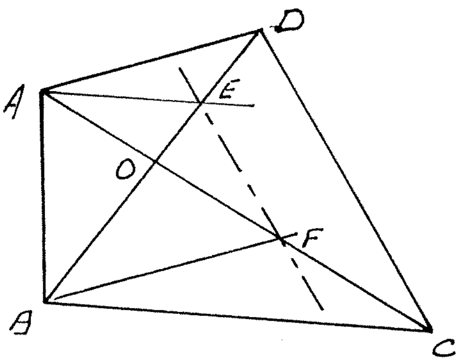
Soit b' la parallèle à (CA) passant par B'

Soit c' la parallèle à (AB) passant par C'.

⟶ Résultat : les trois droites (a'), (b'), (c') sont concourrantes (en P').

3 Démonstration du théorème : c'est une conséquence du lemme suivant.

1° Enoncé du lemme (fondamental)



Un quadrilatère ABCD

E : point d'intersection de la diagonale (BD) avec la parallèle au côté (BC) passant par A

F : ...

Résultat : (EF) // (CD).

2° Démonstration du lemme

Soit $0 = (AC) \cap (BD)$

Soit h_1 l'homothétie de centre 0 telle que $h_1(C) = A$. On a donc $h_1(B) = E$.

Soit h_2 l'homothétie de centre 0 telle que $h_2(D) = B$. On a donc $h_2(A) = F$.

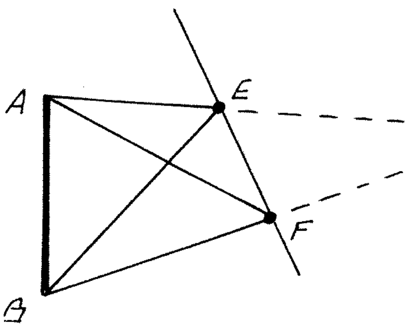
Posons $h = h_1 \circ h_2 = h_2 \circ h_1$. Alors $h(C) = F$ et $h(D) = E$. Donc $(CD) /\!\!/ (EF)$.
(Remarque : et si $(BD) /\!\!/ (AC)$? ou $(BD) /\!\!/ (BC)$? ...)

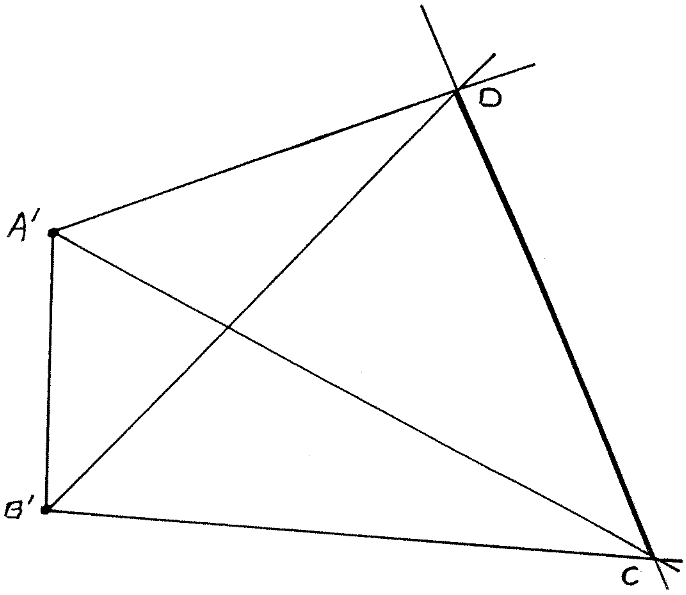
3° <u>Eclatement du lemme</u>

Il consiste à séparer la figure du lemme en deux morceaux, tout en conservant le parallélisme :

d'une part : AEFB

d'autre part : ADCB que l'on agrandit. Cela donne le lemme suivant :





hypothèse : $(AB) /\!\!/ (A'B')$; $(AF) /\!\!/ (A'C)$; $(BE) /\!\!/ (B'D)$; $(AE) /\!\!/ (B'C)$ et $(BF) /\!\!/ (A'D')$.

conclusion : $(EF) /\!\!/ (DC)$.

démonstration : par une translation ou une homothétie qui transforme (A',B') en (A,B), la figure de droite vient se recoller à la figure de gauche pour former celle du lemme.

<u>Moyen visuel de reconnaisance de forme</u> ... ou autre énoncé du lemme (éclaté)

> Si deux quadrilatères ont trois de leurs côtés homologues parallèles, et si chacune de leurs diagonales est parallèle à la diagonale non homologue de l'autre quadrilatère, alors leurs quatrièmes côtés homologues sont parallèles.

4° <u>Démonstration du théorème du funiculaire à 3 barres.</u>

Voir figure 4.

Posons $P' = (a') \cap (b')$

et démontrons que $P' \in (C')$ en démontrant $(P'C') /\!\!/ (AB)$.

Considérons les deux quadrilatères : APCB

et C'B'A'P'.

Ils ont trois côtés homologues parallèles : (AP) // (C'B') ; (PC) // (B'A') et (CB) // (A'P').

La diagonale (AC) est parallèle à la diagonale non homologue (B'P')

La diagonale (PB) est parallèle à la diagonale non homologue (C'A').

D'après le lemme éclaté, les quatrièmes côtés homologues sont parallèles (c.q.f.d.)

4° <u>Où l'on trouve à nouveau le théorème de Désargues</u>

Exploitons le supplément n° 3 de II (1) en construisant deux funiculaires associés à la même situation de départ. Cela donne l'énoncé géométrique suivant (voir figure 5) :

(a) (b) (c) trois droites concourrantes en P

(A'B'C') un triangle dont les côtés sont parallèles à (c), (a) et (b).

A tout point de P' on associe le triangle ABC dont les sommets sont sur (a) (b) (c) et dont les côtés sont parallèles à (P'C'), (P'A') et (P'B').

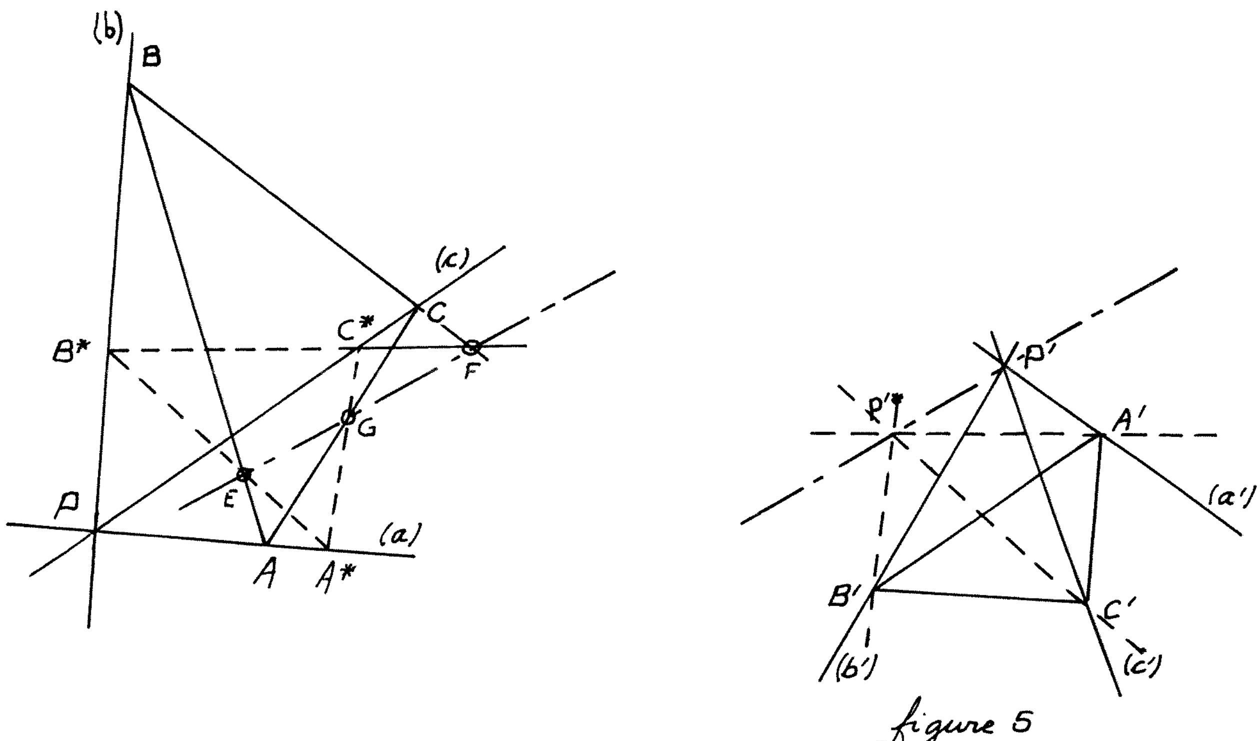


figure 5

<u>Résultat</u> : Soit (ABC) le triangle associé à P'*

Soit (A*B*C*à le triangle associé à P'*.

Les côtés homologues des triangles (ABC) et (A*B*C*) se coupent en trois points alignés sur une droite parallèle à (P'P'*).

<u>Remarque</u> : Les deux triangles ABC et A*B*C* vérifient : les droites qui joignent les sommets homologues sont concourrantes. Le théorème de Desargues affirme que les côtés homologues se coupent en des points alignés. C'est la première partie de notre résultat.

Mais nous obtenons en plus une interprétation de la direction de la droite des points alignés : c'est la droite des pôles (P'P'*) (et ceci nous permettra de démontrer facilement une "généralisation" du théorème de Desargues).

Démonstration du théorème de Desargues complété : voir figure 5.

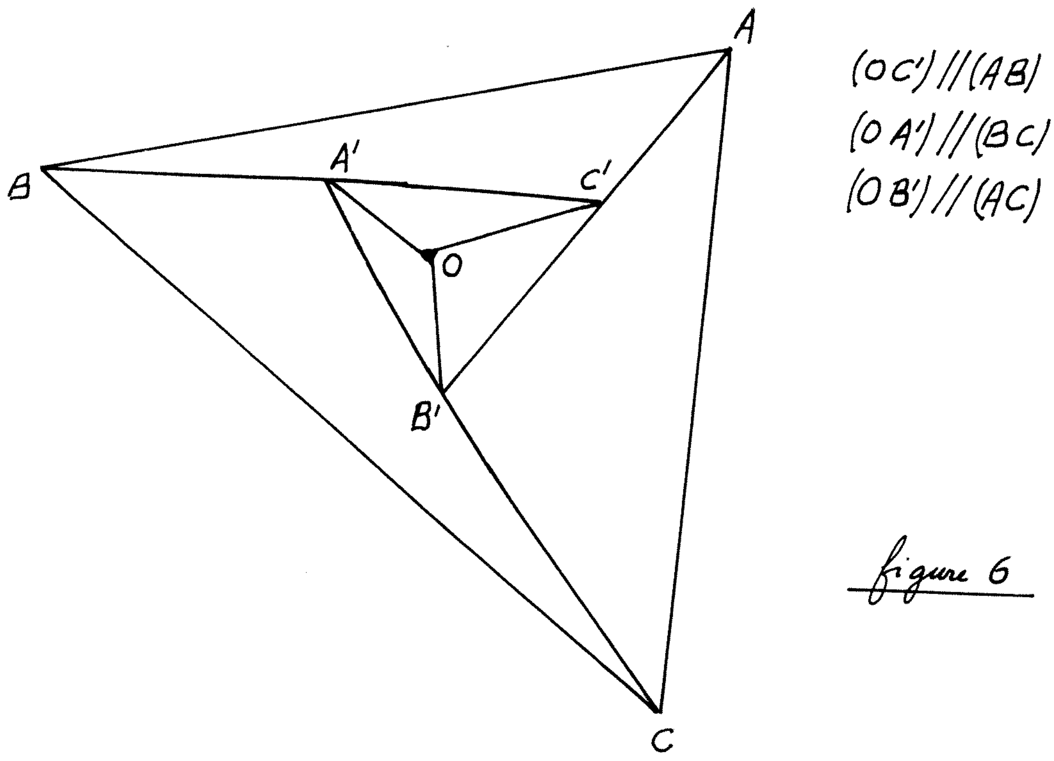


figure 6

Considérons les quadrilatères EB*BF
et P'*C'A'P'.

