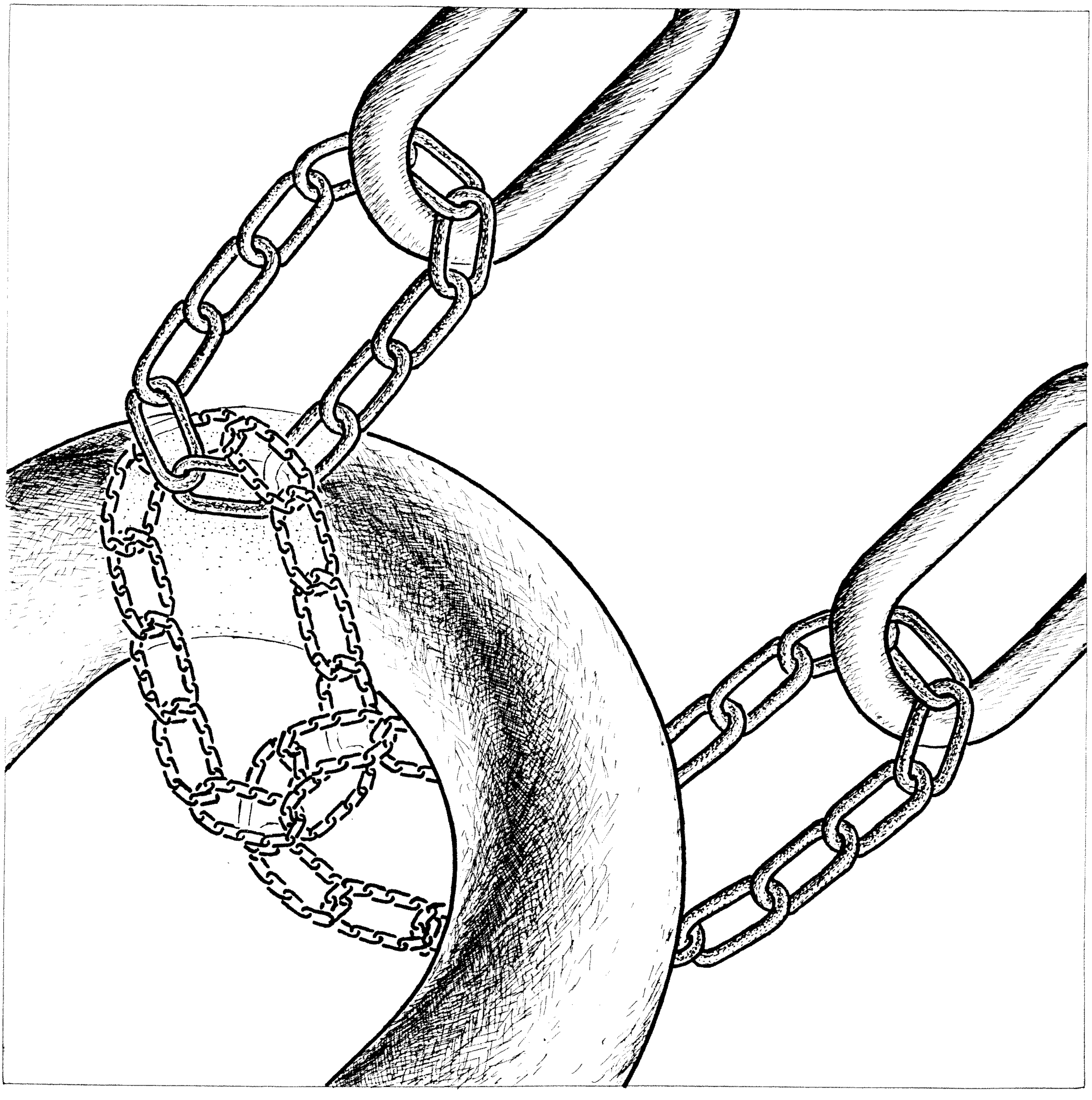
l'ouvert n°27

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE DE LA
REGIONALE APMEP D'ALSACE ET DE L'IREM DE
STRASBOURG - JUIN 82 - ISSN 0290-0068



NOTRE COUVERTURE : Quelques aspects schématiques d'un bracelet d'Antoine.

C'est une chaîne fermée dont chaque maillon est une chaîne dont chaque maillon... et ainsi de suite jusqu'à l'infini (voir article p. 54). On peut attribuer à cet ensemble de Cantor la dimension d'homothétie de $\mathrm{Log}11/\mathrm{Log}4 \simeq 1,73...$ (voir Ouvert N° 18).

A LIRE AVANT DE LIRE

A PROPOS DU CONTENU DE L'OUVERT N°27

Les discussions du type "Café du Commerce" s'alimentent de préférence d'informations au n$^{\text{ième}}$ degré (n assez grand). Ce peut être l'écho du commentaire d'un présentateur T.V., dont la source est le compte-rendu "Monde" de l'après-midi... Les réactions au "rapport Schwartz" ont souvent été de ce type, y compris dans les salles des professeurs. Rien ne valant le jugement sur pièce, nous proposons au vôtre de larges extraits du texte de Laurent Schwartz (p. 33).

Verrons-nous un jour des "spécialistes" prôner un enseignement des maths différencié pour les garçons et les filles ? Le vent d'Ouest nous apportant souvent d'outre-Atlantique bien des incongruités, on peut le craindre: en août 79, cette proposition fut faite à une réunion de mathématiciens dans une université américaine. Et il ne manque pas de gens dans notre pays pour penser, parfois pour dire, que les femmes présenteraient une "inaptitude" dans le domaine de la recherche mathématique et quelques autres (composition musicale, par exemple). L'universitaire américaine dont nous avons traduit l'article (p. 4) tente de faire le point sur ce débat sans échapper à une certaine confusion. Le Dr Scherpereel, neurochirurgien, et R. Duval de l'IREM de Strasbourg apportent un point de vue critique qui n'épuisera pas le sujet, mais le ramènera à sa dimension réelle. La formule "dossier" adoptée pour traiter ce thème étant nouvelle, nous aimerions connaître votre opinion à son propos.

Certains d'entre vous ont peut-être pu visiter l'exposition organisée par l'IREM à Colmar, les 12 et 13 juin. Son succès a impressionné les organisateurs et l'Ouvert y consacrera une large place dans sa prochaine parution.

Un dernier appel à nos lecteurs: faites-nous part de vos réactions, de celles que vous avez enregistrées... Il sera peut-être possible de rendre l'exposition itinérante l'année prochaine !

S O M M A I R E

L'OUVERT

. responsable de publication: J. Lefort

. impression : IREM de Strasbourg

. correspondance à adresser à :

IREM de Strasbourg

10, rue du général Zimmer

67084 STRASBOURG Cedex

UN POLYEDRE BIEN DEMONTE

Lors du dernier Rallye par correspondance, un des problèmes était ainsi posé:

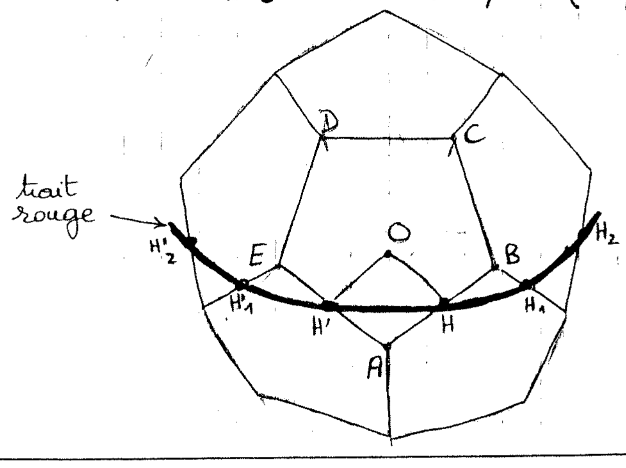
> Un polyèdre régulier a tous ses sommets situés sur la sphère de rayon 1. Ses faces sont douze pentagones réguliers convexes. Dessiner la projection orthogonale de ce polyèdre sur le plan de l'une de ses faces.

Les correcteurs de l'épreuve nous ont transmis la copie de Gilles KERN, élève de seconde au Lycée Marie Curie (Strasbourg) que nous reproduisons ici avec plaisir, en raison de sa qualité.

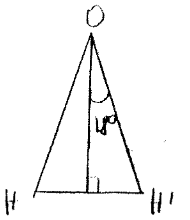
Que Gilles nous pardonne d'avoir légèrement condensé sa copie et laissé de côté la projection du dodécaèdre (avec parties cachées) qu'il avait fort bien réussie.

<u>Je cherche d'abord à connaître le côté d'un des pentagones.</u>

O est le centre de la sphère de diamètre 1. En rouge, j'ai tracé le plan équateur qui passe par O et par les 10 points H. L'angle $\widehat{H'OH}$ vaut donc 36° et d(E H') = d(H'A) = d(AH) = d(HB)



• Dans le triangle OHH'



$$\sin 18° = \frac{\frac{HH'}{2}}{OH}$$

Je sais que $\frac{HH'}{2} = \frac{a}{2}\cos 36°$, je remplace :

$$\sin 18° = \frac{\frac{a}{2}\cos 36°}{OH} \qquad OH \sin 18° = \frac{a}{2}\cos 36°$$

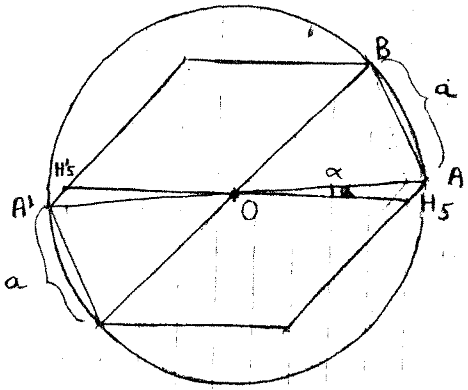
Je sais que $OH^2 = 1 - \frac{a^2}{4}$, d'où $OH = \sqrt{1-\frac{a^2}{4}}$

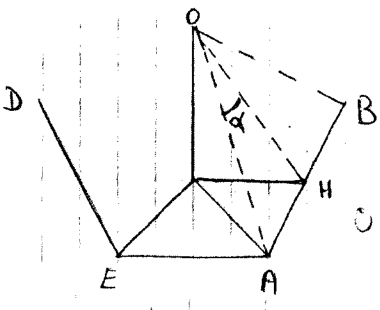
Je remplace :

$$\sqrt{1-\frac{a^2}{4}}\,\sin 18° = \frac{a}{2}\cos 36°. \ (\dots)\ a^2 = \frac{4\sin^2 18°}{\cos^2 36° + \sin^2 18°}$$

$$a = \frac{2\sin 18°}{\sqrt{\cos^2 36° + \sin^2 18°}} \qquad a \simeq \frac{0{,}618}{\sqrt{0{,}654 + 0{,}095}} \qquad a \simeq 0{,}7$$

<u>Vue de profils du polyèdre :</u> coupe par un plan diamétrale.





$OA = 1$

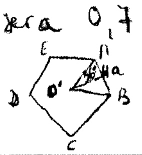
$AH = \frac{a}{2} = 0{,}35$

$OH = \sqrt{1 + \frac{a^2}{4}}$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}35}{0{,}936} = 0{,}376 \simeq 0{,}936.$$

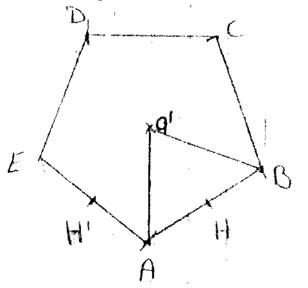
$\alpha \simeq 20{,}5°.$

<u>Projection du polyèdre sur le plan équateur passant par O et les 10 points H,</u> cette projection équivaut à la projection sur l'une des faces. En projetant sur le plan équateur, je ne projette que la partie visible du polyèdre :
Projection de OA : $OA\cos\alpha = 1\cos\alpha = 0{,}936$. En fait, OH est le projeté de OA.
Le rayon de mon cercle sera donc de 0,936. Le côté du pentagone sera 0,7.



$$\sin 36° = \frac{\frac{a}{2}}{O'A} \qquad \sin 36° = \frac{0{,}35}{O'A} \qquad O'A = \frac{0{,}35}{\sin 36°} \simeq 0{,}59$$

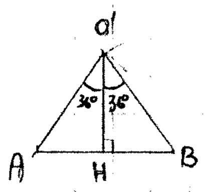
Je considère aussi le pentagone ABCDE. O' est le centre de ce pentagone. L'angle $\widehat{H'O'H}$ vaut donc 72°.



J'appelerai : $AB : a$

$O'A : r$

$O'H : a'$

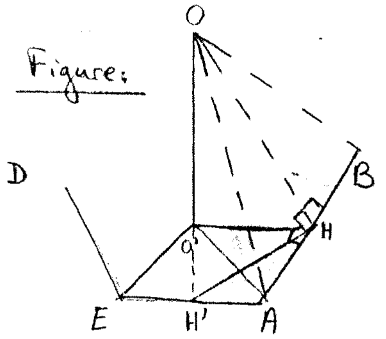


Dans le triangle O'AB

$\text{tg } 36° = \frac{AH}{O'H} = \frac{a}{2a'}$ d'où $a' = \frac{a}{2 \text{ tg } 36°}$

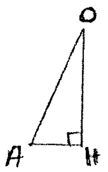
$\sin 36° = \frac{AH}{O'A} = \frac{a}{2r}$ d'où $r = \frac{a}{2 \sin 36°}$

Figure :



Le triangle OAB est isocèle : OB = OA. Donc ~~V~~, comme H est le milieu de AB, l'angle $\widehat{OHA}$ est droit.

• Dans le triangle OHA, d'après le théorème de Pythagore,

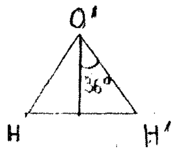


$OH^2 + HA^2 = OA^2$

$OH^2 = OA^2 - HA^2$ OA est le rayon de la sphère

$OH^2 = 1 - \frac{a^2}{4}$ et vaut donc 1.

• Dans le triangle O'HH'



$\sin 36° = \frac{\frac{HH'}{2}}{O'H}$

$\frac{HH'}{2} = O'H \sin 36°$

$\frac{HH'}{2} = a' \sin 36°$

Je sais que $a' = \frac{a}{2 \text{ tg } 36°}$, je remplace :

$\frac{HH'}{2} = \frac{a \sin 36°}{2 \text{ tg } 36°}$ $\frac{HH'}{2} = \frac{a}{2} \cos 36°$

LES FEMMES ET LES MATHEMATIQUES

Edith H. LUCHINS (*)

Que la sous-représentation des femmes en mathématiques soit liée à des facteurs culturels et sociaux est une thèse qui semble gagner de l'audience. On admet que ces facteurs contribuent à décourager les femmes de s'engager dans cette voie ou, pour celles qui y sont, de s'y consacrer complètement. Cependant des échanges avec des mathématiciens, des psychologues, des éducateurs et divers articles suggèrent qu'une attention considérable est prêtée aux facteurs non-culturels et non-sociaux, à ceux considérés comme innés ou du moins résistants aux changements, pour rendre compte de la rareté des femmes mathématiciennes ou des différences selon les sexes en mathématiques.

On cite souvent comme contribuant à la différence selon le sexe dans l'activité mathématique les différences d'aptitudes diverses ou capacités. En particulier, on admet assez largement que les hommes ont une plus grande aptitude spatiale et les femmes une plus grande aptitude verbale. La compilation de cent articles de psychologie générale faite par P.A. Luchins indique que ces deux différences sexuelles sont très souvent citées, leur fréquence venant juste après la différence de force physique. Voici un extrait de cette étude qui porte sur des textes publiés de 1875 à 1975 :

		Cité dans % des textes
. Hommes	- plus forts physiquement	100,0
. Hommes	- meilleure aptitude spatiale	91,3
. Femmes	- meilleure aptitude verbale	82,7
. Hommes	- meilleure aptitude en mécanique	81,7
. Femmes	- plus névrotiques	81,7
. Hommes	- plus à l'aise avec les chiffres	78,8
. Femmes	- meilleures images mentales	75,9
. Femmes	- apprentissage plus précoce du langage	75,9
. Femmes	- meilleure mémoire	75,0
. Hommes	- plus motivé en esthétique	69,2

Des générations d'étudiants et de professeurs, ont eu de tels stéréotypes sur les différences sexuelles fourrés en tête - même lorsqu'aucune donnée scientifique n'existe ! Par exemple, la croyance selon laquelle les femmes sont plus émotives que les hommes était citée dans tous les textes antérieurs à 1960 mais dans seulement 22% de ceux qui ont suivis.

Et dans leur vaste examen des différences sexuelles, Maccoby et Jackin concluent que les différences d'aptitudes spatiales et quantitatives n'ont pas été clairement établies ces dernières années. Lorsqu'elles apparaissent chez les 9-13 ans, c'est en faveur des garçons. Dès l'adolescence, les garçons tendraient à prendre l'avantage sur les filles pour les aptitudes spatiales et quantitatives. Cependant, des études récentes n'établissent pas un net clivage pour les aptitudes spatiales (...)

