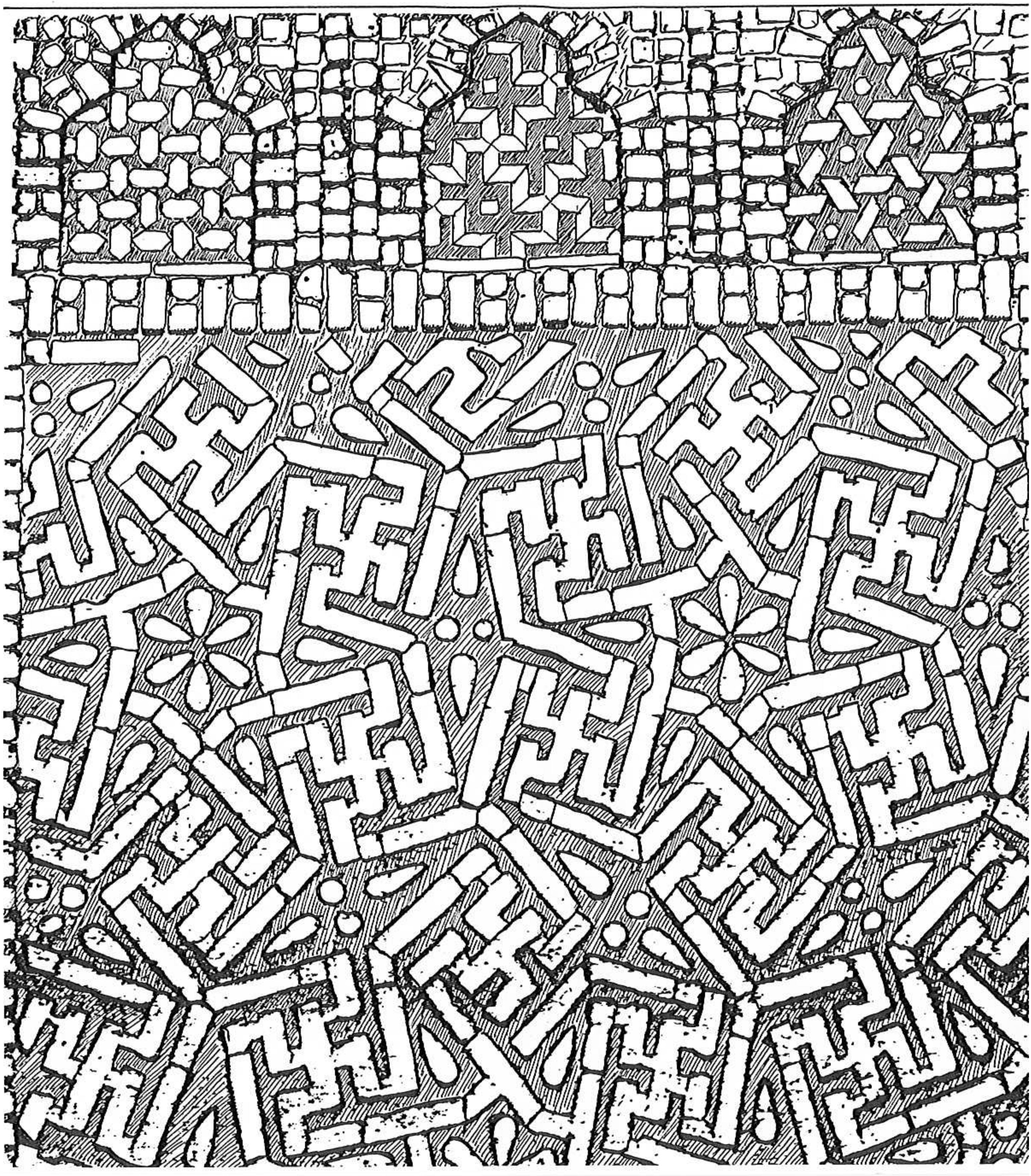
L'OUVERT

ISSN 0290-0068

N° 35 JUIN 1984 , JOURNAL DE L'APMEP D'ALSACE ET DE L'IREM DE STRASBOURG



NOTRE COUVERTURE

Facade de la tour d'un mausolée islamique à Kharraqān en Iran. L'édifice date de 1067.
Le pavage utilisé pour décorer le mur est hexagonal et son système décoratif double-hexagonal.
Voir article p. 41 et p. 26 pour le groupe de symétrie.

EDITORIAL

L'Art, plus précisement l'Art décoratif, tient une grande place dans cette parution de l'OUVERT. Même si on se limite au plan - ce qui ne permet pas de traiter les problèmes liés aux poteries, à l'architecture - les mathématiques sous-jacentes à la répétition d'un motif sont fort riches. On sait que le nombre des groupes d'isométries d'une décoration régulière est fini : il s'agit des 17 groupes de pavage du plan, ou groupes cristallographiques. Mais devant un motif précis, comment s'y prendre pour l'attacher à tel ou tel de ces groupes ? L'intérêt de la question n'est pas seulement de se rassurer quant à la validité du théorême ! Pouvoir y répondre autorise des rapprochements, indique une méthode de classification.

Or, c'est facile ... Il suffit de se rendre page 27.

L'Art Islamique a produit de merveilleux chefs d'œuvres dans ce domaine. Sans se risquer à aller jusqu'en Iran, qui a fourni à l'OUVERT sa "une", il suffit de se rendre en Espagne, d'yvisiter l'Alhambra de Grenade ou la grande mosquée de Cordoue, pour être confondu.

On découvrira cependant dans la liste d'illustrations des 17 groupes préparée par M. Coornaert (page 26), que les artistes de l'Egypte ancienne avaient déjà une vue profonde sur les systèmes décoratifs. Par le développement de la frise, l'Art grec avait également exploré cette voie. Utilisant tous les acquis des anciens, les artistes au service de l'Islam ont su atteindre des sommets.

Qu'il nous soit permis, en un temps où même un ministre de l'intérieur croit devoir s'inquiéter des conséquences de la montée de l'intégrisme religieux dans la communauté musulmane de notre pays, qu'Islam ne se conjugue pas nécessairement avec ayatollah sanglant. Que la tolérance enseignée par le Coran a permis aux communautés juives de vivre paisiblement en pays islamique jusqu'à un passé récent. Que les principes d'harmonie universelle qu'il enseigne ont favorisé, du 9ème au 12ème siècle l'apparition de ces hommes universels auxquels notre civilisation doit beaucoup : Al Farabi (Alpharibus), Ibn Sina (Avicenne), Ibn Bajja (Avempace), Ibn Rushd (Averroes) ... Ils étaient aussi bien poètes, philosophes, musiciens, médecins ... que mathématiciens.

SOMMAIRE

L'OUVERT

ISSN 0290-0068

. Responsable de publication : J. Lefort
. Rédaction : G. Glaeser et E. Chaney
. Correspondance à adresser à :
Bibliothèque IREM
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG CEDEX
. Participation aux frais pour 4 parutions annuelles : 60.- F (+ port si pas Alsace)
. Disponible à la Bibliothèque de l'IREM.

SUPER-SONDAGE EN SECONDE

Par le groupe Lycée de l'I.R.E.M. (*)

LE QUESTIONNAIRE-TEST 83-84 : 1437 ÉLÈVES !

Le groupe Lycée de l'I.R.E.M. a proposé aux collègues enseignant en seconde l'expérimentation dans leurs classes de trois questionnaires-tests. Près de cinquante professeurs ont acceptés de participer à ce travail, de dresser des bilans quantitatifs et qualitatifs et de les transmettre à l'I.R.E.M.

Le premier questionnaire est le fruit de la réflexion d'un groupe de travail de l'I.R.E.M. de l'an dernier ; on le trouvera reproduit dans les pages suivantes. Il s'agit de discerner chez un élève de seconde confronté à la lecture d'un graphique :

- ce qui lui est d'accès immédiat,
- ce qui suscite de sa part des hésitations,
- ce qui constitue pour lui un réel obstacle.

C'est dans ce but que les temps impartis à chaque page ont été volontairement limités.

Nous insistons sur les faits suivants :

1) Dans notre esprit, un tel questionnaire n'est nullement destiné à remplacer un devoir.

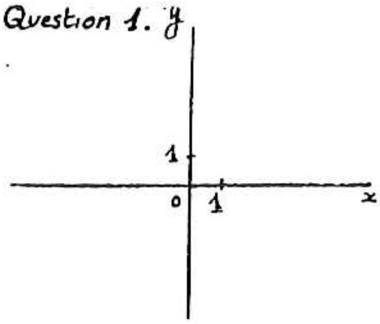
2) Sa forme ne constitue qu'un moyen d'investigation parmi d'autres : il va sans dire que ce questionnaire ne mesure nullement l'imagination, l'esprit de déduction, l'initiative, la capacité de bâtir et de rédiger une démonstration, etc... ; ce n'est pas son objet.

3) Ce test n'est accompagné d'aucun barême : il n'est pas destiné à mesurer les capacités mathématiques des élèves ni leur travail.

4) Toutes les questions portent sur les pré-requis qui semblent indispensables à un élève de Seconde pour suivre avec profit l'enseignement de l'Analyse : le test peut donc permettre de faire, avec les élèves, le point de leurs connaissances et savoir-faire sur la lecture graphique, avant d'aborder cet enseignement. De telles mises au point s'avèrent particulièrement utiles dans les actuelles classes de Seconde dont nous connaissons bien la diversité et celle des élèves qui les composent. La correction du test permet aussi de mieux déceler certaines incompréhensions et mieux interprêter certaines réponses.

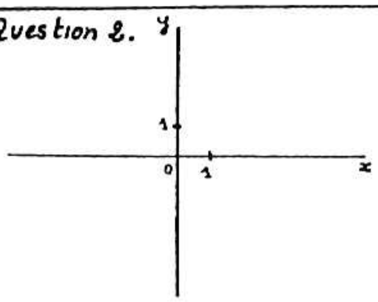
L'I.R.E.M. a reçu des bilans de ces questionnaires pour 47 classes constituant une *"population"* de 1437 élèves : c'est bien mieux que ce qui se fait dans la plupart des sondages ! De tels bilans méritent un dépouillement attentif - lequel est en cours - mais nous pouvons donner, dès maintenant, quelques résultats quantitatifs.

Question 1.



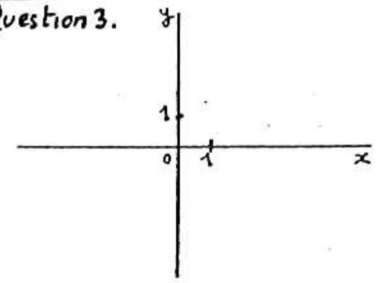
Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'abscisse est strictement positive .
Compléter :
$E = \{ M(x,y) \ / \ \ldots\ldots\ldots > 0 \}$

Question 2.



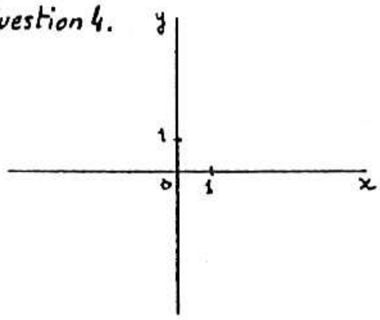
Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est négative ou nulle .
Compléter :
$E = \{ M(x,y) \ / \ \ldots\ldots\ldots\ldots \}$

Question 3.



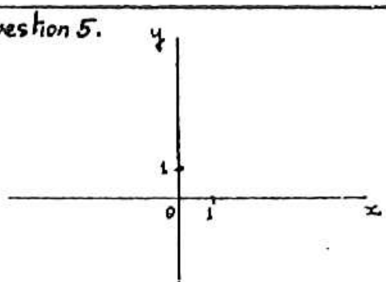
Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est égale à l'abscisse .
Compléter :
$E = \{ M(x,y) \ / \ \ldots\ldots\ldots\ldots \}$

Question 4.



Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est strictement inférieure à l'abscisse .
Compléter :
$E = \{ M(x,y) \ / \ \ldots\ldots\ldots\ldots \}$

Question 5.



Représenter en rouge l'ensemble E des points dont l'ordonnée est l'opposé du double de l'abscisse .
Compléter :
$E = \{ M(x,y) / \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \}$

RÉSULTAT DU TEST

Convention générale : R signifie **réussite totale**

E signifie **échec partiel ou total**

NR signifie **non-réponse**

Les résultats sont donnés en pourcentage.

PAGE 1 : 8 minutes

Graphique	R	E	NR
Question 1	61	38	1
2	40	58	2
3	50	44	6
4	9	66	25
5	8	35	57

Ecriture	R	E	NR
Question 1	56	30	14
2	49	34	17
3	56	21	23
4	46	21	33
5	29	18	53

→ On remarque que, sauf pour la première question, les élèves réussissent mieux à écrire les ensembles qu'à les représenter graphiquement ! L'écart des réussites est particulièrement net aux deux dernières questions.

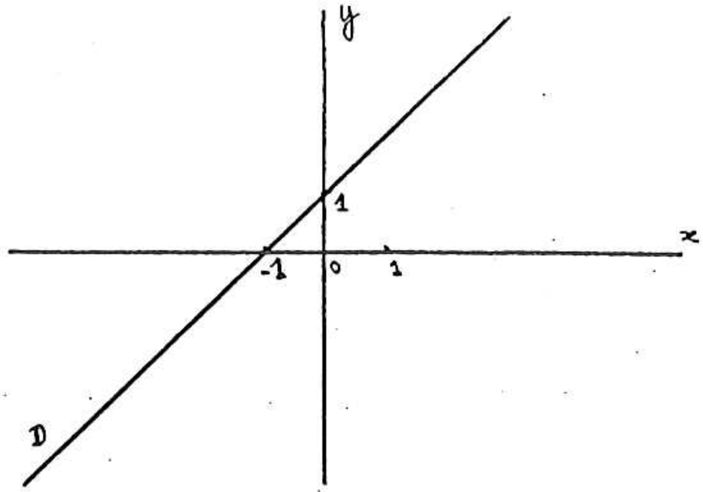
→ Les principales erreurs signalées par les collègues portent sur :

- des confusions entre abscisses et ordonnées,
- des confusions entre le plan et la réunion des deux axes,
- des confusions entre "*opposé*" et "*inverse*", "*double*" et "*moitié*" dans la dernière question,
- la non-distinction graphique entre demi-plan ouvert et demi-plan fermé.

→ Un collègue signale que la réussite à l'écriture est rarement partielle, un autre signale bon nombre d'écritures "*inimaginables*" a priori...

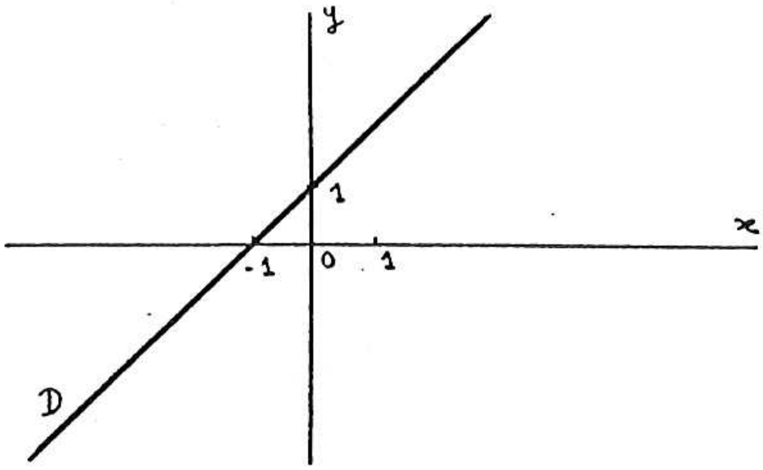
$\{ M(x,y), \; [0, +\infty] > 0 \}$, $\{ M(x,y), +\infty < M > 0 \}$ etc...

Question 6.



