CONCERTUM

Dix ans de formation des professeurs des écoles en mathématiques

En hommage à Hervé Péault

Hervé Péault était professeur de mathématiques et formateur d'enseignants au site d'Angers de l'IUFM des Pays de Loire. Il nous a quittés en 1997 des suites de ce qu'il est convenu d'appeler une longue maladie. Ses travaux sur l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et la formation des professeurs des écoles furent nombreux et exemplaires. Son implication au sein de la COPIRELEM débuta dans les années 1980 et devint chaque année plus conséquente. Il fut un des moteurs de la dynamique de publication dans laquelle s'engagea la COPIRELEM dans les années 1990 pour prouver au monde nouveau des IUFM que la formation mathématique des professeurs des écoles avait déjà une histoire et une culture.

Préface

Guy Brousseau

La Commission Permanente des Instituts de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, pour l'École Élémentaire a trente ans. Elle aurait pu s'appeler platement COPIREMEE, mais COPIRéleM évoquait mieux sa spécificité, à la condition de mettre le M final en majuscule pour signifier « Mathématiques ». Vive donc la COPIREleM, sa longévité est un indice de sa pertinence et de son utilité. Comme son nom l'indique la COPIRELEM est une commission Inter-IREM. Elle a emprunté aux IREM leur indépendance par rapport aux institutions d'enseignement, leur autorité mathématique et leurs ressources. En retour elle a montré de façon exemplaire ce que pouvaient être des rapports sains entre les protagonistes de l'éducation, en exigeant davantage d'études, en résistant au prosélytisme inconsidéré, en stimulant la réflexion et les échanges. Elle a contribué au rayonnement des IREM parmi une population importante, difficile à atteindre pour eux, à leur réputation et à leur influence aussi bien lorsqu'elle s'exprime auprès des institutions, que lorsqu'elle publie ses activités (annales, comptes-rendus du séminaire et du colloque annuels).

J'ai eu la chance d'être de ceux qui l'ont conçue, qui l'ont fait naître, et qui l'ont accompagnée dans sa jeunesse. D'autres ont pris la relève mais j'ai suivi sa progression du coin de l'œil. C'est sans doute à ce titre que ses responsables actuels me font l'honneur de me demander de préfacer cet ouvrage, témoignage de leurs travaux.

C'est donc avec fierté que je présente aux lecteurs ce recueil de textes choisis parmi les plus représentatifs de l'activité de la commission depuis dix ans. Il faut remercier Catherine TAVEAU et Yves GIRMENS qui les ont réunis et les membres de la commission qui les ont produits.

Ce témoin de la vitalité de l'institution me donne ainsi le bonheur de retrouver aujourd'hui la COPIREleM dans sa maturité, et de constater qu'elle continue sa tâche avec courage et compétence, malgré les difficultés que je soupçonne. Je les soupçonne ces difficultés, mais je ne les connais plus, ce qui me donne quelques scrupules. Mon avis peut-il être très pertinent pour un jeune chercheur formateur dans un IUFM ?
Mon avis peut être pas, mais mon témoignage ?
Je veux ici rappeler la grandeur et la difficulté de la mission de cette commission, et sa gloire, aussi car elle a accompli à petit bruit, de grandes choses.

L'histoire d'une institution ne lui est utile que dans la mesure où la vérité historique y est accompagnée de façon heureuse par une certaine composante mythique. Le mythe est constitué d'abord par les espérances des acteurs successifs - par les intentions réelles ou supposées qu'ils ont affichées, ou que leurs successeurs leur ont prêtées - ensuite par les justifications que se sont données les uns et les autres suivant les fortunes de la vie. Je laisse à d'autres le soin de faire une histoire de la COPIREleM qui sera plus vraie et plus utile.

Je veux seulement évoquer ici quelques uns des espoirs que j'avais placés en elle. Mais rien ne se serait fait si ces espoirs n'avaient pas été partagés et enrichis par de nombreux collègues. Je vais donc parler au nom de tous ceux qui, par la COPIREleM, ont voulu faire, dans les années 70, d'un mythe une réalité. J'espère qu'ils me pardonneront ce que je leur emprunterai ou que je leur prêterai indûment.

Officiellement la commission avait une mission de concertation entre les principaux partenaires de l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire : le ministère (la direction des écoles), ses inspecteurs et ses moyens d'action (Institut Pédagogique National par exemple), les instituteurs, les formateurs en mathématiques et les mathématiciens, mais aussi les novateurs et les éditeurs qui par le biais des médias tenaient l'opinion en haleine.
Elle est pendant longtemps (et peut être encore) un exemple de coopération entre ces divers acteurs. Je veux rendre hommage ici en particulier à l'Inspecteur Général Duma qui prit part aux travaux et fut pour la commission un soutien sans faille. Mais il ne fut pas le seul.
Les vertus principales qui ont fondé la crédibilité de la commission sont sans aucun doute le sens de ses responsabilités, son réalisme et son ambition scientifique.

Trop faible pour intervenir sur les orientations et sur les programmes, elle a investi le champ des recherches, des expérimentations et du développement des réformes décidées. A l'époque, sous diverses impulsions, les « recherches » et les « expérimentations » pullulent et donnent lieu à des surenchères étonnantes. Les novateurs attendent que les IREM leur servent de caisse de résonance, les autres espèrent des conventions et des exemples pour fixer ce qui est raisonnable et rejeter le reste. La COPIREleM débat et se débat pour faire émerger ou pour produire des aides, des commentaires, des exemples… Elle essaie en même temps de développer des recherches et de limiter la prolifération en augmentant les exigences éthiques et scientifiques à l'égard des promoteurs de recyclage.

Il apparaît bientôt à certains d'entre nous que le « bon sens » sera insuffisant pour prendre sérieusement en compte ou pour rejeter les objurgations péremptoires des « scientifiques » de divers domaines qui se pressent sur le marché de l'éducation.

La formation des instituteurs aux mathématiques et à leur enseignement devait être le creuset où les connaissances spécifiques nouvelles – appelons les « didactiques » - devaient naître et trouver leur territoire : il était impossible d'ignorer que les mathématiques enseignées dans la scolarité obligatoire doivent être aménagées en fonction de nombreux critères autres que mathématiques (tenir compte de l'âge des élèves ou de la fonction civique de l'enseignement par exemple). L'application brutale de la psychologie, même génétique, pas plus que les mathématiques elles-mêmes ne peuvent fournir une ingénierie utilisable et justifiable etc.

La formation mathématique des instituteurs devait donc inclure des savoirs spécifiques à la fois théoriques, techniques et pratiques. Lesquels ? Ce fut un travail constant de la commission que de promouvoir des recherches et de les discuter, mais aussi de lutter contre la tendance à l'émiettement, de les synthétiser et de leur donner un cadre théorique pour en tirer des éléments de formation utilisables.

Il apparaissait inéluctable à terme que la formation des instituteurs deviendrait une activité universitaire. La question du rattachement des connaissances spécifiques à une discipline se posait de façon aiguë, nous avons considéré que le rattachement aux mathématiques elles-mêmes s'imposait. On en discute encore.

En fait, la principale fonction de la commission est une fonction didactique en direction de tous ses partenaires.

- En direction des instances du ministère : leur légitimité est essentiellement politique, professionnelle et disciplinaire, mais le vocabulaire et les concepts qu'ils ont la possibilité effective d'utiliser ne sont pas ceux que les recherches pourraient leur fournir, quand bien même ils les connaîtraient. Disons que les conditions macrodidactiques qui leurs sont imposées ne s'articulent pas encore très bien avec les propositions microdidactiques que la recherche a été en mesure de leur fournir depuis trente ans. De ce fait, leur volonté et leur capacité à faire évoluer le discours des professeurs dans un sens contrôlé par des instances scientifiques sont très limitées.
- En direction des formateurs d'instituteurs puis des professeurs des écoles. C'est le travail le plus évident, celui qui a laissé le plus de traces. D'abord la formation des anciens professeurs d'écoles normales, puis celle des nouveaux formateurs, PRAG ou maîtres de conférences, ceux du moins qui pensent plus à leur travail qu'à leurs regrets de n'être pas dans une « vraie » université ! Ainsi le « séminaire des nouveaux formateurs » mis en place en 1997 réunit annuellement les membres de la COPIRELEM et une trentaine de nouveaux formateurs en IUFM.
- En direction des chercheurs en didactique des mathématiques par la même occasion.
- En direction des professeurs de mathématiques des autres niveaux. L'influence est claire, forte et durable.

En ce qui concerne les mathématiciens le bilan est plus contrasté. Après le départ d'une génération de grands mathématiciens tout dévoués à l'enseignement primaire et respectueux de ses pratiques, nous en avons connu d'autres. La COPIREleM a refusé de cautionner leurs déclarations fracassantes, hasardeuses et finalement irresponsables. Ce n'est pas son moindre titre de gloire. Son honnêteté et son sérieux lui ont valu quelques difficultés, le recrutement des mathématiciens didacticiens s'est un instant tari, mais grâce aux IREM l'institution a survécu et poursuit sa tâche.

Aujourd'hui, la COPIREleM poursuit sa tâche de rencontres entre les différents partenaires de l'enseignement élémentaire (enseignants, inspecteurs, formateurs, mathématiciens, et chercheurs en didactique), de modération des débats entre l'école et la noosphère, d'initiation d'expérimentations et de propagation de recherches.

Introduction

Depuis 30 ans, la COPIRELEM (Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'École Élémentaire) a mené, conformément à sa mission, une réflexion constante sur l'enseignement des mathématiques à l'école et sur la formation des maîtres devant assurer cet enseignement. L'engagement, dans cette commission, de formateurs émanant des IREM de diverses académies a permis le partage et la diffusion de travaux issus de recherches et d'expériences concernant l'enseignement des mathématiques à l'école.

L'action de la COPIRELEM s'est poursuivie, avec un souci de continuité, pendant la transformation des Écoles Normales en Instituts Universitaires de Formation des Maîtres. Ainsi les acquis, en matières d'expériences et de connaissances sur l'enseignement des mathématiques à l'école, élaborés conjointement dans les groupes élémentaires des IREM et au sein des Écoles Normales, ne se sont pas perdus et ont pu être actualisés afin d'alimenter les actions de formations dans le cadre des IUFM.

