UNIVERSITE
LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

Trois grands Théoriciens des apprentissages scolaires

* *
*

par Jean-Paul FISCHER - IUFM de Lorraine

I.R.E.M.
10, rue du Général Zimmer
67084 Strasbourg Cedex
Tél. 88 41 63 07 Secrétariat
88 41 64 40 Bibliothèque
Telex : ULP 870 260 F
Fax : 88 61 90 69

1993

Présentation

Les trois chapitres qui constituent le corps de ce document sont centrés autour de trois auteurs qui ont, durant au moins deux décennies, développé des idées théoriques sur l'enseignement ou l'apprentissage scolaire, notamment mathématique. Le choix de ces trois auteurs (seulement) - **Case**, **Bruner** et **Brousseau** - est en partie arbitraire et imposé par les limites de mes connaissances. Mais en partie seulement. En effet, le document antérieur *Eléments de Psychologie pour l'Apprentissage des Mathématiques* (Strasbourg: IREM, 1986), dans la lignée duquel le présent s'inscrit, contenait d'autres auteurs - Piaget, Galperin, Papert - qu'il aurait été facile, mais quelque peu inutile[1], de reprendre.

Une seconde raison pour me limiter à 3 auteurs est que je voulais arriver à un document accessible (par ses dimensions) et contenant malgré tout des exemples précis et détaillés. Or ceci n'est pas facile, voire impossible, à réaliser si l'on recherche davantage l'exhaustivité.

Après donc avoir tenté de "justifier" ma non-exhaustivité, je voudrais préciser que, dans la forme, les 3 chapitres sont fondamentalement indépendants. On pourra donc, le cas échéant, ne s'intéresser qu'à un seul d'entre eux et, évidemment aussi, les lire "dans le désordre". Néanmoins, pour donner une certaine homogénéité à l'ensemble, j'ai fait quelques renvois inter-chapitres. En outre, la petite conclusion et les index devraient également permettre de donner une unité à l'ensemble.

Malgré la modestie de mon travail, j'ai eu besoin de l'aide et des encouragements de nombreuses personnes. Je tiens ici à en remercier quelques-unes:
◊ Madame Didierjean, directrice de l'IREM de Strasbourg, qui a accepté la publication du document;
◊ Monsieur Gebler, directeur de l'IUFM de Lorraine, pour les moyens matériels (du site Montigny-lès-Metz) mis à ma disposition;
◊ Mesdames Evelyne LeGuyader, Marie-France Biechel, et Monsieur Alain Bechtel, qui se sont occupés des problèmes matériels du tirage;
◊ mes élèves, en psychologie cognitive ou en didactique des mathématiques, qui m'ont encouragé à approfondir certaines questions.

Montigny-lès-Metz,
août 1993, l'auteur

---

[1] En particulier parce que l'oeuvre des deux premiers ne s'est plus enrichie depuis. En outre, Piaget est, dans le présent document, au coeur de nombreuses discussions.

Sommaire

Chapitre I:

La théorie néo-piagétienne de Case

La théorie piagétienne a occupé - et occupe encore, bien que déclinante - une place majeure dans la description du développement cognitif de l'enfant. Bien que presque tous les psychologues du développement ou de l'éducation intègrent certaines idées de Piaget dans leurs élaborations, il existe aujourd'hui un "îlot" de psychologues qui se disent volontiers **néo-piagétiens.** Leur projet commun, plusieurs fois formulé par Case (e.g., Case, 1987b p.773), est de "capturer" autant que possible les forces de la théorie piagétienne et d'éliminer ses faiblesses. Un tel projet ne devrait rencontrer que des adhérents ! Mais, en fait, il reporte le problème sur l'identification ou la reconnaissance des forces (resp. faiblesses) de la théorie de Piaget.

Certains néo-piagétiens essaient de "corriger" un aspect de la théorie de Piaget qui, manifestement, contribue lourdement à son déclin: elle a peu d'intérêt pratique, notamment dans l'éducation. A vrai dire, la théorie de Piaget est même décourageante. Par exemple, lorsque Piaget (1953) écrit que les concepts mathématiques fondamentaux de l'enfant «*surgissent spontanément de ses propres opérations logiques*» (p.79) ou qu'«*à un degré remarquable, il les développe lui-même, indépendamment et spontanément.*» (p.74), le didacticien des mathématiques, s'il n'y perd pas carrément sa raison d'être, doit pour le moins se contenter de "broutilles" (e.g., inculquer la suite des mots-nombres ou la table de multiplication). Notons que cet aspect "décourageant" de la théorie Piaget est indirectement à l'origine de la remontée en surface, dans les milieux pédagogiques, d'un auteur essentiellement pré-piagétien comme Vygotsky (voir, par exemple, Brissiaud, 1989; voir aussi le 1.3 du chapitre II).

Dans ce premier chapitre, je présente une théorie néo-piagétienne: celle de Case, un psychologue (du développement et de l'éducation) canadien. Le choix de Case provient du fait que cet auteur s'est intéressé, beaucoup plus que d'autres néo-piagétiens, à des apprentissages scolaires élémentaires, notamment mathématiques (et non pas du fait qu'il serait le "meilleur" néo-piagétien[1] !). D'ailleurs Case, maintenant au *Centre pour la Recherche en Education de Stanford,* a longtemps été affilié à l'*Institut pour les Etudes en Education de l'Ontario*, et a réalisé - nous le verrons - certaines expériences d'apprentissage directement dans les classes. En outre, c'est son intérêt pour l'instruction qui l'a conduit à s'intéresser au développement, et non l'inverse (cf. Case, 1980b, p.183).

---

[1] Bideaud (1990, p.179) pense même, en se référant cependant exclusivement à Case (1987a), que la théorie de Case est moins structurale, et donc peut-être un peu moins néo-**piagétienne** (mais plus **néo**-piagétienne !), que d'autres (e.g., Pascual-Leone, 1987).

1. La théorie de Case

1.1. Schéma général

Le postulat central du modèle développemental de Case est l'existence de quatre stades généraux du développement, chacun d'entre eux étant associé à une catégorie d'âge définie. Les structures caractéristiques de chaque stade se construisent par l'intégration hiérarchisée des structures existant au stade précédent, menant à l'émergence d'un nouveau type de schème: sensorimoteur, relationnel, dimensionnel et vectoriel. Les progrès à l'intérieur d'un stade se réalisent par la maîtrise et la coordination progressive d'un nombre grandissant de ces unités nouvelles en des structures plus élaborées. Du fait de la plage de recouvrement entre 2 stades consécutifs, qui apparaît sur le schéma général et qui suggère que les opérations consolidées à la fin d'un stade servent de base au stade suivant, il n'y a que trois "vrais" sous-stades à l'intérieur des grands stades. Le schéma général de la page ci-contre résume et visualise la théorie développementale de Case (1985), Case (1992c) ayant un peu modifié le nom de certains stades: le stade "relationnel" est devenu "inter-relationnel" et le stade "vectoriel" est devenu "dimensionnel abstrait". Ce schéma, en particulier l'incrémentation de l'espace disponible pour les OPérations d'un stade donné, sera commenté encore dans la suite.

1.2. Illustration du stade relationnel

Le développement décrit par Case se voulant tout à fait général, il s'applique évidemment aussi au développement des compétences mathématiques de l'enfant. Case (1982) a ainsi décrit, à quelques détails d'âge et de vocabulaire près, le développement du comptage à travers le stade relationnel (Case, 1985) ou inter-relationnel (Case, 1992c).

a) Sous-stade **0**: consolidation opérationnelle (12-18 mois)

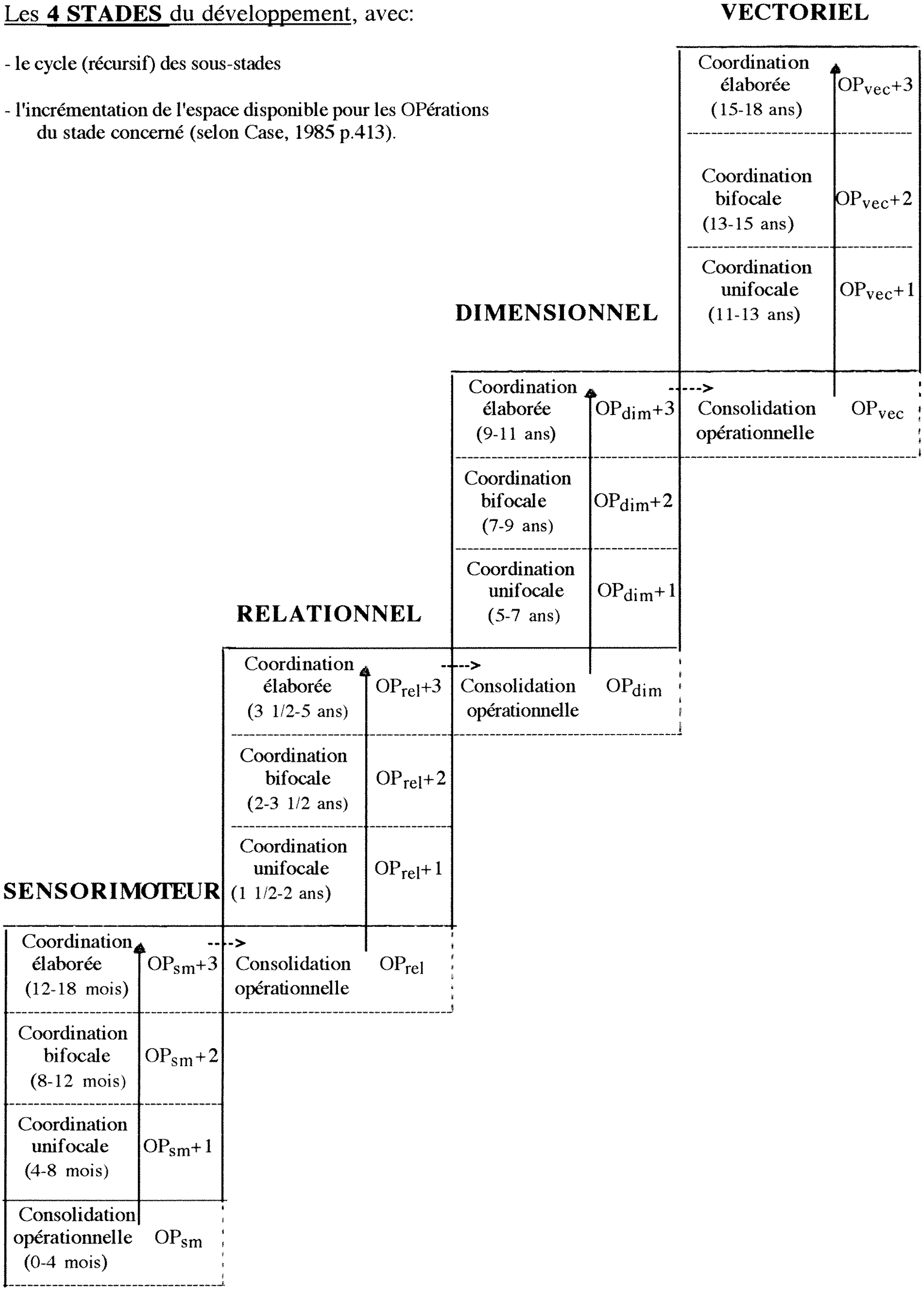
Une des composantes de base dans les premiers essais de comptage de l'enfant est le transfert d'un objet d'une pile (ou d'un endroit) à un autre. Ceci est une opération relationnelle: elle implique l'encodage d'une relation désirée entre deux objets externes (e.g., une bille dans une boîte) et ensuite la réalisation de cette relation via une opération sensori-motrice.

Une autre composante de base dans les premiers essais d'énumération de l'enfant est la production d'une étiquette symbolique en transférant un objet d'un endroit à un autre. Or les premiers mots des enfants émergent au cours du même sous-stade. Avec un peu de pratique, ils peuvent imiter la plupart des mots simples prononcés par l'adulte, y compris les mots-nombres (voir, par exemple, Fischer, 1984, annexe 6). Bien qu'ils sachent donc, à la fois, dire le mot "un" dans un jeu de mots et transférer une bille d'un tas dans une boîte, ils ne peuvent pas coordonner ces deux opérations l'une avec l'autre.

<u>Les **4 STADES** du développement</u>, avec:

- le cycle (récursif) des sous-stades

- l'incrémentation de l'espace disponible pour les OPérations du stade concerné (selon Case, 1985 p.413).



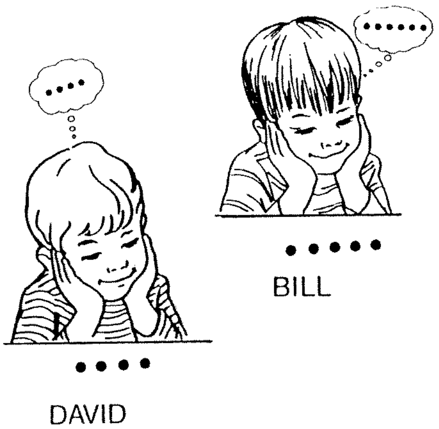
b) Sous-stade **1**: coordination unifocale (1 1/2-2 ans)
Vers 1 an 1/2 - 2 ans, les enfants deviennent précisément capables de cette sorte de coordination. Si l'expérimentateur dit un mot-nombre en mettant une bille dans une boîte, ils imiteront maintenant les deux composantes de cette **unique** activité. En outre, si un expérimentateur dit deux mots-nombres l'un à la suite de l'autre, ou pointe deux objets en ligne, ils arriveront à l'imiter. Mais, à ce sous-stade, ils ne peuvent pas encore coordonner ces deux paires opérationnelles l'une avec l'autre. Ainsi, ils ne peuvent pas assigner une suite de mots-nombres - même aussi simple que "un, deux" - à une suite d'actes de pointage ou de transfert.

c) Sous-stade **2**: coordination bifocale (2-3 1/2 ans)
La coordination bifocale nécessaire pour **combiner** ces **deux** paires émerge environ à 2 ans. A cet âge, les enfants commencent à être capables d'imiter un expérimentateur comptant deux objets. A la fin de ce sous-stade, ils ont élargi cette compétence à cinq objets ou plus. Ceci est donc le premier sous-stade pour lequel on peut dire que les essais de comptage des enfants sont réussis: ils peuvent en effet maintenant appliquer une suite conventionnelle de symboles à une suite d'actes de pointage ou de transfert. Mais il y a toujours certaines tâches de comptage qu'ils ne maîtrisent pas jusqu'au sous-stade final de ce stade.

d) Sous-stade **3**: coordination élaborée (3 1/2-5 ans)
Durant ce sous-stade final, les enfants deviennent capables de compter un type particulier d'objets en ligne (e.g., compter les filles, dans une rangée de garçons et de filles). Ils deviennent aussi capables de compter un ensemble d'objets non disposés en ligne, i.e. où il faut soigneusement distinguer les objets déjà comptés de ceux qui ne le sont pas encore. On peut noter qu'aucune de ces capacités n'implique un changement dans la structure de base de l'algorithme de comptage. Cependant, les deux impliquent une **élaboration**: la première exige une élaboration pour classer les objets dans l'ensemble à compter, la seconde une élaboration pour classer les objets dans l'ensemble des objets déjà comptés.

1.3. Illustration du stade dimensionnel

a) Introduction
Un test de cognition sociale permet maintenant de "parcourir" le stade dimensionnel et d'introduire les **structures de contrôle** qui sont les unités structurales de la théorie. Une structure de contrôle est supposée comporter au moins trois composantes: une représentation de la situation (ou les conditions d'application d'un plan), une représentation des objectifs à atteindre (conditions désirées) et une représentation de la stratégie à utiliser (procédure grâce à laquelle on passe de la situation aux objectifs à l'aide de différentes démarches physiques et/ou mentales). Voici comment ce test est présenté aux enfants (cf. Case, 1985 p.191 et ss).



Voici des images de David et Bill. Ils habitent dans des villes différentes. Aujourd'hui, les deux enfants fêtent leur anniversaire. Bill espérait avoir, en cadeau, ces billes (l'expérimentateur sort un ensemble de disques en carton, représentant les billes que l'enfant espère avoir, et les place dans la "bulle" au-dessus de la tête de l'enfant). Voici ce qu'il a eu (l'expérimentateur sort un ensemble de billes réelles et les place sous l'image de l'enfant). David, pour sa part, espérait avoir ces billes (un ensemble de disques en carton est placé dans la bulle au-dessus de David), et voici ce qu'il a eu (encore une fois, un ensemble de billes réelles est placé sous l'image).

Penses-tu qu'un des deux enfants est plus content que l'autre pour sa fête ? Ou les deux enfants sont-ils chacun aussi content l'un que l'autre ?

b) <u>Sous-stade préliminaire **0**</u>: <u>consolidation opérationnelle</u> (3 1/2 à 5 ans)

Les enfants se centrent sur l'apparence globale des billes que chacun des deux enfants a reçues. Si l'un des enfants en a reçu beaucoup plus que l'autre, il est choisi comme étant le plus content. S'ils ont reçu à peu près le même nombre, ils sont considérés comme contents tous les deux. La structure de contrôle qui sert de fondement à ces réponses peut être représentée ainsi:

SITUATION-PROBLEME | OBJECTIF

- Des enfants avec des cadeaux. ------> • Déterminer la satisfaction.

STRATEGIE

1. Jeter un coup d'oeil sur chaque cadeau de billes: si l'un en contient visiblement plus, répondre que c'est son propriétaire qui est le plus heureux.

c) <u>Sous-stade **1**</u>: <u>coordination unifocale</u> (5-7 ans)

Les enfants coordonnent leur évaluation de la taille de chaque cadeau avec une évaluation du nombre. Ils disent maintenant que c'est l'enfant qui a reçu le plus de billes qui est le plus content. La nouvelle structure de contrôle peut être représentée ainsi:

SITUATION-PROBLEME ------> OBJECTIF

- Des enfants avec des cadeaux. ------> Déterminer la satisfaction relative.
- La taille des ensembles est similaire, mais chacun contient un nombre particulier. -----> Déterminer la quantité relative.

STRATEGIE

1. Compter chaque collection, noter celle qui contient plus.
2. Affirmer que c'est l'enfant qui en a le plus qui est le plus content.

d) Sous-stade **2**: coordination bifocale (7-9 ans)

Les enfants se focalisent (en plus) sur une seconde dimension quantitative: le nombre de billes que chaque enfant espérait avoir. Une réponse commune est: *«David est heureux car il a eu plus qu'il n'en désirait. Bill pas.»* La structure de contrôle exécutive qui sous-tend cette réponse peut être représentée ainsi:

SITUATION-PROBLEME ------> OBJECTIF

- Des enfants avec des cadeaux. ------> Déterminer la satisfaction relative.
- La taille des ensembles est similaire, mais chacun contient un nombre particulier. -----> Déterminer le nombre relatif reçu.
- Les enfants souhaitent un nombre différent. ------> Déterminer le nombre relatif souhaité.

STRATEGIE

1. Compter le nombre de billes que chaque enfant souhaite.
2. Compter le nombre de billes que chaque enfant a reçu effectivement.
3. Si l'enfant a reçu autant (ou plus) de billes qu'il avait souhaité, affirmer qu'il est content. Sinon, dire qu'il n'est pas content.

e) Sous-stade **3**: coordination élaborée (9-11 ans)

Les enfants prennent en compte l'ampleur de la discordance entre le nombre souhaité et le nombre reçu. Ainsi, si Bill et David reçoivent tous les deux moins de billes qu'ils n'en ont souhaité, les enfants de ce dernier sous-stade regardent combien ils en ont reçu de moins: ils concluent que c'est l'enfant qui est le plus proche de ce qu'il a désiré qui est le plus heureux. Tout se passe donc comme si, à ce sous-stade, les enfants intégraient une dimension (sociale) supplémentaire: c'est le nombre (exact) souhaité qui est le plus important. Leur nouvelle structure de contrôle peut être représentée ainsi:

SITUATION-PROBLEME		OBJECTIF
• Des enfants avec des cadeaux.	------>	• Déterminer la satisfaction relative.
• Aucun enfant n'a reçu exactement ce qu'il désirait.	------>	• Déterminer lequel s'est, relativement, le plus rapproché de son désir.
• Les quantités de David sont à gauche.	------>	• Déterminer l'écart de David.
• Les quantités de Bill sont à droite.	------>	• Déterminer l'écart de Bill.

STRATEGIE

1. Calculer la différence pour Bill.
2. Idem pour David.
3. Comparer les résultats de 1. et 2. Noter le plus grand.
4. Prédire que c'est l'enfant avec la plus grande différence qui sera le moins heureux.

f) Remarques

◊ Il est important de remarquer que le nombre d'objectifs (ou sous-objectifs) correspond toujours exactement à la "mesure" de l'espace disponible pour les OPérations du sous-stade concerné (en supposant $OP_{dim} = 1$ au sous-stade 0). C'est principalement ceci qui fait la "beauté" de la théorie initiale de Case (mais la rend aussi vraiment rigide) !

◊ On peut hésiter sur la validité de ce test de cognition sociale car, en recevoir plus qu'on ne désire, est souvent agréable ! Il convient donc de noter que ces tests sont pratiqués de manière clinique, i.e. on ne se contente pas d'une réponse binaire (Bill ou David), mais on incite l'enfant à expliquer les raisons de son choix. Il convient aussi de remarquer que Case et ses collaborateurs (Case et al., 1992; Marini, 1992) ont vérifié que les performances des enfants à ce test (notamment) ne s'écartent jamais beaucoup (1 sous-stade) de celles à d'autres tests moins ambigus.

◊ Parmi ces derniers on peut notamment citer le test de la balance, où les enfants parcourent le stade dimensionnel ainsi: au sous-stade 0, ils ne donnent aucune preuve de quantification numérique; au sous-stade 1, ils ne quantifient numériquement que le poids; au sous-stade 2, il y a quantification numérique de la distance au couteau de la balance lorsque les poids des deux côtés sont égaux; enfin, au sous-stade 3, il y a quantification de la différence pour chaque dimension dans les cas de conflit entre le poids et la distance.

1.4. Passage d'un (sous-)stade à l'autre

Dans une perspective pédagogique, il est essentiel de savoir quels mécanismes, ou processus, permettent le passage d'un sous-stade, ou stade, à l'autre.

a) Trois sortes de mécanismes transitionnels

Pour Case (et Neirynck, 1988) trois sortes de mécanismes transitionnels contribuent à l'intégration hiérarchique des structures de contrôle:

◊ L'**accroissement** avec l'âge de la taille de la **mémoire de travail**. On sait que cette dernière impose une limite aux performances cognitives générales dont le sujet est capable. Mais l'ensemble limité des ressources attentionnelles de l'organisme humain varie au cours du développement. Pour Case, la totalité des ressources, qui constitue ce que l'on appelle généralement la mémoire de travail, sert à exécuter les opérations courantes (*Operating Space*) et à effectuer le stockage (et, subséquemment, la récupération) du produit de ces opérations (*Short Term Storage Space* : STSS).
◊ Des **activités générales quotidiennes**: la résolution de problèmes, l'exploration, l'imitation et la régulation mutuelle. Selon Case, ces quatre processus, différents sur un plan superficiel, s'avèrent très similaires quant aux processus sous-jacents.
◊ Des **micro-processus**, ou processus de base, qui sont constitutifs des activités générales: la capacité d'avoir un but, d'activer des schèmes selon une séquence nouvelle, l'évaluation des résultats, la restructuration de la séquence et enfin sa consolidation. Case postule que cette troisième sorte de mécanismes transitionnels (ainsi que certaines activités générales) serait présente dès la naissance et resterait ainsi invariante durant le développement.

b) <u>Un modèle intégré du développement neurologique et psychologique</u>
Dans le modèle intégré du développement neurologique et psychologique qu'il a proposé plus récemment, Case (1992c, p.62 et ss) précise que:
◊ la transition vers chaque nouveau niveau de traitement se produit par la différenciation, consolidation et coordination d'unités qualitativement différentes du stade précédent;
◊ lorsque les enfants entrent dans un stade nouveau, une suite de changements se produit: au cours du premier, deux unités qualitativement différentes sont intégrées et utilisées pour construire une forme nouvelle d'unité mentale;
◊ ce dont on a besoin, pour expliquer le développement, c'est un système capable:
• de réaliser des programmes entiers à un niveau,
• une fois qu'ils ont été formés, de les "recoder" comme des unités simples,
• enfin, d'utiliser ces unités comme des éléments de base de programmes d'ordre supérieur.

1.5. Développement du STSS

a) <u>Description</u>
Pour Case, c'est quasi-exclusivement l'espace de stockage à court terme (STSS) qui se développe avec l'âge. Le STSS est associé à une classe d'OPérations x donnée (x = <u>s</u>ensori-<u>m</u>otrices ou <u>rel</u>ationnelles ou <u>dim</u>ensionnelles ou <u>vec</u>torielles): ceci éclaire les notations OP_x utilisées dans le schéma général. OP_x s'accroît de 1 lors du passage d'un sous-stade à son suivant, OP_x pouvant être supposé égal à l'unité (voir Case, 1987a p.590) au sous-stade 0 de la consolidation opérationnelle.

Comme cette unité n'est pas précisée[2], la variable OP_x permet à Case des prédictions (ou postdictions ?) parfois étonnantes (par leur simplicité). Par exemple, dans une étude conduite par Case et ses collaborateurs, sur des enfants du stade dimensionnel, on demandait d'abord à ces derniers de compter différentes collections, puis de se souvenir des résultats de leurs comptages. La théorie prédit alors qu'ils arrivent à se souvenir de 1 (resp. 2, 3, 4) résultat(s) à 4 (resp. 6, 8, 10) ans. Dans un autre test, sur ces mêmes enfants, on leur demandait de noter l'emplacement d'un point sur une image familière. La théorie prédit à nouveau qu'ils se souviendront de 1 (resp. 2, 3, 4) emplacement à 4 (resp. 6, 8, 10) ans. Le tableau suivant (construit d'après Case, 1987a p.597) rapporte les résultats effectivement observés. Comme on peut le vérifier, les observations confirment donc assez bien les prédictions.

Sous-stade	âges du stade	âge moyen des él. testés	score moyen prédit	score moyen observé comptage	emplacement
0	3 1/2-5	4.0	1	1.1	1.4
1	5-7	6.0	2	2.5	2.2
2	7-9	8.0	3	3.3	3.2
3	9-11	10.0	4	3.8	3.7

b) Facteurs

D'un point de vue pédagogique, il est évidemment essentiel de connaître les facteurs de l'accroissement du STSS. Pour Case, les deux facteurs qui conduisent, par le truchement d'une amélioration de l'efficience opérationnelle, à l'accroissement du STSS sont **la pratique** dans la classe des OPérations concernées et **la maturation**, la myélinisation des structures nerveuses principalement. Remarquons que cette dernière est trop mal connue[3] pour que l'on puisse considérer qu'elle confirme (ou infirme) la théorie de Case.

Pour montrer l'importance de la pratique, par l'efficience opérationnelle à laquelle elle conduit, Case, Kurland et Goldberg (1982) ont rapporté des tests curieux. Ils ont placé des adultes dans des conditions où ils ne bénéficient plus de leur expérience ou pratique. Par exemple, compter dans une langue étrangère, répéter des mots sans sens, ... En général les performances des adultes - leur STSS plus précisément - se situent alors au niveau de celles des enfants de 6 ans ! Comme on peut considérer que la myélinisation est achevée chez des adultes,

[2] Case (1980a, note 2), après avoir souligné que la valeur particulière de la mémoire de travail qu'il propose est une caractéristique originale de sa théorie, reconnaît que cette valeur est quelque peu **arbitraire**.

[3] La myélinisation accroît considérablement la vitesse de transmission. Selon Case, elle réduit aussi les interférences. Elle paraît corrélée avec les expériences, les apprentissages ou l'environnement, du sujet. Par exemple (cf. Lecours, 1982):

◊ durant les derniers mois de la gestation, les voies auditives sont les premières à se myéliniser, mais dès la naissance les voies optiques se myélinisent très rapidement, semblant ainsi (plus que) "rattraper" leur retard;

◊ le développement de la myéline dans la gaine d'un système de fibres est une indication que la conduction du signal nerveux, dans ce système, s'est vue "assigner" une place dans un chemin invariable.

Notons cependant que Thatcher (1992b par ex.; voir aussi le 2.1.b suivant) argumente que la myélinisation ne peut pas expliquer les "traces" de croissance qu'il a observées.

bien qu'elle semble cependant se poursuivre très tardivement (jusque durant la troisième décennie de vie selon certains auteurs), ceci montre que la maturation sans la pratique ne sert pas à grand chose.

De tels résultats suggèrent-ils alors que la pratique est le facteur important ? La réponse est également non. D'autres expériences montrent en effet que, chez les enfants, la pratique ne suffit pas à expliquer le progrès. Par exemple, Case et ses collaborateurs ont entraîné "massivement" des élèves de première année d'école à compter. Les élèves ont été soumis, durant 3 mois, à des séances quotidiennes de comptage de 15 à 25 minutes: ils ont ainsi compté plus de 5000 collections de points, soit l'équivalent de ce que compte "normalement" un enfant en 3 ou 4 années (voir Case, 1985 p.375). En dépit de cet entraînement massif, ces élèves de 1ère année ne sont pas arrivés aux performances de ceux de 2ème année (non spécialement entraînés). La pratique sans la maturation semble donc avoir des effets limités.

1.6. Conséquences pédagogiques

Le développement en stades, et la limitation de la mémoire de travail à l'intérieur des stades, imposent de sévères limites aux possibilités d'apprentissage des élèves. En outre, le seul facteur de l'accroissement du STSS sur lequel l'enseignant puisse agir (directement) est la pratique. Tout ceci peut expliquer les trois sortes de "conseils" pédagogiques que Case (1982) a prodigué aux enseignants.

a) Apparier l'instruction et le niveau développemental de l'élève

C'est là une implication éducative qui a souvent été tirée la théorie piagétienne. Elle connaît actuellement une nouvelle jeunesse (si l'on peut dire, car Vygotsky est un auteur pré-piagétien) avec la notion vygotskyenne de Zone Proximale de Développement (voir aussi le 1.3 du chapitre II) qui repose fondamentalement sur la même idée. Néanmoins, certains problèmes que soulève la mise en pratique de la théorie piagétienne sont moins gênants dans la théorie de Case (et chez Vygotsky aussi) du fait que les structures qu'elle postule sont spécifiques à un domaine.

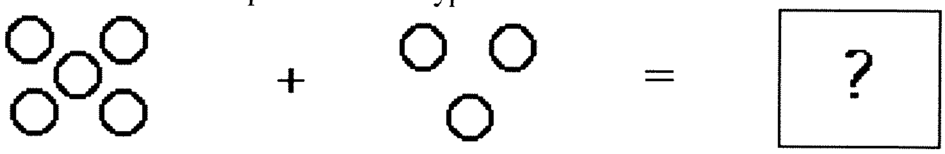
b) Minimiser la charge de traitement pour favoriser certaines transitions

Dans la théorie piagétienne, où le développement est contraint par des structures d'ensemble, on ne peut avoir la certitude de faire passer l'enfant d'un niveau n à un niveau n+1. Case pense que, dans sa propre théorie où le développement est contraint par des limitations en capacité de traitement, on a davantage de chances d'y arriver. A condition toutefois de circonvenir, à chaque étape, aux limitations de la capacité de traitement. En conséquence, il faut essayer de minimiser la charge de traitement au cours de la transition développementale. Pour ce faire, Case fait 7 suggestions.

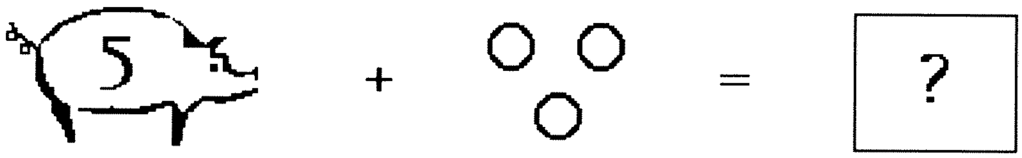
(1) Enseigner, pour commencer, une stratégie qui n'introduise qu'une charge faible. Par exemple, enseigner la stratégie de surcomptage pour un problème d'addition à trou plutôt qu'une stratégie de comptage simultané ou d'inversion du signe.

(2) Minimiser le nombre d'éléments nouveaux qui sont ajoutés dans une unité quelconque du curriculum. Par exemple, supposons qu'un enfant dispose déjà d'une stratégie d'addition d'objets réels (e.g., la stratégie de surcomptage), mais a des difficultés dans les problèmes énoncés symboliquement. La transition à ce niveau de fonctionnement peut être aménagée de la façon suivante:

◊ premièrement, on pourrait introduire des problèmes ne contenant que les signes "+" et "=". L'enfant devrait résoudre des problèmes du type:



◊ en deuxième, on passerait à des problèmes comprenant aussi des symboles de nombres. On pourrait par exemple raconter qu'un enfant a de l'argent dans sa tirelire (en forme de cochonnet) et a écrit combien il en a. Le problème est de trouver combien il en aura si l'on ajoute quelques francs de plus. On pourrait alors demander à l'enfant de résoudre des problèmes présentés comme:



◊ en troisième, on pourrait passer à des problèmes du type:

◊ enfin, on passerait à la forme usuelle des problèmes.

(3) Une troisième façon de minimiser la charge est de pratiquer suffisamment chaque niveau de problème de manière à ce que le choix de la procédure devienne automatique. La raison en est claire: si un enfant ne maîtrisant que péniblement un certain niveau de la tâche est poussé vers un niveau supérieur, il aura une moindre capacité de traitement pour la résolution de la tâche à ce niveau supérieur.

(4) Une quatrième procédure consiste à utiliser des aides mnémoniques. Par exemple, il est plus difficile à des enfants de résoudre une addition à trou de tête qu'avec leurs doigts. Ceci parce que les doigts ont une fonction de stockage permettant de retenir les unités comptées en passant d'un mot-nombre à l'autre.

(5) Une cinquième procédure consiste à utiliser au maximum des supports visuels pour rendre les indices pertinents fortement saillants. Extraire un indice pertinent d'un contexte non perti-

nent est une autre activité qui peut empiéter sur la capacité de traitement et décroître le niveau maximal de fonctionnement d'un enfant.

(6) Une sixième procédure est d'éliminer d'inutiles complexités de calcul ou conceptuelles lorsqu'une tâche est introduite pour la première fois. Par exemple, en introduisant des additions de nombres à 2 chiffres, on utilisera d'abord des nombres petits que les enfants traitent déjà de manière efficiente et l'on ne passera que graduellement à des nombres plus grands.

(7) Une procédure finale consiste à éliminer toute complexité verbale ou autre lors de la première présentation d'une tâche, à la fois dans la présentation et dans la tâche elle-même.

c) S'assurer que les opérations de base sont aussi efficientes que possible.
L'enseignant ne pouvant agir directement sur la maturation, il doit, pour contribuer à la pleine réalisation du potentiel de ses élèves, se contenter de veiller à faire pratiquer (suffisamment) les opérations de base. Si, pour des opérations comme le comptage, les enfants ont probablement une pratique suffisante dans leur environnement naturel, il n'est pas certain qu'il en soit de même pour les opérations arithmétiques. Case suggère, à titre de vérification de l'efficience des opérations de base, un contrôle du temps que mettent les élèves pour compléter un certain nombre de calculs[4].

En conclusion, Case (1982) souligne que, bien que le but ultime de l'instruction mathématique soit autant la compréhension conceptuelle que l'efficience dans les opérations de base, l'interaction entre les deux ne doit pas être oubliée. Des opérations inadéquatement automatisées à un niveau solliciteront plus de capacités de traitement que nécessaire et rendront la maîtrise du niveau conceptuel ou algorithmique suivant plus difficile.