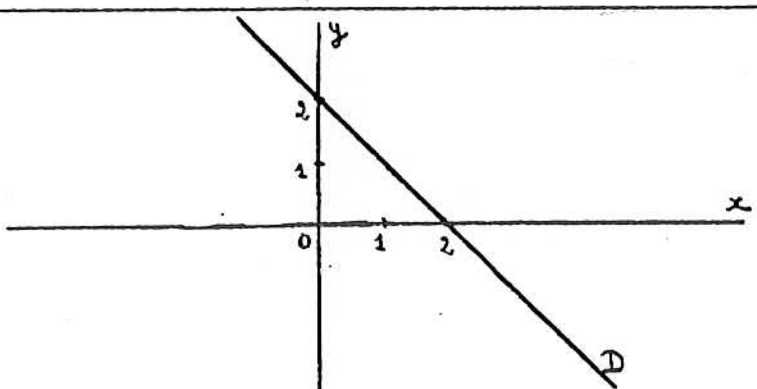
Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse négative <u>et</u> une ordonnée positive .

Question 7.



Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse comprise entre 1 et 2 .

Question 8.



Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une ordonnée comprise entre 1 et 2 .

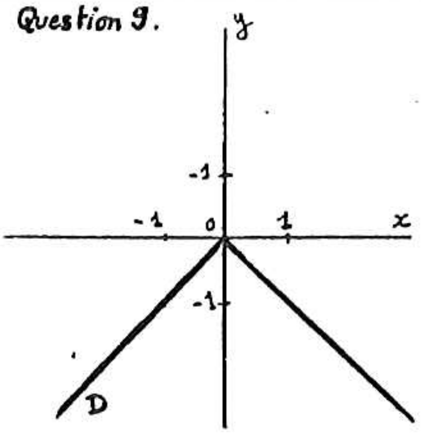
PAGE 2 : 3 minutes . RESULTATS

	R	E	NR
Question 6	76	23	1
7	70	26	4
8	69	23	8

→ La réussite à cette page est bien meilleures qu'à la précédente. *"Travailler sur une droite"* semble plus facile que de *"travailler dans le plan"*.

→ Ceux qui ont échoué ont, pour beaucoup, donné un régionnement du plan.

Question 9.

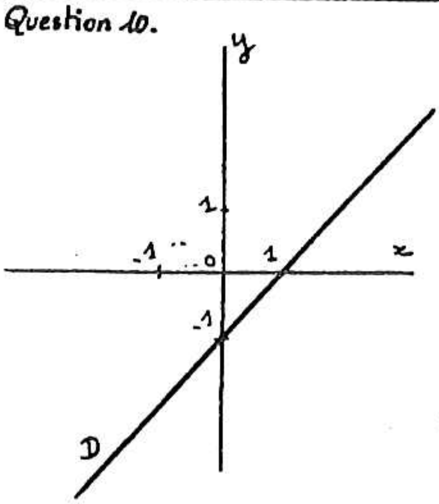


Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une ordonnée et une abscisse de même signe .

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

	OUI	NON	JE NE SAIS PAS
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ x=y\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ xy \geqslant 0\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ x \leqslant 0\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ y \leqslant 0\}$	☐	☐	☐

Question 10.

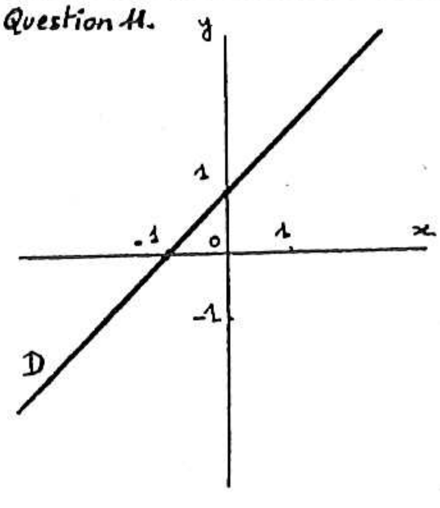


Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse positive <u>et</u> une ordonnée négative .

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

	OUI	NON	JE NE SAIS PAS
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ x \geqslant 0 \text{ et } y \leqslant 0\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ xy \leqslant 0\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ -1 \leq x \leq 1\}$	☐	☐	☐

Question 11.



Représenter en rouge la partie E de D dont les points ont une abscisse positive <u>ou</u> une une ordonnée négative .

Cocher la (ou les) bonne(s) réponse(s) :

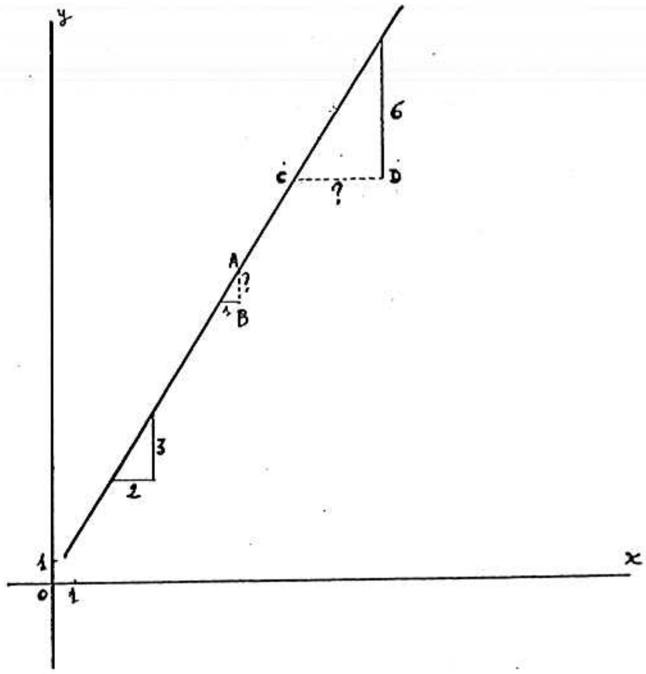
	OUI	NON	JE NE SAIS PAS
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ x \geqslant 0 \text{ ou } y \leqslant 0\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ xy \leqslant 0\}$	☐	☐	☐
$E = \{M(x,y) \in D \ / \ -1 \leq x \leq 1\}$	☐	☐	☐

PAGE 3 : 9 minutes . RESULTATS

	R	E	NR	
question 9, graphique	75	23	2	
9, trois premières écritures de E	28	70	2	R =(OUI,OUI,OUI)
9, dernière écriture de E	27	70	3	R = (NON)
question 10, graphique	82	17	1	
question 10, écritures de E	33	64	3	R = (OUI,OUI,NON)
question 11, graphique	66	29	5	
11, écritures de E	31	61	8	R = (OUI,NON,NON)

→ La réussite graphique est encore très bonne. Le petit nombre de non-réponses signifie probablement que les élèves préfèrent le risque d'une réponse fausse (d'autant qu'il n'y a qu'à cocher des cases) que de dire : *"Je ne sais pas"*. La réussite à l'écriture chute notablement par rapport à celle de la page 1. Pourquoi ? Est-ce parce que les formulations sont différentes et que certaines écritures ensemblistes ne traduisent pas *"immédiatement"* le texte français ? Est-ce parce que échec signifie échec même partiel ?

→ Un collègue signale que la question concernant la dernière écriture de E dans la question 9 fait encore difficulté après correction.

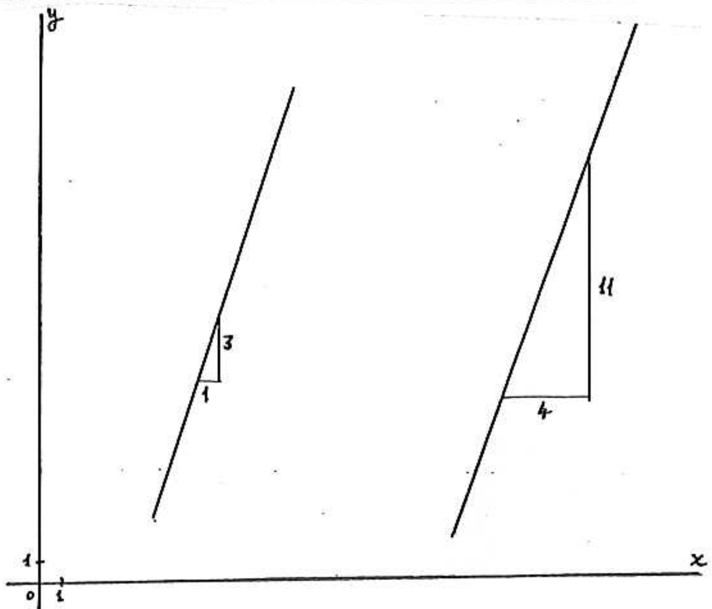


Question 12. Quelles sont les mesures des segments AB et CD ?

Remplir :

la mesure du segment AB est : .... unités .

la mesure du segment CD est : .... unités .



Question 13. Les deux droites représentées sont elles parallèles ?

☐ OUI , POURQUOI ? ....
....

☐ NON , POURQUOI ? ....
....

PAGES 4 et 5 : 2 minutes chacune . RESULTATS

	R	E	NR
question 12	44	50	6
question 13	44	52	4

une réponse juste à la question 13 est une réponse justifiée même maladroitement.

→ Il y a corrélation étroite entre les résultats de ces deux pages.

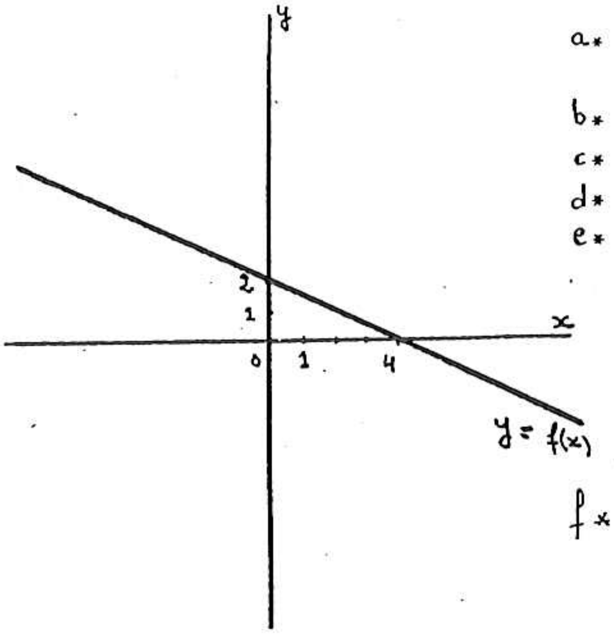
→ Beaucoup d'élèves font des mesures avec leur double-décimètre : ils n'utilisent pas la proportionnalité pour raisonner et répondre directement mais s'en servent (probablement sans s'en rendre compte) pour convertir cm ou mm en unités.

→ Quelques *"justifications"* à la question 13 :

"les droites sont parallèles parce qu'elles ne se touchent pas"
"si on prolonge, elles se touchent"
"11 n'est pas multiple de 4"
"3 x 1 = 3 et 4 x 11 = 44 qui n'est pas multiple de 3"
"les droites ne font pas un parallélogramme"
"elles ont toutes les deux droites, un angle droit parallèles à l'axe des abscisses"
"elles sont les deux l'hypoténuse"

N.B. : Réduites pour pouvoir être publiées, les questions 12 et 13 reproduites ci-contre occupent chacune une page dans le questionnaire soumis aux élèves (N.D.L.R.)

Question 14.



Compléter :

a* f(o) = ...

b* f(-4) = ...

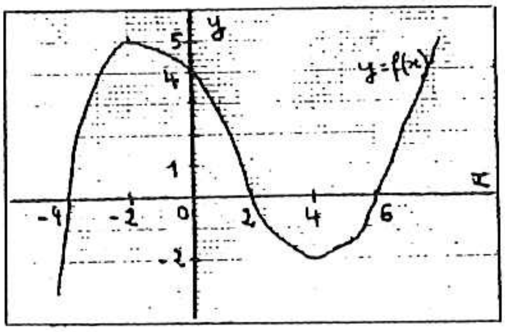
c* f(x) > o si et seulement si x ......

d* f(x) ...... si et seulement si x < o

e* si x varie de -6 à 4 , f(x) varie de ....

f* Pour quelles valeurs de x a-t-on
f(x) = o ? ....
f(x) = 1 ? ....

Question 15.



Compléter :

a* f(o) = ...

b* si x varie de o à 4 , f(x) varie entre ... et ...

c* si x varie de -4 à 2 , f(x) varie entre ... et ...

d* si x varie de -4 à 6 , f(x) varie entre ... et ...

e* Pour quelles valeurs de x a-t-on
f(x) = o ? ....
f(x) = 4 ? ....

PAGE 6 : 10 minutes . RESULTATS

	R	E	NR
question 14 a)	55	39	6
b)	49	36	15
c)	22	67	11
d)	20	65	15
e)	24	52	24
f)	32	52	16

	R	E	NR
question 15 a)	50	31	19
b)	45	37	18
c)	30	47	23
d)	32	42	26
e)	16	56	28

→ Les taux de réussite à 14 a) et 15 a) sont quasiment les mêmes ; le taux de réussite à 14 e) est inférieur aux taux de réussite à 15 c), 15 d) et 15 e) : probablement parce que la réponse à 14 e) exige le calcul de $f(-6)$, ce que ne compense pas la simplicité de la fonction affine, dûe à sa monotonie.
Le taux de réussite à 15 e) est la moitié de celui de 14 f) mais le peu de lisibilité du graphique en est peut-être la cause.

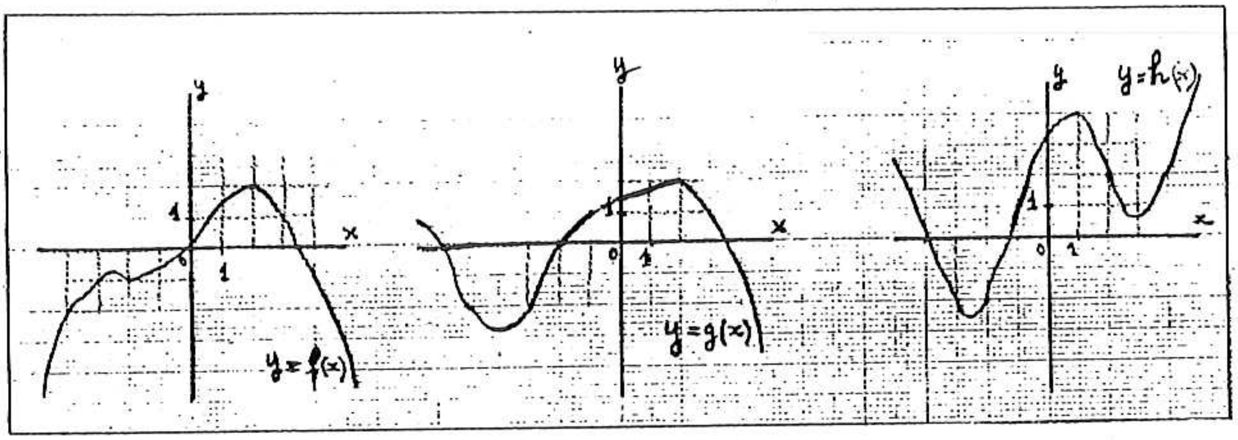
→ La faiblesse de beaucoup de taux de réussite semble essentiellement dûe à l'incompréhension fondamentale de l'écriture "$y = f(x)$", ce qui entraîne ici des confusions entre x et $f(x)$, entre $f(a)$ et $f(x) = a$.

→ Des collègues signalent que pour certains élèves, "0" introduit une difficulté supplémentaire : dans leurs classes, les élèves échouent davantage à la résolution graphique de $f(x) = 0$, qu'à celle de $f(x) = 1$ ou $f(x) = 4$. Mais ce n'est pas le cas d'autres classes !

→ Les erreurs les plus courantes sont :

14 a) $f(0) = 0$; $f(0) = 4$;
c) $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x > 0$; $f(x) > 0 \Longleftrightarrow x > 4$;
d) $f(x) < 0 \Longleftrightarrow x < 0$;
e) $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0$; $f(x) = 1 \Longleftrightarrow x = 1$;
15 a) $f(0) = 0$; $f(0) = 2$; $f(0) = 6$;
b) $f(x)$ varie entre 0 et 4 ;
c) $f(x)$ varie entre 0 et 0 ; entre -4 et 2 ; entre $f(-4)$ et $f(2)$;
d) $f(x)$ varie entre 0 et 0 ;
e) $f(x) = 0 \Longleftrightarrow x = 0$.

Question 16.