C'est ainsi qu'au cours de ces trente années, la COPIRELEM a organisé, sur le plan national, 30 colloques, 6 stages et 5 séminaires, réunissant des milliers de formateurs provenant, jusqu'en 1991 des Écoles Normales puis des IUFM, et aussi d'instituts de formation d'autres pays de l'espace francophone.

Les colloques et stages nationaux ont permis la mutualisation des expériences ainsi que la diffusion des travaux de recherche sur l'enseignement des mathématiques à l'école. Ils ont contribué, au fil des années, à stabiliser un corps de connaissances et à promouvoir une culture commune des formateurs pour l'enseignement des mathématiques à l'école.

Par ailleurs, depuis six ans maintenant, la COPIRELEM s'est également attachée à assurer la formation des formateurs nouvellement affectés en IUFM. Cette formation organisée, au sein de séminaires nationaux, permet à la commission de transmettre les connaissances constituées par la communauté des formateurs. Elle vise ainsi l'amélioration de la formation des professeurs des écoles.

Chacune de ces manifestations a donné lieu à la publication d'actes réunissant les réflexions, propositions de travaux, compte-rendus d'expériences et de recherches. La lecture de ces documents met en évidence la diversité des domaines de savoirs auxquels fait appel la formation des maîtres en mathématiques. Elle montre une évolution des questions didactiques et pédagogiques étudiées et des réponses qui leur ont été apportées.

Après ces trente années de travaux et de recherches, les membres de la COPIRELEM ont estimé le moment venu de faire une synthèse du capital de connaissances accumulées pendant toutes ces années.

Cette synthèse vise aussi à conserver la mémoire de l'évolution des questions de formation. Capitaliser et diffuser toutes ces connaissances sont les deux objectifs que cet ouvrage de synthèse a l'ambition de réussir.

Les membres de la COPIRELEM, à la fois animateurs IREM et professeurs en IUFM, ont sélectionné les articles issus de ses publications qui présentent un intérêt pour la formation à l'enseignement des mathématiques à l'école. Certains articles constituent des repères intéressants sur l'histoire de la pensée didactique, d'autres restent des ressources pertinentes pour la formation. Le présent ouvrage est l'aboutissement de ce travail de sélection et de synthèse mené par les 19 formateurs, membres de la COPIRELEM.

Cet ouvrage rassemble des contributions d'auteurs venus de différents horizons. C'est ce qui en fait son originalité.

Il est composé de compte-rendus de situations d'enseignement des mathématiques à l'école primaire, et d'actions de formation développées par les différents formateurs dans le cadre de leur enseignement. Il comporte également des articles de chercheurs, issus de la didactique des mathématiques, de la psychologie cognitive ou de diverses branches des sciences de l'éducation.

Par leur participation à un colloque ou à un séminaire en tant que conférenciers, animateurs d'ateliers ou auteurs de communications de leurs travaux de recherche, tous ces auteurs ont apporté leur pierre à l'édifice des connaissances professionnelles dans le domaine de la formation des maîtres à l'enseignement des mathématiques.

La variété des travaux présentés témoigne de la fécondité de la réflexion menée depuis trente ans par les formateurs. La COPIRELEM s'est donnée pour tâche de la capitaliser.

Dans cet ouvrage, la COPIRELEM espère que tout formateur ou chercheur, s'intéressant à la formation en mathématiques des enseignants trouvera matière à nourrir sa réflexion, ses recherches et à enrichir son enseignement.

La parution de cet ouvrage marque une étape importante dans la vie de la COPIRELEM en lui permettant de renforcer le réseau des formateurs en didactique des mathématiques.

Il appartient à ce réseau, constituant une force institutionnelle non négligeable, de poursuivre sa mission première : promouvoir et améliorer l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

Yves Girmens et Catherine Taveau
Responsables de la COPIRELEM

SOMMAIRE

TOME 2 - Démarches et savoirs à enseigner

TOME 3 - Outils de formation

Quelles activités à caractère mathématique en maternelle ?

Yves Girmens - Françoise André

Extrait des actes du XXVII^ème^ colloque inter-irem des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - Chamonix 2000.

Cet article présente une réflexion approfondie sur des activités, dans le domaine logico-spatial, conçues avec des objectifs d'apprentissage sur les concepts de collection, d'énumération et d'ordre.

RÉSUMÉ DE L'ATELIER :

Des recherches récentes concernant les travaux à caractère mathématique en maternelle ont permis d'identifier des savoirs en mettant en évidence la nécessité de proposer aux enfants de maternelle des situations d'apprentissage autour de ces savoirs, à côté des activités rituelles ou fonctionnelles.

L'atelier a permis de mieux cerner ces hypothèses et d'étudier les conditions pour une transposition de ces travaux de recherche dans la pratique des enseignants.
Une recherche-action a été menée, pendant deux années, par des personnes enseignant en maternelle et des formateurs en IUFM, en vue de favoriser cette transposition.
Des exemples de travaux issus de cette recherche ont été présentés et ont fait l'objet d'un débat.

Pourquoi cet atelier ?

Pour faire partager une expérience de recherche de « didactique appliquée » en maternelle, menée conjointement par des maîtres et des formateurs.
Pour soumettre les travaux issus de cette expérience au regard des autres et recueillir critiques et suggestions éventuelles.

PLAN DE L'ATELIER

Présentation du contexte de l'action
Définition du cadre théorique
Choix et mise en oeuvre
Présentation de quelques travaux
Eléments de conclusion et perspectives

I. Présentation du contexte de l'action

Origine de la réflexion : Un questionnement sur les activités à caractère mathématique en maternelle

La réflexion a été initialisée par un certain nombre de besoins ou de questions formulés par des enseignants de maternelle, à l'occasion de rencontres organisées dans le cadre de l'AGIEM, auxquelles ont accepté de participer certains formateurs de l'IUFM de Perpignan :

- Le besoin de réfléchir sur les activités à caractère mathématique en maternelle doublé du besoin de mieux identifier des enjeux pour l'apprentissage des nombres.
- L'impression de ne pas proposer suffisamment d'activités pré-numériques en maternelle et en même temps, une panne d'idées pour renouveler les activités à caractère mathématique.
- Le sentiment qu'en parallèle des activités rituelles et fonctionnelles, et des activités dirigées qu'ils proposent aux enfants, il y a certainement d'autres formes de travail qu'ils ignorent et qui peuvent favoriser davantage l'initiative et la réflexion des enfants.
- Le constat de difficultés et de ratés dans l'apprentissage du nombre, relevés chez certains enfants, dont ils perçoivent mal les origines.
- Le besoin de mieux prendre en compte les différences d'aptitudes et de développement des enfants.
- Le besoin de mieux cerner les savoirs qui sont en jeu dans l'apprentissage du nombre pour mieux aider les enfants.

Objectifs du projet d'action

Les formateurs, en réponse à cette demande, ont proposé de constituer un groupe de recherche-action avec les objectifs suivants :

- Faire connaître certains savoirs logiques qui entrent dans l'apprentissage du nombre, qui, s'ils ne font pas l'objet d'un enseignement, peuvent entraîner des manques ou des ratés dans les connaissances des enfants.
- Favoriser un renouvellement des pratiques d'enseignement : faire découvrir qu'à côté des activités rituelles, fonctionnelles, d'activités guidées (où l'enfant apprend par frayage), il est possible de proposer des activités problématiques aux jeunes enfants, où ceux-ci pourront faire preuve d'initiative, mobiliseront des connaissances par nécessité et imagineront des solutions.
- Provoquer une réflexion sur le rôle du maître dans les apprentissages.
- Aider les enseignants à mieux cerner les notions de tâche (en liaison avec un savoir en jeu), de but à atteindre (critère de réussite), de dévolution de la situation à l'enfant, avec en particulier une réflexion autour de la consigne donnée par le maître, qui doit permettre à l'enfant d'assumer le problème et le pousser à agir.

- Etudier avec les enseignants de terrain comment et à quelles conditions, des travaux issus d'une recherche peuvent être transposés dans l'enseignement.

La démarche choisie

Après les apports théoriques nécessaires et l'identification d'un savoir, il est convenu avec les enseignants qu'ils inventeront eux-mêmes une situation visant l'apprentissage de ce savoir, qu'ils l'expérimenteront dans leur classe et qu'ils en feront ensuite un compte-rendu devant le groupe de recherche.
Dans un deuxième temps, à partir d'un questionnement collectif sur les situations présentées, est proposée l'étude d'une situation-témoin, à l'aide d'un document vidéo. Cela permet de mettre en évidence le modèle (la situation générique) et les variables didactiques sur lesquelles on peut jouer.
Dans un troisième temps, les enseignants peuvent choisir d'expérimenter à leur tour la situation présentée ou d'en fabriquer une sur le même modèle.

Ce choix repose sur l'hypothèse, faite par les formateurs, qu'en construisant eux-mêmes les situations, les enseignants identifieront mieux les enjeux (les savoirs visés), mobiliseront leur capacité d'invention (elle est grande chez des maîtres de maternelle), feront preuve de créativité, tireront le plus grand parti du matériel dont ils disposent et maîtriseront les modalités de réalisation.

Cette hypothèse a été confirmée par la richesse et la variété des situations imaginées par les enseignants.

II. Définition du cadre théorique

Identification de savoirs

La prise en compte des travaux menés par le groupe COREM, de Bordeaux, et en particulier, des recherches de Marie-Hélène Salin et Joël Briand, a permis d'identifier des savoirs pré-numériques et logiques constitutifs de l'apprentissage du nombre, qui ne font pas l'objet d'un enseignement spécifique.[1]

Le concept de nombre (aspect cardinal) s'appuie sur ***le concept de collection*** (nombre : mémoire d'une quantité d'objets d'une collection) et sur ***le concept de désignation*** d'une quantité.
Par ailleurs, le dénombrement d'une collection fait intervenir le comptage des objets de la collection qui fait appel à une connaissance spécifique : ***l'énumération.***

[1] Cf. l'article de J. Briand, « Enseigner l'énumération en moyenne section de maternelle », présent dans ce tome.

Enfin, ces connaissances font intervenir de différentes manières la notion ***d'ordre*** : dans une collection, l'ordre n'intervient pas ; l'énumération fait appel à un ordre.

Il a été nécessaire de définir ces savoirs puisqu'ils seront choisis comme objets de travail.