1.7. Structures conceptuelles centrales

Des recherches comme celle de Case et Sandieson (1992; voir aussi le 4.2 suivant) ont, récemment, conduit à Case à ajouter la notion de **structure conceptuelle centrale** à sa théorie initiale. Une structure conceptuelle centrale est un réseau interne de concepts et de relations conceptuelles qui joue un rôle central en permettant aux enfants de réfléchir sur une large classe de situations à un niveau épistémique nouveau et de développer un nouvel ensemble de structures de contrôle pour gérer ces situations. Selon Case, la notion permet une description plus détaillée des connaissances conceptuelles que les enfants doivent posséder à un certain niveau de développement pour construire les structures de contrôle. Case (1992a) a principalement identifié des structures conceptuelles centrales dans les domaines numérique, social et spatial.

L'importance des structures conceptuelles centrales provient du fait que, en se situant en amont des structures de contrôle, elles vont influencer la représentation de la situation-

---

[4] J'ai mis au point au moins deux outils pouvant convenir à un tel contrôle: l'un, informatique, est assez complexe dans son utilisation (Fischer,1988); l'autre, non diffusé, est plus simple et largement inspiré de l'article de Hoffman (1977).

problème. Et, comme le notent Griffin, Case et Sandieson (1992), ces capacités représentationnelles vont agir comme une contrainte sur l'acquisition de procédures particulières: elles doivent donc être mises en place avant que ces procédures puissent être assemblées et employées effectivement et flexiblement. Elles apportent alors le "**sens général**" de la tâche, sens qui permet de guider l'activité mentale.

Un des arguments avancés par Case en faveur de l'existence d'une structure numérique est l'étude de Fiati (1992). Ce dernier a observé des populations de la région Volta (Ghana), notamment une population, issue de petits villages, non scolarisée et dans laquelle la culture quantitative est quasiment inexistante. Fiati a notamment constaté que les adolescents de 16 ans issus de cette population ne font pas mieux que les enfants de 6 ans dans les populations occidentales scolarisées à des tests numériques (comptage et balance), alors que leur performance à un test social atteint un niveau adulte normal. Fiati et Case expliquent cette observation par la non disponibilité des structures numériques pertinentes.

Malheureusement, comme la généralité de toutes ces notions de "sens", de "structures", de "concepts" , de "central", ... le fait redouter, les implications éducatives que l'on peut tirer de ces nouvelles structures ne peuvent être, elles aussi, que très générales. Par exemple, Case (1992b, p.373) s'interroge:

◊ Les structures conceptuelles centrales constituent-elles un prérequis pour profiter de certaines sortes de curriculums scolaires existants ?

◊ S'il en est bien ainsi, peuvent-elles être enseignées directement à des enfants qui ne les possèdent pas encore, avant l'enseignement du thème qui les nécessite ?

◊ Ne faut-il pas, pour que l'enfant atteigne certains niveaux de structure, qu'on lui fournisse des expériences permettant de développer une compréhension informelle et d'intégrer cette dernière avec une compréhension plus formelle (qui, peut-être, sera enracinée dans un système symbolique particulier) ?

2. Deux sources d'inspiration

2.1. Piaget

a) <u>Convergences avec la théorie de Piaget</u>

La théorie de Case, ou les théories néo-piagétiennes plus généralement, présente quelques caractéristiques essentiellement reprises de la théorie de Piaget. Par référence à Case (1987b), j'en distinguerai quatre.

(1) <u>L'existence de 3 ou 4 stades</u> (ou niveaux de structuration). Un intérêt un peu méconnu des stades est de montrer qu'un même problème peut recevoir des réponses de niveau différent. Par exemple, Case cite le problème de la constance du nombre. A propos de ce dernier, on peut remarquer que:

◊ les bébés (moins d'un an) ont une compréhension implicite du fait que le nombre ne change pas avec la disposition spatiale ou la nature des objets (voir Fischer, 1985, p.18 à 21, pour une revue; mise à jour dans Fischer, 1993);
◊ vers 6 ans les enfants réussissent en moyenne au célèbre test piagétien de conservation: après constat de l'équivalence, on écarte, comme l'illustre le schéma ci-après, une rangée et on demande s'il y en a toujours pareil dans les deux.

● ● ● ● ● ● ● ●

<--- ● ● ● ● ● ● ● ● --->

◊ il faut attendre longtemps avant que les élèves arrivent à expliquer pourquoi les $8\,! = 40320$ manières différentes de compter l'une des deux rangées ci-dessus donnent toutes le même résultat: 8.

Dans les théories (néo-) piagétiennes on dit que l'on est en présence de 3 niveaux de structuration ou **stades** différents. Ou encore, que la compréhension conceptuelle de la constance du nombre a une organisation ou une **structure** distincte suivant le niveau d'âge considéré.

(2) L'inclusion des structures. Les structures d'un niveau donné incluent les structures des niveaux inférieurs. Ceci est un postulat commode pour expliquer que les enfants de 6 ans réussissent au moins à faire ce que font les bébés ! Et aussi pour expliquer qu'ils le comprennent plus profondément. En dépit de cette "commodité", on peut remarquer que des théoriciens non piagétiens n'adoptent pas systématiquement ce postulat. Ils sont alors amenés, lorsqu'une structure disparaît (ou donne l'apparence de disparaître), à parler de "régression dans le développement". Tout un livre *Regressions in mental development* (Bever, 1982) a été consacré à ce thème. Empiriquement, Mehler et Bever (1967) ont notamment montré que, dans les comparaisons numériques, la longueur induit les enfants en erreur entre 3;2 et 4;6 ans, mais pas avant (entre 2;6 et 3;2) !

(3) L'existence d'âges caractéristiques. Dans des environnements non trop particuliers, la distribution des âges d'acquisition est à peu près statistiquement normale. On peut donc parler du concept de nombre des bébés, de l'enfant de 6 ans, etc.

(4) La répétition des sous-stades. Les étapes structurales ou sous-stades se répètent identiquement dans les différents stades. On sait que Piaget notait souvent ces sous-stades I, II, III, avec des affinements possibles (e.g., IIa, IIb). Sur le schéma général de la théorie de Case (voir le 1.1), le cycle récursif des sous-stades apparaît clairement: (consolidation opérationnelle), coordination unifocale, coordination bifocale et coordination élaborée.

b) Une confirmation neurophysiologique des stades ?

Depuis quelques temps déjà, certains pensent - en vertu d'un raisonnement simple, mais juste - que s'il existait des stades, on devrait pouvoir observer des changements dans le cerveau des enfants au moment de leur "entrée" dans un nouveau stade. En effet, si, à un certain âge ou stade l'enfant parvient à réaliser des opérations qu'il ne savait pas faire antérieurement, c'est que des connexions nouvelles (ou meilleures) ont été mises en place dans son cerveau.

Une première tentative, vers le milieu des années 1970 et connue sous le nom de "phrénoblésie", a été faite par Epstein. Il a tenté de montrer que, à certains âges correspondant grossièrement aux stades piagétiens, l'accroissement de la circonférence de la tête des enfants était plus important. Mais les observations d'Epstein, avec un indice aussi peu fin, ont été très critiquées et ne semblent pas convaincantes (Chipman, 1986; McCall, 1990; voir aussi Epstein, 1990, pour une réponse à certaines de ces critiques).

En revanche, des observations plus récentes, s'appuyant sur l'électroencéphalographie quantitative, pourraient l'être davantage. Ces observations proviennent surtout d'une étude impressionnante de Thatcher (1991; 1992a&b; et al., 1987). Ce dernier a en effet mesuré la cohérence de l'ElectroEncéphaloGramme (EEG)[5] sur 577 sujets âgés de 2 mois à 20 ans environ. Les conclusions de Thatcher, ainsi que d'autres (e.g., Hudspeth & Pribram, 1990; O'Leary, 1990), sont largement favorables à l'existence de stades de développement. Des arguments neurobiologiques vont d'ailleurs dans la même direction (Kandel & O'Dell, 1992). Notons toutefois que, dans ses interprétations les plus récentes (e.g., Thatcher, 1992a&b, 1993) insiste sur l'aspect cyclique du développement[6]: un "cycle" est défini par des événements qui se répètent eux-mêmes dans le même ordre et durant approximativement le même intervalle de temps; au contraire, un "stade" est un processus discret ou une étape.

Bien entendu, Case (1992c) a immédiatement exploité ces nouvelles données pour suggérer qu'elles étayent sa théorie. Par exemple, il a superposé aux 2 premiers stades de son schéma général, une visualisation des "connexions" qui sont formées, selon les données de la cohérence de l'EEG obtenues par Thatcher, entre différents sites corticaux. Comme on peut le voir ci-après (partie gauche de la figure), cette superposition est assez réussie (pour plus de détails, voir Case, 1992c).

Outre ce rapprochement, Case a également comparé l'accroissement de la cohérence de l'EEG (partie A de la figure droite ci-après) et celui de la mémoire de travail (partie B de la figure droite ci-après) au cours du second stade. On observe effectivement une correspondance approximative dans les forme et position des deux courbes, ce qui suggère que les deux ensembles de données sont l'indice d'un même ensemble de changements.

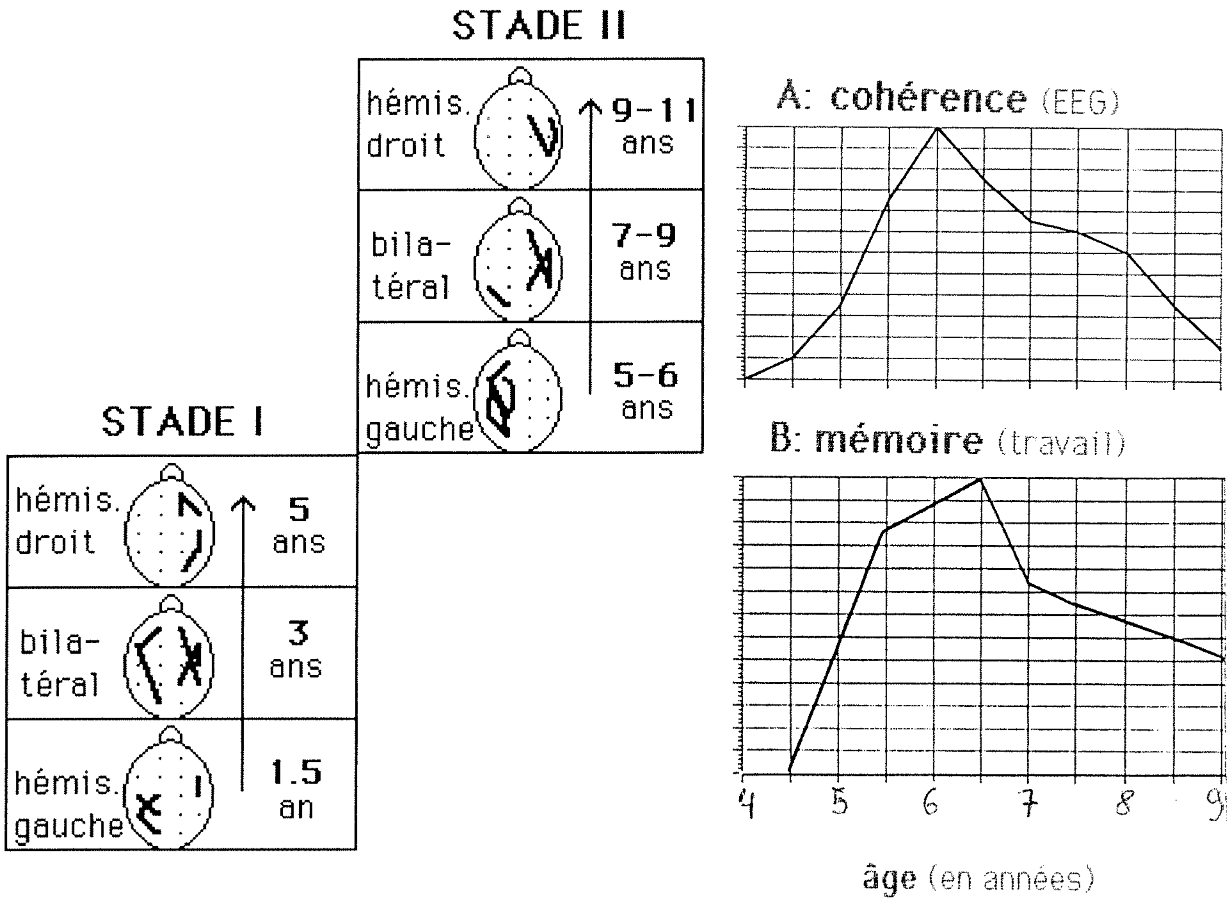
En retour, Thatcher (1992b) n'a pas manqué de souligner les mérites de Case (et de Fischer K.W., un autre auteur néo-piagétien), par exemple lorsqu'il écrit:

> «Les données de la présente étude étayent fortement les théories de Fischer et de Case en pointant vers certains processus physiologiques qui pourraient sous-tendre l'émergence de "stades" de développement chez l'enfant. Une des contributions les plus importantes des néo-piagétiens, spécialement Fischer et Case, est leur perception de "cycles" que l'on peut opposer aux simples "stades" du développement comportemental de l'enfant.»

---

[5] La cohérence de l'EEG reflète le nombre et la force des connexions entre des générateurs spatialement distants (cf. Thatcher et al., 1987) ou, si l'on préfère, le couplage entre des réseaux neuronaux (cf. Thatcher, 1992b).

[6] Thatcher utilise plusieurs fois la métaphore d'un escalier en colimaçon (*spiral staircase*) pour décrire le développement: on peut rapprocher cette métaphore du titre - *The mind's staircase* - du livre récemment édité par Case (cf. Case, 1992a).



2.2. Gagné

a) Les 5 produits d'apprentissage

Gagné (1975) distingue 5 catégories de «produits d'apprentissage» (*learning outcomes*) ou 5 classes de «capacités» apprises: 1) information verbale, 2) habileté intellectuelle, 3) stratégies cognitives, 4) attitudes et 5) habiletés motrices.

L'**information verbale** est constituée d'unités qui peuvent être classifiées comme étant des «faits», des «noms», des «principes» et des «généralisations». L'apprentissage d'information verbale comme «capacité» signifie que l'individu peut énoncer sous forme de proposition ce qu'il a appris. L'unité d'information est une phrase qui peut être énoncée verbalement, même si une partie est sous-entendue. Mais l'information verbale n'est pas nécessairement emmagasinée sous forme de phrase dans la mémoire: elle peut être emmagasinée sous forme d'image visuelle ou d'autres sortes d'images. On reconnaît clairement ici ce que d'autres auteurs ont appelé des connaissances déclaratives (cf. Fischer, 1992).

Les **habiletés intellectuelles** constituent le «savoir comment» par contraste avec le «savoir que». L'élève apprend *comment* convertir des fractions en décimaux, *comment* passer de la forme affirmative à la forme interrogative, etc.. Il ne serait en effet pas possible de tout apprendre comme informations ou faits, parce qu'il existe trop de cas particuliers. Une importante variété d'habiletés intellectuelles est constituée par les règles. Une règle est une capacité apprise qui permet à l'individu de réaliser quelque chose au moyen de symboles. Les habiletés intellectuelles qu'un étudiant apprend le rendent apte à répondre adéquatement à des classes de phénomènes.

Gagné distingue encore 3 autres produits d'apprentissage. Les **stratégies cognitives** sont des capacités structurées que l'étudiant utilise afin d'orienter son attention, son apprentissage, sa rétention et sa pensée. Les **attitudes** concernent aussi bien les comportements sociaux ou la citoyenneté que les préférences. Enfin, les **habiletés motrices** contrôlent d'une façon précise, adéquate et souple l'exécution des performances qui impliquent la musculature.

b) <u>Généralités sur les hiérarchies d'apprentissage</u>

Pour planifier l'apprentissage des habiletés intellectuelles - qui sont de première importance à l'école - il est fondamental de s'appuyer sur des hiérarchies de transfert. L'expression «hiérarchie de transfert» désigne des suites ordonnées d'habiletés intellectuelles. Il est essentiel de distinguer une hiérachie de transfert d'une hiérarchie seulement psychométrique.

On a une hiérarchie **psychométrique** lorsque, à la fois, les tâches sur-ordonnées sont plus complexes que les tâches sous-ordonnées et que l'on est en droit d'attendre de quelqu'un qui maîtrise la tâche complexe qu'il maîtrise aussi la tâche moins complexe.

On a une hiérarchie de **transfert** lorsque, à la fois, l'une de deux tâches partielles est plus facile à apprendre que l'autre et que la maîtrise de la tâche partielle simple conduit à un transfert positif sur l'apprentissage de la tâche partielle complexe.

Du fait que la première définition renvoie plutôt à des tâches de résolution de problèmes, alors que la seconde renvoie plutôt à des tâches d'apprentissage, on parle aussi de hiérarchie de **performance**, à la place de hiérarchie psychométrique, et de hiérarchie d'**apprentissage** à la place de hiérarchie de transfert.

c) <u>Approfondissement d'un exemple</u>

Pour illustrer cette notion de hiérarchie, nous reprenons celle développée par Sander (1986) et portant sur l'apprentissage du calcul des pourcentages, de ses 3 composantes plus précisément: 1) calculer la valeur du pourcentage (VP) d'une valeur de base (VB), 2) calculer la valeur de base (VB), 3) calculer le pourcentage (P) lui-même.

Objectif 1: calculer le produit d'un entier par une fraction,

1a: comme dans le cas du calcul de VP. Exemple:

$$3600 \xrightarrow{\times \frac{7}{100}} \boxed{} \qquad\qquad VB \xrightarrow{\times P} VP$$

1b: comme dans le cas du calcul de VB. Exemple:

$$440 \xrightarrow{\times \frac{100}{22}} \boxed{} \qquad\qquad VP \xrightarrow{\times \frac{1}{P}} VB$$

1c: comme dans le cas du calcul d'un pourcentage. Exemple:

$$\frac{35}{125} \xrightarrow{x\ 100} \boxed{} \qquad \frac{VP}{VB} \xrightarrow{x\ 100} P$$

Objectif 2: savoir calculer une multiplication sous forme d'opérateur,

2a: trouver le nombre de départ. Exemple:

$$\boxed{} \xrightarrow{x\ 14} 98$$

2b: trouver l'opérateur. Exemple:

$$16 \xrightarrow{\boxed{x\ }} 96$$

Objectif 3: voir un pourcentage et un nombre décimal comme une fraction avec 100 au dénominateur,

3a: savoir transformer un pourcentage en fraction avec 100 au dénominateur.

Exemple: $77\% = \frac{}{100}$

3b: savoir transformer une fraction avec 100 au dénominateur en pourcentage.

Exemple: $\frac{86}{100} = \%$

3c: savoir transformer une fraction, dont le dénominateur est un diviseur de 100, en fraction dont le dénominateur est 100.

Exemple : $\frac{5}{20} = \frac{}{100}$

3d: savoir transformer un décimal en fraction avec 100 au dénominateur.

Exemple : $0{,}34 = \frac{}{100}$

Objectif 4: savoir écrire la solution des trois composantes du calcul des pourcentages.

	Valeur de Base	Pourcentage	Valeur du Pourcent.
a	x	11%	38
b	248	x	117
c	66	13%	x

Ecrire, sans la calculer, la formule pour a), b) et c).

Objectif 5: savoir calculer la donnée de départ lorsque l'opérateur est une fraction avec dénominateur 100 et la donnée à l'arrivée un entier. Exemple:

$$\square \xrightarrow{\times \frac{17}{100}} 153$$

Objectif 6: savoir calculer l'opérateur à partir des données de départ et d'arrivée et écrire le résultat sous forme de pourcentage. Exemple:

$$90 \xrightarrow{\times \square} 36 \qquad \square = \frac{}{100} = \quad \%$$

Objectif 7: savoir identifier, dans un problème concret, les Valeur de Base, Pourcentage, et Valeur du Pourcentage. Par exemple, dans le problème suivant:

«Un agriculteur n'a pas pu empêcher 30 bottes de foin de pourrir. Elles représentent 3% de ses provisions de foin. Combien de bottes de foin l'agriculteur avait-il en tout ?»

L'élève doit reporter les valeurs dans le tableau (l'inconnue étant notée x):

Valeur Base	Pourcentage	Valeur Pourc.

Objectif 8: savoir résoudre schématiquement un calcul de pourcentage, i.e.:

8a: savoir calculer la Valeur du Pourcentage:

Valeur Base	Pourcentage	Valeur Pourc.
400	51%	x

8b: savoir calculer le Pourcentage

Valeur Base	Pourcentage	Valeur Pourc.
36	x	9

8c: savoir calculer la Valeur de Base:

Valeur Base	Pourcentage	Valeur Pourc.
x	28%	35

Objectif 9: savoir écrire la solution pour un problème concret de pourcentage, i.e.:

9a: savoir écrire, sans la calculer, la formule donnant la Valeur du Pourcentage. Par exemple, dans le problème: «Un chemin mesure 15 465 m de long. Sur 38% de la longueur, le chemin est sablonneux. Combien de m sablonneux cela représente-t-il ?»

9b: savoir écrire, sans la calculer, la formule donnant le Pourcentage. Par exemple, dans le problème: «En 1990 la baguette coûtait 310 centimes. En 1991, elle coûte10 centimes de plus. Quel est le pourcentage d'augmentation ?»

9c: savoir écrire, sans la calculer, la formule donnant la Valeur de Base. Par exemple, dans le problème: «Durant l'année 1990, la baguette de pain a augmenté de 10 centimes. En pourcentage cela représente 6%. Combien coûtait la baguette au début de 1990 ?»

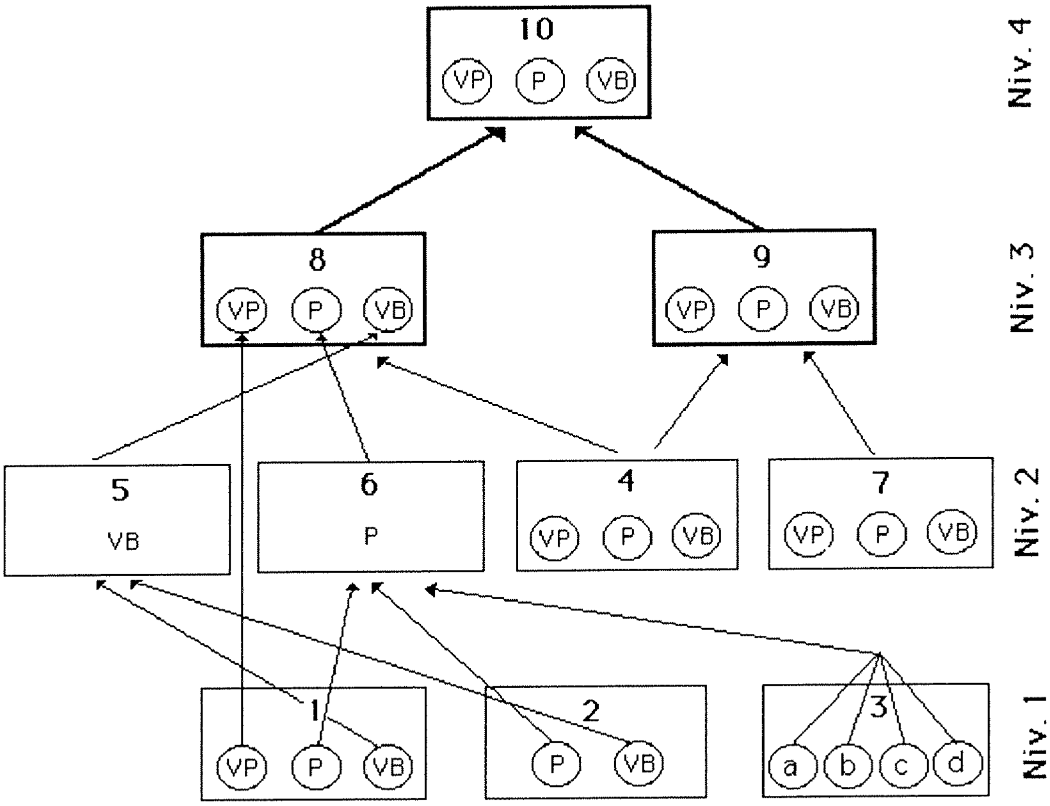
Objectif 10: savoir résoudre des problèmes concrets mettant en jeu les 3 composantes du calcul des pourcentages,
10a: savoir résoudre un problème de Valeur du Pourcentage à l'aide du schéma d'opérateur et savoir formuler la réponse. Exemple de problème: «Mon père paie tous les ans une redevance télé de 800 F. Cette année la redevance sera augmentée de 15%. De combien de Francs augmentera-t-elle ?»
10b: savoir résoudre un problème de calcul du Pourcentage à l'aide du schéma d'opérateur et savoir formuler la réponse. Exemple de problème: «L'an dernier mon père a payé une redevance télé de 800 F. Cette année il paiera 860 F. Trouver le pourcentage d'augmentation.»
10c: savoir résoudre un problème de Valeur de Base à l'aide du schéma d'opérateur et savoir formuler la réponse. Exemple de problème: «Cette année mon père a payé 50 F de redevance télé de plus par rapport à l'an dernier. Ceci représente un pourcentage d'augmentation de 6%. Quel était le montant de la redevance télé l'an dernier ?»

Pour visualiser cette hiérarchie d'apprentissage, i.e. pour voir comment les connaissances subordonnées sont constitutives des connaissances surordonnées, et aussi pour faire apparaître les 4 niveaux dont il sera question dans la suite, nous avons construit le diagramme fléché ci-après.

d) Validation de la hiérarchie

Des Tests Orientés vers l'Objectif (TOO) d'apprentissage sont administrés 3 fois en cours d'apprentissage. Ceci pour éviter les problèmes de l'oubli en mémoire et de l'apprentissage incident. De manière précise, les TOO sont administrés après les séquences d'enseignement aux niveaux 1, 2 et 3. Il y a aussi un test après le niveau 4, et un autre environ 8 semaines après.
Les sujets sont des élèves de 7ème année provenant soit de l'école principale (*Hauptschule*), soit de l'école moderne (*Realschule*). Pour les premiers, trois variables exogènes ont été prises en compte: le QI mesuré par un Test d'Aptitude Cognitive, la peur de l'examen et la peur des mathématiques. Pour les seconds, seul le QI est pris en compte.

Les résultats obtenus font apparaître que:
(1) $\forall i \in \{1, 2, 3\}$, l'effet causal direct du niveau i sur le niveau i+1 est significatif ($p < .01$);
(2) l'effet causal direct du niveau 2 sur le niveau 4 est aussi significatif ($p < .05$);
(3) si les corrélations bivariées entre 2 niveaux successifs sont décomposées en effets causaux directs et en effets non causaux, les premiers sont, pour tout i, supérieurs aux seconds;
(4) l'effet causal total de l'"intelligence" sur le niveau 4 est bien plus faible ($p = .09$) que l'effet du niveau immédiatement précédent ($p = .33$);
(5) tout juste un tiers de la variance du critère est expliquée par les connaissances antérieures;
(6) l'on retrouve la même hiérarchie pendant, immédiatement après, et encore 8 semaines après.



En conclusion, et même s'il y a quelques réserves à faire (comme le (2) ci-avant), la recherche a donc assez bien confirmé à la fois la hiérarchie de performance et la hiérarchie de transfert.

3. Remédiation

Selon Case (1980b), la théorie néo-piagétienne a les implications les plus claires dans les situations où les élèves éprouvent de grandes difficultés à maîtriser une habileté ou un concept particulier avec les méthodes courantes. Ceci est notamment, bien que non exclusivement, le cas dans des situations de **remédiation**. Dans la partie 3.1 nous allons présenter deux stratégies de remédiation: la première sera rapportée à Gagné, la seconde à Case. Nous décrirons aussi succinctement une stratégie plus conventionnelle. Comme la stratégie de Case s'est avérée empiriquement la meilleure, nous la développerons de manière détaillée dans la partie 3.2. La stratégie de Case rapportée ayant, en fait, été mise au point par Sander (1986), nous présentons aussi un exemple développé par Case lui-même (partie 3.3). Enfin dans la partie 3.4., nous présentons une expérience de remédiation de Longeot, Lemoine et Thomas (1988). Non pas tellement à cause des résultats qu'elle a obtenus, mais plutôt pour fournir un exemple supplémentaire d'analyse suivant le modèle des structures de contrôle de Case.

3.1. Trois stratégies de remédiation

a) La stratégie conventionnelle

La stratégie de remédiation la plus simple et la plus souvent appliquée en pratique consiste à travailler, avec les élèves qui n'ont pas atteint l'objectif d'enseignement, des tâches de la même classe de tâches que celle de l'objectif. Ceci signifie si ce n'est montrer la bonne solution à l'élève, du moins donner des indications verbales précisant la façon de résoudre la tâche. Ces indications sont le plus souvent données en cas de blocage de l'élève ou lorsqu'il s'engage dans une mauvaise direction. Typiquement et idéalement la stratégie conventionnelle ne prend pas en compte les prédispositions individuelles ou connaissances préalables des élèves. C'est elle qui est souvent pratiquée dans les cours de soutien, à l'école ou en dehors.

Dans l'exemple du calcul de pourcentage, on pratiquera donc des problèmes correspondant aux 3 composantes - 10a, 10b et 10c - de l'objectif 10. Chaque fois on expose le problème, on procure des informations en retour en cours de résolution, et on corrige le problème. Dans l'expérience de Sander (1986), 4 à 5 heures ont été consacrées à la remédiation par cette stratégie conventionnelle.

b) La stratégie de Gagné

Elle consiste à adapter la remédiation aux prérequis d'apprentissage. Dans le cas de classes de tâches hiérarchiquement ordonnées, ceci consiste à les parcourir du bas vers le haut. Cette adaptation peut s'appuyer sur les stratégies cognitives actuelles - correctes ou non - de l'élève, ou du groupe d'élèves, concerné: ces stratégies auront été déterminées par l'analyse, notamment des erreurs, des productions des élèves. Cette adaptation doit aussi respecter les conditions externes de l'apprentissage. Ces conditions sont, pour l'apprentissage des habiletés intellectuelles, essentiellement deux:

◊ Les habiletés simples, qui entrent dans la combinaison et qui sont stockées en mémoire à long terme, doivent être transférées en mémoire de travail. Ce transfert se produit parfois par une simple communication comme: «Tu te souviens comment transposer les termes d'une équation.»

◊ L'agencement des habiletés doit atteindre un ordre adéquat. Là aussi, des suggestions verbales peuvent fournir des indices aux élèves. Par exemple, on peut leur dire: «Vous devrez d'abord attribuer une valeur numérique à *a;* puis vous pouvez transposer les termes; ensuite vous trouverez la valeur de *b.*»

Pour le calcul des pourcentages, la stratégie consistera principalement à rassembler des problèmes qui représentent l'ensemble des objectifs de la hiérarchie d'apprentissage décrite

dans la partie 2.2. et à les traiter du bas vers le haut. En outre, il faut satisfaire les conditions externes qui peuvent ici se résumer en 6 points-conseils:
(1) prévenir l'élève du résultat attendu de l'apprentissage;
(2) poser des questions, par exemple: «Te souviens-tu ce qu'est un pourcentage ?», qui activent les concepts pertinents antérieurement appris;
(3) donner des aides verbales pour la compréhension de la règle. Ces aides n'ont pas besoin de correspondre à la définition exacte. Par exemple: «100% c'est toujours le tout. Le tout est appelé Valeur de Base.»
(4) inciter l'élève à appliquer la règle. Exemple: «Calcule maintenant le pourcentage !»
(5) procurer un feed-back immédiat: dire si le résultat est juste ou faux;
(6) faire appliquer la règle dans des problèmes nouveaux (pour favoriser sa rétention).

c) La stratégie de Case
Nous résumons d'abord très succinctement trois conseils de Case (1980b) pour la remédiation:
◊ diagnostiquer les stratégies incorrectes, démontrer leur inadéquation, et développer la bonne stratégie;
◊ minimiser les sollicitations à la capacité de la mémoire de travail;
◊ veiller à exercer massivement les opérations de base.

Maintenant, plus complètement, nous présentons les 5 conseils, pour la stratégie d'enseignement suggérée par Case, que Sander (1986) a essayé de mettre en pratique:
(1) Le choix des exercices doit être hiérarchisé. Néanmoins, il ne s'agit pas de la hiérarchie de Gagné, mais d'une addition périodique de complexité. Quand un problème (objectif de l'apprentissage) est constitué par les éléments a, b, c et d, où a représente le principe de base du problème dans une forme éventuellement simplifiée, et b, c et d sont des éléments qui accroissent la complexité du problème, Case suggère la séquence d'enseignement suivante: a, a+b, a+c, a+b+c, a+d, a+b+d, a+b+c+d.
(2) La situation initiale (introduction du problème) doit être familière et sa résolution compréhensible.
(3) L'élève doit avoir l'occasion d'opérer concrètement avec un matériel visible.
(4) Le problème (au moins celui d'introduction) doit être construit de telle manière que le feed-back auquel il conduit permette à l'élève de reconnaître par lui-même si sa solution est juste ou fausse.
(5) Les stratégies "fautives" doivent également être prises en compte. Ainsi, on proposera aux élèves des fausses solutions, ou des fausses pistes, qu'ils devront identifier comme telles.

3.2. Adaptation aux pourcentages

(1) Pour construire les exercices d'après le principe de la hiérarchie, la structure du problème-cible a été décomposée en éléments individuels. Pour ce faire, on a considéré que la compréhension de la structure relationnelle -- VB x P = VP -- entre les trois composantes du

calcul de pourcentage était un préalable pour la résolution des problèmes représentant l'objectif. Les éléments suivants ont été isolés:

◊ Comprendre la part comme une fraction du tout.

◊ Comprendre que la valeur d'une part résulte de la relation entre la part et le tout.

◊ Comprendre que, quelles que soient les deux grandeurs données de la relation tout x part = valeur de la part, la troisième peut être déterminée.

◊ Voir dans le tout une Valeur de Base (100%), dans la part un Pourcentage (fraction avec 100 au dénominateur) et dans la valeur d'une part une Valeur du Pourcentage (résultat de la relation entre Valeur de Base et Pourcentage).

Il en résulte la construction hiérarchique suivante.

a: *Concept de part.* Un tout est donné. Il est partagé en n parts égales. Les parts sont à comprendre comme des fractions du tout. Exemple de problème: «Voici l'argent de poche de Max. Il a eu 8 F. Max s'achète des chocolats pour 2 F. Quelle part de son argent de poche a-t-il dépensée ?»

a+b: *Concept de valeur d'une part.* Un tout et une part sont donnés. La relation tout x part = valeur de la part, sera comprise. Exemple: «Max a 8 F d'argent de poche. Il achète pour la moitié de bonbons. Combien d'argent a-t-il dépensé ?»

a+b+c: *La relation entre concepts.* La valeur d'une part et la part sont données; un tout et une valeur de part sont donnés. Il s'agit de comprendre qu'à partir de deux grandeurs données, la troisième peut être calculée par la relation, tout x part = valeur de la part. La réversibilité de la relation conceptuelle est saisie. Exemple: d'abord reprise du problème de valeur de la part (a+b); ensuite recherche de la Valeur de Base: «Pierre a dépensé 3 F de son argent de poche. Ceci représente un tiers. Combien d'argent de poche avait-il ?» (écrire la formule permettant le calcul); enfin recherche de la fraction: «Max avait 8 F. Il a dépensé 4 F. Quelle part cela représente-t-il ?» (écrire la formule permettant le calcul).

a+d: *Le concept de pourcentage.* Un tout et une part sont donnés. Le tout (la Valeur de Base) est vu comme 100%, la part (le Pourcentage) est vue comme une fraction avec 100 au dénominateur. Exemple: «Max avait 8 F d'argent de poche. Il a dépensé 2 F. Quel Pourcentage de son argent de poche a-t-il dépensé ?»

a+b+d: *La relation ou formule fondamentale du calcul de pourcentage.* La Valeur de Base et le Pourcentage sont donnés. Il sera compris que la Valeur de la Part se déduit de la formule VB x P = VP. Exemple: «Max avait 8 F d'argent de poche. Mais il en a déjà dépensé 50%. Combien de F cela représente-t-il ?»

a+b+c+d: *La relation conceptuelle entre les trois concepts fondamentaux du calcul de pourcentage.* P et VP donnés; VB et VP donnés. Il sera compris qu'à partir de deux grandeurs données de la relation: VB x P = VP on peut toujours calculer la troisième. La réversibilité de la relation conceptuelle sera comprise. Exemple: d'abord, reprise de a+b+c; ensuite, recherche de VB: «Max a dépensé 2 F de son argent de poche. Cela représente 25%. Combien d'argent de poche avait-il ?»; enfin, recherche de P: «Max avait 10 F d'argent de poche. Mais il a déjà dépensé 2 F. Quel Pourcentage cela représente-t-il ?»

