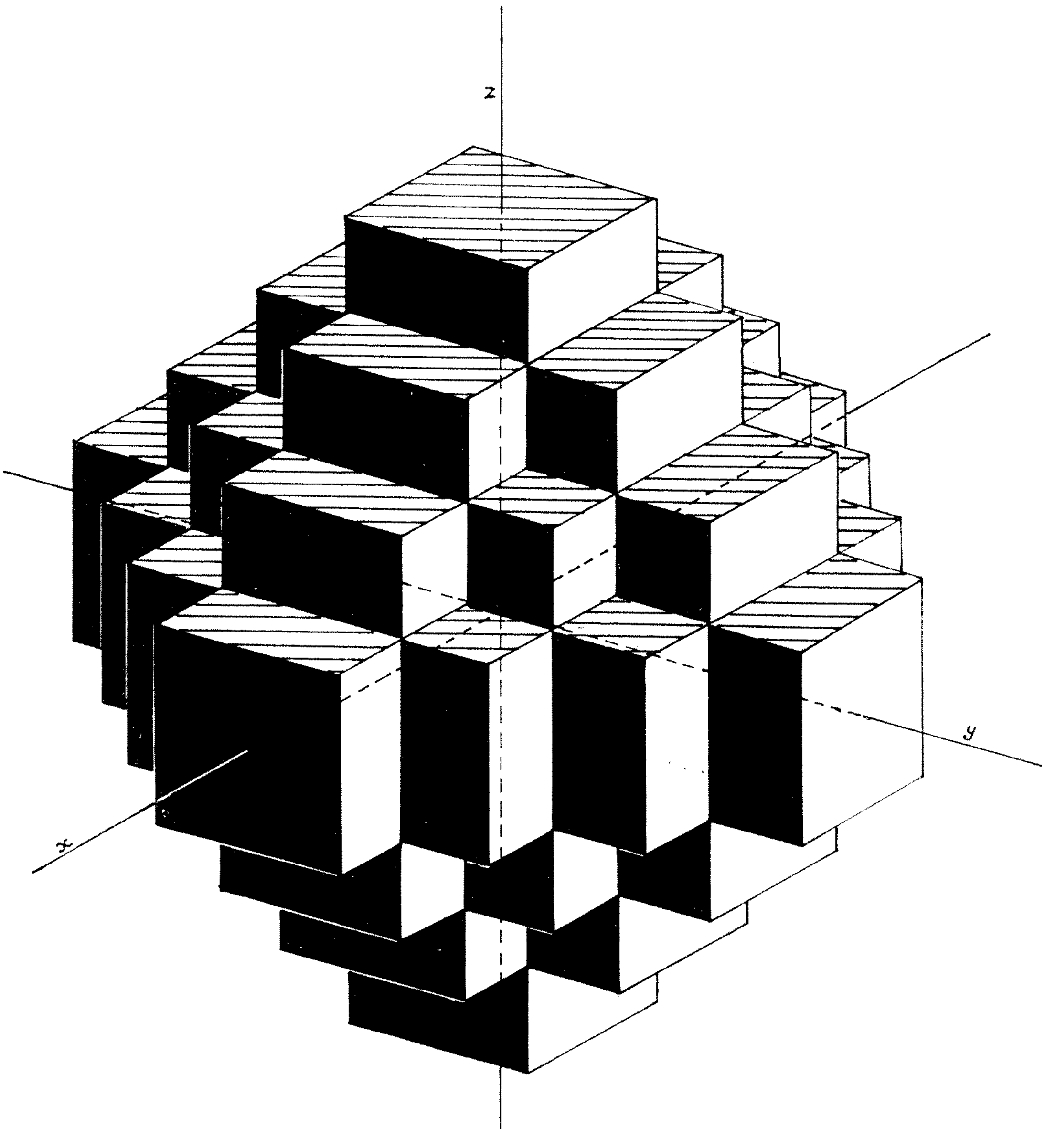
l'ouvert n°19

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG — OCT. 79



Notre couverture : fac simile (l'original étant en trois couleurs) de la représentation graphique des solutions de l'inéquation $E(|x|) + E(|y|) + E(|z|) \leqslant 3$. A noter que les arêtes et les surfaces extérieures ne sont pas solution de cette inéquation. Ce dessin est la réponse proposée par Dany JENNEVE et Christian MUTHS, élèves du LETNI de Haguenau, à un exercice proposé durant l'année scolaire 1978-79 dans le cadre du Rallye Mathématique d'Alsace.

SOMMAIRE

Bonne année

Les Vacances sont passées et l'Ouvert serait heureux de souhaiter à tous ses lecteurs une bonne nouvelle année scolaire. Certes avec des accrocs ici ou là, les péripéties de tous les jours, les plaintes à propos des élèves, des collègues, du patron, mais aussi les plaisirs que procureront toutes ces personnes, l'année à venir devrait ressembler par beaucoup de côtés à toutes celles qui l'ont précédées. Mais qu'est-ce qui laisse dans la bouche cet arrière goût amèr ?

- La modification des carrières des universitaires ?
- La réorganisation des E.N.S. ?
- La diminution du nombre des postes au CAPES et à l'agrégation ?
- La mort de la formation continue dans les IREM ?
- L'augmentation insidieuse des effectifs des classes ?

A chacun de juger. Certains n'y verront aucun mal ou trop peu, d'autres au contraire trouveront que cela fait beaucoup de gouttes d'eau et que la coupe est quasiment pleine ... L'Ouvert n'y peut rien changer et avec ses maigres moyens souhaite apporter du plaisir et de l'intérêt à tous ses lecteurs, avec peut-être quatre numéros en 79-80. Peut-il se souhaiter de recevoir un courrier abondant et de nombreux articles ?

J. Lefort.

Genèse (*)

CHAPITRE 1

Au commencement Euclide créa l'espace.

2. Et l'espace était vide et sans structure, et les ténèbres recouvraient l'espace abyssal et l'esprit d'Euclide y planait.

3. Et Euclide dit : "Que les lignes soient", et les lignes furent.

4. Et Euclide vit que les lignes étaient bonnes et Euclide sépara les lignes d'avec les points.

5. Et Euclide appela ces lignes droites. Et l'étendue de la droite fut le premier axiome.

6. Et Euclide dit : "Qu'il y ait des plans et qu'ils séparent les points d'avec les points".

7. Et Euclide fit les plans et ils séparèrent les points qui étaient sous les plans de ceux qui étaient au dessus des plans : et il en fut ainsi.

8. Et Euclide appela les plans, surfaces planes. Il y eut un soir, il y eut un matin et ce fut le deuxième axiome.

9. Et Euclide dit : "Que les points se rassemblent en un seul lieu et que les solides apparaissent", et il en fut ainsi.

10. Et Euclide appela les solides le réel ; et il appela l'ensemble de tous les points l'espace ; et Euclide vit que cela était bon.

11. Et Euclide dit : "Que l'espace crée des segments et que les segments produisent des fruits selon leur espèce et qu'ils aient en eux leur semence"; et il en fut ainsi.

12. Et l'espace créa des segments, produisant des segments les uns après les autres pour faire des droites numériques ; et Euclide vit que cela était bon.

13. Il y eut un soir, il y eut un matin et ce fut le troisième axiome.

14. Et Euclide dit : "Qu'il y ait des boules au firmament de l'espace pour séparer l'intérieur de l'extérieur et qu'elles servent de références pour les saisons, les jours et les années.

---

* Ceci est la traduction d'un manuscrit trouvé récemment dans une ancienne amphore à vin dans une grotte des montagnes d'Irak. Il y a des parties manquantes en raison de l'aspect fragmentaire du manuscrit.

15. Et qu'ils soient autant de joyaux dans le firmament de l'espace pour réjouir la terre ; et il en fut ainsi.

16, 17, 18. Et Euclide fit deux grandes boules ; la plus grande pour gouverner le firmament et la plus petite pour gouverner les plans. Il fit également les triangles, et Euclide vit que cela était bon.

19. Il y eut un soir, il y eut un matin et ce fut le quatrième axiome.

20, 21. Et Euclide dit : "Que les points produisent une foison de parallèles telles que les angles alternes-internes soient toujours égaux. Puis Euclide créa de grands cubes et des carrés et tous les parallélogrammes qui naissaient et que les points produisaient en abondance selon leur espèce, l'un après l'autre ; et Euclide vit que cela était bon.

22. Et Euclide les bénit en disant : "Fructifiez et multipliez-vous, et avec les parallélogrammes et les parallélépidèdes remplissez les plans et l'espace".

23. Il y eut un soir, il y eut un matin et ce fut le cinquième axiome.

26. Et Euclide dit : "Faisons un Mathématicien à notre image, selon notre ressemblance ! Qu'il ait autorité sur les triangles, sur les cercles, sur les sphères, sur les cubes et sur l'espace tout entier ainsi que sur chaque sous-ensemble constructible à partir de l'espace".

27. Euclide créa donc un Mathématicien à son image, à l'image d'Euclide il le créa. Petits et grands il les créa.

28. Et Euclide les bénit, et Euclide leur dit : "Croissez et multipliez et démontrez des théorèmes et soumettez-les ; et devenez les maîtres des triangles, des sphères et de tout ensemble de points qui naît de l'espace".

29. Et Euclide dit : "Voici, Je vous ai donné tous les ensembles dont la démonstration peut être donnée et qui se trouvent dans l'espace tout entier ainsi que tous les ensembles qui sont le fruit d'un ensemble portant une démonstration. Pour vous ce seront des théorèmes".

31. Et Euclide vit tout ce qu'il avait fait et voici que c'était très bon. Il y eut un soir, il y eut un matin et ce fut le sixième jour.

CHAPITRE 2

Ainsi furent achevés l'espace et tous ses sous-ensembles et toute leur armée indenombrable.

2. Et le septième jour Euclide acheva la théorie qu'il avait faite et se reposa le septième jour de tous les ensembles qu'il avait faits.

4. Telle fut la genèse des ensembles, des points et de l'espace quand ils furent créés, au jour où Euclide le Grec fit l'espace et ses sous ensembles.

8. Et Euclide construisit une bibliothèque en Eden, à l'orient et il y plaça le mathématicien qu'il avait formé.

9. Et à partir des points Euclide le grec fit pousser tous les ensembles agréables à la vue et bons à démontrer, ainsi que l'ensemble de la logique qu'il plaça au milieu de la bibliothèque et l'ensemble de la connaissance dans la partie interdite du centre.

15. Et Euclide prit le Mathématicien et le mit dans la bibliothèque pour la lire et pour la garder.

16. Et Euclide donna un ordre au Mathématicien en disant : "De tous les ensembles de la bibliothèque tu pourras te servir,

17. Mais de l'ensemble de la connaissance dans la partie interdite du centre tu ne te serviras pas, car le jour où tu y toucheras tu mourras".

18. Et Euclide dit : "Il n'est pas bon que le Mathématicien soit seul ; je veux lui faire une aide qui soit semblable à lui".

21. Et Euclide fit tomber un profond sommeil sur le Mathématicien et il s'endormit ; et Il prit une partie de ses cerveaux et enferma de la chair à la place.

22. Et du cerveau qu'Euclide le Grec avait pris au Mathématicien il fit un assistant et l'amena au Mathématicien.

23. Et le Mathématicien dit : "Voici l'os de mes os et la chair de ma chair, On l'appelera Assistant parce que d'un homme il fut tiré".

24. C'est pourquoi l'homme quittera ses maîtres et s'attachera à son étudiant et ils ne seront qu'un esprit.

25. Or tous deux étaient stupides, l'homme et son étudiant, et ils n'en avaient point honte.

CHAPITRE 3

Or l'Indénombrable était le plus subtil de tous les ensembles qu'avait fait Euclide le Grec. Il dit à l'Assistant : "Est-ce vrai qu'Euclide a dit : Vous ne vous servirez d'aucun ensemble de la bibliothèque ?".

2. Et l'étudiant dit à l'Indénombrable : "Nous pouvons nous servir de tous les ensembles de la bibliothèque,

3. Mais du fruit de l'ensemble qui est au centre de la bibliothèque Euclide a dit : Vous ne vous en servirez point et n'y toucherez point de peur que vous ne mourriez".

4. Et l'Indénombrable dit à l'étudiant : "Vous n'en mourrez pas,

5. Car Euclide sait bien que le jour où vous vous en servirez vos yeux s'ouvriront et vous serez comme des dieux connaissant la consistance et la contradiction".

6. Et quand l'étudiant vit que l'ensemble était utile à la pensée et agréable à l'esprit et que c'était un ensemble qui pouvait mener à la sagesse, il se servit de l'ensemble et y pensa et il l'apporta aussi à son maître qui s'en servit également.

7. Alors leurs yeux à tous les deux s'ouvrirent et ils surent qu'ils étaient stupides. Et ils inventèrent des classes et firent des systèmes.