- ***La collection***

Une collection est un regroupement d'objets provoqué par un critère de fonctionnalité, un critère défini par un caractère commun, un critère généré par une circonstance.
Concevoir une collection, c'est accepter de voir un rassemblement d'objets comme un tout (un seul objet).
Une collection est invariante quel que soit l'ordre (la position) des objets (on ne tient pas compte de l'ordre).
Le concept de collection est un concept préalable (constitutif) du concept de nombre comme mémoire d'une quantité. La collection n'est pas quelque chose de donné ou d'inné, c'est quelque chose qui se construit.

- **L'énumération**

Le comptage (qui entre dans le dénombrement), exige l'exploration exhaustive d'une collection en passant en revue tous les objets de la collection et chacun d'eux une seule fois.
Cette connaissance relative à la collection est appelée : l'énumération (définie et étudiée par Joël Briand dans sa thèse).

- **La désignation**

La désignation est une connaissance que l'on met en œuvre lorsqu'on veut remplacer un objet ou une collection d'objets par un symbole pour conserver une mémoire de cet objet : la désignation doit permettre de conserver une connaissance de l'objet.

Ex : le dessin d'un objet est une désignation de cet objet,
un représentant d'une classe d'objets est une désignation de cette classe.
une liste formée d'une suite de symboles représentant des objets est le mode de désignation le plus simple d'une collection d'objets.

- **L'ordre**

L'ordre intervient lorsqu'on se donne des informations qui permettent de repérer la position des objets d'une collection organisée selon une direction donnée et pour laquelle a été défini un sens.
Pour une direction donnée, le sens peut être défini par :

un aspect physique : mouvement réel ou virtuel, le temps (la chronologie).
un aspect arbitraire : on décide d'un début et d'une fin.

La situation par adaptation

Le modèle de situation d'apprentissage choisi est la situation par adaptation (en référence à la théorie des situations de Guy Brousseau), où l'enfant confronté à un milieu constitué par l'enseignant, qui lui pose un problème, va devoir réagir à ce milieu avec ce qu'il sait faire et éprouver le besoin d'un savoir nouveau, comme moyen de résoudre le problème.

Chaque situation, autour d'un savoir déterminé, sera élaborée selon la démarche suivante :

1. Identifier un obstacle
Un savoir nouveau
Une conception (connaissance mal faite ou incomplète) que l'on veut faire remettre en cause.

2. Constituer un milieu
Milieu matériel (matériaux, supports de travail, outils utiles)
Tâche qui confronte à un problème (consigne)
Ce milieu doit mettre l'enfant en action (utilisation de ses connaissances) et doit lui permettre une validation de ses choix et de ses décisions (rétroactions).
Le milieu est entièrement organisé par l'enseignant pour que l'enfant y rencontre le savoir visé comme réponse à un problème.

3. Assurer la dévolution du problème
Prise en charge de la situation par l'enfant.

4. Mettre sur pied un scénario
Phase d'entrée dans le problème : l'enfant doit réussir la tâche avec les connaissances qu'il a.

Phase de recherche (action) : l'enfant est placée devant la même tâche qui maintenant, par un jeu sur des variables, pose problème (obstacle).
Il faut en fixer : les modalités – la durée – les aides éventuelles.

Phase de mise en commun : examen des productions – validation – formulation des stratégies utilisées – repérage et formulation des raisons de non – réussite.

Nouvelle phase d'action : prise en compte des éléments dégagés et nouvelle tentative.

Phase d'institutionnalisation : mise en évidence du savoir nouveau (formulation).

III. Les choix

Les savoirs pris comme objectifs de travail sont la collection, l'énumération (moyens de contrôle d'une collection), la désignation (d'un objet, d'une collection), l'ordre.
Les situations sont bâties autour d'un enjeu correspondant à l'un des savoirs mais font intervenir les autres savoirs de manière non problématique.
Mettre en place des situations d'apprentissage par adaptation où l'enfant, confronté à un milieu constitué par l'enseignant, qui lui pose un problème, va devoir réagir à ce milieu avec ses connaissances et être placé devant le besoin d'un savoir nouveau (d'un outil) (théorie des situations).

Pour l'un des savoirs repérés (la collection, l'énumération, la désignation, l'ordre), fabriquer un modèle de situation, pour laquelle le savoir est l'outil de résolution le mieux adapté (enjeu).

Par exemple, il s'agira de proposer une situation dans laquelle il sera nécessaire de concevoir et de fabriquer une collection pour résoudre le problème proposé (la fabrication d'une collection sera la solution au problème posé).
Exemples donnés : le tri de graines (proposé par l'équipe de recherche du COREM, école Michelet de Bordeaux) ; les cartes à jouer.

Adapter cette situation, l'habiller pour la rendre attrayante, en fonction de l'âge et des connaissances des enfants : chaque situation sera ainsi présentée sous la forme d'un jeu où il faut gagner, et où gagner se fera par la mise en œuvre du savoir visé.
Les situations proposées n'excluent pas le recours au nombre mais ne le nécessitent pas, dans les premières étapes du moins, car le problème peut se résoudre par des procédures non-numériques, mobilisant l'un des savoirs identifiés.

Les savoirs identifiés étant imbriqués, il n'est pas question de chercher à isoler l'un d'entre eux, mais pour chaque situation, l'un des savoirs sera choisi comme enjeu (les autres pouvant intervenir de manière non problématique).

IV. Présentation de quelques travaux

1- Sur la collection : les cartes à jouer

Niveau concerné : moyenne section.

Préalable à la situation
- manipuler des cartes (cartes à jouer de casino, c'est-à-dire sans écriture des nombres sur le côté)
- les nommer

- faire des classements divers. On obtient de manière générale les 4 familles (carreau, pique…), les 1 avec les 1...., les personnages et les autres, les rouges avec les rouges et les noirs ensemble...
Après toutes ces manipulations, retenir un critère, celui des 4 familles (cœurs avec cœurs…).

NB : Attention aux as, ils posent problèmes car les enfants peuvent ne pas les associer à la même famille (on peut décider, selon le contexte, de ne pas les mettre).

Objectif : à partir d'un jeu de cartes hétérogènes, réunir des collections de cartes d'une même famille.

But à atteindre : l'enfant doit placer les cartes dans les boîtes. Il aura réussi si, dans la boîte, il n'y a que des cartes appartenant à la même famille (ex : les cœurs avec les cœurs).

Matériel par groupe de deux enfants : des boîtes identiques vides où une fente permet juste le passage de la carte (4 boîtes) ; un paquet de 28 cartes (les as, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

Dispositif : 4 groupes de 2 enfants travaillent en même temps ; dans chaque groupe, un enfant agit, un autre regarde ; l'enseignant, après chaque partie, fait valider par l'observateur et fait formuler les stratégies.

Définition de la tâche : l'enfant doit trouver une stratégie pour constituer dans chaque boîte la collection de cartes appartenant à la même famille.

Déroulement

- *Phase 1* : appropriation de la tâche, description du matériel.
  Les cartes sont à disposition et les 4 boîtes sont ouvertes.
  La consigne est : "*Mets les cartes de la même famille dans la boîte*".

- *Phase 2* : chaque binôme dispose maintenant de 4 boîtes fermées.
  La consigne est : « *Mets les cartes dans les boîtes. Dans chaque boite, il ne doit y avoir que des cartes de la même famille* ».

  Quand l'activité est finie, verbalisation par l'enfant des stratégies utilisées. L'observateur dit s'il pense que l'enfant a réussi ou pas.

  Validation : on ouvre les boîtes et on vérifie si les familles sont bien faites.

- *Phase 3* : inversion des rôles.

Stratégies attendues
- L'enfant constitue la collection devant chaque boîte avant de glisser le tout dans la boîte.
- L'enfant met un représentant de chaque collection devant chaque boîte : cette carte constituant une désignation de la collection.
- L'enfant glisse d'abord toutes les cartes qui concernent une famille puis passe à la 2$^{\text{ème}}$.

Stratégies observées

- L'enfant met carte par carte en essayant de se souvenir de la place de la boîte et de la famille de cartes qui est à l'intérieur : quelques enfants de moyenne section réussissent avec cette stratégie-là. C'est d'ailleurs la non-réussite de cette stratégie-là qui permet aux enfants d'aller plus loin.
- L'enfant commence à faire une collection dans une boîte puis change de stratégie et finalement mélange les collections.
- L'enfant fait les collections les unes après les autres en rassemblant les cartes sur table ou dans sa main.

Variables de la situation
- le nombre de cartes données.
- le nombre de familles.

Prolongements
- jeu des 7 familles.
- même situation avec des objets divers différenciés par un seul critère (jetons de couleurs différentes…).

Remarques : la solution au problème est bien ici la constitution d'une collection dans chaque boite. L'enfant, pour réussir, doit concevoir la collection en l'anticipant pour ensuite trouver un moyen de l'obtenir en en contrôlant la réalisation.

2) Sur l'énumération : les polydrons

Niveau concerné : la grande section.

Objectif : mettre en œuvre une stratégie d'énumération d'une collection donnée en vue de constituer une collection identique.

But à atteindre : l'enfant a réussi s'il a constitué une collection formée de faces identiques à toutes celles d'un solide donné.

Matériel
- LOKON : matériel que l'on trouve dans le commerce (Celda)
- des barquettes pour rassembler les faces choisies.
- des solides construits avec les pièces du LOKON (solides complexes, difficulté pour compter les pièces)

Ex : solides formés de pièces de même couleur.
solides constitués avec pièces d'une seule forme.

Dispositif : demi-classe, travail en binôme ou individuel.

La tâche : rassembler les pièces qui permettront de fabriquer un objet identique à celui qui est donné.

Déroulement

Phase 1 : Présentation et description du matériel

Phase 2 : Action
Consigne : *« tu dois préparer dans la barquette les pièces qui vont permettre à l'autre groupe de fabriquer le même objet que celui-ci ».*
Les enfants n'ont pas le droit de défaire le solide.
Chaque élève ou chaque binôme détermine et constitue la collection.

Phase 3 : Formulation - Mise en mots des procédures utilisées
« *Comment es-tu sûr qu'il y a toutes les pièces ? Tu n'as pas le droit de refaire le solide* ».
Verbalisation :
- des stratégies.
- des obstacles rencontrés.
- des idées de nouvelles stratégies.