Ils ont trois côtés homologues parallèles : (EB*) // (P'*C') ; (B*B) // (C'A') ; (BF) // (A'P').

La diagonale (EB) est parallèle à l'autre diagonale (C'P').

La diagonale (B*F) est parallèle à l'autre diagonale (P'*A').

Donc, d'après le lemme éclaté : (EF) // (P'P'*).

On démontrerait de manière analogue que (FG) // (P'P'*).

D'où : (E,F,G) sont sur une même droite parallèle à (P'P'*).

III. LE THEOREME DU FUNICULAIRE A n BARRES (n $\geqslant$ 4)

Voir figure 2.

Moyennant un énoncé correct, il s'agit de démontrer que les points EFGH... sont alignés et que la droite (DD*) est parallèle à (A'D').

1° En considérant les quadrilatères EBB*F et P'B'C'P'* on démontre que (EF) // P'P'* ... d'où le résultat : EFG ... sur une droite parallèle à la droite des pôles P'P'*.

2° En considérant les quadrilatères DHGD* et A'P'P'*D' on démontre que (DD*) // (A'D'). (Toujours avec le lemme éclaté.)

Remarque :1° constitue une sorte de généralisation du théorème de Desargues.

IV. PROLONGEMENT AU THEOREME DU FUNICULAIRE A 3 BARRES

Reprenons la figure 4.

données : . Un triangle (ABC) dont les sommets sont sur trois droites
. concourrantes (a), (b), (c) (en P)
. un triangle (A'B'C') dont les côtés sont parallèles aux droites a, b, c.
((B'C') // (a) ; (C'A') // (b) et (A'B') // (c)).

théorème : 1° L'application affine g qui transforme (ABC) en (A'B'C') transforme la droite (a) en (a') : parallèle à (BC) passant par A'.
conséquence : les droites (a'), (b'), (c') sont concourrantes en P' = g(P) ((b') : parallèle à (AC) passant par B', 'c') : parallèle à (AB) passant par C')).
2° L'application affine $g \circ g = g^2$ est une homothétie.

remarque : La partie 1° de ce théorème "contient" le théorème du funiculaire à 3 barres.

La partie 2° de ce théorème donne une illustration d'une transformation géométrique dont le carré est une homothétie. (Quelles sont donc toutes les transformations géométriques dont le carré est une homothétie donnée ?)

Démonstration du théorème

Les données du problème permettent d'affirmer l'existence de trois réels α, β, γ, tels que $\alpha \overrightarrow{PA} = \overrightarrow{B'C'}$; $\beta \overrightarrow{PB} = \overrightarrow{C'A'}$ et $\gamma \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{A'B'}$.

Donc $\alpha \overrightarrow{PA} + \beta \overrightarrow{PB} + \gamma \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{C'A'} + \overrightarrow{A'B'} = \overrightarrow{0}$.

$\longrightarrow$ P est donc barycentre des points (A, B, C) affectés des coefficients α, β, γ

(tiens ! voici une méthode pour "mesurer" les coordonnées barycentriques d'un point dans un repère affine du plan).

$\longrightarrow$ P' est donc barycentre des points (A', B', C') affectés des coefficients (α, β, γ)

d'où (en prenant "l'origine" en A') : $(\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{A'P'} = \beta \overrightarrow{A'B'} + \gamma \overrightarrow{A'C'}$.

Or $\overrightarrow{A'B'} = \gamma \overrightarrow{PC}$ et $\overrightarrow{A'C'} = \beta \overrightarrow{BP}$

d'où : $(\alpha + \beta + \gamma)\overrightarrow{A'P'} = \beta\gamma \overrightarrow{PC} + \gamma\beta \overrightarrow{BP}$
$= \beta\gamma \overrightarrow{BC}$.

Ce qui prouve que (A'P') est parallèle à (BC) : (a') est la parallèle à (BC) passant par A'. c.q.f.d. pour 1°.

La démonstration de la partie 2° du théorème est laissée au lecteur ...

(le rapport de l'homothétie dont il est question est $- \dfrac{\alpha\beta\gamma}{\alpha+\beta+\gamma}$)

V. QUELQUES QUESTIONS :

* A quelles conditions deux triangles peuvent-ils être complétés en un funiculaire et son dynamique ?

* Quatre points peuvent-ils être les articulations d'un funiculaire ?

* Quatre droites peuvent-elles être les barres d'un funiculaire ?

* Peut-on toujours "inscrire" un triangle A'B'C' donné dans un triangle ABC donné ? (c'est-à-dire : construire un triangle A"B"C" homothétique à A'B'C' tel que A" $\in$ (BC) , B" $\in$ (CA) et C" $\in$ (BA))

* La figure 6 est impossible !

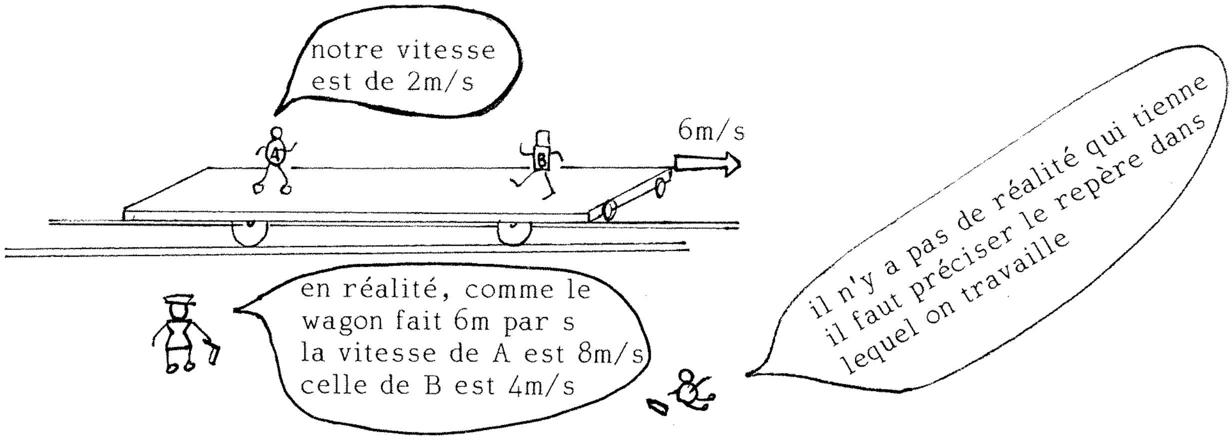
Etienne Meyer
(LETP de Guebwiller)

Inutile de vous dire que je partage dans tout ceci les idées de "BOURBAKI". De façon plus détaillée voici mes points de vue. Puisqu'il s'agit d'esthétique, nous dirons qu'il y a des mathématiques nobles et des mathématiques serviles. Comment classer ? Il n'y a pas de vote. Les mathématiques, c'est une question d'aristocratie. Les bonnes mathématiques sont faites par trés peu de gens (150 au 20e siècle au plus). Il y a une poignée de "leaders". Les bonnes orientations sont celles données par ces gens là : exemples : Riemann, Elie Cartan, Siegel ; au total 7 à 8 au 18e siècle ; 30 au 19e siècle ; 1 par an au 20e siècle. Une théorie noble est une théorie considérée comme bonne par ces mathématiciens ; l'opinion des autres est sans importance.

Que doivent faire les autres ? Ils doivent suivre, essayer d'avancer dans les voies nouvelles défrichées par les "génies". Il faut avoir une certaine humilité devant eux ; c'est la caractéristique essentielle d'un homme de science. Les génies sont en avance sur leur époque. Ceux qui suivent ont un rôle nullement négligeable : ils jouent le rôle de caisses de résonnance. Les "suiveurs" doivent essayer d'expliquer, de vulgariser ce que les leaders n'ont pas pris la peine de développer. Ce métier de suiveur n'a rien de déshonorant. On a mis 100 ans pour pénétrer la pensée de Riemann et ceci a fortement fait avancer la connaissance mathématique. En même temps on a enrichi cette pensée et on lui a donné des bases solides.

Extrait du résumé d'une conférence prononcée par M. Dieudonné le 23-5-73 à Bordeaux sur l'orientation générale des mathématiques en 1973.
in : Mathématiques, mathématiciens et société par P. Samuel (Publication mathématique d'Orsay).

La vitesse de la lumière



Ce qui suit se propose de montrer, d'après un raisonnement dû à Emile Borel, que si la vitesse de la lumière émise par une source mobile par rapport à un observateur, se composait avec la vitesse de cette source comme voudrait l'évoquer le dessin ci-dessus, on serait conduit à des résultats paradoxaux.

Rappelons que si on est certain de l'existence de planètes liées à certaines étoiles, aucune technique ne permet leur observation. Donc s'il est dit plus loin qu'on observe ou qu'on voit, il ne s'agit que d'une simplification de langage -d'aucuns diront d'un abus- qu'on aurait pu éviter par l'emploi du conditionnel ou de périphrases peut-être pesantes.

Au point où on est , une année de 360 jours (12 mois de 30 jours) ne nous fait pas peur ; Chicaneau, seul, nous en voudrait de confondre les multiplicateurs $\frac{1}{1-\varepsilon}$ et $(1+\varepsilon)$ pour ε suffisamment petit.

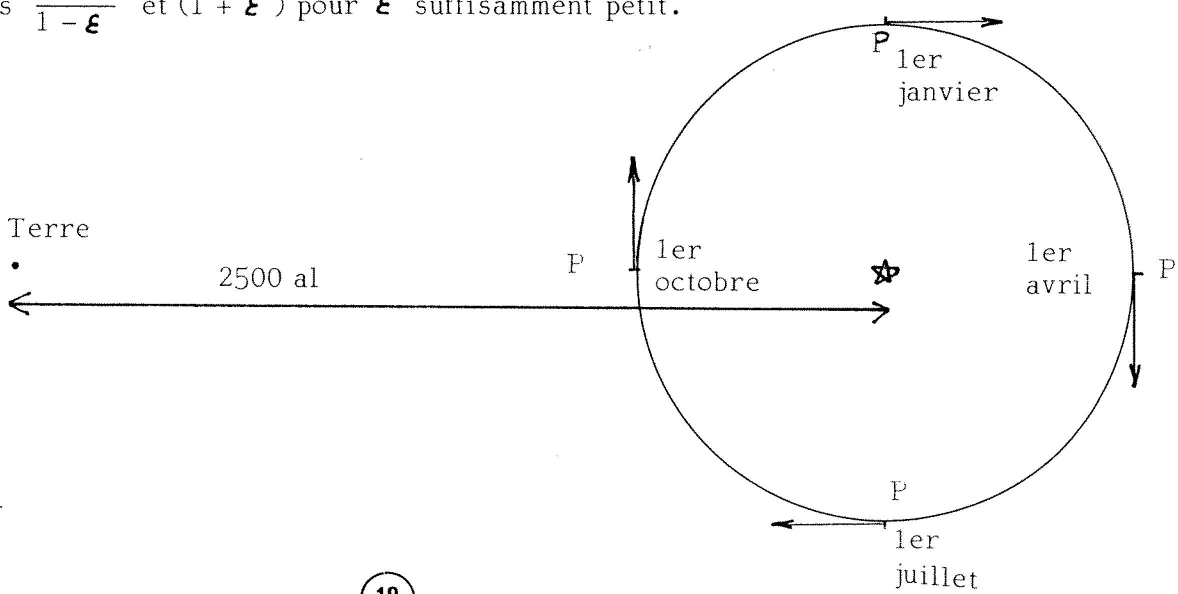


Fig 1

Imaginons avec Emile Borel une étoile située à 2500 années lumière de la Terre, étoile accompagnée d'une planète qui tourne autour d'elle en 360 jours, à une vitesse de 30 km/s soit le $\frac{1}{10000}$ ème de la vitesse de la lumière. La Terre est supposée dans le plan de l'orbite circulaire de la planète.