Comment sont déterminées ces différences sexuelles ? On fait souvent appel à des facteurs innés, spécialement pour l'aptitude spatiale. Ainsi un texte de 1977 sur la psychologie des femmes relève que, des trois domaines où les différences sexuelles sont bien établies, "celui de l'aptitude spatiale semble le plus susceptible d'avoir une composante héréditaire".

UN MARQUAGE CHROMOSOMIQUE ?

Selon une théorie, l'aptitude spatiale serait un caractère récessif porté par le chromosome X. Notons X_1 la présence d'aptitude spatiale, et X_o son absence supposée être un caractère dominant. Si X_1 est récessif, l'aptitude spatiale se manifestera si X_1 est présent et si X_o ne l'est pas. Selon cette théorie, le seul cas où une femme (qui normalement a deux chromosomes X) peut manifester une aptitude spatiale est celui où elle reçoit X_1 de chacun de ses parents. Si elle ne le reçoit que d'un seul d'entre eux, le caractère dominant situé sur l'autre chromosome X l'inhiberait. D'un autre côté, si un garçon recevait X_1 de sa mère, il manifesterait l'aptitude (que sa mère l'ait ou non), puisque sur le chromosome Y transmis par son père, aucun caractère dominant ne pourrait inhiber X_1. Ainsi y aurait-il une probabilité d'aptitude spatiale plus importante chez les hommes. Pour être précis, la moitié d'entre eux devrait la posséder, contre un quart pour les femmes.

La principale difficulté de cette théorie est de considérer l'aptitude spatiale comme une affaire de tout ou rien alors qu'apparemment, il s'agit d'une variation continue. De plus, elle accepte la thèse selon laquelle le facteur est inné, que sa répartition est la même dans toutes les civilisations, et ignore l'effet évident de l'éducation et de la culture sur l'aptitude spatiale. Enfin, aucune preuve irréfutable du bien-fondé de la thèse du chromosome X n'a été avancée dans les récents travaux. Une étude générale sur l'aptitude spatiale, publiée en 1979 assure que :
" l'hypothèse d'un gène récessif lié au chromosome X qui a fourni une tentative d'explication des différences sexuelles dans les aptitudes spatiales et de leur transmission génétique n'est pas prouvée de façon décisive dans les travaux récents" . Une critique publiée en 1980 la rejette, comme non fondée.

L'HYPOTHÈSE HORMONALE

D'autres hypothèses mettent l'accent sur les différences hormonales. L'absence d'hormone femelle (oestrogène) expliquerait la meilleure aptitude spatiale des hommes. Les recherches dans cette voie sont très ambigües. Par exemple, Petersen a étudié la relation entre les effets physiques des hormones et les fonctions cognitives. Il a trouvé que, chez les hommes, les caractéristiques non masculines (androgynes) sont liées à une bonne aptitude spatiale et à une mauvaise expression verbale. Ce n'est pas ce qu'on attendrait de l'hypothèse hormonale. Il semblerait d'ailleurs, selon une autre étude que chez des hommes à fortes caractéristiques masculines, les capacités spatiales soient plutôt faibles. Il serait intéressant d'étudier, ce qu'il advient de ces capacités lors de variations, naturelles ou induites, du taux d'oestrogènes, en période post-menstruelle pour les femmes, par exemple.

DES STRUCTURES CÉRÉBRALES DIFFÉRENTES ?

Les hypothèses les plus répandues font appel à des différences sexuelles dans le fonctionnement du cerveau. Dans un livre à succès relayé par des articles de la grande presse, le neurologue Richard Restak affirme :
" Des recherches récentes en psycho-biologie indiquent qu'un grand nombre des différences selon les sexes pour les fonctions cérébrales sont innées, biologiquement déterminées, et relativement peu sensibles aux influences culturelles ".

Les différences de fonctions cognitives et d'aptitudes spatiales (ou verbales) sont attribuées à une différence de spécialisation, de maturation ou de dominance de l'un ou l'autre des hémisphères cérébraux, en rapport avec la latéra--lisation cérébrale. Plusieurs thèses sont avancées.

Chez la plupart des droitiers, l'hémisphère gauche contrôle la main droite et reçoit l'information du champ visuel droit, l'hémisphère droit ayant un rôle symétrique. L'hémisphère gauche est spécialisé dans le langage et les processus verbaux, tandis que le droit serait le siège de l'information non verbale et des tâches spatiales. Leurs modes de fonctionnement sont aussi considérés comme différenciés : l'hémisphère gauche, apte à l'analyse séquentielle, divisant une tâche en ses composantes et les traitant séparément. le droit favorisant une analyse globale, une approche "Gestalt".

Les femmes sont réputées connaître une spécialisation ou une latéralisation plus précoce ou plus forte que les hommes. La précocité de la dominance de l'hémisphère gauche rendrait compte de leur apprentissage antérieur du langage, de leur prétendue sensibilité précoce à la prononciation, de leur meilleure aptitude verbale et de leur supériorité dans les tâches séquentielles. Parallèlement, leur hémisphère droit semble devenir moins dominant et tend à être inhibé par la gauche. Ceci permettrait d'expliquer ladite faiblesse des femmes dans les aptitudes spatiales. En admettant que nous tendions à favoriser le meilleur hémisphère, ceci rendrait également compte de la préférence des mathématiciennes pour l'Algèbre, plutôt que pour une spécialité où la perception spatiale est plus centrale. (C'est du moins le cas des mathématiciennes de notre étude pour la National Science Foundation).

De nombreuses études concluent que la dominance ou la spécialisation de l'hémisphère droit est plus forte chez les hommes que les femmes. Ceci expliquerait ladite supériorité masculine dans les tâches spatiales qui demandent une approche globale ainsi que l'infériorité masculine dans les performances verbales. De récentes mesures électroencéphalographiques suggèrent que les garçons auraient tendance à user de leur hémisphère droit pour les tâches spatiales alors ques les filles utiliseraient le gauche aussi bien pour les tâches spatiales que verbales. Il en résulterait une sorte d'interférence chez les filles, effet nuisible de l'usage des mots pour la résolution de problèmes spatiaux.

De toute façon, la situation reste ambigüe, pour ce qui est du rôle joué par les différents hémisphères et par les facteurs spatiaux et verbaux pour les aptitudes mathématiques. Nous connaissons tous des mathématiciens qu'une mauvaise aptitude spatiale n'empêche pas de faire du très bon travail. Des branches différentes des mathématiques, l'algèbre et la géométrie par exemple, semblent faire appel à des degrés différents d'aptitude spatiale. Mais en général, les mathématiques font intervenir des processus à la fois spatiaux et verbaux, à la fois analytiques et globaux. Elles devraient alors mettre à contribution les deux hémisphères. Restak, qui explique les différences d'aptitudes spatiales par la différence de latéralisation cérébrale et attribue ces aptitudes à l'hémisphère droit, affirme pourtant que " **l'hémisphère gauche contrôle le langage écrit et parlé ainsi que les capacités mathématiques** " , et présente les mathématiques comme l'affaire de l'hémisphère gauche. Par ailleurs, ce dernier se voit en général attribuer le contrôle des processus logiques, analytiques et rationnels, qui sont surement impliqués en mathématiques. Si les femmes ont un hémisphère gauche plus développé, pourquoi ne sont-elles pas meilleures en mathématiques ?

Deux psychologues, Martha Menick et Nancy Felipe Russo soutiennent que Restak se livre à une revue trompeuse de la littérature. Leur principal argument est le suivant : les études sur les enfants n'ont pas montré qu'un sexe ou l'autre serait plus "visuel" ou plus "auditif". La supériorité verbale féminine n'a été mise en évidence ni en Allemagne ni en Israël. Les différences sexuelles dans l'aptitude spatiale ne semblent pas exister chez les Esquimaux canadiens pour qui elle a une importante fonction de survie. En admettant que les garçons et les filles de notre société montrent une telle différence après l'âge de neuf ans, peut-on négliger l'entraînement des garçons aux tâches mettant en oeuvre ces capacités, à travers leurs jouets et leurs jeux, par exemple ? Cette critique affirme enfin que l'erreur la plus grosse de conséquences commise par Restak est la confusion entre groupes et individus. Erreur qui affecte en particulier ses propositions de réforme scolaire.

L'auteur de cet article estime qu'il y a lieu de s'inquiéter de l'accueil apparemment sans critique que certains mathématiciens et pédagogues font aux prétendues différences sexuelles dans le fonctionnement du cerveau - et aux pratiques pédagogiques que l'on veut fonder sur elles . A la réunion qui s'est tenue à l'Université du Minnesota en Août 1979, un professeur de mathématiques proposa que l'on séparât les classes selon le sexe, avec des méthodes d'enseignement différentes pour les filles et les garçons, tenant compte de leurs différences de fonctionnement intellectuel. De telles propositions semblent négliger le fait que les différences sexuelles invoquées à propos du fonctionnement cérébral ne sont pas clairement établies et que leurs relations avec les aptitudes spatiales, verbales et mathématiques ne sont pas nettes. Bien plus, ni les hypothèses sur les différences ni la recherche actuelle ne contiennent intrinsèquement d'implications pédagogiques. Même si, à l'échelle d'une importante population les femmes montraient une meilleure aptitude verbale et les hommes une meilleure aptitude spatiale , ces tendances générales n'auraient aucune raison de s'appliquer à telle femme ou à tel homme. Et si l'on songe à différencier l'enseignement et le cursus scolaire sur la base de ces aptitudes, pourquoi le sexe serait-il le critère ? Si la seule information sur les étudiants était le sexe, il faudrait se limiter à elle. Mais il doit bien exister des critères plus fins pour juger directement des aptitudes verbales, spatiales et mathématiques et introduire des changements pédagogiques.

L'INFLUENCE DE LA FAÇON D'ENSEIGNER

On a suggéré que les femmes ont été privées des expériences qui développent l'aptitude spatiale. Il est possible qu'une présentation des mathématiques qui mettrait plus l'accent sur les facteurs spatiaux que sur les facteurs verbaux aide les deux sexes, de différentes façons. Il faut procéder à des études nouvelles pour explorer les modifications à introduire dans les méthodes d'enseignement, dans le contenu et le déroulement du cursus scolaire pour prendre en compte les différences éventuelles (pas nécessairement sexuelles) dans les aptitudes mathématiques. Des études évaluant les effets de ces différences sur l'attitude et l'intérêt vis à vis des mathématiques et aussi sur ce qu'on appelle la "façon de penser" sont également nécessaires. Notre travail, qui utilise des problèmes de géométrie plane demandant une visualisation spatiale et synthétique, suggère que les différences sexuelles peuvent être moins marquées que d'autres. Dans une épreuve, les garçons obtiennent 26% de meilleures réponses que les filles, mais les filles bien classées en mathématiques en obtiennent 51% de plus que les autres. Notre expérimentation sur des figures à trois dimensions suggère que les différences sexuelles peuvent être moins importantes que celles provenant de la présentation du problème. Lorsque l'épreuve proposée aux étudiants fut de reconnaître un solide d'après sa description, il apparut que les descriptions non structurelles (qui ne proviennent pas de la division naturelle de la structure du solide) provoquèrent des écarts significatifs entre filles et garçons, à l'avantage de ces derniers. Les descriptions de type structurel éliminèrent quasiment les différences entre les sexes. Cette étude indique qu'il est peut-être plus fructueux de trouver des méthodes d'enseignement structurellement adaptées plutôt que de discuter sur d'éventuelles différences entre les sexes en mathématiques. Plus généralement, la façon de l'enseigner provoque de plus grandes variations dans l'apprentissage que la différence sexuelle.

LES MATHÉMATICIENS TESTÉS

Alors qu'on a observé les aptitudes spatiales d'étudiants depuis plus d'un demi-siècle, on ne sait pratiquement rien de celles des mathématiciens. Voici quelques observations préliminaires faites durant l'été 1979 lors d'une conférence de mathématiques appliquées où les femmes brillaient par leur absence. Un questionnaire portait sur les aptitudes spatiales et aussi sur l'habileté manuelle. On demandait aux participants s'ils se servaient de leur main droite ou de leur main gauche dans différentes situations. Sur trente mathématiciens interrogés, plus d'un quart indiquèrent qu'ils étaient gauchers ou ambidextres (ce qui est un taux supérieur aux 10 à 14% observés dans la population).

Questionnés sur leur aptitude à visualiser des structures spatiales, 93% d'entre eux se qualifièrent de "très bons" ou "bons". Parmi les non-droitiers, 50% s'estimèrent "très bons". Ce taux tombe à 18% chez les droitiers. Les deux tiers du groupe pensent que les aptitudes spatiales leur sont "souvent utiles" en mathématique, et presque un tiers "parfois utiles". Il serait intéressant de comparer les réponses à ces questions données par des spécialistes en mathématiques appliquées, en mathématiques pures, hommes ou femmes, des mathématiciens de diverses spécialités, ou des artistes, des musiciens, qui ont une activité créatrice. Nous avons entrepris un travail pour répondre à quelques unes de ces questions. Il semble indiquer des relations entre le fait d'être gaucher et des facteurs comme le sexe, l'ordre et la saison de la naissance.

La moitié des participants sont nés entre novembre et février. La plupart des chocs prénataux ont aussi lieu dans cette période. De plus, les schizophrènes sans antécédents familiaux sont aussi nés, pour une large proportion, durant ces mois. Et le taux de schizophrènes est relativement élevé parmi les gauchers. Une récente étude utilisant le SCANER a montré une certaine tendance à l'inversion de la dominance normale des lobes cérébraux de droitiers chez les schizophrènes. Une hypothèse avance que la latéralité mixte (i.e une dominance mal tranchée) prédispose à être gaucher et aussi à des problèmes psychologiques comme la dyslexie, les troubles de comportement et la schizophrénie. Peut-être prédispose-t-elle aussi à la créativité en mathématique et dans d'autres domaines. Peut-être s'avérera-t-elle le lien entre la folie et le génie, qu'un certain bon sens populaire rapproche.

Que faire de ces hypothèses ? aussi fascinantes soient-elles, il reste à savoir si elles sont fantaisistes ou non. Poursuivre des recherches dans ce sens permettrait de séparer la réalité de la fiction à propos des mathématiciens en général, et des femmes mathématiciennes en particulier.

(*) American Mathematical Monthly, Vol. 88, n°6.
Adaptation et sous titres de l'Ouvert.

REACTION D'UN NEURO-CHIRURGIEN

Dr Bernard SCHERPEREEL

Au neuro-chirurgien - médecin habitué à cotôyer de près, chaque jour, le système nerveux central- la lecture de ce genre de texte inspire quelques réflexions relatives aux problèmes passionnants des spécialisations hémisphériques cérébrales, mais aussi à l'utilisation abusive de notions scientifiques dans un but de vulgarisation rapide.

I.- Structures cérébrales droite/gauche fonctionnellement différentes ? OUI

A - C'est en fait non pas une spécialisation, ni une dominance d'un côté par rapport à l'autre, mais une façon différente et complémentaire de traiter une même information: à gauche, par l'intermédiaire du langage, à droite sans cet intermédiaire; avec à peine quelques nuances, ce schéma est tout aussi valable pour les droitiers que pour les gauchers; ceci a fait parler depuis quelques années d'un cerveau gauche logique, froid et raisonneur, paranoïque, jouant avec les mots; et d'un cerveau droit artiste, jouant avec les images, émotif et hystérique, mais muet.

B - Mais la séparation des tâches entre les deux hémisphères n'existe pas; il s'agit d'une coopération, parfois même d'une sorte de compétition entre "les mots pour le dire" et "l'image pour l'évoquer".

- d'une part, en raison des liaisons intimes, point par point et région par région, qui existent entre les deux hémisphères, grâce aux innombrables fibres nerveuses (10^{10}) du CORPS CALLEUX, formation nerveuse en pont ou trait d'union entre les deux hémisphères chargée d'envoyer à tout moment à l'hémisphère opposé une copie conforme de l'information qui vient d'être reçue, du traitement instantané de cette information, et enfin de la mise en mémoire de cette information ou du départ en réponse d'un ordre adapté vers la périphérie; le CORPS CALLEUX est ainsi à la fois un photocopieur et un agent des renseignements généraux; la vivacité intellectuelle suppose que chaque hémisphère renvoie ainsi en permanence la balle à son voisin.

- d'autre part, en raison des observations nombreuses et extrêmement précises faites chez des malades ayant subi une section ou une destruction de tout ou partie du corps calleux. Cette situation équivaut donc à supprimer tout ou partie des échanges constants d'informations entre les deux hémisphères; dans ces conditions, on s'aperçoit que le "cerveau droit" peut parfaitement décoder un langage écrit ou faire des associations d'idées basées non seulement sur des images, mais également sur des mots; s'il est muet, le "cerveau droit" n'est pas pour autant analphabète. Dans ces conditions toujours, le "cerveau droit" qui sait le faire, ne sait pas le dire... ou mieux, le cerveau gauche, déconnecté de son voisin, ne peut pas exprimer par des mots au fur et à mesure ce qui est entrain de se dérouler dans l'hémisphère droit.