Phase 4 **:** Validation du but à atteindre
Le solide référent et la barquette contenant les pièces préparées sont données aux autres élèves pour qu'ils construisent le solide.

Stratégies attendues
Comptage du nombre de pièces de chaque sorte en s'appuyant sur :
- marquage de chaque pièce par une trace indiquant qu'on l'a comptée.
- marquage à l'aide de gommettes des pièces qui ont été comptées.

Stratégies observées
- comptage des différentes pièces, avec un ordre défini mais oubli du point de départ (pas de marquage des pièces).
- comptage des pièces, les doigts servant de marqueurs : difficultés liées au nombre de doigts et à la manipulation.
- marquage de chaque pièce par un signe mais pas de comptage.
- numérotage de chaque pièce.

- repérage de chaque pièce par une gommette, les gommettes étant collées au fur et à mesure de la comptine récitée.
- repérage de chaque pièce par une gommette collée et numérotation de chacune des pièces.

Remarque *: La situation a bien comme enjeu l'exploration exhaustive d'une collection d'objets (les faces du solide), par la mise en œuvre de stratégies d'énumération.*

3) *Sur l'ordre* : *les empilements*

Niveau concerné : la grande section.

Atelier proposé au moment de l'accueil
Appropriation du matériel, manipulation libre.
Montage à partir de la consigne : *« Avec quatre, cinq, six ou sept pièces, fais une construction. Les pièces doivent être les unes sur les autres. Aucune ne doit être cachée entièrement ».*
(Voir annexes 1, 2 et 3)

Prolongement
Photocopie des montages réalisés. Coloriage des pièces sur la copie à partir du modèle (le montage).
Verbalisation : forme - couleur – taille. Vocabulaire de l'ordre : **sur – sous - entre**.

PREMIÈRE SITUATION

Objectif : le concept de collection.

Dispositif : une demi-classe.

Matériel : des pièces géométriques de formes, tailles et couleurs différentes.

Déroulement
Phase 1 : montages (empilements) à réaliser. Rappel consigne : 5, 6, 7 éléments. Verbalisation, problèmes rencontrés. Photocopie (voir Annexe 1).

Phase 2 : présentation des montages dessinés.
Consigne : « Prépare les pièces qui vont permettre à l'autre groupe de réaliser les montages ».

Selon les montages produits dans les ateliers, propositions de montages plus ou moins complexes (5, 6, ou 7 pièces).

Phase 3 **:** validation des réponses, échange du matériel. Montage d'après le dessin et la collection.

Selon le montage, certaines formes sont difficiles à reconnaître.

Le dessin a été agrandi pour une meilleure lisibilité : certains enfants ont été gênés par ce changement d'échelle (les petites pièces agrandies ont presque la même taille que les grandes pièces réelles).

Une fois que toute la classe a fait l'activité, le matériel constitué par les pièces et le montage dessiné, est proposé dans un atelier.
Même travail sur de nouveaux montages, entraînement.

DEUXIEME SITUATION

Objectif : le concept d'ordre.

Dispositif : une demi - classe.

Matériel : montages dessinés, collection des pièces préparées pour chaque montage (dans une barquette).
Feuille de papier, crayon, crayons de couleur, boîte de pièces.

Déroulement
Phase 1 **:** chaque élève dispose d'un montage dessiné et de la barquette contenant la collection de pièces correspondante (voir annexe 2 qui présente des dessins de montages).
Vérification avec la consigne : « *La collection dans la boîte permet-elle de faire le montage ? ».*

Phase 2 : la consigne est « *Certains enfants, malgré le montage dessiné et la collection des pièces, ne savent pas refaire le montage. Il faut expliquer comment faire le montage ».*

Les stratégies relevées

- Les pièces servent de gabarit.
Elles sont coloriées et numérotées, éparpillées sur la feuille.
Les pièces sont alignées dans l'ordre de montage ; au bout de la feuille, virage signalé par des flèches.

- Les pièces sont dessinées à la main et coloriées (problème de forme et surtout de taille)
Elles sont numérotées.
Elles sont dessinées dans l'ordre (sens de lecture gauche - droite).

Phase 3 : validation des messages explicatifs, construire le montage à partir de la fiche et vérifier avec le modèle dessiné. Certaines fiches posent problème. Analyse collective.

Remarques : dans cette situation, la solution au problème est bien la prise en compte de l'ordre d'empilement des pièces. Pour réussir, il s'agit donc, pour l'enfant de trouver une manière d'indiquer l'ordre d'empilement.
Il est relevé que la situation nécessite un moyen de désignation des différentes pièces à empiler et fait intervenir, de manière incidente, des connaissances liées à l'espace (les enfants doivent en effet interpréter une image plane par la vue de haut de l'empilement pour concevoir l'empilement des pièces).

Activité de l'atelier : à la suite de la présentation de ces travaux, les animateurs suscitent un débat sur les choix et l'adéquation entre ces choix et la situation, sur la réalité des savoirs construits, sur l'articulation des connaissances visées avec les compétences numériques.

Conclusions et perspectives

La démarche menée

La démarche utilisée pour mettre en place et mener les expérimentations s'est déroulée en plusieurs temps : initialisation collective, élaboration et mise en œuvre individuelles, comptes-rendus devant le groupe, régulation par le groupe.
Cette démarche s'est avérée productive, car elle a permis conjointement une action de formation et une incidence sur les pratiques.

L'action menée a provoqué chez les enseignants qui s'y sont engagés : investissement, créativité, appropriation de nouvelles pratiques.

L'objectif de mettre sur pied des situations réellement utilisables en classe a conduit à sortir des conditions idéales utilisées dans les recherches théoriques.
Il a fallu parfois négocier sur certains points, en prenant en compte les contingences de l'enseignement en classe : gestion du temps, de l'effectif, de la programmation des travaux.
Par exemple, dans certaines situations, pour faire face aux contraintes d'effectif, des élèves ont été placés dans le rôle d'observateurs, alors que *la présence d'observateurs ne s'imposait pas toujours dans la logique de la situation.*

Les difficultés rencontrées

Les enseignants expérimentés ont une pratique « naturalisée ». Il leur est difficile de « penser » la situation, en anticipant la formulation de la consigne précise, la gestion qu'ils envisagent, leurs paroles et leurs actions aux différents moments de la situation.
En particulier, la recherche d'une consigne précise qui poussera les enfants à agir, c'est-à-dire qui définira clairement le but à atteindre sans induire de stratégie, ne leur est pas naturelle.

Les enseignants supportent mal que les enfants ne réussissent pas d'emblée et qu'ils « pataugent ». Ils sont portés à leur « souffler » des aides directes. De même, quand les enfants sont amenés à valider des productions, ils sont enclins à formuler, à la place des enfants, des raisons de non-réussite (image en négatif du savoir visé).
Ils acceptent mal de se mettre en retrait et de laisser les enfants « se débrouiller » dans la situation.
Ils ont eu du mal à distinguer le but à atteindre, qui définit la « tâche », en référence à un savoir identifié, de l'action concrète qui sera décidée et menée par l'enfant pour atteindre ce but.
Les enseignants ont eu du mal à parler de leur action lors de la mise en œuvre d'une situation.
Ils ont tendance, à ne voir, dans les paroles des enfants, que « du langage », ce qui ne leur permet pas d'identifier l'émergence d'un savoir.

L'impact espéré sur les pratiques

Ce travail de recherche-action a permis à beaucoup d'enseignants, d'expérimenter de nouvelles formes de travail (situation par adaptation) et de mieux cerner les savoirs en jeu dans l'apprentissage du nombre.
Il apparaît acquis que plusieurs d'entre eux, confortés par la réflexion en groupes, ont intégré dans leur pratique, de manière durable, ces travaux.
Cependant, la réticence affichée par plusieurs enseignants à travailler dans la durée, en faisant vivre une même situation en plusieurs étapes par un jeu sur les variables didactiques, atténue un peu l'espoir de retombées dans les pratiques. Ils estiment que conserver une même situation en classe, en faisant jouer les variables, risque de provoquer une lassitude des enfants (d'eux-mêmes peut-être ?)
Il serait aussi nécessaire, pour favoriser l'intégration de ces travaux, d'aider les enseignants à construire une programmation des situations que l'on peut proposer aux différents niveaux de maternelle.

La question du transfert en formation initiale

Est-il opportun d'aborder les contenus décrits ci-dessus, en formation initiale des Professeurs des Ecoles de deuxième année ?
Si l'on pense que oui, quelle est la place à donner à ces contenus par rapport aux priorités de formation sur l'enseignement en maternelle ?

Ces questions font actuellement l'objet d'une réflexion des formateurs ayant participé à cette action. S'ils ne peuvent pas pour l'instant donner leur point de vue définitif, ils sont en mesure d'avancer quelques idées en faveur de l'introduction de ces contenus en formation initiale :

- il est nécessaire que les professeurs des écoles connaissent les savoirs constitutifs du nombre décrits ci-dessus ;