Faisons l'hypothèse que la lumière émise par la source mobile se compose quand à la vitesse comme les bonshommes sur leur wagon. Plaçons la planète sur son orbite aux différentes dates de l'année (Voir figure 1).

Le 1er janvier, la lumière va vers la terre à une vitesse de (300000 - 30) km/s. Elle est diminuée de $\frac{1}{10000}$ de sa valeur. A très peu près, la durée du parcours est majorée de $\frac{1}{10000}$ soit $\frac{2500 \text{ ans}}{10000}$ ou 3 mois : la lumière nous arrive donc un 1er avril.

Le 1er juillet, la vitesse ... est de (300000 + 30) km/s. Elle est majorée de $\frac{1}{10000}$ de sa valeur, la durée du parcours est diminuée de $\frac{1}{10000}$ soit de 3 mois : la lumière nous arrive encore le 1er avril.

Le 1er avril, la composante de la vitesse de la lumière vers la Terre est 300000 km/s. Le trajet dure exactement 2500 ans. La lumière nous parvient encore le 1er avril.

Avec l'hypothèse faite, si on pouvait de la Terre observer la planète, on la verrait à la date du 1er avril dans trois positions différentes.

Continuons le raisonnement précédent pour prévoir les "observations" de la planète, faites depuis la Terre, aux différentes dates de l'année.

La mesure en degrés de l'angle $\widehat{JEP}$ (voir figure) est égale au nombre t de jours écoulés depuis le 1er janvier.

La composante sur l'axe Terre-Etoile de la vitesse de la planète est 30 cos t km/s. La vitesse de la lumière vers la Terre, avec notre hypothèse est alors (300000 - 30 cos t) km/s.

$$300000\left(1 - \frac{\cos t}{10000}\right) \text{ km/s}$$

si la vitesse est multipliée par : $1 - \frac{\cos t}{10000}$, la durée est multipliée par : $1 + \frac{\cos t}{10000}$.

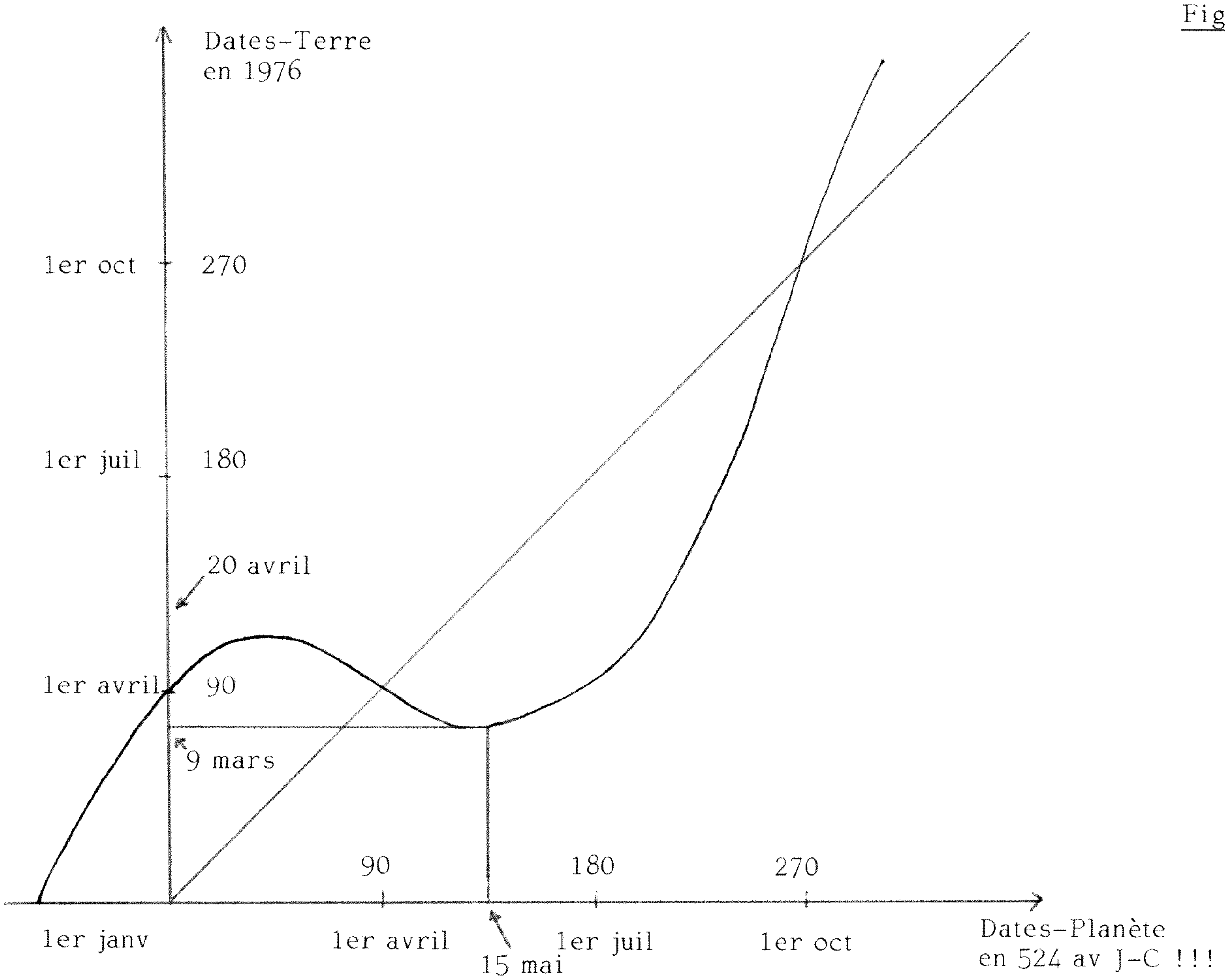
La date d'arrivée sur Terre de la lumière partie t jours après le 1er janvier s'obtient en ajoutant à ces t jours la durée du trajet : $2500\left(1 + \frac{\cos t}{10000}\right)$ années.

La date d'arrivée est donc en jours : $t + 2500 \frac{\cos t}{10000} 360$

$t + 90 \cos t.$

Traçons la courbe ensemble des points d'abscisse t, date du départ-planète et d'ordonnée $t + 90 \cos t$ date d'arrivée-Terre.

Fig 2



En coupant la courbe par la droite d'ordonnée 90 (1er avril Terre), on vérifie que la Planète est vue aux points où elle était les 1er janvier, 1er avril, 1er juillet.

Du 1er janvier au 8 mars sur la Terre, on ne voit rien d'étonnant, la Planète est vue en ses positions du 6 novembre au 15 décembre.

A partir du 9 mars Terre apparaît une planète-fantôme en sa position du 15 mai. Elle se dédouble aussitôt : l'une des composantes ayant un mouvement opposé au sens habituel on voit donc à partir de ce moment la planète en trois endroits différents. Cela dure jusqu'au 20 avril-Terre, les images qui allaient l'une vers l'autre se rejoignent ... et s'évanouissent vers la position du 10 février Planète. A cette date est seule visible l'image 20 juillet-Planète. Celle-ci se déplace jusqu'à l'image 20 décembre-Planète visible le 8 mars-Terre de l'année suivante, date à laquelle l'unicité disparaît ... le cycle recommence.

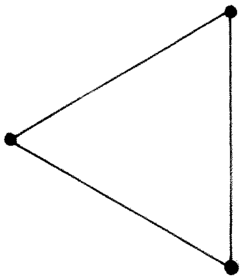
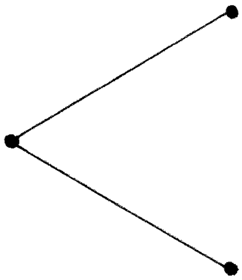
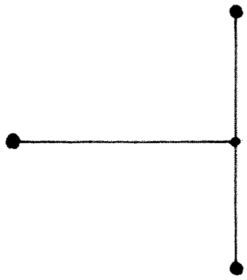
Rappelons que rien de ceci ne pourraît être observé, que nous avons voulu nous amuser et, peut-être, vous amuser.

A. Viricel

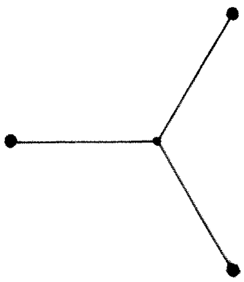
NDLR : Si il est impossible d'observer le mouvement d'une éventuelle planète, le cas des étoiles doubles est parfaitement controlable. La méthode ici exposée permet dans ce cas de vérifier la validité de la théorie de la relativité. Ceci n'est possible que si les étoiles en question ne sont pas trop loin car il faut éviter la ré-émission de la lumière par les particules interstellaires.

Un curieux résultat

Imaginons trois villes disposées aux sommets d'un triangle équilatéral. Comment construire une autoroute de longueur aussi courte que possible et qui permette de se rendre de n'importe quelle ville à l'une des deux autres ?

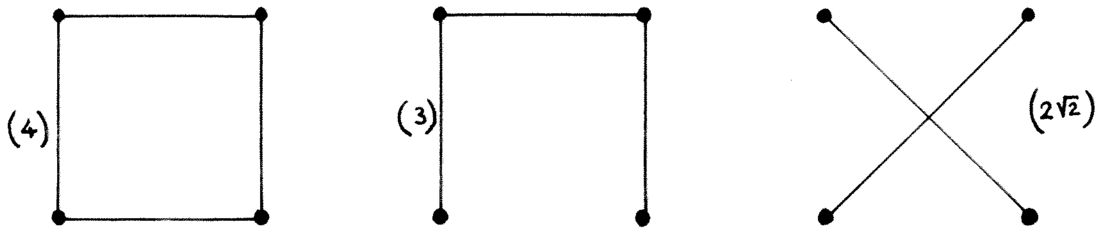
Une première idée consiste à construire l'autoroute en suivant les côtés du triangle, mais on voit immédiatement qu'en supprimant l'un des côtés on peut quand même passer d'une ville quelconque à une autre, et si l'on prend comme unité la longueur d'un côté, l'autoroute a une longueur de 3 unités dans le premier cas et de 2 unités dans le second. Mais pourquoi supprimer tel côté plutôt que tel autre ? On aimerait trouver un chemin respectant la symétrie ternaire du triangle. En remplaçant deux côtés par la hauteur issue du sommet commun, on trouve un résultat encore meilleur (d'une longueur totale de $1 + \sqrt{3}/2$), mais qui ne respecte toujours pas la symétrie du triangle équilatéral. Pour que cela soit, il nous faut construire trois autoroutes



présentant un noeud au centre de gravité du triangle. La longueur de l'autoroute est alors $\sqrt{3}$ et il est facile quoique fastidieux de vérifier que c'est bien le chemin le plus court ; (l'autoroute présente nécessairement un seul noeud dont on calcule la somme des distances aux trois villes, puis on cherche la position du noeud pour rendre cette somme minimum).