Bref, chacun des deux hémisphères traite une information donnée d'une manière différente et complémentaire... mais pour revenir au domaine arithmétique, une "acalculie" ou perturbation des capacités de calcul mental simple, s'observera en clinique quotidienne aussi fréquemment pour des lésions cérébrales droites que gauches, que médianes. Et le signe le plus constant des lésions cérébrales est la baisse "globale" d'activités intellectuelles qui commence par un désintérêt.

II.- Latéralisation préférencielle selon le sexe ? NON

Cette notion est simplement fantaisiste; autant chercher à mettre en évidence un centre de la poupée ou un centre du chiffon chez la fillette, un centre des voitures ou des carabines chez le garçon... et de quel côté les placer ?

D'autant plus que le visage traditionnel de l'homme correspondrait plutôt aux "qualités" reconnues à l'hémisphère gauche, l'hémisphère droit cadrant mieux avec "l'éternel féminin"... Toutes notions historiques ou sociologiques, certainement pas neuro-physiologiques.

Restent les utilisations d'examens neurologiques ou neuro-physiologiques dans des buts non avouables; car il ne faut demander à un examen complémentaire, aussi précis soit-il, que ce qu'il peut nous dire.

- Que peuvent révéler des tracés électro-encéphalographiques chez des jeunes gens normaux occupés à un calcul mental ? Rien. Strictement rien. On ne sait même pas à l'heure actuelle où et comment naissent et se propagent les accidents électriques enregistrés par un électro-encéphalogramme !

- Le scanner - quant à lui - est un mode d'exploration infiniment plus moderne et fiable à qui l'on peut beaucoup demander sur le plan anatomique, c'est-à-dire pour mettre en évidence les structures normales ou les lésions cérébrales... mais certainement pas de nous renseigner sur la "latéralisation" hémisphérique cérébrale de l'individu examiné, notion purement physiologique qui n'a aucun base anatomique décelable sérieuse. Et s'il est de bon ton d'estimer qu'il y a à gauche quelques grammes de cerveau en plus qu'à droite, encore faut-il être certain d'avoir bien coupé au milieu !

Autant le cerveau est imprégné en totalité, comme chaque organe, d'hormones sexuelles circulantes dans le sang, autant il est chimérique actuellement, avec les moyens de connaissance des processus intellectuels d'une part, les moyens d'exploration du fonctionnement du système nerveux central d'autre part, de vouloir dissocier un hémisphère masculin d'un hémisphère féminin; à plus forte raison de chercher à décrire une circuiterie neuronale sous-tendant un mode de fonctionnement intellectuel spécifique à chaque sexe.

UN DEBAT PIEGE

Raymond DUVAL

Les femmes et les mathématiques. Voilà un sujet qui pour des raisons diverses peut paraître intéressant ou d'actualité à certains. L'étude psychologique de ce problème passe par une question plus générale : quel lien y-a-t-il entre "aptitude spatiale" et aptitude pour les mathématiques ? Or en admettant que cette question approche bien le problème de la grande différence entre les performances individuelles dans le domaine mathématique, il demeure plus de points d'interrogations que de réponses.

I- QUE CACHE L'EXPRESSION "APTITUDE SPATIALE" ?

Rappelons que la notion d'aptitude est une notion utilisée dans le cadre d'une conception factorielle de l'intellignece. Ce qui est d'abord défini n'est pas une aptitude mais un facteur, c'est-à-dire une application numérique obtenue par la réduction d'une matrice de corrélations entre les notes de plusieurs tests. Par le biais de différentes techniques, on regroupe en quelques catégories, qui sont autant de facteurs, la diversité des performances enregistrées lors de la passation d'une batterie de tests. C'est ainsi qu'El Kouny, recourant à la méthode de la différence tetrade Spearman a distingué outre un facteur général d'intelligence, un facteur spatial. Recourant à la méthode centroīde qu'il avait inventée[1], Thurstone, lui, distinguait huit facteurs primaires qu'il a appelé : Verbal (V) Numérique (N), Vitesse perceptive (P), Mémoire de routine (M), Raisonnement inductif (I), Raisonnement déductif (D), Facilité verbale (W), Spatial ou visualisation (S).

(1) Note de F.Pluvinage : D'un point de vue "analyse des données", il devrait être rigoureusement interdit, de nos jours, d'utiliser un quelconque résultat faisant appel à un facteur spécifique d'une analyse par la méthode centroīde de Thurstone. Seul le facteur général a un sens incontestable. Tout ce qui suit, dans la méthode centroīde, ne tenait qu'à l'absence d'ordinateurs à l'époque. Tout est donc à refaire proprement, avec ordinateurs.

L'identification des facteurs ainsi distingués en verbal ou en spatial dépend du contenu des tests dont le facteur regroupe les performances.
Si les épreuves portent essentiellement sur des vocabulaires, le facteur sera dit verbal ; si les épreuves portent sur des séries de chiffres à compléter, on parle d'un facteur numérique.
Pour comprendre ce que signifie "facteur spatial" il faut donc considérer les tests dits "spatiaux" (tests papier-crayon). Or ceux-ci consistent en une diversité d'épreuves du type :

- Compléter une figure
- Reconnaître une figure donnée parmi des configurations plus complexes
- Développer une surface
- Découper une figure en une suite de figures plus petites
- S'orienter sur une image
- Décrire l'orientation du déplacement d'un mobile à partir de deux images consécutives...

Deux constatations s'imposent. D'une part il n'y a aucune analyse du contenu de la tâche proposée dans chaque épreuve et des types de démarches qu'elle peut susciter de la part des sujets. Ces épreuves sont dites simplement spatiales parce que l'objet présenté est souvent une figure géométrique et non une silhouette humaine ou animale, ou parce qu'il s'agit de repérer le déplacement d'un objet par rapport à une position donnée.
D'autre part, les tests dits "spatiaux" auxquels on recourt pour déceler le facteur spatial ne sont jamais les mêmes d'une étude à l'autre. Rien qu'en 1952 Anderson, Fruchter, Manuel et Worcher ont inventorié 139 tests spatiaux différents !

En réalité on n'a pas pu s'en tenir à la définition d'un facteur spatial. Force a été de le diviser en plusieurs sous facteurs.
Trois selon Thurstone : aptitude à reconnaître un objet présenté sous des angles différents, aptitude à visualiser une configuration rigide lorsqu'elle est déplacée, aptitude à imaginer le mouvement ou le déplacement interne d'une sous figure dans une figure. Et deux selon Guilford : orientation spatiale et visualisation spatiale.

L'existence d'une "aptitude spatiale" comme une composante spécifique de l'intelligence dont on pourrait provoquer la manifestation, ou dont on pourrait évaluer l'importance, n'est pas encore montrée. Parler d'un facteur spatial revient seulement à parler d'un ensemble de performances corrélées sur des tâches dont l'exécution requiert des procédures non clairement dégagées et pas encore classées.

II- DES DONNEES INUTILISABLES

Oublions maintenant les incertitudes et les interrogations qui subsistent sur ce que représente l'"aptitude spatiale" et sur la stabilité de son identification. Admettons que la différence homme/femme soit fermement établie devant cette collection de tâches mettant en jeu la reconnaissance des figures, l'anticipation de leurs transformations, la vision de leur développement dans $\mathbb{R}^3$ à partir d'un faible support représentatif (un dessin). En quoi de telles données apportent-elles un once d'information vis à vis des problèmes évoqués dans l'article : la sous représentation des femmes parmi les mathématiciens et un enseignement commun des mathématiques aux filles et aux garçons ?

La liaison entre aptitude spatiale et talent mathématique au niveau de la recherche et de l'invention n'a jamais été établie sinon par la magie du terme "espace". On n'a jamais cherché si les mathématiciens obtenaient de meilleures performances aux tests dits "spatiaux" que les géographes, les dessinateurs industriels ou les grands couturiers. Et à ma connaissance il n'existe aucune enquête comparative sur les performances spatiales respectives de mathématiciens et de mathématiciennes travaillant dans la même branche des mathématiques.
Dans l'état actuel des choses on pourrait aussi bien rapprocher les moins bonnes performances des femmes aux tests spatiaux et leur sous représentation parmi les compositeurs.

Le problème de l'enseignement des mathématiques au niveau secondaire est un problème très différent du précédent. Et c'est surtout sur des populations scolaires de ce type que s'accumulent les données.

Quelles conséquences faut-il tirer de ces données pour l'enseignement ? Un enseignement différencié pour les garçons et pour les filles ? Pour qu'une telle suggestion soit sérieuse il faudrait déjà que l'on sache comment enseigner les mathématiques sans qu'une toute petite partie seulement des élèves semble en tirer profit ! D'ailleurs pour être cohérent il ne faudrait pas distinguer fille et garçon mais les élèves ayant une exclente aptitude spatiale et les autres : dans le premier groupe il y aurait une petite proportion de filles et dans le second une proportion non négligeable de garçons.

UN DEBAT PIEGE

C'est un débat piégé qui nous est présenté dans l'article "Les femmes et les mathématiques". Que veulent ceux qui s'engagent avec conviction dans un tel débat ? La suppression de la mixité ? Une plus grande égalité entre sexes dans des professions vues (très provisoirement) comme plus nobles que d'autres ? Ou une justification scientifique de différences qui socialement représentent des barrières ou des critères de sélection ?

Peu importe. Ceux qui s'intéressent aux problèmes de l'enseignement n'ont rien à gagner dans cette confusion des plans que ce débat implique ou provoque.

C A N A R D S

par Francine DIENER

Le terme de canard était à l'origine le "petit nom" employé dans notre groupe à Oran(*) pour désigner certaines solutions périodiques de systèmes différentiels du plan dont la forme, avec un peu d'imagination, évoque celle d'un canard. Si de telles dénominations "farfelues" pour des objets usuels sont fréquentes dans une équipe, elles font généralement place, après quelque temps, à des termes plus canoniques (mais moins pittoresques...). Cela n'a pas eu lieu pour les canards, un peu sans doute à cause du casse-tête qu'ils posèrent à leur naissance.

Des raisonnements géométriques simples nous avaient en effet convaincus de la présence de canards dans la famille de systèmes étudiée, pour certaines valeurs d'un paramètre, voisines de 1. Mais toutes les études sur ordinateur ou microordinateur entreprises fournissaient obstinément des tracés de solutions distincts des canards attendus. Cette "chasse au canard" ne prit fin qu'après une étude théorique complémentaire(**) qui permit, entre autres, de préciser le nombre (très grand) de chiffres significatifs nécessaires pour trouver une valeur à canards (voisine de 1) du paramètre.

Le système étudié ci-dessous n'est pas le système original. Pour cette raison, ses canards n'ont plus la forme évocatrice qui leur valut leur nom. Il est cependant l'un des exemples les plus simples de système différentiel du plan où l'on peut mettre en évidence des canards et observer à loisir leurs propriétés.

Quelles sont les caractéristiques et le milieu naturel de ces petits animaux ? Il s'agit de solutions spéciales (plus précisément de trajectoires spéciales dans le plan) de systèmes dit <u>lents-rapides</u> parce que leurs solutions présentent alternativement des phases lentes et des phases rapides. De tels systèmes se rencontrent couramment (le remplissage lent et l'évacuation rapide d'une chasse d'eau est, par exemple, de ce

---

(*) Ce groupe comprend BEBBOUCHI, BENOIT, Van den BERG, CALLOT, DIENER (M. et F.) et SARI (T. et N.)

(**) publiée dans BENOIT, CALLOT, DIENER, DIENER, "Chasse au canard", Collectanea Mathematica XXXI, Fas.3 (1980) type). Pour rendre compte effectivement de tels comportements, il est utile de disposer de nombres de divers ordres de grandeur. C'est G. REEB(*) qui a eu l'idée d'utiliser pour cela l'analyse non-standard. Elle fournit en effet la possibilité de distinguer parmi les réels des nombres infiniment petits, limités, infiniment grands , etc... avec toutes les facilités souhaitables de manipulation. Les canards doivent leur existence à ces facilités nouvelles. Et bien que les tout premiers canards aient été des objets tout à fait non standard , on ne sera pas surpris de les voir apparaître à présent dans un système différentiel standard tel que celui que nous étudions ci-dessous. Cette étude prend ici la forme du récit d'une expérience numérique que l'on peut réaliser facilement à l'aide d'un microordinateur(**). Le résultat est constitué de cinq tracés (Figure 6) qui ont été réduits pour pouvoir être vu simultanément.

1. Présentation du problème

On porte son attention sur l'équation différentielle non linéaire:

(1) $\ddot{x} + \dot{x}^2 + x = 0$

Plutôt que de considérer les graphes de solutions $x(t)$ de cette équation, on préfère généralement, pour avoir une meilleure vue d'ensemble, étudier les courbes

$(x(t), y(t) = \dot{x}(t))$ solutions du système différentiel associé

$$(2) \begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -(x+y^2) \end{cases}$$

L'intérêt se porte alors sur le portrait de phase de l'équation, c'est-à-dire le dessin formé par quelques unes de ses trajectoires représentées dans le plan (x,y) et choisies de telle sorte qu'en examinant ce dessin, il soit possible de déduire le tracé approximatif des autres trajectoires. Généralement, il suffit d'en tracer peu, mais convenablement choi-

(*) G.REEB., Bull. de l'APM; n° 328.

(**) J'ai utilisé pour ma part un HP 9825 avec table traçante, mis à ma disposition par l'Université d'Oran, puis par le Centre universitaire de Tlemcen.

sies, pour avoir une idée du comportement d'ensemble.

La détermination du portrait de phase d'une équation analogue à (1) est un exercice intéressant (et pas toujours facile) mais ce qui l'est beaucoup plus encore, c'est l'étude de l'évolution d'un tel dessin lorsqu'on perturbe légèrement l'équation différentielle. Pour des raisons qui s'attachent à la théorie des canards, on savait l'équation (1) très sensible aux petites perturbations. C'est précisément cette sensibilité que nous avons voulu tester à l'aide du microordinateur. Plus précisément, l'objectif était d'étudier l'évolution du portrait de phase de (1) sous l'effet d'une perturbation du type suivant :

$$(3) \quad \ddot{x} + (\dot{x}+a)^2 + x = 0$$

où a est un paramètre réel supposé petit. Pour cela nous avons fait tracer sur l'ordinateur quelques trajectoires du système différentiel perturbé

$$(4) \begin{cases} \dot{x} = y - a \\ \dot{y} = -(x+y^2) \end{cases}$$

pour les valeurs suivantes de a

$a = 0$, $a = 10^{-8}$, $a = 10^{-6}$, $a = 10^{-4}$ et $a = 10^{-2}$

2. Ce que l'on sait (ou croit savoir) avant l'expérience

Avant de "lancer" le microordinateur pour un calcul de ce type, l'expérimentateur a presque toujours une idée du type de résultat qu'il compte obtenir. Le plus souvent il doit par la suite la remettre en cause (c'est ce qui fait l'intérêt de telles expériences). Mais au minimum cette idée permet, au début de l'expérience, d'éliminer des résultats "farfelus" dus, par exemple, à des erreurs de programme.

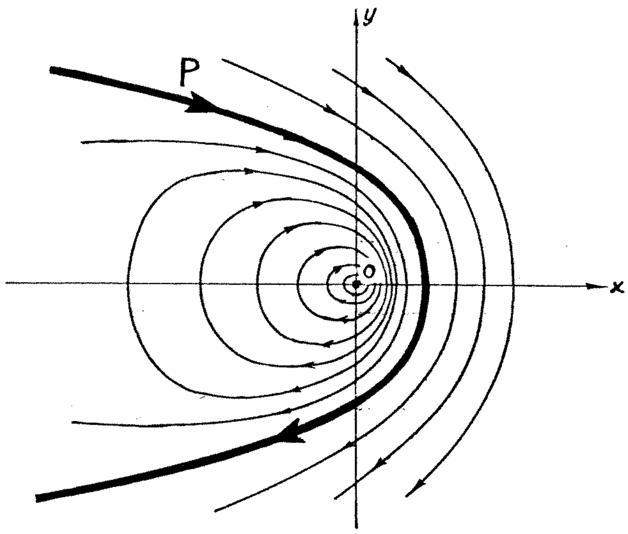
Que savons-nous au départ des portraits de phase étudiés ?

• Cas $a = 0$: dans le cas du système non perturbé, le portrait de phase n'est pas inconnu (figure 1), car le système peut tout simplement être résolu. Si on l'écrit en effet sous la forme :

$$y \cdot \frac{dy}{dx} = -(x+y^2)$$

on reconnait une équation de Bernouilli (ou ici une équation

Fig. 1: portrait de phase de l'équation (1) tiré livre de Andronov (A.A.) Vitt(A.A.)et Khaikin (S.E) "Theory of oscillators" Pergamon Press, 1966. Deux trajectoires jouent des rôles particuliers : le point stationnaire O et la parabole P d'équation $y^2=1/2-x$. A l'intérieur de P les trajectoires sont toutes fermées et entourent O. A l'extérieur, elles contournent P et sont parcourues de haut en bas.