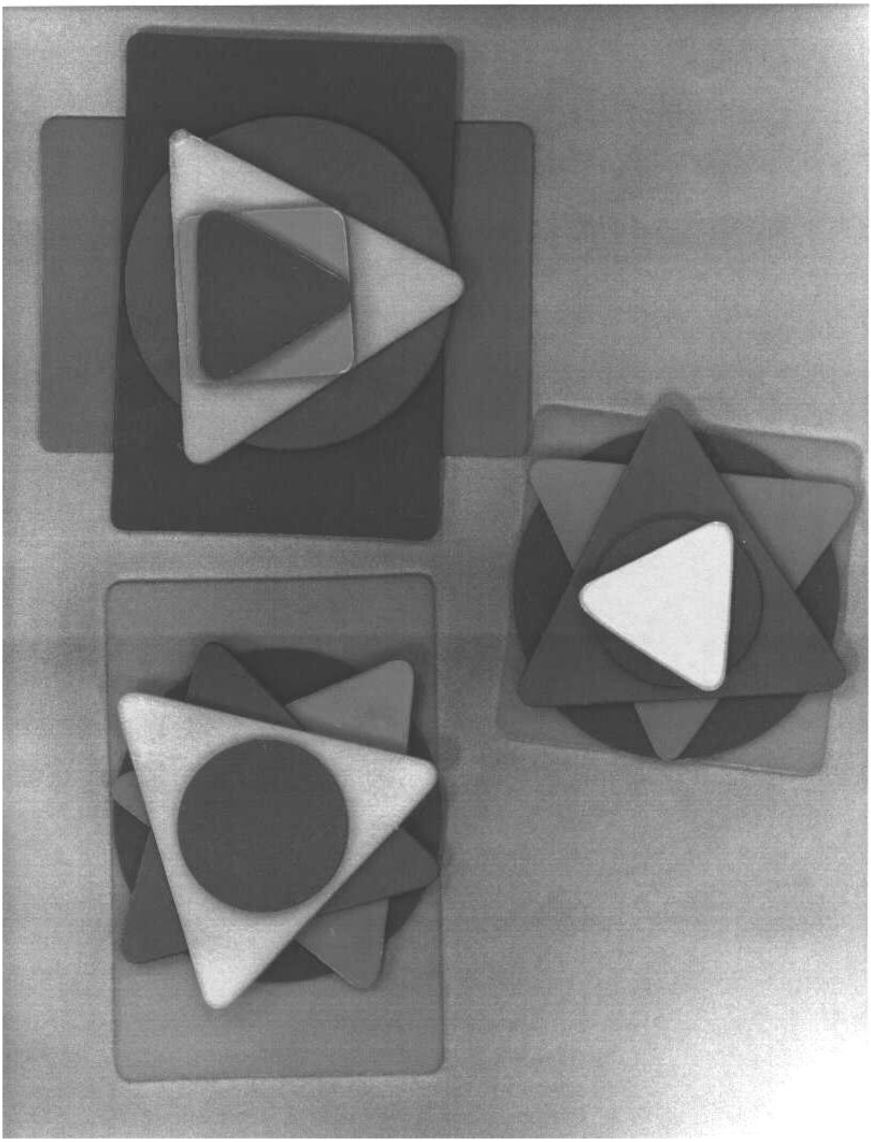
- il est indispensable qu'ils découvrent qu'il est possible de présenter très tôt aux enfants des travaux (sur la collection, la quantité, …) qui mobilisent des connaissances pré-numériques et qui participent, sur un plan conceptuel, de l'apprentissage du nombre ;

- il est important pour eux de saisir que l'articulation entre connaissances rituelles autour du nombre et connaissances conceptuelles se fait grâce à des situations où l'enfant, placé devant un problème, va tenter de le résoudre en mobilisant les connaissances qu'il fréquente et rencontre par ailleurs ;

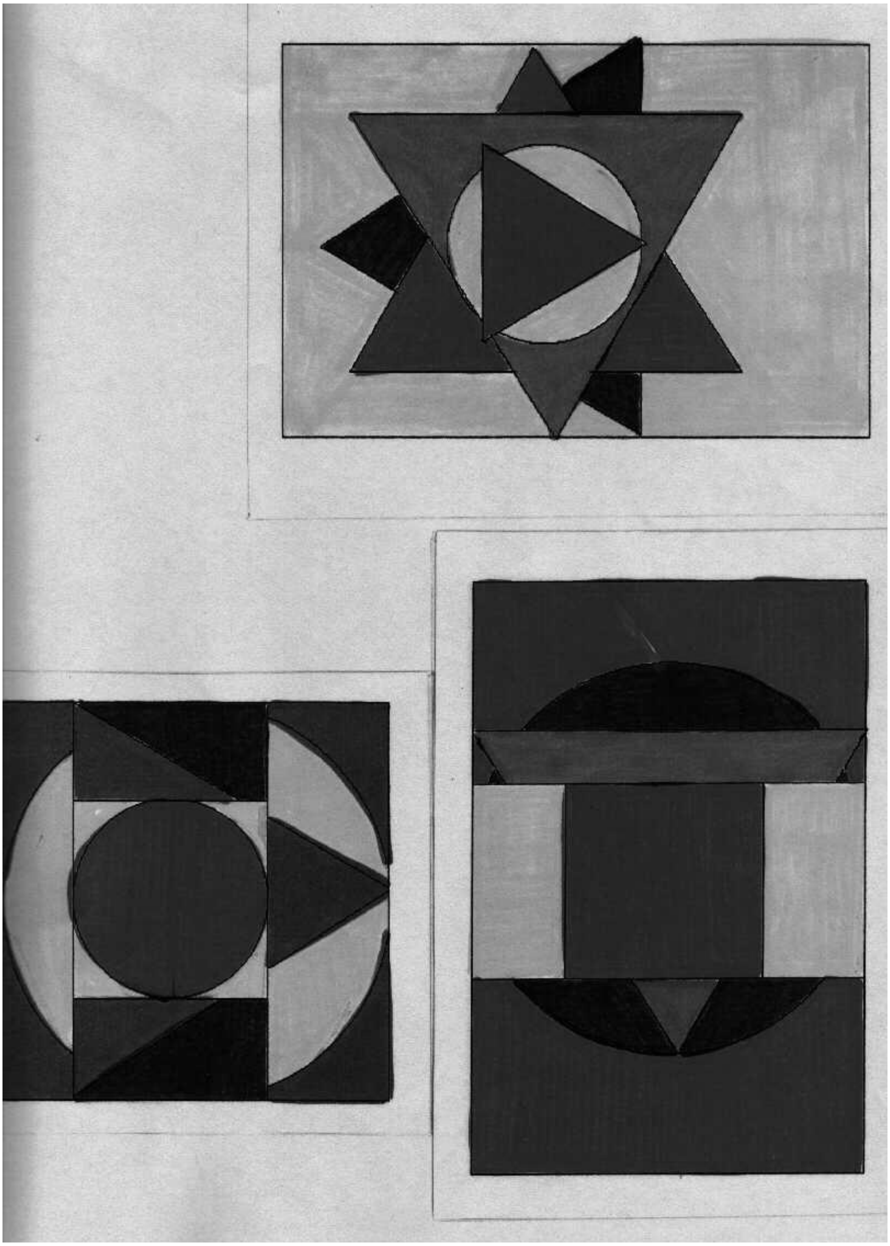
- il est essentiel qu'ils réfléchissent aux contenus de maternelle et qu'en particulier, ils comprennent l'intérêt de proposer de vraies situations à caractère mathématique et logique aux différents niveaux de l'école maternelle.

Enfin le fait d'envisager et d'expérimenter des « situations par adaptation » avec de jeunes enfants, qui ne disposent pas encore de connaissances étiquetées et formalisées, permet aux professeurs - stagiaires de mieux comprendre le fonctionnement du processus « par adaptation à un milieu » (voir théorie des situations de Guy Brousseau).

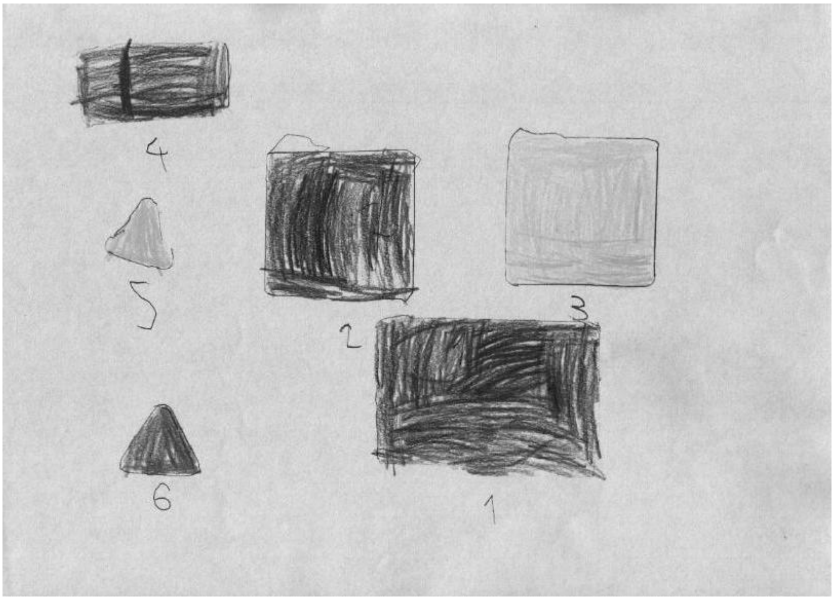
ANNEXE 1

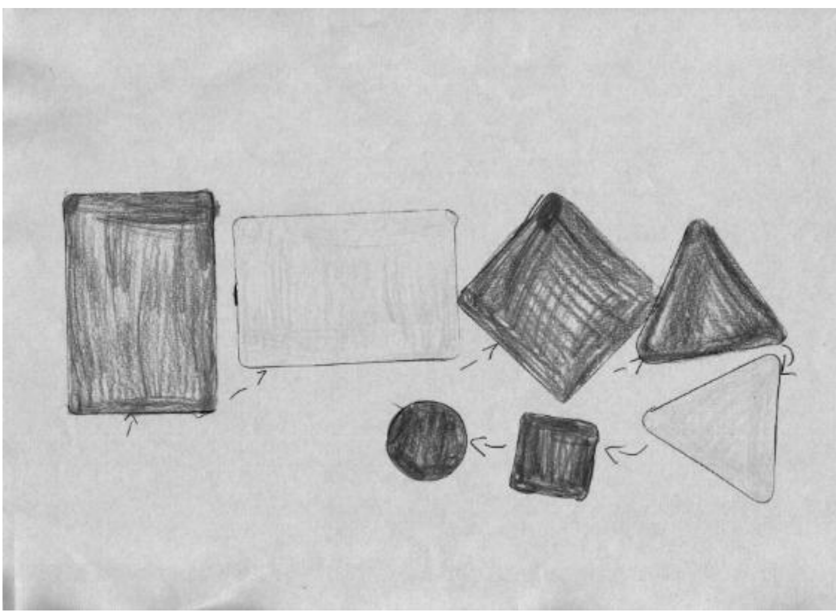


ANNEXE 2



ANNEXE 3 : Exemples de productions d'enfants


4
5
2
3
6
1



Enfants de moins de 6 ans

Enseigner l'énumération en moyenne section de maternelle

Joël Briand

Marie-José Lacave Luciani, Michèle Harvouët : COREM école Michelet de Talence
Dominique Bedère PEMF, Véronique Goua de Baix : PE2