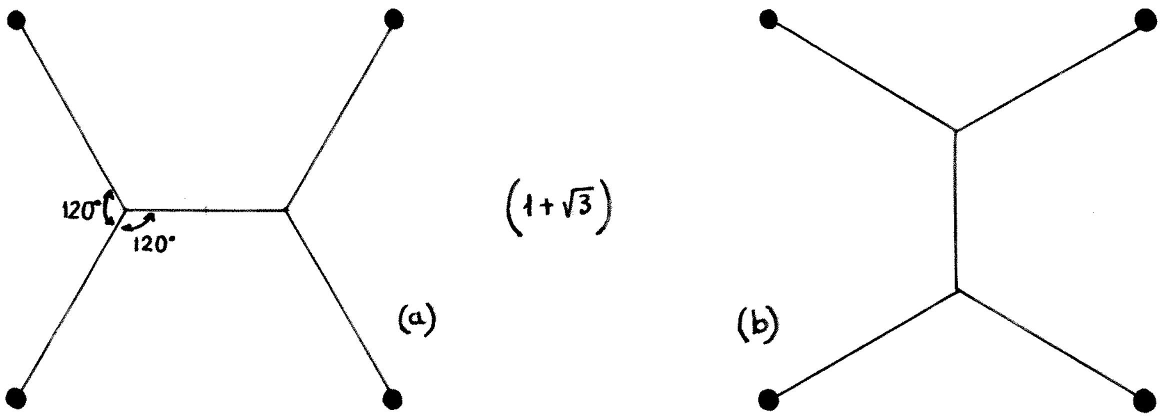
Si maintenant on s'intéresse à la distance moyenne parcourue par un automobiliste se rendant d'une ville à l'autre, c'est dans le premier cas qu'elle est la plus courte puisque égale à 1 , longueur du côté. Dans les autres cas, on a respectivement les moyennes de $8/3$; $(\sqrt{3} + 2)/3$; $2\sqrt{3}/3$. Pour que cette moyenne ait un sens physique, il faut supposer que les trois villes participent <u>également</u> au trafic interurbain. Cela permet de saisir deux des aspects économiques qui participent à l'élaboration d'un tracé autoroutier.

Mais revenons à notre problème initial, en augmentant le nombre de ville. Prenons en 4 disposées aux sommets d'un carré. Instruit par l'expérience précédente,

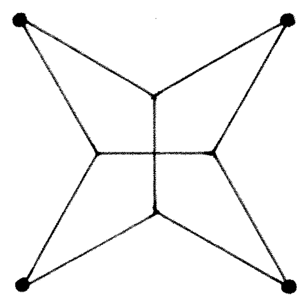


nous recherchons une solution qui conserve la symétrie d'ordre 4 de la figure. L'ensemble des deux diagonales paraît convenir à merveille en donnant une longueur de $2\sqrt{2}$ à l'autoroute, longueur inférieure aux quelques autres cas simples que l'on peut rapidement dessiner. Malheureusement cette solution n'est pas la bonne puisqu'il existe un chemin plus court obtenu en utilisant deux noeuds tels que les chemin partant de ces noeuds fassent un angle de 120 º entre eux. C'est une excellente application du théorème de Pythagore que de vérifier que la longueur de l'autoroute est alors $1 + \sqrt{3}$
L'ennuyeux c'est que cette solution ne possède pas la symétrie d'ordre 4 de l'énoncé du problème. Seulement il n'y a pas de chemin plus court ; la démonstration , fort compliquée, ne sera pas demandée au lecteur !

Voilà un bien curieux résultat : Un problème parfaitement symétrique par rapport aux quatre données et dont la solution ne l'est pas. Où est passée la symétrie manquante ? Tout simplement dans la deuxième solution que le lecteur aura peut-être déjà vu puisqu'elle est ci-dessous :

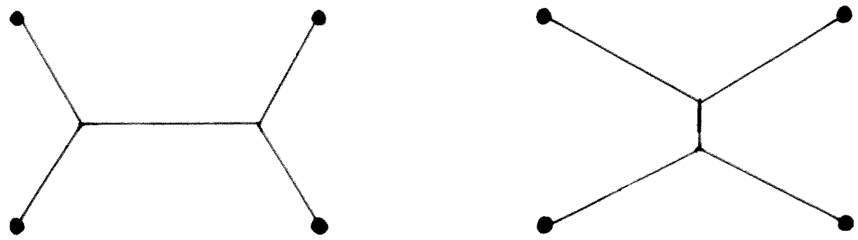


et l'ensemble des deux solutions présente bien la symétrie requise. Mais aucun technocrate, aussi technocrate soit-il, ne s'amusera à faire construire la superposition de ces deux autoroutes comme ci-contre, sous prétexte de respecter la symétrie.



Et la nature qui résoud très joliment dans les bulles de savon ce genre de problèmes, se contente d'une seule solution, brisant ainsi la symétrie originale. Comment choisit-elle ? Tout simplement en prenant la position d'équilibre la plus proche de la position initiale ; (de la même façon que la plupart des molécules organiques constituant les êtres vivants sont orientées dans un certain sens alors qu'on devrait les trouver également réparties entre les deux sens d'orientation).

Modifions maintenant légèrement la position des 4 villes de façon a avoir un rectangle. L'angle aux noeuds reste de 120º mais la ligne qui joint les deux noeuds voit sa longueur varié (se raccourcit dans l'une des solutions et s'allonge dans l'autre).



Mais si chaque solution correspond à un minimum d'une certaine fonction, les deux minimums ne sont pas égaux et il ne faut retenir que le minimum absolu. L'application de la règle des 120º permet ainsi de trouver tous les minimums (constructions par les arcs capables - mais dans quelles classes pouvons-nous l'enseigner ?) puis après mesure des différentes longueurs de choisir le minimum absolu. Mais il est des cas où cette règle ne s'applique pas. Sauriez-vous les trouver dans le cas de trois villes ?

(si le triangle formé par les 3 villes possède un angle supérieur à 120º).

Jean Lefort

L ' OUVERT : responsable de la publication : Jean Lefort
24, rue Schweitzer
Wintzenheim 68000 Colmar

impression : Irem de Strasbourg
10, rue du général Zimmer
67084 Strasbourg Cedex

Toute communication relative au bulletin est à envoyer à l'une des deux adresses ci-dessus.

Un jeu de hasard ?

Actuellement sur Europe nº 1 , entre 12 et 13 heures, est présenté un jeu de hasard sous la forme suivante :

I - Au niveau $n < 14$ on soumet deux propositions au candidat. Celui-ci désigne la proposition qui lui semble vraie (l'une l'est et l'autre pas).

Si le candidat a raison, un dé est lancé

- Si le résultat du dé est 1, 2, 3, 4 ou 5 le candidat passe au niveau $n + 1$.
- Si le résultat est 6 , le candidat doit arrêter le jeu et il empoche alors la somme de $a.2^n$ francs.

Si le candidat a tort, un dé est également lancé

- Si le résultat du dé est 1, 2 ou 3 le candidat perd tout.
- Si le résultat du dé est 4 ou 5 , le candidat est repêché au niveau n.
- Si le résultat du dé est 6 , le candidat doit arrêter le jeu et il empoche la somme de $a.2^{n+1}$ francs si $n \neq 1$, sinon le candidat perd tout.

Au niveau $n = 14$, la règle est légèrement modifié puisqu'il est impossible de passer au niveau 15 ; si le candidat a tort quand il donne sa réponse, la procédure est la même, mais s'il a raison, aucun dé n'est lancé et le candidat arrête le jeu en empochant la somme de $a.2^{14}$ francs.

II - En réalité la règle n'est pas exactement celle énoncée ci-dessus, mais comporte la modification suivante :

Au niveau $n = 1$, 2 , 3 ou 4 si le candidat répond correctement, il passe directement au niveau suivant, mais il peut touttefois demander à ce qu'on lance le dé et qu'on suive la procédure (I).

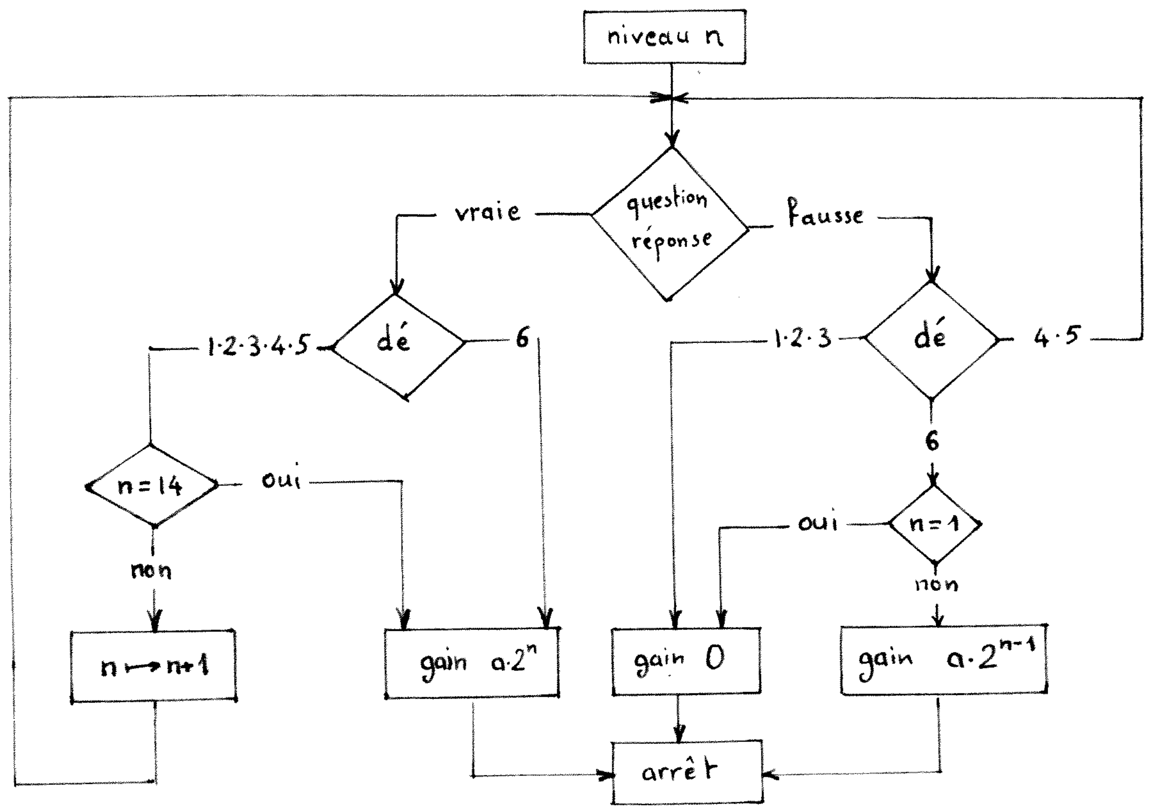
Dans ce qui suit nous allons étudier l'aspect probabiliste de ce jeu en suivant la règle nº (I). Nous verrons à la fin ce qu'il faut modifier pour avoir les résultats correspondant à la règle nº(II).

Mais avant de lire plus avant, nous invitons le lecteur à écouter une fois ou l'autre cette émission en le mettant toutefois en garde : "Qu'il ne se laisse pas emporter par le flotde la publicité !". Il se convaincra aisément que les réponses vue la nature des questions, se fait au hasard, tout au moins à partir du niveau 4 ou 5. Le lecteur pourra également admirer au passage l'utilisation prodigieuse du hasard dans la mise en scène, puisque le choix des questions, l'ordre des propositions, la personne qui les lit ... sont à chaque fois déterminés par un tirage au sort.