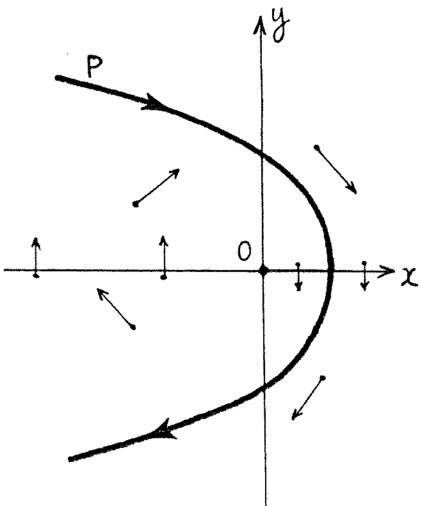


Figure 2

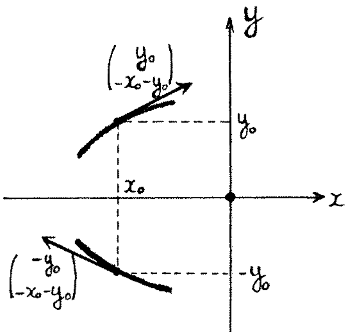


Figure 3

linéaire en y^2) qui s'intègre par les méthodes habituelles. Les trajectoires recherchées ont donc pour équation

$$(5) \quad y^2 = C\, e^{-2x} + 1/2 - x \quad , \qquad C \in \mathbb{R}.$$

Notons cependant que, puisqu'on ne s'intéresse qu'au comportement qualitatif des trajectoires et non à leur position exacte, on peut également déterminer le portrait de phase dans ce cas sans recours à une intégration explicite, grâce à quelques considérations géométriques simples.

On trace tout d'abord le point O et la parabole P d'équation $y^2 = 1/2 - x$ qui correspondent aux deux solutions "évidentes" de l'équation ($x(t) \equiv 0$ et $x(t) = -\frac{1}{4}t^2 + \frac{1}{2}$)
On note que sur l'axe $y = 0$, les trajectoires présentent une tangente verticale et qu'elles montent ou descendent et sont dirigées vers la droite ou la gauche selon qu'elles sont contenues dans l'une des quatre régions délimitées par la droite $y = 0$ et la parabole P (Figure 2). Enfin, et c'est la remarque la plus importante, on observe que les trajectoires sont symétriques par rapport à l'axe $y = 0$. Le portrait de phase cherché résulte immédiatement de ces quelques remarques.

• Cas $a \neq 0$: le cas du système perturbé (4) ne semble pas avoir été étudié jusqu'ici. Notons tout d'abord que l'intégration explicite ne peut se généraliser, pas plus que les considérations de symétrie invoquées ci-dessus. Il n'est donc pas facile de prévoir ce qui va changer dans le dessin lorsque a sera non nul. On peut toutefois s'assurer que le système perturbé possède, comme le système initial, un unique point stationnaire, voisin de 0 pour a petit. Par contre rien n'indique la présence lorsque $a \neq o$ d'une trajectoire particulière jouant, comme P, le rôle d'une séparatrice. Par ailleurs, on peut prévoir, sans grand risque d'erreur, que les trajectoires fermées vont se transformer en spirales, de pas d'autant plus fins que a est petit. De fait une étude locale des trajectoires au voisinage du point stationnaire, utilisant l'approximation linéaire du système, révèle, pour a voisin de 0 et x et y assez petits, des spirales s'enroulant vers le point stationnaire ou au contraire se déroulant, selon le signe de a. Quant au comportement global, s'il est certain(*) que, pour a suffisamment petit, le déplacement des trajectoires doit rester faible, la difficulté principale vient de ce qu'on ignore à quels ordres de grandeur correspondent les locutions "suffisamment petit" ou faible. Par exemple, est-il raisonnable de penser qu'une variation de a de quelques centièmes ou millièmes entraine un déplacement des trajectoires de quelques millimètres ou s'agira-t-il plutôt de centimètres ?

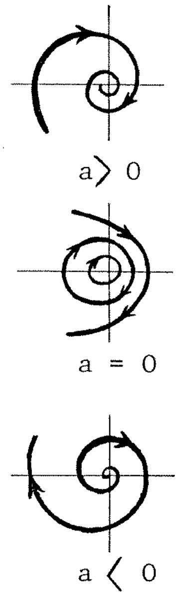


Fig. 4

(*)En vertu des théorèmes classiques de dépendance continue par rapport au paramètre

3. Résultats numériques

On confie à présent le soin à un microordinateur muni d'une table traçante (ou d'un écran) de déterminer quelques trajectoires du système (4) pour diverses valeurs de a. On utilise pour cela un programme élémentaire d'intégration pas à pas, utilisant l'algorithme de Runge-Kutta (voir encadré). On choisit de tracer les trajectoires issues des points des droites $y = +5$ (intégration dans le sens direct ($h > 0$)).
$y = -5$ (intégration à reculons ($h < 0$)) et $y = 0$ ($h > 0$ et $h < 0$) d'abscisses respectives -11, -9, -7, -5, -3 et -1. Avec l'ordinateur utilisé, le temps nécessaire pour tracer une trajectoire dans les limites de la figure est de une à deux minutes.

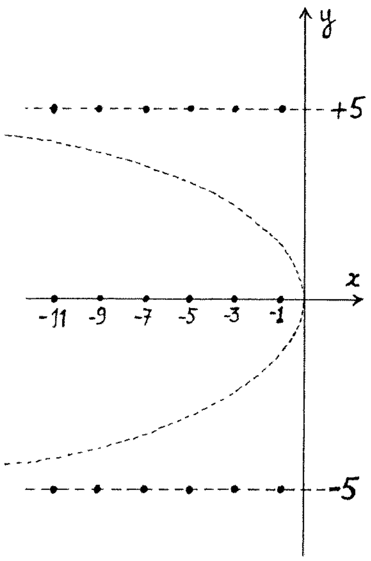


Figure 5

ALGORITHME DE RUNGE-KUTTA	Il existe de nombreux algorithmes permettant de déterminer pas à pas une solution approchée d'une équation différentielle. L'un des meilleurs et des plus courants est du à Runge et Kutta. Dans le cas d'une équation différentielle du 2e ordre du type $\ddot{x} = f(x,\dot{x})$, on procède de la façon suivante: on choisit un pas $\Delta t = h$ (par exemple h = 0,01) et une condition initiale $x(0) = x_o, \dot{x}(0) = y_o$. Et on calcule successivement (x_1,y_1), $x_2,y_2),\ldots$ de la manière suivante :

On pose :

$$k_1 = h\ f(x_i,y_i)$$
$$k_2 = h\ f(x_i + hy_i/2 + hk_1/8,\ y_i + k_1/2)$$
$$k_3 = h\ f(x_i + hy_i/2 + hk_1/8,\ y_i + k_2/2)$$
$$k_4 = h\ f(x_i + hy_i + hk_3/2,\ y_i + k_3)$$

puis :

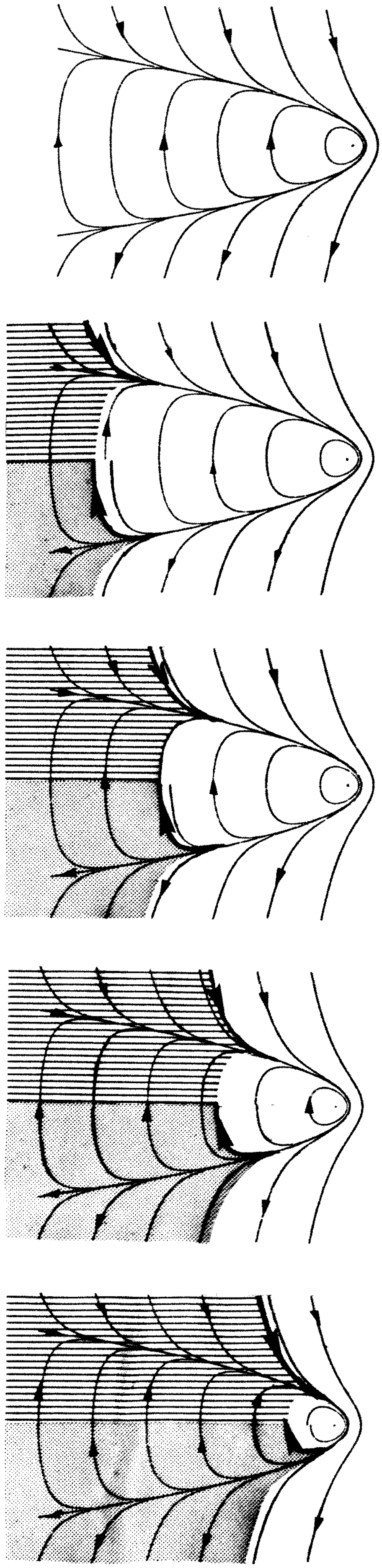
$$x_{i+1} = x_i + h(y_i + (k_1 + k_2 + k_3)/6)$$
$$y_{i+1} = y_i + (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)/6$$

La figure 6 montre les cinq tracés obtenus . Les valeurs de a choisies sont toutes positives ou nulles car les tracés correspondant à des valeurs négatives s'en déduisent facilement par symétrie par rapport à l'axe y = 0 et inversion du sens de parcours. Qu'observe-t-on sur ces tracés ?

(voir pages suivantes)

1) le fait remarquable est l'apparition, lorsque $a \neq 0$, de deux zones dépendant de a. Une zone située à droite où le comportement des trajectoires ne varie quasiment pas avec a : on peut même vérifier que les trajectoires de cette zone, pour $a < 0,01$, se superposent parfaitement (sauf celles qui sont trop proches de la frontière avec la deuxième zone). La zone située à gauche (ombrée ou hachurée) est constituée de deux <u>entonnoirs</u> (Figure 6). Ils forment un <u>rideau</u> qui se referme progressivement jusqu'à recouvrir toute la parabole.

Figure 6



$a = 0$

$a = 10^{-8}$

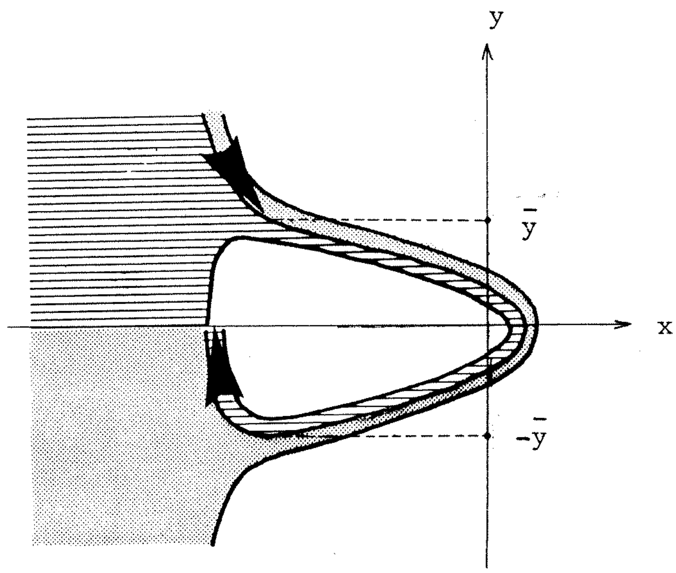
$a = 10^{-6}$

$a = 10^{-4}$

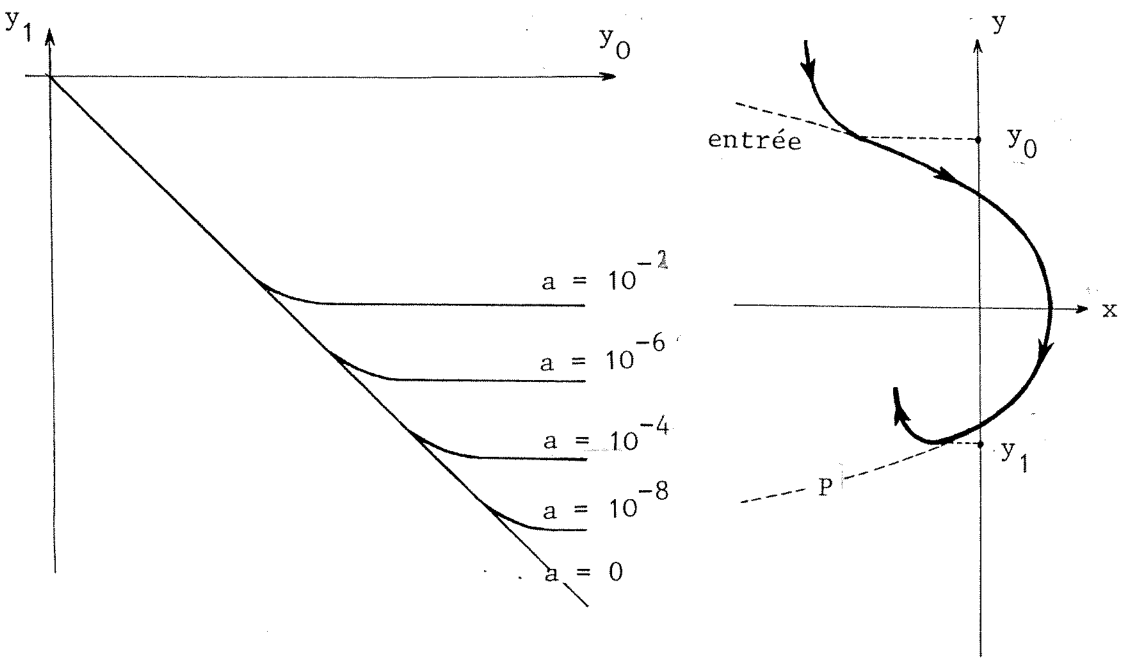
$a = 10^{-2}$

Les cinq tracés. Sur le premier tracé on voit que la réalité est bien plus caricaturale que la figure 1. Il apparait que les courbes d'équations (5) sont si proches les unes des autres lorsqu'elles longent la parabole P qu'elles semblent confondues (mais ne le sont évidemment pas). Malgré cela, il est facile de suivre le tracé de chaque trajectoire car on sait qu'elles sont symétriques par rapport à l'axe horizontal. Les trajectoires sont des canards parce qu'elles longent tout d'abord la partie supérieure de P qui est attractive puis la partie inférieure qui est répulsive. On peut aussi évaluer sur ce tracé et les suivants la fonction, dite entrée-sortie (figure 8), en mesurant l'ordonnée du point où une trajectoire vient se confondre avec P et en lui associant celle du point où elle s'en écarte à nouveau. Pour $a = 0$, cette fonction est tout simplement une symétrie.

Sur les tracés suivants apparaissent les entonnoirs (figure 7). Le premier (hachuré) est constitué des trajectoires, venant se confondre avec P en des points d'ordonnée supérieure à une ordonnée critique $\bar{y}$ et qui s'en séparent toutes à peu près au même point d'ordonnée $-\bar{y}$; le second (ombré) est constitué des trajectoires venant se confondre avec P à proximité du point d'ordonnée $\bar{y}$ pour la quitter en l'un des points d'ordonnée inférieure à $-\bar{y}$. En dehors de ces deux entonnoirs le portrait de phase est quasi inchangé par rapport au cas $a = 0$. Ces deux entonnoirs constitutent le rideau qui vient progressivement, lorsque a augmente, recouvrir toute la parabole. Ce mouvement de rideau se traduit, au niveau de la fonction entrée-sortie, par l'apparition d'un palier qui, en s'agrandissant, transforme progressivement cette fonction en une fonction constante.



<u>Fig 7</u> : Les deux entonnoirs et leur goulot (hachuré et ombré). Les trajectoires n'appartenant pas à ces entonnoirs sont quasi inchangées par rapport au cas a = 0 (presque symétriques par rapport à l'axe horizontal).



<u>Fig 8</u> : La fonction entrée-sortie

2) Un autre fait remarquable est la très grande brutalité du phénomène: entre a = 0 et a = 10^{-8} par exemple, le comportement des trajectoires issues de points situés dans les entonnoirs varie du tout au tout (plusieurs centimètres sur les portions de trajectoires tracées). De même il suffit d'une variation de 0 à 0,01 de a pour que le rideau se referme de l'infini jusqu'à proximité du sommet de la parabole. Lorsque le rideau est complètement fermé, il n'existe plus de canards, c'est-à-dire de trajectoires qui suivent d'abord la partie attractive de P puis sa partie répulsive: on dit que les <u>canards ont la vie brève</u>.

3) Le comportement caricatural des trajectoires, qui semblent se confondre passagèrement les unes avec les autres, peut surprendre au premier abord. Il provient en fait de l'extrême croissance de la fonction exponentielle, toujours difficilement concevable (on s'en convainc par exemple en réexaminant attentivement l'équation des trajectoires (5) dans le cas où a = 0). Un tel comportement pourrait cependant jeter un doute sur la validité des résultats numériques obtenus. En effet dans une région où un grand nombre de trajectoires passent très proches les unes des autres, une erreur numérique, même petite, pourrait avoir des conséquences graves. Cependant la fidélité du tracé pour a = 0 permet de se rassurer au moins dans ce cas; en particulier le tracé des trajectoires situées dans la parabole et qui sont fermées est effectivement celui d'une courbe fermée. De plus, nous verrons au paragraphe suivant que les résultats théoriques viennent également confirmer les tracés obtenus pour a $\neq$ 0. Ceci n'est pas surprenant car la précision des calculs (10^{-12} pour l'ordinateur utilisé) est bien supérieure à celle du trait de crayon feutre.