8. Et ils entendirent la voix d'Euclide qui se promenait dans la bibliothèque et le Mathématicien et son étudiant se cachèrent de devant Euclide parmi les annotations de la bibliothèque.

9. Et Euclide appela le Mathématicien et lui dit : "Où es-tu ?".

10. Et il répondit : "J'ai entendu Ta voix dans la bibliothèque et j'ai eu peur, parce que je suis stupide et je me suis caché".

11. Et Il dit : "Qui t'a révélé que tu étais stupide ? T'es-tu servi de l'ensemble dont Je t'avais interdit l'accès ?".

12. Et le Mathématicien dit : " L'Assistant que Tu as mis auprès de moi, c'est lui qui m'a donné l'ensemble et j'y ai pensé".

13. Et Euclide le Grec dit à l'Assistant : "Qu'est-ce que tu as fait ?" Et l'Assistant dit : "L'Indénombrable m'a séduit et j'y ai pensé".

14. Et Euclide dit à l'Indénombrable : "Parce que tu as fait cela maudit sois-tu entre tous les ensembles. Dans les fondements tu iras pour tous les jours de la vie.

15. Et j'établirai une inimitié entre toi et l'étudiant, entre tes sous-ensembles et les siens. Cela écrasera ton orgueil et tu écraseras son esprit".

16. A l'étudiant Il dit : "Je vais multiplier ta souffrance. C'est dans la souffrance que tu engendreras des lemmes ; ta convoitise te poussera vers ton maître et lui, il te dominera".

17. Et au Mathématicien Il dit : "Parce que tu as écouté la voix de ton étudiant et que tu as pensé à l'ensemble au sujet duquel je t'avais donné un ordre en disant : "Tu n'y penseras pas !". Maudit soit cette structure à cause de toi ! C'est dans la souffrance que tu y penseras tous les jours de ta vie".

22. Et Euclide le Grec dit : "Voici que le Mathématicien est devenu comme l'un de nous dans la connaissance de la consistance et de la contradiction ; et maintenant il faut éviter qu'il étende sa main et se serve de l'ensemble de la logique et se mette à penser et à démontrer des théorèmes pour toujours".

23. C'est pourquoi Euclide le renvoya de la bibliothèque d'Eden pour qu'il démontre, sans carte d'entrée à la bibliothèque, les théorèmes d'où il fut tiré.

24. Ainsi Il chassa le Mathématicien et Il installa à l'orient de la bibliothèque d'Eden les Cherubins Kronecker, Hilbert et Brouwer aux paroles enflammées tournant en tout sens pour garder la route de l'ensemble de la logique.

Mathematical Education - Feb. 1970
traduit par G. Martin et J. Lefort.

L'OUVERT : Responsable de la publication : Jean Lefort
24, rue A. Schweitzer
Wintzenheim 68000 Colmar

Impression : IREM de Strasbourg
10, rue du Général Zimmer
67084 Strasbourg Cedex

Les sondages : Une forme du mensonge ?

C'est une banalité de dire que les sondages envahissent notre vie quotidienne. Toutes les questions semblent avoir été posées. N'a-t-on pas été vérifier que 14 % des familles utilisent un pot de chambre la nuit ! Tout peut être sondé et surtout n'importe quoi !

Curieusement, on constate un décalage notable entre une méfiance individuelle très forte vis à vis des sondages qui se traduit en particulier par un taux toujours très élevé de non-réponses et une soumission toujours plus grande au niveau social aux informations recueillies par ces moyens.

Ce décalage a plusieurs causes, la plus importante étant la foi aveugle dans le quantifié qui s'oppose à la connaissance beaucoup trop locale de la société : l'individu ne fréquentant pratiquement que des personnes partageant ses idées n'a aucune vision globale de la société ; il acceptera tout sondage confortant ses idées et refusera les autres.

Au delà de cette appréciation toute subjective, nous allons essayer d'appréhender la notion de sondage. Nous pouvons distinguer quatre niveaux :

- le choix des personnes interrogées,
- le choix des questions,
- la présentation des résultats,
- l'aspect mathématique (c'est-à-dire les limites théoriques des sondages).

Chacune des trois premières étapes peut donner lieu à de nombreuses interprétations, à des erreurs systématiques, à des imprécisions, bref, à une fraude, volontaire ou non qui empêchera de considérer le sondage comme un pur produit des mathématiques.

LE CHOIX DES PERSONNES INTERROGEES

Pour pouvoir appliquer les règles du calcul des probabilités il faut que les personnes interrogées soient prises au hasard dans la population choisie, (ce n'est pas obligatoirement tous les français - par exemple si on s'intéresse au port du soutien-gorge !). Le moyen le plus simple d'un tel choix au hasard consiste à utiliser une liste alphabétique de toute la population et à prendre sur cette liste une personne sur 100 ou sur 200 ... de façon à obtenir ce qu'on appelle un échantillon de la taille désirée, c'est-à-dire contenant le nombre désiré de personnes.

Malheureusement cette liste alphabétique, ou toute autre liste complète, n'existe pas ou plus exactement elle n'est pas à jour. (Sinon les recensements seraient inutiles.) L'aurait-on cette liste, que les organismes de sondage ne seraient pas au bout de leurs peines. Supposons choisies de cette façon 1000 personnes. Elles vont se trouver réparties un peu partout en France. Imagine-t-on le travail des enquêteurs pour dénicher ces 1000 français ? N'oublions pas que les organismes comme l'IFOP ou la SOFRES sont des organismes commerciaux ; ils ont tout intérêt à diminuer leurs frais et des enquêteurs transformés en commis voyageurs ne font pas leur affaire. Alors on pratique couramment le principe du "modèle réduit" : on évalue à partir de différentes sources les proportions de chaque catégorie de population et on fabriquera un échantillon dans lequel les proportions seront les mêmes. Les catégories sont définies à partir de variables qu'on pense être en liaison étroite avec le problème étudié : âge, sexe, profession, lieu de résidence, ... Par exemple, on ne tiendra pas compte du fait qu'un individu fume ou non dans une enquête sur les loisirs, mais on le fera dans une enquête sur l'absentéisme.

On voit immédiatement l'économie réalisée par l'institut de sondage. L'enquêteur est libre d'interroger qui il veut sous l'hypothèse qu'il aura sondé 1 % des cadres supérieurs hommes entre 25 et 44 ans, 3 % d'ouvrières de 16 à 24 ans, etc... Mais aussi libre de définir ce qu'il entend par cadre supérieur, mais également libre d'interroger toujours les mêmes personnes, soit celles du voisinage, soit celles qu'il pense être plus compétentes sur tel sujet. Et c'est malheureusement ce qui se produit, d'autant plus que les enquêteurs sont peu payés et le sont aux nombres de questionnaires, d'où une tendance à augmenter la quantité au détriment de la qualité. Il est ainsi introduit une erreur systématique inconnue sur les résultats.

LE CHOIX DES QUESTIONS

On entre ici dans le domaine de la psychologie. La majorité des sondages présentent les questions de telle façon que la réponse soit assurée dans le bon sens. Le bon sens étant celui de l'organisme qui achète l'enquête (parti politique, entreprise commerciale, ...). Quelques exemples de questions biaisées (c'est moi qui souligne) :

-- de l'Express, mars 75 :

- Jugez-vous que la maîtrise de l'énergie solaire justifie que l'on y consacre de larges crédits budgétaires, EN PLUS du programme nucléaire ?
- Dans l'état actuel des choses, accepteriez-vous un emploi à proximité d'une centrale nucléaire S'IL ETAIT MIEUX REMUNERE ?

conclusion de l'hebdomadaire : 53 % des français sont favorables aux centrales nucléaires.

-- de France-Soir et de la Fédération Nationale des Industries du Corset :

- Les femmes continuent à porter des soutiens-gorge qui EMBELLISSENT leur buste et les rendent PLUS SEDUISANTES.
- Les femmes choisissent plutôt des soutiens-gorge LEGERS, TRANSPARENTS, laissant la poitrine LIBRE et NATURELLE mais évitant le relâchement des muscles.

conclusion du journal : 94 % des françaises sont contre l'abandon du soutien-gorge.

-- Lors du procès Buffet - Bontemps :

. De laquelle de ces deux opinions vous sentez-vous le plus proche :

* La loi actuelle qui maintient la PEINE CAPITALE et qui donne le DROIT DE GRACE au président de la république est SATISFAISANTE.

* Vous êtes CONTRE la PEINE DE MORT.

conclusion de l'enquête : 65 % des français en faveur de la peine de mort.

Il est difficile de mesurer l'erreur que l'on introduit en rédigeant les questions sous cette forme. Ce dont on est certain, par contre, c'est le sens dans lequel a lieu cette erreur. Il est plus facile d'être POUR quelque chose que CONTRE. Il est vraisemblable qu'il y aurait un écart d'au moins 20 % dans la répartition des réponses suivant que l'on demande :

- Etes-vous pour la peine capitale ?
- Etes-vous contre la peine de mort ?

ou mieux encore :

- Etes-vous pour l'abolition de la peine capitale ?
- Etes-vous contre l'abolition de la peine de mort ?

La multiplication des négations dans cette dernière question la rendant pratiquement incompréhensible. Il est certain que les mots "contre", "mort" entraînent instinctivement la réponse "non". Ces sondages n'ont pas été faits en France ou ailleurs ; c'est dommage ! Mais on peut se baser sur l'expérience suivante qui a été réalisée aux U.S.A. : Deux sondages furent réalisés dans des conditions identiques :

-- A la question : "Pensez-vous que les U.S.A. doivent AUTORISER les discours publics contre la démocratie ?" il y eut 21 % de oui
62 % de non
17 % de sans opinion.

-- A la question : "Pensez-vous que les U.S.A. doivent INTERDIRE les discours publics contre la démocratie ?" il y eut 39 % de non
46 % de oui
15 % de sans opinion.

L'écart est éloquent. On met également en évidence des divergences notables quand on intervertit l'ordre des questions, quand on effectue un sondage sur une question d'actualité brûlante ou au contraire sur un sujet qui n'est pas du souci quotidien du moment, quand on énonce ou non une partie de la réponse dans la question, quand on pose des questions ouvertes ou des questions fermées, ... Dans ce dernier cas se pose un problème d'interprétation de la réponse à une question ouverte, l'enquêteur influençant plus facilement l'individu à ce niveau (volontairement ou non).

LA PRESENTATION DES RESULTATS

Là également, la manipulation psychologique apparentée à celle de la publicité, est reine. Même si la question posée est simple, neutre autant que faire se peut, la présentation peut être biaisée. Un exemple : en avril 74, un sondage pré-électoral donnait 36 % des intentions de vote à Mitterand, 27 à Giscard et 26 à Chaban-Delmas. Le Figaro titrait dans sa première édition du 11 avril :

intentions de vote au premier tour :
M. MITTERRAND EN TETE
devant MM. Giscard d'Estaing et Chaban-Delmas

mais rectifiait dans sa dernière édition du même jour :

M. GISCARD D'ESTAING (27 %) PRECEDE
M. CHABAN-DELMAS (26 %)
... mais 36 % à M. François Mitterand.

Ce n'est qu'un petit tour de passe-passe que n'importe quel lecteur peut éventer. Cela tient à la nature de la question posée. Si celle-ci est un tant soit peu complexe, si elle comporte des adjectifs, des adverbes ou de ces petits mots qui modifient toute une phrase, il est trop facile de les changer. Il faut être habitué aux ergotages des juristes et aux subtilités de la langue française pour déjouer les pièges qui sont alors tendus aux lecteurs ; d'autant plus que le libellé exact de la ou des questions posées n'est quelquefois pas fourni.

Un autre exemple, toujours dans le Figaro en février 75 :

-- en titre : Juges trop cléments, 84 % des français d'accord avec Poniatowski.
-- dans l'article : les récentes prises de position de M. Michel Poniatowski sont quasiment plébiscitées ... 84 % contre 10 % pour juger que la justice est trop indulgente.
-- en réalité la question posée était : M. Poniatowski a enfin déclaré qu'il trouvait que la justice était dans certains cas trop clémente. Etes-vous plutôt d'accord ou plutôt pas d'accord ?

Sans nous appesantir sur l'énoncé de la question qui appelle une réponse affirmative, on notera le glissement sémantique de "clément" à "indulgent" et de "justice" à "juge".

Finalement, le trafic effectué sur la présentation des résultats n'est qu'un corrollaire de celui qui est effectué sur l'énoncé de la question. Suivant l'usage que l'on veut en faire, on orientera les questions dans tel ou tel sens. On comprend mieux alors la puissance des groupes de pression capables de financer tel ou tel sondage en leur faveur.

C'est un phénomène voisin qui a lieu quand le gouvernement prend prétexte du résultat d'un sondage pour avancer ou retarder une décision.