Mettre une croix dans les cases correspondantes :

Questions	f	g	h
a*Le point A(2,2) appartient à la représentation graphique de :	☐	☐	☐
b*Les points A(2,2),B(-3,-2),C(-1,1) appartiennent à la représentation graphique de :	☐	☐	☐
c*Les points A(2,2),C(-1,1),D(4,-1) appartiennent à la représentation graphique de :	☐	☐	☐
d*Le point C(-1,1) n'appartient pas à la représentation graphique de :	☐	☐	☐
e*Le point E(1,3) n'appartient pas à la représentation graphique de :	☐	☐	☐
f*La représentation graphique qui ne contient pas des points M(x,y) tels que x<o et y>o est celle de :	☐	☐	☐
g*La représentation graphique qui ne contient pas des points M(x,y) tels que x>o et y<o est celle de :	☐	☐	☐

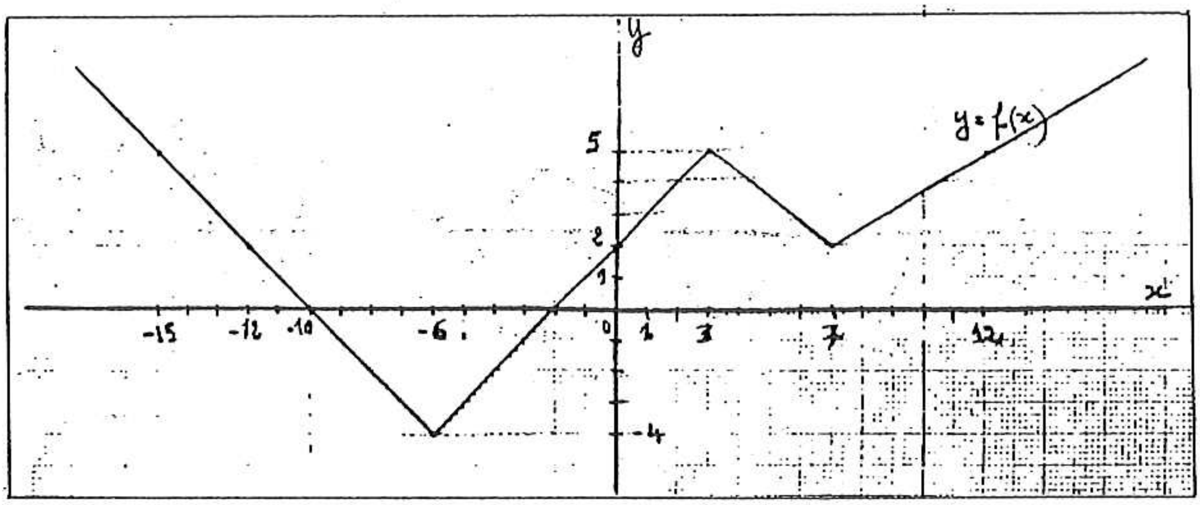
PAGE 7 : 6 minutes . RESULTATS

	R	E	NR
question 16 a)	84	14	2
b)	62	34	4
c)	76	18	6
d)	81	17	2
e)	81	13	6
f)	67	17	16
g)	62	18	20

→ Les taux de réussite aux questions 16 a), 16 c), 16 d), 16 e) sont comparables. On ne s'explique guère la moindre réussite à 16 b) (lisibilité ?). Par contre, les deux dernières questions étaient nettement plus difficiles : compréhension du texte et traduction graphique de conditions.

→ Plusieurs collègues signalent que les élèves en difficulté sont ceux qui n'ont pas placé les points A, B, C, D sur leur graphique.

Question 17 : La représentation graphique de f comprend deux demi-droites et deux segments de droite.



1)Cocher et remplir :

a•Existe-t-il une ou des valeurs de x telles que f(x) = 5 ?

NON ☐

OUI ☐ COMBIEN ?..... LESQUELLES ?..............................

LE GRAPHIQUE NE PERMET PAS DE REPONDRE ☐

b•Existe-t-il une ou des valeurs de x telles que f(x) = o ?

NON ☐

OUI ☐ COMBIEN ?..... LESQUELLES ?..............................

LE GRAPHIQUE NE PERMET PAS DE REPONDRE ☐

c•Existe-t-il une ou des valeurs de x telles que f(x) = -4 ?

NON ☐

OUI ☐ COMBIEN ?..... LESQUELLES ?..............................

LE GRAPHIQUE NE PERMET PAS DE REPONDRE ☐

2)Mettre une croix dans les cases correspondantes :

	o	1	2	3	4	plus de 4	on ne peut pas savoir
a•Combien existe-t-il de valeurs de x telles que f(x) =5?	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
b•Combien existe-t-il de valeurs de x telles que f(x) = 4 ?	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
c•Combien existe-t-il de valeurs de x telles que f(x) = 5o ?	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐
d•Combien existe-t-il de valeurs de x telles que f(x) = -15 ?	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐

PAGE 8 : 6 minutes . RESULTATS

	R	E	NR
question 17 1) a)	51	42	7
b)	55	38	7
c)	66	25	9
2) a)	61	30	9
b)	54	33	13
c)	30	56	14
d)	46	39	15

→ Curieusement, les taux de réussite sont bien meilleurs que ceux des questions 14 f) et 15 e) de la page 6.

→ Les erreurs les plus fréquentes sont :

- celles provenant de l'incompréhension ou de la non-lecture de la convention précisée en haut de la page (questions 2) c) et 2) d)),
- des contradictions entre les réponses aux questions 1) a) et 2) a).

Il est trop tôt pour en dire beaucoup plus. Ce test semble toutefois révéler que la majorité des élèves qui l'ont passé, ne domine :

. ni le *"va et vient"* : langue française ⟷ langage graphique

↖↘ ↙↗

écriture ensembliste

. ni l'écriture "$y = f(x)$"

c'est le moins qu'on puisse dire. Mais son principal intérêt réside dans l'information que chaque professeur peut en tirer en le faisant passer à ses élèves.

Le groupe lycée de l'I.R.E.M. remercie vivement les professeurs qui ont participé à ce travail pour les informations, critiques et suggestions qu'ils lui ont envoyées. Nous remercions aussi M. POULOS à qui nous devons ces premiers résultats chiffrés.

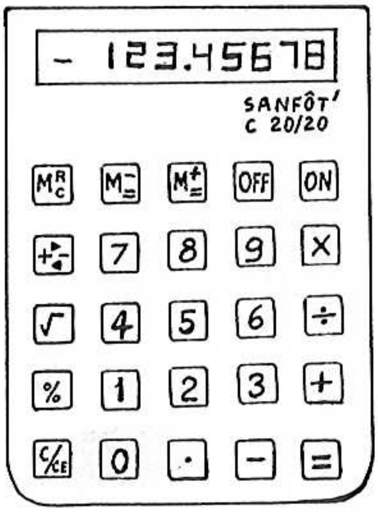
(*) Ce groupe est composé de : Claudine KAHN, Odile SCHLADENHAUFEN, Michel De COINTET.

LECON DE CHOSES : CALCULATRICES 4 OPERATIONS

F. PLUVINAGE

Avant d'entrer dans le vif du sujet, indiquons que le titre eût pu être : "Est-ce vraiment plus simple que ce soit compliqué ?" ou "Sous-comprenons nous bien ?". En effet, les concepteurs de petites calculatrices n'hésitent pas à imaginer des fonctionnements "informatiquement" très tordus, pourvu que les manipulations courantes des utilisateurs puissent se faire. Mais dès que l'on veut sortir des sentiers battus par les notices d'utilisation, on a envie (et même plus : besoin) de savoir "comment ça marche". Pour de futurs utilisateurs d'ordinateurs, il me semble que cette connaissance vaut bien celle de "7 fois 8, 56".

Plutôt que de donner immédiatement une réponse toute faite, illustrons une démarche du type des vieilles "leçons de choses" permettant d'aboutir à une réponse. Ainsi, le lecteur pourra être à même d'explorer un fonctionnement que nous n'aurions pas prévu ici, même si nous avons testé beaucoup de modèles de calculatrices 4 opérations. Sournoisement, tous ces modèles ont à peu près la même apparence générale.



La "bête" que nous considérons offre un affichage à 8 chiffres, des touches numériques, des touches d'opération, une touche $\boxed{=}$.
A cela s'ajoutent généralement des touches concernant une mémoire et des touches de fonctions : $\boxed{\sqrt{}}$ et $\boxed{\%}$, mais nous ne nous occuperons pas de ces touches, réservant leur étude à un public que les scènes d'horreur ne risquent pas de traumatiser.

1. B, ê, Bê

Tapons successivement les touches correspondant à l'opération 23 + 8 par exemple, mais en observant l'affichage au fur et à mesure. Nous observerons ainsi :

Touche appuyée	[2]	[3]	[+]	[8]	[=]
Affichage observé	2	23	23	8	31

On remarque que 23 à l'affichage peut être dans deux "états" :
. Avant d'appuyer sur [+] ; si nous avions entré [8] , nous aurions lu 238. C'est ainsi que 23 a été obtenu après 2.
. Après avoir appuyé sur [+] , nous avons rendu l'affichage prêt à disparaître. Maintenant, la pression de [8] provoque effectivement la disparition de 23. Et nous voyons apparaître 8.

Mais 23 a-t-il disparu ? Certainement pas : il faut bien qu'il soit quelque part dans la machine, pour que 31 apparaisse lors de la pression de [=] .

Conclusion : Dans la machine, il y a un registre susceptible de recueillir un nombre qui disparaît de l'affichage.

2. Bê - bê

Après la séquence de touches précédentes, appuyons à nouveau sur [=] . Si la machine est d'un modèle ancien, il se peut qu'il ne se passe rien, c'est-à-dire que nous continuions à voir 31. Dans ce cas, prenons un modèle plus récent (consommation oblige). La même séquence conduit à 39. Nous disons que la calculatrice est à **facteurs constants** (ou : **opérateurs constants**).

Conclusion : Le nombre 8, qui avait disparu de l'affichage, a été recueilli dans un registre.

Essayons maintenant une multiplication, suivie d'une répétition de [=] .

Touche appuyée	[3]	[×]	[5]	[=]	[=]
Affichage observé	3	3	5	15	45

Par rapport à l'addition, une différence saute aux yeux : ce n'est pas le deuxième nombre introduit (5), mais le premier (3), qui a été conservé dans un registre.

Conclusion : La machine dispose de deux registres numériques, à côté de (ou derrière) l'affichage.

Note pour les lecteurs savants : C'était évident, parce que ce misérable affichage, décimal, est inutilisable pour des opérations machines qui n'aiment que des nombres issus du système binaire. Le nombre de l'affichage doit donc se trouver **aussi**, écrit proprement c'est-à-dire à base de numération binaire, quelque part dans les circuits de la machine.

3. Où l'on cesse de bêler

Désormais, nous nous autoriserons des manipulations qui peuvent s'écarter des cas standards prévus dans les modes d'emploi.

Séquence 1

Touche appuyée	[2]	[×]	[=]
Affichage observé	2	2	4

Conclusion : Après [×] , le nombre 2 se trouve dans les deux registres numériques.

Séquence 2

Touche appuyée	[2]	[+]	[=]	[=]
Machine A. Affichage observé	2	2	4	6
Machine B. Affichage observé	2	2	2	4

Oh ! oh ! La machine B aurait-elle du retard ? Non, puisque les deux machines viennent de la même maison honorable, et que c'est la machine B la plus récente. Un examen plus détaillé des registres et surtout de leur gestion s'impose.

Séquence 3

Touche appuyée	[3]	[+]	[×]	[=]	[=]
Affichage observé	3	3	3	9	27

Conclusion : La multiplication efface l'addition. Et la multiplication est conservée, de même que 3. A côté des registres numériques, il doit y avoir un registre d'opérations.

Séquence 4

Touche appuyée	[2]	[+]	[3]	[×]	[4]	[=]	[=]
Affichage observé	2	2	3	5	4	20	100

Conclusion : A la différence du cas précédent, la multiplication déclenche ici l'addition, comme la touche $\boxed{=}$ le ferait (on pourrait d'ailleurs intercaler $\boxed{=}$ dans la séquence précédente sans changer l'observation). Mais c'est qu'il faut alors considérer $\boxed{=}$ comme une touche d'opération particulière, qui ne change pas le contenu du registre d'opération.

Séquence 5	Touche appuyée	$\boxed{2}$	$\boxed{\div}$	$\boxed{=}$
Machine A.	Affichage observé	2	2	1
Machine A'.	Affichage observé	2	2	0.5

La machine A est finalement simple : une touche d'opération conduit le nombre de l'affichage à être présent dans les deux registres numériques. La machine A' pose un problème, mais nous éclaire un peu sur ce qui a pu se passer dans la machine B à la séquence 2. En effet, le résultat obtenu, 1/2, ne s'explique que par une introduction de 1 dans un registre numérique lors de la pression de $\boxed{\div}$. Mais alors, 0 pourrait avoir été introduit par $\boxed{+}$.

4. Fonctionnement d'une calculatrice 4 - opérations à opérateurs constants

Après les expériences précédentes, accompagnées de quelques autres que le lecteur imaginera, nous sommes suffisamment avancés pour qu'une description générale soit proposée.

Nous distinguerons : - l'affichage,
- deux registres numériques X et Y,
- un registre d'opération.

A cela, il convient d'ajouter un registre mémoire, non envisagé ici.

Les **opérations élémentaires** sur les registres numériques sont les suivantes (pour chacune, l'état des registres immédiatement avant et après l'opération est indiqué) :

	X	Y
Début	a	b
Fin	c	b

Introduction de c dans X

X	Y
a	b
a	c

Introduction de c dans Y

X	Y
a	b
b	a

Echange

X	Y
a	b
a	a

Recopie de X dans Y

X	Y
a	b
b	b

Recopie de Y dans X

L'introduction de c dans Y avec transfert dans X du contenu de Y se rencontre sur certaines machines : elle revient à faire précéder d'une recopie ou d'un échange l'introduction dans Y. De même pour l'introduction dans X avec transfert dans Y. Bien sûr, la machine est dépourvue de touches qui pourraient commander ces opérations (c'est dommage), à part l'introduction. Elles se font à l'occasion du fonctionnement.

Fonctionnement commun aux modèles à opérateurs constants

. $\boxed{=}$ Si le registre d'opération est armé, on obtient le fonctionnement suivant, en désignant par * l'opération

	X	Y	Op
Début	a	b	*
Fin	a*b	b	*

. Toute touche d'opération introduite immédiatement après une autre touche d'opération (ou $\boxed{=}$) modifie les registres (pour préparer la nouvelle opération) mais sans entraîner d'exécution.

. Toute touche d'opération introduite après une introduction numérique déclenche, comme $\boxed{=}$, l'exécution de l'opération précédente si le registre d'opération était armé. Ensuite elle donne lieu au fonctionnement propre à à la nouvelle opération.

. $\boxed{\times}$ Recopie X dans Y. Prépare l'introduction suivante en X. Charge "opération".

. $\boxed{\div}$, $\boxed{+}$, $\boxed{-}$ Préparent l'introduction suivante en Y. Chargent "Op". Donnent ensuite lieu au fonctionnement particulier décrit ci-dessous.

Fonctionnement particulier (variable d'une machine à l'autre)

- machines faisant la recopie,
- machines faisant l'échange.

. $\boxed{\div}$ peut être ou non suivi d'une introduction de 1 dans X. On s'en aperçoit grâce à la séquence a $\boxed{\div}$ $\boxed{=}$ dont le résultat peut être soit 1/a, soit 1.

. L'introduction dans Y s'accompagne d'un transfert de Y dans X.

. $\boxed{+}$, $\boxed{-}$ ou bien échangent X et Y (sans modification d'affichage) ou bien transfèrent X en Y, avec introduction de O en X (sans modification d'affichage).

5. Deux questions en guise de conclusion

Pourquoi les constructeurs ne font-ils pas des systèmes transparents ?
Qui a dit que l'utilisation de machines empêchera d'apprendre ?