(2) Pour la situation d'introduction, on a choisi un concept de part dans un problème familier aux - et pertinent pour les - enfants: «Quelle part de son argent de poche Max a-t-il dépensé ?». Ce problème est traité systématiquement jusqu'à l'introduction de formes plus complexes. Pour faciliter la compréhension immédiate de la structure du problème, on travaille avec un matériel de visualisation: pour les éléments a, a+b, et a+b+c de la hiérarchie, le maître montre une bande de papier divisée en 8. Une bande plus petite est posée sur chaque division: elle représente donc 1 F, le nombre total des unités correspondant au tout. Voici une représentation de cette bande de papier:

1 F	1 F	1 F	1 F	1 F	1 F	1 F	1 F

Pour les éléments suivants de la hiérarchie: a+d, a+b+d, a+c+d et a+b+c+d, pour lesquels le concept de pourcentage est introduit, on ajoute à la bande de papier une bande de caoutchouc extensible avec des centièmes ou pourcentages. Voici une représentation de cette bande double:

1	2	3	4	5	6	7	8
1 F	1 F	1 F	1 F	1 F	1 F	1 F	1 F

25%	50%	75%	100%

Ainsi, la part peut, à chaque moment, être lue directement comme un pourcentage.

Après le problème introductif, d'autres problèmes concrets sont traités. Les étapes a+b+d et a+b+c+d correspondent aux problèmes-cibles de Gagné, ou aux problèmes du programme conventionnel. Les problèmes moins complexes de la hiérarchie de Case sont développés à partir des problèmes-cibles par analogie avec le problème de l'argent de poche.

(3) Les élèves sont incités à prouver leur solution à l'aide du matériel de visualisation. Par exemple, démontrer avec une plaquette, que 1F c'est 1/8 de 8F; ou encore à montrer, avec l'aide de la bande en caoutchouc, quel pourcentage correspond à une part déterminée.

(4) On admet que pour le problème d'introduction, et grâce au matériel de visualisation, les élèves trouveront la solution par eux-mêmes. De manière analogue, on admet qu'ils savent corriger rapidement une mauvaise solution.

Lorsque les élèves n'arrivent pas à expliquer ou démontrer la solution, notamment dans les problèmes concrets complétant l'étape (2) précédente, le maître donne des indications ou pose des questions destinées à la découverte de la solution. Dans ce travail, le problème introductif (argent de poche) est encore rappelé au souvenir, et on s'efforce de dégager une analogie avec le problème courant.

(5) Du fait de la complexité du problème à apprendre il est évident, d'emblée, qu'il n'y a pas qu'une seule stratégie erronée. Au contraire, on a cherché à déterminer les solutions et stratégies erronées qui se produisent le plus souvent dans le cadre du programme d'entraînement; ceci afin de les présenter aux élèves et de leur faire comprendre la structure de ces stratégies erronées. Cette détermination s'est faite empiriquement sur 40 élèves de 7ème année d'école à l'aide la méthode: "penser à haute voix".

Les stratégies erronées suivantes ont été identifiées:

◊ la solution est réduite à une étape: les deux grandeurs données sont, par exemple, multipliées. Par exemple, pour le problème: «Une famille paie 980 F de loyer. Le loyer augmente de 14%. Combien la famille devra-t-elle payer en plus ?», l'élève calculera 980 x 14 et conclura que la famille doit payer 13 720 F de plus.

◊ un résultat intermédiaire n'est pas -- car un pas intermédiaire n'a pas été effectué ou, plus souvent, à cause d'une erreur de calcul -- identifié correctement, et de ce fait le pas suivant est erroné ou omis. Par exemple, pour le problème: «Une famille paie 980 F de loyer. Le loyer augmente de 14%. Quel est alors le montant du loyer ?», l'élève calcule 980 x $\frac{14}{100}$ et trouve 1372. Il répond alors que le nouveau montant du loyer est 1372 F.

◊ les concepts sont mal mis en relation avec les données. Par exemple, la Valeur de Base est confondue avec la Valeur du Pourcentage. En conséquence, et même si l'algorithme de résolution est correct, le résultat sera faux.

◊ la formule et la manière de calculer sont correctes, mais il y a des erreurs de calcul.

Sur la base de cette analyse des erreurs, on a conçu des solutions erronées pour tous les éléments de la hiérarchie et on les a mélangées à des solutions justes. Pour stimuler la détection des solutions erronées par les élèves, l'enseignant donne les instructions suivantes: «Je vais vous présenter des solutions correctes et incorrectes. Faites bien attention pour détecter quand je me suis trompé !». Quand les élèves ne détectent pas d'eux-mêmes une solution erronée ou une stratégie inadéquate, l'enseignant donne des indications verbales et pose des questions, opère avec le matériel de visualisation et développe l'analogie avec le problème introductif de l'argent de poche.

3.3. Application à la lecture de l'heure

Case, Sandieson et Dennis (1986) ont comparé un apprentissage (de la lecture d'une horloge) **incrémental** à un apprentissage **récapitulatif** sur des adolescents intellectuellement handicapés.

L'apprentissage **incrémental** consiste à développer des activités en veillant simplement à ne jamais surcharger la mémoire de travail de l'élève. Cette méthode incrémentale est assez classique: elle consiste à distinguer des étapes intermédiaires de difficulté croissante. De plus, Case et al. expliquent qu'il faut faire pratiquer les élèves autant que nécessaire, afin qu'ils intègrent les nouvelles sous-routines dans leurs stratégies existantes et consolident la structure d'ensemble dans une unité relativement automatique et fonctionnant de manière régulière.

L'apprentissage **récapitulatif** récapitule les étapes du développement de l'enfant normal. Cette deuxième méthode s'est avérée supérieure, bien que la première ait eu aussi un impact positif. Cette meilleure réussite viendrait d'une part de l'insistance sur les connaissances conceptuelles plutôt que procédurales, d'autre part de l'insistance sur la récapitulation du développement normal. Case et al. pensent en particulier qu'une situation (autobus) introduite dans cette deuxième méthode a pu favoriser l'apprentissage.

3.4. Application à la proportionnalité

Longeot et al. (1988) ont essayé d'apprendre le raisonnement de proportionnalité à des adolescents au développement intellectuel fortement retardé. La proportionnalité étant une caractéristique du niveau opératoire formel de Piaget, il fallait donc les faire passer du niveau opératoire concret au niveau opératoire formel. Pour cela, Longeot et al. ont utilisé une méthode d'entraînement, développée principalement par Orsini-Bouichou, qui avait réussi à faire passer des enfants du niveau pré-opératoire au niveau opératoire concret. Mais l'apprentissage a, pour l'essentiel, échoué. Pour expliquer cet échec, Longeot et al. utilisent alors la méthode d'analyse des tâches de Case (1985): la description en structure de contrôle. Avant de présenter cette analyse, il nous faut résumer la tâche à laquelle elle a été appliquée.

On dépose, dans les 24 cases d'un plumier, des billes coloriées, une par case, suivant un motif. Par exemple, une blanche ($X_0 = 1$), puis trois rouges ($Y_0 = 3$), et ceci plusieurs fois. Puis, l'expérimentateur E met 2 blanches ($X_n = 2$) et demande au sujet de mettre les rouges (Y_n) de façon à continuer à jouer au même jeu. Typiquement, les enfants réagissent successivement ainsi:

(1) ils mettent la mise initiale ou celle de E;

(2) ils mettent le même nombre de rouges que de blanches;

(3) ils maintiennent constant le total des billes ou la différence, grâce à une lecture horizontale: $1+3 = 2+2$ ou $3-1= 4-2$;

(4) idem, mais grâce à une lecture verticale, dans le même sens que E ($1+1=2$ --> $3+1 = 4$) ou inverse ($1+1 = 2$ --> $3-1 = 2$).

Ce dernier raisonnement étant additif, il faut les faire passer à un raisonnement multiplicatif. Mais revenons maintenant à l'analyse de la tâche.

Au stade dimensionnel, les structures de contrôle associées au sous-stade 1 sont:

SITUATION-PROBLEME

- Les X ont changé (figuralement).
- Les X sont plus longs.

OBJECTIFS

- Changer les Y.
- Maintenir constante la longueur totale des X et des Y *ou* maintenir le dépassement des Y par rapport aux X.

STRATEGIE

1. Compter toutes les billes ($X_0 + Y_0$) *ou* 1. Compter les X_0 et compter les Y_0
2. Placer des Y jusqu'au total $X_0 + Y_0$ *ou* 2. Compter des Y en plus de Y_0 autant qu'il y a de X en plus des X_0.

On notera que l'enfant ne se focalise que sur une seule dimension: la longueur totale ou du dépassement. En outre, Longeot et al. soulignent qu'il coordonne 2 variables: les nombres et les Y.

Au sous-stade 2, la structure de contrôle est:

SITUATION-PROBLEME

- Les X ont changé (numériquement)
- Les X_n sont plus nombreux que les X_0
- Les X_0 ont augmenté de z

OBJECTIFS

- Changer les Y
- Diminuer les Y de la quantité dont les X ont augmenté, *ou* augmenter les Y de la quantité dont les X ont augmenté.
- Diminuer *ou* augmenter Y_0 de z.

STRATEGIE

1. Compter $X_n - X_0 = z$
2. Compter $Y_0 - z$ *ou* 2. Compter $Y_0 + z$
3. Placer $Y_n = Y_0 - z$ dans le plumier *ou* 3. Placer $Y_n = Y_0 + z$ dans le plumier

Encore une fois on peut remarquer que l'enfant se focalise maintenant sur deux dimensions: la quantité dont les X ont augmenté est prise en compte pour diminuer ou augmenter les Y. Egalement, il coordonne trois variables: les nombres, les X et les Y.

Au sous-stade 3, la structure de contrôle est:

REPRESENTATION du PROBLEME

- Les X ont changé
- Les X_n sont plus nombreux que les X_0
- Les X_0 ont augmenté de z
- Ces changements des X et des Y peuvent maintenir constant X_0+Y_0 ou X_0-Y_0

OBJECTIFS

- Changer les Y
- Changer les Y de la même quantité que les X
- Changer Y_0 de z
- Maintenir constant le total *ou* la différence

STRATEGIE

1. Choisir la stratégie de maintenir constant le total ou la différence
2. Compter $X_n - X_0 = z$
3. Compter $Y_0 - z$ *ou* 3. Compter $Y_0 + z$
4. Placer $Y_n = Y_0 - z$ dans le plumier *ou* 4. Placer $Y_n = Y_0 + z$ dans le plumier

Cette fois-ci le sujet coordonne les 4 variables: les nombres, les X, les Y et les XY. Les valeurs de la variable XY sont X_0 - Y_n et Y_0 - X_n. La variable XY traduit le rapport que le sujet a établi entre les 4 termes du quadripôle:

$$\begin{array}{ccc} X_0 & \dashrightarrow & Y_0 \\ \downarrow & & \downarrow \\ X_n & \dashrightarrow & Y_n \end{array}$$

Ce rapport varie en fonction de X_n, le nombre des billes blanches dans la covariation. Cette variable du stade dimensionnel est un "ratio" au sens de Case (1985), unité de pensée caractéristique du stade vectoriel. Elle est en effet une relation entre deux relations: celle entre les X_0 du motif et les Y_n de la covariation, celle entre les Y_0 du motif et les X_n de la covariation. Ce ratio montre que le troisième sous-stade dimensionnel est aussi le sous-stade 0 vectoriel. Décrivons maintenant ce stade vectoriel.

Au sous-stade 1, la structure de contrôle est:

SITUATION-PROBLEME
(motif: 1B, 3R, et X_n =2)

- X_0 = 1 a changé (il a doublé)
- Y_n est inconnu

------>

------>

OBJECTIFS

- Changer Y_0
- Y_n doit être tel que le rapport des Y soit le rapport des X, donc le double.

STRATEGIE

1. Calculer $Y_n = Y_0$ x 2

La stratégie ne comporte qu'une ligne, mais ceci est admis dans les analyses de Case. Seuls les objectifs déterminent le nombre des unités à garder dans la mémoire de travail: ici il y en a bien deux.

Au sous-stade 2, la structure de contrôle est:

SITUATION-PROBLEME
(motif: 2B, 3R et X_n =6)

- Les X ont changé
- Y_n est inconnu
- Le rapport X_n/X_0 par unité est inconnu

------>

------>

------>

OBJECTIFS

- Changer les Y
- Y_n doit être tel que le rapport des Y soit le rapport des X
- Convertir X_n/X_0 sous la forme par unité.

STRATEGIE

1. Calculer 6/2 = 3
2. Calculer $Y_n = Y_0$ x 3

On aurait un traitement horizontal en proposant le motif (2B, 6R) et X_n = 3.

Enfin, au sous-stade 3, la structure de contrôle est[7]:

REPRESENTATION du PROBLEME (motif: 4B, 6R et X_n =3)		OBJECTIFS
• Les X ont changé	------>	• Changer les Y
• Y_n est inconnu	------>	• Y_n doit être tel que le rapport des Y soit l'inverse du rapport des X
• Le rapport X_0/X_n par unité est inconnu	------>	• Convertir X_0/X_n sous la forme par unité
• X_0/X_n n'est pas entier (il y a un reste)	------>	• Diviser le reste par X_n et l'ajouter.

STRATEGIE

1. Calculer 4/3=1 et il reste 1
2. $1/X_n = 1/3;\ 1+1/3 = 1^{1/3}$
3. Calculer $Y_n = Y_0 \times 1^{1/3}$

Si cette analyse est correcte dans l'ensemble, il en résulte que les sujets qui fonctionnaient additivement (sous-stade dimensionnel 2) auraient dû passer au sous-stade vectoriel 2, i.e. auraient dû franchir trois sous-stades (un stade entier) à la fois. Ceci est impossible et peut expliquer l'échec de l'apprentissage. Malgré cette explication s'appuyant sur la théorie de Case, on ne peut toutefois pas considérer que le résultat négatif de la remédiation pratiquée par Longeot et al. conforte grandement cette dernière.

4. Recherches comparatives

4.1. Case > Gagné

a) Tableau récapitulatif des stratégies comparées

principe --> programme	nature du feed-back	hiérarchisation de l'enseig.	sollicitation mém. de travail	gestion stratégies erronées	structure de base du pb-cible	manipulation+visualisation
conventionnel	directe	non	non	non	tout au long	non
Gagné	directe	oui	implicit. systémat. croissante	non	à la fin seulement	non
Case	indirecte (forme pb immédiat. compris)	oui	explicit. systémat. croissante	oui	tout au long	oui

[7] Pour comprendre l'analyse de ce troisième sous-stade, il faut remarquer qu'il s'agit de proportionnalité inverse. Je rappelle un problème typique de proportionnalité inverse: 3 maçons mettent 20 heures pour construire un mur. Combien mettent 6 maçons ?

b) <u>Résultats</u>

Précisons d'abord que les stratégies de remédiation ont été mises en oeuvre sur les élèves de l'école principale qui n'ont pas atteint l'Objectif d'Enseignement à l'issue des 4 sessions.

Immédiatement après la fin de la remédiation, les effets différentiels de la stratégie se sont surtout manifestés par une interaction significative (p = .043) entre la stratégie de Case et le TAO (Test d'Aptitude Cognitive). Pour éclairer la nature de cette interaction, Sander a conduit deux analyses de covariance: l'une sur les élèves les plus performants au TAO, l'autre sur les élèves les moins performants. Le résultat est que le programme de remédiation n'a d'effet principal que dans le groupe des plus performants. Lorsque l'on calcule les moyennes ajustées (M), i.e. débarassées de l'influence des covariants, le programme de Case (M = 40.84) devance nettement le programme de Gagné (M = 35.97) et le programme conventionnel (M = 35.55).

A 8 semaines d'intervalle, le programme de Case s'est encore révélé un prédicteur significatif (p = .041), expliquant 3% de la variance. Et cette fois-ci l'effet positif du programme de Case est indépendant de l'intelligence et des autres caractéristiques des élèves incluses dans l'analyse. Le calcul des moyennes ajustées donne encore une fois Case en tête (M = 35.16), devant Gagné (M = 33.44) et le programme conventionnel (M = 33.32).

c) <u>Interprétations</u>

La supériorité de la stratégie de Case étaye l'hypothèse qu'une stratégie d'enseignement qui ne s'appuie pas exclusivement sur l'exercice de sous-routines, mais vise une facilitation de la compréhension du problème, serait la plus efficace à long terme. La construction systématique de hiérarchies de capacités (stratégie de Gagné) se révèle certes supérieure au seul exercice de l'objectif d'enseignement (stratégie conventionnelle), mais pas à long terme. Chez des élèves relativement faibles, la stratégie de Gagné n'est donc pas suffisante. En revanche, remarque Sander, une autre recherche a montré qu'à l'école moderne la stratégie de Gagné est supérieure à la stratégie conventionnelle, mais exclusivement chez les élèves les plus faibles. Ce résultat est en accord avec l'hypothèse qu'une stratégie hautement élaborée est d'autant plus efficiente que les capacités des élèves sont faibles. Néanmoins, cette dernière hypothèse ne convient pas pour expliquer que la supériorité du programme de Case, immédiatement après l'apprentissage, s'est produite exclusivement dans le groupe des élèves les plus intelligents.

4.2. Apprentissage des premiers nombres

Case et Sandieson (1992; voir aussi le résumé de Case & Griffin, 1990) ont conduit une expérience d'enseignement des structures conceptuelles centrales postulées pour la pensée logico-mathématique chez les enfants de 6 ans.

L'analyse théorique conduit à postuler que la capacité à représenter les éléments de façon dimensionnelle est constituée, dans ce domaine des premiers apprentissages numériques, par:

(a) la connaissance bidirectionnelle de la suite numérique de 1 à 10;

(b) le principe de bijection;

(c) le principe cardinal[8];
(d) la connaissance du fait que les ensembles successivement créés lors d'un comptage forment un continuum et que l'on peut générer le suivant ou le précédent en additionnant ou en soustrayant une unité à l'ensemble actuel;
(e) la connaissance de la grandeur relative de deux nombres quelconques;
(f) la connaissance de l'utilité dimensionnelle de cette dernière: les nombres permettent de comparer des dimensions comme la longueur, le temps, ...

Une expérience d'apprentissage de ces composantes a ensuite été mise en oeuvre avec un groupe de 12 enfants de milieu socio-culturel défavorisé et âgés entre 4 et 5 ans. Ainsi, on a proposé pour:
(a) travailler la suite des nombres, une série d'exercices de comptage contextuel, avant et arrière. Par exemple: Nous sommes dans une fusée et devons compter en arrière: 5, 4, 3, 2, 1, décoller !
(b) la compréhension de la correspondance terme à terme dans un contexte d'activités d'objets à collecter. Par exemple: Nous allons à un pique-nique et nous sommes 1, 2, 3, 4, 5; alors donner: 5 fourchettes, 5 couteaux, etc.
(c) & (d) faire la relation entre des valeurs cardinales adjacentes, des séries d'exercices d'addition et de soustraction motivants. Par exemple: Nous avons 3 gâteaux et la bonne/méchante fée vient en ajouter/manger 1. Comptons combien nous avons maintenant de gâteaux.
(e) favoriser les jugements relatifs, des séries d'exercices pour lesquels les enfants devaient tirer des conclusions (e.g., quelle armée gagnera/perdra) d'après le nombre des objets présentés (e.g., le nombre de soldats dans chaque armée).
(f) utiliser les nombres pour des évaluations quantitatives: par exemple, en présence de 2 colliers, l'un de x et l'autre de y perles, on demande aux enfants de prévoir lequel sera le plus long une fois dépliés. Dans cette activité, les enfants apprennent donc à faire des jugements sur la seule base numérique, et à vérifier ensuite ces jugements en plaçant les deux colliers côte à côte.

La comparaison s'est faite avec un groupe-témoin n'ayant pratiqué que des activités de comptage et de reconnaissance des nombres, durant le même temps et avec le même degré de motivation, en vue de l'automatisation de ces opérations de base. Les résultats sont particulièrement convaincants en faveur de l'apprentissage expérimental. En effet, les deux groupes ont certes progressé dans les connaissances (comptage principalement) directement entraînées, mais le groupe expérimental est le seul à montrer un transfert à des tâches non directement pratiquées. Ce résultat est d'autant plus convaincant qu'il s'agissait d'enfants socialement défavorisés et que le transfert - les auteurs ne manquent pas de le souligner - est rarement observé.

---

[8] Case et Sandieson n'utilisent pas les expressions "principe de bijection", "principe cardinal", de Gelman et Gallistel (1978), mais laissent clairement entendre que c'est bien de ces principes qu'il est question.

Rappelons (voir le 1.7 précédent) que c'est cette recherche, entre autres, qui a conduit Case à postuler l'existence de structures conceptuelles centrales.

4.3. Apprentissage de l'addition à trou

Parmi les premières propositions didactiques de Case (1980b), figure un programme d'apprentissage de l'addition à trou, $3 + \square = 7$ par exemple, en première année d'école. La procédure suivie est, dans les grandes lignes, la suivante.

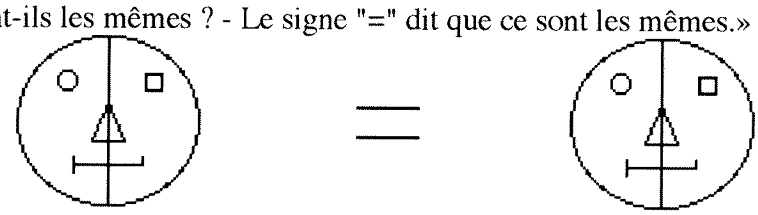
a) <u>Diagnostic des stratégies incorrectes</u>

En premier, il faut analyser les erreurs des enfants soumis à un enseignement classique. Le pattern des erreurs est traduit dans les exemples $1+\boxed{3} = 2$, $2+\boxed{6} = 4$, $3+\boxed{7} = 4$. On voit facilement que les élèves additionnent simplement les deux nombres donnés. Toutefois, Case attire l'attention sur le fait que les deux premiers exemples étaient insuffisants pour conclure: un enfant pourrait en effet trouver le $\boxed{3}$ du premier exemple en comptant: 1, 2, $\boxed{3}$; de même, en comptant 2 par 2, il aurait pu trouver le $\boxed{6}$ du 2ème exemple; le 3ème exemple exclut cette hypothèse puisque, en comptant 3,4, **5**, un élève aurait trouvé $\boxed{5}$ et non pas $\boxed{7}$.

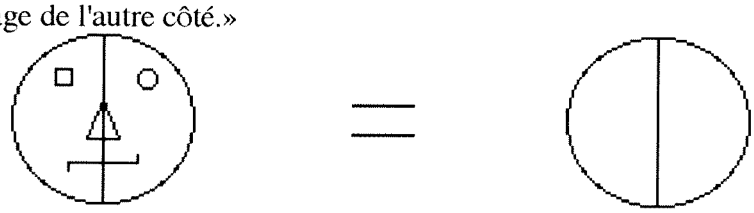
b) <u>Conception d'une séquence d'enseignement de la stratégie correcte</u>

(1) La première étape consiste à construire un paradigme instructionnel qui permet aux élèves de déterminer, par eux-mêmes, les conséquences de leur approche courante. Le paradigme utilisé est le suivant.

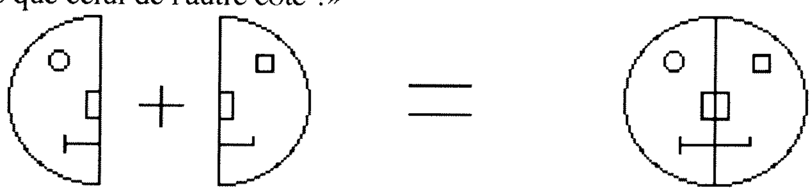
«Ces visages sont-ils les mêmes ? - Le signe "=" dit que ce sont les mêmes.»



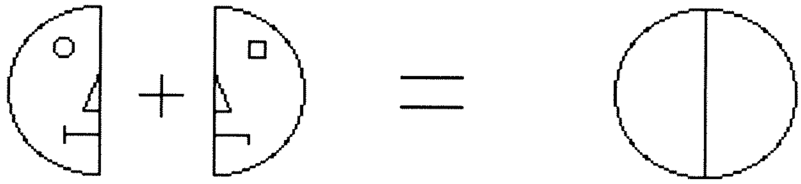
«Ici nous avons deux autres visages. Peux-tu faire en sorte que le second soit le même que le premier ? Prends quelques-unes de ces formes et fait en sorte que le visage de ce côté soit le même que le visage de l'autre côté.»



«Ce "+" dit de coller les deux parties. Vois-tu qu'en les collant ensemble, on obtient un visage qui est le même que celui de l'autre côté ?»

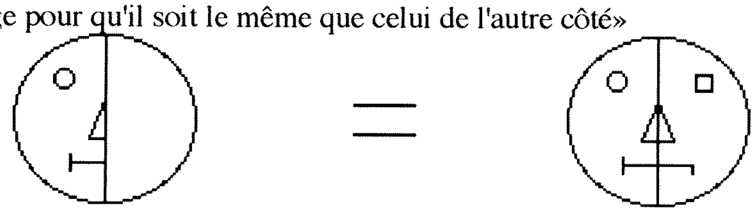


«Souviens-toi, ceci (+) dit de coller ensemble. Peux-tu maintenant compléter le côté de droite pour qu'il soit le même que le côté de gauche ?»

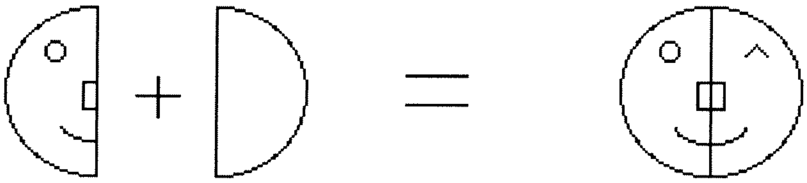


(2) L'étape suivante consiste à présenter des problèmes pour lesquels la stratégie courante des élèves est inadéquate.

«Souviens-toi, ceci (=) veut dire qu'il faut les deux mêmes. Prends certaines de ces formes, et complète le visage pour qu'il soit le même que celui de l'autre côté»



«Souviens-toi, ceci (+) veut dire coller ensemble. Peux-tu maintenant faire en sorte que ce côté soit le même que celui-là ?»



(3) La troisième étape consiste à tenter d'expliquer pourquoi la stratégie incorrecte était inappropriée en demandant simplement à l'élève de coller ensemble la "somme" et le "premier terme", et de vérifier qu'il n'obtient pas le "deuxième terme".

(4) Après l'explication de l'inadéquation de la stratégie incorrecte, l'étape suivante consiste à "démontrer" la stratégie correcte:

> «La question est de savoir combien il faut ajouter de points pour faire sept. Nous avons 4 points ici: additionnons-en jusqu'à obtenir sept. Quel est le premier nombre après quatre ? Oui, cinq (en avançant un jeton). Poursuivons le comptage. Six (en ajoutant un jeton), sept (en ajoutant encore un jeton). Maintenant nous avons 7 points, juste comme il fallait. Comptons au-delà et voyons combien nous en avons ajouté. Vas-y ! Ce sont (en montrant l'ensemble) les points ajoutés. Oui: nous en avons ajouté trois. C'est donc la réponse. Essayons sur un autre exemple.» (p.173).

Case pense que la simplicité verbale de cette explication est évidente, mais qu'il est moins évident de voir pourquoi cette stratégie est plus simple que la stratégie utilisée par des adultes pour résoudre ce type de problème, à savoir la soustraction. Il l'explique par le fait qu'il faudrait démontrer que la soustraction est l'opération inverse de l'addition.

(5) Dans l'étape suivante on explique pourquoi la stratégie est efficiente. Cette explication, selon Case lui-même, n'est pas très élaborée: il me paraît donc inutile de la citer.

(6) La dernière étape a consisté en une période de pratique, de répétition, et de généralisation. Les composantes qui ont été "évacuées" de la tâche originale ont été réintroduites graduellement. Ainsi, les exercices et explications déjà présentés pour les visages ont d'abord été repris avec des points et du comptage, puis avec des nombres.

c) Evaluation
Le programme d'apprentissage de l'addition à trou a été évalué sur un groupe d'enfants de maternelle (Kindergarten) et comparé au programme couramment utilisé en Californie (dans les années 1970). Au post-test, pratiqué presque immédiatement (2 jours) après l'enseignement, seulement 10% des élèves soumis au programme conventionnel avaient maîtrisé la tâche, contre 80% avec le programme de Case.

Par la suite, le programme a été évalué sur un groupe d'élèves de maternelle et de 1ère année d'école, ainsi que sur un groupe d'élèves en difficulté de 2ème année, par comparaison à un programme conventionnel et à un programme basé sur l'approche de Gagné. Au post-test, administré un mois après l'enseignement, aucun élève du programme conventionnel n'avait atteint le niveau de maîtrise souhaité, contre 72% ayant suivi le programme de Case. En revanche, le programme de Case ne s'est pas avéré significativement supérieur à celui de Gagné.

5. Brève conclusion

5.1. Bilan très succinct

La théorie de Case, exposée plus longuement dans son livre (Case, 1985) insiste lourdement sur l'accroissement de l'efficience opérationnelle. Les premières expériences (voir le 4.3 juste ci-avant) étaient encourageantes. Mais la simplicité de certaines idées (e.g., dire aux enfants comment il faut faire, dire que cela marche toujours, ...) et, surtout, des expériences d'apprentissage postérieures (Case et al., 1986; Case & Sandieson, 1992), voire la comparaison avec Gagné faite par Sander (1986), montrent cependant que cela ne suffit pas pour arriver à l'apprentissage le plus efficient. D'ailleurs Case l'a reconnu implicitement en réintroduisant un élément strictement structural dans sa théorie (cf. Case & Griffin, 1990; Case, 1992b), à savoir la notion de structure conceptuelle centrale. Il se rapproche ainsi de Piaget. Néanmoins, il demeure des différences importantes avec ce dernier. Notamment, le fait que les structures qu'il postule sont facilitées par des processus sociaux et sont potentiellement enseignables d'une façon plutôt directe.

5.2. Quelle mémoire ?

Par ailleurs, bien que Case attache une importance considérable à la mémoire, il faut voir que c'est essentiellement une mémoire de travail caractérisée par ses limitations. Des théories plus récentes, notamment celles de Brainerd et Reyna (1993, par exemple), en distinguant deux formes de mémoire - une mémoire exacte (*verbatim memory*) et une mémoire de l'essentiel (*memory for gist*), suggèrent une voie, autre que l'automatisation des opérations, pour "économiser" de la place en mémoire de travail. En outre, elles expliquent une certaine forme d'indépendance de la mémoire (exacte) et du raisonnement (Reyna & Brainerd, 1992) que j'ai moi-même observée (Fischer, 1989). D'ailleurs, on peut observer que, pour défendre leur théorie des "traces floues" (*fuzzy-trace*), Reyna et Brainerd (1991) soulignent cette insuffisance de la théorie de Case.

Cependant, comme l'ont relevé aussi Bideaud, Houdé et Pedinielli (1993), une implication importante de l'introduction des structures conceptuelles centrales est justement qu'elles relativisent l'importance accordée aux contraintes fonctionnelles de la mémoire de travail. Par exemple, Griffin et al. (1992) soulignent qu'il peut être relativement facile pour des enfants de circonvenir aux demandes en mémoire de travail d'une procédure complexe, pour autant qu'une représentation, appropriée à leur âge, est en mesure de servir de guide ou d'aide mnémonique. Ceci, selon Bideaud et al., s'expliquerait par le fait que certains éléments peuvent être provisoirement "oubliés" (économisant ainsi de la place en mémoire de travail) et, ensuite, facilement récupérés grâce aux connexions de la structure conceptuelle centrale sous-jacente.

6. Références

Bever T.G. (Ed), 1982. *Regressions in mental development: Basic phenomena and theories.* Hillsdale: Erlbaum.

Bideaud J., 1990. Vous avez dit «structure» ? *Archives de Psychologie,* **58**, 165-184.

Bideaud J., Houdé O. & Pedinielli J.L., 1993. *L'homme en développement.* Paris: PUF.

Brainerd C.J. & Reyna V.F., 1992. Explaining "memory free" reasoning. *Psychological Science,* **3**, 332-339.

Brainerd C.J. & Reyna V.F., 1993. Memory independence and memory interference in cognitive development. *Psychological Review,* **100**, 42-67.

Brissiaud R., 1989. *Comment les enfants apprennent à calculer: Au-delà de Piaget et de la théorie des ensembles.* Paris: Retz.

Case R., 1980a. The underlying mechanism of intellectual development. In J.R. Kirby & J.B. Biggs (Eds), *Cognition, development, and instruction* (pp.5-37). New York: Academic Press.

Case R., 1980b. Implications of neo-piagetian theory for improving the design of instruction. In J.R. Kirby & J.B. Biggs (Eds), *Cognition, development, and instruction* (pp.161-186). New York: Academic Press.

Case R., 1982. General developmental influences on the acquisition of elementary concepts and algorithms in arithmetic. In T.P. Carpenter, J.M. Moser & T.A. Romberg (Eds), *Addition and subtraction: A cognitive perspective* (pp.156-170). Hillsdale: Erlbaum.

Case R., 1985. *Intellectual development: Birth to adulthood.* Orlando: Academic Press.

Case R., 1987a. The structure and process of intellectual development. *International Journal of Psychology,* **22**, 571-607.

Case R., 1987b. Neo-piagetian theory: restrospect and prospect. *International Journal of Psychology,* **22**, 773-791.

Case R. (Ed.), 1992a. *The mind's staircase: Exploring the conceptual underpinnings of children's thought and knowledge.* Hillsdale: Erlbaum.

Case R., 1992b. The mind and its modules: Toward a multi-level view of the development of human intelligence. In Case (1992a, pp.343-376).

Case R., 1992c. The role of the frontal lobes in the regulation of cognitive development. *Brain and Cognition,* **20**, 51-73.

Case R. & Griffin S., 1990. Child cognitive development: The role of central conceptual structures in the development of scientific and social thought. In C.A. Hauert (Ed), *Developmental psychology: Cognitive, perceptuo-motor, and neurological perspectives* (pp.193-230). Amsterdam: North-Holland.

Case R., Griffin S., McKeough A. & Okamoto Y., 1992. Parallels in the development of children's social, numerical, and spatial thought. In Case (1992a, pp.269-284).

Case R., Kurland D.M. & Goldberg J., 1982. Operational efficiency and the growth of short-term memory span. *Journal of Experimental Child Psychology,* **33**, 386-404.