Le gouvernement par les sondages est une caricature de la démocratie. Car un député se doit d'être autant un représentant de ses électeurs qu'un médiateur entre ses électeurs (ou entre eux et ceux qui ne l'ont pas élu). A fortiori, le gouvernement doit être le moteur d'un peuple et doit montrer la voie du progrès social. Utiliser des sondages s'appuyant sur les réflexes instinctifs et égoïstes de l'individu pour justifier une politique sociale anachronique et conservatiste, c'est ouvrir la porte, par exemple, à des groupes tels que "Légitime Défense" et demain au lynchage. Où sera alors la démocratie ?

Au contraire les sondages doivent permettre à nos élus de lancer correctement une campagne d'explications justifiant telle ou telle évolution de la loi. Pour cela il faut du courage politique et une vue à long terme et non sur les prochaines élections.

Pour illustrer ce propos, je cite ci-après une excellente analyse d'un sondage, analyse réalisée par André Boulloche, député socialiste, lors d'un débat sur un projet de loi visant à permettre dans certaines conditions la levée du secret sur l'I.R.P.P. (impôt sur le revenu des personnes physiques). Le sondage en question comportait les trois questions suivantes :

1) Il est question d'instituer l'affichage des feuilles d'impôts dans les mairies afin de pouvoir connaître et publier les revenus de n'importe quel contribuable. D'une façon générale, êtes-vous plutôt favorable ou plutôt opposé à cette mesure ?
2) Seriez-vous favorable, opposé ou indifférent au fait que les gens autour de vous, vos voisins, etc, puissent connaître le montant de vos revenus ?
3) Certains disent que l'affichage des feuilles d'impôts dans les mairies risque de créer un climet de dénonciation et d'agitation sociale. Etes-vous d'accord ou pas d'accord avec cette opinion ?

Voici l'analyse d'André Boulloche :

On voit qu'une bonne partie de la réponse est déjà contenue dans la formulation des trois questions ; reprenons les d'abord une par une.

<u>La première</u> : En réalité, il n'est pas question d'<u>afficher</u> systématiquement, mais de déposer une liste dans chaque mairie. Cette liste ne comporte pas la publication des revenus, mais la publication du nombre de parts et du montant de l'impôt payé par chaque contribuable. Elle peut être consultée par les contribuables de la commune et eux seuls.

Les termes en lesquels la question est exposée sont donc dès le départ inexacts et orientés.

<u>La seconde</u> : On sollicite tout de suite du "sondé" une réaction individuelle. On le met en posture d'accusé vis-à-vis <u>des gens autour de lui</u>, de ses <u>voisins</u>,etc. Le fait qu'il serait, lui, dans la position symétrique n'est pas évoqué.

De plus on voit apparaître une catégorie d'"indifférents" venant réduire d'autant les avis favorables qui, de ce fait, tombent à 11 %, alors que les opposés se maintiennent à 46 %, ce qui a permis aux utilisateurs du sondage d'en tirer des conclusions généralement hostiles à la mesure en cause. Une telle méthode est très contestable.

<u>La troisième</u> : Ce n'est plus une réaction individuelle, c'est le respect humain le plus conservateur qui est sollicité. Comment résister à une question posée en de tels termes ?

Il faut noter au passage un amalgame habile entre <u>climat de dénonciation</u> et <u>agitation sociale</u>, alors qu'à y regarder de près on chercherait en vain le lien ; mais le réflexe est déclenché.

Il est frappant de voir qu'en l'occurence la motivation principale qui avait guidé le législateur n'est même pas évoquée. L'ampleur de la fraude fiscale en France en matière d'impôts sur le revenu, le report des charges qui en résulte à l'égard des petits contribuables, salariés et retraités dont les revenus sont déclarés par des tiers, ne sont pas mentionnés. Alors qu'on évoque l'agitation sociale, le mot de justice fiscale n'est pas prononcé. L'eût-il été que les réponses eussent sans doute été fort différentes.

La remarque d'A. Boulloche à propos des réactions individuelles ou collectives est très pertinente. Que l'on pense aux sondages réalisés sur la nécessité du recours à la force contre les auteurs d'une prise d'otages. Les partisans de la fermeté sont 51 % ; mais que l'on vienne à mentionner la possibilité qu'un proche soit parmi les otages et ne les voilà plus que 23 !

L'ASPECT MATHEMATIQUE

J'ai volontairement montré dans ce qui précède le mauvais côté des sondages. Mais il ne faut pas croire qu'un sondage soit systématiquement faussé. De nombreux chercheurs de toutes disciplines, des organismes officiels, ... font régulièrement appel au sondage. Leurs motivations, souvent scientifiques, les amènent à se montrer rigoureux tant dans le choix des questions que dans la façon dont elles sont posées. Quelle confiance peuvent-ils avoir dans les réponses ?

Le problème est un peu analogue à celui que vous vous poseriez si vous jouiez à pile-ou-face avec une personne dont vous ignoreriez l'honnêteté ; et c'est cette dernière qui lance la pièce. Si le résultat est pile après un essai et qu'ainsi vous perdiez, vous ne pourrez rien conclure quand à la validité de la pièce. A l'opposé, si ayant joué 10 coups successifs, il a été obtenu 10 fois pile, je crois que vous serez quasiment convaincu que vous avez affaire à une fausse pièce. (Il n'y a en effet qu'une chance sur 1000 pour que cela arrive si la pièce est honnête.)

Mais imaginons maintenant que la personne avec laquelle vous jouiez soit diaboliquement habile et qu'elle ait truqué la pièce de façon à ce qu'elle tombe plus souvent sur pile que sur face, mais que bien sûr vous ne le sachiez pas. Si sur 10 coups successifs il y a 7 fois pile, pourriez-vous dire que la pièce est fausse ? C'est difficile à coup sûr et c'est cette difficulté et cette incertitude qu'utilise votre adversaire ; (il y a un peu plus d'une chance sur six que l'on obtienne au moins 7 fois pile avec une pièce honnête). Cependant si au lieu de jouer 10 coups vous en jouiez 100 et qu'il y ait 75 fois pile votre incertitude disparaîtra pour être remplacée par la quasi certitude que la pièce tombe dans 75 % des cas (c'est-à-dire trois fois sur quatre) sur pile, au lieu de l'honnête une fois sur deux ! Bien évidemment, vous n'êtes pas sûr que c'est exactement 75 % mais quelque chose d'approchant, disons entre 70 et 80 %, de la même façon que vous ne vous étonnez pas d'obtenir 55 fois pile si vous jouez avec une pièce non truquée. Et puis il ne faut pas oublier que l'on peut jouer de malchance.

Revenons à notre sondeur. Il pose une question simple à laquelle il n'est possible de répondre que par oui ou par non et il interroge 1000 personnes. Il obtient 748 oui et donc 252 non. Que peut-il en conclure ? Sûrement pas que dans la population totale exactement 74,8 % des gens auraient répondu oui ! Mais quelque chose comme : "il est très probable que dans la population totale environ trois quarts des gens répondent oui à la question". La formulation exacte serait : "Il y a 95 chances sur 100 que dans la population totale il y ait entre 72 et 78 % de oui". Non seulement on donne une "fourchette", mais encore on n'est même pas sûr à 100 % d'être à l'intérieur de cette fourchette !

Comment resserrer la fourchette ou augmenter la probabilité d'être dans la fourchette ? Il n'y a en pratique qu'une seule solution : augmenter la taille de l'échantillon, c'est-à-dire le nombre de personnes interrogées, comme le montre le tableau ci-dessous :

nombre de personnes interrogées	marge d'erreur en plus ou en moins pour une probabilité d'être dans la fourchette de :		
	90 %	95 %	99 %
100	8 %	10 %	13 %
400	4 %	5 %	6,5 %
1600	2 %	2,5 %	3,3 %
2500	1,6 %	2 %	2,6 %
10000	0,8 %	1 %	1,3 %

Par exemple, si on interroge 400 personnes et que l'on trouve 200 oui, dans la population totale on aura 99 % de chances qu'il y ait entre 43,5 (50 - 6,5) et 56,5 % (50 + 6,5) de oui ; mais on aura seulement 90 % de chances qu'il y ait entre 46 (50 - 4) et 54 (50 + 4) % de oui ; Etc ...

On remarque que quelle que soit la précision souhaitée, diminuer de moitié la marge d'erreur nécessite d'interroger quatre fois plus d'individus. (Les sondages courants sont faits sur 500 à 2000 individus.)

Ceci nous montre également la vanité des sondages de popularité qui glosent sur les 2 ou 3 % gagnés ou perdus par tel personnage politique.

Par exemple, supposons que lors d'un premier sondage effectué sur 1600 personnes on trouve une cote de popularité de 30 %, cela veut dire qu'il y a 95 chances sur 100 que cette cote soit comprise entre 27,5 et 32,5. Si le mois suivant, dans les mêmes conditions, la cote est de 28 %, cela se traduit par une fourchette 25,5 - 30,5. La comparaison des deux fourchettes ne permet pas de conclure à la baisse de popularité ; elle peut même avoir monté et être passée de 28 à 30 !

On a même beaucoup plus : reprenons un sondage effectué sur 1600 personnes et une cote de popularité d'une personnalité du monde politique qui passe d'un mois à l'autre de 30 à 35 %. Il ne faudra pas affirmer que sa cote a monté de 5 % mais qu'il y a 95 chances sur 100 qu'elle ait monté de 5 % plus ou moins une erreur de 3,5 % environ ($3,5 \simeq 2,5 \cdot \sqrt{2}$), c'est-à-dire qu'elle ait augmenté d'un pourcentage compris entre

1,5 et 8,5. Mais bien sûr, elle peut être restée stable ou même avoir baissée si par malchance nous nous trouvons dans les 5 % restants (à part des 95 %).

Dans la pratique, il est rare qu'un sondage soit fait sur une question unique où les seules réponses possibles soient oui ou non. Il y a très souvent des indifférents ou des absences de réponses. S'il y a par exemple 10 % de non-réponses dans un sondage effectué sur 1600 personnes, il faudra considérer, pour le calcul de la précision, que le sondage a été réalisé sur seulement 1440 personnes, ce qui en diminue la validité. De même la précision diminuera s'il y a 3, 4 ou plus de réponses possibles à une même question.

Un phénomène analogue se produit lorsqu'on fait une étude partielle portant, par exemple, sur le nombre de communistes qui voteraient RPR ou PS en cas de retrait de leur candidat au second tour. Le nombre de personnes interrogées à prendre en considération est le nombre de communistes interrogés et non le nombre total de personnes interrogées. C'est-à-dire que partant d'un sondage effectué sur 1600 personnes parmi lesquelles on compte 20 % (soit 320) communistes, la question partielle ne porterait que sur ces 320 personnes. Le risque d'erreur aura plus que doublé.

CONCLUSION

Telle qu'elle est la technique du sondage est une technique peu onéreuse (relativement à une étude exhaustive) permettant d'avoir une vue globale du phénomène étudié ; c'est quelquefois la seule technique possible par exemple dans le cas de test de résistance qui entraîne la destruction de la pièce fabriquée dans une usine. Il faut cependant en connaître les limites et ne pas en attendre plus qu'elle ne peut donner, de même qu'on n'attend pas les mêmes performances d'une R4 et d'une 504 ! Mais pour connaître ces limites la donnée de plusieurs facteurs est nécessaire :

- nom de l'institut qui a effectué l'enquête,
- date(s) des interviews,
- dimension de l'échantillon et nature de la population concernée ; rappelons que la taille d'un échantillon ne constitue pas à elle seule une représentativité : 1000 personnes soigneusement choisies pourront donner une bien meilleure information que 2000 personnes mal choisies,
- texte exact des questions posées,
- proportion des personnes n'ayant pas répondu à chacune de ces questions.

Il y a longtemps que les instituts sérieux demandent la publication de ces précisions en même temps que les résultats de l'enquête. Malheureusement en économie de marché le client est roi et fait ce qu'il veut de ce qu'il a acheté.

Il faut dire un mot d'un aspect qui n'a pas été abordé ci-dessus : le secret statistique. Il ne faut pas qu'à partir des résultats on puisse connaître les déclarations individuelles. Pas question, par exemple, de fournir les chiffres sur un produit qui n'est fabriqué que par une seule firme. C'est ainsi que l'INSEE refuse de publier tout chiffre qui ne correspond pas à l'addition de quatre données différentes, aucune d'elle ne devant dépasser 85 % du total. Cela ne va pas sans inconvénient puisque bien des chercheurs sont amenés à refaire des enquêtes pour obtenir des résultats qu'il serait facile d'avoir à partir des renseignements que possède déjà l'INSEE.