DE LA MANIÈRE DE SIMULER DIFFÉRENTS DÉS GRÂCE À DES DÉS ORDINAIRES

Emeric et Maurice MIGNOTTE (*)

Certains jeux utilisent des dés à huit, dix, douze ou vingt faces. Nous indiquons ici comment on peut "réaliser" de tels dés quand on ne dispose que de dés ordinaires à six faces. Bien entendu il s'agit de réaliser des dés non pipés, par exemple avec un dé à huit faces il faut qu'on ait une chance sur huit de faire sept en jetant le dé une fois.

1. Un dé à deux faces

Même en étant sans le sou on peut jouer à pile ou face avec un dé ordinaire. Il suffit, par exemple d'adopter les conventions suivantes :

PAIR = {un, trois, cinq} →PILE
IMPAIR = {deux, quatre, six} →FACE.

Ce dé à deux faces nous sera très utile.

2. Deux dés à quatre faces

Une première façon de procéder est d'utiliser un dé ordinaire, de le lancer, de conserver le résultat obtenu lorsqu'il ne dépasse pas quatre et de relancer le dé tant qu'il ne marque pas l'un des nombres un, deux, trois ou quatre. Petit inconvénient : on peut être obligé de relancer le dé de nombreuses fois. On peut montrer que ce dé n'est pas pipé en utilisant la formule

$$\frac{1}{6} + \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{3^3} \cdot \frac{1}{6}\right) + \ldots = \frac{1}{4}.$$

(*) Sur une idée d'Emeric Mignotte, élève de 3°.

Voici un autre dé à quatre faces. On utilise deux dés à deux faces distinct (par exemple de couleurs différentes) - ou on jette deux fois un dé à deux faces - et on peut utiliser le codage ci-dessous :

premier dé	deuxième dé	résultat
PAIR	PAIR	1
PAIR	IMPAIR	2
IMPAIR	PAIR	3
IMPAIR	IMPAIR	4

Remarque : ce codage est obtenu en deux temps. On code d'abord le résultat du jet des deux dés en binaire, avec la convention PILE → 1 et FACE → 0 ; ainsi

(FACE, FACE) → 00 → zéro
(FACE, PILE) → 01 → un
(PILE, FACE) → 10 → deux
(PILE, PILE) → 11 → trois

et pour se ramener ensuite dans l'intervalle $\{$un, quatre$\}$ on ajoute un à la colonne de droite.

3. Un dé à cinq faces

On procède comme pour le premier dé à quatre faces décrit plus haut, à ceci près que cette fois seul le six est interdit. On relance donc le dé tant qu'il ne marque pas un nombre plus petit que six. Pour montrer que ce dé n'est pas pipé on peut utiliser la formule

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{6^2} + \frac{1}{6^3} + \ldots = \frac{1}{5}.$$

4. Un dé à huit faces

On utilise trois dés de couleurs distinctes (ou on jette trois fois un dé) pris dans un certain ordre fixe, par exemple bleu, blanc, rouge.

Voici un codage possible :

dé bleu	dé blanc	dé rouge	résultat
pair	pair	pair	1
pair	pair	impair	2
pair	impair	pair	3
pair	impair	impair	4
impair	pair	pair	5
impair	pair	impair	6
impair	impair	pair	7
impair	impair	impair	8

Remarque : bien sûr, ce codage est construit selon le schéma suivant :

. impair $\to$ 1, pair $\to$ 0,

. lancer des trois dés $\to$ nombre en binaire n,

. résultat = n+1,

ainsi

(pair, impair, impair) $\to$ 011 $\to$ n = 3 $\to$ n+1 = 4.

5. Un dé à dix faces

On utilise un dé à cinq faces et un dé à deux faces. Pour trouver le résultat r lorsque le dé à cinq faces marque n on utilise la formule

r = n si le dé à deux faces marque PAIR

mais

r = n+5 si le dé à deux faces marque IMPAIR.

Voici le tableau complet de ce codage :

premier dé	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
second dé	PAIR					IMPAIR				
résultat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

6. Un dé à douze faces

Il peut être tentant d'utiliser deux dés ordinaires marquant n et n' et de prendre n+n' comme résultat. Malheureusement avec ce procédé, la chance d'obtenir 12 est seulement 1/36, au lieu de 1/12 espéré. Voici un "dé à douze faces" non pipé. On utilise deux dés ordinaires et le codage suivant :

premier dé	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
second dé	PAIR						IMPAIR					
résultat	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

7. Un dé à vingt faces

On utilise un dé à cinq faces et un dé à quatre faces (donc au plus trois dés ordinaires). Soit n le nombre indiqué par le dé à cinq faces et n' celui indiqué par le dé à quatre faces. On applique la règle suivante qui donne le résultat r :

. si $n' = 1$, $r = n$,

. si $n' = 2$, $r = n+5$,

. si $n' = 3$, $r = n+10$,

. si $n' = 4$, $r = n+15$.

Si on utilise trois dés, bleu, blanc et rouge voici un tableau qui indique le calcul du résultat :

dé blanc	dé rouge	dé bleu				
		un	deux	trois	quatre	cinq
PAIR	PAIR	1	2	3	4	5
PAIR	IMPAIR	6	7	8	9	10
IMPAIR	PAIR	11	12	13	14	15
IMPAIR	IMPAIR	16	17	18	19	20

abonnez-vous !

irem
de grenoble

Petit x

JOURNAL POUR LES ENSEIGNANTS DE MATHEMATIQUES ET DE SCIENCES PHYSIQUES DU PREMIER CYCLE

«petit x» a été créé il y a un an par l'I.R.E.M. de Grenoble pour favoriser la diffusion de réflexions, de compte rendus de travaux et d'activités réalisés dans les classes.

Pour vous qui ne connaissez pas «petit x» voici quelques thèmes abordés en 1983 : l'instrumentation de notions mathématiques en 4ème, les C.P.P.N., la pratique des «problèmes ouverts» dans les classes, l'enseignement de l'électrocinétique, la valeur absolue, etc... Et il y a aussi les activités pour la classe et... le musée de «petit x».

Pour en savoir plus, nous vous invitons à **vous abonner à «petit x»**.

Vous hésitez ? Sachez que l'année à venir est pleine de promesses. Dans les prochains numéros vous trouverez des articles sur la géométrie des transformations en 4ème, la démonstration, les problèmes langagiers en 6ème-5ème et surtout : un numéro spécial consacré au calcul algébrique !

Alors n'hésitez plus.

Abonnez-vous ! Faites abonner votre collège !

BULLETIN D'ABONNEMENT 1984

retourner à :

I.R.E.M. de Grenoble «petit x»
B.P. 41

38402 Saint-Martin-d'Hères
FRANCE

Je renouvelle mon abonnement à «petit x» pour l'année 1984 au tarif* :

France et C.E.E. : 95 F. ☐ Hors C.E.E. : 126 F. ☐

NOM : .... Prénom : ....

Adresse : ....

....

Ci-joint le règlement de F. à l'ordre de Monsieur l'Agent Comptable de l'U.S.M.G.

* Cocher la case utile.

SYMETRIE ET DECORATION (*)

Michel COORNAERT

La théorie des groupes classe les motifs plans qui se répètent périodiquement suivant deux directions en 17 types notés par les cristallographes :

p1, pg, pm, cm, p2, pgg, pmg, cmm, pmm, p4, p4g, p4m, p3, p31m, p3m1, p6 et p6m.

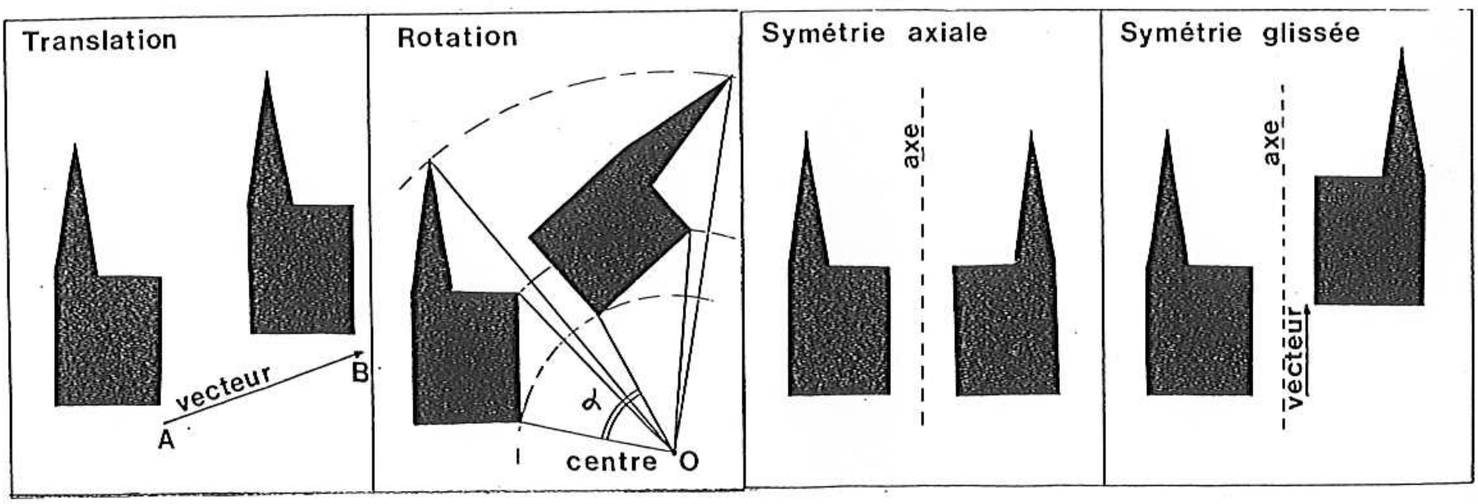
Cette classification est attribuée à Fédorov (1891).

Un algorithme donné par D. Crowe en 1982 (**) permet de déterminer rapidement à quel type appartient un motif donné.

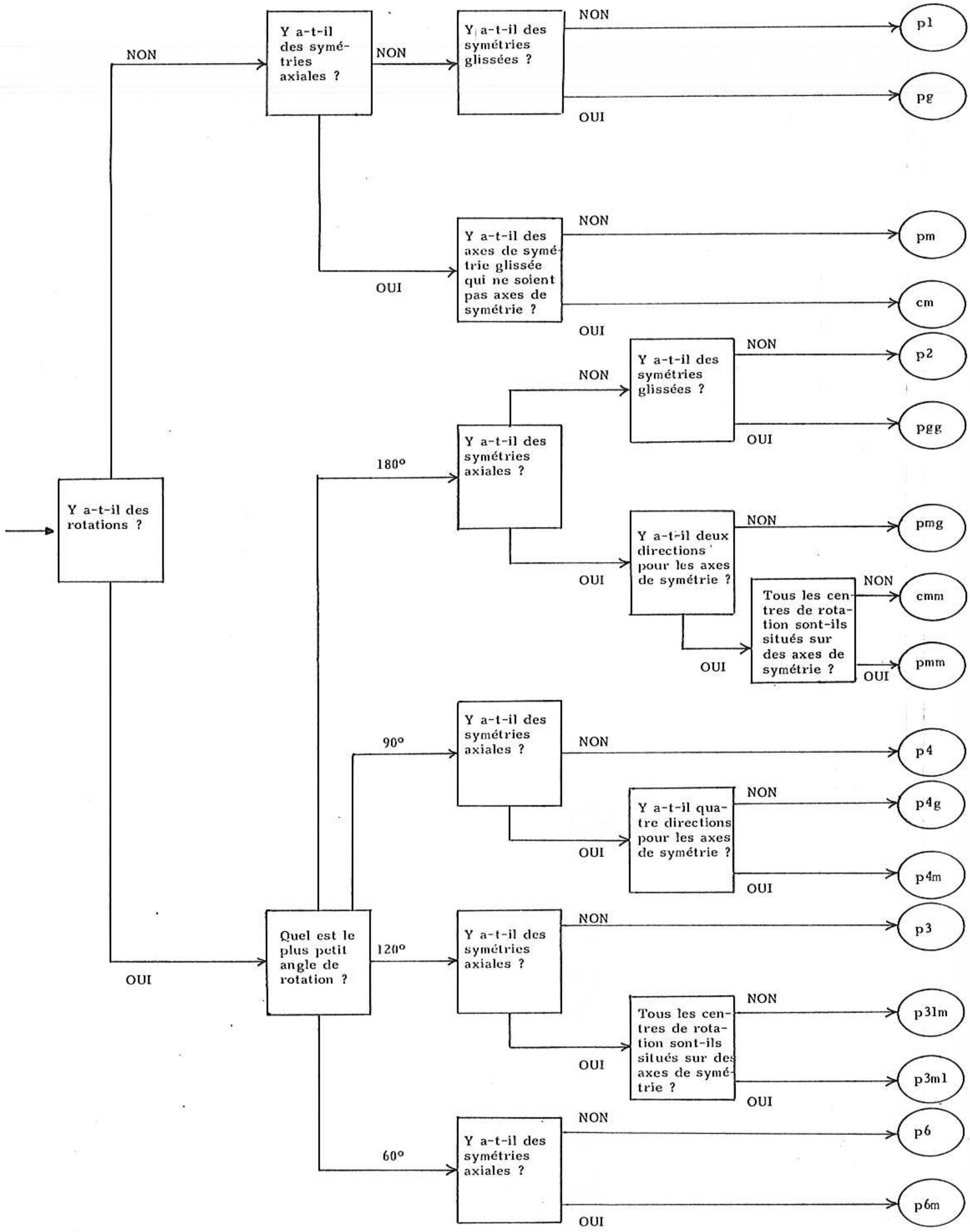
On associe à chaque motif le groupe formé des isométries du plan le laissant invariant. Deux motifs seront du même type quand les groupes qui leur sont ainsi associés sont isomorphes. Les groupes qui apparaissent sont les groupes cristallographiques de la dimension deux, c'est-à-dire les groupes d'isométries du plan dont le sous-groupe des translations est engendré par deux vecteurs non colinéaires. Le théorème de classification utilisé affirme qu'il y en a 17 à isomorphisme près, ou ce qui revient au même, d'après un théorème important de Bieberbach (1910), à conjugaison près dans le groupe de toutes les transformations affines du plan.

(*) Ces notes sont issues d'une conférence faite pour l'Education Permanente en novembre 1983.

(**) "The Geometry of African Art III. The smoking pipes of Begho". The Geometric Vein, The Coxeter Festschrift. Springer Verlag 1982.