4. Intervention de l'analyse non standard[1]

L'un des intérêts de l'étude numérique présentée ici vient de ce que les phénomènes observés peuvent être expliqués par une étude non standard de l'équation étudiée (en fait, dans le cas présent, l'étude non standard avait précédé

(1) L'étude non standard évoquée ici est tirée de "les canards de l'équation : $\ddot{y} + (\dot{y}+a)^2 + y = 0$". F.DIENER, Publ. IRMA (1980)

l'expérience dont l'objectif fut, en réalité, de tester les résultats obtenus).

A priori, on ne voit pas très bien où peut intervenir l'analyse non standard dans ce problème. Le petit raisonnement suivant y conduit naturellement : tout d'abord, notons que les phénomènes observés apparaissent pour des valeurs très petites de a. Il est donc naturel de s'intéresser aussi à des valeurs infiniment petites non nulles. Mais dans ce cas, quelque soit la valeur infiniment petite choisie, la modification du tracé, par rapport au cas a = 0 est imperceptible. En effet, on sait[1] que lorsque deux systèmes différentiels (presque standard) sont infiniment voisins, leurs trajectoires respectives, issues du même point, restent infiniment voisines (dans toute partie limitée du plan, c'est-à-dire, pourvu qu'elles n'atteignent pas des points de coordonnées infiniment grandes). Deux dessins correspondant respectivement à a = 0 et a infiniment petit seront donc quasi identiques dans la partie visible du plan. Par contre, rien n'exclut qu'ils diffèrent nettement en des points de coordonnées infiniment grandes. Compte tenu de la disposition de la parabole, il est probable que, s'il existe des comportements intéressants lorsque a est infiniment petit, ils se produisent en des points d'abscisse grande et négative. Or l'étude numérique montre que, pour a petit, c'est précisément dans cette région que des phénomènes apparaissent. Ceci conduit à l'idée d'aller examiner de plus près ce qui se passe en de tels points infiniment éloignés. Pour cela, on utilise un macroscope[2] : on se donne un réel infiniment petit positif ε et on considère le changement d'échelle

$$X = \varepsilon x$$

Il permet de voir à distance non infiniment grande des points dont l'abscisse était de l'ordre de $\frac{1}{\varepsilon}$. De plus, pour ne pas changer la forme de la parabole P, on pose

$$Y = \sqrt{\varepsilon}.y$$

On est ainsi amené à étudier un système différentiel non standard

(1) C'est un résultat facile à admettre car il est très naturel. Il est connu sous le nom de Lemme de l'ombre courte (voir la thèse de l'auteur, Strasbourg, 1981)

(2) voir "Etude qualitative de systèmes différentiels: une approche basée sur l'Analyse Non Standard". A.TROESCH, Thèse, Strasbourg, 1981.

(puisque ε est infiniment petit), image de (4) par le macroscope :

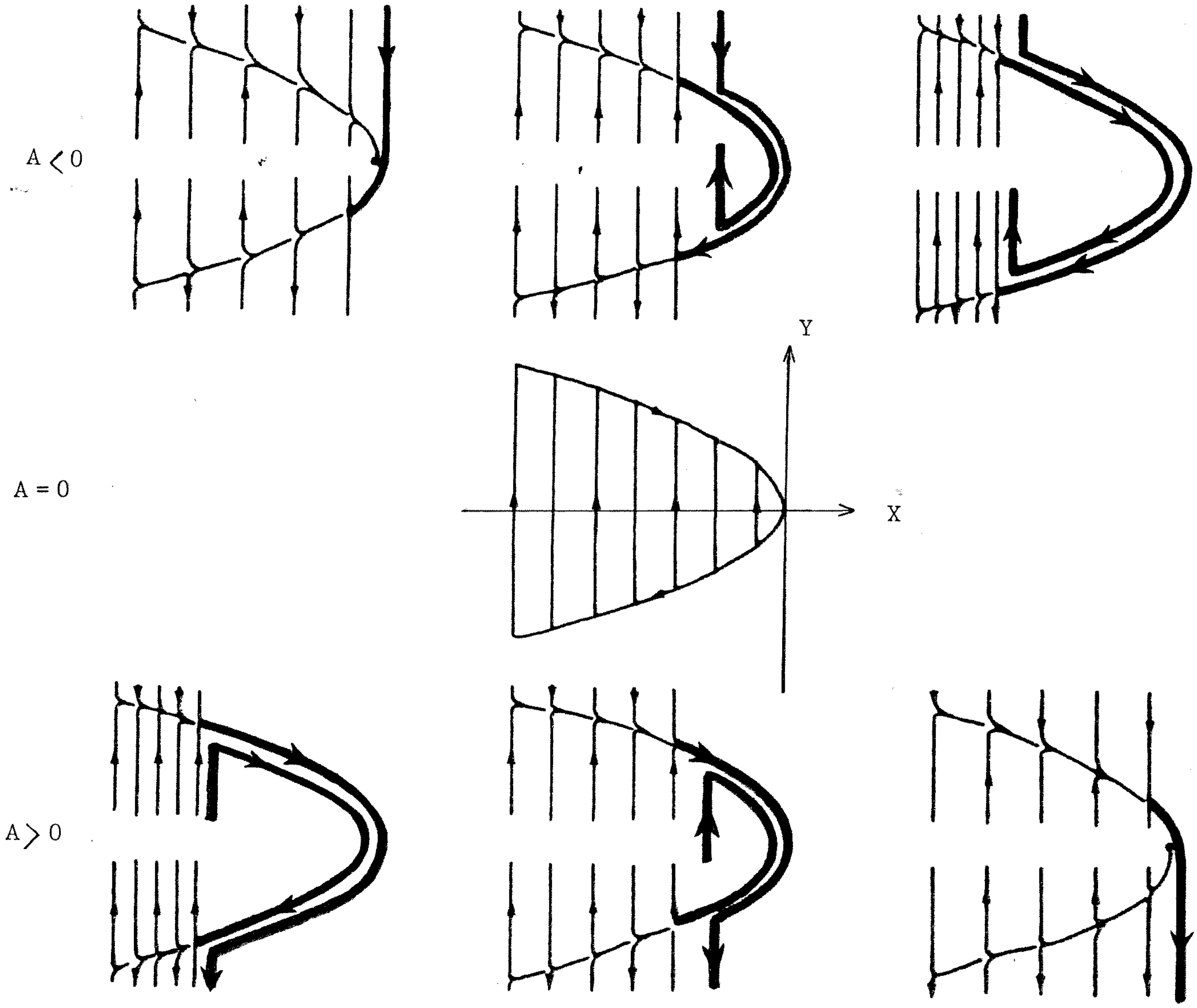
$$(6) \qquad \begin{cases} \dot{X} = Y - A \\ \dot{Y} = -\frac{1}{\varepsilon}(Y^2 + X) \end{cases} , \text{ avec } A = \sqrt{\varepsilon}\,.\,a$$

Le portrait de phase d'un tel système a un aspect très caricatural : les trajectoires sont en effet constituées exclusivement de portions quasi verticales et de portions longeant d'infiniment près la parabole Π d'équation $X = Y^2$. En particulier l'image de P à cette échelle (qui a pour équation $X = Y^2 + \varepsilon/2$) est une parabole infiniment proche de Π . C'est cet aspect caricatural (tenant au fait que ε est infiniment petit) qui rend possible une étude exhaustive de ces portraits de phases, pour toutes les valeurs limitées de A. Pour cela, les comportements étant évidents aux points non infiniment proches de Π, il suffit d'utiliser un microscope convenable (on pose $Z = \left[\frac{Y^2 + X}{\varepsilon} - 1/2\right]^{[\varepsilon]}$) pour "démêler" la situation à proximité de Π. L'examen des trajectoires à travers ce microscope permet de déduire facilement leurs comportements selon les valeurs de A (figure 9). Sur ces dessins, on retrouve les deux entonnoirs formant rideaux et le mouvement de fermeture de ce rideau lorsque A croît. On peut, plus précisément, calculer l'ordonnée critique $\bar{y}$ en fonction de A par la formule suivante

$$A = \exp\,(2\bar{y}^2 / \varepsilon)$$

Il est intéressant de noter que cette formule fournit, pour $\varepsilon = 1$, une excellente approximation de la valeur expérimentale de $\bar{y}$ tirée des tracés numériques (figure 6).

Figure 9 : évolution du portrait de phase du système (6) lorsque A croit. Les "goulots" d'entonnoirs qui se longent d'infiniment près ont été représentés distincts pour plus de clarté.



LE COIN DES "CHERCHEUX" ET DES "CURIEURS"

Georges GLAESER

En deux siècles, l'enseignement des mathématiques a complètement changé de visage. Et il est fort instructif, pour un professeur, de comtempler le chemin parcouru.

Les vieux manuels, cahiers, travaux d'élèves, photographies prises en salle de classe etc... sont des témoignages précieux sur ce qui se faisait effectivement en mathématique dans le passé.

Et il arrive de temps en temps qu'une caisse de vieux documents, traînant dans un grenier ou dans une cave, soit jetée aux détritus par des personnes ne pensant pas que ces vieilleries puissent présenter un quelconque intérêt. D'ailleurs ces reliques n'ont en général aucune valeur marchande.

Depuis cinq à six ans, la bibliothèque de l'I.R.E.M. collectionne ce genre de textes. Nous possédons déjà une vingtaine de manuels antérieurs à 1900, et nous constituons un album de photographies scolaires. Par contre, nous possédons peu de cahiers, devoirs ou brouillons d'élèves qui témoigneraient de l'activité réelle en classe de mathématique.

Chacun peut nous aider, en participant à la collecte : vos grands parents, voire vos arrière-grands parents peuvent avoir conservé des souvenirs scolaires , vous avez peut-être des amis qui possèdent une vieille maison, épargnée par les guerres, et dont le grenier est propice à la chasse aux trésors.

> On peut nous faire don de documents originaux.
> On peut nous les prêter pour que nous puissions les reproduire, en entier ou en partie.

Si le document possède une valeur marchande, nous pourrions éventuellement l'acquérir.

Nous nous intéressons aussi aux livres en langues étrangères, et aux livres portant sur d'autres matières que les mathématiques.

Archéologues de l'enseignement des maths, en avant !

UN EXEMPLE DE TROUVAILLE

Henri PESTALOZZI créa une école pour enfants indigents, en 1798, à Nidwalden (près de Zurich), nous apprennent les historiens.

Le document ci-dessus apporte un éclairage sur cette école, sans lequel on pourrait se méprendre sur ses caractéristiques!

NI RIRE, NI PLEURER, MAIS COMPRENDRE (SPINOZA)

Ce qui fut improprement appelé rapport Schwartz est en réalité un chapitre de l'épais rapport remis au gouvernement par la commission confiée à M. Bloch-Lainé, et dont la mission était de faire le bilan de "la France en Mai 1981". Ce rapport comporte cinq volumes (*).

Laurent Schwartz -il s'agit du mathématicien- s'est contenté d'enrichir le dit rapport de "quelques réflexions" après le chapitre consacré au bilan détaillé du système scolaire.

Trois points sont abordés.

1. "La formation très insuffisante des enseignants des collèges"
2. "Les mathématiques modernes"
3. "La sélection sociale par les classes de C dans les lycées"

Si le premier point est le plus développé, il faut souligner que c'est le seul à avoir suscité des réactions publiques. Les deux suivants ont été passés sous silence .(**)

La plus véhémente fut celle du S.N.I., ce qui ne saurait surprendre après lecture. Les autres syndicats d'enseignants se sont montrés plus modérés.

Nous avons tenu à publier quelques passages parmi les plus significatifs du premier point, afin que chacun puisse juger sur pièce ces réflexions d'un homme éminent, et qui ne cache pas ses engagements. Si la critique du fonctionnement de l'école est au vitriol, si nombre d'entre nous ne manqueront pas d'avoir "mal au métier" à cette lecture, on ne pourra accuser Laurent Schwartz de démagogie. Plaire n'est pas son mot d'ordre !

(*) publiés par la Documentation Française

(**) L'Ouvert en publiera prochainement quelques extraits

I- "La formation très insuffisante des enseignants de collèges"

L'état de l'école primaire est assez brièvement évoqué :

> "Les instituteurs exercent bien et avec dévouement leur métier, mais beaucoup moins bien qu'autrefois".

La réserve de ce jugement tient au faible niveau de connaissance constaté chez certains instituteurs en formation, ou recrutés "précipitamment" lors du baby-boom d'après 45.

L'état des collèges est plus détaillé :

> "La réforme Haby a été appliquée avec une très grande brusquerie, sans préparation psychologique ni pédagogique des enseignants, sans les moyens pédagogiques et matériels nécessaires. Le rapport général montre comment elle a, en fait, échoué en grande partie dans ce qui était son but fondamental : donner à tous les enfants une formation culturelle valable jusqu'à 16 ans. Une partie importante des enfants redoublent le C.P. de l'école primaire et ne savent pas lire à la fin de cette première année. (...)
> Les enseignants de collège n'arrivent pas à établir la communication avec eux, ils restent isolés dans leur univers en dehors de la classe, s'ennuient profondément, et quittent le collège le jour même de leurs 16 ans. Ils constituent 15 à 25 % de la classe d'âge. Ils sont évidemment le plus souvent d'origine socio-professionnelle très défavorisée. Dans les collèges qui conservent des classes ultra hétérogènes, où voisinent des enfants doués et rapides et des enfants défavorisés, la classe est très difficile à faire, et beaucoup des enseignants en ont reçu un choc et sont encore traumatisés (de nombreuses lettres reçues nous le prouvent). Dans environ la moitié des collèges, les principaux organisent en fait des classes de niveau, avec une sélection modérée, et rendent ainsi les contradictions moins criantes. Les classes de soutien et d'approfondissement n'existent vraiment que dans une minorité des collèges."
>
> "Je voudrais parler ici seulement de ce qui a été le plus grand manquement des gouvernements des années précédentes, l'insuffisance très grave de la formation des enseignants des collèges."

Le brulot est abordé après quelques rappels sur la situation antérieure à la division collèges-lycées :

> "Il y a deux sortes d'enseignants dans les collèges, on devrait dire deux populations d'enseignants, complètement différentes ; d'une part les certifiés ou agrégés, comme dans les lycées, d'autre part les P.E.G.C., professeurs d'enseignement général des collèges, formés de façon complètement différente, un peu comme les instituteurs. La plupart des P.E.G.C sont d'anciens instituteurs, à qui on a donné une formation complémentaire, une minorité sont des étudiants d'université ; ils subissent cette formation complémentaire (connaissance et pédagogie) dans les centres régionaux de

de formation des professeurs de C.E.G., où ils sont salariés. Ces centres de formation sont très fermés, il est difficile de juger correctement ce qu'on y fait. La formation pédagogique est probablement bien soignée. Mais, en ce qui concerne les connaissances, les futurs P.E.G.C. (après) l'examen de 1ère année d'un DEUG (...) ne passent qu'un examen interne, le C.A.P.C.E.G. pas celui de l'université ; cet examen interne est dirigé par un jury de 4 personnes, 2 professeurs d'Ecole Normale, 1 P.E.G.C., 1 Universitaire, souvent remplacé par un P.E.G.C. ; le P.E.G.C. n'est pas toujours au niveau de l'examen, les Professeurs d'Ecole Normale sont compétents, mais tout se passe "en famille", avec parfois un très grand laxisme, l'universitaire présent a très peu d'influence. En cas d'échec, des problèmes de remboursement du salaire perçu antérieurement se posent, et la pression syndicale pour la générosité est forte. Le nombre des reçus dépasse en général 80 % et sur ceux-là, une bonne partie est d'un niveau vraiment faible. Il faut dire qu'on oblige les P.E.G.C. à être bivalents, à connaître deux disciplines à les enseigner ; il n'est pas raisonnable d'imaginer que des étudiants ou des instituteurs puissent convenablement préparer en 2 ans l'équivalent de deux matières très différentes de DEUG universitaires, c'est donc forcément bâclé et laxiste.(...) Mais en outre, il y a des P.E.G.C. qui sont des instituteurs intégrés, c'est-à-dire choisis sur dossier, sont nommés élèves-P.E.G.C., ont un an de formation complémentaire interne, et sont définitivement P.E.G.C. bivalents (parfois, mais pas toujours, après une épreuve interne de C.A.P.C.E.G. dans une seule de leurs deux matières). Ceux-là quelles que soient leurs capacités pédagogiques, comme instituteurs, ont souvent une compétence très faible dans les matières à enseigner. Nous avons reçu plusieurs lettres de ces P.E.G.C., anciennement bons instituteurs, qui montrent que les cas scandaleux ne sont pas des exceptions marginales ! De bivalents, les P.E.G.C. ont rapidement été considérés comme polyvalents, on donne à enseigner n'importe quoi à n'importe qui ! (...)
Lors de l'introduction de la physique en 6e (réforme Haby), moins du tiers des enseignants avaient fait de la physique (en dehors de leurs années de lycée, bien anciennes) ; lors de l'introduction de l'économie dans l'enseignement secondaire, on a demandé aux professeurs d'histoire de l'enseigner ; une sorte de machine folle, emballée, s'est mise à tourner ! (...)
Un maître auxilliaire, à poste précaire, donc toujours menacé d'être licencié ou envoyé loin, acceptera souvent, pour garder son poste et rester là où il est, d'enseigner n'importe quoi. De nombreux Maîtres auxilliaires possédant une licence, mais une licence de la période universitaire des années laxistes, donc de bas niveau, ont été intégrés P.E.G.C., pour un enseignement bivalent, parfois dans des matières sans rapport avec leur licence. Les instituteurs intégrés ne sont pas du tout forcément les moins bons cas, et j'en ai personnellement connu d'excellents ; on a choisi les meilleurs instituteurs, ils ont donc au moins de bonnes qualités humaines et pédagogiques, et souvent au moins ne disent rien de ce qu'ils ne connaissent pas, alors que certains Maîtres (en particulier certains Maîtres auxiliaires), ayant une licence bâclée ou non adaptée à ce qu'ils enseignent, disent n'importe quoi sur ce qu'ils ne connaissent pas. L'arrivée d'un professeur certifié ou agrégé dans un collège provoque une déqualification d'un ou plusieurs P.E.G.C. : si le nouvel arrivant est certifié d'histoire, on lui confiera donc les enseignements d'histoire de plusieurs classes ; un P.E.G.C. qui enseignait français et histoire perdra alors l'histoire, mais il est bivalent, on lui fera enseigner français et mathématiques,

même s'il n'a pas été formé en mathématiques ! Inversement, si un bon instituteur d'école élémentaire est intégré P.E.G.C., il quitte l'élémentaire, les intégrations baissent le niveau de l'Ecole élémentaire !