Extrait des actes du XXI ème colloque inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - Chantilly 1994.(article revu en 2003)

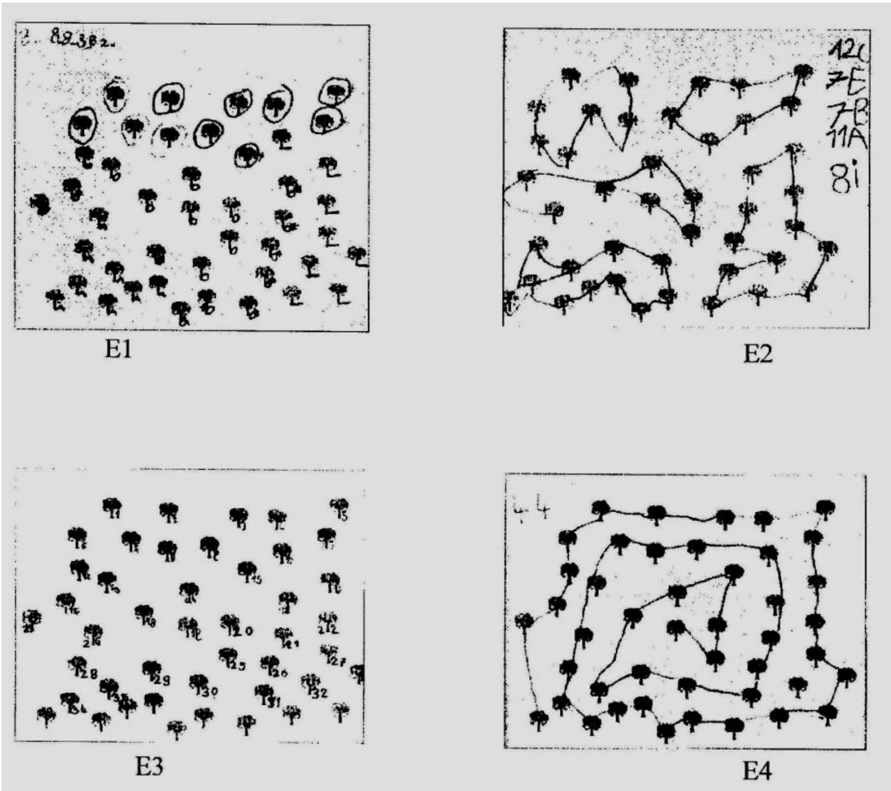
Cet article présente une étude détaillée du concept d'énumération d'une collection d'objets.

Introduction : existence d'une Connaissance nécessaire au comptage

Avant de décrire une suite de séances réalisées à l'école maternelle, nous allons étudier le travail d'élèves de cours préparatoire lorsqu'ils doivent compter le nombre d'éléments d'une collection. L'analyse qui suit nous permettra de mettre en perspective les séances de maternelle que nous proposons, avec ces activités numériques du cours préparatoire.

Les quatre travaux que nous étudions ici font partie d'une étude plus large qui a porté sur 50 élèves de deux cours préparatoires [Briand 1993]. Voici donc des travaux d'élèves de cours préparatoire (mois de mars). Ils disposent d'une feuille de papier sur laquelle sont représentés les arbres. Le professeur demande de trouver combien il y a d'arbres. Afin de répondre à cette question, l'élève peut dessiner librement sur la feuille qui lui est donnée.

Pour parvenir au résultat les élèves développent des stratégies variées :



E1 : construit des sous-ensembles d'arbres, tout en comptant (sans écrire) et en effectuant un marquage différent auprès de chaque arbre pour signifier le sous ensemble. Il effectue une partition de l'ensemble des arbres. Ensuite, il construit l'écriture 8 8 8 8 8 2. L'erreur vient sans doute de la non prise en compte du sous-ensemble désigné par un rond doublé d'une croix.

E2 : relie quelques arbres pour constituer un sous-ensemble et effectue une partition de l'ensemble des arbres. Il construit en même temps une désignation de chaque sous-ensemble par une lettre. Il construit ensuite le couple : (nombre, signe du sous-ensemble).

E3 : explore la collection en ligne. Les nombres sont inscrits, mais l'élève s'arrête lors du choix du 36$^{\text{ième}}$ élément parce que la structure en ligne devient difficile à contrôler. (Dans l'observation, on s'est assuré que l'élève savait énoncer la suite des nombres bien au-delà de 35).

E4 : organise un chemin "en escargot" qui facilitera le comptage. L'élève trouve 44 parce qu'il a compté le nombre de "sauts" et non pas le nombre d'arbres.

On constate que les élèves développent des stratégies différentes [Briand, 1993]. Par exemple, dans les quatre travaux précédents on constate que E1 et E2 structurent la collection en sous-collections, selon des procédures différentes, et que E3 et E4 structurent la collection en y établissant un ordre, là aussi selon des procédures différentes.

Conclusion : lorsque le professeur commande une action de comptage, l'élève doit mettre en œuvre des connaissances (de nature spatiale) qui permettent d'explorer la collection à dénombrer afin de n'oublier aucun élément et de ne pas repasser deux fois sur le même. Ces connaissances ne font pas habituellement l'objet d'un enseignement. Leur dysfonctionnement entraîne pourtant des échecs dans le comptage.

Ces connaissances sont-elles mobilisées dans la vie courante ?
Prenons un exemple bien connu : aller faire des achats au supermarché à l'aide d'une liste préparée à l'avance. La tâche sera simple si la liste préparée correspond parfaitement à l'organisation des rayons du supermarché et aux habitudes du client. La liste elle-même apporte des moyens de contrôle des achats déjà effectués et de ceux qui restent à faire. Mais si la liste n'a pas été conçue en fonction de l'organisation des rayons du supermarché, notre consommateur devra exercer un contrôle, plus difficile, du passage en revue des éléments de sa liste. Il pourra s'aider du marquage s'il dispose d'un stylo, il pourra construire des sous listes par familles de produits, etc.

Ces connaissances sont-elles mobilisées à d'autres moments de la scolarité ?
Que ce soit dans le domaine de la construction des opérations arithmétiques, et plus tard, dans celui de l'analyse combinatoire, la question se pose toujours de contrôler les collections d'objets qu'il faudra dénombrer, mais nous ne pouvons pas, dans le cadre de cet article développer cet aspect.

Revenons donc à l'activité de comptage elle-même.
Pour compter le nombre d'éléments d'une collection finie montrée, l'élève doit nécessairement :
1- Être capable de distinguer deux éléments différents d'un ensemble donné.
2- Choisir un élément d'une collection.
3- Énoncer un mot nombre (« un » ou le successeur du précédent dans une suite de mot-nombres).
4- Conserver la mémoire de la collection des éléments déjà choisis.
5- Concevoir la collection des objets non encore choisis.
6- Recommencer (pour la collection des objets non encore choisis) 2-3-4-5 tant que la collection des objets à choisir n'est pas vide.
7- Savoir que l'on a choisi le dernier élément.
8- Énoncer le dernier mot nombre.

Les étapes en italiques (1,2,4,5,6,7) constituent une tâche spécifique que nous appelons **inventaire**, au cours de laquelle il s'agit de passer en revue tous les éléments d'une collection finie une fois et une seule. Cette tâche caractérise une connaissance non enseignée que nous appelons énumération, faute d'un autre nom.[1]

En se référant à la théorie des situations, la question se pose alors de mettre en place une situation fondamentale de l'énumération, c'est à dire une situation dans laquelle l'énumération d'une collection d'objets montrés soit (indépendamment de l'activité numérique) la solution au problème posé ?

Au cours de recherches antérieures, plusieurs dispositifs de mise en œuvre de la situation fondamentale de l'énumération (dans le cadre de collections finies d'objets visibles) ont été mis au point. En particulier une modélisation à l'aide de l'outil informatique a été réalisée [Briand J., Brousseau G., Oyallon J.L. 1985 puis 1995]. Les expérimentations ont déjà été rédigées [Briand J. 1985].

Nous proposons ici :
- un exemple d'organisation d'une situation d'apprentissage de l'énumération dans le cadre de la classe de moyenne section de l'école maternelle,
- l'étude d'effets produits par de légères modifications du dispositif, souvent à l'insu des enseignants.
    - les questionnements restés en suspens, en particulier dans des domaines connexes de savoirs tels que l'argumentation.

La situation fondamentale de l'énumération et son analyse

Présentation du dispositif et analyse a priori :

Le dispositif s'adresse donc à des élèves de 4-5 ans.
Un élève dispose devant lui (sur une table) d'un tas de boîtes d'allumettes identiques percées sur le côté d'un petit trou permettant le passage d'une allumette. Des bâtonnets sont les allumettes desquelles on a ôté le phosphore. Ces bâtonnets, en grand nombre, sont dans une boîte plastique. Il s'agit de placer une allumette et une seule dans chaque boîte sans l'ouvrir, et de savoir lorsque l'on a terminé. Lorsque l'élève estime avoir terminé, il vérifie ou fait vérifier par un autre élève (ou par l'enseignant au début). Pour cela, les élèves assistent à l'ouverture des boîtes. S'il y a une seule allumette dans chaque boîte et si aucune boîte n'est vide, alors l'élève a réussi.
Nous avons souhaité intégrer ce dispositif dans une pratique de classe habituelle : en collectif, la maîtresse présente l'activité en l'appelant « jeu des boîtes d'allumettes ». Elle ne fait pas travailler les élèves. Puis, après avoir lancé d'autres ateliers autonomes, la maîtresse appelle trois enfants : un va jouer et

[1] PETIT LAROUSSE - Énumérer : Énoncer successivement les parties d'un tout, passer en revue. LAROUSSE Dictionnaire étymologique 1992 p.267 : du latin enumeratio, action de compter complètement. Dans l'étymologie même du nom, le comptage paraît nécessaire, alors que la définition du petit Larousse ne fait pas référence au comptage.

deux observent. Ils joueront après. Nous verrons plus loin dans le texte comment ce dispositif peut être modifié.
Le rythme de travail choisi est de faire passer environ six élèves par séance, ce qui demande donc quatre à cinq séances pour que les élèves aient effectué le même type de travail. Cette expérimentation s'est déroulée de début novembre 96 à la mi-février 97.