Case R. & Neirynck I., 1988. Théorie et mesure du développement: Une réévaluation des stades de développement où le néo-structuralisme dans la théorie et la recherche sur le développement. *Archives de Psychologie,* **56**, 259-264.

Case R. & Sandieson R., 1992. Testing for the presence of a central quantitative structure: Use of the transfer paradigm. In Case (1992a, pp.117-132).

Case R., Sandieson R. & Dennis S., 1986. Two cognitive-developmental approaches to the design of remedial instruction. *Cognitive Development,* **1**, 293-333.

Chipman S.F., 1986. Integrating three perspectives on learning. In S.L. Friedman, K.A. Klivington & R.W. Peterson (Eds), *The brain, cognition, and education.* Orlando: Academic Press.

Epstein H.T., 1990. Stages in human mental growth. *Journal of Educational Psychology,* **82**, 876-880.

Fiati T.A., 1992. Cross-cultural variation in the structure of children's thought. In Case (1992a, pp.319-342).

Fischer J.P., 1984. *La dénomination des nombres par l'enfant.* Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1985. *Etude complémentaire sur l'appréhension du nombre* (ou: Eléments pour une neuropsychologie du nombre et des opérations numériques élémentaires). Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1988. *11-3=9 : Juste ou Faux ?* (Une méthode moderne d'évaluation de - et des progrès dans - la connaissance des faits numériques élémentaires). Montigny-lès-Metz: CDDP de la Moselle.

Fischer J.P., 1989. L'erreur de persévération en arithmétique. In R. Duval (Ed), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives:* vol. **2** (pp.153-171). Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1992. *Apprentissages numériques: la distinction procédural/ déclaratif.* Nancy: Presses Universitaires.

Fischer J.P., 1993. Les compétences numériques du jeune enfant. *Pédagogie,* à paraître.

Gagné R.M., 1975. *Les principes fondamentaux de l'apprentissage: application à l'enseignement.* Montréal: Editions HRW Ltée, 1976.

Gelman R. & Gallistel C.R., 1978. *The child's understanding of number.* Cambridge: Harvard University Press.

Griffin S., Case R. & Sandieson R., 1992. Synchrony and asynchrony in the acquisition of children's everyday mathematical knowledge. In Case (1992a, pp.75-97).

Hoffman N., 1977. The teaching and learning of basic number facts. *Educational Studies in Mathematics,* **8**, 391-398.

Hudspeth W.J. & Pribram K.H., 1990. Stages of brain and cognitive maturation. *Journal of Educational Psychology,* **82**, 881-884.

Kandel E.R. & O'Dell T.J., 1992. Are adult learning mechanisms also used for development ? *Science,* **758**, 243-245.

Lecours A.R., 1982. Correlates of development behavior in brain maturation. In Bever (1982, pp.267-298).

Longeot F., Lemoine M. & Thomas L., 1988. L'entraînement aux opérations formelles chez des adolescents situés au niveau opératoire concret et le problème des stades. *Archives de Psychologie,* **56**, 117-135.

Marini Z., 1992. Synchrony and asynchrony in the development of children's scientific reasoning. In Case (1992a, pp.55-73).

McCall R.B., 1990. The neuroscience of education: More research is needed before application. *Journal of Educational Psychology,* **82**, 885-888.

Mehler J. & Bever T.G., 1967. Cognitive capacity of very young children. *Science,* **158**, 141-142.

O'Leary D.S., 1990. Neuropsychological development in the child and the adolescent: Functional maturation of the central nervous system. In C.A. Hauert (Ed), *Developmental psychology: Cognitive, perceptuo-motor, and neuropsychological perspectives* (pp.339-355). Amsterdam: North-Holland.

Pascual-Leone J., 1987. Organismic processes for neo-piagetian theories: A dialectical causal account of cognitive development. *International Journal of Psychology,* **22**, 531-570.

Piaget J., 1953. How children form mathematical concepts. *Scientific American,* **189**, 74-79.

Reyna V.F. & Brainerd C.J., 1991. Fuzzy-trace theory and children's acquisition of mathematical and scientific concepts. *Learning and Individual Differences,* **3**, 27-60.

Sander E., 1986. *Lernhierarchien und kognitive Lernförderung.* Göttingen: Verlag für Psycho-logie.

Thatcher R.W., 1991. Maturation of the human frontal lobes: Physiological evidence for staging. *Developmental Neuropsychology,* **7**, 397-419.

Thatcher R.W., 1992a. Cyclic cortical reorganization during early childhood. *Brain and Cognition,* **20**, 24-50.

Thatcher R.W., 1992b. Cyclic cortical reorganization: Origins of human cognitive development. In G. Dawson & K. Fischer (Eds), *Human behavior and brain development.* New York: Guilford Press.

Thatcher R.W., 1993. Cyclic cortical morphogenesis: A nonlinear synaptic population model. Paper presented at: Soc. Res. in Child Development, New Orleans, March 25-27.

Thatcher R.W., Walker R.A. & Giudice S., 1987. Human cerebral hemispheres develop at different rates and ages. *Science,* **236**, 1110-1113.

Chapitre II:

Les vues psychologiques et éducatives de Bruner

Bruner est le plus connu des psychologues américains de l'enfant. Ses théories éducatives, son traitement des problèmes dans toutes leurs dimensions, et aussi sa longévité - ses premiers écrits datent de 1939 et, en 1992, il écrivait toujours (cf. Bruner, 1992) - et sa prolificité (plusieurs centaines d'articles), le font apparaître comme une autorité scientifique et morale. D'ailleurs, dans la préface de Bruner (1945), à l'issue de la guerre à laquelle il a activement participé, il se présente un peu comme la voix de l'AMERIQUE.

Tout le travail de Bruner sur le développement de l'enfant est pénétré par un sens de l'histoire humaine. L'homme est à la fois le produit:

◊ d'une **phylogenèse**: confiance de Bruner dans le langage et les symboles;

◊ d'une **ontogenèse**: pour comprendre les capacités de l'homme adulte, il faut retrouver leur origine et voir leurs transformations;

◊ d'une **culture**: Bruner soutient qu'une culture fournit les technologies par l'intermédiaire desquelles les capacités cognitives humaines sont amplifiées et le système éducatif par lequel le cours du développement cognitif est profondément modifié (d'après Anglin, 1974).

Dès à présent, on peut remarquer les profondes divergences entre Bruner et Piaget. Bruner a d'ailleurs parfois exprimé (indirectement) son point de vue, et donc ses divergences (avec Piaget), dans des formules retentissantes. Par exemple: *«culture-free means intelligence free»* (Greenfield & Bruner, 1966 p.369), ou encore *«any subject can be taught effectively in some intellectually honest form to any child at any stage of development»* (Bruner, 1960, p.33).

On peut aussi remarquer que Bruner a des vues beaucoup plus encourageantes pour l'enseignement que Piaget. D'autres citations le confirment. Par exemple, à propos de la **spontanéité**, Bruner écrit qu'elle ne vaut que pour les savoir-faire fondamentaux: diriger son attention, signifier son intention, économiser sa peine dans l'exécution d'une tâche. Il conclut:

> «Lorsqu'une société va au-delà de ces techniques relativement primitives, l'instruction par l'école, moins spontanée, doit prendre le relais.» (Bruner,1966a, p.26).

Ou encore, plus récemment:

> «l'activité mentale humaine est dépendante, pour sa pleine expression, d'un lien avec une boîte à outils culturels - un ensemble de prothèses pour ainsi dire ...» (Bruner, 1986, p.15).

Ceci dit, les vues encourageantes pour l'enseignement ne sont pas suffisantes pour motiver un intérêt pour les théories de Bruner. D'où peut alors venir cet intérêt ?

Une réponse est que Bruner a participé au développement de nombreuses grandes idées au cours de ce siècle. J'en aborderai quelques-unes au cours de la première partie. Je passerai ensuite à sa théorie du développement cognitif, en général (partie 2) ou des niveaux de représentation (partie 3). Dans la partie 4, j'aborderai une application, due à Rogers (1989), de la théorie de Bruner à un autre grand thème: le jeu. Enfin, dans la partie 5, je présenterai quelques développements plus récents de Bruner.

1. Quelques grands sujets

1.1. Origine sociale et perception

Bruner et Goodman (1947) ont essayé de comprendre comment le processus de perception est affecté par d'autres fonctions mentales concurrentes, et comment ces fonctions, en retour, sont affectées par les processus perceptifs.

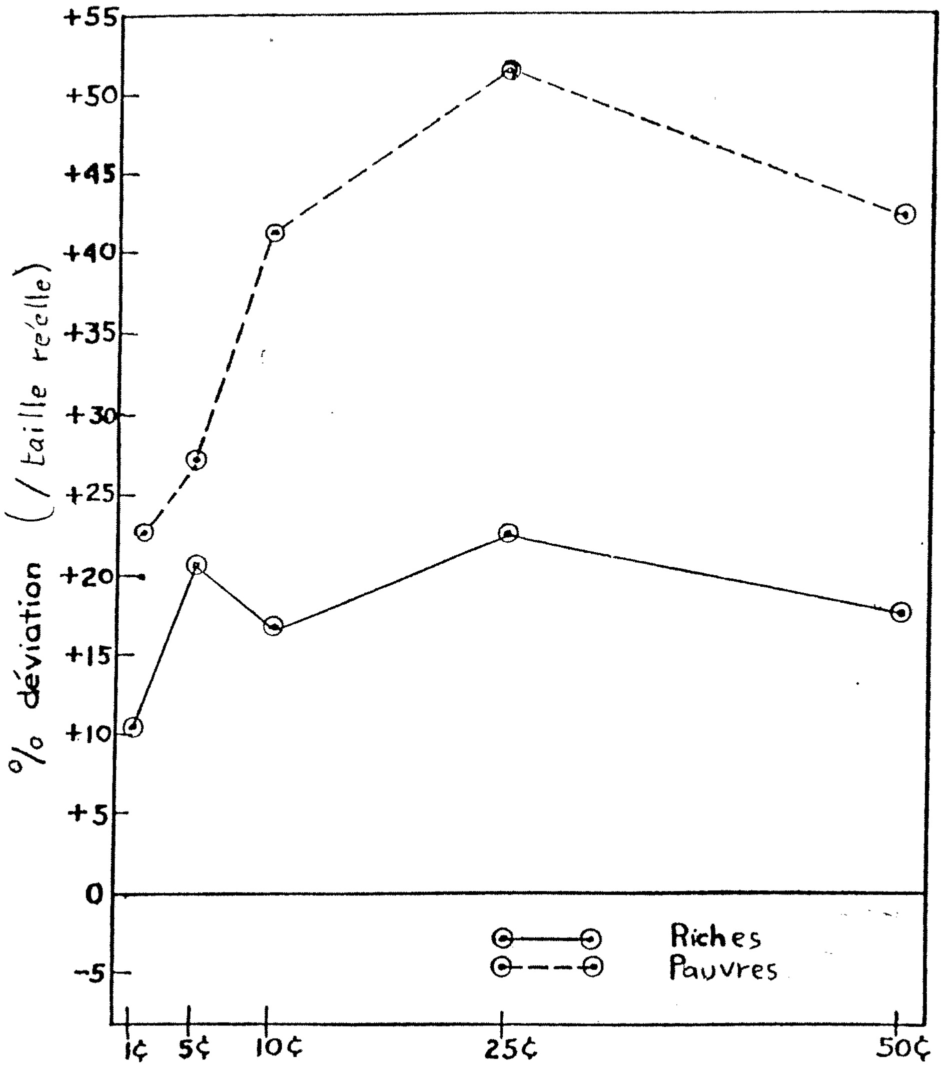
L'expérience a consisté à demander à 20 enfants (10 pauvres et 10 riches) de 10 ans de régler la taille d'un cercle lumineux de manière à ce qu'elle corresponde à la taille de différentes pièces de monnaies (1 cent, 5c, 10c, 25c et 50c = 1/2 dollar), d'abord en imaginant les pièces, ensuite avec des pièces réelles dans la paume de leur main gauche. Un groupe contrôle de 10 enfants a suivi une procédure identique à la dernière mais avec des disques en carton, de taille identique aux pièces et sans qu'il ait été fait allusion à des pièces de monnaie. Trois résultats principaux, dont deux apparaissent sur la figure ci-après, sont à noter:

◊ il y a une surestimation de la taille des pièces de monnaies réelles, mais pas de celle des disques en carton; en outre cette surestimation s'accroît avec la valeur des pièces, sauf pour 50c comparativement à 25c;

◊ chez les pauvres la surestimation est plus importante que les riches;

◊ la comparaison entre pièces imaginées (de mémoire) et pièces présentes est équivoque pour les riches, alors que, pour les pauvres, il y une surestimation systématiquement plus importante lorsque les pièces sont présentes.

En outre, l'analyse statistique montre que l'interaction entre le statut économique (pauvre/riche) et la valeur des pièces est significative (à .05): la surestimation des pauvres est plus importante pour les pièces de plus grande valeur. Bruner et Goodman concluent que si nous voulons comprendre la façon dont la perception opère dans la vie de tous les jours, les psychologues sociaux et ceux qui étudient la personnalité doivent se joindre aux psychologues expérimentalistes et réexplorer le champ ancien de la perception dont les lois ont été tenues depuis trop longtemps pour des vérités. Notons que, historiquement, cette recherche a constitué le point de départ d'un "nouveau regard sur la perception" (*New Look in perception*): cf. Bruner (1957 & 1992).



1.2. Concept de "readiness"

Dans le petit livre "*The process of education* " (Bruner, 1960), un chapitre intitulé "*Readiness for learning* " aborde le problème du moment opportun pour enseigner une notion donnée. C'est au début de ce chapitre que Bruner avance son hypothèse que *«n'importe quoi peut être enseigné à n'importe qui d'une façon intellectuellement honnête»* (c'est une traduction de l'original anglais cité ci-avant). Pour la clarté de la discussion, Bruner distingue trois idées générales.

a) Le développement intellectuel.

Sur ce point, Bruner, qui a été influencé par l'école piagétienne, alors florissante et avec laquelle il a pu collaborer [cf., notamment, Bruner, Bresson, Morf & Piaget (Eds), 1958], résume d'abord la théorie piagétienne des stades. Il laisse ensuite une large place à la communication de Bärbel Inhelder, la collaboratrice de Piaget, au congrès qu'il présidait et qui est à l'origine du livre. Dans cette communication, Inhelder s'interroge notamment sur l'opportunité de consacrer les deux premières années d'école à des exercices de manipulation, de classification, et de rangement d'objets d'une manière qui éclairerait les opérations de base comme l'addition et la multiplication logiques, l'inclusion, la sériation, etc.. Elle ajoute:

> «Ces opérations logiques sont certainement la base des opérations plus spécifiques et des concepts de toutes les mathématiques et sciences. Il se pourrait, en fait, qu'un tel "pré-curriculum" en mathématique et en science soit un chemin détourné vers la construction par l'enfant de la sorte de compréhension intuitive et plus inductive à laquelle des cours ultérieurs formels de mathématique et de science peuvent donner corps. L'effet d'une telle approche serait, nous le pensons, d'apporter plus de continuité en science et mathématique, et aussi de donner à l'enfant une bien meilleure et précoce compréhension des concepts à propos desquels, à défaut de cette fondation première, l'enfant peinera et sera incapable de les utiliser de manière efficiente.» (Inhelder, in Bruner, 1960, p.46)

Bruner, sans rejeter ces propositions, souligne cependant qu'elles peuvent présenter un «*danger*» (p. 48), et qu'il faudrait des preuves.

b) <u>L'acte d'apprentissage.</u>

Il implique trois processus qui sont, la plupart du temps, simultanés:

◊ l'acquisition d'information nouvelle: elle va souvent à l'encontre de ce que l'on savait déjà ou remplace ce que l'on savait précédemment de manière implicite ou explicite. Plus rarement, il peut s'agir d'un raffinement d'une connaissance antérieure;

◊ la transformation: elle consiste à manipuler la connaissance de manière à l'adapter à de nouvelles tâches;

◊ l'évaluation: elle consiste à vérifier si la façon dont nous avons manipulé l'information est adéquate à la tâche.

c) <u>Le curriculum en spirale</u>

Si l'hypothèse fondamentale de Bruner est exacte - i.e., si l'on peut enseigner n'importe quel sujet à un enfant sous une forme honnête - il s'ensuit qu'un curriculum devrait être construit autour des grandes issues, des principes et valeurs qu'une société juge importants d'être pris en compte continuellement par ses membres.

Maîtriser ces idées de base, les utiliser efficacement, nécessite en effet un approfondissement continuel de leur compréhension. Ce dernier peut provenir de leur apprentissage sous des formes progressivement plus complexes. Ce n'est que lorsque ces idées de base sont exprimées dans un langage formalisé, comme les équations ou les concepts verbaux élaborés, qu'elles sont inaccessibles au jeune enfant qui ne les aurait pas d'abord appréhendées intuitivement et ne se serait pas vu offir l'occasion de les utiliser par lui-même. En conséquence, un curriculum doit, périodiquement, revisiter ces idées de base, en les développant jusqu'à ce que l'élève ait saisi l'appareil formel complet qui les accompagne.

Par exemple, si la compréhension du nombre, la mesure et les probabilités sont jugées cruciales pour la poursuite de la science, alors leur enseignement devrait commencer aussitôt que possible, et sous une forme intellectuellement honnête autant que possible, d'une manière s'accordant à la forme de pensée de l'enfant. Ces sujets seront alors développés et redéveloppés ultérieurement. Ainsi, s'interroge Bruner:

> «si les enfants abordent une unité de biologie en 10ème année d'école, ont-ils besoin de l'aborder à froid ? Ne serait-il pas possible, avec un minimum de travail formel en laboratoire si nécessaire, d'initier antérieurement les enfants à des idées biologiques majeures, dans un esprit peut-être moins exact mais plus intuitif ?» (Bruner, 1960, p.54).

Remarque. Sur ce point du curriculum en spirale, nous disposons en France, à propos de l'enseignement de la soustraction, d'un **contre-exemple** on ne peut plus illustratif. La difficulté d'enseigner la soustraction de manière exacte et complète, i.e. sous toutes ces formes, y compris les plus difficiles (celles qui nécessitent la maîtrise de l'inclusion ou l'inversion de la fonction "additionner n": voir Fischer, 1979), a en effet conduit les auteurs des programmes (1970 puis 1978) à renvoyer la soustraction au CE, le plus souvent après la multiplication. Or la soustraction suit l'hypothèse fondamentale de Bruner: elle peut être enseignée, sous son aspect "enlever", très tôt. Il n'est donc pas étonnant de voir que des pédagogues, qui n'adhèrent pas, ou plus, aux théories éducatives qui sous-tendaient ces programmes, procéder à un premier enseignement de la soustraction au CP (e.g., Brissiaud et al., 1991).

1.3. Vygotsky et la Zone Proximale de Développement

En continuité avec le concept de *readiness* , Bruner s'est intéressé à la notion de Zone Proximale de Développement (ZPD) que le psychologue soviétique avait développée dans les années 1930. Rappelons que la notion de ZPD peut être définie comme la distance entre ce que peuvent faire les enfants par eux-mêmes et ce qu'ils peuvent faire sous la guidance de l'adulte ou d'un pair plus capable. Elle s'accommode bien avec la formule vygotskyenne bien connue, à savoir que «le seul 'bon apprentissage' est celui qui est en avance sur le développement». Bien entendu, la ZPD n'explique pas à elle seule l'intérêt de Bruner pour les thèses de Vygotsky: le rôle majeur que Vygotsky, ou la psychologie soviétique en général (voir, par exemple, le chapitre sur Galperin dans Fischer, 1986), attribue à la langue et aux interactions avec l'adulte, y sont aussi pour beaucoup.

Bruner a reconnu, dès le début des années 1960, ces qualités de l'oeuvre de Vygotsky: dans Bruner (1961, p.28) il le présente comme un «brillant psychologue», et en 1962 il préface la traduction du livre majeur de Vygotsky. Puis, avec Hickmann, il écrit un article intitulé: «*La conscience, la parole, et la zone "proximale": réflexions sur la théorie de Vygotski* » (traduit/reproduit dans Bruner, 1983). Enfin, dans Bruner (1984), il souligne le déclin de Piaget et la percée de Vygotsky (dans le monde occidental), et contraste les deux penseurs ainsi:

> «... alors que le penseur développemental majeur de l'Europe de l'Ouest capitaliste, Jean Piaget, dépeint le développement humain comme une entreprise solitaire et risquée pour l'enfant, dans laquelle les autres ne peuvent pas l'aider avant que qu'il n'ait reconstruit les choses par lui-même et dans laquelle pas même le langage peut lui fournir d'utiles indications sur les matières conceptuelles à maîtriser, le développementaliste majeur de l'Europe de l'Est socialiste avance un point de vue selon lequel la croissance est une responsabilité de la collectivité et le langage un des outils majeur de cette collectivité.» (p.96).

Jusqu'à un passé récent, on pouvait douter de l'utilité de la notion de ZPD. En effet, le moyen direct de diagnostiquer qu'un élève se trouve dans la ZPD d'un concept donné consiste à vérifier que, sous la guidance de l'adulte, il peut maîtriser ce concept. Il s'agit donc d'un diagnostic post-hoc qui rend la notion de ZPD quelque peu circulaire. Mais des recherches récentes non seulement confirment qu'il peut exister une zone "transitionnel" où les enfants sont particulièrement réceptifs à un apprentissage donné, mais surtout fournissent, sur des points précis, des indices ou critères qui permettent de déterminer la ZPD d'un élève. Nous donnerons deux exemples.

Goldin-Meadow, Nusbaum, Garber et Church (1993) ont finement mis en évidence, à propos de la complétion d'équations du type $5 + 3 + 4 = \_ + 4$, que les périodes durant lesquelles l'apprenant active deux stratégies pour un seul problème (qu'ils appellent des périodes de *discordance*) sont justement les périodes où l'apprenant est le plus susceptible de bénéficier de l'instruction pour les problèmes de ce type. En s'appuyant notamment sur ce travail, Goldin-Meadow, Alibali et Church (1993) ont ensuite suggéré plus généralement que l'état "transitionnel" qui délimite la ZPD est caractérisé par l'activation simultanée de multiples hypothèses et qu'un indice observable par l'enseignant est la discordance entre les gestes et les paroles dans les explications des élèves. Cet indice paraît particulièrement intéressant car il est indépendant de la réussite à la tâche dont l'apprentissage est visé.

En France, Vygotsky n'a été traduit que plus tardivement (en 1985). Récemment, Brissiaud (et al., 1992, p.26 et ss; 1993) a cependant proposé une opérationnalisation originale de la notion de ZPD. Plus précisément, dans le cadre de la progression générale qu'il suggère, il propose une épreuve qui permet de décider si un enfant se situe dans la ZPD de la catégorisation des énoncés de problèmes d'addition et de soustraction.

1.4. Acte de découverte (et de mémorisation)

Bruner (1961) rapporte une expérience dans laquelle il avait demandé à des enfants de 12 ans:

◊ à un groupe G1 de simplement retenir 30 paires de mots pour pouvoir les répéter plus tard;

◊ à un groupe G2 de retenir les paires en produisant un mot ou une idée qui va relier les paires ensemble de manière à leur donner un sens;

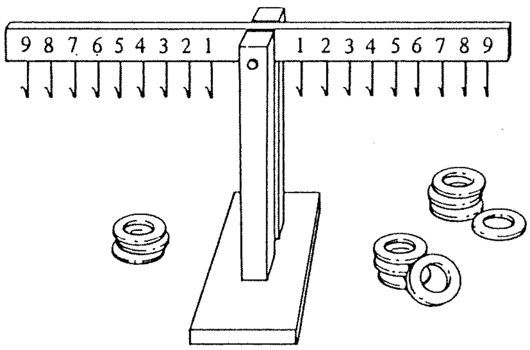
◊ à un groupe G3 de retenir les paires en leur donnant les médiateurs utilisés par le groupe G2 pour les aider à relier deux mots d'une paire en une unité opérante.

Les paires de mots consistaient en des juxtapositions comme "chaise-forêt", "trottoir-carré", etc.. Pour de telles paires, on peut distinguer trois types de médiateurs et les enfants peuvent être rangés en fonction de leur préférence relative pour chacun d'entre eux: la médiation *générique* consiste à relier les mots de la paire par un concept sur-ordonné (e.g., la chaise et la forêt contiennent du bois); la médiation *thématique* consiste à enrober les deux termes dans un même thème ou petite histoire (e.g., l'enfant perdu était assis sur une chaise au milieu de la forêt); enfin, la médiation *partie-tout* peut consister, ici, à remarquer que les chaises sont faites à partir d'arbres de la forêt.

Les résultats prévus ont été obtenus: les enfants du groupe G2 se sont avérés les meilleurs en rappelant près de 95% des deuxièmes mots de la paire lorsque le premier leur était fourni, et les enfants du groupe G1 se sont avérés les moins bons en ne réussissant à rappeler que 50% des mots dans les mêmes conditions. Bruner conclut son article:

> «En résumé, les véritables attitudes et activités qui caractérisent la "reconstruction" ou la "découverte" par soi-même semblent aussi avoir pour effet de rendre le matériel plus rapidement accessible en mémoire.» (Bruner, 1961, p.32).

Pour favoriser la découverte, Bruner (1971) suggère l'utilisation de **contrastes**. Le contraste est le moyen par lequel l'évident, qui est trop évident pour être apprécié, peut-être à nouveau remarqué. Par exemple, pour la commutativité de la mutiplication, on peut exploiter les observations concrètes s'y opposant: 6 esquimaux dans 4 igloos ce n'est pas exactement la même chose que 4 esquimaux dans 6 igloos ! Bruner et Kenney (1965) commentent l'utilisation d'une balance (voir figure ci-après) à laquelle on accroche des anneaux à diverses distances: «C'est une belle découverte que de voir que 2 anneaux au crochet 9 équilibrent 9 anneaux au crochet 2», écrivent-ils (p.428-9).



Pour approfondir cet exemple, on peut supposer, par exemple, que x c'est 5. Les 5 anneaux au crochet 5 sont x^2, 5 anneaux au crochet 4 c'est 4x, 4 anneaux au crochet 1 c'est 4: $x^2 + 4x + 4$. Comment pouvons-nous alors trouver que c'est comme un carré de x+2 sur x+2 ? Si x c'est 5, x+2 c'est 7, donc 7 anneaux au crochet 7. Et, nature oblige, la balance s'équilibre. Et maintenant les propriétés de commutativité et de distributivité peuvent être explorées : $x(x+4) + 4 = x^2 + 4x + 4$, ou x+4 anneaux au crochet x et 4 au crochet 1 réalisent aussi l'équilibre.

Remarque1. Ausubel (1963), qui, de manière générale, critique la déification de l'acte de découverte et le mythe de l'apprentissage par découverte soutient que, dans l'expérience de Bruner, la supériorité de G2 sur G3 provient du fait que les médiateurs que les enfants G2 ont choisis leur étaient plus familiers et pertinents que les médiateurs suggérés ne l'étaient aux enfants G3. Et selon Ausubel, le fait que ces médiateurs aient été auto-construits est tout à fait à côté du sujet.

De manière générale, Ausubel, après avoir passé en revue une série d'expériences sur l'apprentissage par découverte, arrive aux conclusions suivantes:

◊ la plupart des articles sont des discussions théoriques, conjectures,...

◊ la plupart des recherches raisonnables et bien contrôlées rapportent des résultats négatifs;

◊ la plupart des recherches rapportant des résultats positifs soit ne contrôlent pas d'autres variables significatives, soit emploient des techniques d'analyse statistique critiquables.

Remarque 2. Sans faire spécialement de recherches (bibliographiques) dans ce domaine, je peux dire que la seule recherche sur laquelle je suis tombé (au hasard de mes lectures) est effectivement négative. Il s'agit d'une recherche de Lunzer, Bell et Shiu (1976): des enfants de

7-8 ans qui ont développé leurs propres symboles n'apparaissent pas avoir mieux compris les règles de combinaison des opérations (arithmétiques) que ceux à qui l'on avait fourni des symboles tout faits.

Remarque 3. Dans cette suite de remarques emboîtées, il convient encore de rappeler que des expériences qui n'arrivent pas à rejeter l'hypothèse nulle n'ont d'intérêt que si l'on connaît (approximativement) la puissance de rejet (en fonction du nombre de sujets, du seuil et de l'ampleur du phénomène) du test utilisé (voir, par exemple, Cohen, 1992).

1.5. Pensée analytique vs intuitive

Bruner (1960), aussi bien que Bruner (1971), consacre un chapitre à ce sujet. Il y argumente que l'apprentissage et l'enseignement doivent partir d'un niveau intuitif. Bruner (1960) regrette notamment que le découpage de l'école en niveaux favorise l'acquisition de connaissances factuelles, principalement parce que ces dernières sont plus faciles à évaluer.

Bruner (1971) illustre son point de vue avec deux ou trois exemples mathématiques. L'un d'entre eux est celui de la décomposition d'un nombre en facteurs et du concept de nombre premier qui peuvent être approchés intuitivement par des boutons à disposer en rangées et colonnes.

Un autre est celui d'un maître de 5ème année d'école qui pratiquait le jeu des nombres cachés. Ce jeu consiste à essayer de trouver une série de nombres (cachés) sur laquelle le maître donne quelques renseignements. Par exemple, que la somme des nombres de la série est inférieur à 20. La classe doit alors poser d'autres questions. Bruner voit dans ce jeu une version simplifiée d'algèbre qui se pratique de manière intuitive.

1.6. Deux mémoires ?

Bruner (1969) a souligné que, dans un but d'analyse, il faut faire une distinction très nette entre deux grandes divisions de la mémoire: la mémoire **avec enregistrement** et la mémoire **sans enregistrement** (*memory with record* and *memory without record*).

La mémoire *avec* enregistrement permet de retrouver des événements spécifiques. La mémoire *sans* enregistrement convertit les expériences en des sortes de processus qui changent la nature d'un organisme, changent ses habiletés, ou changent les règles par lesquelles il opère, mais qui sont virtuellement inaccessibles, en tant que faits spécifiques, en mémoire.

Bruner illustre immédiatement sa distinction par l'exemple d'une personne qui a appris à jouer avec une grande expertise au tennis, mais ne peut pas dire les occasions spécifiques qui l'ont conduite à un revers parfaitement destructeur. Il souligne aussi, à propos d'une observation de Corkin (1968) sur H.M. - le célèbre patient ayant subi une ablation bilatérale des structures temporales médiales (l'hippocampe notamment) -, que les mécanismes neurophysiologiques qui sous-tendent ces deux mémoires doivent être clairement différents. Il poursuit, et termine, son court article en décrivant alors deux expressions majeures de la mémoire sans enregistrement: les habiletés et les règles.

A propos des *règles*, Bruner souligne que les expériences que nous faisons sont converties en exemples, desquels une règle est induite. Il rapporte, à cet endroit, un calcul théorique du cybernéticien Heinz von Foester. Ce dernier a calculé que si l'on voulait stocker tous les résultats d'une grande table de multiplication portant sur les produits des nombres inférieurs ou égaux à 10^{10} il faudrait un livre dont l'épaisseur est d'une année-lumière, et aussi qu'en moyenne il faudrait donc une demi-année-lumière pour retrouver un produit !

Cet exemple souligne une des faiblesses de la mémoire avec enregistrement. Une autre, également soulignée par Bruner auparavant, est que l'étiquetage des événements en mémoire (avec enregistrement) pourrait être l'un des facteurs qui fait perdurer un point de vue égocentrique et subjectif. Pour remédier à ces faiblesses, la nature nous a donné une autre technique: nous construisons un calculateur suivant une règle. Mais nous n'apprenons pas seulement une règle (la multiplication), mais aussi une procédure. Les règles de procédure impliquent usuellement des stratégies qui permettent l'extraction des informations générales par le rejet des informations spécifiques. En fait, remarque Bruner, toute procédure d'abstraction est destinée précisément à légitimiser l'oubli ou l'ignorance de l'information spécifique et riche.

Bruner (1972), dans son article «Nature et usages de l'immaturité», a aussi consacré un paragraphe à une distinction voisine de celle entre les mémoires avec et sans enregistrement: la distinction entre **savoir que** et **savoir comment**. A propos du passage du "savoir comment" au "savoir que", Bruner observe que c'est au moment où l'école, les pédagogues et le stockage de l'information décontextualisée, se sont vu conférer une légitimité que l'accent, mis jusque-là sur le "savoir comment", est passé au "savoir que". Bruner décrit le savoir décontextualisé comme un savoir représenté sous une forme qui est relativement peu asservie aux usages dans lesquels il est à engager, ou dans lesquels il a pu être engagé par le passé. Il porte en lui un pouvoir considérable. Pour lui, c'est un tel processus de réorganisation du savoir en systèmes formels qui l'affranchit de sa fixité fonctionnelle et conduit à une plus grande flexibilité. Mais il souligne aussi deux problèmes dans cet idéal de connaissances formelles efficientes (opposées aux connaissances implicites). Le premier est la difficulté du passage du "savoir que" au "savoir comment"; le second est que la décontextualisation et la structure formelle excluent implicitement la fantaisie et le jeu.

La pertinence de cette distinction entre deux mémoires, ou deux types de connaissances s'est, par la suite, confirmée. Notamment, la liste des apprentissages préservés dans l'amnésie (qui pourraient s'appuyer sur la mémoire sans enregistrement) s'est considérablement allongée: lecture en miroir, puzzle des tours de Hanoi, suites de Fibonacci, grammaires artificielles, etc. (pour une revue des apprentissages mathématiques préservés, je renvoie à Fischer, 1992).

2. Sa théorie du développement cognitif

2.1. Présentation

Pour Bruner (1966a), la croissance cognitive se caractérise par :

◊ une indépendance croissante vis-à-vis de la nature immédiate du stimulus;

◊ une intériorisation des événements en un "système de stockage" qui correspond à l'environnement;

◊ l'implication d'une capacité croissante à se dire à soi-même et aux autres, au moyen de mots et symboles, ce que l'on a fait ou ce que l'on veut faire;

◊ sa dépendance d'une interaction systématique entre un tuteur et un apprenant;

◊ sa facilitation par l'intermédiaire du langage, ce dernier finissant par être non seulement le médiateur des échanges mais un instrument que l'apprenant peut utiliser lui-même pour mettre de l'ordre dans son environnement;

◊ une capacité croissante à traiter plusieurs possibilités simultanément, à faire plusieurs séquences durant la même période de temps, et à allouer temps et attention de manière appropriée à ces demandes multiples.

Sur les trois derniers points on peut remarquer, une nouvelle fois, combien les idées de Bruner diffèrent de celles de Piaget. Bruner a cependant accepté plusieurs idées de bases de Piaget: a) que des structures générales jouent un rôle important dans le développement; b) qu'il est important d'avoir des moyens formels pour représenter ces structures. Ce que Bruner n'acceptait pas, chez Piaget, c'est: a) que le processus d'acquisition structurale est auto-régulé; b) que la logique formelle constitue un outil adéquat pour représenter le fonctionnement interne des structures cognitives de l'enfant. Pour remplacer ces deux dernières notions, il a proposé: a) que le langage et la culture jouent un rôle vital dans le développement intellectuel; b) que la modélisation du fonctionnement intellectuel des enfants doit s'appuyer sur le formalisme des sciences de l'information.

D'après Case (1985 p.40-43), les 6 idées centrales de Bruner sur le développement cognitif sont les suivantes.

1) Parmi les capacités biologiques variées qui émergent durant les 2 premières années de la vie, trois des plus importantes sont les capacités d'encodage **énactif**, **iconique** et **symbolique.** Ces trois capacités émergent dans leur ordre d'apparence phylogénétique, à environ 6, 12 et 18 mois respectivement.