Bibliographie :

BT 2 n° 91 : les sondages d'opinion (ICEM)

L'enseignement des probabilités et de la statistique - Engel (CEDIC)

Le Monde du 17-01-73

L'Education n° 138 du 04-05-72

Jean LEFORT

Non moins grave est la confusion des objectifs d'évaluation et des objectifs pédagogiques. Et cette fois il ne s'agit pas de quelque biais qui s'introduit dans la réflexion de tel ou tel spécialiste, mais d'un produit du fonctionnement même du système éducatif, eu égard aux objectifs sociaux qui lui sont, implicitement ou explicitement, affectés. C'est ainsi que, dans beaucoup de situations éducatives, la réussite à l'examen devient le principal des buts visés et, par conséquent, le premier des objectifs pédagogiques. Au lieu que l'évaluation intervienne pour permettre le contrôle d'un processus orienté vers un objectif de formation, l'évaluation devient l'objectif auquel le processus est asservi. Du coup, l'évaluation se transforme en sanction.

G. Noizet et J.-P. Caverni
in "Psychologie de l'évaluation scolaire"(P.U.F., 1978), p. 190

Calcul matriciel appliqué

Le texte qui suit a été rédigé à partir d'un expcsé fait au groupe IREM math-physique du Haut-Rhin.

1er exemple :

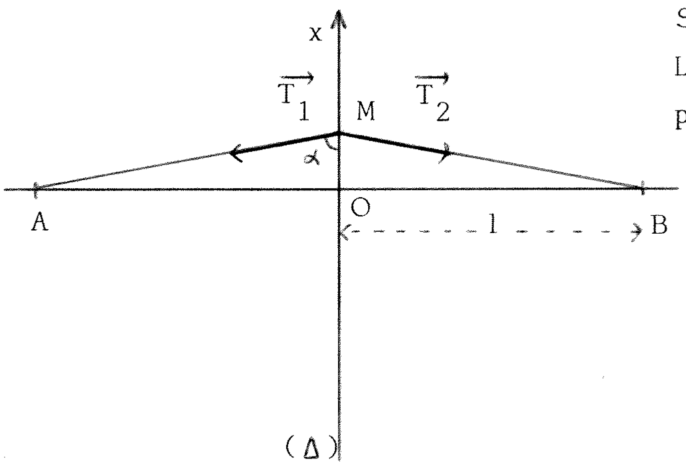
Une particule M de masse m est accrochée à 2 points fixes A et B distants de 2l, par un fil élastique de longueur initiale 2lo et de module d'élasticité μ .

Etude du mouvement de cette particule (en oscillations libres à partir d'un point Ω de (Δ), distinct de O)

On suppose que

(1) $l > lo$

(2) et que le mouvement de la particule M se situe dans un plan horizontal et sur la médiatrice (Δ) de AB.



Soit (O, $\vec{u}$) un repère de(Δ) .

La position du point M à l'instant t est donnée par :

$$\vec{OM} = x(t) \cdot \vec{u}$$

(3) MA = l = MB

La particule est soumise à 2 actions extérieures dues à la tension du fil MA et MB :

$$\vec{T_1} + \vec{T_2} = -2 \left\| \vec{T_1} \right\| \cdot \cos\alpha \cdot \vec{u}$$

$$= -2 \left\| \vec{T_1} \right\| \cdot \frac{x}{l} \cdot \vec{u}$$

or : $\left\| \vec{T_1} \right\| = \mu \cdot \dfrac{l - lo}{lo}$

donc : $\vec{T_1} + \vec{T_2} = -2\mu \dfrac{l - lo}{l\,lo} \cdot x \cdot \vec{\mu}$

$\vec{F} = m\,\vec{\gamma}$ donne l'équation du mouvement dans le repère (O,$\vec{u}$):

$$-2\mu \frac{l - lo}{l\,lo} x = m \cdot x''$$

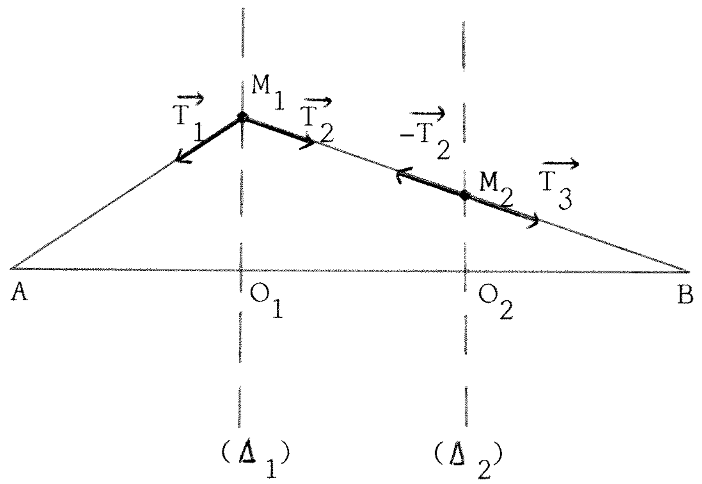
ce qui est de la forme : $x'' = -a^2 x$ avec $a = \sqrt{2\mu \dfrac{l - lo}{ml\ lo}}$

et les solutions sont de la forme :

$$x(t) = K \,.\, \cos(a\,t + \varphi).$$

2ème exemple :

On considère deux particules M_1 et M_2, de même masse m, attachées par un fil élastique de longueur initiale 3 lo, à deux points fixes A et B tels que AB = 3 l.



Soit $(O_1, \vec{u})$ un repère de (Δ_1)

Soit $(O_2, \vec{u})$ un repère de (Δ_2).

Approximation :

On suppose que : $M_1A = M_1M_2 = M_2B = l$.

Le mouvement de M_1 est sur (Δ_1) $\qquad \overrightarrow{O_1M_1} = x_1(t)\,\vec{u}$

Le mouvement de M_2 est sur (Δ_2) $\qquad \overrightarrow{O_2M_2} = x_2(t)\,\vec{u}$

Donc, les tensions sont constantes et de même norme :

$$\mu \frac{l - lo}{lo} = T$$

Pour le point M_1 : la projection sur l'axe (Δ_1) de $\vec{T}_1 + \vec{T}_2$ est :

$$\left(-T\frac{x_1}{l} - T\frac{(x_1 - x_2)}{l} \right) \vec{u} = -\frac{T}{l}(2x_1 - x_2) \,.\, \vec{u}$$

Pour le point M_2 : la projection sur (Δ_2) de $-\vec{T}_2 + \vec{T}_3$ est :

$$\left(-T\frac{x_2}{l} + T\frac{(x_1 - x_2)}{l} \right) \vec{u} = \frac{-T}{l}(-x_1 + 2x_2) \,.\, \vec{u}$$

d'où les équations des mouvements :

$$\begin{cases} \text{pour } M_1 : \quad m\,x''_1 = \dfrac{-T}{l}(2x_1 - x_2) \iff x''_1 = -b^2(2x_1 - x_2) \\ \text{pour } M_2 : \quad m\,x''_2 = \dfrac{-T}{l}(-x_1 + 2x_2) \iff x''_2 = -b^2(-x_1 + 2x_2) \end{cases} \quad \text{avec } b = \sqrt{\frac{T}{ml}}$$

Ecriture matricielle :

$$\begin{pmatrix} x''_1 \\ x''_2 \end{pmatrix} = -b^2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

Posons : $X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$ $\quad X'' = \begin{pmatrix} x''_1 \\ x''_2 \end{pmatrix}$ $\quad$ et $\quad M = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

d'où :

$$\boxed{X'' = -b^2 M X} \qquad (E)$$

(Recherche de vecteurs propres en vue de diagonaliser la matrice M)

Soit $(\vec{i}, \vec{j})$ la base dans laquelle est écrite la matrice M.
$\vec{I} = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{J} = \vec{i} + \vec{j}$ sont deux vecteurs propres, formant une base $(\vec{I}, \vec{J})$ dans laquelle la matrice diagonale obtenue à partir de M est :

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = M'$$

Soit P la matrice de passage de la base $(\vec{i}, \vec{j})$ à la base $(\vec{I}, \vec{J})$, l'équation (E) devient :

$$X'' = -b^2 P M' P^{-1} X$$

$\Longleftrightarrow P^{-1} X'' = -b^2 M' P^{-1} X$. En posant $\mathcal{X} = P^{-1} X$ et $\mathcal{X}'' = P^{-1} X''$

L'équation (E) s'écrit :

$$\mathcal{X}'' = -b^2 M' \mathcal{X}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{pmatrix} y''_1 \\ y''_2 \end{pmatrix} = -b^2 \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} y''_1 = -3b^2 y_1 \\ y''_2 = -b^2 y_2 \end{cases}$$

d'où : $\begin{cases} y_1(t) = K_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) & \text{avec } \omega_1 = b\sqrt{3} \\ y_2(t) = K_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) & \text{avec } \omega_2 = b \end{cases}$

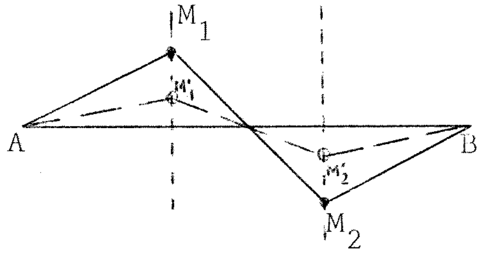
D'autre part : $\quad X = P \cdot \mathcal{X}$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x_1(t) = y_1(t) + y_2(t) \\ x_2(t) = -y_1(t) + y_2(t) \end{cases} \Longleftrightarrow \begin{cases} x_1(t) = K_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + K_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \\ x_2(t) = -K_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + K_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

Remarques : Cas particuliers :

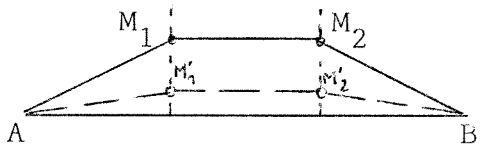
. si $K_2 = 0$ $$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = K_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$ donc $x_1 = -x_2$

Les points M_1 et M_2 vibrent en opposition de phase sinusoïdalement



. si $K_1 = 0$ $$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = K_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Les points M_1 et M_2 vibrent en phase sinusoïdalement.

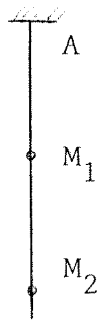


Le cas général est une superposition de ces deux cas particuliers appelés les modes normaux.

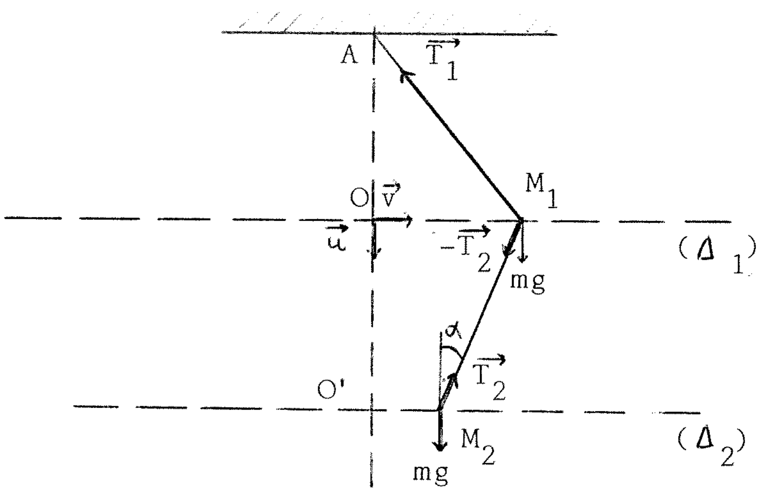
3ème exemple :

Deux particules M_1 et M_2 de masse m sont attachées sur un fil qui pend librement telles que :

$AM_1 = M_1M_2 = l$



Approximation : On suppose que les mouvements de M_1 et M_2 ont lieu dans un plan vertical. Le point M_1 se déplace sur une droite horizontale (Δ_1) rapportée au repère $(O, \vec{v})$ et M_2 sur (Δ_2) horizontale rapportée au repère $(O', \vec{v})$.



$\overrightarrow{OM_1} = x_1(t) \cdot \vec{v}$

$\overrightarrow{O'M_2} = x_2(t) \cdot \vec{v}$

On suppose que α est petit, donc $\|\overrightarrow{T_2}\| \simeq mg$

Le point M_1 se déplace horizontalement, donc : $\|\overrightarrow{T_1}\| \simeq 2mg$

Pour M_2 : $$\|\overrightarrow{T_2}\| \left(\frac{x_1 - x_2}{l} \right) = \frac{mg}{l} (x_1 - x_2)$$

Pour M_1 : $$- \|\overrightarrow{T_2}\| \left(\frac{x_1 - x_2}{l} \right) - \|\overrightarrow{T_1}\| \frac{x_1}{l} = \frac{mg}{l}(-3x_1 + x_2)$$

D'où les équations des mouvements :

$$\begin{cases} m\, x''_2 = -\frac{mg}{l}(-x_1 + x_2) \\ m\, x''_1 = -\frac{mg}{l}(3x_1 - x_2) \end{cases} \iff \begin{pmatrix} x''_1 \\ x''_2 \end{pmatrix} = -b^2 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \text{avec } b = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

$$\iff \boxed{X'' = -b^2 \mathcal{N} X}$$

(De même que précédemment, on diagonalise la matrice ; les valeurs propres sont : $2 - \sqrt{2}$ et $2 + \sqrt{2}$).