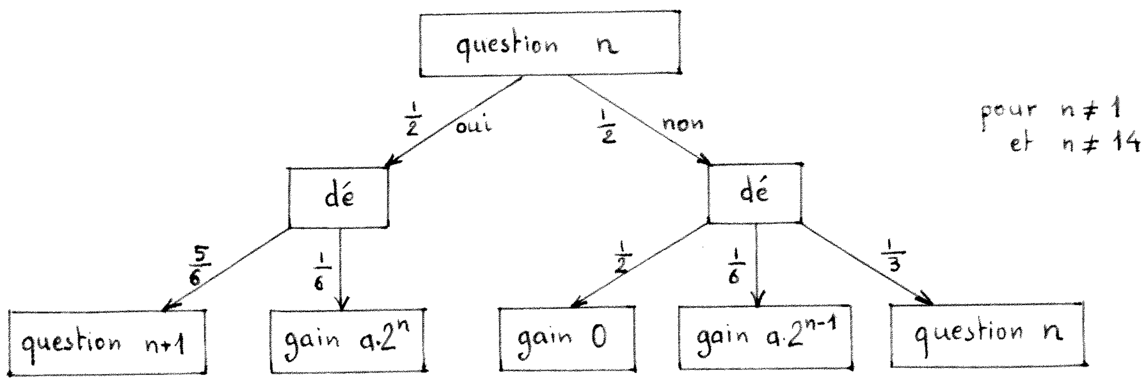
La valeur de a est actuellement de 62,50 francs ce qui fait que $a.2^{14}$ est légèrement supérieur à un million de francs.

A) ASPECT PROBABILISTE ; règle nº I

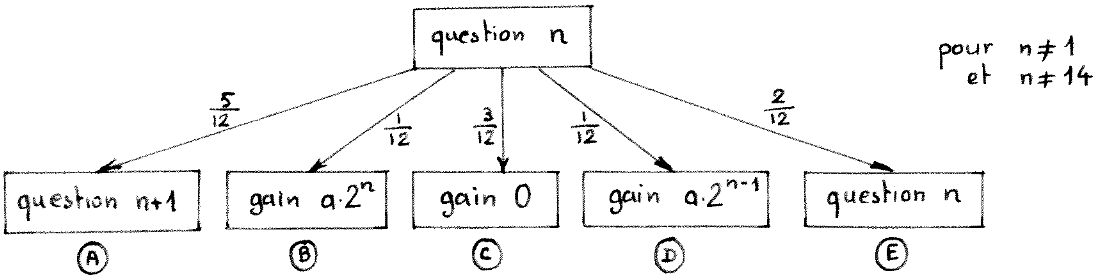
Dressons l'organigramme du jeu :



Si on ne s'intéresse qu'aux probabilités comme il a été anoncé ci-dessus, on peut simplifier le schéma en faisant l'arbre ci-dessous :

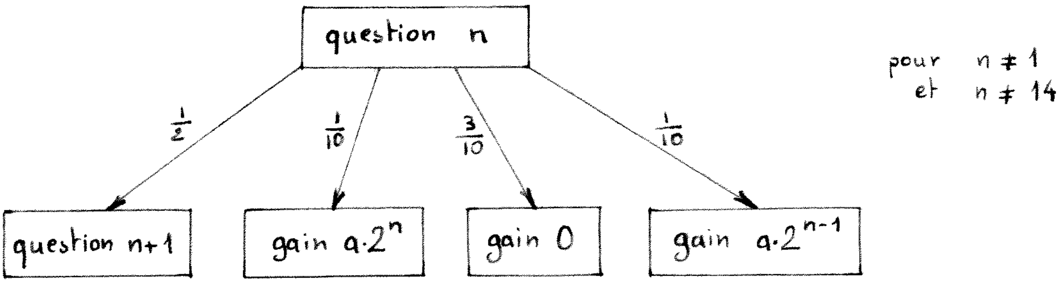


ou encore plus simplement :



le résultat (A) étant supprimé et regrouper avec (B) si $n = 14$. Les nombres sur chaque flèche, indiquant suivant l'usage la probabilité de suivre la dite flèche.

On remarque immédiatement que le jeu peut se poursuivre indéfiniment puisque le joueur peut rester indéfiniment à la question du niveau n. Pour éviter ce jeu infini on passe aux probabilités conditionnelles, c'est-à-dire qu'on cherche la probabilité d'avoir le résultat A (ou B, ou C, ou D) sachant qu'on n'a pas le résultat E. Or la probabilité de E est de 2/12 , celle de (A ou B ou C ou D) est donc de 10/12 . Il nous faut donc multiplier chacune des probabilités précédentes par 12/10 . * On obtient alors le schéma suivant :

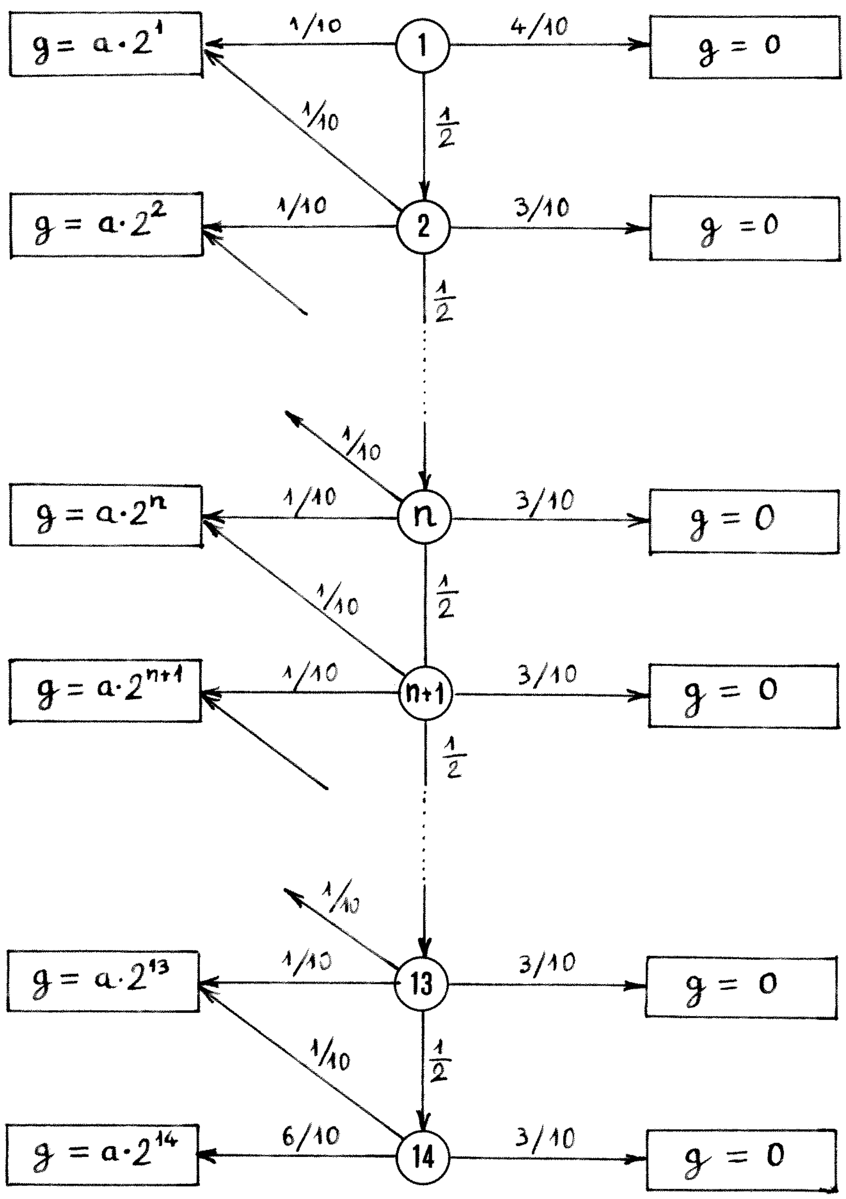


- Il nous faut maintenant tenir compte de l'arrêt en $n = 14$ ce qui conduit au tableau de la page suivante, tableau dans lequel nous avons également tenu compte de ce qui se passe au niveau $n = 1$ (remplacement du gain a par zéro !).

---

* Une autre façon de voir, eut été de considérer qu'on obtient le résultat (C) par exemple, en une étape avec la probabilité 3/12 , en deux étapes (E puis C) avec la probabilité (3/12)(2/12) , en trois étapes (E puis E puis C) avec la probabilité $(3/12)(2/12)^2$, etc... soit finalement :

$$p(C) = \frac{3}{12}\left(1 + \frac{2}{12} + \left(\frac{2}{12}\right)^2 + . . . \right) = \frac{3}{12} \times \frac{1}{1-(2/12)} = \frac{3}{12} \times \frac{12}{10}$$



g représente le gain

D'où les résultats suivants :

$$p(g{=}0) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \ldots + \frac{1}{2^{13}}\right) = \frac{1}{10} + \frac{3}{10}\left(2 - \frac{1}{2^{13}}\right)$$

$$= 57341 / 81920 \simeq 0{,}70$$

$$p(g{=}a2) = \frac{1}{10} + \frac{1}{2}\,\frac{1}{10} = \frac{3}{20} = 0{,}15$$

. . . .

$$p(g{=}a2^n) = \frac{1}{2}\,p(g{=}a2^{n-1}) = \frac{1}{2^n}\,\frac{3}{10}$$

. . . .

$$p(g{=}a2^{14}) = \frac{1}{2^{13}}\,\frac{6}{10} \simeq 7{,}3\ 10^{-5}$$

On remarque immédiatement que la probabilité de gain est faible ; dans 70 % des cas on ne gagne rien. Etudions alors l'espérance du gain :

$$E(g) = \frac{57341}{81920} \times 0 + \frac{3}{10} \times \frac{a2^1}{2} + \ldots + \frac{3}{10} \times \frac{a2^{13}}{2^{13}} + \frac{6}{10} \times \frac{a2^{14}}{2^{13}}$$

$$= \frac{a}{10} (13 \times 3 + 12) = \frac{51}{10} a = 318{,}75 \text{ francs.}$$

Il ne semble pas qu'à Europe nº 1 on soit très généreux ! Heureusement qu'il y a de nombreux lots de consolation pour les "heureux" perdants !

B) ASPECT MOINS PROBABILISTE (règle nº II)

Imaginons d'abord le cas d'un très bon joueur, qui est sûr de répondre juste aux quatre premières questions. En appliquant la règle nº II, tout se passe pour lui comme s'il commençait tout de suite au niveau 5 ; on trouverait alors :

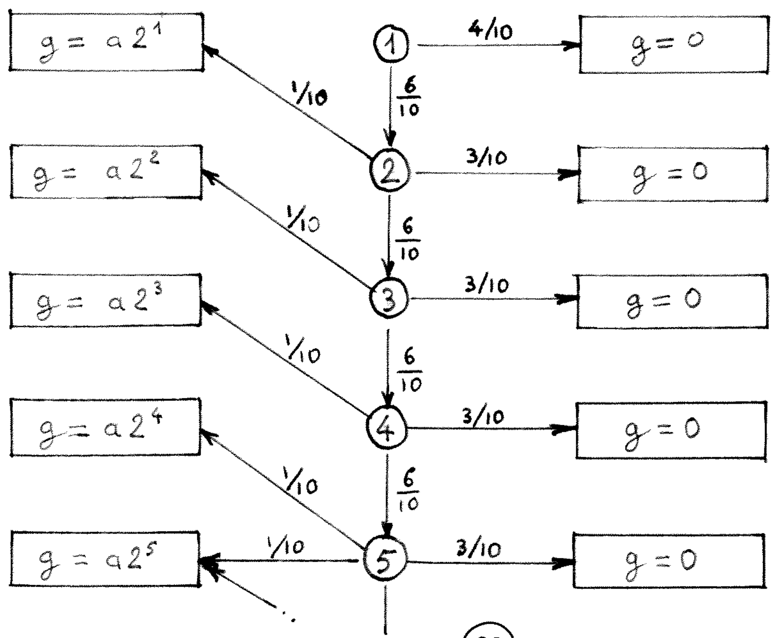
$$p(g=0) = \frac{3069}{5120} = 0{,}6 \qquad p(g=a2^4) = 0{,}1$$

les autres valeurs étant multipliées par 2^4. Cela conduit à l'espérance de gaain :

$$E(g) = 4000 \text{ francs}$$

Cela est nettement plus digne d'un poste périphérique (le calcul qui vient d'être fait est plus proche de la réalité, les quatre premières questions, plus simples, pouvant être trouvées par un candidat honnête).