2) En elles-mêmes, ces capacités biologiques sont relativement insignifiantes. Leur intérêt vient du fait qu'elles permettent aux jeunes enfants de développer des **systèmes de représentation** élaborés; i.e., des systèmes pour encoder et transformer l'information à laquelle ils sont exposés et sur laquelle ils doivent agir.

3) Les enfants n'inventent pas de tels systèmes représentationnels par eux-mêmes. Ils les **ré-inventent** plutôt grâce aux efforts actifs de leur culture environnante d'une part, et de leur disposition biologique pour suivre ces efforts d'autre part. Le développement est donc un processus qui s'effectue autant **de l'extérieur** que de l'intérieur.

4) Parmi les systèmes représentationnels variés auxquels les jeunes enfants sont exposés, le plus important est le **langage.** C'est la maîtrise de la structure de leur langue natale qui permet aux enfants d'aller au-delà des stratégies cognitives que la représentation iconique autorise, et de développer les stratégies logiques qui caractérisent les stades opératoires concret et formel de Piaget.
5) Bien que la maîtrise du langage soit, sous certains angles, achevée à l'âge de 5 ans, cette maîtrise n'est pas suffisante encore pour produire le saut qualitatif de la pensée du stade concret. Les enfants doivent, en plus, apprendre à coordonner leur utilisation du langage avec leur utilisation d'autres formes de représentation. En fait, ils doivent apprendre à imposer la structure de leur langage à celle de leur monde perceptif.
6) Des cultures différentes peuvent contribuer différemment à ce processus. La transition vers la compétence logique abstraite du stade formel de Piaget nécessite un type d'aide culturelle qui est seulement fourni par l'école. L'école sépare les fonctionnements symbolique et iconique en mettant les enfants dans des situations où les mots sont systématiquement et continuellement présents sans leurs référents.

2.2. Preuves et évaluation

a) Logique et psychologie
D'abord une expérience très simple de Bruner et al. (1966) sur le problème de l'apport de la logique à la compréhension du développement psychologique. Cette expérience a consisté à demander à des enfants entre 4 et 11 ans lequel de deux verres, inégaux (en volume) mais tous deux à moitié pleins, est le plus plein et lequel est le plus vide. Souvent les enfants ayant identifié le verre A comme celui ayant le plus grand volume disent que A est plus plein que B, mais aussi que A est plus vide que B. Et, fait étonnant, le nombre de contradictions croît avec l'âge: à 5 ans, il y en avait 27%, à 6 ans, 52%, et à 7 ans 68%. Bruner en conclut que la logique ne nous dit pas grand chose sur le développement psychologique, même si elle peut aider à décrire les connaissances que possèdent les enfants. Et, s'appuyant sur d'autres recherches, il soutient que l'idée de proportion qui apparaît vers 10 ans n'est pas le fruit de la logique mais est due à l'émergence de la nécessité de pointer une indication perceptuelle de chaque idée.

b) Perception et conservation
Une des expériences à laquelle Bruner s'est souvent référé pour soutenir son point de vue, le point 5) notamment, est une expérience de Frank, que Bruner (1964) résume ainsi.

Françoise Frank pratiqua d'abord les tests classiques de conservation pour déterminer les enfants conservants. Ses sujets étaient âgés de 4, 5, 6, et 7 ans. Elle utilisa ensuite d'autres procédures, parmi lesquelles la suivante: Deux verres standard étaient partiellement remplis de telle manière que les enfants jugent qu'ils contiennent la même quantité d'eau. Un verre élargi de même hauteur est maintenant introduit et les trois verres, mis à part leur partie supérieure, sont cachés derrière un écran. L'expérimentateur verse un verre standard dans le verre large. On demande à l'enfant, sans qu'il voit l'eau, lequel des deux verres contient le plus à boire: le verre large ou le verre standard.

L'expérience montra, comparativement à la préexpérience pratiquée sans écran, un accroissement considérable des jugements corrects d'égalité: ces jugements passèrent de 0% à 50% chez les 4 ans, de 20% à 90% chez les 5 ans, et de 50% à 100% chez les 6 ans.

Mais l'expérience ne s'arrêta pas là. On enleva alors l'écran. Tous les 4 ans changèrent alors leur point de vue. La présentation perceptive les a confondus et ils décidèrent que le verre large avait moins d'eau. Mais quasiment tous les 5 ans, et tous les 6 et 7 ans, ont maintenu leur jugement.

Et l'expérience continua encore. Quelque minutes après, Frank fit un post-test en utilisant un verre étroit et haut avec le verre standard, et pas d'écran. Les enfants de 4 ans n'avaient pas été influencés par leur expérience antérieure. Aucun d'entre eux n'arriva à l'invariance de la quantité dans cette nouvelle tâche. Chez les 5 ans, au lieu des 20% de conservation enregistrés au cours du prétest, Frank enregistra maintenant 70% de conservation. Et chez les 6 et 7 ans, le pourcentage de conservation est passé de 50% à 90%. En outre, un groupe-contrôle, juste soumis aux pré- et post-test, ne montra pas de progrès significatif.

c) <u>Perception et langage</u>

Enfin, une expérience sur le rôle du langage L et de la manipulation M [points 1), 2) et 4) ci-avant]. Cette expérience (de Sonstroem) porte sur la réussite des élèves de 6-7 ans dans des expériences de conservation de la matière (boule de plasticine transformée en saucisse ou crêpe). Selon Bruner (1964) la manipulation devait favoriser une représentation énactive, et le langage une représentation symbolique. Et l'influence conjointe de M et L a effectivement conduit à un pourcentage de réussite de 80%. Mais ce qui est surtout intéressant, note Bruner, c'est que l'un des deux facteurs isolé est insuffisant pour produire le conflit conduisant à l'apprentissage: il n'y a eu que 30% (resp.40%) de réussites pour M sans L (resp. L sans M), soit à peine plus que les 26% sans M ni L.

d) <u>Mathématique et langage</u>

Bruner (1966a) illustre ses interrogations sur le rôle du langage par un exemple tiré des mathématiques. Se référant à une expérience de Suppes qui a observé que les équations de la forme $3 + x = 8$ sont plus faciles que celles de la forme $x + 3 = 8$, il se demande si la difficulté vient du fait d'avoir à traiter une équation avec une inconnue au début, ou si elle provient du transfert des habitudes linguistiques de l'anglais usuel dans lequel les phrases sont plus faciles à compléter lorsqu'un terme est effacé au milieu plutôt qu'au début. Et il en conclut que l'interférence entre les habitudes linguistiques et les habitudes mathématiques doit être examinée soigneusement et de manière détaillée.

<u>Remarque</u>. L'exemple de Bruner ne semble pas très convaincant au niveau des jeunes enfants. En effet, le modèle principal de traitement de telles équations, à savoir le modèle du compteur explique très bien la différence de difficulté: dans le cas de $3 + x = 8$, l'enfant lit les informa-

tions dans l'ordre où il en a besoin (d'abord 3 pour initialiser le compteur, puis 8 pour savoir quand stopper l'incrémentation), alors que dans le cas de x + 3 = 8 il ne sait pas comment démarrer (= initialiser le compteur). L'exemple de Bruner est plus convaincant si l'on suppose que les sujets examinés connaissent "par coeur" les phrases "trois plus cinq égalent huit" et "cinq plus trois égalent huit".

e) Evaluation

Les idées de Bruner sur la culture et le langage se sont assez bien confirmées. Mais il est vrai qu'elles sont suffisamment générales pour ne jamais être franchement contredites. Par exemple, les expériences sur des populations particulières (sourds) confirment que le langage est important. Mais il ne semble quand même pas nécessaire à la pensée, et on peut toujours soutenir aujourd'hui la possibilité d'une **pensée sans langage** (e.g., Lhermitte, 1982).

Sur un aspect plus spécifique de la théorie - les niveaux de représentation (voir le 3. suivant) - Case (1985) argumente que les postulats de Bruner ne se sont pas confirmés. Mais, nous l'avons vu amplement dans le chapitre I, Case défend un développement par stades, incompatible avec le point de vue de Bruner. Pour ce dernier, le développement de la pensée, ne se fait pas, en effet, suivant des niveaux de pensée chronologiques:

> «La croissance n'implique pas une série de stades, mais plutôt une maîtrise successive de trois formes de représentation avec leurs traductions partielles l'une dans l'autre.» (Bruner,1966b p.317).

3. La théorie des niveaux de représentation

Même si la composante "niveaux de représentation" de la théorie de Bruner s'est le moins bien confirmée, son intérêt pratique est considérable pour les enseignants. Elle modélise en effet directement certaines de leurs pratiques, anciennes comme l'apprentissage des premiers calculs avec des constellations, ou récentes comme les réglettes BRISSIAUD (Brissiaud, 1989) ou les cadres (Thornton, Jones & Toohey, 1983). D'ailleurs, chez La Garanderie (1987 p.57) - un pédagogue à (grand) succès (en France du moins) - on retrouve une visualisation de $(a+b)^2$ qui n'est pas sans rappeler celle de Bruner (voir le 3.3 suivant).

3.1. Trois niveaux de représentation

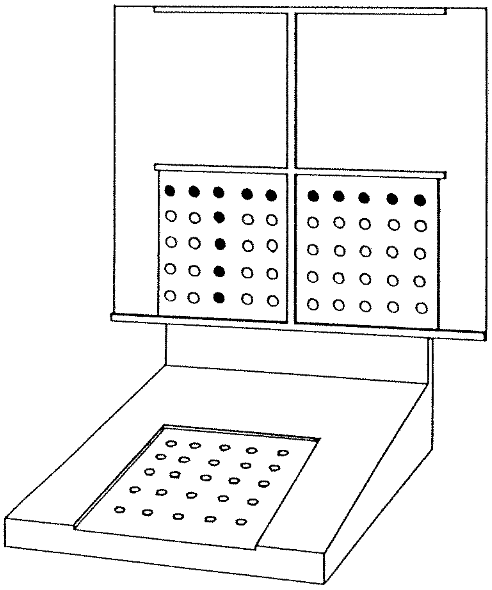
En continuité avec les 3 capacités d'encodage qui émergent au cours des deux premières années de la vie [point 1) précédent], Bruner distingue les trois niveaux de représentation suivants: le niveau de l'action, celui de l'image et celui du symbole. En des termes plus orthodoxes, les représentations **énactive**, **iconique** et **symbolique**.

Selon Bruner, l'enfant connaît d'abord son environnement grâce aux manipulations qui lui permettent d'interagir avec lui. Avec le temps, il s'y ajoute une méthode de représentation en images, qui est relativement indépendante des manipulations. Peu à peu s'y rajoute une méthode nouvelle et efficace, qui traduit aussi bien la manipulation que l'image en langage: la représentation symbolique. Au cours du développement, il n'y a pas vraiment une succession de ces trois modes de représentation. En fait, il s'effectue un transfert de leur importance relative: d'abord c'est la représentation énactive qui domine, puis la représentation iconique, enfin la représentation symbolique.

Pour Bruner, ces trois modes de représentation sont ainsi toujours présents chez l'adulte et le développement intellectuel adulte se caractérise précisément par la **flexibilité** - en fonction des contraintes - du changement de niveau de représentation.

3.2. Expérience

Une expérience sur laquelle Bruner (1966b) s'est appuyé pour soutenir sa théorie des représentations est celle d'Olson:



L'enfant doit, en appuyant sur le moins de boutons possible, trouver laquelle des deux formes au-dessus est "cachée" dans le tableau du bas (lorsqu'un bouton appartient à cette forme, il s'allume en rouge).

Les 3 ans appuient non aléatoirement (ils commencent par un coin) sur les boutons, en espérant que leur action (on a du mal à les empêcher de presser sur plusieurs boutons à la fois) produira une figure équivalente à l'une des deux au-dessus.

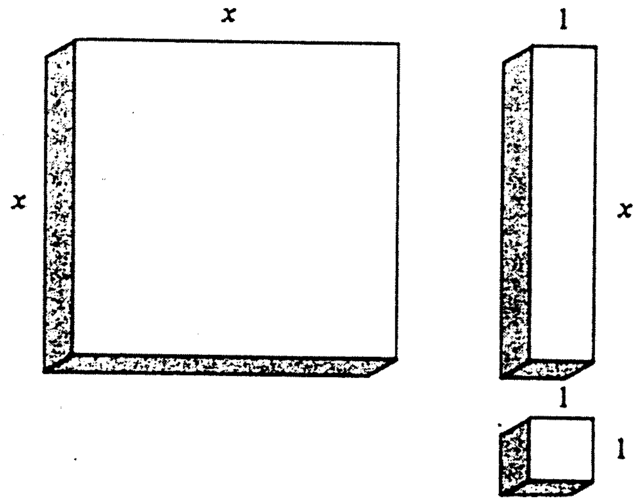
Les 5 ans sont capables d'adopter une représentation imagée du travail: ils testent l'une des deux alternatives et l'acceptent (souvent sur des bases insuffisantes le – est accepté sans vérification qu'il pourrait s'agir du T) ou la refusent.

Les 8 ans semblent capables de traiter l'information proprement dite: ils peuvent traiter simultanément les figures devant eux et voir leur inclusion, exclusion et intersection, afin d'isoler les traits caractéristiques.

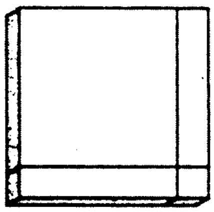
La stratégie de recherche initiale montre donc une interdépendance de l'action et du percept. Chez les 5 ans, le choix est gouverné par une seule figure à la fois et ils ne sont pas capables d'incorporer les deux alternatives dans une structure hiérarchique qui est l'essence de la représentation symbolique. C'est seulement quand l'appareil symbolique peut être appliqué à la tâche que l'ensemble des alternatives est fusionné dans ce qui peut être décrit comme un espace informationnel, caractérisé par des traits distinctifs.

3.3. Application

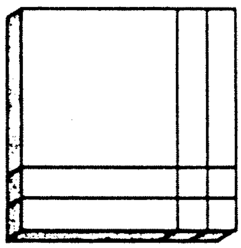
a) Le matériel



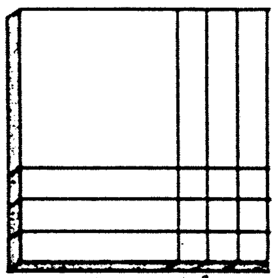
b) Des carrés de taille croissante



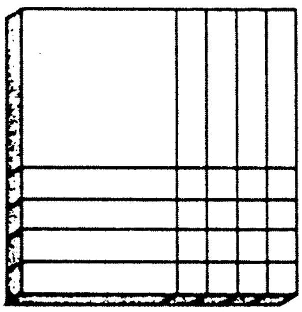
$(x+1)^2$



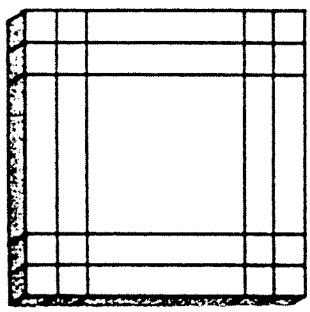
$(x+2)^2$



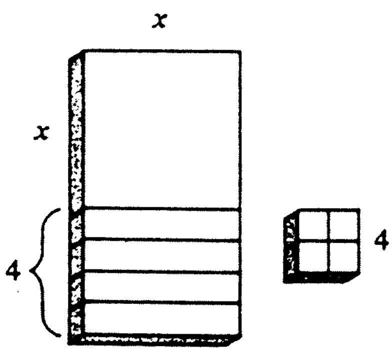
$(x+3)^2$

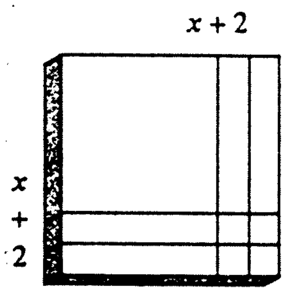


$(x+4)^2$



c) Exercices syntaxiques





$[x(x+4)+4] \quad = \quad (x+2)^2 =$

x^2+4x+4

Pour les fonctions quadratiques, Bruner utilise un matériel de construction visualisé dans la partie a) de la page ci-avant: des carrés de bois aux dimensions non spécifiées et présentées simplement comme inconnues ou de largeur x et de longueur x; des baguettes de bois aussi longues que le côté du carré et larges de 1, ou simplement de 1 sur x; enfin des petits carrés de 1 sur 1. On demande à l'élève de construire d'autres carrés avec le matériel dont il dispose. On voit ainsi des constructions comme celles de la partie b) de la page ci-avant. Ces constructions, ou leurs visualisations, débouchent alors sur le travail syntaxique visualisé dans la partie c). En outre, pour ces activités, Bruner suggère l'utilisation initiale de notations comme $(x+2)^{\square} = x^{\square} + 4x + 4$ qui réfèrent au matériel de visualisation.

4. Une application aux "maths par les jeux"

Bruner (cf., notamment, Bruner et al., 1976) a eu l'occasion de s'intéresser à un autre "grand sujet": le **jeu**. Récemment, Rogers (1989) a utilisé le jeu comme moyen d'enseignement des mathématiques élémentaires. Il voit dans sa démarche essentiellement une application de la théorie de Bruner.

Nous verrons d'abord comment Rogers lit cette dernière (partie 4.1). Nous décrirons ensuite les jeux qu'il a pratiqués (partie 4.2). Nous présenterons et discuterons enfin les résultats de ses observations (partie 4.3).

4.1. Référence théorique à Bruner

a) <u>Généralités</u>

Comme d'autres, Rogers commence par remarquer que Piaget n'a pas été, fondamentalement, un éducateur. Piaget, remarque-t-il, a proposé une théorie du développement qui suggère la sorte d'expériences fructueuses pour l'apprentissage. Mais il n'a pas développé de théorie qui nous dise comment ces expériences sont à enseigner. Or ceci est crucial. Bruner (1966a) n'a pas manqué de le souligner:

> «Une théorie du développement doit être reliée à la fois à une théorie de la connaissance et à une théorie de l'intruction, ou alors elle est condamnée à être triviale» (p. 21).

Et, précisément, les trois modes de représentation qu'il propose constituent l'esquisse d'une telle théorie. Ils peuvent être reliés au processus éducatif en remarquant qu'à chaque stade du développement l'enfant a une façon caractéristique de voir le monde et de se l'expliquer à lui-même. Pour enseigner un sujet à un enfant d'un stade particulier, la tâche de l'enseignant sera donc de représenter la structure de ce sujet dans la façon de voir les choses de l'enfant. Cette tâche peut être conçue comme une tâche de traduction.

Or, argumente Rogers, la relation étroite entre l'affectif et le cognitif chez l'enfant conduit à penser qu'il n'y a pas grande différence entre la façon "caractéristique" de voir le monde et la façon "favorite" de le voir (et de s'y comporter). Et cette dernière pourrait être particulièrement intéressante à exploiter pour l'apprentissage, pourvu que l'enfant soit capable d'encoder et d'exprimer les connaissances qu'on désire lui apprendre. C'est ainsi que l'on débouche sur l'idée de jouer, avec la possibilité d'utiliser toutes sortes de jeux enfantins.

b) Traduction et pratique

L'hypothèse selon laquelle chaque stade de développement est marqué par une façon caractéristique de voir le monde ne doit pas être comprise comme signifiant que, à un stade donné, un mode de représentation unique est efficient, à l'exclusion de tout autre. Au contraire, alors qu'un mode peut être particulièrement adapté à l'apprentissage, tous les trois devraient, dans l'idéal, être omniprésents et se soutenir mutuellement. Ceci est en partie dû au fait que les trois modes combinés offrent une plus grande richesse et une plus grande variété de représentation. Mais, surtout, les modes favoris des jeunes enfants (énactif et iconique) ne permettent que rarement d'arriver à une représentation complète des principes qu'on désire leur apprendre. Ces derniers, dans leur forme développée, sont, par définition, dégagés des exemples et, pour ainsi dire, "désincarnés" des expériences dans lesquelles ils ont été vécus. Ainsi, ils nécessitent, presque inévitablement, le codage symbolique: ce dernier est en effet le seul à pouvoir dépasser les exemples et servir de support à l'expression des principes généraux. Mais, d'un autre côté, la "désincarnation" ne doit pas signifier un divorce avec ces exemples: elle doit englober une synthèse de ces derniers. Spécifiquement, dans le cas présent, les représentations énactives sont utilisées pour traduire un contenu mathématique en formes d'activité physique dont on espère qu'elles donneront aux enfants une première rencontre hautement signifiante avec ce contenu. Mais ceci ne signifie nullement que le codage formel - la traduction avec et par les enfants dans un mode symbolique de façon à voir au-delà de l'exemple présent - soit négligé. Les enfants codent symboliquement ce qu'ils viennent juste de jouer, à la fois par la discussion et par un travail correspondant au tableau noir. Le rôle principal du jeu est de donner une signification aux principes et aux termes techniques qui leur sont reliés en les concrétisant dans des exemples particuliers de plus en plus familiers (lorsque les jeux sont de plus en plus joués), pour être, d'abord, analogues, puis, isomorphes. Par exemple, ayant vu pourquoi 2, 6, 3 et 4 ont été attrapés quand le nombre de Pauline était 12, et ayant rencontré le terme "facteur" comme exprimant l'identité composite de ces quatre nombres, dans ce contexte, les enfants ont à appliquer le même principe quand le nombre de Pauline est 18 ou 20 ou ... (voir le 4.2 ci-après), et ainsi de suite à travers l'ensemble des jeux de complexité croissante, tous ces derniers impliquant le concept de "facteur". De cette façon, insiste Rogers, de simples termes et exemples sont transformés en concepts et principes authentiques.

D'un autre côté, le codage symbolique doit être progressif de manière à arriver graduellement vers un énoncé final formalisé du principe. Tous les efforts ont été faits pour formuler les questions et discussions initiales en des termes renvoyant directement et descriptivement à l'expérience physique. Ainsi les jeux ont d'abord été re-codés en énoncés concrets, non généralisables, descriptifs de leurs progressions et de leurs résultats ("Que faisait le dossard de Pauline? Pourquoi ?"). Ces derniers, en retour, fournissaient la base de généralisations:

"Pauline a toujours sur son dossard le nombre 1", et ensuite: "1 est un facteur de tout nombre". Les enfants contribuèrent pleinement au codage symbolique. Par exemple, dans les jeux d'évasion de la prison où des évasions se sont produites, le jeu a été arrêté et le joueur responsable devait expliquer ce qu'il avait fait, et pourquoi: "Je l'ai libéré car nous sommes tous deux des nombres premiers" (ou des facteurs-compagnons, ou ...).

Il faut souligner un autre aspect du travail. A l'évidence, les enfants ne consolident pas un principe aussitôt qu'ils l'ont compris. Ils ont besoin de le pratiquer. La difficulté, dans les approches conventionnelles, est de fournir une pratique adéquate en évitant la monotonie et l'ennui. Les jeux résolvent ce problème.

4.2. Description des jeux

Le jeu d'évasion de la prison s'est pratiqué dans de grandes salles de classe ou dans le gymnase. Dans les tout premiers jeux, le concept de "facteur" a été abordé comme suit. Tous les enfants avaient des nombres, dont 1, 2, 3, 4 et 6. Le nombre de Pauline est annoncé comme étant 12, et on dit aux enfants: «Pauline va vous pourchasser, mais elle a seulement besoin d'attraper certains d'entre vous. Si vous êtes attrapé, allez en prison (un coin de la salle). Lorsqu'elle aura attrapé tous ceux qu'elles désirent, elle le dira, et nous recommencerons».

Le jeu commence. Pauline, que l'on a informée discrètement, attrape 2, 6, 3 et 4 (1, en tant que facteur, a été traité séparément: voir suite), en prenant soin d'attraper les membres de chaque paire de facteurs consécutivement. Lorsqu'un enfant est attrapé, son numéro est inscrit au tableau. A la fin du jeu, le nombre de Pauline (12) est ajouté au tableau où l'on trouve:

2, 6 / 3, 4   12

Les enfants ont alors à étudier le tableau et décider pourquoi Pauline a attrapé seulement ceux affichés (les virgules et la barre de fraction oblique ont été insérées pour aider à découvrir la réponse). La réponse initiale la plus commune a été d'additionner ensemble les nombres attrapés. Eventuellement - ceci s'est toujours vérifié, le plus grand nombre de réponses incorrectes ayant été de quatre - certains s'aperçoivent que "deux six ça fait douze, et trois quatres aussi". La barre et les virgules ont alors été remplacées par x et = par les enfants, le terme "facteur" introduit et réitéré. A partir de là, les enfants devaient toujours l'utiliser, et de même pour tous les autres termes nouveaux appris.

Le jeu suivant renforce et teste la compréhension. Le nombre de Pauline a été changé: il est maintenant de 18 par exemple. Les enfants aussi échangent leurs nombres. On leur dit que "Pauline va essayer d'attraper ses *facteurs* ". Le jeu se déroule, avec un codage au tableau analogue au précédent, mais cette fois-ci Pauline attrape les facteurs dans un ordre quelconque, disons 3, 9, 2, 6. Les enfants doivent, en prison, se mettre par paires, i.e. se tenir à côté de leur facteur-compagnon. Pauline attrape cette fois-ci aussi le nombre 1. Comme il n'y a pas de 18 dans le jeu, on inverse les rôles: c'est le 1 qui doit attraper Pauline et a ensuite le droit de porter son dossard. D'autres variations et développements peuvent être introduits: pendant que Pauline pourchasse, les non-facteurs lui coupent la route et un facteur emprisonné peut être libéré par son compagnon non encore emprisonné.

La notion de nombre premier est alors introduite de la même manière que la notion de facteur. Pauline ne s'est pas vu attribuer de nombre et pourchasse simplement certains nombres - les nombres premiers. Avec 10 enfants, numérotés de 2 à 11, on arrive alors à l'écriture, au tableau, des deux lignes (couleur différente):

2 3 5 7 11

4 6 8 9 10

On adapte le jeu de manière à faire utiliser la notion de nombre premier: un prisonnier peut être libéré par son facteur-compagnon, ou par un un nombre premier s'il est lui-même premier.

Un dernier aménagement du jeu conduit à la factorisation d'un nombre. Il consiste à imposer à Pauline d'attraper des nombres non premiers (sinon elle doit payer une amende) et à permettre aux prisonniers de s'échapper en ramassant leurs propres facteurs dans une pile de nombres (laissée à cette fin dans la prison). Ainsi, si le nombre de Pauline est 18, et si le 9 (resp. 6) est attrapé, il peut s'échapper en affichant 3 et 3 (resp. 2 et 3) en-dessous de son 9 (resp. 6). Au fur et à mesure de l'évolution du jeu, Pauline est "escroquée": lorsqu'elle attrape l'un de ses facteurs non premiers (9 ou 6), l'élève concerné lui montre 3 et 3 (ou 2 et 3) en lui demandant de payer une amende. Les facteurs premiers de 18 se trouvent ainsi mis en évidence: les enfants apprennent que 18 a été factorisé.

4.3. Evaluation et discussion

a) <u>Le test</u>

Il a été pratiqué sur 159 enfants d'environ 8 ans. Un test général de capacité (matrices progressives de Raven) a permis, préalablement, de partager les enfants en trois niveaux de capacité. Les matrices de Raven faisant surtout appel à des représentations iconiques, Rogers pense que les élèves dont les performances sont faibles par rapport à ce que laissait prévoir leur performance aux matrices de Raven ont:

1) soit un problème de traduction: le passage de la représentation énactive, impliquée dans le jeu, à la représentation symbolique, impliquée dans le test, serait un saut trop important;

2) soit de faibles capacités symboliques, comme cela est souvent souligné pour les enfants socialement défavorisés.

Le test formel (standard) comprenait 9 types de questions. Par exemple:

- écrire tous les facteurs de 14;
- quel est le nombre premier suivant 19;
- factoriser 18.

En outre, certains élèves ont été soumis à un test-jeu, partiellement calqué sur les questions du test formel, dans lequel l'enfant retrouvait la situation (de jeu) familière. Au lieu de demander à l'enfant d'écrire les facteurs de 20 et d'encercler les nombres premiers, les enfants, avec des chemisettes numérotées, se voyaient dire que Pauline (avec le nombre 20) poursuivait ses facteurs. Les non-facteurs devaient barrer la route à Pauline; ceux qui avaient un facteur premier et étaient attrapés pouvaient s'échapper. En jouant plusieurs fois, et en changeant les nombres des joueurs et de Pauline, on a pu leur attribuer un score au test-jeu.

b) Résultat et discussion

Le résultat principal est que les enfants sont plus performants au test-jeu (et que leurs performances sont plus uniformes). Que ce soient des élèves moyens (aux matrices de Raven), des élèves peu performants (par rapport à leur performance aux matrices) ou des élèves socialement défavorisés, la performance au test-jeu est toujours significativement meilleure qu'au test formel.

L'interprétation la plus immédiate est évidemment que le test-jeu était plus facile. Mais, s'interroge l'auteur, que signifie "plus facile" ? Pour répondre à cette question, il insiste sur le fait que chaque item du test-jeu était une traduction exacte de la question correspondante du test. Les opérations mentales à réaliser n'étaient donc pas plus complexes. En conséquence, être plus facile signifie être plus accessible aux enfants. Mais ceci c'est précisément le propre de la traduction dans le mode énactif (ou iconique).

Plutôt que d'indiquer, dans un sens négatif, que le test-jeu était plus facile, Rogers souligne que ses résultats indiquent que la principale variable pourrait être la vitesse avec laquelle des enfants de capacités similaires intériorisent les représentations symboliques du contenu régulièrement pratiqué durant les séances de jeu. Le test formel et le test-jeu sont tous deux des tests de la compréhension aussi sévère l'un que l'autre. Et la compréhension est sûrement plus importante que le codage. Si l'apprentissage d'un contenu mathématique se veut complet, il faut certes que l'enfant maîtrise finalement son expression symbolique. Mais l'implication que l'on en tire, souvent et faussement, est qu'aucune autre expression n'est valide, ce qui conduit à réduire l'enfant qui ne sait pas donner une réponse symbolique correcte à ne rien savoir. Les enfants ainsi échouent souvent à cause de la manière dont est présenté le problème, et parce que nous n'acceptons que l'expression complète et finale de la connaissance. Nous ne voyons pas qu'un codage provisoire est non seulement valide mais précieux en fournissant une indication exacte de la compréhension de l'enfant. Ceci parce qu'un codage provisoire permet aux enfants de connaître, et d'exprimer leur connaissance, en des termes correspondant à leur propre façon de voir les choses. C'est l'une des caractéristiques les plus précieuses de l'oeuvre de Bruner que de pousser l'enseignant à prendre ce point en considération et de ne pas précipiter l'enfant vers un codage symbolique infructueux. Les trois modes fournissent non seulement un répertoire des façons de représenter le contenu aux enfants, mais aussi donnent à ces derniers une variété de manières de démontrer leur compréhension croissante.

Remarque. L'interprétation est de Rogers. On ne peut quand même pas ne pas remarquer que le test-jeu est beaucoup plus proche, dans sa forme, de l'apprentissage pratiqué que le test formel. On retrouve donc là un résultat bien connu: plus le post-test ressemble à l'apprentissage, mieux il est réussi.

On peut également remarquer que d'autres théories expliquent également ce qui est le résultat principal de Rogers. Je pense notamment à la théorie PDup (Fischer, 1992) qui souligne la sensibilité au contexte des connaissances procédurales: les enfants qui ne sont pas encore arrivés à transférer, ou à consolider, leur apprentissage dans la mémoire déclarative, "bénéficient" de la présentation du test dans le même contexte.

5. D'autres développements de Bruner

Bruner (1970) s'intéresse à des savoir-faire d'une absolue simplicité qui apparaissent durant les 18 premiers mois. Et, par la suite, il continue essentiellement à s'intéresser à de très jeunes enfants. Il a ainsi l'occasion d'introduire ou de discuter quelques concepts "techniques": nous en présenterons trois (parties 5.1 à 5.3). Enfin, dans Bruner (1990), il insiste lourdement sur le rôle de la culture dans l'accès à la signification: nous aborderons ce point plus général dans la partie 5.4.

5.1. Information en retour

Bruner (1973b) note les simplifications abusives du concept d'information en retour. Il s'efforce en conséquence de le préciser et distingue trois formes:
- l'information en retour **interne** qui signale, dans le système nerveux, une intentionnalité d'action et qui apparaît avant l'action manifeste (d'où sa qualification de prospective);
- l'information en retour **proprement dite** en provenance du système effecteur au cours de l'action ;
- la **connaissance des résultats** qui n'est possible qu'après que l'action soit terminée.

Pour Bruner,

> «l'information en retour apparaît à l'évidence comme un élément qui ne peut se réduire au feed-back négatif d'un système de commande». (p.88)

Pour illustrer ce point, je propose l'exemple du dénombrement d'un grand nombre d'objets (de l'ordre de quelques dizaines) par des élèves en début d'école élémentaire. A ce stade de la scolarité ou du développement, les élèves peuvent utiliser différentes stratégies. Les deux principales sont le comptage un à un, qui donne directement le résultat, et la formation de paquets, qui nécessite ensuite soit l'addition, soit la numération (dans le cas de paquets de 10).

Un élève qui réfléchirait, ne serait-ce qu'un très court moment (non nécessairement perceptible), en intégrant différentes informations (l'impression de numérosité que lui donne la collection à dénombrer, les expériences antérieures, ...) aurait une information en retour de la première forme (interne ou prospective).

Un élève qui se lancerait immédiatement dans le comptage un à un mais s'apercevrait, en cours de route, que ce mode de dénombrement est pénible, incertain, ... aurait une information en retour de la deuxième forme (proprement dite).

Enfin, un élève qui se lancerait immédiatement dans le comptage un à un et, en allant jusqu'au bout, trouverait un résultat juste (resp. faux) aurait (de la part du maître par ex.) une information en retour positive (resp. négative) de la troisième forme.

5.2. Contraintes de situation

Bruner s'inspire du modèle systémique de Bernstein. Dans ce dernier, **c'est l'effet** - ce qui est produit - qui est porteur des conditions de l'organisation de l'action propre. Et cet effet est assujetti aux contraintes de situation. Pour Bruner,

> «plus un savoir-faire est assujetti en temps réel à des contraintes physiques comme la gravité, des impératifs de vitesse d'exécution, etc., et moins il existe de variantes fonctionnellement équivalentes».

C'est dire que le degré de contraintes est un déterminant essentiel de l'effet de l'acte, effet **qui en retour va avoir un caractère structurant** (d'après Deleau, 1983, p.19).

Cette notion de contrainte de situation est, encore une fois, très intéressante pour les pédagogues. En effet, ce sont eux qui choisissent (en général) les situations, et donc les contraintes. Ils peuvent ainsi avoir l'espoir de faire évoluer les élèves vers <u>la</u> variante désirée. Par exemple, si on veut que des élèves "subitisent" les petits nombres, on peut limiter le temps d'exposition des collections (pour la notion de "subitizing", voir Fischer, 1991). D'ailleurs, et même si elle n'utilise pas le terme "contrainte", c'est aussi un point dont Barth (1987) souligne l'importance. Principalement lorsqu'elle écrit, à propos des stratégies mentales spontanées:

> «Le choix (inconscient) de ces stratégies peut dépendre des restrictions imposées au sujet. Si on limite le nombre d'exemples que le sujet a le droit d'utiliser, ou le temps dont il dispose, Bruner a trouvé qu'un changement de stratégie est prévisible. Il a été frappé par la flexibilité des sujets prêts à changer de stratégie et à l'adapter à une situation donnée. Ce résultat me paraît important, car il permet d'en déduire qu'on peut volontairement influer sur les "choix" de stratégies par les choix pédagogiques et ainsi modifier la façon de penser de l'élève pour qu'il apprenne mieux.» (p.33).