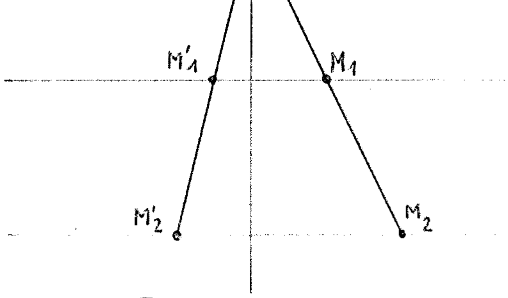
$$\iff \begin{cases} x_1(t) = K_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + K_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \\ x_2(t) = (1 + \sqrt{2})\, K_1 \cdot \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + (1 - \sqrt{2})\, K_2 \cdot \cos(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

avec $\omega_1 = b \sqrt{2 - \sqrt{2}}$

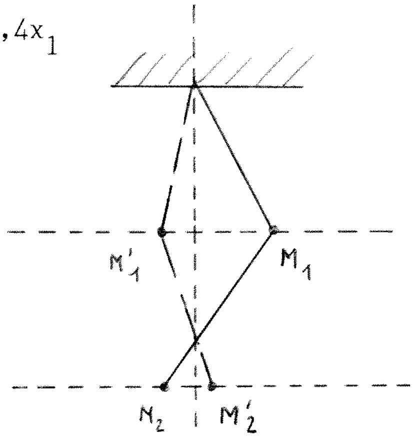
et $\omega_2 = b \sqrt{2 + \sqrt{2}}$

Solutions particulières

. si $K_2 = 0$ $\qquad x_2 \simeq x_1 \times 2{,}4$



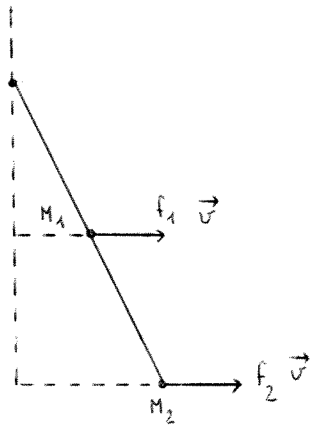
. Si $K_1 = 0$ $x_2 \simeq -0{,}4x_1$



La solution générale est une superposition de ces deux cas particuliers.

4ème exemple :

Même situation qu'à l'exemple 3, avec un système en équilibre en appliquant des forces f_1 et f_2 aux points M_1 et M_2.



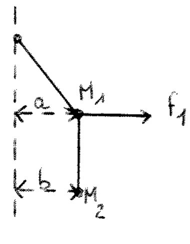
$$\begin{cases} f_1 = m\,b^2(3x_1 - x_2) \\ f_2 = m\,b^2(-x_1 + x_2) \end{cases} \iff \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix} = m\,b^2 \mathcal{N} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\frac{1}{2m\,b^2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}}_{\text{matrice de flexibilité du système}} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \end{pmatrix}$$

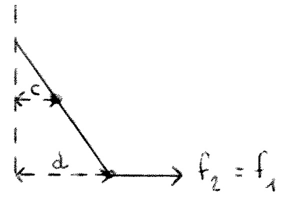
Remarque :

Les coefficients de la matrice $\frac{1}{2m\,b^2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & c \\ b & d \end{pmatrix}$ peuvent être déterminés par l'expérience en mesurant les longueurs indiquées :

. si $f_2 = 0$ et $f_1 = 1$



. si $f_1 = 0$ et $f_2 = 1$



Sur des notes prises durant l'exposé de E. MEYER par

Paul BALTZER

et Antoinette POINOT

Quelques remarques de l'auteur de l'exposé

Rendons d'abord à César ce qui est à César et l'idée de cet exposé à FLETCHER ("L'Algèbre linéaire par ses applications"- chez Cédic : merveilleux ouvrage).

Les approximations faites sont très grossières et demanderaient à être justifiées. Mais si vous avez un doute sur la valeur des résultats, et même si vous n'en avez pas, faites donc l'expérience en accrochant des boules à une ficelle : le résultat est tout simplement merveilleux. Quelle joie (pourquoi pas ?) en réalisant les deux modes normaux et surtout, en voyant dans le mouvement général, une combinaison linéaire des deux mouvements particuliers : belle visualisation d'espace vectoriel.

Dans l'exposé fait au groupe math-physique, la recherche des valeurs propres, des vecteurs propres et de leur utilisation a été faite par le passage à la géométrie et à l'itération, un peu comme A. Deledicq l'avait fait au cours de son passage aux journées régionales A.P.M. Ce thème a également servi en T.E. pour illustrer les équations différentielles et réviser quelques résultats d'algèbre linéaire.

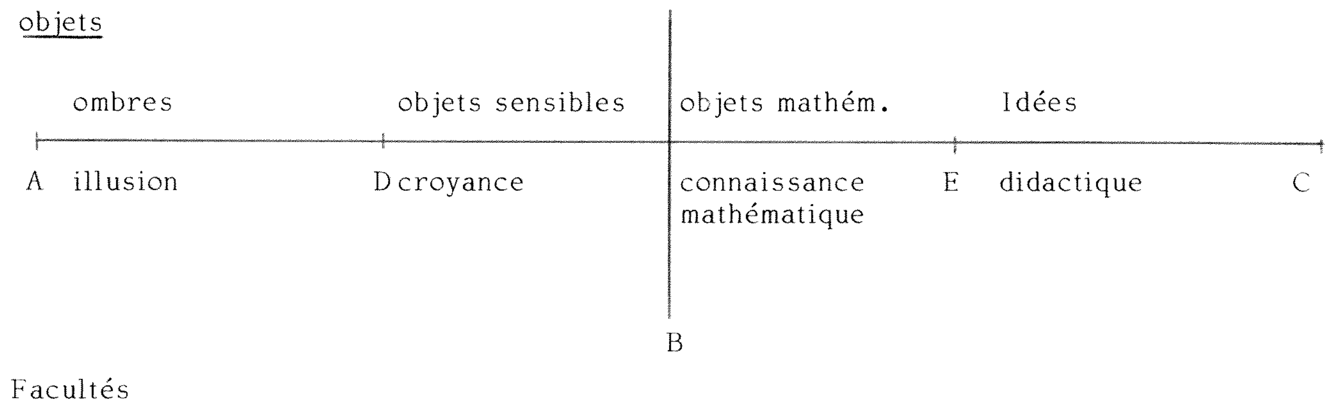
Etienne MEYER

Philosophie & Mathématiques

1) LE POINT DE VUE DU PHILOSOPHE.

1) PHILOSOPHIE ET MATHEMATIQUES

La passion de la philosophie pour les mathématiques est probablement contemporaine de la philosophie elle-même. Sans aller jusqu'à remonter aux Mythologies et à la Bible qui affectaient les nombres d'une valeur sacrée, rappelons simplement les mots bien connus gravés au fronton de l'Académie de Platon : "Que nul n'entre ici, s'il n'est géomètre". C'est que, tout comme Socrate, Platon faisait des Mathématiques une véritable propédeutique de la connaissance philosophique, allant jusqu'à lui accorder une place centrale dans son système de la connaissance : limite ou plutôt passage du monde sensible au monde intelligible. Sans atteindre le monde des Idées et des essences, qui ne sont pas de l'ordre du discours, les Mathématiques ne se confondent pas pour autant avec le monde sensible, mais elles en retiennent les symboles qui s'avèrent figures de l'intelligible. Pour en persuader son auditoire, Socrate ne dédaignait pas de tenir le langage du géomètre, langage qui se résume dans la figure suivante, bien connues, et que n'auront aucun mal à saisir des lecteurs plus rompus aux rigueurs des schémas qu'aux effets rhétoriques :



Le segment AB correspond à l'opinion.

Le segment BC correspond à la science.

Ce qui permet la proposition suivante :

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DB} = \frac{BE}{EC} .$$

Mais il ne saurait être question ici de faire l'historique de la place des Mathématiques dans la Pensée philosophique et de la fascination qu'elles ont pu exercer sur elle : un volume n'y suffirait pas. Nous nous contenterons, beaucoup plus modestement, de poser ici le problème en termes d'Enseignement de la Philosophie et d'Enseignement des Mathématiques. Quels qu'aient pu être, dans l'histoire de la Philosophie et des Sciences, l'importance et le rôle, décisifs souvent, des rencontres entre la Philosophie et les Mathématiques, il faut bien reconnaître qu'au niveau de nos classes Terminales, il s'agit encore de deux planètes, le plus souvent bien distinctes. En ce domaine, l'interdisciplinarité peut être, plus qu'une idée à la mode, un outil pédagogique non négligeable. C'est dans cet esprit que, Professeur de Philosophie, j'ai accepté de réaliser avec mon collègue de Mathématiques, J. Lefort, l'expérience commune suivante, dans une classe de Terminale C, à partir d'un sondage d'opinion. En voici résumé l'essentiel :

2) UN SONDAGE D'OPINION : POURQUOI ?

Pour ce qui est de la classe de Philosophie, le point de départ fut tout ce qu'il y a de plus empirique : à propos d'une discussion sur les problèmes de communication avec autrui fut évoquée la question des rapports entre générations et on fit allusion à un sondage Sofres paru précédemment dans le Nouvel Observateur, sous la forme d'un questionnaire aux jeunes français de 13 à 17 ans. Il fut proposé et accepté.

Si l'intérêt immédiat, en premier degré si j'ose dire, d'une telle expérience était essentiellement d'ordre moral, sociologique et politique, c'est surtout sur le plan pédagogique qu'elle pouvait s'avérer payante, dès lors que le Mathématicien y trouvait un moyen de sensibilisation à des méthodes mathématiques qu'il saura vous expliciter mieux que moi et que le Philosophe y trouvait un mode d'approche possible de la question des méthodes mathématiques dans les Sciences Humaines et, sur le plan plus général, celui de la nature de la pensée mathématique. D'où l'idée de la collaboration en séance commune. Ce peut être d'un impact psychologique non négligeable pour des élèves de voir s'abaisser une cloison, de voir un professeur de Mathématiques et son collègue de Philosophie prendre un même point de départ pour leurs préoccupations respectives, mieux, de se rejoindre dans une même réflexion : qu'une réflexion philosophique puisse s'alimenter de l'analyse d'une démarche mathématique et des mécanismes d'un raisonnement, qu'un mathématicien puisse prendre comme support pédagogique un fait de société, non dans le seul souci d'oeuvrer dans le concret, mais aussi pour en mieux évaluer et discuter les risques moraux ou politiques, voilà qui ne peut que contribuer à unifier le savoir et à réaliser cette intégration des connaissances que vise toute pédagogie digne de ce nom.

Ajoutons enfin que la finalité proprement philosophique d'une telle expérience est d'ordre essentiellement épistémologique et qu'elle exige des prolongements : avec le concours du professeur de Mathématiques, parvenir à sensibiliser les élèves à la généralité du problème de la connaissance mathématique, découvrir ce qu'il peut y avoir de construit et d'a priori jusque dans nos démarches rationnelles les mieux maîtrisées, voilà comment, d'un sondage d'opinion, on peut rejoindre Kant et Descartes.

3) LES REACTIONS ET COMMENTAIRES pendant le sondage

Il est possible d'exploiter les réactions immédiates des élèves pendant le déroulement de l'épreuve, parce qu'elles révèlent des difficultés inhérentes aux sondages eux-mêmes et au genre de démarche qu'ils impliquent. On pourrait les classer en 4 types de réactions.

a) Refus des questions, parce que trop générales ou au contraire trop imprécises. C'est-à-dire qu'on perçoit fort bien comment on court le risque d'enfermer la recherche dans des limites trop contraignantes ou au contraire d'esquiver les questions en les noyant dans un problème trop général.

b) Insuffisance des possibilités de réponses. L'élève ne peut admettre de voir les nuances de sa personnalité, la diversité et la complexité de ses choix et de son jugement réduites au schématisme d'une réponse par oui-non-sans opinion- ou au manichéisme d'un jugement favorable, défavorable ou neutre. Au delà des difficultés de réponses à une question, c'est toute la nature de l'approche mathématique des faits humains qui est en cause : peut-on analyser schématiquement des conduites, mêmes collectives, sans trahir leur signification et leur portée ? Peut-on faire fi de la vérité subjective d'un comportement ?

c) Les premiers commentaires après-sondages, laissent surtout apparaître la crainte d'avoir déformé inconsciemment ses réponses par le souci, inconscient mais réel, de se rapprocher d'un supposé modèle moyen ou au contraire celui de s'en distinguer.

d) Enfin, une crainte réelle du caractère "définitif" de l'image collective qui ressortira du sondage, opposée au caractère mouvant et changeant des comportements de fait. Le sondage a quelque chose d'irrémédiable, de figé dans le temps. C'est toute la relativité du savoir qu'on peut découvrir par ce biais.