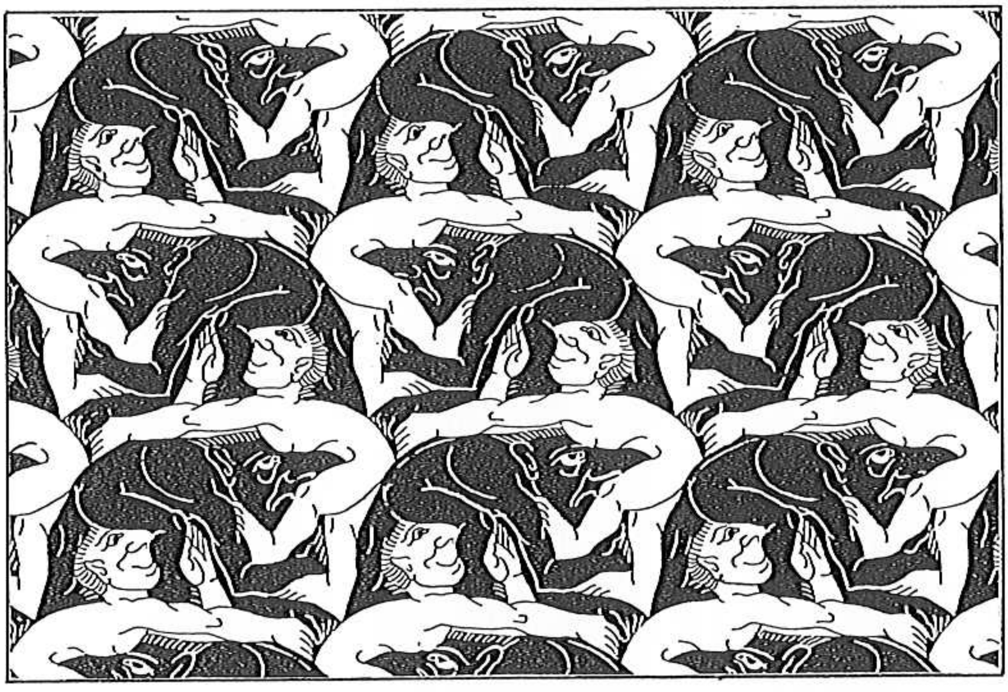
Les isométries du plan



ALGORITHME DE D. CROWE POUR LA DÉTERMINATION DES 17 GROUPES CRISTALLOGRAPHIQUES DU PLAN type p1

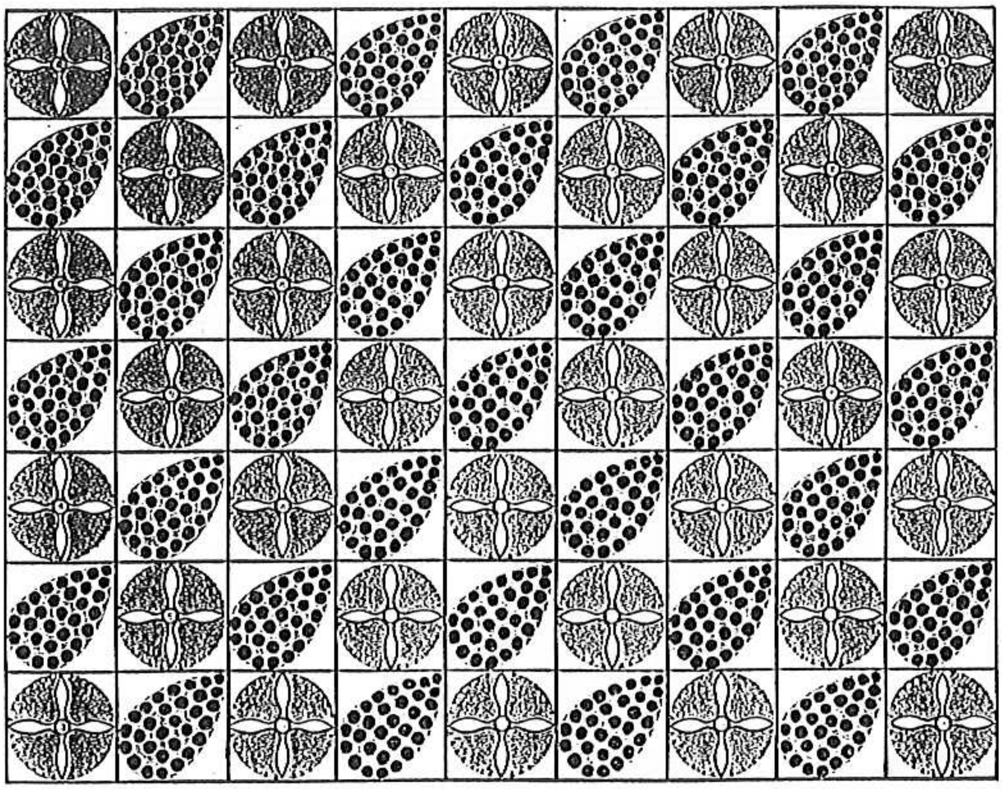
Couverture de bande dessinée :"Rumeur sur le Rouergue", par J.Tardi

type pg



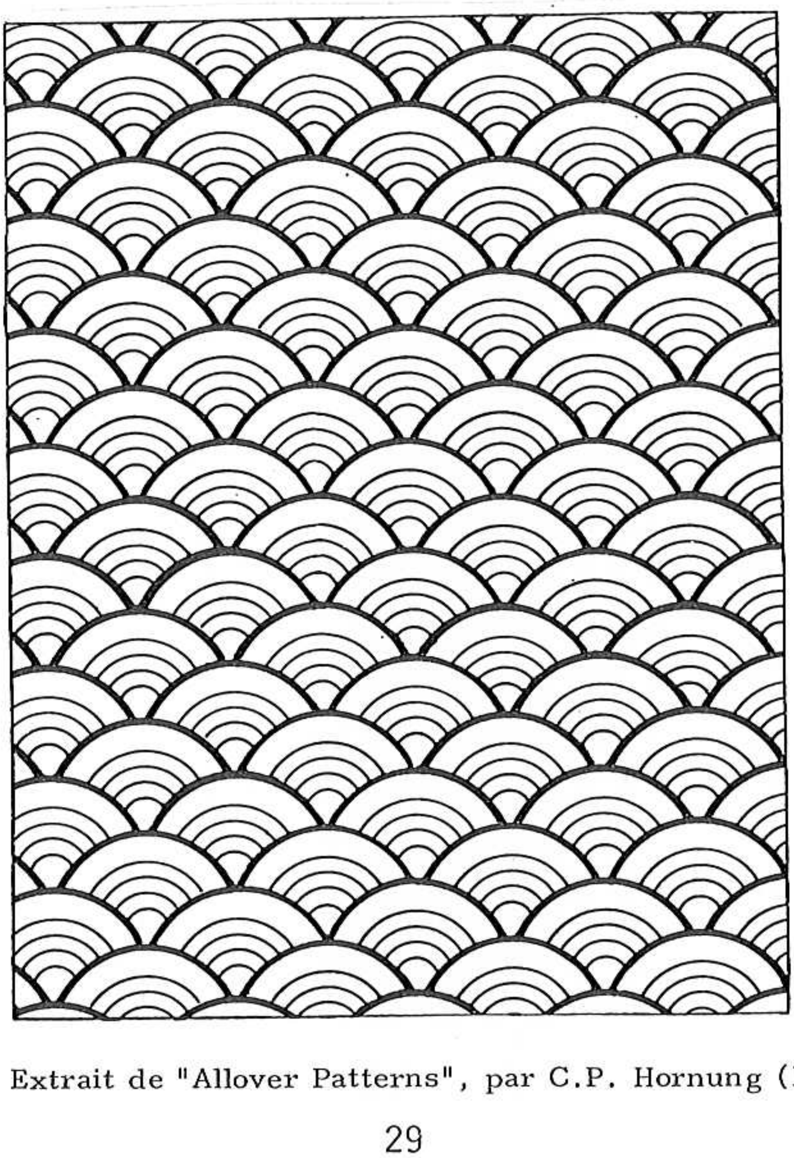
M.C. Escher . Etude pour la lithographie Rencontre. 1944

type
pm



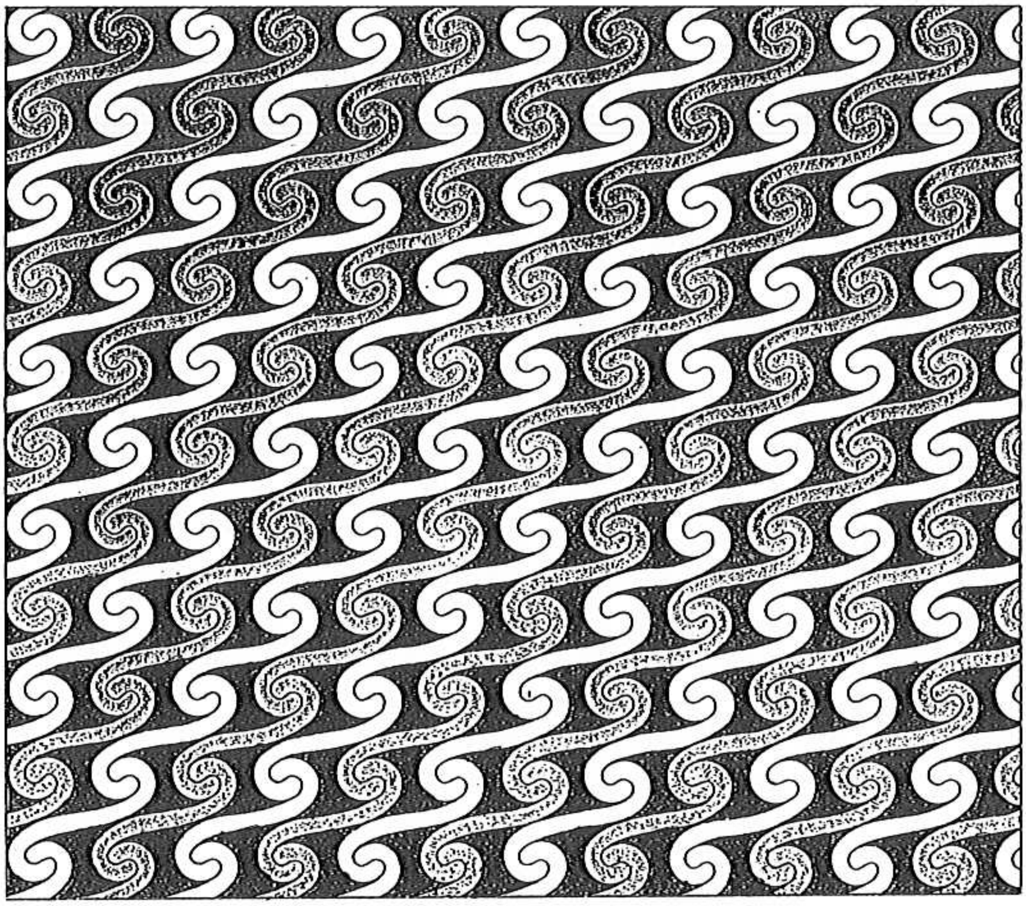
Plafond du tombeau d'Amenekhat

type cm



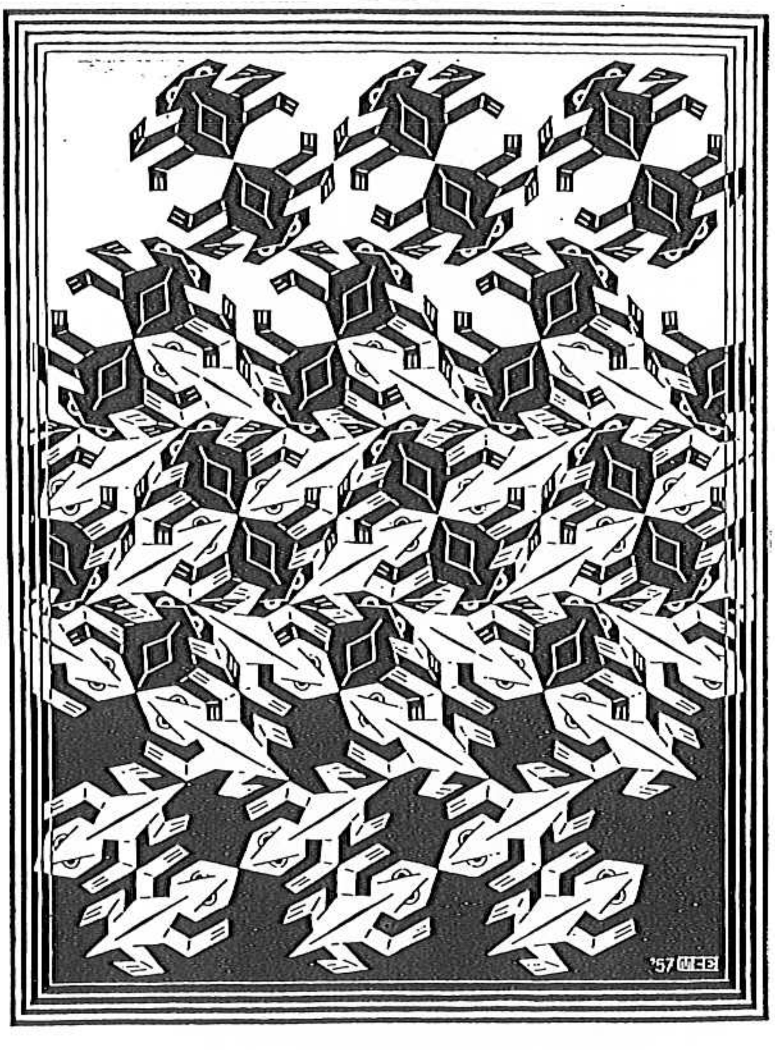
Extrait de "Allover Patterns", par C.P. Hornung (Dover, N.Y.1975)

type
p2



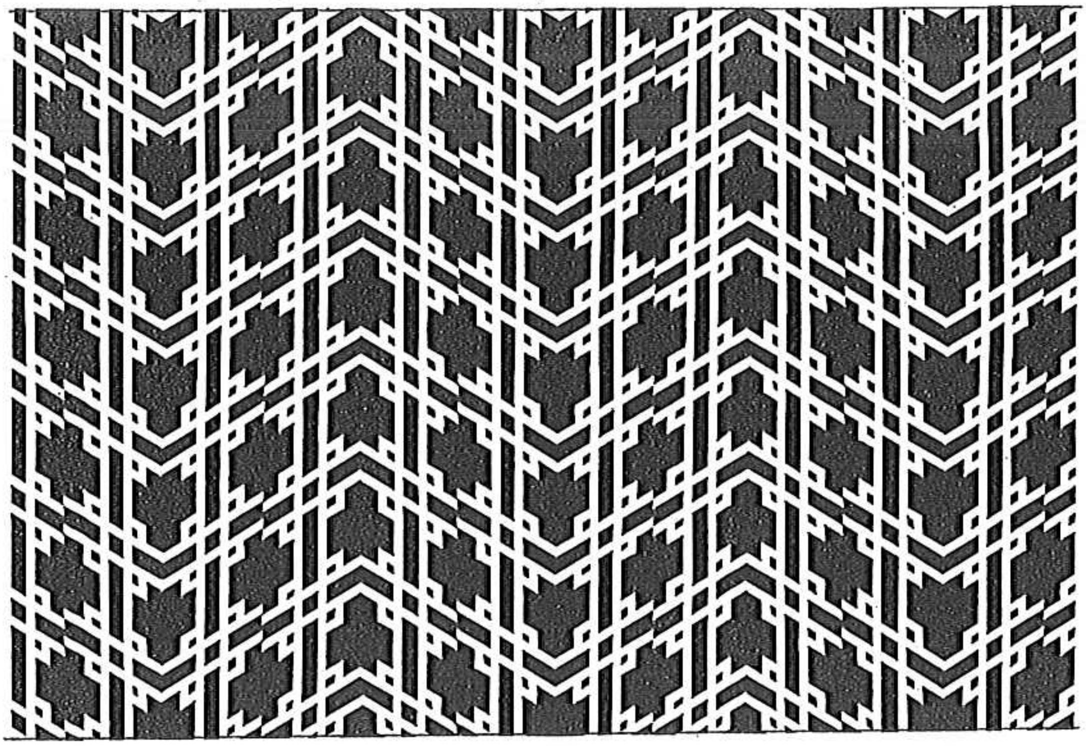
Plafond du tombeau d'Amenemhat

type pgg



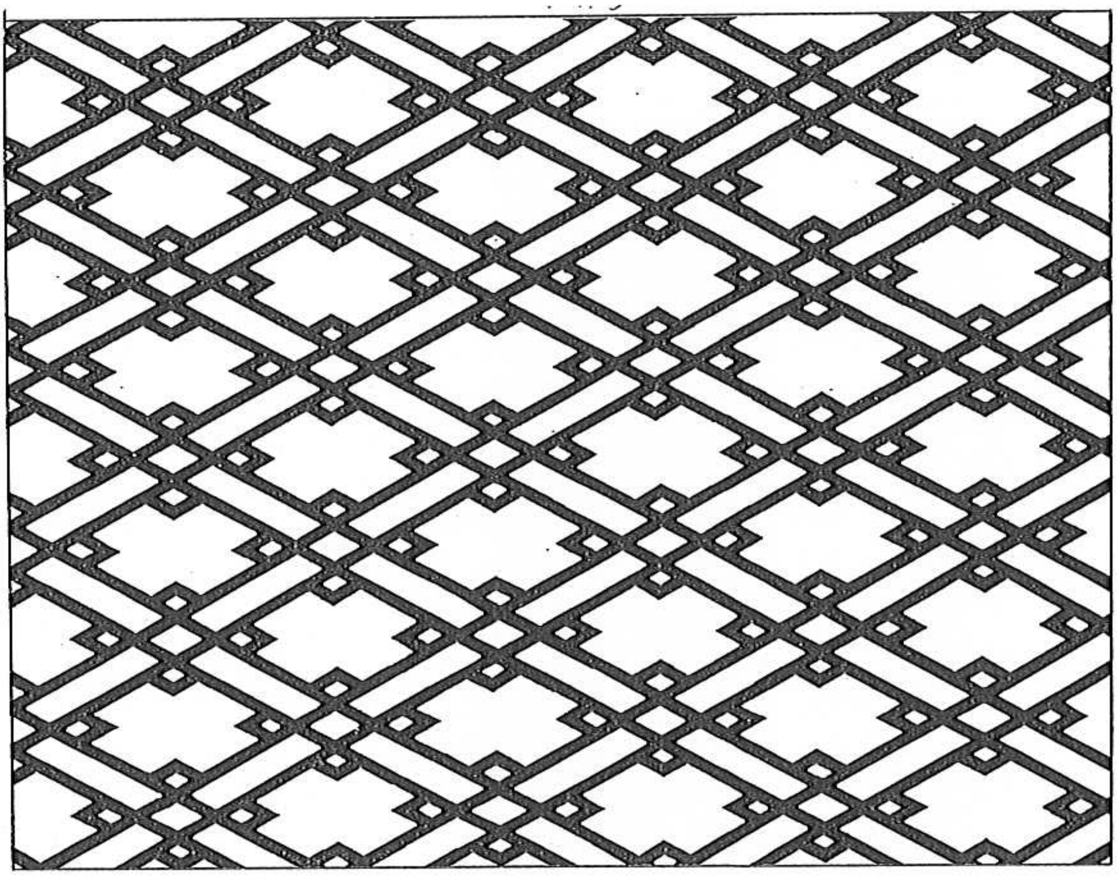
M.C. Escher, Remplissage périodique d'un plan V, 1957