5.3. Modularisation

La modularisation est la traduction théorique du mécanisme de structuration en retour. A mesure des exécutions successives, l'anticipation du résultat devient plus précise et plus précoce, l'effectuation de l'acte lui-même se calibre: son temps d'érection, sa vitesse d'exécution se réduisent et se stabilisent. L'acte demande ainsi une moins grande dépense d'énergie et surtout il libère l'attention auparavant mobilisée par l'exécution elle-même. Ainsi voit-on se mettre en place des détours, des enchâssements d'actions complexes particulières à l'intérieur d'une action d'ensemble (d'après Deleau, 1983, p.19).

De manière intéressante, Bruner (1973b) souligne que c'est la boucle omniprésente du circuit prospectif (voir ci-avant) qui rend possible la mise en place d'un ordre sériel dans le comportement. Mais, continue Bruner:

> «par dessus tout, dès qu'il y a modularisation et réduction de l'attention requise par régularisation d'un acte, celui-ci peut alors s'intégrer à un acte de plus haut rang et appelant une séquence plus longue sans que l'attention requise soit telle qu'il y ait dé-régulation de l'acte de plus haut rang.» (p.95).

Pour Bruner, la **modularisation est** tout à fait dans la ligne des théories du développement de type «traitement de l'information». Elle a en particulier pour effet de libérer une part de capacité de traitement de l'information qui peut ainsi servir à une analyse plus poussée de la tâche, tout simplement parce que les sous-routines constituantes de la tâche réclament moins d'attention. Et c'est pourquoi elle constitue un «préalable si essentiel» (Bruner, 1970 p.121) à l'inclusion d'un acte dans un acte plus complet, dans une routine plus vaste.

5.4. Accès à la signification

Bruner (1990) consacre un chapitre à *l'accès à la signification.* Avant même d'aborder ce chapitre, il note déjà que «dans la parole située, la signification devient culturelle et conventionnelle», et poursuit:

> «C'est dans cet esprit que j'ai proposé que soit restaurée la "fabrication de la signification" comme processus central d'une psychologie culturelle, d'une révolution cognitive rénovée.» (p.76).

Puis, dans le chapitre sur «l'accès à la signification» lui-même, il remarque que les soliloques d'Emily, observés par Katherine Nelson, entre 18 mois et 3 ans, sont extrêmement riches, et commente:

> «En fait, contrairement à un principe bien établi de "Vygotsky", ils sont grammaticalement plus complexes, plus étendus en longueur d'émission, et moins marqués par l' "ici et maintenant" que sa parole lors des conversations.» (p.99),

avant d'en conclure:

> «Mais je veux dire clairement que notre capacité à restituer l'expérience en termes de récits n'est pas seulement un jeu d'enfant: c'est un outil pour fabriquer de la signification, qui domine l'essentiel de notre vie au sein d'une culture, depuis nos soliloques au moment de nous endormir jusqu'au poids du testament dans notre système judiciaire.» (p.107).

Enfin, dans le chapitre suivant, il remarque encore:

> «Il n'y a rien de très subtil à dire que la signification naît de l'usage, mais si on l'a souvent répété, au point d'en faire un slogan, les implications qui en découlent ont été assez peu dégagées.» (p.128).

6. Références

Anglin J.M., 1974. Introduction (de Bruner, 1973a).

Ausubel D.P., 1963. The psychology of meaning verbal learning. New York: Grune &Straton, 1968.

Barth B.M., 1987. *L'apprentissage de l'abstraction.* Paris: Retz.

Brissiaud R., 1989. Apprendre à calculer avec les réglettes BRISSIAUD: Matériel éducatif (Grande section de maternelle, CP-CE et enseignement spécialisé). Paris: Retz.

Brissiaud R., 1993. Créer une zone proximale de développement avant d'enseigner la résolution des problèmes du type "join - change unknown" à l'aide de la soustraction. *Journal Européen de Psychologie de l'Education*, mai 1993.

Brissiaud R., Clerc P. & Ouzoulias A., 1991. *J'apprends les maths: CP* (cycle des apprentissages fondamentaux). Paris: Retz.

Brissiaud R., Clerc P. & Ouzoulias A., 1992. *J'apprends les maths: CE1* (livre du maître). Paris: Retz.

Bruner J.S., 1945. *Ce que pense l'Amérique.* Paris: PUF.

Bruner J.S., 1957. On perceptual readiness. *Psychological Review,* **64**, 123-152 (traduit dans Bruner et al., 1958, pp.1-48).

Bruner J.S., 1960. *The process of education.* Cambridge: Harvard University Press.

Bruner J.S., 1961. The act of discovery. *Harvard Educational Review,* **31**, 21-32.

Bruner J.S., 1964. The course of cognitive growth. *American Psychologist,* **19**, 1-15 (reproduit dans Bruner, 1973a).

Bruner J.S., 1966a. *Toward a theory of instruction.* Cambridge : Harvard University Press.

Bruner J.S., 1966b. The growth of representational processes in childhood. Paper presented at the meeting of the 18th International Congress of Psychology. Moscou, août 1966 (reproduit dans Bruner, 1973a, pp.313-324).

Bruner J.S., 1969. Modalities of memory. In G.A. Talland, N.C. Waugh (Eds), *The pathology of memory* (pp.253-259). New York: Academic Press.

Bruner J.S., 1970. Développement et structure du savoir-faire. In Bruner, 1983, pp.111-144.

Bruner J.S., 1971. *Relevanz der Erziehung.* Ravensburg: Maier, 1973.

Bruner J.S., 1972. Nature and uses of immaturity. *American Psychologist,* **27**, 687-708 (reproduit dans K. Connolly & J. Bruner (Eds), *The growth of competence.* New York: Academic Press, 1974, pp.11-48, et traduit dans Bruner, 1983, pp.37-86).

Bruner J.S., 1973a. *Beyond the information given: Studies in the psychology of knowing.* London: Allen & Unwin, 1974.

Bruner J.S., 1973b. Organization of early skilled action. *Child Development,* **44**, 1-11 (traduit dans Bruner, 1983, pp.87-110).

Bruner J.S., 1983. *Le développement de l'enfant: savoir faire, savoir dire.* Paris : PUF.

Bruner J., 1984. Vygotsky's zone of proximal development: the hidden agenda. In B. Rogoff & J.V. Wertsch (Eds), *Children's learning in the "Zone of Proximal Development"* (pp.93-97). San Francisco: Jossey-Bass.

Bruner J., 1986. *Actual minds, possible worlds.* Cambridge: Harvard University Press.

Bruner J., 1990. *... car la culture donne forme à l'esprit: de la révolution cognitive à la psychologie culturelle.* Paris: Eshel, 1991.

Bruner J., 1992. Another look at new look 1. *American Psychologist,* **47**, 780-783.

Bruner J.S., Bresson F., Morf A. & Piaget J. (Eds), 1958. *Logique et perception* (Vol. VI des Etudes d'Epistémologie Génétique). Paris: PUF.

Bruner J.S. & Goodman C.C., 1947. Value and need as organizing factors in perception. *Journal of abnormal and social Psychology,* **42**, 33-44.

Bruner J.S., Jolly A. & Sylva K. (Eds), 1976. *Play: Its role in evolution and development.* London: Penguin.

Bruner J.S. & Kenney H.J., 1965. Representation and mathematics learning. *Monographs of the Society for Research in Child Development,* **30**, 50-59 (reproduit dans Bruner, 1973a, pp.426-436).

Bruner J.S., Olver R.R. & Greenfield P.M., 1966. *Studies in cognitive growth.* New York: Wiley.

Case R., 1985. *Intellectual development: Birth to adulthood.* Orlando: Academic Press.

Cohen J., 1992. A power primer. *Psychological Bulletin,* **112**, 155-159.

Corkin S., 1968. Acquisition of motor skill after bilateral medial temporal-lobe excision. *Neuropsychologia,* **6**, 255-265.

Deleau M., 1983. Présentation (de Bruner, 1983, pp.11-35).

Fischer J.P., 1979. La perception des problèmes soustractifs aux débuts de l'apprentissage de la soustraction. Université de Nancy I (Thèse de IIIe cycle en Didactique des Mathématiques).

Fischer J.P., 1986. *Eléments de psychologie pour l'apprentissage des mathématiques.* Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1991. Le subitizing et la discontinuité après 3. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp.235-258). Lille: Presses Universitaires.

Fischer J.P., 1992. *Apprentissages numériques élémentaires: la distinction procédural/ déclaratif.* Nancy: Presses Universitaires.

Goldin-Meadow S., Alibali M.W. & Church R.B., 1993. Transitions in concept acquisition: Using the hand to read the mind. *Psychological Review,* **100**, 279-297.

Goldin-Meadow S., Nusbaum H., Garber P. & Church R.B., 1993. Transitions in learning: Evidence for simultaneously activated strategies. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance,* **19**, 92-107.

Greenfield P.M. & Bruner J.S., 1966. Culture and cognitive growth. In D.A. Goslin (ed.), *Handbook of socialization theory and research.* Chicago : Rand McNally (reproduit dans Bruner, 1973a).

La Garanderie (de) A., 1987. *Comprendre et imaginer: Les gestes mentaux et leur mise en oeuvre.* Paris: Centurion.

Lhermitte F., 1982. La pensée sans langage. *Diogène,* n°**117**, 15-29.

Lunzer E.A., Bell A.W. & Shiu C.M., 1976. Numbers and the world of things: A developmental study. Nottingham: University (School of Education).

Rogers P.J., 1989. Teaching mathematics through play to primary school children. *Educational Studies,* **15**, 37-51.

Thornton C.A., Jones G.A. & Toohey M.A., 1983. A multisensory approach to thinking strategies for remedial instruction in basic addition facts. *Journal for Research in Mathematics Education,* **14**, 198-203.

Chapitre III :

Les élaborations théoriques de Brousseau

Brousseau est un didacticien des mathématiques français. Il a débuté sa carrière en tant qu'instituteur et a publié un premier ouvrage en 1965 (Brousseau, 1965). Il s'agit d'un manuel pour les élèves de Cours Préparatoire, dont seul le fascicule 1 (pour le premier trimestre du CP) semble avoir vu le jour et dans lequel on trouve déjà certains avatars de la réforme 1970 dite des "mathématiques modernes" (e.g., la réunion, l'inclusion des ensembles, ...)[1].

Par la suite, Brousseau a eu une carrière d'enseignant/chercheur universitaire, principalement à l'IREM de Bordeaux qu'il a contribué à créer et à développer, notamment par l'adjonction d'une école expérimentale: l'école Michelet. A la fin des années 1970, il a aussi largement contribué au développement de la didactique des mathématiques en France: création d'un 3ème cycle universitaire et, en 1980, de la revue *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Il a d'ailleurs écrit le premier article dans le premier numéro de cette revue, un article qui fait la jonction, sur un point précis - les décimaux - entre les pratiques des années 1960, puis celles des années 1970, et l'ère nouvelle qu'il est censé annoncer (Brousseau, 1980c). Par la suite, il a assez régulièrement publié des articles dans cette revue (voir les références à la fin du chapitre).

1. Théorie initiale

1.1. Exposé

L'exposé initial du processus de mathématisation (Brousseau, 1972) a été fait au cours d'une conférence de l'Association des Professeurs de Mathématiques en 1970 sous le titre: *Apprentissage des structures.* Le processus se compose de 3 dialectiques: la dialectique de l'action, la dialectique de la formulation et la dialectique de la validation. La présentation résumée que je vais en faire est essentiellement empruntée à El Bouazzaoui (1982, p.133 et ss).

a) La dialectique de l'action

Elle consiste à placer l'élève (ou le groupe d'élèves) devant une situation qui lui pose un problème dont la solution est la connaissance à enseigner, sur laquelle il peut agir et qui lui renvoie de l'information sur son action. Il doit pouvoir trouver lui-même la solution en la construisant ou en la choisissant parmi d'autres, sans influence ou suggestion, ni du maître ni du milieu.

Cette dialectique de l'action lui permet donc de créer un modèle implicite, i.e. d'avoir des réactions qu'il ne peut pas encore formuler ni organiser en théorie: «il s'agit de l'association de

[1] Pour un point de vue court, récent et autorisé (mais plutôt pour le secondaire) sur la réforme 1970, je renvoie à Magnier (1993).

certains stimulus à certaines réponses» (Brousseau, 1972, p.60). L'élève donne ainsi du sens à la connaissance qu'il fait fonctionner en tant que modèle implicite qu'il a validé empiriquement. Il ne suffit pas alors de l'interroger pour qu'il explicite le modèle ainsi créé, il faut organiser une autre phase.

b) La dialectique de la formulation
Durant cette phase, l'élève communique à un (ou plusieurs) interlocuteur(s) ce qu'il a trouvé. L'interlocuteur utilise l'information et renvoie à son tour de l'information sur son action. Les deux interlocuteurs sont émetteur et récepteur et échangent des messages qui peuvent être écrits ou oraux. Ils sont rédigés en langage mathématique, selon les possibilités de chaque émetteur. L'émetteur met ainsi à l'épreuve et contrôle le vocabulaire qu'il emploie. Le récepteur ne devrait pas être le maître à cause de son rôle de détenteur du savoir et de la différence de niveau des connaissances des deux qui ne permettraient pas à la dialectique de se développer convenablement.

c) La dialectique de la validation
La validation empirique obtenue par l'élève lors de la dialectique de l'action est insuffisante. Pour qu'il construise lui-même une démonstration et pour qu'elle ait du sens pour lui, il faut qu'il puisse le faire dans une situation où il doit convaincre quelqu'un d'autre. Une situation de validation est l'occasion pour un élève (proposant) de soumettre le message mathématique (modèle de la situation) comme une assertion à un interlocuteur (opposant). Le proposant doit prouver l'exactitude et la pertinence de son modèle. L'opposant peut demander des explications supplémentaires, refuser celles qu'il ne comprend pas (pour en avoir d'autres) ou celles avec lesquelles il n'est pas d'accord (en justifiant son désaccord), etc.. C'est ainsi que, à travers ces échanges, se réalise une dialectique: la dialectique de la validation.

1.2. Exemples

a) Exemple original
Brousseau (1972) développe un exemple de processus de mathématisation. Mais on n'y retrouve pas explicitement les 3 dialectiques décrites ci-dessus. Cet exemple porte sur l'addition dans les naturels (niveau: CP-CE1). C'est une suite de leçons qui illustre 3 points: le travail sémantique, le travail syntaxique, et la construction axiomatique.

Le travail sémantique. Brousseau rappelle d'abord qu'un cardinal est interprété par une grande boîte, dont certaines ont reçu un signe : 11, 9, 8, 6, 3, 4, 2. D'autres n'ont pas de signe, par exemple celle que les adultes noteraient 14, bien qu'elle contienne déjà plusieurs collections et qu'on sache en construire d'autres allant dans cette boîte.

Un exemple d'activité est l'écriture du cardinal d'une collection très nombreuse. Le problème posé aux enfants est, devant une collection d'un grand nombre d'objets, de trouver un message permettant à d'autres enfants d'en réaliser une équivalente en nombre. Par exemple, on réunit 200 objets pour la classe entière, ce qui permet de faire 3 groupes, réunis autour de 3 grandes tables, et disposant chacun de plus de 60 objets.

Le but est d'arriver à des écritures du genre (5+4+5+3+2+8+10), mais aucune idée correcte n'est refusée (des exercices préalables de bijection entre ensembles nombreux ont mis en évidence l'avantage de regrouper en sous-ensembles).

Les résultats que l'on peut obtenir:

◊ un enfant sait compter (très rare) dans l'un des groupes;

◊ une répartition des objets entre les individus: chacun compte les siens;

◊ la construction de sous-ensembles de 5.

Dans le deuxième cas on peut introduire tout naturellement l'écriture souhaitée: (5, 8, 4, 8, 7, 1, 12, 5). Et dans le troisième cas on obtient: (5, 5, ..., 5, 8). On peut se contenter de ces écritures (et admettre "et").

Le travail <u>syntaxique</u> :

◊ on indique que l'écriture habituelle est 5+8+4+8+7+12+5;

◊ l'emploi du signe + permet d'obtenir la désignation de nombreux nouveaux naturels;

◊ les enfants s'aperçoivent que 6+3+5 et 8+6 désignent la même boîte. On sait écrire 6+3+5 = 8+6;

◊ on peut comparer des écritures additives : 9+9+8+3+6 et 4+5+3+8+9+6;

◊ on peut réduire des écritures et faire des substitutions formelles.

Pour ce dernier point on revient à un travail sémantique, par exemple par le jeu des télégrammes. Ce jeu consiste à transmettre le plus rapidement possible l'information 3+4+6+8+2 (= nombre de bijoux). S'il y a course de relais, il y a intérêt à réduire le message : 7+6+8+2 ---> 7+6+10 ---> 13+10 ---> 23 ---> 23. On justifie ces réductions successives par un arbre des calculs.

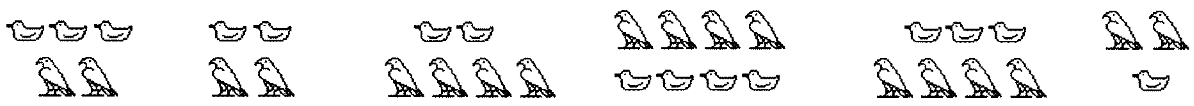
Le début d'<u>axiomatisation</u>. On obtient un répertoire d'égalités. Grâce à des substitutions formelles, on obtient de nouvelles égalités. Par exemple, à l'aide de 3+4=7 on construira 3+4+1 = 7+1 directement, ou encore 3+4+5 = 7+5. Ou bien au contraire, à l'aide de 7+9+3 = 3+11+5 on affirme par simplification 7+9 = 11+5. Devant la prolifération des égalités, on a intérêt à réduire leur nombre, à les classer (table de Pythagore), à effacer certaines bien connues (mémorisation). Cette réduction du répertoire d'égalités à un minimum d'axiomes et de schémas de constructions constitue en fait un début d'axiomatisation de la théorie des naturels.

b) <u>Exemple adapté</u>

Cet exemple concerne (aussi) l'introduction du signe + tel qu'il m'est arrivé de la pratiquer. Cette leçon s'adresse à des élèves de CP, et se situe vers la fin du premier trimestre à un moment où les enfants savent écrire les premiers nombres.

Le principe consiste à coder numériquement une collection, choisie parmi d'autres, pour qu'un camarade (ou groupe de camarades) n'ayant pas participé au choix puisse retrouver la collection choisie.

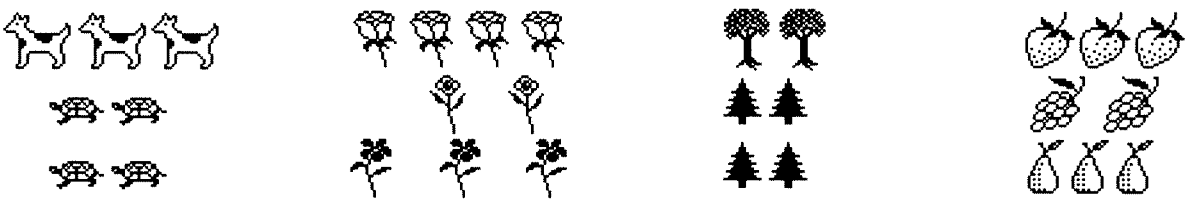
Dans un premier temps, on peut proposer des collections toutes numériquement différentes, par exemple:



Les enfants qui choisissent l'une des collections la redessinent sur un papier (pour permettre un contrôle ultérieur). Le jeu ne présente ainsi guère de difficultés puisque le message numérique "6" par exemple permet d'identifier sans ambiguïté la 3ème collection (pour économiser de la place, j'ai aligné les collections, mais pour éviter que les élèves ne privilégient le rang il peut être préférable de les répartir sur tout le tableau).

Pour rendre le jeu plus "intéressant", la maîtresse change alors les collections et propose par exemple:

Cette fois-ci les enfants, s'ils se contentent de coder la collection choisie (dans les 4 premières) par 7, produiront un message ambigu pour les décodeurs. Comme toutes les collections de 7 diffèrent par la proportion des canards, il est possible de les coder numériquement et sans ambiguïté par une écriture du type 5 , 2 (pour la troisième). On peut, après utilisation de tels codages non conventionnels, finalement dire que le signe habituel que l'on met est +.
L'écriture additive est ainsi introduite pour résoudre un problème pour lequel l'écriture usuelle s'avère insuffisante, alors que dans une didactique plus classique on aurait présenté des collections comme:



en demandant, pour la 1ère (resp. 2ème, 3ème et 4ème), le nombre d'animaux (resp. fleurs, arbres et fruits). Or, à ce stade de l'apprentissage, les enfants savent répondre à cette question sans qu'il y ait besoin d'une nouvelle notion, celle que la maîtresse veut précisément introduire. En conséquence, les élèves proposeront 3 + 4 non pas pour indiquer le nombre d'animaux de la première collection - et donc résoudre le problème posé - comme cela était demandé, mais parce que c'est le jour où l'on apprend le + (si la maîtresse ne l'a pas dit explicitement, les élèves essaieront de le deviner, à des indices indirects).

Cet exemple peut servir à illustrer les 3 phases du processus de mathématisation: en début de jeu, les enfants choisissent, dessinent, réfléchissent et inventent (= actions mentales); puis ils formulent, en langage mathématique - non conventionnel d'abord, conventionnel ensuite - leurs solutions; enfin, en cours d'action, lorsque des récepteurs décodent "mal" un "bon" message, on peut aussi tomber sur d'authentiques (parce que la validation empirique obtenue par comparaison entre la collection identifiée par les récepteurs et celle dessinée par les émetteurs est insuffisante) situations de validation: les proposants doivent "prouver" la pertinence de leur modèle.

Il peut également illustrer un point de didactique générale sur lequel Brousseau (1981, p.100-1) a insisté. Ce point est le suivant: dans les situations de recherche, la pédagogie classique conduit le maître à exploiter immédiatement ou presque la «bonne» déclaration. Et alors, pour 80% d'enfants - les moins vifs et précisément ceux qui sont obligés de chercher, i.e. ceux pour qui la solution n'est pas directement disponible - la recherche est sanctionnée négativement. Ici, le fait qu'un groupe ait trouvé une "bonne" solution n'empêche pas un autre de continuer à écrire des messages ambigus et, sous l'influence de la rétroaction à laquelle conduit la vérification, à chercher des solutions meilleures. Enfin, on peut voir dans l'introduction du signe usuel + une institutionnalisation externe (voir le 3.1 ci-après).

2. Premiers commentaires

2.1. Pourquoi exclusivement des dialectiques ?

Brousseau, lorsqu'il introduit le terme, vient de décrire une phase dialectique et conclut, de manière générale, que c'est un processus dialectique. Qu'il puisse y avoir des phases dialectiques dans la construction des connaissances est quasiment admis par tout le monde. Mais la question importante est de savoir si la construction de toute connaissance mathématique est d'emblée et demeure constamment dialectique,

> «comme s'il n'existait pas, entre les phases de construction dialectique, des phases d'équilibre au cours desquelles la simple logique discursive suffirait à dégager les conséquences nécessaires d'affirmations et négations qui les contenaient d'avance.» (pp.9-10).

Piaget (1980), que je viens déjà de citer, au terme de 60 ans de réflexion sur le sujet, a essayé de démystifier la dialectique en sa signification courante en soulignant notamment que:

> «la dialectique constitue l'aspect inférentiel de tout processus d'équilibration, tandis que les systèmes équilibrés ne donnent plus lieu qu'à des inférences discursives, d'où une alternance continuelle, mais à durées variables, entre ces deux phases de construction dialectique et d'exploitation discursive.» (p.10).

2.2. Apprentissage par «essais et erreurs»

Une seconde critique concerne la possibilité d'adaptation de tous les élèves par essais et erreurs. En effet, El Bouazzaoui laisse entendre que l'enfant arrive à "voir" ses erreurs (p.133). Or l'école piagétienne a lourdement insisté sur le fait que les constats empiriques sont «illisibles tant qu'on ne peut les assimiler à un cadre de référence préalablement constitué» (Gréco, 1963, p.191). On peut par exemple rappeler la très belle expérience de Piaget et Inhelder (1948), reprise par Smedslund, et résumée par Gréco comme suit: à des enfants de 5-7 ans, on présente un bocal contenant un liquide coloré, et on leur demande de dessiner le niveau du liquide quand le bocal aura été diversement incliné. A ceux qui ne prévoient pas l'horizontalité, on demande de bien observer le niveau du liquide tandis qu'on incline effectivement le bocal. Puis, on recommence l'épreuve de prévision: les améliorations sont quasi nulles, et n'apparaissent pas davantage si l'enfant, au lieu de dessiner, doit choisir entre plusieurs dessins modèles.

Pour Gréco, constater la permanence de l'horizontalité exige en effet des mises en relation entre le niveau actuel et un cadre de référence spatial extérieur au bocal. Or ce cadre qui repose sur une structure représentative, ne saurait être tiré des constatations que son absence rend, du reste, impossibles ou incertaines. Cette expérience valait d'être citée, car on aurait pu croire *a priori* que la tâche se bornait à une lecture, à une appréhension perceptive directe du donné extérieur.

Le même Gréco, mais se référant cette fois-ci à une de ses propres expérimentations - *L'inversion de l'ordre linéaire par des rotations de 180°* - distingue un apprentissage empirique orienté vers les simples constats de fait d'un apprentissage structural. Le premier n'aboutit qu'à des savoirs provisoires, rapidement perdus et qui ne sauraient donc se généraliser ou se transposer de façon durable à des situations apparentées. Et le second, précisément, ne procède pas par essais et erreurs.

Et, pour en venir au maître (Piaget, 1959), il a clairement indiqué la forme des relations entre équilibration et apprentissage:

> «l'équilibration constituerait une condition (nécessaire mais non suffisante) de l'apprentissage en ce sens que tout apprentissage supposerait l'intervention de réactions non apprises tendant à son équilibration» (p.183).

En clair, ne peuvent apprendre une notion précise que les enfants qui ont un niveau "suffisant" pour apprendre cette notion. Ceci est la réponse fondamentale (d'après Piaget, en introduction) fournie par les recherches de Inhelder, Sinclair et Bovet (1974), qui écrivent, dans la conclusion de leur travail:

> «la nature des progrès, de même que leur importance, sont toujours et de façon frappante *fonction du niveau initial du développement* du sujet, en d'autres termes des instruments d'assimilation qui lui sont propres» (p.295).

Ceci est aussi l'idée centrale de la notion de Zone Proximale de Développement de Vygotsky, notion dont Bruner avait rapidement vu l'intérêt (cf. le 1.3 du chapitre II).

2.3. Avant l'erreur: les impasses

L'idée que les erreurs, ou les impasses, seraient <u>la</u> source du progrès est une idée séduisante qui a fait beaucoup d'adeptes (voir cependant Fischer, 1988): confronté à un ou des problèmes que ses connaissances actuelles ne lui permettent pas de résoudre, l'élève construirait une connaissance nouvelle satisfaisant à cette fonction. La connaissance nouvelle apparaît donc «comme la solution optimale et découvrable aux problèmes posés» (Brousseau, 1987, p.72).

Comme, dans un enseignement bien conçu, cette connaissance nouvelle est précisément celle que l'enseignant désirait lui enseigner, une voie royale s'ouvrirait ainsi aux enseignants ! Les programmes et instructions pour l'école élémentaire ne manquent d'ailleurs pas de la recommander, en stipulant que les élèves «découvrent les notions comme des réponses à des problèmes» (MEN, 1991, p.104).

Je commencerai par remarquer que, pour des processus perceptifs plus primitifs (i.e. mieux contrôlables), cela ne semble pas le cas. Par exemple, Varela (1988) écrit:

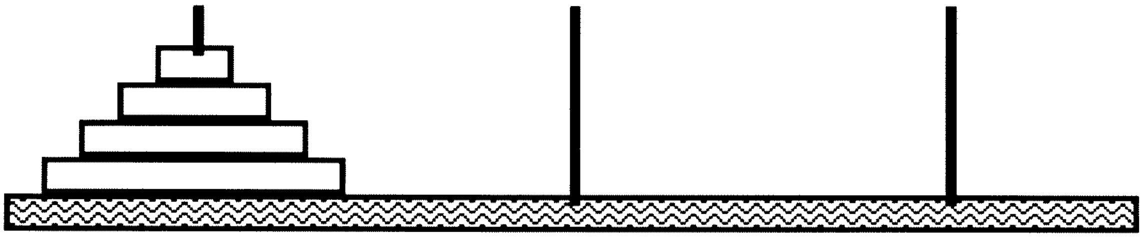
> «Les mécanismes neuronaux sur lesquels repose la perception de la couleur ne correspondent pas à la solution à un problème (comme de trouver les propriétés chromatiques prévalentes des objets), mais à l'apparition simultanée de la perception de la couleur chez l'homme ou l'oiseau et de ce qu'on peut appeler les attributs chromatiques du monde habité.» (p.110).

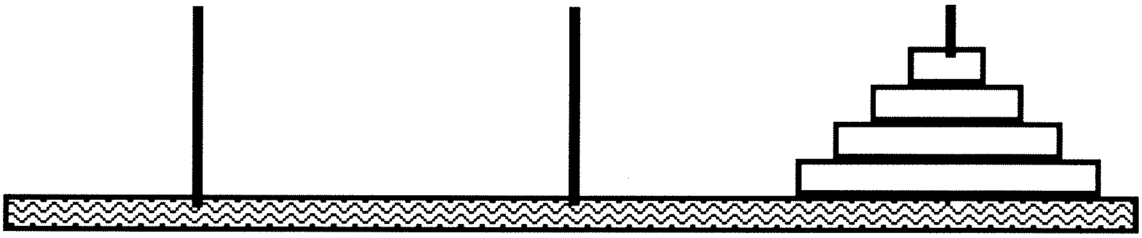
Mais surtout, je voudrais rapporter deux observations "micro-génétiques" récentes, qui ne confirment pas pleinement cette idée.

Siegler et Jenkins (1989) ont étudié la découverte du surcomptage, de la stratégie du MIN plus précisément, sur 8 enfants de 4 et 5 ans sélectionnés à partir d'un échantillon plus vaste. Rappelons d'abord que la stratégie du MIN consiste, lorsque l'enfant est confronté à un calcul comme 3+6 par exemple, à repérer le MINimum (ici 3), et à le surcompter au maximum (ici 6) en disant: «sept, huit, **neuf**». Nous pouvons maintenant rapporter le résultat de l'observation de Siegler et Jenkins: seulement 1 enfant (sur 7) a découvert la stratégie du MIN dans un contexte d'impasse ! Les auteurs concluent:

> «...l'idée commune que les impasses sont essentielles pour l'apprentissage doit être modifiée. Le fait que les stratégies existantes ne produisent pas des réponses correctes s'accompagne habituellement de la génération de stratégies dont le principal apport est d'être plus exactes. Cependant, la présente expérience démontre que les impasses ne sont pas essentielles pour la découverte de stratégies dont le principal apport est une plus grande efficience et/ou élégance.» (p.106).

VanLehn (1991), pour sa part, a analysé le protocole de l'observation d'une étudiante au cours de la résolution du puzzle des tours de Hanoi (que la figure ci-après, montrant les états initial et final, devrait suffire à raviver). Bien qu'il ait antérieurement soutenu que tout apprentissage de règle était provoqué par une grosse impasse, VanLehn n'a pas retrouvé complètement ce résultat dans la présente analyse. En effet, seulement 73% (= 8/11) des apprentissages de règles l'ont été à la suite d'une impasse. Ce sont, en fait, plutôt les généralisations subséquentes des nouvelles stratégies qui sont provoquées par les impasses, un résultat que VanLehn n'a pas manqué pas de rapprocher de celui de Siegler et Jenkins.





2.4. Généralité de la théorie

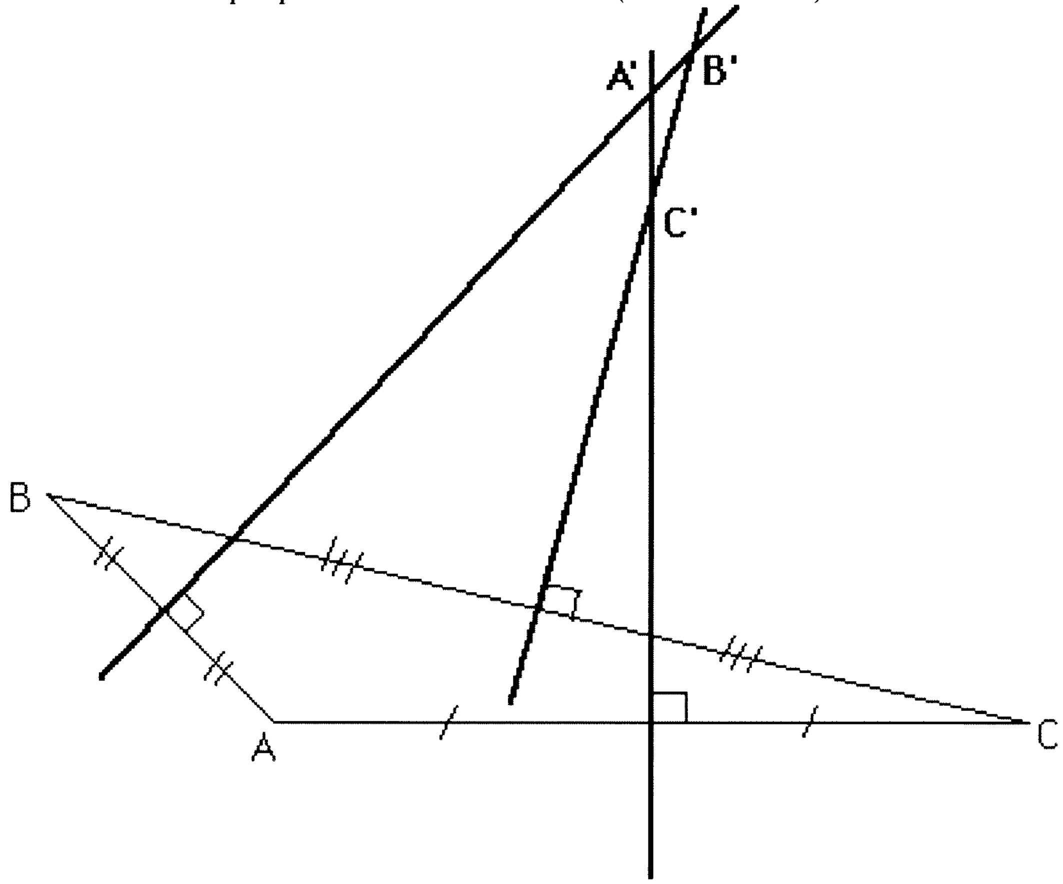
Comme la plupart des théories générales, la théorie initiale de Brousseau est essentiellement adaptée aux exemples qui l'ont générée. Par exemple, aux tout débuts de l'enseignement - la petite section de maternelle - on voit mal comment pourrait fonctionner les dialectiques de la formulation et de la validation. Ces dernières nécessitent en effet une coopération entre les enfants. Et l'on sait bien (cf. Zazzo, 1981) que l'enfant, bien avant d'être capable de faire avec l'autre, fait - par imitation, par besoin de synchronie - comme l'autre. Ou encore que le rythme, parce que le cerveau du mammifère perçoit le rythme tout de suite et partout (cf. Robert, 1982), joue - à ce niveau de la scolarité - un rôle essentiel dans l'acquisition des connaissances. Notons d'ailleurs que, récemment et justement à propos de jeunes élèves (GS ou CP), Brousseau (avec Foucaud) parle aussi de l'imitation et en arrive même à écrire qu' «à condition que chacun accomplisse personnellement sa tâche, le "copiage" est aussi fécond que l'invention» (Foucaud & Brousseau, 1992, p.18).