J.J. EPP
Professeur de philosophie.

2) LE POINT DE VUE DU MATHEMATICIEN.

1) Pour la plupart des élèves, c'est-à-dire pour ceux qui ne feront pas des mathématiques l'instrument essentiel de leur futur profession, notre discipline se doit d'être ouverte sur le monde. L'Enseignement des mathématiques dans le secondaire ne doit pas avoir pour finalité la formation d'une petite élite parmi les Terminales C. Nous devrions pouvoir enseigner à tour de rôle dans toutes les sections et à tous les niveaux. *

Conscient de ce problème, enseignant en $1^{ère}$ G 1, j'ai essayé de montrer de quelles façons sont utilisées les statistiques dans les médias. Celà m'a conduit à rédiger un texte sur les sondages, texte que l'on trouve dans ce numéro 19 sous le titre : "Les sondages d'opinion : Une forme de mensonge ?" et que j'utilise pour mes cours de statistique à présent.

Au hasard d'une discussion avec un professeur de Philosophie, M. Epp, nous remarquâmes que partant de points de vue fort différents nous avions des motivations voisines et des buts identiques. Comme ce professeur l'a expliqué ci-dessus, cela nous a conduit à envisager un cours commun dans une TC **. Faute de temprs, je n'ai commenté que deux questions pour démontrer la façon de biaiser les réponses.

2) Etude des questions 3 et 4

Question 3. Avez-vous déjà eu des relations sexuelles ?	résultats Sofres		résultats élèves	
oui souvent	7	19	2	7
oui exceptionnellement	12		5	
non	76		59	
refusent de répondre	5		34	
	100		100	

---

* Cela n'est pas toujours administrativement possible, à cause entre autre de la coupure 1er - 2em cycle. Mais combien de professeurs exigent chaque année d'avoir toujours les mêmes bonnes classes ?

** Je n'enseigne pas en TC, ce qui laisse entendre qu'on peut faire de l'interdisciplinarité avec d'autres élèves que les siens.

Question 4. A quel âge avez-vous eu votre 1ère relation sexuelle ?

	Sofres	élèves
avant 13 ans	9	10
à 13 ans	13	0
à 14 ans	28	0
à 15 ans	30	30
à 16 ans	13	0
à 17 ans	4	10
refusent de répondre	3	50
	100	100

3) Un commentaire d'élève

" Les nombreux refus de répondre à la question 3 s'expliquent par les conditions de non anonymat véritable en classe. On peut constater que, contrairement à l'opinion générale, les moeurs et surtout celle des jeunes se relâchent, très peu d'entre eux ont des relations sexuelles régulières. Un certain nombre, surtout au plan national, n'hésite même pas à affirmer qu'il n'en a jamais eues. Ceci contredit un écho sous entendant qu'on en a honte, ou qu'il faut pouvoir se vanter devant les copains. La différence est probablement dûe à l'âge ici seulement des - de 18 ans.

Pour la question 4, le gros pourcentage de - de 13 ans chez les lycéens est dû, d'après le groupe, à quelques plaisantins. D'autre part nous avons vu comment ces chiffres peuvent varier suivant le mode de comptage. On peut pourtant constater que, tant au plan local que national, 15 ans est l'âge le plus fréquent. Je pense que nous voyons un rajeunissement par rapport aux générations précédentes, mais je n'ai pas d'élément de comparaison."

4) Commentaire du professeur de mathématiques

Au dire du Nouvel Observateur, le sondage a été effectué par la Sofres du 9 au 14 septembre 78 sur un échantillon national de 800 jeunes représentatifs de l'ensemble des jeunes français âgés de 13 à 17 ans par la méthode des quotas (sexe, âge, profession du chef de famille, région, catégorie d'agglomération).

On peut donc considérer que les résultats ont 95 % de chance d'être exacts à $\pm$ 3,5 % près. Mais la question 4 est conditionnelle. L'échantillon pour cette question n'est que de $\frac{19}{100}$ x 800 soit 152 personnes. Dans les mêmes conditions la précision n'est plus que de $\pm$ 8 %. Cela diminue prodigieusement la signification des résultats.

De plus la précision est bien moindre que cela quand on augmente l'âge de la première relation sexuelle. En effet ceux de la tranche d'âge "13 ans" ne peuvent pas répondre 15 ans comme âge de leur première relation sexuelle.

Prenons le problème à l'envers et supposons que dans la population totale des individus de plus de 17 ans il y ait

1 % qui ait eu leur première relation sexuelle à 13 ans
2 % " aient " " " " 14 ans
4 % " " " " " 15 ans
6 % " " " " " 16 ans
9 % " " " " " 17 ans

et supposons que le phénomène soit stable dans le temps. Interrogeons 100 personnes de chaque tranche d'âge de 13 à 17 ans. En moyenne on trouve en pourcentage le tableau suivant :

tranche d'âge	1ère relation sexuelle à 13	14	15	16	17	total cumulé
13 ans	1					1
14 ans	1	2				4
15 ans	1	2	4			11
16 ans	1	2	4	6		24
17 ans	1	2	4	6	9	46
TOTAL	5	8	12	12	9	

Dans le cas présent 46/500 personnes (9,20 %) ont déjà eu une relation sexuelle et parmi ces 46 personnes

5 soit 10,9 % l'ont eue pour la 1ère fois à 13 ans
8 soit 17,4 % " " " " " " 14 ans
12 soit 26,1 % " " " " " " 15 ans
12 soit 26,1 % " " " " " " 16 ans
9 soit 19,5 % " " " " " " 17 ans

On voit ainsi très clairement de quelle façon sont biaisés les résultats et comment apparaît un maximum aux alentours de 15 ans. On voit aussi que le dernier résultat (19,5 %) n'a porté que sur les individus de 17 ans qui ont déjà eu une relation sexuelle soit 22 personnes tandis que le 1er résultat pour les 13 ans (10,9 %) porte sur les 46 personnes.

Peut-on à partir des résultats du Nouvel Observateur retrouver des valeurs correspondant plus à la répartition exactes dans la population. Pour cela il nous faut faire le raisonnement en sens inverse en supposant que :

. Les classes d'âge considérées sont identiques numériquement dans les échantillons (une pyramide des âges nous prouve le contraire)

. Le comportement des adolescents est statistiquement constant pendant cinq ans (constance des moeurs).

Alors, d'après l'échantillon du Nouvel Observateur, chaque classe comprendrait 160 individus ; d'où la constatation suivante :

non réponse	av. 13	13	14	15	16	17	
3	9	13	28	30	13	4	% sur 152
4	14	20	42	46	20	6	nombre d'individus
5	5	5	4	3	2	1	nombre de classes
1	3	4	10	15	10	6	nombre d'individus sur une classe d'âge de 160
1	2	3	6	9	6	4	% sur une classe d'âge
	8	8	8,5	9	10,5	14,5	intervalle de confiance au seuil de 95 %

La 1ère ligne du tableau donne les âges.
La 2ème ligne donne les % fournis par le Nouvel Observateur.
La 3ème ligne transforme ces % en nombre d'individus (le total est donc de 152 personnes) .
La 4ème ligne donne le nombre de classes d'âges qui peuvent répondre dans cette colonne. Avec les hypothèses faites ci-dessus c'est par ce nombre qu'il faut diviser les valeurs de la ligne précédente pour obtenir le nombre d'individus d'une classe d'âge donnant la réponse indiquée.
La 5ème ligne traduit en pourcentage la ligne 4.
La 6ème ligne donne le demi-intervalle de confiance au seuil de 95 %. Pour le calculer, il faut connaître le nombre d'individus susceptible de fournir la réponse correspondante. Par exemple, pour 17 ans, c'est l'ensemble des individus d'une classe d'âge ayant eu des relations sexuelles soit 3 + 4 + 10 + 15 + 10 + 6 = 48. Pour 16 ans, c'est l'ensemble des individus de deux classes d'âges soit 48 pour celle de 17 ans, mais 42 pour celle de 16 ans, puisque seuls 42 individus ont pu avoir des relations sexuelles dans cette classe d'âge (il faut ôter ceux qui en auront à 17 ans) ... etc...

Quelle valeur peut-on alors attribuer aux pourcentages obtenus. Par exemple :

$6 \pm 10{,}5$ % ??

5) Conclusion

Le lecteur intéressé pourra se reporter au "Nouvel Observateur" en date du Lundi 16 octobre 1978 pour avoir la totalité des questions (18 en tout) qui portent sur différents aspects de la société (drogue, famille, libertés, racisme, projets d'avenir ...)

Mais plus que les questions elles mêmes, c'est l'analyse, sur un cas concret, des tricheries, volontaires ou non, qui a le plus intéressé les élèves : ambiguïté dans le libellé, questions conditionnelles ... Je souhaite simplement que la critique n'ait pas entraîné un rejet pur et simple du sondage d'opinion, qui reste un très important outil sociométrique.

Enfin une anecdote : le mot "sexe" reste tabou et qu'un professeur le prononce en classe et le proviseur aura droit à des remarques de certains parents !

Réunion des enseignants CM2 — 6°

26 JANV. 78 à Barr

Faisant suite à une première réunion en date du 22.4.77, cette rencontre avait pour but d'assurer une liaison plus efficace entre l'enseignement dispensé au CM2 et en 6ème dans les matières concernées. La plupart des enseignants se connaissant à présent, les différents problèmes sont abordés en toute sérénité, les débats étant dirigés par M. Bulber, du collège de Barr et M. Bricot, conseiller pédagogique.

Après un tour d'horizon ayant permis de cerner les programmes et les objectifs de chacun, les acquisitions suivantes ont paru indispensables à l'entrée en 6ème :
- numération : lecture, écriture et ordre des nombres décimaux arithmétiques,
- pratique des quatre opérations, mécanismes opératoires et entraînement au calcul mental,
- sens des opérations,
- notion de proportionnalité,
- mesurage : - manipulation et utilisation des instruments : double décimètre, équerre et compas,
  - ordre de grandeur d'un résultat,
  - unités de mesure (longueurs, aires, volumes, masses, capacités, temps,...)

Ces différents thèmes sont abordés plus en détail et on note les remarques suivantes :
- les collègues du second degré souhaitent que les symboles ensemblistes ne soient plus utilisés à l'Ecole Primaire, de même que les notions d'équivalence, d'équipotence, d'équation... par contre les signes opératoires, les signes de rangement : $<$ et $>$, le signe $\Longrightarrow$ (souvent utilisé abusivement) doivent être acquis.
- la pratique systématique des bases de numération semble également superflue, quelques expérimentations sommaires dans une autre base, ayant pour but essentiel une meilleure compréhension de la numération de position en base dix seront suffisantes, ainsi que la pratique du système sexagésimal lorsque les unités de mesure du temps sont abordées.
- l'utilisation du rapporteur, les unités de mesure des secteurs angulaires et des arcs ne sont pas au programme du CM et il est bon que les collègues de 6ème en soient informés.

En ce qui concerne la pratique des opérations :
. l'utilisation du zéro dans les multiplications (certains élèves écrivent des rangées de zéro)
. les soustractions posées à l'intérieur des divisions
. le fait d'écrire les retenues dans les opérations...

la plupart des collègues estiment qu'un élève entrant en 6ème devrait être capable d' "alléger" la présentation des opérations, tout en considérant que l'essentiel demeure que l'élève parvienne au résultat correct, quelle que soit la méthode utilisée.

Les collègues constatent également le fossé existant entre le vocabulaire utilisé dans les manuels de CM d'une part, de 6ème d'autre part. Les élèves ont du mal à saisir le sens des énoncés en 6ème, ces énoncés étant effectivement donnés dans un vocabulaire qui leur est encore étranger.

La notion de proportionnalité n'a été qu'effleurée, vu le manque de temps, certaines questions restent posées :

. les élèves comprennent-ils vraiment le sens d'un tableau de proportionnalité (au demeurant fort pratique) et le rôle des opérateurs ?

. que penser de l'"ancienne" règle de trois ?

. la notation fractionnaire des opérateurs ... etc...

D'autres sujets également auraient mérité d'être approfondis davantage : ils pourraient faire l'objet d'une nouvelle rencontre.

Le Secrétaire de séance :
R. SCHNEIDER.

LA MATHEMATIQUE TELLE QU'ON LA PARLE

Entendu à la télévision à propos du tour de France cycliste :
"... les voici qui prennent un virage qu'on pourrait dire à angle droit s'il ne tournait pas à gauche..."