type
pmg

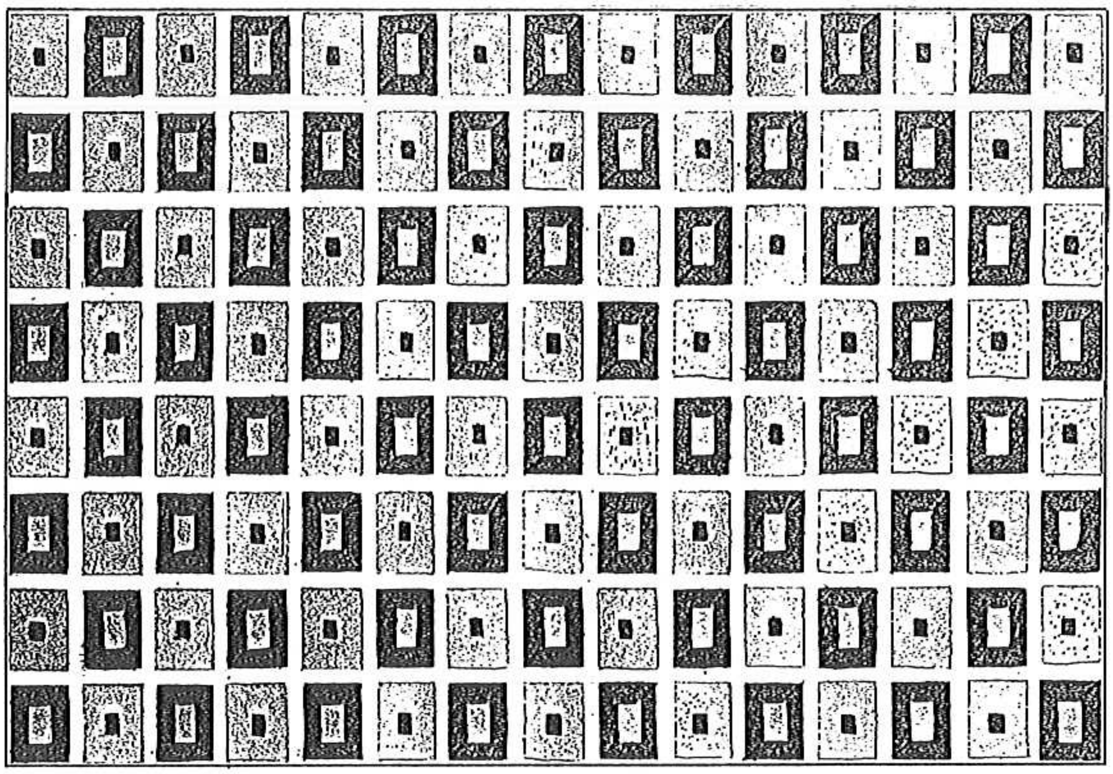


Extraits de "Allover Patterns"