Imaginons maintenant un joueur qui répond toujours au hasard, mais qui a choisi de ne jamais faire lancer le dé (comme il en a le droit) en cas de réponse juste à l'une des quatre premières questions. Tout se passe pour lui comme si le début du jeu avait l'allure suivante :



le reste sans changement.

Nous faisons grâce des calculs et donnons directement l'espérance du gain : $E(g) = 545{,}70$ francs.

On notera néanmoins que la probabilité d'un gain nul est d'environ 83 % .

Les calculs qui viennent d'être fait correspondent d'avantage à une espérance de perte pour Europe nº 1 qu'à une espérance de gain pour le joueur ; ou plus exactement, c'est son espérance de gain avant le début du jeu si une tactique indépendante des résultats a été choisie. Dans la pratique, toute stratégie dépend des résultats antérieurs ; l'epérance de gain augmente au fur et à mesure que le candidat avance dans les questions.

Jean Lefort sur une idée de J.D. Schmitt

La question la plus fréquente que posent les professeurs stagiaires, terrorisés par des interdits, et faisant - à leur tour- régner la terreur sur la classe est : " á-t-on le droit ... ?"

A-t-on le droit d'abréger "parallèle" et "perpendiculaire" par // et $\perp$?

A-t-on le droit de dire que la surface du rectangle est le produit de la longueur par la largeur, (au lieu de "la mesure de la surface ... "etc...)

A cela, Georges CANTOR répond : "L'essence des mathématiques, c'est leur liberté". Liberté du langage, à condition de se faire comprendre !

A-t-on le droit, pour exprimer qu'un groupe G est commutatif d'écrire $a * b = b * a$, en omettant les quantifications ? Oui on a ce droit ; mais on risque de tromper le lecteur, de la conduire à un contre-sens grave en méconnaissant le caractère universel de la condition. Par contre, en explicitant les quantificateurs on risque de noyer l'information essentielle dans un symbolisme plus ou moins assimilé par le lecteur novice. L'exercice de la liberté oblige à prendre ses responsabilité vis à vis de risques contradictoires.

A-t-on le droit d'écrire que l'ensemble des racines réelles de l'équation $x^3 + 3x - 4$ est $\left\{ 1 , \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2+\sqrt{5}} , 1 \right\}$? Oui ! Mais ilvaut mieux ne pas répéter le 1. Et dès que l'on aura prouvé que la somme des racines cubiques fournie par la formule de Cardan vaut 1 , il sera préférable d'écrire $\{1\}$.

Ce qui rend la liberté du mathématicien si passionnante, c'est qu'elle s'exerce en présence de contrainte dont on comprend la nécessité.

G. Glaeser "La mathématique et son enseignement"
(à paraître)

Les olympiades internationales de math.

Voici plus de vingt ans que s'organisent des rencontres entre les meilleurs jeunes mathématiciens de nombreux pays. Jusqu'à ce jour, une trentaine de nations y ont parcicipé. A côté des pays de l'Europe de l'Est, on a noté la présence des U.S.A., de la France, la Grande-Bretagne, la Suède, la Finlande, du Viet-Nam, des deux Allemagne, etc, etc...

Organisation générale. Chaque année un pays se charge de l'opération. Il adresse une invitation aux pays susceptibles de participer et met au point les conditions de l'accueil, tant logistique que pédagogique.

Chaque pays participant envoie aux Olympiades une équipe de huit candidats de moins de 19 ans (au jour de la 1ère épreuve), accompagnée de deux membres du jury.

Auparavant, le pays invitant recueille des propositions de sujets d'épreuves, envoyées par les pays participants et en effectue un premier tri.

L'un des membres du jury de chaque pays se rend sur les lieux quelques jours à l'avance, pour débattre du choix définitif des six énoncés proposés, et pour procéder à la traduction aussi semblable que possible, d'abord dans les quatre langues officielles (anglais, français, allemand et russe) ainsi que dans chacune des langues des participants.

Les candidats, accompagnés du second membre du jury arrivent ensuite et se rendent dans une sorte de village international où ils séjournent séparés des membres du jury (auxquels les accompagnateurs viennent se joindre).

Les épreuves se déroulent en deux matinées de quatre heures, au cours desquelles les candidats sont confrontés à trois énoncés chaque fois (on trouvera les problèmes proposés précédemment dans [Gerll - Girard : "Les Olympiades Internationales de mathématique", Hachette 1976] .

Les concurrents remettent alors leurs copies auxquelles ils joignent aussi tous leurs brouillons.

Le système de correction est le suivant : les membres du jury de chaque pays étudient les travaux de leur propre équipe et se proposent à "défendre" les cas intéressants, comme des "avocats". Il est fréquent que les rédactions finales soient trop concises pour qu'il soit possible de connaître exactement le cheminement de la pensée de chaque candidat. C'est là que les brouillons peuvent se révéler utiles.

A chaque énoncé est associée une équipe de six coordinateurs, proposés par les pays invitant, composée de professeurs d'Université ou d'anciens lauréats d'Olympiade. Cette équipe débat avec les jurys de chaque pays des mérites respectifs des copies, de façon à juger tous les travaux selon les mêmes critères.

Les lauréats se répartissent en trois catégories (non classées). On attribue un premier prix (resp second, resp troisième) à ceux qui ont résolu essentiellement les six (resp cinq, resp quatre) problèmes, avec éventuellement une légère défaillance sur l'un d'eux. Ainsi, on s'assure que la moitié environ des participants soient primés.

Préparation. Dans les pays de l'Est, l'institution de concours mathématiques est largement répandue à la façon des rencontres sportives. Et le choix des représentants nationaux se fait parmi les élèves qui se sont déjà fait remarquer depuis plusieurs années. En particulier, il s'organise dans ces pays des camps de vacances, à Pâques, où les enfants qui aiment résoudre des problèmes peuvent s'entraîner.

Les U.S.A. organisent également un camp, chaque année avec des élèves des deux dernières classes Terminales : ainsi, la plupart des représentants américains, ont pu s'entraîner en deux sessions de dix jours, l'année précédant leur participation et quelques mois avant les Olympiades.

La France recrute ses participants essentiellement sur la base du Concours Général : mais les organisateurs s'informent aussi auprès des organisateurs de Rallyes pour compléter l'équipe.

Il semble qu'une préparation soit en effet indispensable non tellement pour "chauffer les candidats", mais pour les familiariser avec le déroulement des épreuves et aussi pour compléter leurs connaissances sur des questions qui ne figurent plus au programme d'un pays particulier, tout en étant "bien connues" ailleurs. Ainsi une rencontre d'une vingtaine de participants possibles à la veille du départ pour les Olympiades est souhaitable.

Conclusion. L'institution des Olympiades Internationales a un net caractère élitiste, puisqu'il ne s'agit que de huit élèves par pays. Mais généralement, ce n'est que le couronnement d'une pyramide à large base, concernant des milliers d'élèves. En ce sens, les Olympiades encouragent une promotion du problème d'intelligence dans tous les pays. En fait, on constate par exemple, en U.R.S.S. qu'une grande partie de la population s'intéresse à l'activité déployée lors de la préparation des Olympiades (par exemple comme cela a lieu en France, pour certaines épreuves sportives) et que la discussion des questions proposées est portée à la connaissance du public, par l'intermédiaire des mass-médias.

Dans d'autres pays, le caractère élitiste est par contre davantage renforcé, dans la mesure où la rencontre ne concerne qu'un tout petit nombre de participants éventuels.

Signalons, pour terminer, que l'on a trouvé récemment parmi les lauréats français plusieurs candidats d'origine ouvrière ou paysanne, à côté d'enfants de professeurs et d'instituteurs.

G. Glaeser

A la bibliothèque de l'IREM

LISTE DES OUVRAGES REÇUS EN 1978

1) PSYCHOLOGIE - PEDAGOGIE...

- BACRI : fonctionnement de la négation (Mouton 1976)
- BARDIN : l'analyse de contenu (PUF 1977)
- PIAGET : la psychologie de l'intelligence (Colin 1967)
- PIAGET - INHELDER : la genèse des structures logiques élémentaires (Delachaux et Niestlé 1967)
- PIAGET - SZEMINSKA : la genèse du nombre chez l'enfant (idem)
- SNYDERS : pédagogie progressiste (PUF 1975)
- NICOLAS : Jean Piaget : présentation - biographie - bibliographie (Seghers 1976)
- INHELDER - SINCLAIR - BOVET : apprentissage et structures de la connaissance (PUF 1974)
- LABELLE : recherche sur les rôles pédagogiques d'un service universitaire d'education permanente - Thèse 3e cycle (Université Louis Pasteur)
- BRAUN-LAMESCH : la compréhension du langage par l'enfant - le rôle des contextes (PUF 1972)
- QUINE : le mot et la chose (Flammarion 1977)
- BIGARD : mathématiques, échec et sélection (Cédic 1977)
- WEIL : l'enfant d'âge scolaire et le langage - Thèse de doctorat de 3e cycle (Universite Louis Pasteur 1972)
- NEWELL - SIMON : Human problem solving (Prentice Hall 1972)
- JOYCE - HAROOTUNIAN : the structure of teaching (S.R.A. 1967)
- BRUNER : the relevance of education (George Allen & Unwin 1971)
- BRUNER : beyond the information given - studies in the psychology of knowing (George Allen & Unwin 1973)
- MEDICI : l'éducation nouvelle (PUF 1976)
- DEWEY : l'école et l'enfant (Delachaux et Niesthé 1976)
- SCHWARTZ : une autre école (Flammarion 1977)
- Traité des sciences pédagogiques - Tome 7 : fonction et formation des enseignants (PUF 1978)

- JAVEAU : l'enquête par questionnaire (Institut de sociologie de l'Université Libre de Bruxelles 1971)
- NASSIRI -MOUSSAVI : Etude sur la signification d'erreurs et le rôle d'avertisseurs Thèse de 3e cycle (Université Louis Pasteur 1978)
- PIAGET : le développement de la notion de temps chez l'enfant (PUF 1973)
- PIAGET : Essai de logique opératoire (Dunod 1972)
- PIAGET : la représentation du monde chez l'enfant (PUF 1976)
- EHRLICH :la capacité d'appréhension verbale (PUF 1972)
- La Mémoire - Symposium (PUF 1970)
- HITT : comportement de "retour en arrière" après la découverte d'une contradiction - Thèse de doctorat de 3e cycle (Université Louis Pasteur 1978)
- PIAGET : les notions de mouvement et de vitesse chez l'enfant (PUF 1972)

Documents des IREM

- CLERMONT : Amet : perception et représentation de la symétrie chez l'enfant de 7 à 16 ans
  Noirfalise : Etude sur la perception du rôle des maîtres, du rôle de l'école Mémoire de maîtrise
  Noirfalise : Contribution à l'évaluation d'une expérience de formation des maîtres
  Enquête auprès d'élèves du 2nd cycle - Entretiens et questionnaires - Groupe échec et math de Montluçon
- NICE : Aides pédagogiques pour les maîtres du cycle préparatoire - Informations - modalités - objectifs
- REIMS : Nimier : le vécu des mathématiques chez des jeunes français et québécois - Essai d'analyse factorielle et clinique
- TOULOUSE : Objectifs en pédagogie - 1ère approche
- Villetaneuse :Analyses pour une introspection ou influence de la personnalité sur le comportement
  Math et autorité

---

2) EVALUATION

Documents des IREM

- Nancy : Compte-rendu d'une évaluation de l'enseignement des mathématiques dans le premier cycle
  Evaluation - Rapport d'activités - Tome 2
- Reims : Evaluation - docimologie - orientation - taxionomie
- Saint Quentin : Misery : fonctions et procédure d'évaluation
- Toulouse : Etoile d'évaluation