Caractéristiques de cette situation a-didactique
Nous analysons quel peut être l'enjeu de cette situation pour l'élève, en fonction en particulier des possibilités d'action, de choix, de décision, de contrôle et de validation dont il dispose. Nous prévoyons les champs de comportements possibles.

Variables que nous avons repérées :

V1- Le type d'espace dans lequel l'élève va travailler. Ici, nous avons choisi de fixer cette variable. Il s'agit du micro-espace du plan de travail de la table. Chaque enfant travaille sur une table 120x80.

V2- Le nombre de boîtes.

V3- Le fait que les objets (boîtes d'allumettes) soient effectivement déplaçables ou non.

V4- La possibilité de déplacer les boîtes dans un espace restreint ou plus large. (liée à V1 et V3)

Remarque : le marquage des boîtes n'est ni suggéré, ni institué.

Analyse de la tâche, familles de stratégies attendues :
L'élève a devant lui des boîtes. Sa tâche consiste à constituer une collection nouvelle d'éléments « boîte-allumette » en distinguant en permanence cette nouvelle collection de la collection des boîtes « encore » vides.
Les stratégies possibles (gagnantes ou non) peuvent être les suivantes :

- l'élève prend une boîte, une allumette, met l'allumette dans la boîte, pose la boîte « à distance » des boîtes non encore remplies.
- l'élève prend une boîte, une allumette, met l'allumette dans la boîte, pose la boîte parmi les autres boîtes non encore remplies.
- l'élève associe une allumette à chaque boîte, puis met les allumettes dans chaque boîte. (Cette stratégie a peu de chances d'apparaître.)

VARIANTES PRÉVUES DE LA SITUATION

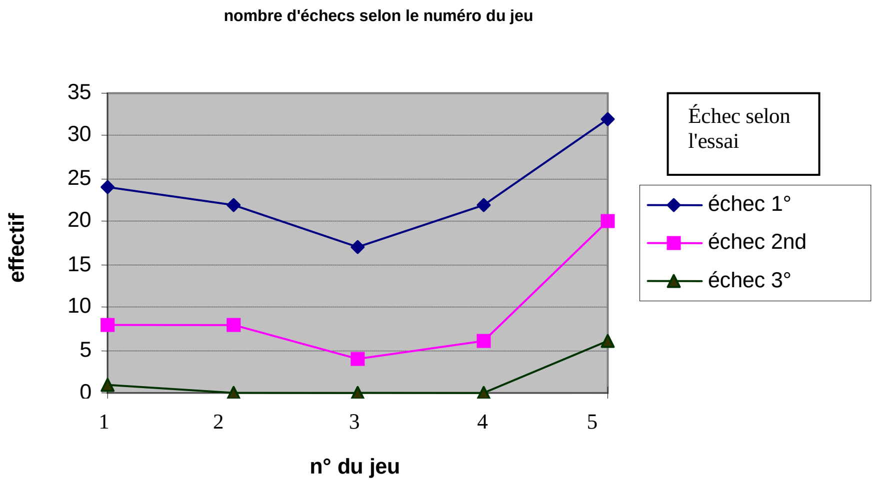
Première variante : 8 boîtes déplaçables sur une table 120x80.
Deuxième variante : 20 boîtes déplaçables sur une table 120x80.
Troisième variante : 20 boîtes fixées sur un support (vinyle blanc). Mise à disposition d'un stylo feutre.

Auxquelles nous avons ajouté deux variantes :

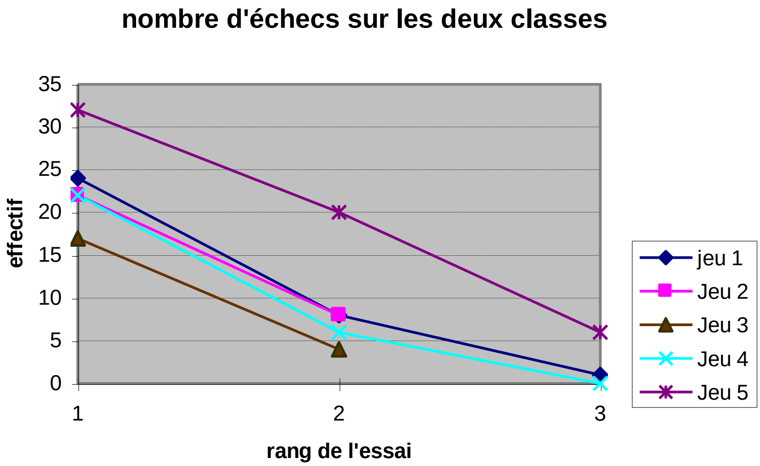
- Lors du deuxième jeu, nous avons constaté que les élèves secouaient les boîtes pour contrôler la présence ou l'absence d'allumettes. Nous avons donc décidé de placer une allumette dans les boîtes, la consigne devenant « il faut qu'il y ait deux allumettes par boîte ». Nous allons étudier dans la suite de cet article en quoi cette décision n'était pas utile.
- Une collection de 20 boîtes rend la situation inutilement complexe. Nous l'avons observé dès les premiers élèves. Aussi, nous avons rapidement réduit à 15 le nombre de boîtes.

	Configuration matérielle	**Raisons des choix**	**Analyses effectuées après l'expérimentation**
JEU 1	8 boîtes déplaçables		- Stratégies pour remplir des boîtes, élaborer une collection. - Étude d'énumérations induites involontairement.
JEU 2	20 boîtes déplaçables	Changement significatif du nombre de boîtes.	- Influence du passage de 8 à 20 sur les résultats et sur les stratégies mises en œuvre.
Première phase collective		Faire formuler les stratégies. Faire anticiper un résultat	- Passage des propositions aux prédicats puis aux calculs sur prédicats. - Traitement des erreurs par l'enseignant.
JEU 3 (2)	20 boîtes déplaçables		
JEU 4	15 boîtes déplaçables. Une allumette déjà présente dans la boîte.	Le secouage (deux allumettes) 15 car 20 rend trop long la validation	Étude détaillée du « secouage ».
Deuxième phase collective	15 boîtes déplaçables. Une allumette déjà présente dans la boîte.	Faire formuler les stratégies Faire anticiper un résultat	- Un savoir et son enseignement possible ou impossible. - Limites de ce type de séances. - Absence d'une situation a-didactique de formulation
JEU 5	15 boîtes non déplaçables. A nouveau une seule allumette.	Énumérer une collection d'objets non déplaçables. Faire des marques.	Analyse de la complexité de la tâche.

LES RÉSULTATS observés



Ce schéma montre que, pour chaque situation, les progrès sont évidents. L'enchaînement des jeux 1, 2 et 3 montre qu'à chaque jeu, le nombre d'échecs au premier essai redevient plus important que le nombre d'échecs au dernier essai du jeu précédent, mais en même temps, le progrès réalisé en trois essais par jeu reste très significatif. Le passage à deux allumettes et surtout le blocage des boîtes d'allumettes (jeu 5) vont augmenter le nombre d'échecs à rang d'essai identique.



Ce deuxième schéma montre que, quelque soit le jeu, il y a progrès. Le progrès ne se mesure donc pas uniquement d'une séance à l'autre, d'un jeu à l'autre, ce qui serait nier l'apport des modifications de variables significatives, mais à l'intérieur d'une même configuration de jeu.

Remarque : Peu d'élèves échouent après trois tentatives. Pour ceux-ci, nous prenons pour engagement de ne pas les confronter à l'échec répété. Nous proposons qu'ils demandent de rejouer lorsqu'ils en manifesteront le souhait. C'est un rapport non tendu à la situation qui doit être maintenu afin que l'élève ait envie de réussir, d'y voir un enjeu le concernant.

Analyse détaillée du jeu 1 : mise en évidence d'effets didactiques

Les stratégies repérées :

Les élèves parviennent à réussir au jeu 1 (24 échecs au premier essai, 7 au deuxième (donc 24-7 réussites) et 1 au dernier essai (donc 7-1 réussites))[2].

Les stratégies mises en oeuvre pour réussir sont :
1- Mise à l'écart des boîtes remplies
- sur la table
- sur la table et alignées, ou en bordure de table.
- sur la table et alignées et empilées.
2- Repérage visuel d'un cheminement possible, a priori, permettant une exploration exhaustive de la collection première.
- l'élève replace alors la boîte remplie à sa place initiale.
- ou bien l'élève ne se préoccupe pas de la place de la boîte remplie.
3- Organisation préalable de la collection des boîtes vides.

Remarques :
- Nous mettons le « secouage » à part puisqu'il se greffe sur les stratégies repérées.
- Le rangement préalable des boîtes vides (en ligne) afin de mieux contrôler l'exploration future, n'est jamais apparu.
- La consigne empêche la réalisation de la stratégie qui consisterait à placer les allumettes sur les boîtes (une sur chaque boîte) ou à les enfoncer à moitié.

Deux effets d'ergonomie avec pour conséquences : une collection non construite et une énumération induite.

Premier effet :
Les résultats décrits sont issus de deux classes que nous nommons GM1 et GM2. Les résultats obtenus en GM1 et GM2 au premier essai sont :

[2] Les élèves qui ont réussi ne rejouent pas.

E échecs

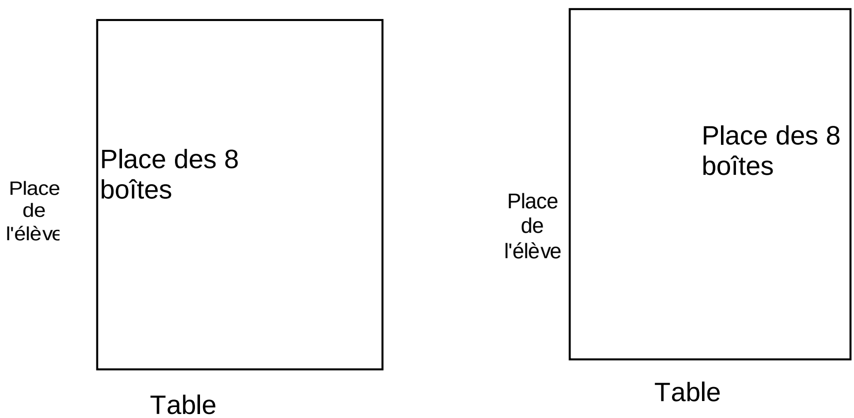
R réussites

	E	R
GM1	13	11
GM2	11	16

Ils paraissent semblables. Or, nous avons noté, en début d’observation (premiers groupes de 6 élèves) en GM1 puis en GM2, une différence sensible de résultats : 5 échecs sur 6 en GM2, 6 réussites sur 6 en GM1.