type
cmm

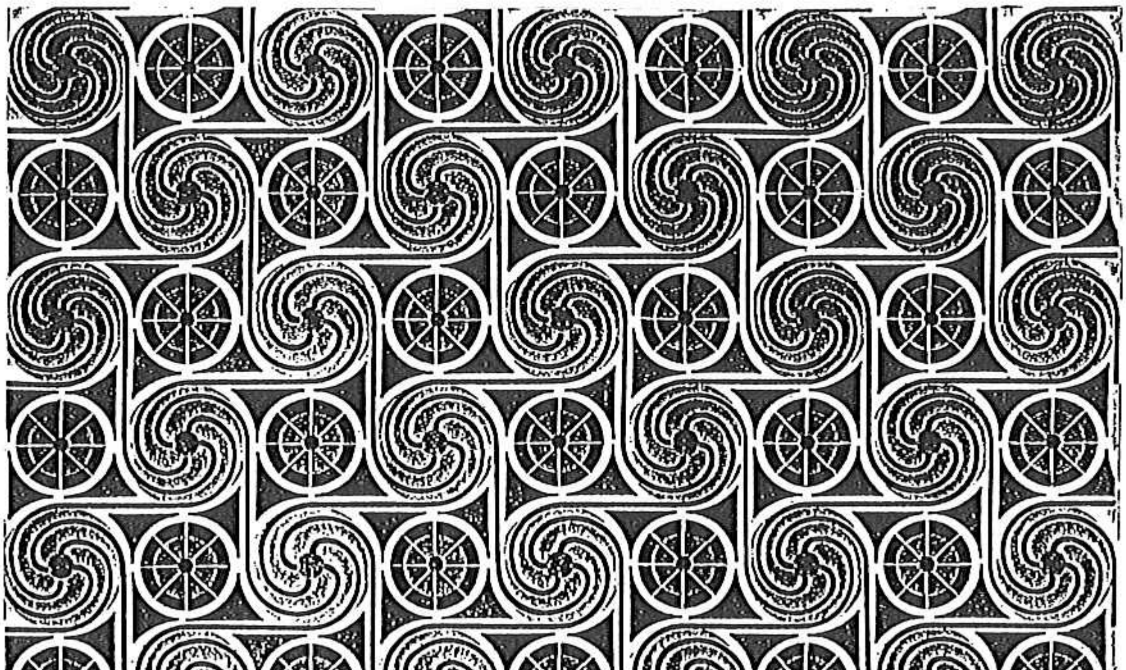


type
pmm



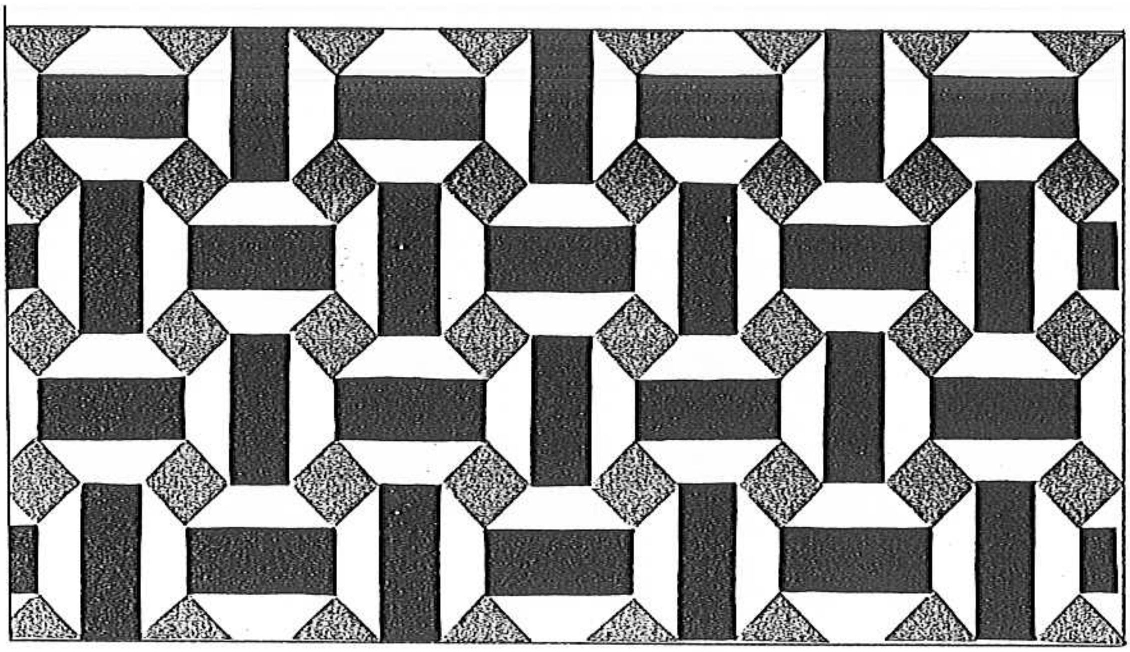
Plafond du tombeau d'Ameneheb

type
p4



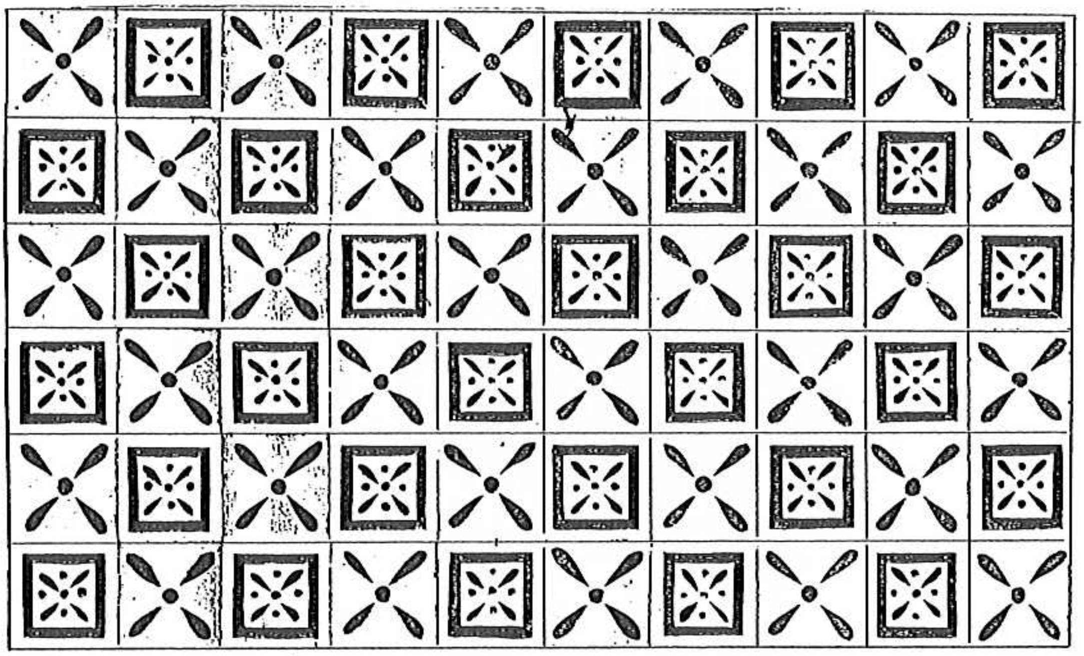
Plafond du tombeau de Nekht-Min

type
p4g



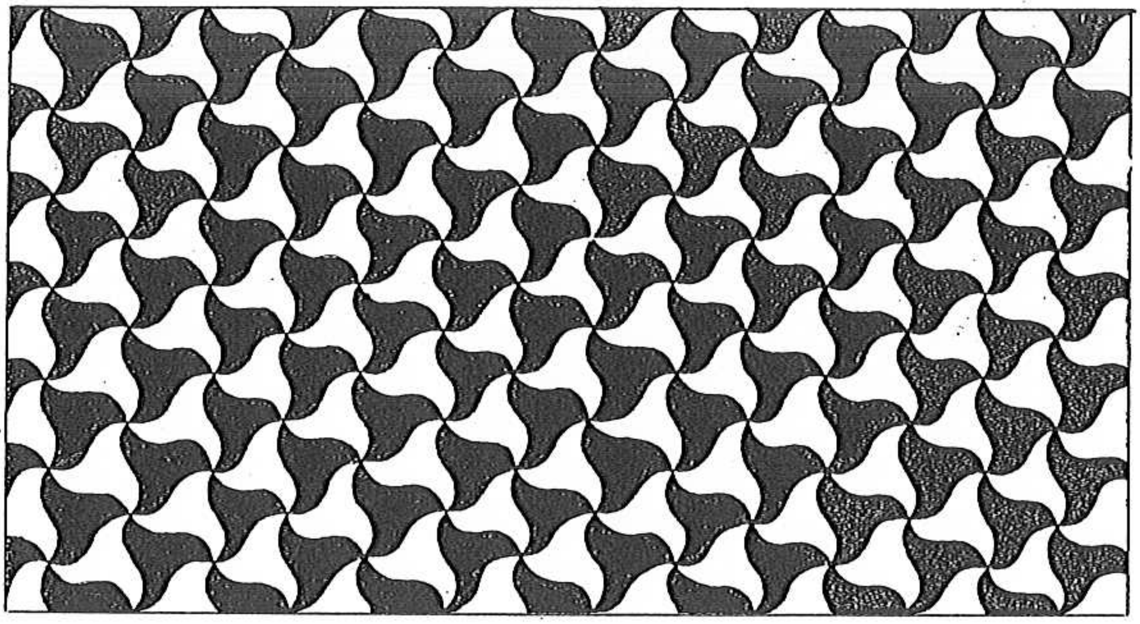
Motif décoratif arabe

type
p4m

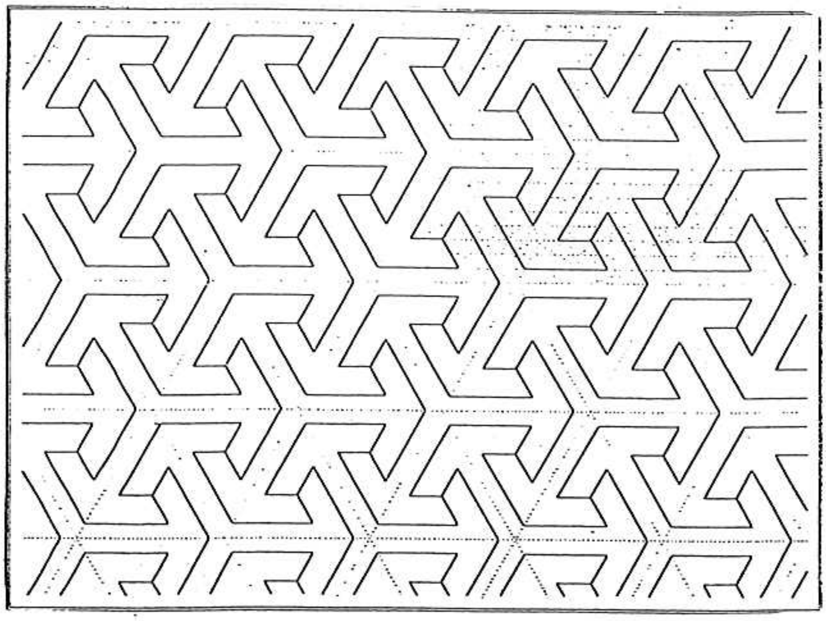


Plafond du tombeau d'Amenemant

type
p3

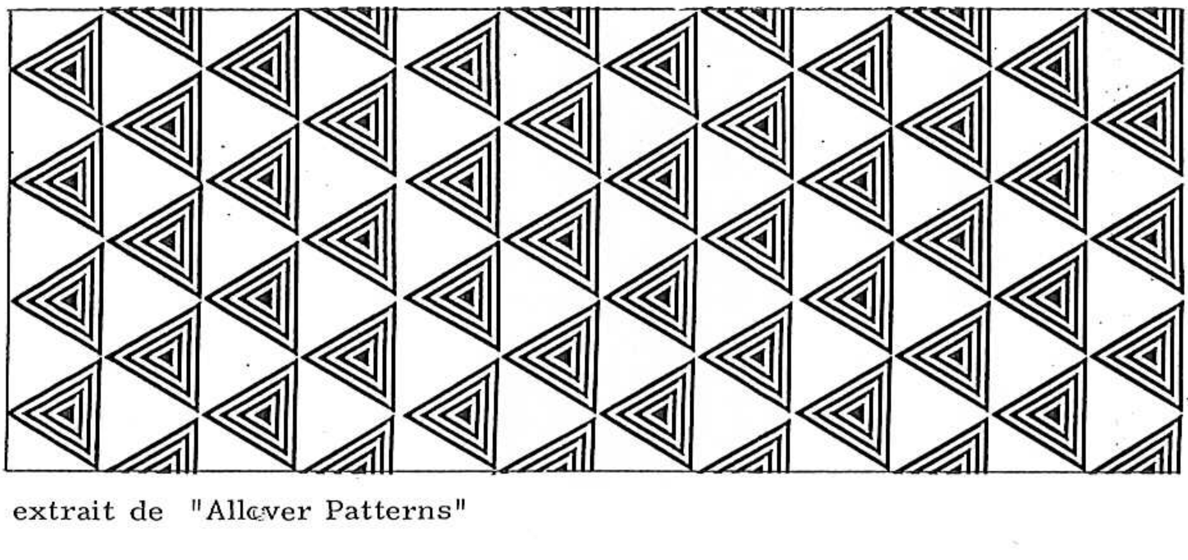


type
p31m



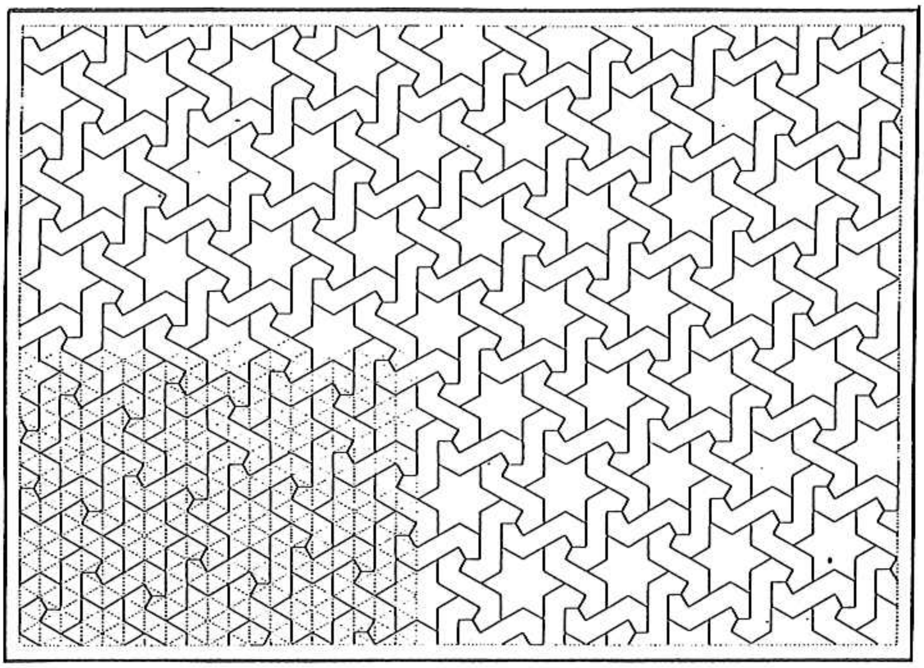
Motifs arabes (les deux se trouvent à l'Alhambra)

type
p3m1



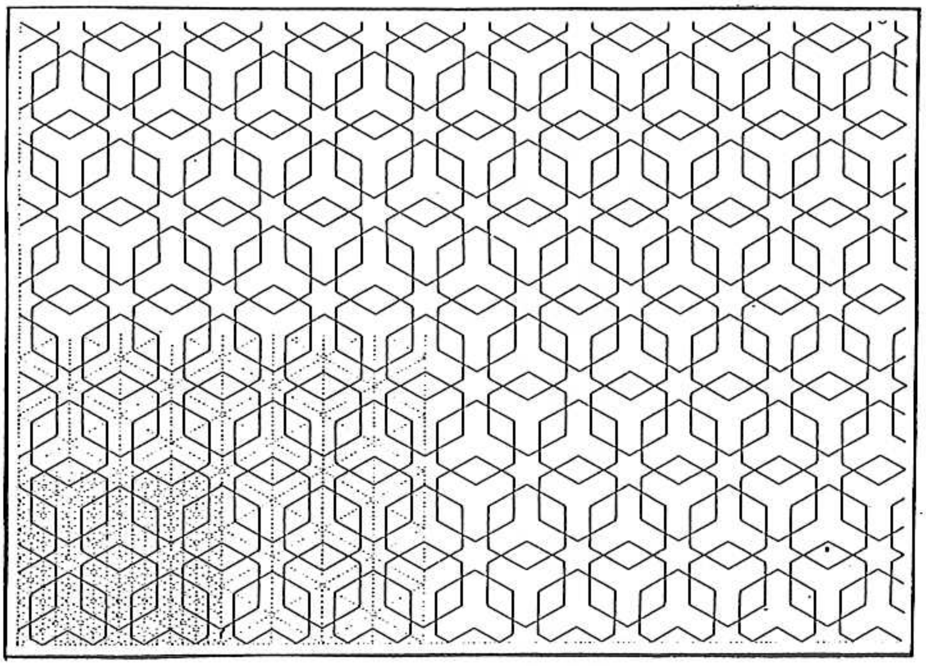
extrait de "Allover Patterns"

type
p6



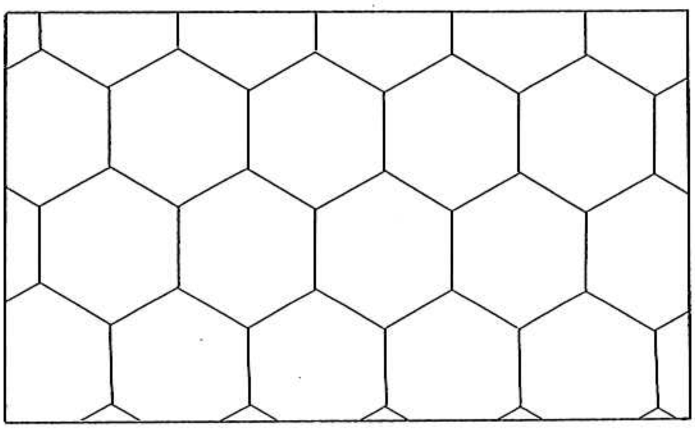
Motifs arabes

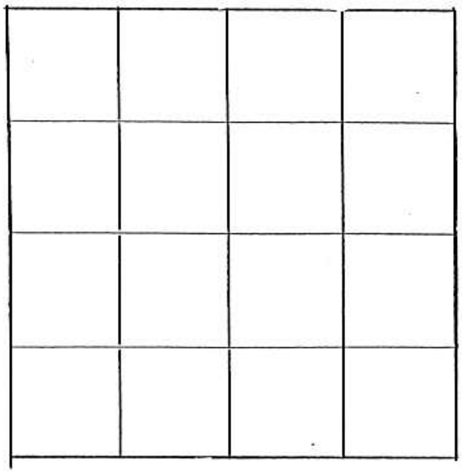
type
p6m

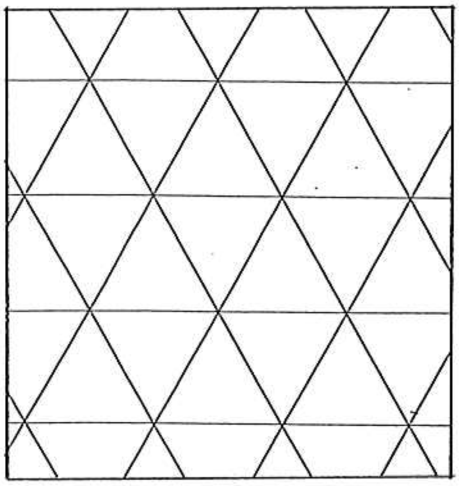


Quelques exercices à traiter avec l'algorithme de D. Crowe :

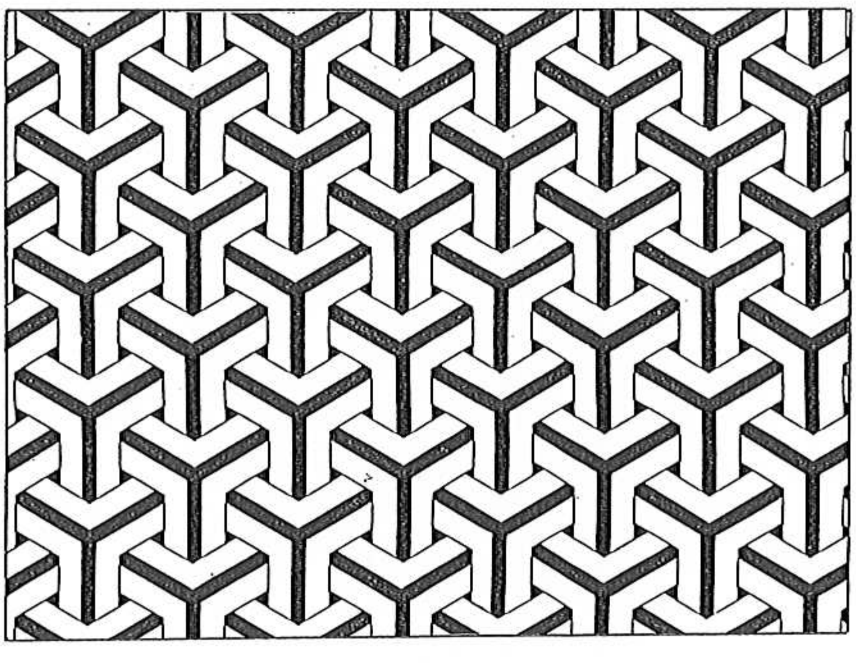
** Les pavages réguliers du plan ...*



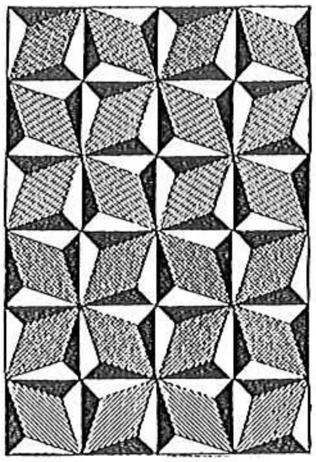


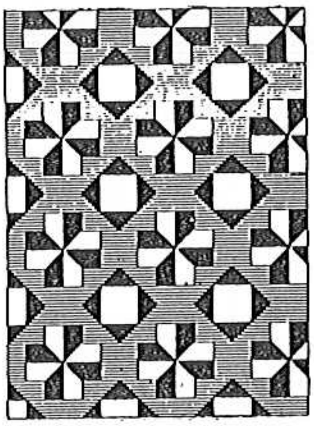


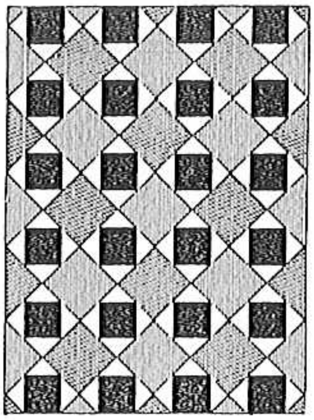
** Et quelques autres ...*

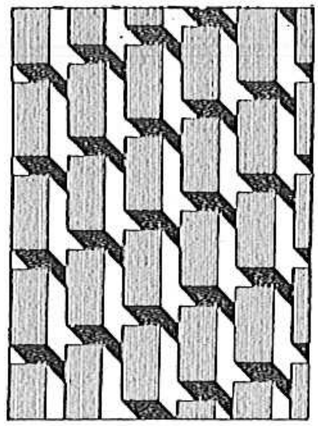


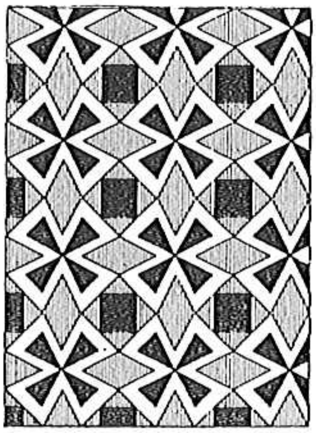
1.

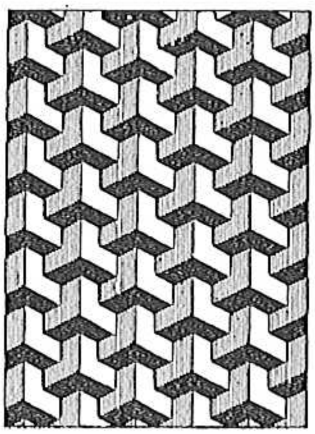

2.

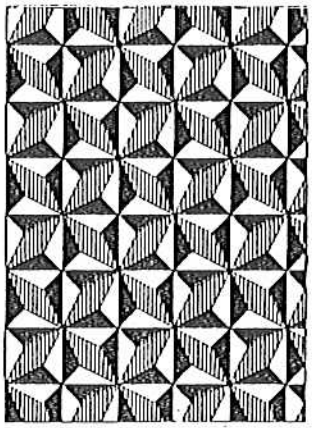

3.

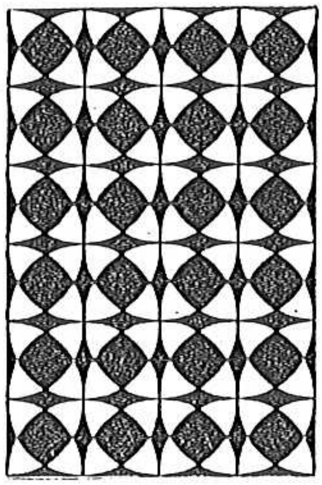

4.


5.


6.


7.


8.


9.

BIBLIOGRAPHIE

Y. BOSSARD (*) — Rosaces, frises et pavages (2 volumes)
Cédic Paris 1977

J. BOURGOIN (*) — Les éléments de l'Art arabe, le trait des entrelacs. Firmin Didot et Cie
Paris 1879 - réédité par Dover : Arabic geometric pattern
and design. N.Y. 1973

G. JEQUIER — Décoration égyptienne, plafonds et frises végétales du nouvel
empire thébain
Librairie centrale d'art et d'architecture Paris 1911

J.L. LOCHER — La vie et l'oeuvre de M.C. Escher
Editions du Chêne Paris 1981

J.L. LOCHER (*) — Le monde de M.C. Escher
Editions du Chêne Paris 1981

H. WEYL (*) — Symétrie et mathématique moderne
Flammarion Paris 1964.

(*) : disponible à la Bibliothèque de l'I.R.E.M.

VULGARISATION ET RIGUEUR

J. LEFORT

L'enseignement mathématique en France est perçu comme un enseignement rigoureux qui demande des facultés d'abstraction importante. Il est même probable que, plus que dans d'autres pays, les mathématiques soient apparues pour les autres disciplines comme un modèle dont il fallait, dans l'enseignement, approcher la perfection. Si la rigueur scientifique ne peut être que louée à tous les niveaux, cela a eu pour conséquence un rejet de la science en général par un certain nombre d'élèves qui par caractère ou par formation préfèrent appréhender le monde selon une autre démarche. Parvenus à l'âge adulte, ces élèves forment une partie non négligeable de la population, partie qui rejette la démarche scientifique faute de l'assimiler.

Ainsi l'exigence de rigueur mathématique qui vaut à l'école mathématique française d'être une des meilleures du monde (aux côtés des USA et de l'URSS) secrète en même temps des mathématiciens de renommée mondiale, et des adultes rebelles à toute évocation de la science et des mathématiques en particulier (*).