3) INFORMATIQUE - STATISTIQUES - PROBABILITES

- PONTE - BRAILLARD : l'informatique (Seuil 1969)
- HATT : Seism - une banque de données séismologiques mondiales (INRP 1977)
- HATT : Sesam - Système d'études spatiales et d'analyse multidimensionnelle (INRP 1977
- BENZECRI : l'analyse des données - Tomes 1 et 2 (Dunod 1976)
- BERTIN : La graphique et le traitement graphique de l'information (Flammarion 1977)
- DELEDICQ : Images (CIEM 1978)
- Approche des probabilités et des statistiques dans l'enseignement - effectifs scolaires (INRP 1978)
- DELEDICQ - VASCHALDE : le calculateur programmable de poche (Cédic 1978)
- Calculateurs programmables et algèbre de 4e (APMEP 1978)

Documents des IREM

- Bordeaux : Noel - Bastier : Tous vos problèmes avec votre calculatrice
- Brest : Table traçante et applications affines en classe de 2nde
  Bocle : introduction aux probabilités
- Caen : Duval - Lehman - Senéchal : Proba Livre I
  Proba Livre IV
- Clermont : Des mathématiques au traçage
- Dijon : Vignon : le LIP (langage d'initiation à la programmation)
- Lyon : Hagège : Premières notions d'informatique
  Immatriculations de voitures - Recherche INRP
  Consommation d'électricité - Recherche INRP
  Consommation d'électricité le 3e mercredi du mois de décembre - Recherche INRP
- Montpellier : Statistiques descriptives - 1ères G et C.E.T.
- Nancy : HP 10 - Utilisation
  HP 10 - Instructions de commande
  HP 25 - Fascicule 1 - 1ères notions
  HP 25 - Fascicule 4 - Calculs algébriques
  Géométrie en 4e et 3e avec une table traçante (avec l'IREM de Poitiers)
- Nantes : Betrema : Mathématique et langage informatique (Basic) Volume 1
- Paris-Sud : Combinatoire
  Balthazar - Meyer - Steyaert : HP 21 - HP 25 et quelques exemples d'utilisation
- Poitiers : Coquin - Vasseur - Fiches pour l'enseignement du calcul des probabilités 1ères et Terminale
- Rennes : Exécution sur calculatrice programmable des calculs permettant de régler une machine à tailler les engrenages
  Taille- poids - envergure - Recherche INRP
  Le Roux - HP 25 - Premières manipulations - 1er exemples
  Julo - Le Roux : Calculateur programmable et classes à programme allégé

- Rouen : La télévision - Approche des probabilités et des statistiques dans l'enseignement
- Toulouse : Informatique et enseignement
- Villetaneuse : Sondages - Recherche INRP
  Quelques travaux informatiques réalisés au lycée de Rueil-Malmaison
  Exemples de thèmes traités à l'aide de calculatrices du type HP 45

---

4) GEOMETRIE - ALGEBRE - ANALYSE - RECUEIL D'EXERCICES

- WARUSFEL : les mathématiques modernes (Seuil 1969)
- CASANOVA : l'algèbre vectorielle (PUF 1976)
- CHEVALLARD : deux études mathématiques sur la parenté (Cédic 1977)
- BERGER : Géométrie - Tomes 1-2-3-4 (Cédic 1978)
- CUNDY - ROLLETT : modèles mathématiques (Cédic 1978)
- FAWCETT - CUMMINS : the teachingof mathematics from counting to calculus (Charles E. Merrill 1970)
- LASSAVE : les bases des mathématiques en 4e/3e - BEPC (Nathan 1978)
- PECAUT : pavés et bulles - Eléments de cristallographie mathématique (APMEP 1978)
- Maths-annales - DEUG - Sessions de 1975-76-77-78 (Cédic)
- CAPARROS - GOETZ : Maths 6e -Exercices (Bordas 1977)
- CAPARROS - GOETZ : Maths 5e- Exercices (Bordas 1978)
- POLLE - CLOPEAU - DELOBEL : exercices résolus de mathématiques - 6e (Delagrave 1977)

Documents des IREM

- Brest : Gondard : quelques notions fondamentales d'algèbre et d'analyse - 2nd cycle
  Géométrie en 3e
  Textes de devoirs pour les classes de 1ères C-D-E
  Belvia - un thème de géométrie pour la 5e
- Caen : Thèmes pour la 4e
- Dijon : Wasserer - Reisz : pour une approche heuristique de l'enseignement de l'analyse (Compte-rendu d'expériences - Terminale C)
- Marseille : Géométrie plane dans l'enseignement secondaire - Tome 1
- Montpellier : Mathématiques en 6e et 5e
  Pour une étude des fonctions numériques dans le 1er cycle
  Angles et trigonométries - 1ères ABCDE
- Nantes : Fouques - Seroux : quelques difficultés pédagogiques dans l'enseignement de l'analyse - 2nd cycle des lycées
  Trigonométrie - algèbre linéaire - optique
- Poitiers : Enseignement de l'analyse - n° 3 : notion de limite - suite réelles (à partir de la 2nde)
  Savariau : Groupes ornementaux - ornementation du plan
  Recueil de problèmes de 4e et 3e - Groupes OPC

- Rennes : Houdebine : théorie des ensembles

  Activités en analyse - majorer - minorer - encadrer

  Géométrie en 4e - 3e - De l'action au concept
- Villetaneuse : Laura : d'une multi-correction à une multirédaction

  Baranes : A propos des translations en 4e

  Baranes : Quelques approches de la notion d'orthogonalité en 3e

  Cuculière : le principe d'exclusion-inclusion et ses applications à quelques problèmes combinatoires

  Boudarel : l'orthogonalité et les isométries en 3e
- Rouen : Et si pour changer, on parlait de continuité

---

5) <u>HISTOIRE DES MATHS - ENSEIGNEMENT - EDUCATION</u>

- CHARTIER - COMPERE - JULIA : l'éducation en France du XVIe au XVIIIe siècle (Sedes - CDU 1976)
- Nouvelles tendances de l'enseignement des mathématiques en France (INRDP, sans date
- RAYMOND : l'histoire et les sciences suivi de 5 questions sur l'histoire des mathématiques (F. Maspéro 1978)
- Mathematics, its content, methods and meaning - Volumes 1, 2 et 3 (MIT Press 1969)
- BOUVERESSE - ITARD - SALLE : histoire des mathématiques (Larousse 1977)
- KNIGHT : sources for the history of science 1660-1914 (Cambridge University Press 1975)
- LEON : Histoire de l'enseignement en France (PUF 1977)
- CAUVIN : le renouveau pédagogique en Allemagne de 1890 1933 (A. Colin, 1970)
- Abrégé d'histoire des mathématiques - Tomes 1 et 2 (Hermann 1978)
- Rendement de l'enseignement des mathématiques dans 12 pays (IPN 1969)
- DHOMBRES : nombre, mesure et continu (Cédic 1978)

---

6) <u>ASTRONOMIE</u>

- Compte-rendu du colloque enseignants - astronomes - Grenoble 2 sept 1976 (Laboratoire d'astronomie de l'Université Paris-Sud 1976)
- ACKER : initiation à l'astronomie (Masson 1978)
- Thèmes d'astronomie - enseignement secondaire (IREM et Observatoire de Strasbourg 1978)
- Atlas d'astronomie (Stock 1976)
- BAKOULINE - KONONOVITCH - MOROZ : astronomie générale (Mir 1975)
- La nouvelle astronomie (Hachette 1971)

7) MATHEMATIQUES ET ...

Documents des IREM

- Limoges : Compte-rendu du groupe math-biologie
  Compte-rendu des expériences réalisées en 75-76 pour la coordination des enseignements de mathématique et de physique
- Montpellier : Mathématiques dans le 1er cycle - Stage math-techno
- Paris-Sud : Quelques thèmes en technologie
  Girodet - Picard : math et auto{nomie / gestion}
- Reims : Caullot - Roguet : liaison math-physique : logique
- Rouen : Optique géométrique - Groupe de liaison math-physique
  Un nouvel enseignement de la mécanique en 2nde - A propos de la notion de masse
  Biologie - mathématiques
- Saint-Quentin : Un support de l'addition vectorielle en 4e - Groupe de liaison math-sciences de Compiègne
- Villetaneuse : Pointet-Tailleferre - Ziza-Clément : Essai de liaison math-français en 6e-5e (fiches)
  Math et français en 5e.

8) ENSEIGNEMENT ELEMENTAIRE ET PRIMAIRE

- MOTS - Tome 4 (APMEP 1978)

Documents des IREM

- Montpellier : Liaison CM2 - 6e
- Nice : De Zerbi -Schrab : Sciences physiques à l'école élémentaire
- Poitiers : Les schémas dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire
  La multiplication - Propositions de travail pour un CE1
- Rouen : Les nombres décimaux au CM - Groupe réflexion sur l'enseignement des maths à l'école primaire
  Géométrie au CM
- Villetaneuse : Guegan : à propos de nombre et de numération à l'école primaire

9) DIVERTISSEMENTS - JEUX

- GARDNER : les casse-tête mathématiques de Sam Loyd (Bordas-Dunod 1970)
- BLANCHET : math en liberté (OCDL 1976)
- DELEDICQ - POPOVA : Wari et solo (Cédic 1977)
- Wari
- HOLDEN : formes, expace et symétrie (Cédic 1977)
- DELFT - BOTERMANS : 1000 casse-tête du monde entier (éd du Chêne 1977)
- MEEUS - TORBIJN : polycubes (Cédic 1978)

- HALMA - Jeu de Ravensburg
- SOGO
- REVERSI
- TANGRAM et COEUR-Rebus
- GO
- Isola

Documents des IREM

- Bordeaux : Oriol - Painchault : matchinettes 2
- Lille : Sanier : Jouons ensemble

---

10) COMPTE - RENDU DE COLLOQUE , DE SEMINAIRE

Documents des IREM

- Bordeaux : Langage mathématique et formalisation - Colloque Inter IREM de mai 1971
- Caen : Libois : conférence "Sémiologie de l'image" - colloque audio-visuel IREM - CRDP 9-10-11 décembre 1976
- Clermont : Séminaires interdisciplinaires sur le langage - année 72-73
- Dijon : Du C.M. au cycle d'observation - l'enseignement des mathématiques - Compte-rendu du colloque national inter IREM 1-2 octobre 1976
  Colloque enseignement de l'analyse - janvier 1977
  Colloque math-physique - Châlon sur Saône 9-10 juin 1978
- Limoges : Colloque math-biologie 18-19 mars 1977
  Colloque math-physique 11-12-13 juin 1976
- Montpellier : Rapport sur les journées nationales des C.E.T. - avril 1975
- Orléans : Pédagogie par objectifs en pédagogie - colloque 4-5-6 février 1977
- Reims : 5e colloque national des professeurs d'Ecole Normale - Auberive 28-29-30 avril 1978
- Rennes : Approche des probabilités et des statistiques - Belle-Ile 19-21 mai 1977
  3e Rallye mathématique de Bretagne
- Poitiers : Formation continue des enseignants de mathématiques - Colloque de Tours 22-23 avril 1977
  Histoire et enseignement des mathématiques - Journées d'étude 17-18 juin 1977

Laboratoire d'astronomie de l'université de Paris-Sud : Compte-rendu du colloque enseignants astronomes - Grenoble 2 septembre 1976

11) DIVERS

- FOURIER : théorie analytique de la chaleur (Gauthier-Villars 1888)
- Dictionnaire de physique et de chimie - Tome 1 (Hachette 1978)
- METZ : Essais sur la signification au cinéma - Tomes 1 et 2 (Klincsieck 1975 et 76)
- LINDEKENS : Essai de sémiotique visuelle
- Expériences pour l'enseignement de la physique à bord de Spacelab (Agence spatiale européenne 1977)

Documents des IREM

- Montpellier : Histoire très abrégée des mathématiques modernes
- Nancy : Cravoisy - Finance : recherche d'un modèle mathématique d'une boîte de vitesse d'automobiles
- Nice : Utilisation du retroprojecteur dans le 1er cycle - Etude des mesures - Groupe audio-visuel
- Rouen : La mecanique en seconde - Applications linéaires en chimie - La notion de torseur
- Villetaneuse : Baranes - Eléments pour un dictionnaire - Une étude faite en 6e et 5e
  Baranes : Une année scolaire de la vie d'un groupe d'action pédagogique locale
  Cohen : Utilisation du retroprojecteur en géométrie, en classe de 4e.