La théorie initiale de Brousseau ne convient pas non plus pour des élèves plus âgés lorsque l'apprentissage concerne des notions vraiment nouvelles. En effet, la dialectique de l'action, qui est censée donner du sens au savoir construit et qui est d'ailleurs la dialectique la plus générale (les autres n'en sont que des cas particuliers: cf. Brousseau, 1983, p.181), ne peut pas, dans un tel cas, y parvenir: si on a une idée tout à fait nouvelle on ne peut pas la comprendre (Piaget, 1972) ! Gelman et Meck (1991) ont ainsi, plus précisément, souligné qu' «il n'est pas évident qu'un apprentissage à signification mathématique des fractions puisse se construire à partir de ce qui est déjà connu»[2] (p.233) et qu'il est improbable que l'apprentissage des concepts de nombre non approprié au comptage «puisse bénéficier des structures élémentaires existantes» (p.234). D'ailleurs, le fait que Brousseau (1988a, p.314-5) érige en axiome l'assertion que «Pour toute connaissance, il est possible de construire au moins un jeu

[2] Cela n'exclut cependant pas qu'on puisse le construire contre ce qui est déjà connu. Notons aussi que les observations empiriques de Gelman, qui sont à la base de ses réserves, ne concernent que des enfants très jeunes: maternelle, CP et CE1.

formel, communicable sans utiliser cette connaissance, et dont elle détermine pourtant la stratégie optimale» ne fait que renforcer l'hypothèse qu'il est impossible de la prouver.

Néanmoins, comme le remarquent Reyna et Brainerd (1991), les problèmes vraiment nouveaux, dans le sens où l'apprenant n'y percevrait aucun pattern connu, sont rares. Il est donc possible, dans beaucoup de cas et fût-ce au moyen de situations d'action un peu artificielles, d'arriver à créer des modèles implicites. Brousseau (1987) a ainsi, à propos de la rencontre des médiatrices d'un triangle, suggéré d'exploiter une figure d'un triangle ABC dont les médiatrices ne sont pas parfaitement concourantes (voir ci-dessous).



Dans le jeu qu'il préconise, la phase d'action consistera à faire trouver aux élèves des triangles XYZ "plus grands" afin que les triangles X'Y'Z' ne soient pas aussi petits que sur la figure particulière que l'enseignant a tracée. Ainsi les élèves développeront le sentiment qu'il n'est pas facile d'éloigner X' Y' et Z' les uns des autres et auront acquis, dans les phases d'anticipation, une certaine expérience même si elle n'est pas formulable, des relations qui lient les éléments en présence. Ils auront construit un modèle implicite.

2.5. Commentaires sur la validation

La validation par constat empirique, ou observation, est certainement importante en science. Par exemple, Dart et Pradhan (1967) avaient publié un article sur l'enseignement des sciences s'appuyant notamment sur l'observation de communautés népalaises. Cette dernière les a conduits à remarquer que, dans de telles communautés, la vue prédominante est que les connaissances humaines sur la nature constituent un corps fermé, rarement ou jamais extensible, qui est transmis du maître à l'élève et d'une génération à l'autre. Et surtout, que sa source est l'autorité. En fait, soulignent Dart et Pradhan, l'expérience ou l'observation n'est jamais directement suggérée comme critère approprié ou irrécusable de la validité d'un énoncé, ou de sa source. Si l'on considère alors que, comme le soulignent aussi ces deux auteurs, la science ne consiste pas en un corps de faits plus ou moins isolés à mémoriser, mais en un système de relations empiriquement vérifiables entre des concepts plus ou moins abstraits, il devient clair qu'une éducation scientifique doit accorder une place de choix à la validation empirique.

D'ailleurs, dans nos cultures, l'importance d'une validation, si ce n'est empirique du moins objective, peut aussi être soulignée. Elle provient du fait que les choix, jugements ou décisions des êtres humains sont loin d'être toujours guidés par la seule logique rationnelle. Je ne discuterai pas, de manière générale, des "fausses sciences", mais voudrais simplement rappeler ici le sophisme de la conjonction mis en évidence par Tversky et Kahneman (1983; voir aussi Macdonald & Gilhooly, 1990). Ces chercheurs ont raconté à leurs sujets adultes que: «Linda a 31 ans, est célibataire, franche et vraiment brillante. Elle est spécialisée en philosophie. Alors qu'elle était étudiante, elle se sentait profondément concernée par la discrimination et la justice sociales et a participé aussi à des manifestations anti-nucléaires».

Les sujets doivent alors choisir, entre différentes occupations de Linda (e.g., maîtresse d'école), la plus probable. Deux de ces occupations sont formulées ainsi: «Linda est guichetière de banque» et «Linda est guichetière de banque et est une féministe active». Kahneman et Tversky ont observé que les adultes pensent que la 2ème est plus probable que la 1ère. Or, comme "être guichetière et féministe" implique "être guichetière", la 2ème probabilité est nécessairement inférieure à la première !

Pour les mathématiques, comme pour la logique, se pose cependant le problème de l'insuffisance d'une validation empirique: les expériences physiques ne conduisent en effet qu'à une abstraction empirique, alors que les notions mathématiques nécessitent, selon Piaget, une expérience logico-mathématique conduisant à une variété particulière d'abstraction: l'abstraction réfléchissante. Plus pragmatiquement, se pose aussi souvent le problème de la validation d'idées fausses.

Sur ce dernier point, on peut mentionner un exemple bien connu: lorsque des enfants doivent reconstruire une figure géométrique à partir d'un message descriptif envoyé par des camarades, et que la validation consiste en la vérification de la superposabilité des deux figures (l'originale décrite par un groupe et la figure reconstruite par l'autre groupe), il arrive très souvent que des messages descriptifs tout à fait insuffisants conduisent néanmoins à des reconstructions tout à fait exactes. On arrive alors à une validation des codage et décodage par le fait que certaines idées fausses - un carré a ses côtés parallèles aux bords de la feuilles, etc. - sont communes aux deux groupes. Mais, dans la perspective de Brousseau, on peut soutenir que c'est, précisément, le travail du didacticien que d'éviter des situations qui pourraient conduire à la validation d'idées fausses.

3. Institutionnalisation

3.1. Présentation

La phase d'institutionnalisation a été ajoutée par la suite (Brousseau, 1981) au processus initial. L'institutionnalisation du savoir consiste à l'extraire du contexte dans lequel il est apparu pour le rendre autonome, négociable avec d'autres. Elle transforme une expérience en un savoir exportable (Brousseau, 1984a). Plus généralement:

> «Les situations d'institutionnalisation sont celles par lesquelles on fixe conventionnellement et explicitement le statut cognitif d'une connaissance ou d'un savoir. L'institutionnalisation est interne si un groupe fixe librement ses conventions, selon un processus quelconque qui en fait un système quasi isolé. Elle est externe si elle emprunte ses conventions à une culture: c'est la situation la plus fréquente dans la didactique classique.» (Brousseau, 1981, p.113).

L'institutionnalisation est l'un des deux types de jeux principaux du maître. Dans l'institutionnalisation, ce dernier définit les rapports que peuvent avoir les comportements ou les productions "libres" de l'élève avec le savoir culturel ou scientifique et avec le projet didactique: il donne une lecture de ces activités et leur donne un statut didactique.

L'institutionnalisation est justifiée par le fait que, dans un apprentissage par adaptation, l'identification par l'élève de sa réponse comme une nouveauté est impossible. En effet, puisqu'il a pu la trouver par lui-même, il n'aura pas l'impression d'avoir appris quelque chose de nouveau ! «Il faut donc que quelqu'un d'extérieur vienne pointer ses activités et identifie celles qui ont un intérêt, un statut culturel. Cette *institutionnalisation* est en fait une transformation complète de la situation» conclut Brousseau (1986, p.71).

La consigne (lors d'un jeu) nécessite elle aussi une institutionnalisation: c'est alors l'acte social par lequel le maître et l'élève reconnaissent la dévolution (il faut faire quelque chose pour gagner; voir aussi le 4. suivant). Le problème se négocie avec la classe. C'est ce qui distingue (selon Brousseau, 1984a) une situation sadique de mise en échec de l'élève d'une situation honorable d'apprentissage.

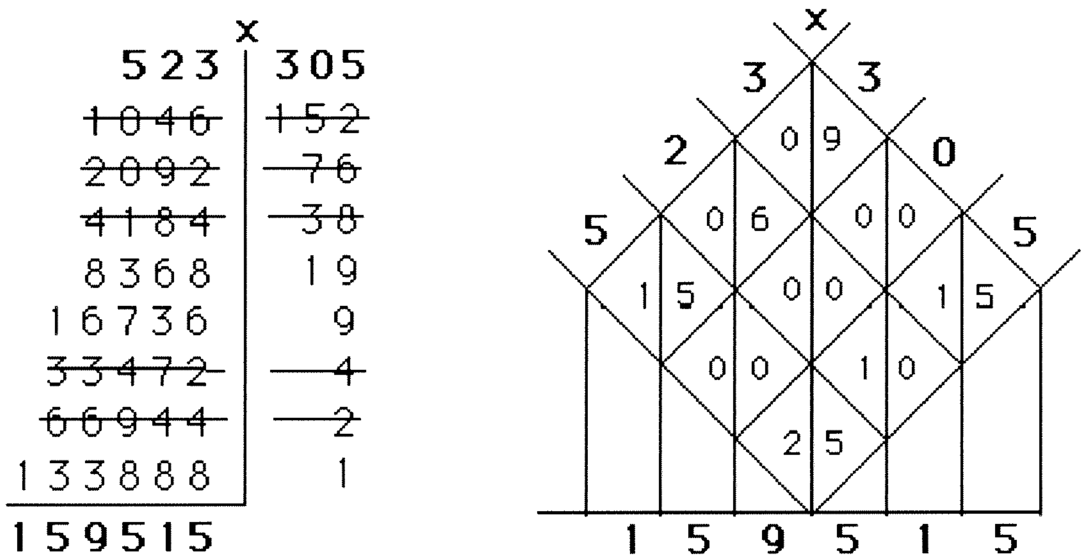
Pour illustrer cette question de la consigne, je voudrais citer un exemple que j'ai pu observer dans une maternelle (petite section). La maîtresse voulait jouer au chat et à la souris avec ses très jeunes élèves: elle expliqua que c'est elle qui était le chat, et eux les souris. L'insuffisance de la dévolution - ou d'un travail préparatoire, car les enfants (qui venaient de grands immeubles environnant l'école) ne savaient visiblement pas encore qu'un chat croque les souris - a totalement fait échouer le jeu: tous les enfants, dès le début du jeu, se sont précipités dans les bras de la maîtresse !

3.2. Illustration

Parmi les connaissances nécessitant une institutionnalisation figurent, typiquement, les algorithmes écrits classiques. Un bon exemple montrant cette nécessité, en vue de créer un savoir exportable, culturellement partagé, me semble se trouver dans les épreuves d'évaluation 1989 de 6ème. Dans ces dernières, on propose, avec la place nécessaire en-dessous pour compléter "classiquement" le calcul, l'item suivant:

$$\text{Calcule: } \begin{array}{r} 523 \\ \times\ \underline{305} \end{array}$$

Or un élève qui utiliserait une technique opératoire non classique pourrait être déboussolé par cette présentation. En effet, d'autres techniques (voir illustration ci-après), comme la multiplication "à la russe" (à gauche) ou "per gelosia" (à droite) n'utilisent pas du tout cette disposition spatiale des termes du produit, et peuvent même éventuellement être plus avantageuses (cf. Brousseau, 1973, pour une comparaison entre les techniques "per gelosia" et classique).



3.3. Discussion

Dans les applications de la théorie de Brousseau que font de nombreux auteurs (e.g., Butlen & Pezard, 1992), l'institutionnalisation consiste souvent en l'**exercice répétitif** de l'algorithme (ou de la notation, convention, ...) privilégié par la culture environnante de l'élève. De même, cette idée de répétition transparaît dans la description générale de la théorie des situations, qu'ont donnée Chevallard et Mercier (1984; voir aussi le 6.1 suivant), lorsqu'ils parlent de **reprise.** Mais Brousseau lui-même, bien qu'il ait pu parler de «canonisation d'une procédure en algorithme» (Brousseau, 1987, p.82), n'insiste pas sur ce point.

Au contraire, à propos de la géométrie, il pense que les conventions de langage, les définitions canoniques, les propriétés fondamentales peuvent être simplement «indiquées», au moment opportun (Brousseau, 1987, p.91). En fait, il insiste surtout sur deux autres points: la référence culturelle et la décontextualisation. Ces deux points, qui semblent étroitement liés dans l'institutionnalisation (au moins externe), et que l'on a souvent, économiquement parlant, intérêt à associer, me paraissent théoriquement indépendants. Et alors l'appellation unique d' "institutionnalisation", qui donne l'impression qu'il ne s'agit là que d'une activité complémentaire pour cause de vie en société, ne me paraît pas la meilleure. En effet, elle masque le fait que la décontextualisation pourrait jouer un rôle moteur majeur dans la dynamique de l'apprentissage[3]. C'est en effet elle qui, du point de vue de Bruner (voir le 1.6 du chapitre II) ou de Fischer (1992a), permet de rendre flexibles certaines connaissances, initialement rigides car adaptées à un contexte précis, et de les rendre ainsi incorporables dans des constructions nouvelles, plus sophistiquées.

En fait, un des intérêts majeurs de l'institutionnalisation pourrait être d'affiner ou d'améliorer le statut que l'élève accorde à ses connaissances[4]. En effet, en apparaissant comme une partie a-didactique de la situation didactique, l'institutionnalisation devrait aider l'élève à voir que l'on a fait un choix et que bien d'autres choix auraient pu être faits. En conséquence, on peut espérer qu'elle va provoquer chez lui un **changement d'attitude**. Une récente observation expérimentale va dans cette direction.

Dans cette observation, Thompson (1992) compare expérimentalement 2 groupes de 10 élèves de 4ème année d'école extraits d'une même classe. Le premier groupe a travaillé avec des blocs de bois: cubes, plaques, barres, unités; le second, dans un micromonde[5] créé sur MacIntosh. Les pré- et post-tests consistent dans des opérations posées (addition et soustraction) sur les entiers et les décimaux, et aussi quelques fractions en lien avec des questions de numération. L'hypothèse générale de l'auteur est que les manipulations prescrites ne sont pas efficaces, qu'il faudrait qu'elles soient mieux reliées aux notations et qu'elles correspondent à des questions que se posent les élèves: elle ne s'est pas confirmée quantitativement et clairement.

Mais l'auteur souligne cependant certaines différences qualitatives, dont la plus intéressante se rapporte au test d'attitude sur la correction d'une addition posée. Ce test a consisté à juger, en présence d'une addition posée classiquement, l'affirmation: «Ceci est la manière CORRECTE d'additionner 8276 et 4185. D'autres manières conduisent au même résultat, mais ce ne sont pas des manières correctes.». Or, et bien que l'auteur ne mette pas cette observation en valeur[6], il s'est avéré que 1 (resp. 7) élève(s) du groupe "micromonde" juge(nt) l'affirmation correcte (resp.incorrecte), contre 5 (resp. 2) élèves du groupe "blocs".

---

[3] L'étude récente des conditions d'utilisation d'une stratégie (de mémorisation) par Melot et Corroyer (1992) suggère que la décontextualisation ne suffit pas pour que l'enfant puisse ensuite l'utiliser délibérément dans des situations analogues. Selon ces auteurs, il faut, en outre, que l'enfant construise des connaissances au sujet des relations moyens-fins à partir de l'information procurée par les relations observées entre les procédures et leurs résultats. Dans la théorie de Brousseau, on peut penser que c'est le processus de validation qui assure cette fonction: Brousseau (1981, p.51-52) le confirme implicitement en soulignant que le processus de validation doit précéder celui de l'institutionnalisation (d'une théorie).

[4] Selon Brousseau (1986, p.97), les connaissances institutionnalisées sont des savoirs. Mais cette distinction entre savoir et connaissance, sur la base de leur statut culturel, ne me paraît pas conforme à l'usage. Par exemple, on peut dire "Je **connais** le théorème de Pythagore" et "Je **sais** réciter (ou formuler, démontrer, illustrer, appliquer, ...) le théorème de Pythagore". Le statut culturel du théorème de Pythagore étant ce qu'il est, ce n'est pas lui qui explique ici l'utilisation préférentielle des verbes "connaître" ou "savoir".

[5] Pour la notion de micromonde, je renvoie à Fischer (1986, pp.57-58).

[6] En particulier il n'a pas fait de contrôle de la significativité statistique: j'ai vérifié, avec le test (unilatéral: le résultat peut être considéré prédit par la théorie) de probabilité exacte de Fisher, limité aux 15 élèves qui ont pris position, qu'elle l'est: $p = .035$.

4. Dévolution et situation a-didactique

4.1. Définitions

Dans les écrits récents de Brousseau, les concepts de situation a-didactique et de dévolution ont acquis une importance théorique majeure, puisque Brousseau (1992, par ex.) définit l'enseignement comme «la dévolution à l'élève d'une situation a-didactique», l'apprentissage apparaissant alors comme «une adaptation à cette situation» (p.3).

Pour Brousseau, les situations didactiques sont des situations ayant pour objet l'enseignement à un élève d'une connaissance déterminée. Mais, lorsqu'on pense qu'enseigner c'est provoquer chez l'élève des adaptations, il convient de choisir judicieusement les "problèmes" auxquels on confronte les élèves. Ces problèmes doivent être tels qu'ils conduisent l'élève à agir (dans un sens général, i.e. aussi parler, réfléchir, évoluer, ...) de son propre mouvement. Ce dernier point doit alors logiquement conduire le maître à refuser d'intervenir: une telle situation est qualifiée d' **a-didactique**. En effet, comme elle est spécifique d'un savoir - la situation a été choisie pour conduire à une connaissance mathématique précise -, elle ne peut pas être qualifiée de non didactique; mais comme disparaît d'elle l'intention d'enseigner, on ne peut pas la qualifier de didactique non plus.

Dès qu'une situation a-didactique est choisie, le maître (dont je rappelle qu'il se refuse d'intervenir), doit en faire **dévolution** à l'élève afin de provoquer l'interaction la plus indépendante possible. Si la dévolution réussit, l'élève accepte le problème comme sien.

4.2. Exemples

Brousseau (1986 ou 1992) fournit l'exemple d'un jeu sur ordinateur destiné à des enfants en fin d'école maternelle. Dans cet exemple, les enfants devaient pointer des lapins (resp. canards) pour les conduire, un à un, dans un pré (resp. mare). Il s'agissait de développer chez ces enfants l'énumération d'une collection. La dévolution de cette tâche se fait en plusieurs étapes. L'une de ces étapes sera la dévolution d'une responsabilité et d'une causalité: de jeunes enfants pourraient en effet attribuer les résultats, bons ou mauvais, à la fatalité ou au hasard. Dans cette étape, il s'agira donc de faire accepter aux élèves qu'ils sont responsables du résultat du jeu. Comme il ne suffit pas de le leur dire, cette dévolution est délicate. Quant à la dévolution de la situation a-didactique, elle ne porte pas sur l'objet de l'enseignement lui-même (i.e., l'énumération). En particulier, on ne décrira pas une procédure "fixe" d'énumération. Elle portera sur les situations qui caractérisent l'objet de l'enseignement: il faut que l'élève sache effectuer l'énumération d'une collection dans des conditions variées. Autrement dit, qu'il en ait une connaissance procédurale implicite: selon moi, une telle connaissance s'acquiert par l'exercice (Fischer, 1992a).

Brousseau (1988a) fournit un autre exemple: un jeu de soustraction typiquement adapté à des élèves de CP/CE. Dans ce jeu, les élèves doivent dire combien il y a d'objets dans une boîte, alors que l'on vient (à leurs vu et su) d'en mettre 52 et d'en enlever 50 par exemple. Au début, la formulation des questions varie mais garde toujours les caractères d'une conversation

courante, puis, après avoir incité les élèves à anticiper, l'enseignant peut déclarer qu'il s'agit:
◊ pour chacun d'apprendre à répondre en étant sûr de sa réponse ou de savoir qu'on ne peut pas être sûr;
◊ pour la classe de trouver, sans que ce soit le maître qui l'enseigne, et de dire quelles méthodes on peut employer;
◊ pour chacun d'apprendre en réitérant des essais, en profitant des idées des autres si on les croit bonnes.

4.3. Commentaires

A priori, la dévolution semble pouvoir se limiter à une formulation claire et sans ambiguïté des consignes. Par exemple, dans un récent travail, Teule-Sensacq et Vinrich (1992) se sont intéressés à l'influence, sur sa résolution subséquente, de la mise en place des données dans un énoncé classique de problème arithmétique (voir encadré).

> 25, 18, 33 et 22
>
> On allume à □ h une bougie qui mesure □ cm de hauteur. Le même jour, on éteint la bougie à □ h, elle ne mesure plus que □ cm.
>
> 1°) De combien la bougie a-t-elle diminué ?
> 2°) Quelle est la hauteur de cire consommée en une heure.

Dans ce cas, la dévolution du problème a consisté à distribuer les énoncés, faire lire silencieusement, puis retourner, la fiche (avec le problème); ensuite le maître pose la question: «Que faut-il faire ?», ceci en vue de mettre en évidence l'existence de la CONSIGNE et du texte avec les données numériques misent "en vrac" au-dessus de l'énoncé.

Toutefois, c'est lorsque cette formulation "claire" des consignes est particulièrement délicate, que le travail de dévolution pourrait s'avérer le plus pertinent. Notamment pour des notions difficiles à expliciter (e.g., la démonstration, la déduction, ...) ou avec de très jeunes enfants. D'ailleurs, le choix, par Brousseau, des exemples illustrant son concept de dévolution (rapportés dans le 4.2 précédent) semble le confirmer: le premier est adapté à de jeunes enfants (5 ans), alors que le second pose des problèmes de nécessité et la différence subtile et bien connue entre "Je ne sais pas" et "On ne peut pas savoir".

5. Contrat didactique

5.1. Essai de définition

Le contrat didactique est l'ensemble des comportements attendus du maître par l'élève, et réciproquement l'ensemble des comportements attendus de l'élève par le maître. Que faut-il savoir faire ? A quoi voit-on qu'on a réussi ? Qu'est-ce qu'il faut dire ? Qu'est-ce qu'on aurait pu faire d'autre ? Qu'est-ce qu'il faut apprendre ? Qu'est-ce qui aurait été une erreur ? Etc. C'est en quelque sorte la **règle du jeu** par laquelle passe l'enseignement.

Pour Brousseau (1986), le contrat didactique est le **moyen d'établir les règles et stratégies** de base, puis de les adapter aux changements de jeux de l'élève, dans le jeu du maître avec le système élève-milieu. Brousseau poursuit:

> «A chaque connaissance, et peut-être à chaque fonction d'une connaissance, doivent correspondre des situations (des problèmes) spécifiques et probablement des contrats didactiques. L'évolution des joueurs et du jeu - à l'encontre des jeux à règles fixes - conduit à des remises en causes des connaissances et du contrat didactique.» (p.65).

Mais comment le contrat se situe-t-il par rapport aux autres élaborations théoriques majeures de Brousseau ? Comme en témoigne la possibilité d'institutionnaliser les consignes, le processus de mathématisation initial, enrichi par l'institutionnalisation, ne suit plus un déroulement linéaire séquentiel: d'abord la situation d'action, puis de formulation, puis de validation, et enfin d'institutionnalisation. En outre, il peut aussi arriver que la dévolution ne s'opère pas: l'élève refuse, évite ou ne résout pas le problème. En conséquence, il convenait de trouver un outil permettant à l'enseignant une gestion du processus, nécessairement plus complexe, et devant être, compte tenu des variances individuelles, souple et adaptable. C'est, me semble-t-il, au contrat didactique qu'est dévolue, dans les écrits récents de Brousseau, cette fonction. Le contrat didactique se transforme alors, en théorie, en «*processus de recherche d'un contrat* hypothétique.»

5.2. Ruptures du contrat

En fait, ce sont les **ruptures** du contrat qui sont importantes (cf. Brousseau, 1984b, p.101; 1986, p.51). Ce sont en effet les moments de rupture qui permettent la mise en évidence expérimentale de l'existence du contrat (Brousseau, 1988a, p.322). On a, à ce sujet, beaucoup cité les recherches sur les problèmes absurdes (IREMG, 1980). Rappelons-en le principe et les résultats.

Une série d'énoncés "absurdes" ont été proposés individuellement et par écrit aux élèves de 7 classes de CE et 6 de CM. En voici quatre exemples:

◊ Un berger a 360 moutons et 10 chiens. Quel est l'âge du berger ?

◊ Dans une classe, il y a 12 filles et 13 garçons. Quel est l'âge de la maîtresse ?

◊ Dans un bateau il y a 36 moutons, 10 tombent à l'eau. Quel est l'âge du capitaine ?

◊ Il y a 7 rangées de 4 tables dans la classe. Quel est l'âge de la maîtresse ?

En sachant que chaque énoncé est complété par la question: «Que penses-tu de ce problème ?», les résultats obtenus sont rassemblés dans le tableau suivant:

	aucune expression d'un doute	expression d'un doute	impossible de répondre	non prise en compte des données	feuille blanche	nombre total d'élèves
CE	127	16	20	0	8	171
CM	23	13	74	5	3	118

Ces résultats montrent donc que les trois quarts environ des élèves de CE, et encore le tiers de ceux de CM, trouvent en fait "la" réponse. De telles proportions, qualifiés d' «assez inquiétantes» par les auteurs de l'expérimentation, peuvent effectivement faire penser à un "mauvais" contrat: l'enseignement scolaire aurait conduit ces élèves à l'idée que, dans un problème, il faut faire un calcul et trouver une réponse.

En fait, d'autres explications qu'en terme de rupture de contrat sont possibles. On peut notamment observer que la lecture d'un énoncé nécessite l'interprétation et l'utilisation du langage. Elle sera donc influencée par les effets "top-down" de ce que De Corte et Verschaffel (1985) ont appelé un "schéma de problème verbal". Le but principal de ce "schéma" est d'encoder les règles implicites, les suppositions et les conventions concernant les problèmes verbaux. Ces règles permettront à l'élève d'interpréter "correctement" certaines ambiguïtés et de compenser certaines insuffisances du texte verbal. Le comportement des jeunes élèves montre donc que ce schéma est déjà bien en place[7]: en ce sens, les résultats de l'expérimentation paraissent donc rassurants (voir aussi Brissiaud, 1988) ! Soulignons d'ailleurs, à propos de ces problèmes absurdes, le comportement contradictoire de certains auteurs: d'un côté, ils font un "plaidoyer pour l'erreur" (Baruk, 1986), et de l'autre, ils sont scandalisés lorsque que les élèves en font de jolies (Baruk, 1985) !

5.3. Contrat et échec

Pour Brousseau, les raisons des échecs électifs ne sont pas, comme les parents le croient encore souvent, dans des déficits organiques (troubles psychomoteurs, troubles du langage, dyslexie ou débilité mentale,...). Elles tiendraient principalement à un mauvais fonctionnement du «contrat didactique».

Les maîtres seraient alors responsables des échecs : «Il y a de mauvais contrats, précise Guy Brousseau. Quand le maître accorde de l'importance à des choses qui n'en ont pas, quand il véhicule une conception erronée du fonctionnement des mathématiques ». (source: Le Monde de l'Education, déc. 1980).

Par la suite, Brousseau (1984a) a aussi souligné qu' «il y a eu beaucoup de malheur avec le concept de contrat didactique », et dit (avec regret) que «pour certains professeurs, c'est devenu ce que l'on doit convenir avec l'élève», et «qu'il y a alors de bons et de mauvais

[7] Trop bien même ! Comme Piaget (1977) a pu l'observer, à propos des proportions numériques, une notion nouvellement acquise est souvent utilisée abusivement au début.

contrats». Mais comme le montre la citation ci-dessus c'est lui-même qui a appliqué - même si c'est, peut-être, avec des critères différents - le qualificatif mauvais au contrat !

La (ou en tout cas une des) recherche principale qui a conduit Brousseau à introduire la notion de contrat didactique est une recherche sur les enfants en échec électif (Brousseau, 1980a). Dans un papier résumant cette recherche, Brousseau (1980b) indique que le pourcentage de tels enfants (si on prend pour source les appréciations des maîtres) n'est que de 6% et, qu'en 3 ans, il n'a pu étudier que 5 cas. Il pense que la cause de ces échecs électifs est plutôt à chercher du côté des contrats. Pour arriver à une telle conclusion, il élimine l'approche médicale - qu'il limite à la dyscalculie (infantile) - en expliquant qu'elle ne repose pas sur des connaissances scientifiques, une critique qui ne me paraît pas justifiée (voir, par exemple, John et al., 1977).

5.4. Critiques

Deux sortes de critiques, de nature tout à fait différente, ont pu être formulées à l'encontre de la notion de contrat. L'une tient simplement au fait que, en général, un contrat est explicite. Or toute la description que nous avons pu en faire ci-dessus montre que, en fait, il ne l'est pas, ou guère. Brousseau (1984b, p.100) le confirme d'ailleurs en écrivant que le contrat détermine - «explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement» - ce que chaque partenaire a la responsabilité de gérer. Je ne m'attarderai donc pas longtemps sur cette première sorte de critiques, que Brousseau (1986, p.56) accepte. En revanche, je vais approfondir davantage la seconde. Les critiques portent ici sur le fait que la notion de contrat n'est pas spécifique d'une connaissance particulière (par exemple mathématique), et donc qu'une notion générale de "contrat pédagogique" (Filloux, 1974) serait suffisante.

Une telle critique a été notamment formulée par Develay (1992) qui commence par s'interroger:

> «Existerait-il un contrat spécifique à l'enseignement de chaque discipline tel que l'élève participant à un cours d'anglais s'attendrait à une autre relation au savoir que ce qui peut se passer pour un cours d'histoire ou de sciences ?» (p.83);

puis, remarque:

> «La lecture des travaux concernant la notion de contrat didactique, y compris la dernière distinction (= entre les habitudes ou coutumes qui relèvent du contrat pédagogique courant et ce qui se passe dans une situation d'apprentissage/enseignement qui relève du contrat didactique), ne parviennent pas à nous convaincre qu'il s'agit d'un concept didactique qui ne peut se comprendre qu'en partant de la spécificité des contenus des savoirs qui médiatisent la relation enseignant-enseigné.» (p.85).

pour terminer (p.87) en qualifiant la création du concept de contrat didactique de «peut-être gratuite», et le concept lui-même d'«excentré par rapport à la réflexion didactique».

J'ai d'ailleurs moi-même pu vérifier une conséquence assez spectaculaire d'une rupture de contrat dans mon enseignement de psychologie. Dans une petite expérimentation consistant à comparer l'efficacité respective de deux types de cours - l'un au tableau noir, l'autre sous forme de document écrit à étudier - les étudiants, après près de 10 heures d'enseignement, ont régressé à l'un des items communs aux pré- et post-tests ! La raison tient principalement dans une rupture du contrat. En effet, lors du post-test, j'ai posé une question qui n'avait pas eu de réponse dans le cours. Les étudiants ont alors souvent donné une mauvaise réponse, mais qui avait le "mérite" de figurer par ailleurs dans le cours ! Ils semblent donc avoir appliqué la règle implicite qu'un post-test désirant contrôler un apprentissage porte sur des notions effectivement enseignées (Fischer, 1993b).

Brousseau (1986) avait déjà répondu à cette sorte de critique en affirmant que «Le contrat didactique n'est pas un contrat pédagogique général. Il dépend étroitement des connaissances en jeu.» (p.50). Mais cette affirmation est peu argumentée: il me semble que, à propos des problèmes arithmétiques verbaux notamment, on pourrait argumenter que c'est un genre littéraire très particulier, et donc que le contrat doit présenter certaines spécificités.

6. Théorie des situations

6.1. Présentation

La théorie des situations didactiques est la version plus actuelle, i.e. avec la composante institutionnalisation et avec un vocabulaire parfois un peu autre, du processus de mathématisation de Brousseau (1972). Chevallard et Mercier (1984) la résument ainsi:

> «La théorie des situations didactiques proposée par Guy Brousseau distingue a priori quatre grands types de situations, en fonction du type d'interaction que les élèves ont avec le savoir: situations d'action, situations de formulation, situations de validation, situations d'institutionnalisation. L'élève y est respectivement confronté à la résolution d'un problème, à la nécessité de communiquer sa réponse, à la construction d'une solution contre d'autres réponses possibles, enfin à la reprise, par l'enseignant, de l'ensemble des résultats dégagés (en termes de notions, de méthodes, etc.). Ces conditions semblent être les conditions minimales pour que l'on puisse affirmer que l'élève dispose (localement au moins) d'une notion qu'il aura produite et qu'il se sera approprié.» (p.21).

Notons aussi que, vraisemblablement sous l'influence des travaux de Balacheff, la situation (ou dialectique) de validation est souvent appelée situation de preuve, mais il ne semble pas qu'il y ait une distinction nette entre les deux (cf. Balacheff, 1984).

Pour Brousseau (1987), «*la théorie des situations* n'est rien d'autre qu'une liste de conditions à satisfaire pour améliorer les chances de l'élève de parvenir à la solution dans de bonnes conditions, c'est-à-dire en évitant les pertes de sens intempestives» (p.76). En conséquence, il propose de réaliser le programme suivant:

◊ Trouver une situation-problème fondamentale (voir le 7.1 suivant), i.e.:

- énoncer un problème dont la solution nécessite l'emploi par l'élève de la connaissance seule (si possible sans que d'autres connaissances interviennent);
- faire apparaître les variables (de cette situation) dont les changements de valeur provoquent des modifications qualitatives des stratégies optimales, ainsi que celles qui changent le statut cognitif de la connaissance visée;
- s'assurer que la situation ainsi obtenue permet d'engendrer par ce système de variables tous les problèmes culturellement connus où la connaissance intervient.

◊ Examiner les difficultés et les échecs des élèves que permet de prévoir cette situation fondamentale fonctionnant de façon quasi-isolée et les confronter aux observations. A cette fin on pourra:

- envisager la non conformité avec la situation fondamentale des situations réellement utilisées comme une cause d'échec;
- examiner d'autres sources d'échecs (e.g., négociation du contrat) ou de difficulté (e.g., rupture du contrat).

◊ Revenir à la situation fondamentale et étudier l'enchaînement des situations d'apprentissage auxquelles elle peut conduire.

6.2. Rôle de la rétroaction

El Bouazzaoui (1982) a cherché à appliquer la théorie de Brousseau à l'apprentissage des premiers nombres par les élèves de CP. Elle définit une bonne situation d'apprentissage comme une situation où il y a rétroaction (feed-back). Mais pas n'importe quelle rétroaction: la rétroaction introduite de manière arbitraire et extérieure - il est demandé à l'élève de recommencer, de vérifier, etc... - n'a évidemment pas ses faveurs. L'auteur argumente qu'une telle vérification ne prouve pas que c'est juste. La bonne rétroaction est celle où le sujet contrôle l'action. Par exemple - je résume, simplifie et change (écrire est remplacé par dessiner (un nombre de cubes)) l'illustration proposée par El Bouazzaoui - pour dessiner une collection de cubes, les élèves peuvent compter le nombre de cubes et faire le même nombre de dessins: ils peuvent alors contrôler leur production dessinée en faisant correspondre un cube à chaque dessin. Autrement dit, pour qu'une telle rétroaction soit possible, il faut que l'élève dispose d'un modèle "sophistiqué" M1 - ici le comptage des deux collections - et d'un autre M2, plus primitif, - ici la correspondance 1 à 1 - qui permet le contrôle du premier.