Ce qui paraît manquer finalement à l'enseignement - et je pense ici surtout à l'enseignement en collège et en lycée où passe la quasi-totalité de la population - c'est à côté de l'apprentissage rigoureux de certaines notions, un "bain" culturel, un développement de la culture scientifique qui permettrait à l'élève et plus tard à l'adulte de comprendre le monde moderne, et non pas de démissionner en s'en remettant "à ceux qui savent" ou à tout rejeter en bloc. Certes, PAE, clubs, classes vertes ou autres ont cette ambition. Il faut cependant remarquer que dans ces activités les mathématiques sont soit absentes, soit réduites au rôle de faire valoir.

(*) A ce propos on méditera la phrase suivante :
"heureusement qu'on apprend le théorème de Thalès à l'Ecole, sinon où l'apprendrait-on puisqu'on ne s'en sert jamais dans la vie".
Graffiti anonyme sur une table d'un établissement scolaire.

Est-il possible d'améliorer cet état de chose dans le système scolaire. Sans doute, mais cela est difficile. Tous ceux qui ont essayé connaissent les pesanteurs du système scolaire, la lourdeur des programmes, l'importance des examens, le verdict de l'inspection... qui sont autant de freins à un renouveau de la culture scientifique, à un développement de la vulgarisation en mathématiques comme ailleurs. En attendant si on ne veut pas laisser le champ libre aux divers médias et associations à buts plus ou moins lucratifs avec ce que cela implique de démagogie, de présentations tendancieuses, d'erreurs flagrantes même, il est nécessaire que des spécialistes des disciplines scientifiques réfléchissent aux meilleurs moyens de vulgariser leur science.

La vulgarisation a mauvaise presse. Le mot fait trop penser à "vulgaire" et par là s'engouffre l'idée d'à-peu-près, de quelconque, d'imprécision. Or la vulgarisation ne doit pas être cela. Il faudrait lui associer l'idée de rigueur, rigueur incomplète, restreinte, peut-être, mais rigueur néanmoins. Il s'agit de ne pas présenter comme des certitudes des hypothèses de travail, il s'agit de bien séparer ce qui est admis, de ce que l'on suggère et de ce que l'on démontre... En bref, il faut faire preuve d'honnêteté intellectuelle.

Il est de bon ton d'excuser une mauvaise vulgarisation par la difficulté de la tâche. Or la vulgarisation n'est pas si difficile si l'on cerne bien le public auquel on s'adresse. Une même notion ne peut pas être présentée de la même manière à des ingénieurs, à des ouvriers ou à des enfants, pour ne citer que ces trois exemples. Le maître, dans sa classe, le sait bien, lui qui bénéficie d'un auditoire homogène (*) ne présentera pas de la même façon le calcul des surfaces en 6e ou en terminale.

L'enseignement des sciences évacue trop souvent la dimension historique, la façon dont les idées ont émergées au cours des siècles pour aboutir aux idées actuelles. Souci de rentabilité - il faut aller vite - ou désir inconscient de paraître ainsi le seul détenteur du savoir, on oublie ainsi que si l'humanité a buté de longues années pour dégager telle bonne notion, c'est qu'il y avait là une difficulté intrinsèque pour l'esprit humain. C'est avec profit que la vulgarisation présentera la démarche historique qui souvent fait mieux comprendre le besoin de rigueur.

(*) Je n'exagère pas ; même les classes dites hétérogènes sont très homogènes comparées à l'ensemble des visiteurs d'une exposition - et je parle par expérience.

Comprenons-nous bien : il ne s'agit pas de plaquer la biographie de tel ou tel savant dans le résumé d'un cours de 2e cycle de faculté pour faire oeuvre de bonne vulgarisation. Il s'agit bien d'intégrer la démarche de ces savants dans la présentation de telle notion pour déboucher sur le rôle de la notion en question dans le monde scientifique contemporain. Cela sous entend souvent une approche pluridisciplinaire.

En dehors du cadre scolaire, la vulgarisation scientifique peut s'exprimer dans les médias (télévision, livres, journaux, périodiques), dans des expositions ou des musées. Les médias ont un impact tant spatial que temporel, très ponctuel ; les expositions évitent en partie cet écueil, mais c'est au sein d'un musée que l'on peut mettre le plus facilement en relation des sujets qui paraissent éloignés l'un de l'autre. De plus musées et expositions permettent un échange entre le démonstrateur et le visiteur. Celui-ci peut questionner, manipuler, agir. Celui-là peut s'adapter, préciser, éveiller l'intérêt, renseigner. On comprend bien que cela n'est pas possible avec les médias habituels malgré quelques tentatives dans ce sens à la radio ou à la télévision.

L'idée de musée scientifique n'est pas neuve. Musée d'histoire naturelle, collection de minéraux, Palais de la découverte... Mais actuellement elle refait surface avec un contenu légèrement différent, beaucoup plus dynamique, s'opposant ainsi à la conception ancienne très statique. Depuis quelques années près de 200 personnes, scientifiques de toutes disciplines pour la plupart, concourrent à la réalisation du musée des sciences de la Villette. Il est seulement regrettable que Paris profite une fois de plus de cette oeuvre et que la province, malgré des réalisations digne d'intérêt comme celles de Grenoble ou de Bourges, ne doive se contenter que de miettes. C'est pour cela qu'il est heureux que des initiatives soient prises en Alsace pour créer un musée des sciences. L'exposition scientifique qui a commencé à Strasbourg avec la Foire de printemps va aussi dans ce sens. Du 28 avril au 6 mai elle a été parcourue par de nombreux visiteurs de la foire , avant d'être réservée aux groupes scolaires. Il n'est pas possible d'en tirer ici un bilan complet, mais la curiosité des visiteurs, l'achat de nombreux catalogues, y compris par des gens qui n'ont peut-être jamais possédé un livre où l'on parle mathématique incitent à l'optimisme.

LE DOUBLE HEXAGONE DANS L'ART ISLAMIQUE

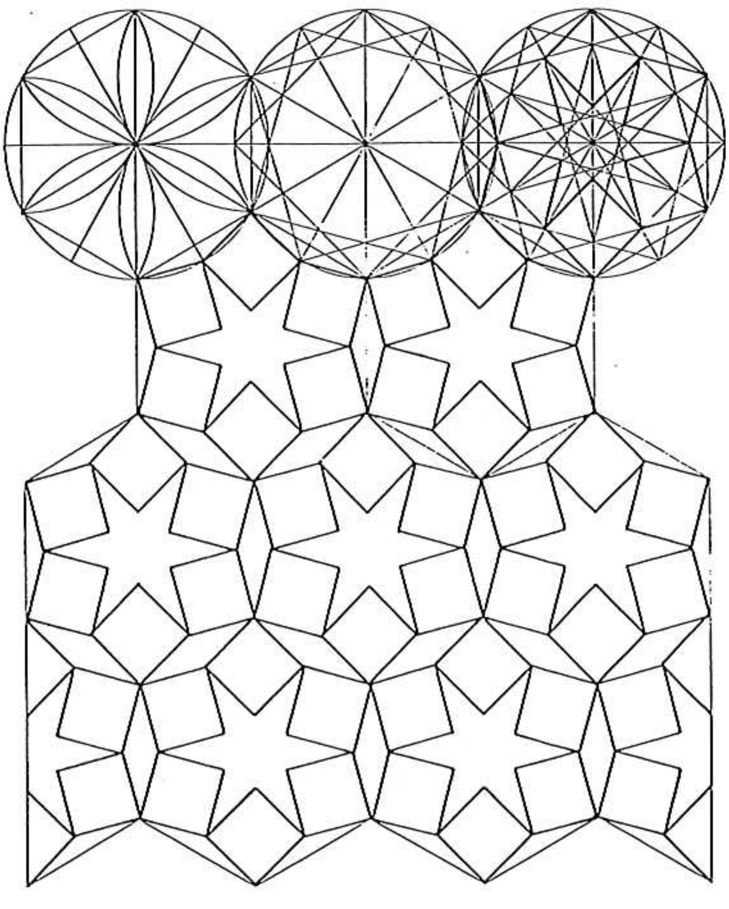
E. CHANEY

Fondé sur une géométrie rigoureuse, l'art décoratif arabe utilise essentiellement dans ses motifs les symétries d'ordres 3, 6, 12, d'ordres 4 et 8,et 5 et 10. Pour ces derniers, la répétition du motif doit, bien sûr, rompre sa symétrie propre, car on peut pas paver le plan avec des pentagones (*).

Les motifs d'ordre 12, dits "*double-hexagonaux*", s'inscrivent dans une cellule hexagonale ou carrée et s'obtiennent de nombreuses façons, ce qui fait de cette symétrie l'un des plus riches.

Le dodécagone peut être obtenu par trois carrés inscrits dans le cercle de base. La figure 1 montre où cette division peut conduire. La décoration reproduite sur la couverture de l'Ouvert est de ce type.

Fig. 1



Il peut être également obtenu grâce à quatre triangles équilatéraux inscrits dans le même cercle. La figure 2 donne un exemple de cette méthode.

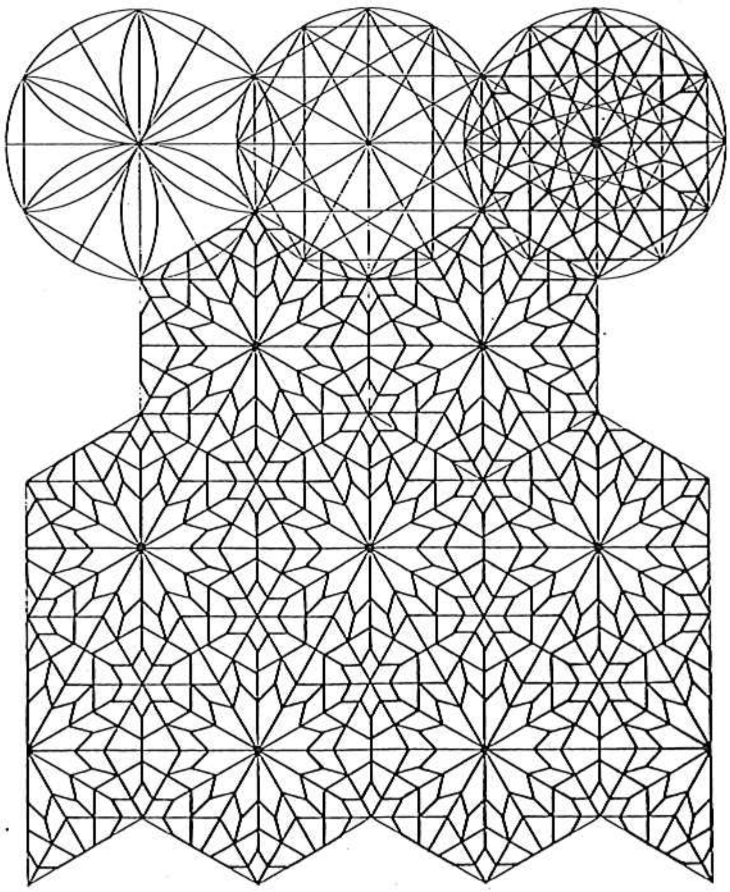
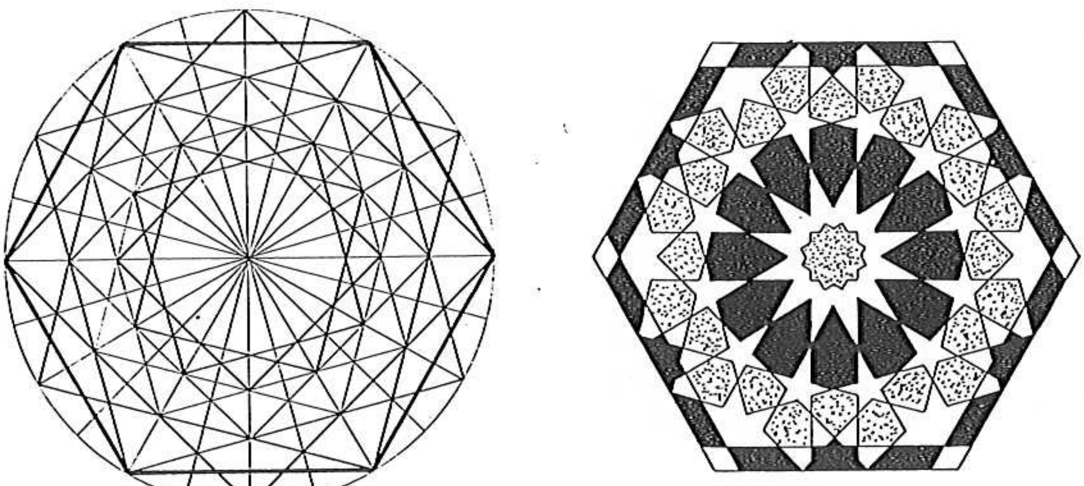


Fig. 2

Mais bien d'autres méthodes peuvent être utilisées.

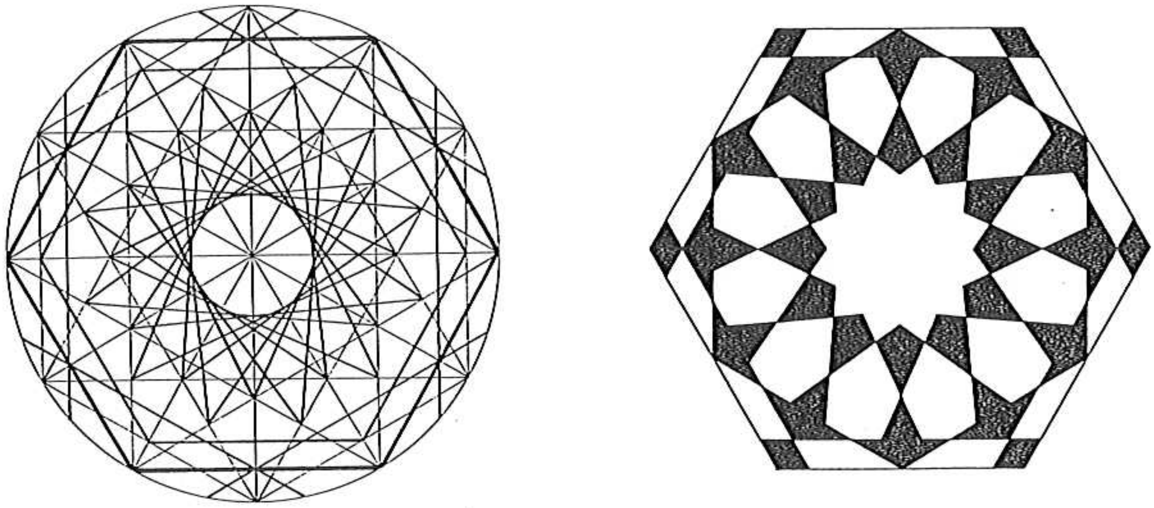
Le découpage en carrés et le recours à des homothéties conduit à la figure 3, où l'on a la surprise de voir apparaître des pentagones, convexes et étoilés...

Fig. 3



Homothéties et triangles équilatéraux aboutissent, par exemple, à la figure 4, où les deux hexagones sont bien reconnaissables.

Fig. 4



Ces figures ne forment qu'un maigre échantillon des possibilités explorées par les artistes musulmans. Rien ne vous empêche d'en créer !

En attendant, l'Ouvert vous lance un défi amical : armé de l'algorithme de D. Crowe (voir page 27), pouvez-vous détecter les groupes de symétrie cachés dans la couverture de l'Ouvert (le mur principal et les trois "*niches*" qui le surplombent).

BIBLIOGRAPHIE :

* Isam EL-SAID & Ayse PARMAN
Geometric concepts in islamic art
World of Islam Festival Publishing Company Ltd

* J. BOURGOIN
Les éléments de l'art arabe, le trait des entrelacs
Réédité par Dover

(*) Si l'on exige seulement des pentagones qu'ils soient réguliers, mais pas nécessairement isométriques, le problème est nettement plus ouvert.Par ailleurs, des motifs arabes, utilisant des pentagones ou des décagones presque réguliers, parviennent à donner l'illusion d'un contre-exemple opposé aux théorèmes de pavage.