UNIVERSITE LOUIS PASTEUR
I.R.E.M. - Bibliothèque
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG CEDEX
Tél. : (88) 61 - 48 - 20 poste 285

JANVIER 1979

CLASSEMENT DES REVUES REÇUES EN 1978 (PAR THEMES)

PSYCHOLOGIE

- Bulletin de psychologie de l'Université de Paris
- Bulletin de la Société Alfred Binet et Théodore Simon
- Enfance

DIDACTIQUE MATHEMATIQUE

- Bulletin Inter I.R.E.M.
- Educational Studies in Mathematics
- Journal of structural learning
- Zentralblatt für Didaktik der Mathematik

PEDAGOGIE ET SCIENCES DE L'EDUCATION

- European journal of science education
- Monde de l'éducation
- Psychologie scolaire
- Revue française de pédagogie
- Sciences de l'éducation pour l'ère nouvelle

PRATIQUE ENSEIGNANTE

- Bulletin A.P.M.E.P.
- Cahiers pédagogiques
- Matematicas y ensenanza
- Mathématique et pédagogie
- Nico

HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE DES SCIENCES

- Cahiers du séminaire d'épistémologie et histoire des sciences (Université de Nice)
- Fundamenta scientiae (Séminaire sur le fondement des sciences - Université Louis Pasteur de Strasbourg)

- Mathémachines
- Mathematic teacher
- Mathematic teaching
- Pentamino
- Petit archimède
- Praxis der Mathematik
- Pythagoras

BULLETINS DES I.R.E.M. ou DES REGIONALES A.P.M.E.P.

- Bulletin d'information - IREM de Rennes
- Bulletin - IREM de Lille
- Bulletin de liaison - IREM de Besançon
- Bulletin de liaison - IREM de Clermont
- Bulletin de liaison - IREM de Dijon
- Bulletin de liaison - IREM de Nantes
- Bulletin de liaison - IREM de Toulouse
- E.S.E. - Enseignement scientifique expérimental en cycle d'observation - IREM de Rennes
- La Gazette du calculateur - IREM de Grenoble et de Poitiers
- La Godasse - IREM de Caen
- Le Grenier mathématique - IREM de Rouen
- Information mathématique - IREM de Marseille
- L'Injectif - IREM de Reims
- Ludi-Math - Régionale APM de Poitiers
- Mathématique à l'école élémentaire - Bulletin des professeurs d'école normale de Rennes - Saint Brieuc - Vannes - Quimper
- L'Ouvert - Régionale APM d'Alsace et IREM de Strasbourg
- Panirem - IREM de Paris-Nord
- Pentannuel - Bulletin de liaison des professeurs de mathématiques
- Plot - Bulletin des Régionales APM de Poitiers - Limoges - Orléans - Tours
- Sans tambour ni trompette - IREM de Lyon
- Le Serpent de mer - IREM de Rouen
- Taol Lagad - IREM de Brest
- Zoom-Avant - Ecoles Normales - IREM de Lyon

ASTRONOMIE

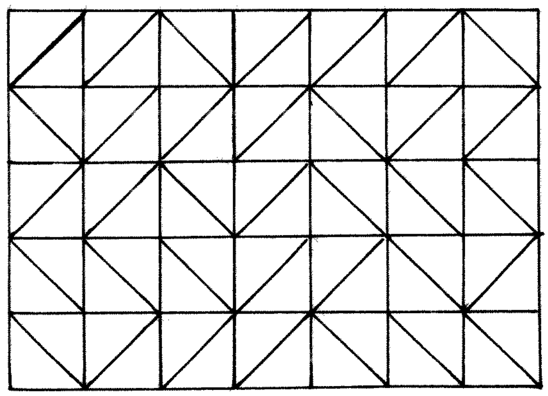
- Les Cahiers Clairaut - Bulletin du Comité de liaison astronomes et enseignants

A propos de la couverture

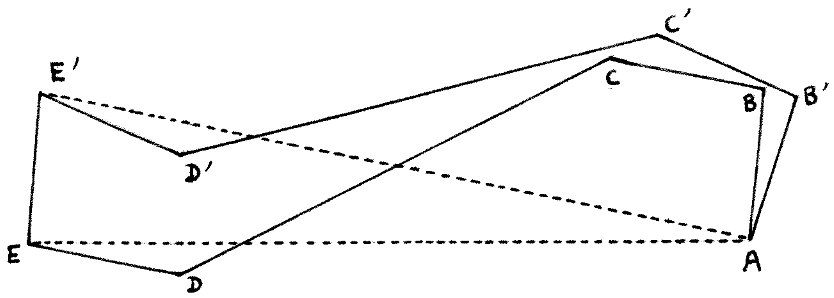
Le pavage du plan n'est pas un problème récent, et le touriste qui visite l'Alhambra à Grenade s'en convainct aisément. Le lecteur, dont les finances seraient mises à mal par un tel déplacement, peut se contenter de contempler les pages de "LE Monde de M.C. Escher" (aux éditions du chêne) qu'il trouvera à la bibliothèque de l'I.R.E.M..

Paver le plan consiste à le recouvrir tout entier, sans superposition ni vide à l'aide d'un même motif répété infiniment. On obtient ainsi un pavage régulier. En général on impose de plus que le pavage soit périodique, c'est-à-dire que l'ensemble des isométries qui font passer d'un pavé à un autre forme un groupe. On démontre que cela n'a lieu que pour 17 groupes, les motifs pouvant cependant être variés à l'infini.

Il est très facile de construire un pavage régulier non périodique, (celui qui pense en ce moment au dessin de couverture aura deux heures de colle !). Imaginons un damier surlequel on a tracé de façon aléatoire une diagonale pour chacun des carrés élémentaires (on aurait pu tout aussi bien prendre une médiane ...), nous voilà en présence d'un pavage régulier non périodique du plan par des triangles rectangles isocèles.



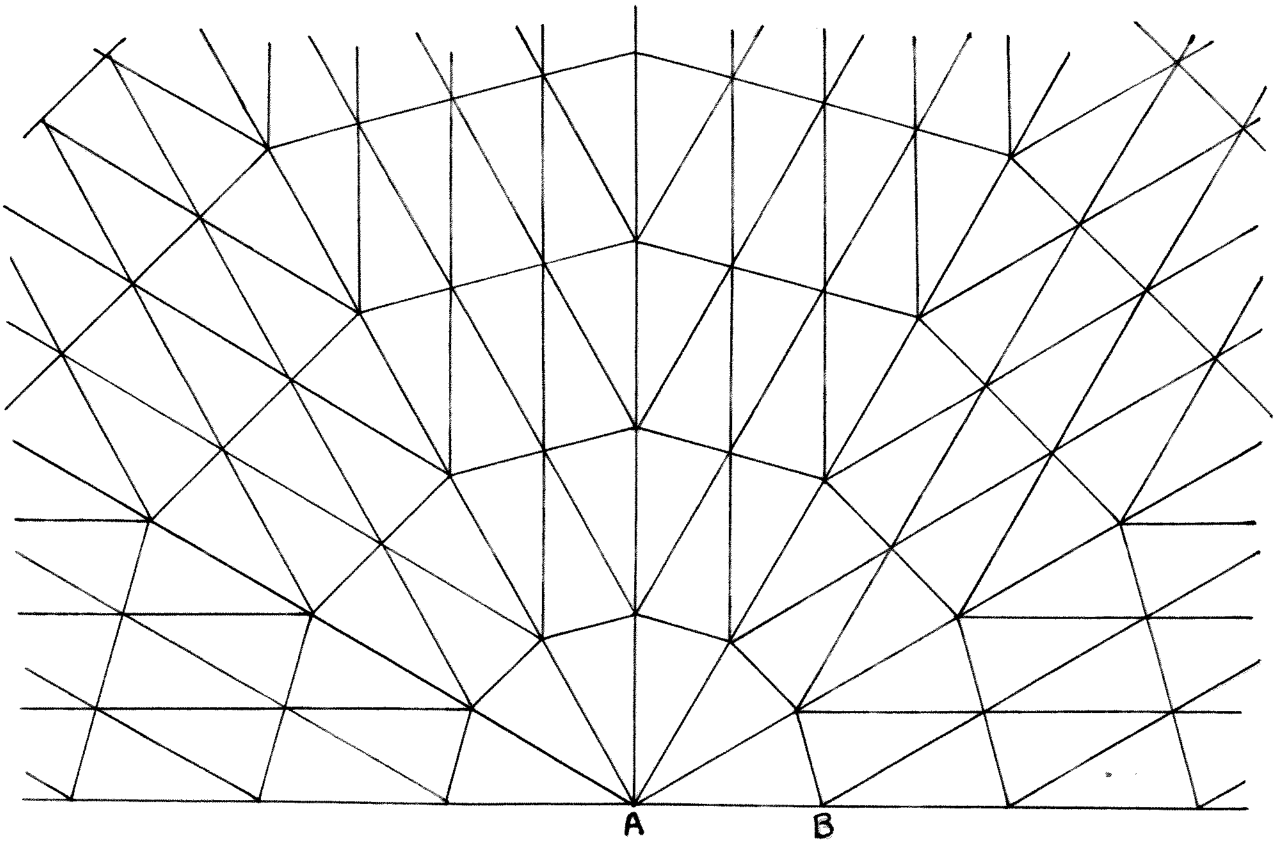
Si toutefois on estime peu intéressant ce genre de pavage, on pourra peut-être avoir plus de considération pour le dessin de couverture du à Vorderberg. Ce pavage est obtenu à l'aide d'un pavé polygonale à 9 côtés, pavé reproduit ci-dessous :



Les lignes ABCDE et AB'C'D'E' se déduisent l'une de l'autre par une rotation de $\pi / 15$. De plus, les segments AB, BC, DE et EE' sont isométriques et si on les prend pour unité alors la distance AE vaut $1/2\sin\frac{\pi}{30}$. Par ailleurs on a les égalités suivantes entre les angles :

$$\widehat{BAE} = \widehat{AB'C'} = \widehat{DEE'} = \frac{8\pi}{15} \qquad \widehat{EE'D'} = \frac{6\pi}{15} \qquad \widehat{CDE} = \widehat{BCD}$$

Ces données permettent de reconstruire la figure mais non de comprendre sa composition. Pour cela, nous envisagerons un dessin beaucoup plus simple obtenu à partir de dodécagônes concentriques.



Mieux qu'un long discours, la contemplation de la figure ci-dessus, représentant l'amorce du pavage d'un demi-plan, explique la méthode de construction. Pour paver le plan en entier, on peut bien sûr compléter par symétrie mais rien n'interdit de glisser les deux demi-plans l'un contre l'autre et d'amener A en coïncidence avec B. On obtiendra alors l'allure de spirale du dessin de couverture. Dans le cas de ce dernier il a été fait appel, non à un dodécagone, mais à un 30-gone. Toute la difficulté consiste ensuite à modifier le triangle isocèle de base pour que le pavage régulier subsiste. Ceci est l'oeuvre de l'artiste et Escher est là pour nous montrer que ce n'est pas le plus facile (voir, par exemple, sa célèbre frise des cavaliers).

Jean Lefort