Suivent quelques statistiques portant sur l'effectif des professeurs en 1980 : 58 % d'entre eux sont des P.E.G.C. Leur répartition est détaillée :

"(...) Ensuite le décret Haby de 1975 a décidé le recrutement en 5 ans de 32.300 P.E.G.C. parmi les instituteurs ; 8.300 sont des maîtres auxiliaires, ayant le niveau d'un DEUG, 17.600 sont d'anciens instituteurs spécialisés (des anciennes filières III, difficiles), qui sont en général de très bons pédagogues, mais n'ont guère plus d'une année de formation postbac, 6.400 sont des instituteurs ayant enseigné au moins 4 ans dans des collèges, n'ayant pas plus que le Bac (et pas forcément celui de la matière dans laquelle ils enseignent) ; il faut ajouter, à la suite d'un décret d'intégration du 28 mai 1977, 1.300 instituteurs ayant le niveau du DEUG, 300 celui de la 1ère année du DEUG, 1.300 celui du Bac ; en tout (...) 82.900 dont 24.700 (soit 17 % des enseignants des collèges) n'ont pas plus que la formation du Bac (et pas forcément le Bac de la matière où ils enseignent !)."

Des données locales recueillies par les I.R.E.M., viennent confirmer le constat :

"(...) Dans l'Académie de Strasbourg en 1976 pour l'enseignement des mathématiques dans les collèges, 30 enseignants sur 800 ont pour toute formation un Bac A (littéraire) ; et 30 % n'ont que le baccalauréat ou la première année d'un DEUG. Autrefois, les enseignants de la 6e à la terminale étaient licenciés, sinon agrégés. On ne peut pas toujours regretter le "autrefois" ; mais quand même, l'université avait, les dernières années, de nombreux candidats au CAPES et à l'agrégation, et on baissait le nombre de postes offerts ! Nous nous sommes forcés à écrire froidement ces chiffres, sans colère apparente, mais ils sont accablants ! On a appelé cette partie de la réforme Haby de 1975 (le cadeau de 32.300 postes de P.E.G.C. aux instituteurs pour 1975-80) la réforme Peter. On connaît le principe de "Peter" qui dit que tout individu occupe le métier correspondant à son premier niveau d'incompétence ; en effet, tant qu'il est compétent, il est régulièrement promu ; dès qu'il atteint son premier niveau d'incompétence, il cesse d'être promu, mais il reste à son poste et occupe donc tout le reste de sa vie un poste à premier niveau d'incompétence. Il fallait donner aux instituteurs des promotions et une carrière, qu'ils méritaient amplement ; il était anormal, pour les promouvoir, de les faire enseigner dans des collèges".

Quels principes suivre pour la promotion d'un enseignant ?

"Convenons de dire qu'un enseignant est scientifiquement bien formé (scientifiquement s'entend ici au sens du savoir, il est relatif à toutes les disciplines , sciences exactes, français, langues, histoire, gymnastique, etc...) s'il domine complètement ce qu'il doit enseigner ;

il est pédagogiquement bien formé s'il sait transmettre son message et enseigner une chose qu'il connaît très bien. Ces deux qualités ont souvent une corrélation, mais à sens unique, "ce qui se conçoit bien s'énonce clairement" ; un enseignant scientifiquement apte peut échouer terriblement pour des raisons pédagogiques (nous avons tous connus des exemples), mais, dans la majorité des cas, après quelques années d'expérience, il aura acquis une certaine pédagogie ; un enseignant ignorant les matières à enseigner, si pédagogue soit-il, n'y parviendra pas, et il peut lui être très difficile de les apprendre tout seul."

Laurent Schwartz remarque la grande inégalité qui règne entre les collèges, selon le choix des professeurs, l'implantation géographique, rendant illusoire "l'égalité des chances" :

"Le fait de pouvoir, plus tard, continuer au-delà du collège, le fait de pouvoir choisir le Bac C ou non, le fait de pouvoir ou pas entrer à l'université ou dans une grande école, dépend, à classe sociale égale, en très grande partie des professeurs que l'enfant aura eus au collège, donc du collège dans lequel il aura fait ses études. Telle est "l'égalité des chances" que nous apporte l'ensemble de la réforme obligatoire jusqu'à 16 ans, par suite du recrutement, et de la formation insuffisante des maîtres. Des enfants des couches les plus défavorisées restent, au collège, "incommunicables". Dans les milieux les plus favorisés, surtout sur le plan culturel, on est informé de la situation ; des dérivatifs et détournements divers sont trouvés, permettant d'accéder aux bons collèges, situés dans des lycées, et aux bons maîtres. Parfois les parents déménagent, parfois les enfants "se font loger" ailleurs. Plus simplement, les enfants peuvent choisir des langues "rares", le latin, l'allemand, le russe, qu'on ne peut apprendre que dans de bons collèges ; une fois que les enfants sont au lycée, ils peuvent abandonner le latin. Les parents peuvent aussi envoyer leurs enfants dans l'enseignement libre pour la durée du collège. Il n'y a pas lieu d'ironiser sur ces "trucs". Les parents ont le droit moral, et même le devoir moral, de se préoccuper du sort de leurs enfants, et de choisir les collèges où l'on peut recevoir un enseignement de qualité. Entre ces deux extrêmes, entre les milieux les plus et les moins favorisés, les parents sont mal informés de la situation, et ne s'aperçoivent pas forcément que leurs enfants ne reçoivent qu'une éducation moyenne, parfois médiocre.

On pourrait dire ceci : la haute culture devient "héréditaire", seuls la reçoivent les enfants des couches les plus cultivées, par choix des bons collèges. Certainement la part de la population qui reçoit une culture (au collège) est plus grande qu'avant, et c'est un bien ; mais la part qui reçoit une bonne culture est ou va devenir plus étroite qu'avant (car les élèves doués, issus des classes moyennes, allaient autrefois au lycée, avec des professeurs agrégés ou licenciés, et vont maintenant au collège) ou au moins n'est pas plus large, dans un monde bien plus complexe et diversifié, et elle tend à être héréditaire.

Or, l'appréhension de la science moderne, de la technologie moderne, de la culture moderne, du monde moderne, serait nécessaire pour une large couche de la population ; le nombre des élèves des grandes écoles, des titulaires de diplômes élevés des universités, reste trop étroit, et ils domineront de plus en plus un pays qui ne les comprendra pas, et se sentira manipulé. Comme tous ces faits datent surtout des 10 dernières années, on le verra surtout dans la décennie 80-90. Naturellement, on pourrait corriger cela en refusant la bonne culture à tout le monde, par un abaissement général du niveau des collèges, en supprimant tous les moyens de détournement ; en continuant dans cette voie, on aurait bientôt un pays entièrement à culture moyenne, mais sans culture supérieure, sans technologie, sans compétitivité industrielle, un pays sous-développé."

Que faire ?

"Il faut renverser la vapeur et rétablir un bon enseignement pour tous dans les collèges ! Cette solution était à portée de la main ; c'est moins facile aujourd'hui, il est déjà tard. L'enseignement supérieur a traditionnellement formé les enseignants et les a bien formés (licence, C.A.P.E.S., C.A.P.E.T, agrégation). La vague démographique est terminée ; l'université a les moyens de former des enseignants de qualité, en nombre élevé. Le C.A.P.E.S., moins difficile que l'agrégation, est cependant difficile, parce que le nombre des postes est faible ; en élevant le nombre des postes libres chaque année, on baisserait sûrement le niveau, mais il resterait très supérieur à celui des actuels P.E.G.C. !"

La chute du nombre de postes offerts au C.A.P.E.S. et à l'agrégation, la suppression des I.P.E.S. sont analysées d'un trait : "On préférait un enseignement au rabais".

"Les responsabilités de la dégradation sont écrasantes. On ne peut pas en rendre responsable les instituteurs et les P.E.G.C. eux-mêmes, qui sont ici victimes et font leur métier ; si certains ont accepté trop facilement d'enseigner des matières qu'ils ne connaissaient pas, la plupart ont dû l'accepter, soit pour échapper à des situations administratives difficiles, soit parce qu'ils n'avaient pas le choix.
Les principaux et les censeurs de collèges ont eu souvent de grands torts, en affectant des enseignants à des postes où ils étaient incompétents ; mais il faut dire qu'organiser les enseignements et les emplois du temps dans un collège est chose difficile, avec des enseignants censés être bivalents. La responsabilité la plus grave appartient aux gouvernements des dernières années. Ils ont trouvé normal de baisser systématiquement le niveau de formation des enseignants des collèges, en descendant du C.A.P.E.S. au C.A.P.C.E.G., quand ce n'était pas au Bac ! Cela faisait faire à l'état une économie substantielle, car un P.E.G.C. est moins payé qu'un certifié ou agrégé et a un horaire d'enseignement plus élevé

(21 heures au lieu de 18 heures pour le capésien, 15 heures pour l'agrégé ; entre parenthèses, des différences de salaires sont normales pour des compétences différentes, mais pas des différences d'horaires) ; des économies substantielles, aux dépens de l'ensemble des enfants. Mais une responsabilités très lourde retombe aussi sur le syndicat S.N.I. - P.E.G.C. Le S.N.I., syndicat national des instituteurs, a un grand passé de luttes, depuis les débuts du siècle (...), regroupant une majorité des instituteurs, il a, depuis toujours, lutté pour faire d'eux des militants de l'éducation. Il a choisi ici, au dépens du niveau des maîtres et de la formation des enfants, de s'adjoindre les P.E.G.C., de mordre sur les enseignements au-delà de l'école élémentaire, par la même de mordre sur un autre syndicat, le S.N.E.S.

Le "procès" du SNI-PEGC se poursuit, sans que les responsabilités des gouvernants ne soient éludées :

"Le SNI-PEGC a ainsi, alors qu'il demande, depuis des années, une formation de niveau très élevé pour les maîtres (niveau Maîtrise d'université pour tous), pratiquement sacrifié son idéal de formation des maîtres, dans un but de puissance politique et sociale. Bien sûr, ce n'est pas le SNI-PEGC qui a fait tout cela, mais il l'a très bien accepté et même favorisé, et sans faire de procès d'intention, il y a collaboré, en réclamant toujours une augmentation de la proportion des PEGC et des instituteurs intégrés dans les collèges. C'est infiniment regrettable. Il a laissé se dégrader l'image de marque des maîtres. La 3e république a respecté ses maîtres, notamment ses instituteurs, artisans de l'éducation pour tous, mais aussi constructeurs de la République. Aujourd'hui l'opinion publique ne respecte plus les instituteurs et maîtres de collèges (elle porte d'ailleurs là elle-même une responsabilité dans ce qui s'est passé, on a les maîtres qu'on mérite). Les maîtres sont mal payés, souvent les pouvoirs ont tout fait pour diminuer le prestige qu'ils méritent et dont ils ont besoin (prestige lié au salaire, mais qui n'est pas seulement le salaire) ; mais les maîtres ont aussi perdu leur prestige parce que trop d'entre eux ont cessé d'être compétents. Par son attitude, le SNI-PEGC a ainsi indirectement contribué, ce qui est paradoxal, à gonfler les effectifs de l'enseignement libre ! (Sans vouloir faire non plus d'autres procès d'intention, on peut quand même aussi remarquer que les précédents gouvernements ont, d'une part donné des moyens importants aux divers enseignements libres, et de l'autre fait des économies en recrutant des maîtres mal payés dans l'enseignement public.)"

Quelles mesures faut-il alors adopter pour enrayer la "dégradation" de l'enseignement ?

"Pour les collèges comme pour les lycées, il faut exiger le CAPES ou le CAPET ou un équivalent (avec nombre de places augmentées).Ce qui est sûr aussi, c'est que les promotions d'instituteurs ne doivent se faire que dans l'élémentaire, par un meilleur aménagement des carrières, et pas dans les collèges, à moins d'un véritable complément de formation, comportant un examen universitaire élevé. Que faire maintenant avec ceux des actuels P.E.G.C. qui n'arrivent pas à bien accomplir leur travail et sont presque toujours d'une très grande bonne volonté ? On ne peut plus les faire rentrer dans l'élémentaire ; mais on ne peut pas continuer à sacrifier les enfants, et il faut redresser un des plus grands scandales des précédentes décennies dans l'enseignement, excusable lors de la vague démographique, inexcusable ensuite. Dans le respect de la dignité de tous, par des mesures douces et non brutales, il faut organiser leur recyclage obligatoire. Les I.R.E.M. universitaires (Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques) avaient fait un très bon travail pour aider les P.E.G.C., par des séances hebdomadaires ou mensuelles ; on leur a coupé leur budget. Mais ce n'est de toute façon pas suffisant. Des recyclages d'une année dans l'université seraient valables pour beaucoup d'entre eux, surtout s'ils peuvent terminer par le concours du CAPES ; pour les jeunes, c'est très réalisable."

Pour l'ensemble des enseignants, Laurent Schwartz préconise l'instauration d'années "sabbatiques" leur permettant une mise à jour de leurs connaissances.

La notion de "tronc commun", chère à M. Haby, est également critiquée :

"Il faudrait sans doute aussi beaucoup plus d'options, déjà au collège, car un pur tronc commun, ou bien est très réduit pour tous et ennuie les élèves les plus doués, ou bien est trop fort pour les moins doués, ou bien est un saupoudrage bâclé ; un enfant intelligent de 11 à 15 ans est déjà pret à apprendre beaucoup, à s'intéresser aux choses en profondeur ; il a déjà souvent de grandes qualités de sérieux, de mémoire, de méthode, de travail, et il est faux de dire qu'on peut, sans danger pour son épanouissement, le faire attendre quelques années. On stoppe aujourd'hui son développement, et, pour toutes les classes sociales, on empêche une partie des enfants d'avoir les qualités permettant une poursuite des études. Loin de réaliser l'égalité des chances, on arrête le renouvellement des "élites intellectuelles" et on leur offre une transmission héréditaire !"

Les deux paragraphes suivants, plus spécialement consacrés aux mathématiques, seront présentés dans la prochaine parution de l'OUVERT.

UN EXEMPLE D'UTILISATION DE LA TABLE TRACANTE :
SIMULATION DE LA DERIVE DES PLAQUES LITHOSPHERIQUES DEPUIS 180 M D'ANNEES

Thierry HATT et Nicole VOGEL

Ce travail a été réalisé à l'IREM de Strasbourg et au Lycée Fustel de Coulanges sur LX 515 connecté à une table HOUSTON DMP3 programmée sous LSE. Il est le résultat d'un travail d'équipe entre mathématicien et géographe, les élèves de Seconde 11 du Lycée Fustel ayant apporté leur contribution.

C'est d'abord le thème des Projections Cartographiques qui nous a intéressé. Nous avons rédigé un logiciel permettant de réaliser les cartes de la terre pour différents systèmes de projection : PCT (voir figure 1).