Mathématique dans le I° cycle

Réunion-débat des professeurs de mathématique de la D.E.F.A, avec la participation de Monsieur SILVESTRE, Inspecteur Pédagogique Régional - BADEN-BADEN, le 28 mars 1979

Monsieur SILVESTRE a heureusement conçu cette journée d'information comme un débat au cours duquel les participants n'ont pas hésité à lui poser de nombreuses questions après qu'il eut fait le point sur l'évolution de la pédagogie des mathématiques pendant ces dernières années.

Mercredi matin

Monsieur SILVESTRE rappelle qu'en sixième-ciquième les notions ensemblistes interviennent dans la formation de l'intelligence, à partir de nombreuses activités consistant à classer, ordonner etc... Ces notions restent fondamentales, mais il ne faut pas les enseigner pour elles-mêmes.
L'enfant a une pensée syncrétique. C'est à nous, enseignants, de préciser les notions vagues qu'il a. Les notions ensemblistes doivent ainsi apporter de la rigueur à la pensée de l'enfant.
Par exemple, il faut l'amener à cerner le concept d'élément (qui n'est pas simple) : un point est élément d'une droite ou d'un plan, un droite est élément d'un faisceau de droites. Une droite peut donc être un ensemble ou un élément.
Voici quelques principes généraux permettant d'aider le professeur dans son enseignement pour le cycle d'observation (sixième et cinquième) :

1° Développer une pédagogie active qui se concentre sur la construction de la compréhension et donc écarter toute méthode dogmatique.

.../...

Un exemple type de cette méthode est celui du modèle de calcul à reproduire ; les enfants étant doués d'une faculté assez extraordinaire de mimétisme réussissent très vite ce genre d'exercice sans faire un effort de compréhension ; le résultat est, qu'après plusieurs semaines tout est à refaire ! Une approche de la formule $a^n \,.\, a^p = a^{n+p}$ peut être par exemple le suivant :

1) faire construire une table de puissances

2) proposer des calculs tels que $2^3 \times 2^5 = 8 \times 32 = 256$

$$2^3 + 2^5 = 8 + 32 = 40$$

3)aboutir à la constatation que les résultats des calculs du premier type figurent toujours dans la table (supposée éventuellement prolongée) et chercher à comprendre pourquoi.

4) Rendre compte du résultat par la formule $a^n \times a^p = a^{n+p}$
En cinquième on ne peut guère aller au delà ; en particulier la pseudo-démonstration :

$$a^n \times a^p = \underbrace{(a \times a \times a \ldots \times a)}_{n \text{ facteurs}} \times \underbrace{(a \times \ldots \times a)}_{p \text{ facteurs}} = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n+p \text{ facteurs}}$$

risque surtout d'embrouiller les idées.

Le schéma général d'une leçon peut être le suivant :

- se fixer un objectif (un seul suffit pour une leçon)
- à partir des connaissances, imaginer des activités (susceptibles d'être diversifiées selon les niveaux) qui tendent à familiariser l'élève avec la notion à enseigner.
- faire une synthèse et une mise au net dans le cahier de cours
- compléter par des exercices d'application (contrôle de l'acquisition).

2° Le principe de liberté Il ne faut surtout pas voir dans le schéma précédent des recommandations impératives mais seulement une idée de l'orientation à donner à l'enseignement en sixième et cinquième ; d'ailleurs les "Instructions" rappellent opportunément la liberté dont dispose le professeur pour organiser son cours et choisir sa méthode pédagogique "Le programme énumère les notions ... Le professeur n'est nullement tenu dans sa progression de respecter l'ordre dans lequel se trouvent énoncées les différentes rubriques... A propos de chaque question, le professeur aura choisi librement le mode de présentation qui lui paraîtra le mieux adapté au niveau de la classe..."

Cette liberté a des corollaires :

a) Le professeur doit se faire une idée de l'importance relative des notions et organiser sa progression en conséquence.
Ainsi la proportionnalité est une notion importante mais, précisément pour cela, il ne faut pas tenter de l'épuiser d'un coup, sinon on peut provoquer des blocages dûs à la lassitude. On a intérêt, au contraire, à y revenir plusieurs fois. La connaissance en mathématiques se développe en quelque sorte à la manière des perles, par superposition de couches successives.

b) Le professeur de mathématique est un enseignant de plus en plus responsable et on l'invite à prendre de la liberté avec son livre, en particulier si une notion y figure et ne paraît pas indispensable ou importante, qu'on se reporte au programme. Le pire des cours est celui qui suit le livre. Celui-ci est entre autre un instrument de référence ; c'est pourquoi, par exemple, la plupart des manuels de cinquième commencent par un chapitre "Révisions". C'est méconnaître la psychologie de l'enfant que de commencer un cours par un tel chapitre : l'enfant souhaite découvrir du neuf et on lui inflige du déjà vu !
Les révisions doivent être circonstancielles, c'est-à-dire être envisagées au moment où elles s'avèrent indispensables.

c) Le programme énumère des notions qui doivent être étudiées impérativement, même si certaines d'entre elles ne peuvent l'être que superficiellement ; si le professeur estime que, pour atteindre un objectif du programme, il doit parler d'une notion qui n'y figure pas, il peut le faire.

3° L'apprentissage de la notion de variable Les observations des psychopédagogues révèlent que la classe de cinquième correspond en général à une transition entre le "stade" concrêt et le "stade" formel ; notre enseignement doit donc être conçu pour favoriser cette transition. Depuis l'école élémentaire l'enfant est habitué à raisonner sur des objets qui lui sont familiers mais il est incapable, en général, de comprendre une démonstration mettant en oeuvre des objets représentés par des lettres ; le professeur doit être conscient qu'il y a là une difficulté ; il doit progresser lentement, multiplier les occasions de faire intervenir le concept de variable ; de ce point de vue les formules dans lesquelles les lettres représentent des nombres, les "programmes" de calcul sont importants ; par exemple les formules d'aires et de volumes ; pour la division euclidienne, traduire les résultats numériques par :

$$\begin{array}{c|c} D & d \\ \cline{2-2} r & q \end{array} \quad \text{et } d \times q \leq D < d \times (q+1) \text{ ou } D = d \times q + r$$

selon la préoccupation qu'on a eue : encadrer par deux multiples consécutifs ou s'intéresser au reste.

A propos des puissances entières, procéder par étapes :

1° $2^2, 2^3, 2^4, 2^5, \ldots$ sont représentés par la formule 2^n

2° $1^5, 2^5, 3^5, 4^5, \ldots$ sont représentés par la formule a^5

3° $2^3, 4^5, 7^9, \ldots$ sont représentés par la formule a^n

et si un élève est capable d'imaginer l'une des ces formules, il mérite un encouragement !

4° Le travail diversifié La suppression des filières et l'hétérogénéité des classes obligent le professeur à abandonner le mythe d'amener tous les élèves d'une classe au niveau le plus élevé ; un travail diversifié s'impose où tout le monde peut participer et travailler au mieux de ses possibilités de manière à réaliser un objectif minimum.

Prenons deux exemples :

- Pour la division, ce minimum est la pratique opératoire puis, selon un ordre d'exigences croissantes, savoir reconnaître son usage dans un problème familier, comprendre sa signification (encadrement ...), enfin, parvenir à la compréhension des formules.
- Le partage d'un ensemble semble être une notion accessible à tous (avec des difficultés de vocabulaire toutefois ; usuellement, classer est synonyme de ranger et partition est synonyme de répartition équi-

table, celle de relation associée à cette partition (on "relie" deux éléments de l'ensemble chaque fois qu'ils sont dans la même part) est encore compréhensible par une bonne majorité des élèves, mais il peut se faire que quelques-uns seulement parmi ceux-ci parviennent à répondre à la question :

> on donne une relation dans un ensemble ; peut-elle servir à classer les éléments de l'ensemble ? (encore faut-il qu'on prenne la précaution de décrire, sur un exemple étudié en commun, la procédure de classement !)

5 Quelques conseils épars

1) Importance de la géométrie dans le cycle d'observation (entraînement au dessin et à la manipulation des instruments, familiarisation avec les figures usuelles et le vocabulaire indispensable, entraînement à l'observation, initiation au raisonnement...) aussi est-il vivement conseillé d'étaler son étude sur toute l'année (le conseil est d'ailleurs valable pour toutes les classes de collège !).

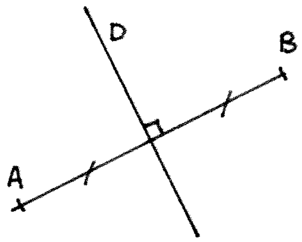
2) Le vocabulaire : les mots utilisés en mathématiques sont ceux du langage courant mais ils ont en mathématiques un sens très précis qui ne correspond pas toujours exactement à leur sens usuel ; c'est une source de difficulté et d'incompréhension. Plus généralement, il est souhaitable d'éviter tout vocabulaire qui ne paraît pas indispensable en sixième-cinquième (associativité, élément neutre, élément absorbant, réflexivité, transitivité, direction...)

   Une question de vocabulaire :
   - dans le plan, deux droites sont orthogonales ou perpendiculaires
   - dans l'espace, deux droites sont orthogonales
     une droite et un plan sont orthogonaux ou perpendiculaires
     deux plans sont perpendiculaires

3) Les définitions : elles ne sont pas indispensables dans le cycle d'observation où on peut s'en tenir à une simple description (exemples : intersection ou réunion de deux ensembles, droite et plans perpendiculaires...)
   Plutôt que d'entraîner les élèves à retenir une phrase qu'ils ne comprennent pas (et qu'ils oublieront d'ailleurs très rapidement !) il est préférable de

les exercer à reconnaître la situation en question ; une figure peut, pour cela, les aider grandement.

La droite D est la médiatrice du segment AB



4) Le devoir à la maison. L'un des objectifs de l'enseignement des mathématiques est d'entraîner les élèves à l'expression écrite ; cet entraînement commence dès la classe de sixième ; le devoir à la maison (au contraire de l'interrogation écrite) en constitue un moyen privilégié ; il est donc vivement souhaitable qu'un tel travail soit donné régulièrement. Dans le cycle d'observation le devoir doit être un exercice de rédaction (sans faute d'orthographe et avec une syntaxe correcte), bien présenté et très court :
quelques phrases en sixième, par exemple la mise en forme d'une question traitée en classe en cinquième ; dans tous les cas il doit pouvoir tenir sur une feuille simple.

Au cours du débat qui s'instaure, à certains qui ont la nostalgie du "niveau" et qui se plaignent de l'hétérogénéité des classes, d'autres opposent la nécessité de découvrir une pédagogie différenciée, possible à travers un enseignement conçu en termes d'activités.
Monsieur SILVESTRE révèle d'autre part que les futurs manuels de 4ème dérouleront le cours en prenant vraisenblablement comme fil conducteur une axiomatique dérivant de l'axiome de la médiatrice.
A une question qui lui est posée sur le danger que ne soit ainsi réintroduit l'enseignement d'une axiomatique, Monsieur SILVESTRE répond que ce n'est pas du tout l'esprit des nouveaux programmes.

Mercredi après midi

Monsieur SILVESTRE commente brièvement les nouveaux programmes de quatrième et de troisième en insistant sur les divergences profondes qui les différencient des anciens, puis il cède la parole à Monsieur AUGE, qui, de par ses fonctions au Bureau National de l'A.P.M.E.P, a eu connaissance de ces programmes dès leur élaboration et a tenté d'en appliquer l'esprit au programme actuel de quatrième.

Monsieur AUGE indique d'abord qu'il a centré les activités qu'il va présenter sur trois idées sous-jacentes des nouveaux programmes :

1° abandon d'une présentation axiomatique, donc linéaire des contenus
- néanmoins, recherche de courtes séquences déductives,

2° importance de la résolution des problèmes

3° travail intersectoriel

Voci, résumées, quelques-unes de ces activités :

Puissances de 10, nombres décimaux, approche des réels

- manipulation sur les puissances à partir des changements d'unités
- utilisation de la calculatrice T 158 pour révéler de nouvelles écritures des puissances de 10 et des nombres décimaux :

Si l'on frappe les touches	1 EE 3	on lit	1 03	c'est-à-dire 10^3
" " " " "	1 EE 2	" "	1 -02	" 10^{-2}
" " " " "	54 EE 3	" "	54 03	" 54.10^3
" " " " "	54 EE 3	" "	5,4 04	" $5,4.10^4$

Un élève détient la calculatrice, propose un calcul à la classe. Chacun se met au travail pour détenir à son tour la machine. Elle revient à un élève qui a trouvé le bon résultat. Il faut, bien sûr, veiller à ce que chacun puisse disposer de la calculatrice.