A propos des exemples précis proposés par El Bouazzaoui, on peut souligner deux limitations de ce contrôle par le sujet de ses propres actions. La première provient du fait que la bonne rétroaction ne peut se produire que lorsque le sujet améliore un savoir ancien (et non pas lorsqu'il apprend quelque chose de nouveau), puisqu'il a besoin de disposer d'un modèle primitif. Ceci est masqué par le fait que les deux exemples de rétroaction ne portent pas sur une même tâche: dans le cas de la mauvaise rétroaction, le sujet doit dire le nombre, alors que dans l'exemple de bonne rétroaction il peut dessiner (et El Bouazzaoui utilise précisément ici le terme écrire que je me suis permis de ne pas réutiliser car il me paraît trompeur) la collection. De plus, on peut souligner que le problème de la preuve (que c'est juste) n'est pas mieux résolu: si un enfant compte en faisant la même erreur de comptage, ce n'est certainement pas la correspondance 1 à 1 qui lui permettra de détecter les erreurs de comptage (ou d'améliorer sa suite idiosyncrasique de mot-nombres). Au contraire, le feed-back positif - il gagne au jeu ! - risque de le conforter dans ses erreurs.

6.3. Situation et sens

La préservation maximale du sens paraît un objectif majeur (et un choix théorique non contestable) de la théorie des situations. Simplement, se pose la définition du sens.

Des définitions générales ont été proposées. Par exemple, Vergnaud (1990, p.158) définit le sens d'une situation (ou d'un signifiant) pour un sujet individuel comme les schèmes évoqués chez cet individu par cette situation (ou ce signifiant). Brousseau (1987, p.74) a lui-même précisé que «La signification d'une connaissance est l'association (consciente) de cette connaissance considérée comme signifiant avec un signifié (définition ou reformulation par exemple) et avec un référent». Mais tout cela reste bien trop général pour guider le travail du didacticien.

Brousseau (1988b) essaie cependant d'approfondir sa définition du sens (en théorie des situations). Le sens apparaît alors comme:

◊ un tissu de raisonnements et de preuves;
◊ un tissu de reformulations et de formalisations;
◊ des modèles implicites associés;
◊ et des rapports entre ces différentes composantes.

Cette définition paraît plus précise. Les 3 premières composantes du sens reflètent les 3 principales situations que Brousseau a décrites (initialement), à savoir, respectivement, les situations de validation, de formulation, d'action. On peut faire l'hypothèse que la 4ème composante, i.e. les "rapports entre ces différentes composantes", à l'évidence d'une autre nature, est gérée dans la négociation du contrat didactique. Dans ce cas, et si on ne l'inclut pas aussi dans la 4ème composante, seule l'institutionnalisation est vraiment absente. Cela pourrait s'expliquer par le fait que, pour Brousseau, elle n'intervient guère dans le sens[8].

7. Autres élaborations

7.1. Variable didactique

Lorsque le didacticien construit une situation pour, par exemple, l'apprentissage des premiers nombres, il peut jouer sur certaines variables "de situation" ou "didactiques": la nature des objets, leur forme, leur disposition, le temps d'exposition de la collection, etc.. S'il fixe bien ces variables, il peut alors arriver à des situations qui "contraignent" l'élève à aller dans le sens de l'apprentissage visé. Ainsi, dans l'exemple de la partie 1.2.a, c'est en jouant sur la variable "taille des collections" que Brousseau a fait émerger des écritures additives.

A propos de la division, Brousseau (1988b) identifie quatre groupes de variables pertinentes:

◊ 1er groupe: <u>les nombres</u>. Dans ce groupe on peut faire varier la structure mobilisée (naturels, rationnels, décimaux, ...), l'expression des nombres (fractionnaire ou décimale), leur taille (<1, entre 1 et 2, "petits" nombres, "grands" nombres), leur fonction mathématique (cardinale, mesure scalaire, ...)

◊ 2ème groupe: <u>les types de grandeurs</u>. On peut les choisir dans différents domaines physiques,

[8] Ce point de vue n'est pas celui de tout le monde: par exemple, Siegler et Jenkins (1989, p.112) soulignent que «la compréhension n'arrive souvent qu'avec l'usage».

de différentes dimensions, ou encore les définir suivant différents modes (grandeurs-produits, grandeurs-dérivées, grandeurs-quotients).

◊ 3ème groupe: les situations didactiques. Les divers types de situation possibles sont: la situation a-didactique objective, la situation de référence (a-didactique), la situation d'apprentissage (a-didactique), la situation d'enseignement (didactique), la situation métadidactique.

◊ 4ème groupe: les techniques de calcul enseignées précédemment. On peut avoir, antérieurement, pratiquer des manipulations de "partage", des soustractions répétées, des mises en facteur (tâtonnement, devinette...), l'encadrement systématique, etc.

En géométrie, Brousseau (1987), à propos d'une situation fondamentale consistant à tracer une figure superposable à une autre, souligne que la taille des objets à traiter est la variable la plus importante. Ceci parce que la conception qu'ont les élèves des objets géométriques, le traitement qu'ils en font, dépend de leur taille. Par exemple, la notion d'angle n'existe pratiquement pas pour des objets de petite taille. En outre, les bornes d'utilisation ou de conception de divers objets géométriques coïncidant, il peut y avoir plusieurs conceptions qui coexistent.

7.2. Saut informationnel

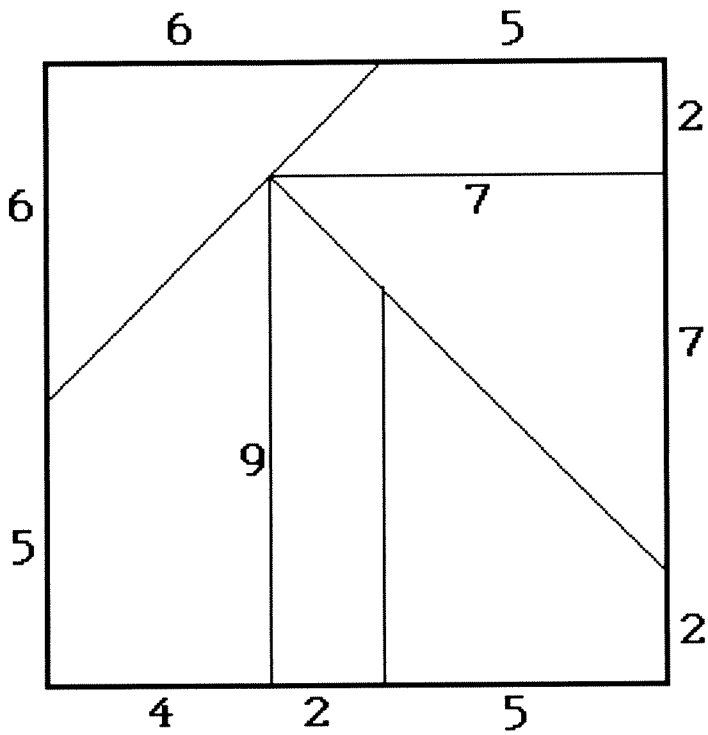
Au début de l'apprentissage des premiers nombres (maternelle et début de CP) les élèves disposent essentiellement de deux modes de comparaison numérique des collections: le comptage et la bijection. Si le maître veut faire évoluer ces procédures, il peut augmenter la taille (numérique) des collections à comparer. Mais s'il l'augmente petit à petit les élèves continueront à utiliser les anciennes procédures en les améliorant (comptage mieux organisé par exemple). D'où l'idée de saut, i.e. d'une augmentation brutale de la taille des collections à comparer: ainsi on peut bloquer ou, pour le moins, décourager, l'utilisation des procédures anciennes et favoriser l'émergence de procédures nouvelles (ici la comparaison à l'aide d'une correspondance paquet à paquet).

L'étude micro-génétique de la découverte de la stratégie du MIN (voir le 2.3 précédent) par Siegler et Jenkins (1989) confirme le bien fondé et l'intérêt didactique de cette notion. Siegler et Jenkins ont en effet remarqué que la plupart des enfants n'utilisent que rarement la stratégie durant la période qui suit immédiatement la découverte. Mais, remarquent-ils, cela change de manière impressionnante quand on les soumet à des calculs "challenges", comme 23+2, 1+14, 24+3, ...

7.3. Obstacle épistémologique

La notion d'obstacle épistémologique est inspirée par le philosophe Bachelard, en particulier de son célèbre ouvrage *La formation de l'esprit scientifique* . Brousseau (1981, p.72) voit dans la prégnance du modèle additif, au cours d'une activité d'agrandissement d'un tangram, un obstacle épistémologique. Détaillons cette activité.

Les élèves (de CM) devaient fabriquer un tangram semblable à celui ci-dessous, plus grand, tel que le côté 4 mesure 7. L'observation a montré que les élèves commencent par ajouter 3 à toutes les longueurs.



Personnellement je ne vois pas clairement pourquoi cet obstacle serait plutôt épistémologique que génétique. En effet et par exemple, Piaget (1977) a souligné, qu'au niveau I, vers 5-6 ans, il y a une véritable myopie à l'égard de structures multiplicatives pourtant simples et transparentes dans les exemples qu'il a choisis. Il est vrai que la démarche de Piaget, qui a essayé de faire de l'épistémologie en utilisant la psychologie génétique, n'est pas idéale pour nous éclairer sur la différence entre les deux ! Mais comme il ne pourrait s'agir que d'un problème de vocabulaire et que je ne voudrais pas entretenir davantage un débat ancien et controversé (voir Brousseau, 1983; Glaeser, 1981 & 1984), je ne prolongerai pas cette discussion.

En revanche, je voudrais encore souligner que Brousseau (1984b) a fait du franchissement d'un obstacle épistémologique - ou au moins du rejet d'une erreur - la base de toute acquisition du savoir, un postulat que je n'ai pas envie de reprendre (dans sa généralité). D'une part, à cause de mes observations et conclusions sur l'acquisition du principe cardinal (voir, par exemple, Fischer & Meljac, 1987; Fischer, 1993a); d'autre part, à cause de mon propre point de vue sur l'erreur (Fischer, 1988; 1992a pp.186-187; voir aussi les parties 2.2 et 2.3 de ce chapitre).

7.4. Phénomènes didactiques

a) L'effet «Topaze»

Dans la première scène du célèbre «Topaze» de Pagnol, Topaze dicte (à un mauvais élève): «... des moutonsses étai-hunt ...», afin que ce dernier n'oublie pas les marqueurs usuels du pluriel. Par référence à cette scène, Brousseau appelle «effet Topaze» cette négociation à la baisse de la mise en oeuvre des connaissances visées, jusqu'à leur disparition.

Il me semble que Brousseau commet ici une erreur de catégorie. Non pas tellement parce qu'il ne s'agit pas d'un phénomène spécifique à une connaissance (mathématique ou autre), mais parce qu'il s'agit d'un problème de récupération en mémoire. Or, ayant exclu la mémorisation (au niveau de l'élève) de sa théorie[9], il ne peut en discuter que de manière caricaturale à l'intérieur de cette dernière. Notons d'ailleurs que si l'on replace la stratégie de Topaze dans une théorie de la mémoire, Topaze apparaît comme un précurseur de la méthode des indices évanescents (*method of vanishing cues*) développée initialement par Glisky, Schacter et Tulving (1986) et ayant connu quelques succès dans la rééducation des amnésiques (voir Fischer, 1992a, p.14). En accord avec ce rapprochement, on peut observer que Topaze applique sa stratégie à un "mauvais" élève[10], et que dans une récente recherche de Glisky (1992) la méthode des indices évanescents n'a profité qu'aux amnésiques, et pas aux sujets normaux (parce que ces derniers peuvent avoir recours à une mémoire explicite intacte).

b) L'effet «Jourdain»

C'est par référence à la scène du "Bourgeois Gentilhomme" de Molière, où le maître de philosophie révèle à Jourdain ce que sont la prose ou les voyelles, que Brousseau appelle ainsi le jugement d'un professeur qui reconnaît l'indice d'une connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses de l'élève, bien qu'ils soient en fait motivés par des causes et des significations banales.

Bien entendu, Brousseau ne manque pas de citer, pour illustrer l'effet Jourdain, le groupe de Klein. Rappelons que, dans les années 1970, ce dernier était un "must" à l'école élémentaire. M. l'Inspecteur Général Duma (1973), par exemple, proposait, entre autres, le jeu suivant (à pratiquer dans une salle de classe rectangulaire):

a) on reste sur place

b) on se déplace suivant le "petit côté"

c) on se délace suivant le "grand côté"

d) on se déplace suivant la diagonale.

Ce jeu permet de retrouver les propriétés du groupe de Klein, comme l'illustre la table de la loi "o" (composition de déplacements) ci-après:

o	**a**	**b**	**c**	**d**
a	a	b	c	d
b	b	a	d	c
c	c	d	a	b
d	d	c	b	a

9 Ce choix est lui-même discutable car si l'on admet que «la mémoire est à la base de la signification» (Edelman, 1992, p.274), il paraît difficile de discuter de signification sans parler de mémoire.

10 Un "mauvais" élève est surtout, selon moi, un élève qui a une mauvaise mémoire. En effet, la mémoire explique mieux que tout autre facteur (e.g. le raisonnement, même en mathématique) la réussite scolaire des élèves (du moins en début de collège: cf. Lieury et al., 1992).

7.5. Mémoire didactique

La définition opératoire de la "mémoire de l'enseignant" est «ce qui le conduit à modifier ses décisions en fonction de son passé scolaire commun avec ses élèves, sans pour autant changer son système de décision» (Brousseau & Centeno, 1991, p.172). La méthode expérimentale d'étude de cette mémoire consistera donc à faire «varier les conditions d'héritage du système»: dans l'un des 2 groupes expérimentaux, l'enseignement est confié à un seul et même enseignant, qui, de ce fait, «connaît» toute l'histoire de l'apprentissage en cours; dans l'autre groupe, des enseignants différents se succèdent, chacun effectuant une leçon différente.

La mémoire didactique de l'enseignant peut avoir aussi bien des effets positifs que négatifs sur l'apprentissage des élèves. Par exemple, dans le cadre de l'approche expérimentale à laquelle nous venons de faire allusion, un effet positif a pu être observé dans un problème de proportionnalité: un élève y avait substitué "4 pour 6" à "6 pour 4"; la maîtresse a alors renvoyé à la situation de référence d'introduction des fractions (épaisseur d'une feuille de papier sachant, par exemple, que 60 feuilles font 7 mm: voir Brousseau, 1981, p.88 et ss), un renvoi qui a permis à l'élève de rectifier. Les auteurs commentent:

> «Il (= l'élève) a été ramené, par l'évocation de la situation des feuilles de papier, aux conditions qui lui avaient permis de donner du sens aux fractions. Pour ce faire, la maîtresse a utilisé, en plus de la connaissance qu'elle a de la situation, le souvenir du cheminement particulier de la classe.» (Brousseau & Centeno, 1991, p.175).

La mémoire du maître peut aussi influer sur le contrat didactique. En effet, la pression de l'enseignant sur les élèves est beaucoup plus faible pour les apprentissages à long terme et pour les objectifs de haut niveau taxonomiques lorsqu'il n'a pas la ressource d'appuyer ses interventions sur le rappel d'événements repérés. Cette conséquence, à un moment où l'on assiste de plus en plus à un "saucissonage" de l'enseignement à tous les niveaux (modules, groupes de besoin, etc.), ne devrait pas être autant ignorée qu'elle me semble l'être.

D'ailleurs, Brousseau et Centeno ne manquent pas de souligner une conséquence négative de l'absence de mémoire didactique lors du passage d'un cycle à un autre. En effet, l'impossibilité de rappeler les conditions de l'apprentissage «fait disparaître l'utilisation des connaissances implicites, ou non décontextualisées». Or, ajoutent les auteurs, «le rôle du contexte dans la capacité à se remémorer n'est plus à établir» (p.187), même si, de mon point de vue, il reste encore à affiner (ce que j'ai essayé de faire: voir Fischer, 1992a, ou, pour un résumé, 1992b).

8. Références

Balacheff N., 1984. Processus de preuve et situations de validation. In: *IIème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp.109-120). Grenoble: IMAG.

Baruk S., 1985. *L'âge du capitaine*. Paris: Seuil.

Baruk S., 1986. Plaidoyer pour l'erreur en maths. *Hypothèse*, n° 1, 10-11.

Brissiaud R., 1988. De l'âge du capitaine à l'âge du berger: Quel contrôle de la validité d'un énoncé de problème au CE2 ? *Revue Française de Pédagogie,* n° 82, 23-31.

Brousseau G., 1965. *Les mathématiques du cours préparatoire: fascicule 1.* Paris: Dunod.

Brousseau G., 1972. Processus de mathématisation.*Bulletin de l'APMEP,* n°282, 57-84.

Brousseau G., 1973. Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ? In: *Les actes du Congrès International des Sciences de l'Education* (pp.364-378), Paris.

Brousseau G., 1980a. Les échecs électifs en mathématiques dans l'enseignement élémentaire. *Revue de Laryngologie, Otologie et Rhinologie,* n° 101, 107-131.

Brousseau G., 1980b. L'échec et le contrat. Papier présenté à la Ière Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques (Chamrousse).

Brousseau G., 1980c. Problèmes de l'enseignement des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **1**, 11-58.

Brousseau G., 1981. Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **2**, 37-127.

Brousseau G., 1983. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **4**,165-198.

Brousseau G., 1984a. Le rôle du maître et l'institutionnalisation. In: *IIème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp.43-47). Grenoble: IMAG.

Brousseau G., 1984b. Le rôle central du contrat didactique dans l'analyse et la construction des situations d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques. In: *IIème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp.99-108). Grenoble: IMAG.

Brousseau G., 1986. Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* **7**, 33-115.

Brousseau G., 1987. Didactique des mathématiques et questions d'enseignement: propositions pour la géométrie. *Les Sciences de l'Education,* n°1-2, 69-100.

Brousseau G., 1988a. Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* **9**, 309-336.

Brousseau G., 1988b. Représentations et didactique du sens de la division. In G. Vergnaud, G. Brousseau & M. Hulin (Eds), *Didactique et acquisition des connaissances scientifiques* (pp.47-64). Aubenas: La Pensée Sauvage.

Brousseau G., 1992. *Eléments pour une ingéniérie didactique.* Lyon: Reprographie Service.

Brousseau G. & Centeno J., 1991. Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. *Recherches en Didactiques des Mathématiques,* **11**, 167-210.

Butlen D. & Pezard M., 1992. Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **12**, 319-368.

Chevallard Y. & Mercier A., 1984. La notion de situation didactique. In: *IIème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques* (pp.17-22). Grenoble: IMAG.

Dart F.E. & Pradhan P.L., 1967. Cross-cultural teaching of science. *Science,* **155**, 649-656.

De Corte E. & Verschaffel L., 1985. Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *Journal of Mathematical Behavior,* **4**, 3-21.

Develay M., 1992. *De l'apprentissage à l'enseignement.* Paris: ESF.

Duma, 1973. Mathématiques à l'école élémentaire: interprétation du programme transitoire. Nancy: CRDP.

Edelman G.M., 1992. *Biologie de la conscience.* Paris: Editions Odile Jacob.

El Bouazzaoui H., 1982. Etude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération. Relations entre divers caractères de ces situations et le sens, la compréhension de l'apprentissage de ces notions. Thèse: Université de Bordeaux I.

Filloux J., 1974. *Du contrat pédagogique: Le discours inconscient de l'Ecole.* Paris: Dunod/Bordas (réimpression Gauthier-Villars, 1986).

Fischer J.P., 1986. *Eléments de psychologie pour l'apprentissage des mathématiques.* Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1988. Le rôle positif des erreurs n'est-il pas surfait ? In Duval R. (Ed), *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives:* vol. **1** (pp.179-201). Strasbourg: IREM.

Fischer J.P., 1992a. *Apprentissages numériques: la distinction procédural/ déclaratif.* Nancy: Presses Universitaires.

Fischer J.P., 1992b. Apprentissages numériques: la théorie PDup. In: *Actes du XIXème colloque inter-IREM* (pp.91-103). Besançon: IREM.

Fischer J.P., 1993a. Les compétences numériques du jeune enfant. *Pédagogies,* à paraître.

Fischer J.P., 1993b. La mémorisation d'un cours sur la mémoire: une expérience pleine d'enseignements. *Psychologie & Education,* à paraître.

Fischer J.P. & Meljac C., 1987. Pour une réhabilitation du dénombrement: le rôle du comptage dans les tout premiers apprentissages. *Revue Canadienne de Psycho-Education,* **16**, 31-47.

Foucaud R. & Brousseau G., 1992. *Situations didactiques pour l'apprentissage des nombres naturels.* Bordeaux: IREM.

Gelman R. & Meck E., 1991. Premiers principes et conceptions du nombre. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp.211-234). Lille: Presses Universitaires.

Glaeser G., 1981. Epistémologie des nombres relatifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **2**, 303-346.

Glaeser G., 1984. A propos des obstacles épistémologiques: réponse à Guy Brousseau. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **4**, 229-234.

Glisky E.L., 1992. Acquisition and transfer of declarative and procedural knowledge by memory-impaired patients: A computer data-entry task. *Neuropsychologia,* **30**, 899-910.

Glisky E.L., Schacter D.L. & Tulving E., 1986. Learning and retention of computer-related vocabulary in memory-impaired patients: Method of vanishing cues. *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology,* **8**, 292-312.

Gréco P., 1963. Apprentissage et structures intellectuelles. In P. Oléron, J. Piaget, B. Inhelder & P. Gréco (Eds), *Traité de Psychologie Expérimentale n°VII: L'intelligence* (pp.157-207). Paris: PUF.

Inhelder B., Sinclair H. & Bovet M., 1974. *Apprentissage et structures de la connaissance.* Paris: PUF.

IREMG, 1980. Quel est l'âge du capitaine ? *Bulletin de l'APMEP,* n° 323, 235-243.

John E.R. et al., 1977. Neurometrics. *Science,* **196**, 1393-1410.

Lieury A., Van Acker P., Clevede M. & Durand P., 1992. Les facteurs de la réussite scolaire: raisonnement ou mémoire sémantique ? *Psychologie et Psychométrie,* **13**, 33-46.

Macdonald R.R. & Gilhooly K.J., 1990. More about Linda or conjunctions in context. *European Journal of Cognitive Psychology,* **2**, 57-70.

Magnier A., 1993. La réforme des mathématiques modernes. *Dialogues,* n° 38, 24-25.

Melot A.-M. & Corroyer D., 1992. Organization of metacognitive knowledge: A condition for strategy use in memorization. *European Journal of Psychology of Education,* **7**, 23-38.

MEN, 1991. *Les cycles à l'école primaire.* Paris: Hachette.

Piaget J., 1959. Apprentissage et connaissance. In M. Goustard, P. Gréco, B. Matalon & J. Piaget (Eds), *La logique des apprentissages* (pp.159-188). Paris: PUF.

Piaget J., 1972. Jean Piaget, ce psychologue de l'intelligence: Comment l'esprit vient aux enfants. (Article de Y. Hatwell dans *Le Monde* du 21 déc. 1972).

Piaget J., 1977. *Recherches sur l'abstraction réfléchissante: 1/ L'abstraction des relations logico-arithmétiques.* Paris: PUF.

Piaget J., 1980. *Les formes élémentaires de la dialectique.* Paris: Gallimard.

Piaget J. & Inhelder B., 1948. *La représentation de l'espace chez l'enfant.* Paris: PUF.

Reyna V.F. & Brainerd C.J., 1991. Fuzzy-trace theory and children's acquisition of mathematical and scientific concepts. *Learning and Individual Differences,* **3**, 27-60.

Robert J.M., 1982. *Comprendre notre cerveau.* Paris: Seuil.

Siegler R.S. & Jenkins E., 1989. *How children discover new strategies.* Hillsdale: Erlbaum.

Teule-Sensacq P. & Vinrich G., 1992. *Lire et comprendre des énoncés de problèmes au cycle des approfondissements* (Etude d'une forme de contrôle par les élèves eux-mêmes de leurs connaissances numériques: fascicule 1). Bordeaux: IREM.

Thompson P.W., 1992. Notations, conventions, and constraints: Contributions to effective uses of concrete materials in elementary mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education,* **23**, 123-147.

Tversky A. & Kahneman D., 1983. Extensional versus intuitive reasoning: The conjunction fallacy in probability judgment. *Psychological Review,* **90**, 293-315.

VanLehn K., 1991. Rule acquisition events in the discovery of problem-solving strategies. *Cognitive Science,* **15**, 1-47.

Varela F.J., 1988.*Connaître les sciences cognitives: tendances et perspectives.* Paris: Seuil, 1989.

Vergnaud G., 1990. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **10**, 133-170.

Zazzo B., 1981. Les facteurs scolaires d'adaptation des enfants des petites sections. In *AGIEM: 54 ème Congrès des Ecoles Maternelles* (Lille, 24-27 juin 1981).

En guise de conclusion

Après cet exposé des élaborations de **trois grands théoriciens** des apprentissages scolaires, nous voudrions, non pas tellement évaluer leurs mérites relatifs, mais tenter de résumer, succinctement et comparativement, quelques points importants de leurs théories respectives.

La **théorie des situations de Brousseau** a la particularité d'être spécialisée dans les apprentissages mathématiques. Son point fort majeur semble la **gestion quasi-naturelle des connaissances antérieures** de l'élève. En effet, la dévolution d'une (ou plusieurs) situation(s) a-didactique(s) permet à (ou oblige) ce dernier de fonctionner par lui-même, en interaction avec la situation. C'est un moyen infaillible pour un enseignant d'être sûr de tenir compte des connaissances actuelles de l'élève. Il peut ainsi avoir l'espoir de se mettre à l'abri d'un jugement, sévère mais probablement juste, comme celui émis, après quelques mois d'école obligatoire, par le fils de Stumpf (1901, p.445): «A l'école je **dés**apprends tout.» Notons d'ailleurs que cette gestion des connaissances antérieures, que le jeune enfant a souvent acquises en dehors de l'école, est aujourdh'ui une préoccupation majeure de nombreux psychologues de l'éducation: cf., par exemple, Carraher et al. (1988) ou Resnick (1992).

Un autre point fort de l'apprentissage préconisé par Brousseau, mais qui n'est en fait qu'une conséquence du premier, est qu'il permet à l'élève de donner un maximum de **sens** aux notions nouvelles qu'il a construites. En effet, le fait qu'il ait pu les dériver ou les construire à partir de ses connaissances antérieures implique qu'elles seront connectées à ces dernières. Or, ces connexions constituent quasiment la définition contemporaine de la compréhension ou du sens. L'importance de ces derniers ne provient pas seulement du fait commun qu'il vaut mieux (toutes choses égales par ailleurs) comprendre ce que l'on fait, mais aussi des conséquences que cela peut avoir. De récentes observations expérimentales tendent à le confirmer. Qu'il me soit encore permis de résumer l'une d'entre elles.

Hiebert et Wearne (1992) ont, chacun, enseigné un chapitre sur la numération (base dix) et un sur les addition et soustraction posées sans retenue dans deux classes d'une école comprenant 6 classes de CP: les deux classes restantes ont gardé le maître habituel qui suit d'assez près un manuel (méthode livresque).

L'enseignement à base conceptuelle pratiqué par les deux auteurs dans les 4 classes:

◊ encourage les efforts des élèves à construire des relations entre les quantités et les actions sur les quantités qui sont représentées physiquement, picturalement, verbalement et symboliquement;

◊ a pour fondement théorique le fait que la compréhension conceptuelle est construite lorsque des connexions entre des représentations d'idées mathématiques sont mises en place;

◊ est guidé par plusieurs principes:
1) des représentations externes (physiques, picturales, verbales, symboliques) servent d'outils pour montrer et enregistrer des quantités, des actions sur les quantités, et pour communiquer au sujet des quantités;
2) une fois qu'une représentation particulière est introduite (e.g., bloc de dix), elle est utilisée uniformément pour permettre aux élèves de la pratiquer, en l'utilisant comme un outil et en se familiarisant avec les utilisations qu'elle permet;
3) les représentations sont aussi bien utilisées pour résoudre les problèmes, qu'étudiées de leur propre droit comme un produit oeuvré digne d'intérêt;

4) des discussions avec la classe sur la manière d'utiliser les représentations, sur leurs similarités et différences;
◊ suit d'autres lignes directrices: le matériel physique et les histoires verbales servent comme représentations initiales pour les quantités et les actions sur les quantités; les dessins des matériaux physiques manipulés par les élèves sont ensuite utilisés pour cause de facilité pratique et pour centrer les discussions du groupe-classe; finalement les symboles écrits sont introduits comme des moyens efficients pour enregistrer les quantités et les actions qui sont explorées et discutées en utilisant les autres représentations.

L'opérationnalisation de ces principes a conduit les auteurs à débuter leur enseignement sur la numération en posant un problème de dénombrement d'une grande collection (souvent entre 50 et 100), un exercice classique de Brousseau (voir le III.1.2.a). Les résultats statistiques de l'expérimentation montrent une **supériorité significative** des classes à **enseignement conceptuel** dans la numération de position, une supériorité non significative dans les additions et soustractions posées sans retenues, et une supériorité significative dans les additions et soustractions posées avec retenue (non enseignées).

Le point fort de la théorie de Brousseau - la gestion des connaissances antérieures - se retrouve aussi dans la **théorie de Case**, du moins dans l'opérationnalisation qu'en a faite Sander (1986). De même, l'importance des situations apparaît également dans les recherches de Case ou de ses disciples. D'ailleurs, selon moi, les trois recherches empiriques comparatives rapportées dans le chapitre I sur Case, étayent aussi bien la théorie de Brousseau que celle de Case.

Mais, la théorie de Case tente, en plus, d'intégrer les caractéristiques de l'apprenant: son stade de développement et les capacités de sa mémoire de travail. Ce faisant, elle permet de tenter d'agir sur elles dans les contraintes du développement physiologique. Notamment, par l'**automatisation** des procédures à l'intérieur des sous-stades et par la **consolidation** des opérations à la fin des stades, la première étant destinée à augmenter l' espace de stockage à court terme et la seconde à servir de fondement au stade suivant. Si la théorie de Case est donc plus complète que celle de Brousseau, elle souffre d'un manque d'intégration de ses composantes didactique et développementale, et, de plus en plus, d'une hypertrophie de cette dernière.

Quant à **Bruner**, sa **théorie des niveaux de représentation** n'avait pas tout à fait la même ampleur que les théories de Case ou Brousseau. D'un point de vue psychologique, nous remarquerons qu'aujourd'hui sa distinction de 3 formes de représentation - **énactive**, **iconique** et **symbolique** - est considérée comme une donnée psychologique de base (cf., par ex., Lecomte, 1993). D'un point de vue didactique, beaucoup de propositions contemporaines l'intègrent "localement". Par exemple, Ehrlich (1990), dans sa didactique générale de la traduction sémantico-mathématique pour la résolution des problèmes arithmétiques verbaux simples, suggère un travail en grandeur nature avec manipulation d'objets réels, puis avec des représentations figurées du réel, et, enfin, en l'absence de figuration concrète du réel.

Rappelons aussi que Sander (1986) intègre ces trois formes de représentation dans son opérationnalisation de la théorie de Case, bien que ce dernier ait pu écrire lui-même que les postulats de la théorie des niveaux de représentation de Bruner ne se sont pas confirmés (Case, 1985). Enfin, notons que cette distinction est omniprésente dans l'enseignement à base conceptuelle de Hiebert et Wearne (1992) que nous avons résumé ci-dessus.

Enfin, pour terminer, nous remarquerons que les trois auteurs étudiés convergent sur l'importance du **sens** ou de la **signification.**

Pour Brousseau, nous venons de le rappeler.

Pour Bruner, la partie 5.4 du chapitre II, intitulée "*Accès à la signification*", peut en témoigner.

Pour Case, cela est moins évident car sa théorie initiale et récente (e.g., Case, 1985) ne laissait guère de place à ces notions de sens, signification, voire compréhension. Mais l'ajout de la notion de **structure conceptuelle centrale** semble remédier à ce qui, en tout cas à la lumière des deux autres théories, apparaissait comme une lacune majeure. En effet, comme l'ont souligné Bideaud et al. (1993; voir aussi le I.1.7), ce sont ces structures conceptuelles centrales «qui *donnent sens* aux situations-problèmes rencontrées» (p.114).

En dépit de cette convergence sur le sens, il n'en subsiste pas moins d'importantes différences. Notamment dans les situations-problèmes qui sont justement censées en donner. Ainsi, presque tous les exemples présentés dans ce document l'illustrent, la conception des situations d'introduction diffère considérablement entre Case et Brousseau. Celles proposées dans le cadre de la théorie de Case, qui visent surtout un sens commun, sont simples et familières; celles proposées dans le cadre de la théorie de Brousseau, qui visent davantage un sens mathématique, peuvent être complexes et artificielles.

<u>Références</u>

Bideaud J., Houdé O. & Pedinielli J.L., 1993. *L'homme en développement.* Paris: PUF.

Carraher T.N., Schliemann A.D. & Carraher D.W., 1988. Mathematical concepts in everyday life. In G.B. Saxe & M. Gearhart (Eds), *Children's mathematics* (pp.71-87). San Francisco: Jossey-Bass.

Case R., 1985. *Intellectual development: Birth to adulthood.* Orlando: Academic Press.

Ehrlich S., 1990. *Sémantique et mathématique: Apprendre/Enseigner l'arithmétique simple.* Paris: Nathan.

Hiebert J. & Wearne D., 1992. Links between teaching and learning place value with understanding in first grade. *Journal for Research in Mathematics Education,* **23**, 98-122.

Lecomte J., 1993. Le cerveau créateur d'images. *Sciences Humaines,* n°27, 19-21.

Resnick L.B., 1992. From protoquantities to operators: Building mathematical competence on a foundation of everiday knowledge. In G. Leinhardt, R. Putnam & R. Hattrup (Eds), *Analyses of arithmetic for mathematics teachers.* Hillsdale: Erlbaum.

Sander E., 1986. *Lernhierarchien und kognitive Lernförderung*. Göttingen: Verlag für Psychologie.

Stumpf C., 1901. Eigenartige sprachliche Entwickelung eines Kindes. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie und Pathologie*, **3**, 419-447.

Index des auteurs

Index des notions

TITRE: **Trois grands théoriciens des apprentissages scolaires**

AUTEUR: Jean-Paul **FISCHER**

DATE: Septembre 1993

EDITEUR: **I.R.E.M.** de Strasbourg (Brochure S 156)

MOTS-CLES: DIDACTIQUE MATHEMATIQUE - PSYCHOLOGIE COGNITIVE - APPRENTISSAGES SCOLAIRES - Brousseau - Bruner - Case - situations - représentations - néo-piagétien

RESUME: Ce texte présente et discute les élaborations de trois grands théoriciens - **Case** (Canada), **Bruner** (Etats-Unis) et **Brousseau** (France) - des apprentissages scolaires.

En se limitant à trois théoriciens, l'auteur réussit la gageure, en moins d'une centaine de pages, d'approfondir leurs théories, de développer des exemples ou applications précises, et de mener des discussions critiques s'appuyant sur la littérature internationale.

Ecrit à partir d'un cours destiné à des étudiants (de maîtrise) en psychologie cognitive et en didactique des mathématiques, il devrait aussi intéresser les étudiants en IUFM et tous les pédagogues (instituteurs, professeurs, ...) ou formateurs confrontés à l'enseignement des mathématiques, de la didactique ou de la psychologie.