C'est à partir de ce logiciel que les élèves ont traité en classe un thème au programme de géographie de la classe de seconde: "la représentation cartographique de la TERRE": recueil et analyse de différents types de cartes, dessins de coupes et de courbes de niveaux à la main et sur table traçante, étude des déformations de la surface terrestre par les systèmes de projection et dérive des plaques lithosphériques.

Ce thème de la dérive a été utilisé comme une illustration des techniques de cartographie automatique. La part des élèves a été très importante, des équipes se sont chargées de faire la saisie au clavier des coordonnées sphériques mises à notre disposition par M. Westphal. Les continents sont représentés par 300 à 600 coordonnées. L'Arabie et le Moyen-Orient ne figurent pas parmi les continents retenus. Le fait de faire effectuer la saisie par les élèves doit être compris comme un exercice pédagogique, les élèves prenant en charge leurs propres données, non comme un moyen d'utiliser une main d'oeuvre à bon marché. La saisie de ces coordonnées par une personne seule habituée à la machine aurait en effet pris infiniment moins de temps que la saisie par équipe des élèves et la correction des très nombreuses erreurs.

Les Sciences de la Terre ont connu une évolution récente passionnante: une théorie nouvelle, dite des plaques tectoniques, a permis de réunir dans un seul corps des recherches apparemment sans rapport sur les séismes, le magnétisme, la paléontologie, la volcanologie, la formation des montagnes ...

1) LES PRINCIPES DE LA THEORIE DE LA TECTONIQUE DES PLAQUES

La Terre est formée d'enveloppes concentriques, la partie superficielle "lithosphérique" joue de manière globalement rigide sur la partie inférieure "l'asthénosphère" qui se comporte comme un fluide. Les plaques sont en gros indéformables sauf sur leurs bordures. Ces plaques ne coïncident pas avec la distribution des continents comme le pensait WEGENER, initiateur de la théorie vers 1912. Les preuves de la théorie de la dérive des plaques se sont progressivement accumulées depuis 20 ans.

2) LES PREUVES GEOLOGIQUES ET PALEONTOLOGIQUES SONT LES PLUS ANCIENNEMENT CONNUES

Wegener imaginait un continent primitif unique: la PANGEE. On pense aujourd'hui plutôt qu'il y a eu deux ensembles à évolutions différentes, le GONDWANA au Sud et la LAURASIE au Nord. On retrouve sur les morceaux actuellement séparés de cet ancien super-continent des formations glaciaires anciennes communes, des séries fossiles caractéristiques dont l'évolution ne peut s'expliquer que sur une surface unique.

3) LES PREUVES SEISMOLOGIQUES

L'étude de la distribution spatiale et en profondeur des séismes, rendue beaucoup plus efficace par le traitement automatique de milliers d'enregistrements, montre plusieurs aspects :

- la dorsale médio-océanique, mise en évidence par les campagnes océanographiques, la plus vaste formation montagneuse du globe: 60 000 km de longueur, 2000 km de large, 1000 à 3000 m d'altitude, est le siège de séismes superficiels et alignés le long d'une grande faille centrale.
- certaines régions du globe au contraire, les FIDJI ou l'ouest de l'Amérique du du Sud, concentrent des zones de très forte activité, des séismes profonds (jusqu'à 600 km). On sait maintenant qu'aux séismes superficiels correspondent des zones de distension où se créent les plaques, aux séismes profonds correspondent des zones de compression où les plaques sont détruites par "subduction" dans l'asthénosphère.

4) LES PREUVES PALEOMAGNETIQUES

Les laves émises par les volcans (sur la dorsale ou les continents) sont amagnétiques à haute température. Lorsqu'elles passent en-dessous de 600°, elles fixent le pôle magnétique du moment et jouent le rôle de boussole bloquée. La mesure de l'orientation des laves à différentes époques a permis d'établir un déplacement apparent des pôles, différent pour chaque continent.

Il est tout à fait impossible que le pôle, s'il se déplace, le fasse en suivant plusieurs chemins. Ce sont donc les plaques qui se déplacent.
On a montré d'autre part que les différents chemins parcourus par le pôle pour chaque plaque se ramènent à un seul si l'on recolle les continents comme sur la figure 6.

Le dipôle terrestre a changé plusieurs dizaines de fois d'orientation depuis quelques millions d'années. L'étude de ces inversions du champ magnétique combinée à la datation radio-chronologique des laves du plancher océanique permet de retracer l'histoire de la création du fonds océanique à partir de la dorsale (anomalie magnétique zéro). Si l'on recolle les anomalies magnétiques de part et d'autre de la dorsale, on arrive à emboîter les plaques avec d'excellents résultats. Ceci a été fait en particulier pour l'Atlantique Nord et l'Inde.

5) LES PREUVES TOPOGRAPHIQUES

Sir Bullard a présenté en 1965 une preuve très convaincante de la dérive: à l'aide d'un programme informatique et d'une table traçante, il a réalisé l'emboîtement des continents de part et d'autre de l'Atlantique (voir figure 3 et 4).

Ce n'est pas le trait de côte qui a été retenu comme critère de l'emboîtement mais les coordonnées du plateau continental à différentes profondeurs. Ce sont les profondeur à 500 et 1000 brasses qui donnent les meilleurs résultats (voir figure 5 et 6).
A. HALLAM a réalisé le même type de travail pour l'océan Indien (voir figure 6).

Chaque preuve séparément peut être contestée, les erreurs de mesure sont parfois telles que les résultats sont difficiles à interpréter, mais les faisceaux de démonstrations convergentes établis depuis plusieurs années ont emporté l'adhésion d'un nombre croissant de scientifiques.

Fig. 1

LOGICIEL P.C.T.

PROJECTIONS CARTOGRAPHIQUES SUR TABLE TRACANTE

Programme principal de
de choix de la fonction
(Module PCT)

PROGRAMMES UTILITAIRES

1.- Saisie, édition, correction des coordonnées sphériques.

2.- Conversion du fichier degré en fichier radian

3.- Calcul et mise en fichier des coordonnées
- d'un cercle sur la sphère
- d'un arc de grand cercle
- d'une route au compas entre deux points
- d'un canevas quelconque en latitude et longitude

4.- Concaténation de fichiers de coordonnées

PROGRAMMES GRAPHIQUES

1.-5 projections azimuthales

2.-3 projections cylindriques

2.-3 projections pseudo-cylindriques

4.-3 projections coniques

5.-Simulation de la dérive des plaques tectoniques

FICHIERS DE COORDONNEES SPHERIQUES

Fig. 2

SIMULATION DE LA DERIVE DES PLAQUES LITHOSHERIQUES SUR TABLE TRACANTE

ETAPES DU DESSIN

Saisie des coordonnées sphériques des limites des continents sur table à numériser

mise en fichier des coordonnées

transformation en radians

Choix de la fonction dans le menu de PCT

Initialisation logique de la table

Calcul et sauvegarde du fichier canevas

chargement du fichier canevas

Choix et paramétrage de la méthode de projection

Dessin du titre et des paramètres sur la table

Calcul de la projection du canevas

Calcul des min et max en latitude et longitude, cadrage

Dessin du canevas

Choix et chargement du fichier continent

Paramétrage de la rotation: pôle et angle de rotation

Calcul de la rotation

Sauvegarde éventuelle du fichier des coordonnées après rotation

Calcul de la projection des coordonnées après rotation

Dessin du continent à l'échelle du canevas initial

Bouclage éventuel sur le chargement d'un fichier continent

Tracé du cadre et désélection du traceur

Fig. 3

LA METHODE D'AJUSTEMENT DE SIR BULLARD

Elle suppose l'utilisation d'un ordinateur pour éviter un emboîtement subjectif des talus continentaux, pour que puisse être mesurée une erreur d'ajustement et que l'on puisse tenir compte de la projection cartographique par le calcul.

- On suppose que les contours de côtes numérisées se déduisent l'un de l'autre par une rotation.
- on calcule par rapport à un pôle de rotation hypothétique les coordonnées d'un certain nombre de points des contours.
- on cherche pour chaque point du premier contour le point du deuxième qui a même latitude.
- on calcule la différence de longitude entre ces deux points, la moyenne et la variance de ces différences.
- on recherche par une méthode itérative le pôle donnant la variance la plus faible (seul des 5 points le dernier est bien expliqué dans Bullard).

Un certain nombre de points techniques parfois difficiles doivent être résolus : variations de latitude non monotones, longueurs de profils non identiques, variances ne décroissant pas...

Fig. 4

ASPECT MATHEMATIQUE DU PROBLEME DE LA DERIVE

Euler a remarqué que tout déplacement sur une sphère équivaut à une rotation autour d'un diamètre. Les extrémités de ce diamètre sont appelées pôles de rotation. Il n'y a pas de translation sur la sphère, seulement des rotations puisque le centre de la sphère est invariant.

Pour utiliser ces principes dans le domaine de la dérive, deux problèmes sont à résoudre :

- on connaît les positions initiales et finales d'une plaque à la surface du globe, on veut déterminer le pôle et l'angle de rotation.
- connaissant le pôle et l'angle, on veut calculer la nouvelle position d'une plaque.

Un "déplacement" de plaque correspond à une isométrie positive de la sphère, donc à une rotation.

On prend un repère orthonormé direct de référence, $O\vec{i}\,\vec{j}\,\vec{k}$, défini ainsi :

O est le centre de la sphère

$\vec{i} = \vec{OI}$, I étant le point de latitude 0, de longitude 0.

$\vec{j} = \vec{OJ}$, J étant le point de latitude 0, de longitude 90° E.

$\vec{k} = \vec{ON}$, N étant le pôle Nord.

Une rotation est définie par un point A de la sphère qui détermine l'axe $\vec{OA}$ de la rotation, et par un angle α , angle de la rotation.

Le point A est donné par ses coordonnées sphériques :

latitude θ_A, longitude φ_A.

Les coordonnées cartésiennes de A sont donc :

$$(\cos\theta_A \cos\varphi_A,\ \cos\theta_A \sin\varphi_A,\ \sin\theta_A)$$

On construit une base ($\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{OA}$) orthonormée directe :

$\vec{u}\ (\sin\varphi_A,\ -\cos\varphi_A,\ 0)$ est orthogonal à $\vec{OA}$ et unitaire

On prend $\vec{v} = \vec{OA} \wedge \vec{u}$ et on trouve :

$$\vec{v}\ (\sin\theta_A \cos\varphi_A,\ \sin\theta_A \sin\varphi_A,\ -\cos\theta_A)$$

Les angles (φ_A, θ_A, α) sont les fameux "angles d'Euler".

D'où la matrice orthogonale de changement de base :

$$M = \begin{pmatrix} \sin\varphi_A & \sin\theta_A \cos\varphi_A & \cos\theta_A \cos\varphi_A \\ -\cos\varphi_A & \sin\theta_A \sin\varphi_A & \cos\theta_A \sin\varphi_A \\ 0 & -\cos\theta_A & \sin\theta_A \end{pmatrix}$$

La matrice de rotation dans (u , v , OA) est :

$$r = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

D'où la matrice de rotation dans la base $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ =

$R = M \times R \times {}^tM$

$$R = \begin{pmatrix} \cos^2\theta_A \cos^2\varphi_A (1-\cos\alpha)+\cos\alpha & \sin\varphi_A \cos\varphi_A \cos^2\theta_A (1-\cos\alpha) - \sin\alpha \sin\theta_A & \sin\alpha \sin\varphi_A \cos\theta_A + \sin\theta_A \cos\theta_A \cos\varphi_A (1-\cos\alpha) \\ \cos^2\theta_A \sin\varphi_A \cos\varphi_A (1-\cos\alpha) + \sin\alpha \sin\theta_A & \cos^2\theta_A \sin^2\varphi_A (1-\cos\alpha) + \cos\alpha & -\sin\alpha \cos\varphi_A \cos\theta_A + \sin\theta_A \cos\theta_A \sin\varphi_A (1-\cos\alpha) \\ -\sin\alpha \sin\varphi_A \cos\theta_A + \cos\theta_A \sin\theta_A \cos\varphi_A (1-\cos\alpha) & \sin\alpha \cos\theta_A \cos\varphi_A + \cos\theta_A \sin\theta_A \sin\varphi_A (1-\cos\alpha) & \sin^2\theta_A (1-\cos\alpha) + \cos\alpha \end{pmatrix}$$

<u>Extraits d'un programme LSE de dérive</u> :

Dans ce programme, les longitudes Est ont été considérées négatives, et les angles de rotations dans le sens des aiguilles d'une montre, positifs.

Par conséquent, par rapport aux calculs précédents, il faut remplacer $\sin\alpha$ par $-\sin\alpha$ pour obtenir la matrice utilisée dans le programme.

Dans les lignes 130 à 980, α, θ_A et φ_A sont notés ALPHA, THO, PHO.
X,Y,Z sont les coordonnées cartésiennes d'un point courant M de coordonnées sphériques TH, PH.
XM, YM, ZM sont les coordonées cartésiennes de l'image de M, et PH1, TH1 les coordonnées sphériques de l'image.

La ligne 181 prend les coordonnées de A (en degrés), et l'angle ALPHA.

841 convertit les angles de degrés en radians.

850 à 891 calculent la matrice de rotation.

901 à 971 calculent les nouvelles coordonnées sphériques de tous les points déplacés.

Les coordonnées (latitude et longitude) sont dans le tableau T à No éléments et 2 colonnes.

<u>PROGRAMME LSE</u>

```
131 *
141 *                              CHARGEMENT, ROTATION, DESSIN DES CONTINENTS
151 *
161 CHAINE F;F_'';FAIRE 251 TANT QUE F#'FIN'
171 &CHARG(T,NPR,NO,NREG,F,' CONTINENT ')
181   &PARAM(CHX,TIT,LAPO,LOPO,ALPHA)
191          SI ALPHA=0 ALORS ALLER EN 231
201              &MAT(LAPO,LOPO,ALPHA)
211          &ROTA(T,1,NO)
221     &GAR(T)
231   &MERC(T,NO)
241 &DES1(T,NPR,NO,NREG,IDX,IMY,MINX,MAXX,MINY,MAXY)
251 * FIN

820 *
821 *            CALCUL DE LA MATRICE DE ROTATION
822 *
831 PROCEDURE &MAT(THO,PHO,ALPHA) LOCAL ALPHA,PHO,THO,CS,A,B,C,D,E,F
841    PI_3.1415927;THO_THO*PI/180;PHO_PHO*PI/180;ALPHA_ALPHA*PI/180
851      AFFICHER 'CALCUL DE LA MATRICE DE ROTATION'
861                 CS_COS(THO);A_SIN(PHO)*CS;B_CS*COS(PHO);C_COS(ALPHA);D_SIN
                    (ALPHA);E_1-C;F_SIN(THO)
871          M11_B*B*E+C;M12_F*D-A*B*E;M13_B*F*E+A*D
881       M21_-A*B*E-D*F;M22_A*A*E+C;M23_B*D-A*E*F
891    M31_B*E*F-A*D;M32_-A*E*F-B*D;M33_F*F*E+C;RETOUR
892 *
893 *           CALCUL DE LA ROTATION
894 *
901 PROCEDURE &ROTA(T,A,B) LOCAL B,A,X,Y,Z,XM,YM,PH1,RC,TH1
911 AFFICHER 'CALCUL DE LA ROTATION'
921 FAIRE 961 POUR I_A JUSQUA B;TH_T[I,1];PH_T[I,2]
931       CTH_COS(TH);X_CTH*COS(PH);Y_-CTH*SIN(PH);Z_SIN(TH)
941           XM_M11*X+M12*Y+M13*Z;YM_M21*X+M22*Y+M23*Z;ZM_M31*X+M32*Y+M33*Z
951    PH1_ATG(-YM/XM);SI XM<0 ALORS SI YM>0 ALORS PH1_PH1-PI SINON PH1_PH1
       +PI;RC_RAC(1-ZM*ZM);TH1_ATG(ZM/RC)
961  T[I,1]_TH1;T[I,2]_PH1
971 RETOUR
980 *
```

Fig. 5 et 6

Ce sont les traits de côte qui ont été numérisés pour la cartographie. Ils n'ont pas été utilisés pour le calcul des emboîtements, ce sont les isobathes à 1000 brasses qui ont servi de critère . Pour que les dessins soient complets, il faudrait les faire figurer pour montrer les zones de chevauchement et de lacunes.

De nombreuses tentatives ont été faites, aucunes n'ont été aussi rigoureuses que les reconstitutions de Bullard et Hallam. Certaines retouches ont été proposées, toujours de détail.

Les recollements topographiques sont confortés par d'autres preuves (paléomagnétiques en particulier)

(voir pages suivantes)

Fig. 5

DERIVE DES PLAQUES (MERCATOR) - 180 M (-60,60; - 70,80)

Pôles de rotation calculés par Sir Bullard (1965) par emboîtements des talus continentaux à mille brasses.
L'Amérique centrale est récente, ce qui peut expliquer la superposition avec l'Amérique du Sud. Le delta du Niger est quaternaire.