- utilisation des décimaux pour résoudre des problèmes simples concernant des périmètres, des surfaces, des pesées, des prix :

Objectifs : 1) Introduction progressive des concepts d'équation et d'inéquation.

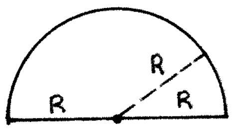
2) Introduction du concept d'inverse d'un nombre décimal, puis de celui d'inverse d'un nombre.

exemple : vous avez 18,70 f dans votre porte-monnaie. Un tour de manège coûte 2,5 F, mais vous devez garder 2,30 F pour retourner chez vous.

Combien de tours de manège pouvez-vous faire ?

$$x \,.\, 2{,}5 + 2{,}3 \leq 18{,}70$$

certains élèves arrivent à résoudre de tels problèmes à l'aide de savoir-faire hérités de leurs études antérieures.
Il faut arriver à des problèmes où ces savoir-faire s'avèrent inopérants : exemple : un bassin a la forme d'un demi-cercle. Son périmètre est de 47 m. Quel est le rayon de ce cercle ? $\pi = 3{,}14$



$$2\,R + 3{,}14 \,.\, R = 47$$

Dans le premier exemple, l'inverse de 2,5 est un nombre décimal ; sa manipulation est relativement aisée.
Dans le second cas la notion d'encadrement apparaît comme une nécessité, et des symboles tels 1/5,14 demandent plusieurs séances avant d'être acceptés.

Géométrie

L'objectif est le concept "vecteur" à partir de la notion de translation.
1° manipulation d'instruments :
règle, double-décimètre, équerre, compas, rapporteur.
Problème : imaginer des techniques permettant de mener par un point la parallèle à une droite

2° imaginer un procédé qui permettrait de faire correspondre à chaque point du plan un point du plan.

Ces deux thèmes ont demandé chacun trois heures. En particulier, la phrase de 2 a posé un problème de compréhension. Elle a dû être commentée, puis présentée dans un style plus familier avant de devenir opérationnelle.
Dans les deux cas les élèves étaient en situation de recherche. Toutes les techniques qu'ils imaginaient étaient prises en considération, soit pour être critiquées lorsqu'elles s'avéraient fausses, soit pour être évaluées qualitativement dans le cas contraire.
Inutile de préciser que, dans ces circonstances, le professeur doit parcourir d'énormes distances dans la classe !

Translation de flèche $\overrightarrow{AB}$

A et B sont dessinés distincts ; les cas "pathologiques" seront examinés plus tard. Le professeur présente une technique de translation, à la règle et à l'équerre, puis il demande d'en imaginer d'autres, avec n'importe quel instrument de dessin, y compris le double-décimètre et le compas.

- problèmes -

1° Peut-on faire des translations en utilisant qu'un seul instrument ?

2° Comment construire l'image d'un point de la droite AB par la translation de flèche $\overrightarrow{AB}$?

Le double-décimètre ou le compas s'imposent dans un premier temps. Imaginer une méthode qui, dans ce cas, n'utilise que la règle et l'équerre.

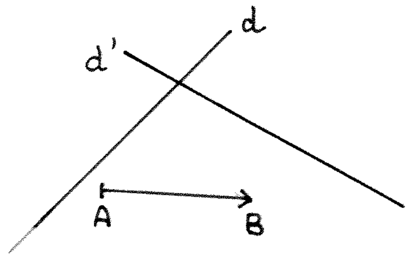
Ensuite furent dégagées, à partir de nombreux dessins, les deux propriétés :

1 - Toute droite parallèle à AB reste invariante par la translation de flèche $\overrightarrow{AB}$.

2 - Toute droite d non parallèle à AB est transformée par la translation de flèche $\overrightarrow{AB}$ en une autre droite d' parallèle à d.

- problème -

On donne deux droites sécantes d et d' et une flèche $\overrightarrow{AB}$. Trouver un point I sur d et un point J sur d' de telle manière que la translation de flèche $\overrightarrow{AB}$ transforme I en J.



L'objectif de ce problème était d'amener les élèves à parcourir une séquence déductive. Là encore il a fallu beaucoup de temps (trois heures en classe et de la recherche à la maison) pour s'acheminer vers la solution. Chacun croyait avoir trouvé. Le professeur devait réfuter les solutions proposées. Il suffisait, le plus souvent, de se placer dans un autre cas de figure.

Vecteur

Les multiples dessins réalisés, revus plusieurs fois d'une leçon à l'autre grâce au rétroprojecteur, les flèches de même couleur caractérisant la même translation, ont créé chez les élèves le sentiment que les flèches se classaient par couleurs, mais que la couleur n'était pas le critère

essentiel pour les classer. Le vecteur était tout proche, mais on ne pouvait pas le dessiner "car alors toute la feuille aurait été rouge".
La flèche $\overrightarrow{AB}$ servirait donc à la représenter.

L'INEGALITE TRIANGULAIRE (à partir de la quatrième) - Mr SILVESTRE

"L'analyse de situations et la résolution de problèmes jouent un rôle majeur. En particulier l'enseignement de la géométrie est indissociable de la recherche de constructions géométriques" (Instructions classes de quatrième et de troisième). Dans cette recherche l'inégalité triangulaire joue un rôle important ; de ce point de vue, il est utile que le professeur connaisse bien les deux propriétés suivantes :

1. Soit deux points A et B distincts d'une droite x'x ; pour tout point M du plan on a les équivalences :

$M \in [AB] \quad AB = AM + BM$

$M \in Ax' \quad AB = -AM + BM$

$M \in Bx \quad AB = AM - BM$

$M \notin x'x \quad |AM - BM| < AB < AM + BM$

2. Soit trois réels a, b, c donnés strictement positifs, les propositions suivantes sont équivalentes :

   1) il existe un triangle (éventuellement aplati) de côtés a, b, c
   2) le plus grand des trois réels a, b, c est au plus égal à la somme des deux autres,
   3) chacun des trois réels a, b, c est au plus égal à la somme des deux autres,
   4) l'un des trois réels a, b, c est compris entre la somme et la valeur absolue de la différence des deux autres.

Preuve : On a évidemment (1) $\Rightarrow$ (2) $\Rightarrow$ (3) $\Rightarrow$ (4) ; démontrons (4) $\Rightarrow$ (1)

Soit par exemple $|b - c| \leq a \leq b + c$, c'est-à-dire $b^2 + c^2 - 2bc \leq a^2 \leq b^2 + c^2 + 2bc$, d'où l'existence du réel k compris entre - 1 et 1 tel que $a^2 = b^2 + c^2 + 2kbc$.

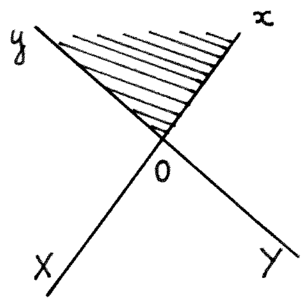
Prenons dans un repère orthonormé les trois points A, B, C tels que $A(0,0)$, $B(c,0)$, $C(-kb, \sqrt{1 - k^2}b)$; les côtés du triangle ABC ont pour mesures a, b, c.

LES ANGLES ET LEUR MESURE (classe de troisième, nouveau programme)

Il parait utile de revenir à une définition plus simple de l'angle dans les classes de collège. N'ayant pas à envisager la somme de deux angles, mais seulement celle de leurs mesures, on peut par exemple adopter la définition suivante :

soit deux demi-droites 0x et 0y de même origine 0 et de support des droites X et Y.

Si X et Y sont distinctes, on appelle angle des deux demi-droites Ox et Oy et on note $\widehat{x0y}$, l'intersection du demi-plan fermé d de frontière X contenant 0y et du demi-plan fermé de frontière Y contenant 0x.



Si $0x = 0y$ on pose $\widehat{x0x} = 0x$

Si 0x et 0y sont opposés, elles définissent deux angles plats ; ce sont les deux demi-plans fermés de frontière $0x \cup 0y$.

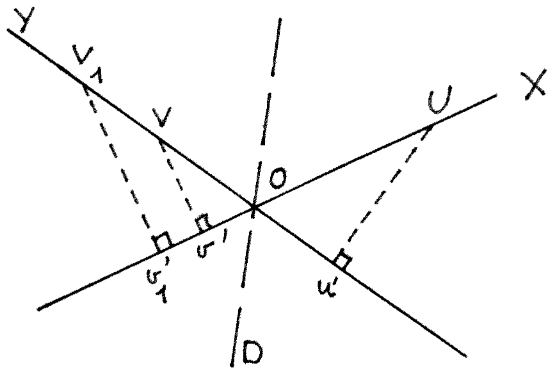
Autre notation :

Si A et E sont deux points autres que 0 pris respectivement sur les demi-droites 0x et 0y, $\widehat{x0y}$ est encore noté $\widehat{A0B}$.

Mesure d'un angle en radians :

On suppose connue la mesure d'un arc de cercle ; la mesure en radians de $\widehat{x0y}$ est la longueur de l'arc $\widehat{x0y} \cap C$ où C est le cercle de centre 0 et de rayon 1.

DEFINITION DU PRODUIT SCALAIRE EN CLASSE DE SECONDE EN CONFORMITE AVEC LE PROGRAMME DE TROISIEME



Lemme : soit deux points U et V appartenant respectivement à deux axes X et Y ayant un point commun 0 soit u' (resp. v') la projection orthogonale de U (resp. V) sur Y (resp. X)

On a l'égalité :

$$(\overline{0U})_X \cdot (\overline{0v'})_X = (\overline{0V})_Y \cdot (\overline{0u'})_Y \quad (1)$$

Preuve :

si $(\overline{0U})_X = (\overline{0V})_Y$ on utilise la symétrie orthogonale s_D par rapport à l'axe de symétrie D des axes X et Y, sinon on se ramène à ce cas en envisageant $V_1 = s_D(U)$ et en appliquant la propriété de Thalès.

Remarques :

Les deux membres de l'égalité (1) conservent la même valeur

1° Si on remplace les axes X et Y par l'opposé de X ou l'opposé de Y.

2° Si on transforme la figure par une translation t (et même plus généralement par une isométrie), par exemple :

$$(\overline{t(0)t(U)})_{t(X)} \cdot (\overline{t(0)t(v')})_{t(X)} = (\overline{0U})_X \cdot (\overline{0v'})_X$$

On peut alors définir le produit scalaire de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ par

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = (\overline{0U})_X \cdot (\overline{0v'})_X 0$$

où $\overrightarrow{0U}$ et $\overrightarrow{0V}$ sont les deux représentants de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ d'origine arbitraire 0, où X est un axe qui contient 0 et U et où v' est la projection orthogonale de V sur X.

On a alors immédiatement $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$; les autres propriétés du produit scalaire s'établissent facilement.

L. AUGÉ

ORIENTATION EN FIN DE SECONDE (SUITE)

Par lettre datée du 9 mars 1979, l'Inspecteur d'Académie du Bas-Rhin communiquait aux proviseurs de lycées, aux directeurs d'établissements privés, et aux directeurs de Centre d'Information et d'Orientation, ses instructions concernant l'orientation, les réorientations et l'affectation des élèves en fin de Seconde pour l'année 1979-80.

On peut y lire notamment :
"S'il s'agit d'une orientation en fin de Seconde, y compris le redoublement dans la même section, examens et commissions d'appel auront lieu durant la dernière semaine du mois de juin".
Problème : Ce texte donne-t-il aux élèves pour lesquels le conseil de classe a fait une proposition de redoublement, une possibilité d'examen d'appel ? Le "y compris" le suggère, mais le décret du 12 février 1973 l'interdit ! Alors, on ne s'étonnera pas que dans un établissement, les familles aient été averties de cette possibilité, puis que les élèves intéressés se la soient vus refusée, enfin qu'elle leur ait été de nouveau donnée ! ...

<u>IMPORTANT</u> : N'oubliez pas d'indiquer votre changement d'adresse
- soit à Mr MEHL, 8 rue de Franck 67000 Strasbourg,
- soit à la Bibliothèque de l'IREM, 10 rue du Général Zimmer 67084 Strasbourg Cedex

SEMINAIRE SUR LE FONDEMENT DES SCIENCES

Le séminaire sur le "Fondement des Sciences" de l'Université Louis Pasteur consacre ses conférences aux "Grandes étapes de la pensée mathématique".

Le professeur Dieudonné inaugurera ce cycle par un tour d'horizon le jeudi 17 janvier 1980.

Ensuite, nous entendrons dans un ordre qui reste encore à préciser : Malgrange, Ovaert, Hirsch, Gertmuller, Caveing, Rashed, Sebestik, Dugac, Granger ainsi que Mlle Bachelard.

Ces conférences auront lieu à 17 heures, tous les jeudis (à partir du 17 janvier 1980, sauf pendant les périodes de vacances) en la salle de conférence de l'I.R.M.A., 10 rue du Général Zimmer à Strasbourg.