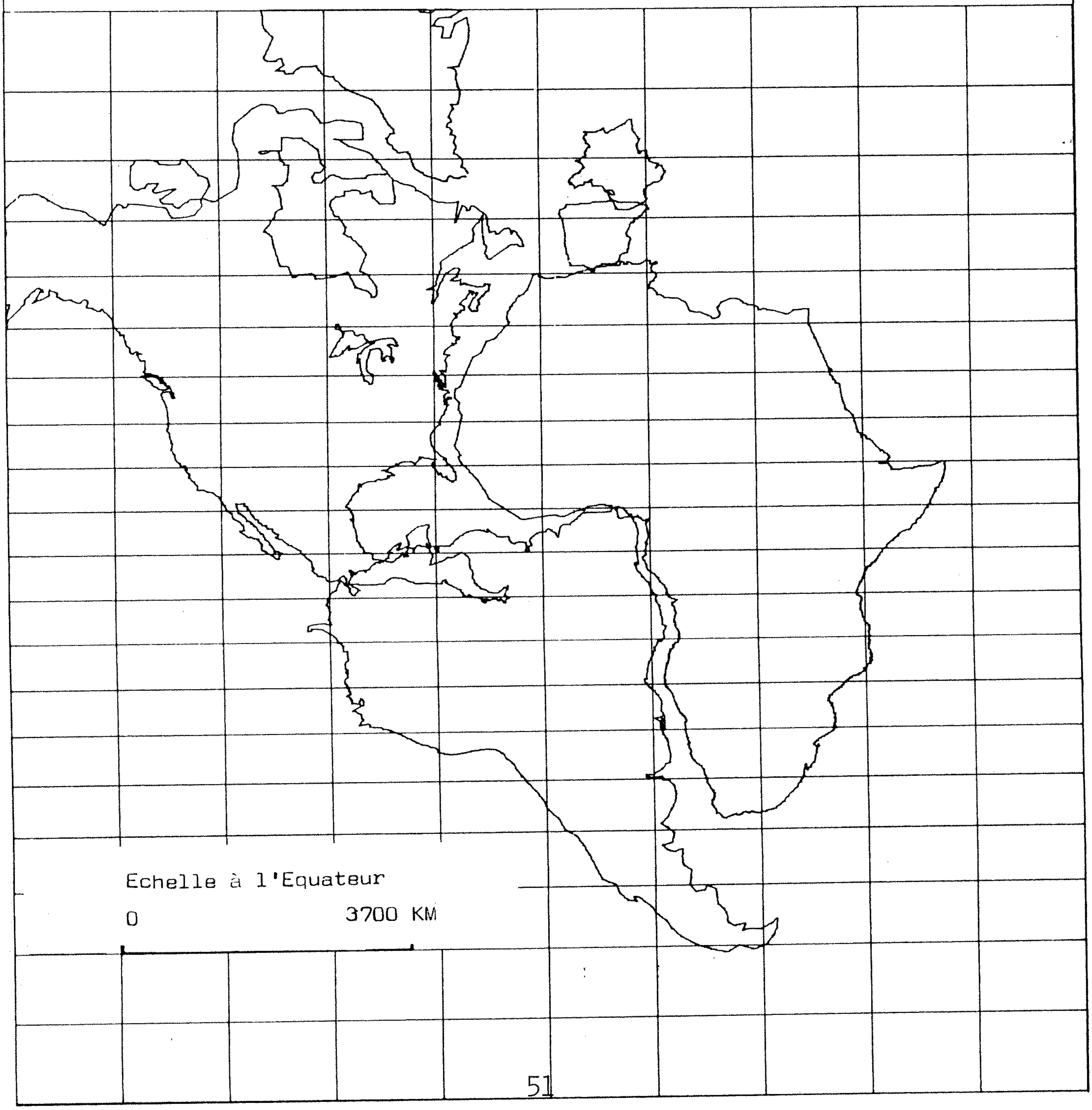
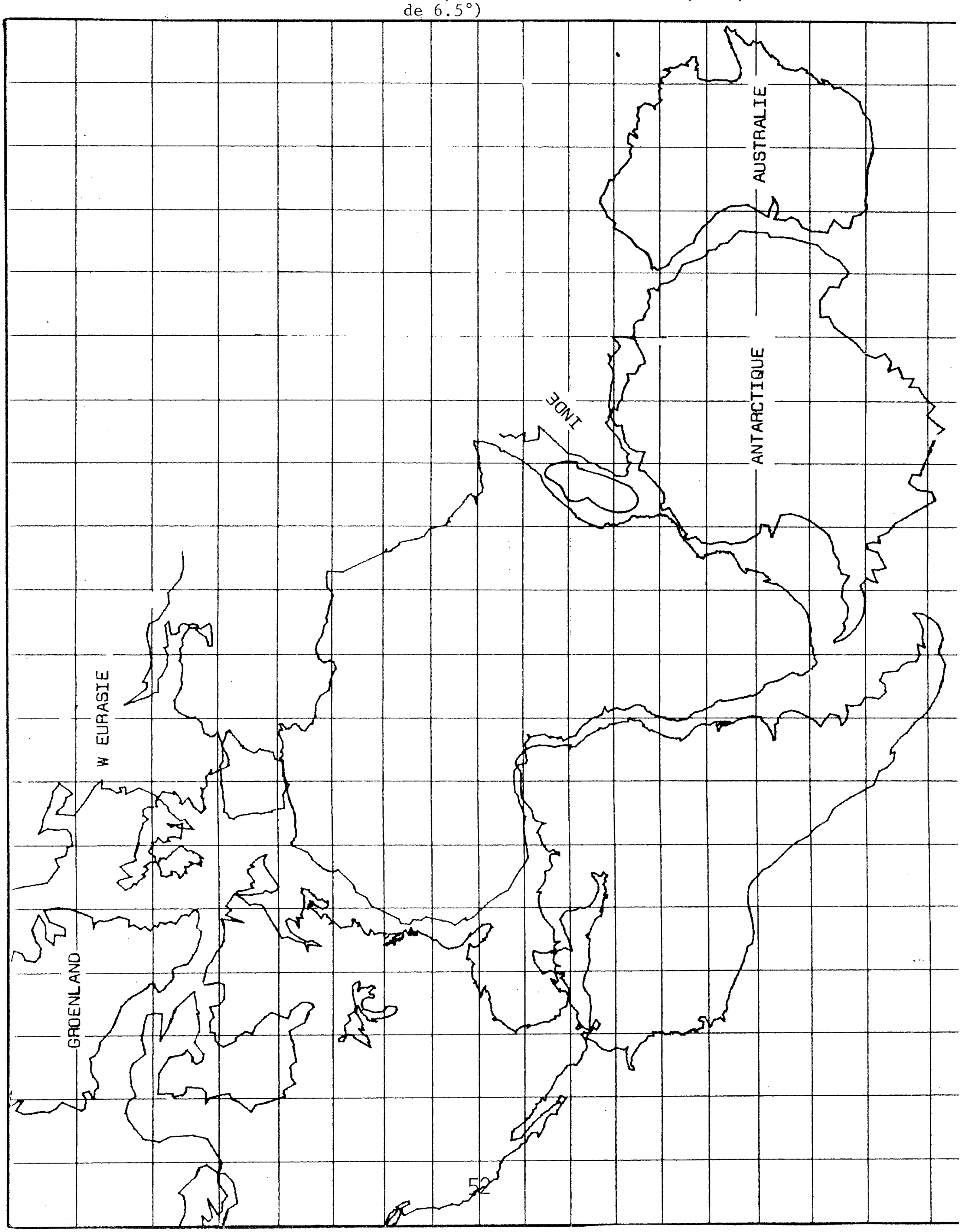


Fig. 6

RECONSTITUTION DE LA DERIVE DES PLAQUES LITHOSHERIQUES PAR AJUSTEMENT DES LIMITES DES PLATEAUX CONTINENTAUX (180 M d'années)

D'après BULLARD et HALLAM

Projection Mercator, canevas (60 W, 111 E intervalles de 9°; 50S, 63.5 N int. de 6.5°)



POUR EN SAVOIR PLUS

Vulgarisation sur le thème de la dérive :

A. HALLAM — Une révolution dans les sciences de la Terre. Point Science, Seuil. 185 pp., 1976. Un ouvrage remarquable pour la présentation de l'histoire de la théorie, par un des artisans de son établissement.

COLLECTIF — La dérive des continents, la tectonique des plaques. Bibliothèque Pour la Science, Belin, 216 pp., sans date.- 16 articles tirés de "Pour la Science" et "Scientific American". Nécessairement des redites, certains articles trop techniques, mais panorama très à jour.

Documents sources pour les pôles de rotations :

LE PICHON X. — Sea Floor Spreading and Continental Drift. JL GEOPHYSICAL RESEARCH, 73, 1968, pp. 3661-3697.

BULLARD E.C. — et al. , The Fit of the Continents around the Atlantic. PHIL. TRANS. ROY. SOC. LOND. A 258, 1965, pp. 41-51.

PITMAN W.C. , TALWANI M., Sea Floor Spreading in the North Atlantic. BULL. SOC. GEOL. AM. 83, 1972, pp. 619-646

WESTPHAL M. — Contribution du paleomagnétisme à l'étude des déplacements continentaux autour de la Méditerranée Occidentale. TH. SC., Strasbourg, 1976.

Utilisation de la table traçante :

HATT T. et VOGEL N., Les déformations de la surface terrestre par quelques systèmes de projection, IREM, 1981, Strasbourg.

HATT T. — Logiciels pour table traçante, IREM, 1981, Strasbourg.

LES ENLACEMENTS REPETES D'ANTOINE

Jean LEFORT

Très célèbre pour ses cordes à noeuds et son bracelet (dont on a une approximation en couverture) Louis Auguste ANTOINE est né à Mirecourt en 1888. On sait moins qu'aveugle à la suite d'une blessure de guerre, c'est lui qui adapta l'écriture Braille aux notations mathématiques.

Dans sa thèse sur "l'homéomorphie de deux figures et de leurs voisinages" conduite sous la direction de Lebesgue et soutenu en 1921 à Strasbourg, ANTOINE envisage les courbes (de Jordan) et les ensembles parfaits partout discontinus (ensemble de Cantor). Deux tels ensembles sont dits homéomorphes s'il existe entre eux une bijection bicontinue. A priori trois cas sont possibles :

1° l'homéomorphie peut être étendue à tout l'espace

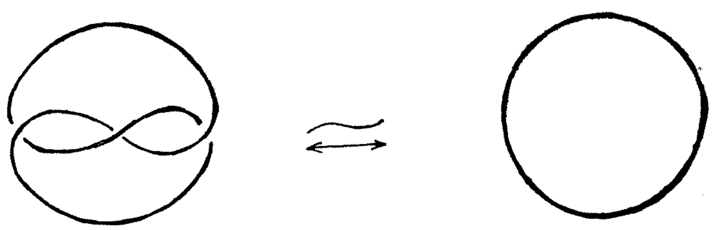
2° l'homéomorphie ne peut être étendue qu'à un voisinage des figures considérées

3° l'homéomorphie ne peut être étendue à aucun voisinage.

ANTOINE a démontré que dans le plan on est toujours dans le premier cas, ce qui est assez intuitif : c'est le complément du théorème de Jordan qui dit qu'une courbe plane fermée simple partage le plan en deux domaines d'un seul tenant qu'on ne peut relier sans la traverser (ou sortir du plan). Mais ce résultat reste vrai pour les ensembles de Cantor ce qui paraît nettement moins intuitif.

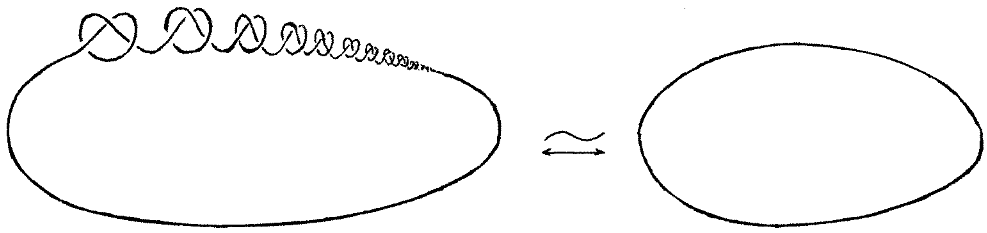
Dans l'espace, et c'est là le résultat fondamental de la thèse d'ANTOINE, on peut obtenir les trois cas :

- le deuxième cas est illustré par la figure ci-dessous :



L'homéomorphie entre le cercle et le noeud ne peut s'étendre à l'espace tout entier mais seulement à un voisinage tubulaire suffisamment mince pour que dans le cas du noeud le tube ne se rencontre pas lui-même.

- Pour le troisième cas, on peut considérer une courbe présentant une infinité de noeuds de plus en plus serrés et de plus en plus petits s'accumulant en un point limite. On comprend bien que le voisinage tubulaire cité précédemment se devait d'être infiniment mince.



Les exemples précédents illustrent le cas des courbes de Jordan. Mais le dernier cas ne fait apparaître qu'un point exceptionnel. En utilisant des ensembles de Cantor convenablement construits, tous les points peuvent devenir exceptionnels. C'est l'objet du bracelet d'Antoine dont on a représenté les étapes de la construction sur la couverture. On peut se l'imaginer comme une succession de tores emboîtés à partir du tore T_o formé lui-même de n tores T_1 enchaînés, chacun des T_1 étant formé de n tores T_2 enchaînés..... il y a donc au total n^2 tores T_2, n^3 tores T_3 ..... Deux points distincts de l'ensemble étant forcément sur deux tores différents d'ordre k et par suite sur des tores distincts de tous les ordres supérieurs.

Le bracelet d'Antoine présente de nombreuses propriétés très curieuses. Citons en une : considérons un cercle enlacé à T_o. Si on essaie de déplacer le cercle de façon à le désenlacer de T_o, il devra forcément, au cours de son déplacement rencontrer des tores de tous les ordres et par conséquent des points du bracelet. On obtient ainsi quelque chose d'analogue à une fonction discontinue qui passerait par toutes les valeurs intermédiaires à deux d'entre-elles.

Au cours de sa longue vie (il est mort en 1971) ANTOINE a généralisé tous les résultats donnés dans sa thèse et s'est penché sur d'autres aspects des mathématiques, comme par exemple, la mécanique.

N.B. On lit dans les comptes rendus de l'Académie des Sciences du 13 décembre 1971 :

Louis-Auguste Antoine

Après avoir été élève à l'École Normale Supérieure et avoir passé l'agrégation en 1912, il est mobilisé dès le début de la guerre en 1914, et sa conduite au front sera très brillante. Le 16 avril 1917, lors d'une attaque, qu'il conduit, une balle lui enlève les deux yeux.

Soigné à l'hôpital militaire du Val de Grâce, Antoine y retrouve son ami, notre Confrère Gaston Julia, ainsi que deux camarades, Henri Lebesgue et Marcel Brillouin, qui lui suggèrent une carrière de professeur d'Université et font copier pour lui en Braille les principaux traités de mathématiques de l'époque.

Les travaux d'Antoine ont fait l'objet d'une Thèse en 1921, et d'un Mémoire en 1926, mais les charges très lourdes de son service de professeur à Rennes, le mirent dans l'impossibilité de poursuivre des recherches avec la même activité. Cependant, l'Académie des Sciences ayant reconnu la valeur de ses travaux originaux qui ont donné naissance à la topologie des ensembles et sont devenus classiques, jugea qu'ils témoignaient d'un esprit créateur exceptionnel; sur la proposition unanime de la Section de Géométrie, il fut élu Correspondant en 1961.

Pour lui, plus que pour tout autre, s'applique cette parole d'Henri Poincaré : « La pensée n'est qu'un éclair au milieu d'une longue nuit, mais c'est cet éclair qui est tout ».

SUR LA PÉRIODICITÉ...

DE L'OUVERT

Alors que j'avais demandé à un collègue de mon Lycée son opinion sur le dernier "Ouvert", je le vis avec angoisse se composer un visage grave: "tu veux parler de ce périodique dont la période est aussi indéterminée que la vitesse d'un électron dont on connait la position ?" Que Heisenberg trouve ici toutes nos excuses pour avoir troublé sa tranquillité, et nos lecteurs quelques explications.
La frappe des textes et la composition des maquettes est assurée par l'IREM, mais l'impression est confiée à l'atelier d'imprimerie du Département de mathématique de l'U.L.P.. Or au cours de l'année universitaire 81-82, un nombre important de thèses (analyse non standard en particulier) ont été soutenues à Strasbourg, ce qui témoigne de la bonne santé de la Recherche mathématique, mais a posé de délicats problèmes pour le planning des travaux techniques.
Les prochaines parutions de l'Ouvert ont été ainsi fixées: fin octobre (n°28); début janvier (n°29).
Dès 1983, les sorties auront lieu mi-mars, mi-juin, fin septembre et fin décembre. Ce planning ne pourra être respecté que si les articles nous sont transmis 3 mois avant la date de parution.
Un sujet pourrait être: déterminer un homéomorphisme du segment $[0;365]$ sur lui-même qui rende effectivement périodique l'Ouvert...

Eric CHANEY.