Nous nous sommes rendus compte que la situation n’était pas présentée de la même façon aux deux classes, que chaque maîtresse avait travaillé la séance à sa façon, et que deux interprétations de la séance s’étaient faites :

- Dans la classe GM2, la maîtresse pose, en vrac, les boîtes d’allumettes loin de l’élève. Pour cela, elle a mis les boîtes dans une grande boîte (à chaussure) qu’elle renverse sur la table. En GM1, les boîtes sont disposées assez près de celui-ci.



GM1 ***GM2***

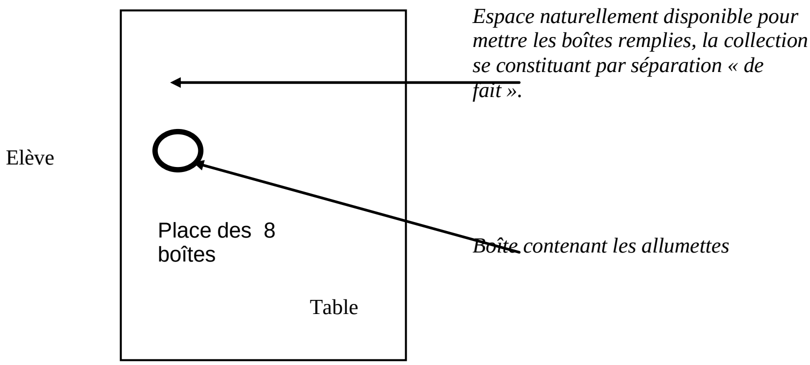
Pour mettre une allumette dans chaque boîte, l’élève doit :

1- Se saisir d’une boîte,
2- prendre une allumette *(ces deux actions peuvent être permutées*),
3- mettre l’allumette dans la boîte,
4- poser la boîte remplie en l'écartant des boîtes non encore remplies,
5- recommencer cette séquence.

Dès la deuxième boîte, la réussite impose la constitution de la collection des boîtes remplies.

Dans le cas de GM2, l'action 1 impose de tendre la main, se lever un peu de sa chaise. L'action 4 sera réalisée au moindre coût en reposant la boîte devant soi. Il n'y a aucune raison pour que l'élève repose la boîte parmi les boîtes non encore remplies. La réussite à l'activité peut donc être constatée alors que l'élève n'a pas décidé de séparer les deux collections. Dans le cas de GM1, l'action 1 n'impose aucun déplacement, l'action 4 doit alors s'accompagner d'un geste volontaire (coûteux) de mise à l'écart pour constituer les deux collections.
Dans le premier cas, pour des raisons ergonomiques élémentaires, l'élève n'a pas (ou peu) en charge l'énumération. La deuxième collection (boîtes-allumettes) peut se construire totalement à son insu.
On peut donc faire l'hypothèse que la différence de résultats est largement explicable par cette différence d'organisation.

Deuxième effet :
Une autre contrainte ergonomique a joué comme une variable de la situation : la place de la boîte qui contient les allumettes. Selon la place qu'elle occupait sur la table, la boîte constituait, ou non, un moyen (involontaire) mis à disposition des élèves pour qu'ils n'aient pas à confondre les boîtes remplies et les boîtes à remplir, en jouant le rôle de séparateur naturel :



Remarque : nous n'avons pris conscience de ces phénomènes qu'après la première observation de six élèves dans l'une et l'autre classe. Ensuite, les dispositifs furent identiques : boîtes placées devant l'élève, boîte contenant les allumettes en bord de table.

Étude détaillée de l'effet du secouage
A un moment ou à un autre, les enfants secouent pour savoir s'il y a une allumette dans une boîte.
Exemple 1 : Romain place les boîtes pleines avec les vides. Il perd. Au deuxième essai, il écoute le bruit en secouant. Il reprend toute la collection et trie les vides et les pleines.
Exemple 2 : Damien en GM1 prend une boîte, déjà remplie. Il découvre le bruit de l'allumette dans la boîte. Il secoue une autre, et recommence. Il fait un tri

fondé sur le bruit, secoue mais n'organise pas spatialement (ne conçoit pas) la collection des boîtes remplies. Il met alors deux allumettes dans une boîte.
Constats :

- Le bruit est un événement (qui peut avoir un caractère ludique évident).
- Il peut devenir une propriété qui caractérise un nouvel objet : boîte avec allumette.
- Il peut être un moteur de tri de ces objets afin de constituer une nouvelle collection.
- Il peut, en inter-action avec une organisation spatiale, être une aide au contrôle de l'énumération.

L'élève qui ne se fonde que sur le bruit pour trier, sans mettre à l'écart les boîtes remplies (donc sans contrôler la nouvelle collection des boîtes remplies), est devant une tâche très coûteuse et peu fiable. Par exemple, nous avons constaté que plusieurs élèves utilisaient la technique du secouage, mais pas systématiquement. Ils mettaient alors deux (ou plus) allumettes dans une boîte. Enfin, pour décider que la tâche est terminée, il faut être sûr que toutes les boîtes ont eu une allumette, il faut donc les secouer toutes, mais la question se pose à nouveau d'explorer la collection de façon exhaustive !

En conclusion, contrairement à une première analyse qui pourrait en être faite, le « secouage » d'une boîte n'est pas suffisant pour réussir. Il ne constitue pas une stratégie permettant totalement l'évitement de l'acquisition du savoir visé (constitution d'une collection par pratique énumérative). Toutefois, par le contrôle même incomplet qu'il permet, il augmente la probabilité de réussir sans avoir de procédure énumérative bien aboutie.
Analyse du passage du jeu 1 au jeu 2 (passage de 8 à 20 boîtes) :
Nous faisons l'hypothèse que le passage de 8 à 20 boîtes permettra de mieux expliciter les stratégies de contrôle et de constitution de la collection des boîtes pleines.[3] Les résultats examinés plus haut ont montré qu'il n'y avait pas de différence significative sur les résultats si l'on prenait en compte le travail sur deux essais.

Les résultats en GM2 sur les trois essais du premier jeu et les deux du second sont les suivants :

[3] Mais nous n'avons pas préparé les élèves à ce projet : les questions « Est-ce que tu saurais faire avec plus de boîtes », de même que « qui est-ce qui pense qu'il peut gagner ?», n'ont pas été proposées aux élèves.

STRATÉGIE	PRÉCISIONS	Jeu 1	Jeu 2
- Pas de stratégie observée		2	2
- Mise à l'écart des boîtes remplies.			
	- Sur la table	10	8
	- Sur la table et alignées, ou en bordure de table.	0	1
	- Sur la table et alignées et/ou empilées	8	11
- Repérage d'un chemin, a priori, permettant une exploration exhaustive de la collection première		2	
	- L'élève replace la boîte remplie à sa place initiale.		
	- L'élève ne se préoccupe pas de la place de la boîte remplie.	5	5
- Organisation préalable de la collection des boîtes vides.			1

6 élèves secouent les boîtes en Jeu1. 12 élèves secouent les boîtes en Jeu2 (à des moments différents de l'activité).

Une cause d'erreur repérée est une rupture dans la suite : (B : boîte ; A : allumette)

B-A, B-A, B-A, B-A,…

ou la suite A-B, A-B, A-B, A-B, …

Par exemple, la suite :

B-A, B-A, A-B-A, B-A.

conduit à la mise de deux allumettes dans une boîte ou à l'oubli d'une allumette, selon le moment où se fait la rupture.

Exemple : Tristan organise la deuxième collection par rangées de 4. Il effectue un empilage sur un plancher de 4x2 qui délimite l'espace de la deuxième collection. Mais il regarde ce que fait la maîtresse et, à la troisième boîte, il place une allumette puis une autre.
C'est le couple (allumette, boîte) qui a été rompu, le couple (boîte, allumette) se greffant, d'où deux allumettes dans la boîte.

Nous remarquons que la phase de validation est un moment au cours duquel les élèves :
- pensent qu'il est nécessaire d'ouvrir les boîtes qui restent, même après avoir ouvert une boîte qui ne contenait pas d'allumette ou qui en contenait plus d'une ;

- peuvent signifier les conditions de la réussite ou de l'échec.

Conclusions :

- le passage de 8 à 20 boîtes ne modifie pas significativement les résultats des élèves, en terme de réussite échec ;
- les nouvelles contraintes ont permis l'émergence de stratégies d'organisation plus marquées (empilages, mises en ligne, bordure de table) ;
- la phase de validation est très fastidieuse.

Analyse des phases collectives

Questions de logique

La première phase collective (à la suite du jeu 1) a permis :

- de formuler une stratégie (« il faut mettre de côté »). Cette stratégie est formulée huit fois au cours de l'entretien.
- de prendre conscience de toute la logique en acte qui se développe derrière cette expérience et qui n'a pas été prise en compte au départ ou qui a été sous-estimée. « Perdu», « perdu un peu plus », « gagné », « gagné pour cette boîte ».

Les élèves passent de l'énonciation de la valeur de vérité d'une proposition ("il y a une allumette dans cette boîte") à l'élaboration conjointe de prédicats : « s'il existe une boîte sans allumette ... » « il y a une allumette dans cette boîte... », ainsi que d'un calcul sur ceux-ci : « donc il a perdu », « pour l'instant c'est juste ».

Il y a là un travail à poursuivre. Nous pensons que cette construction se fait dialectiquement avec la construction du concept de collection. L'hypothèse étant que la formulation de tels prédicats et des calculs sur ces prédicats participe à la constitution de la collection, que cela **« cimente » les objets pour en faire une collection**.

Dans les moments collectifs, nous avons constaté que les termes employés n'avaient pas de statut très clair. Par exemple, les termes « vérifier », « réussir », « échouer », qualifient tantôt une réussite locale (une allumette dans cette boîte) tantôt la réussite ou l'échec à l'activité (« tu as échoué »). L'enseignant doit alors improviser un discours qui tourne autour des prédicats sans qu'un contrat précis sur les exigences n'ait été négocié.

Le tableau suivant fait état des comportements attendus, des savoirs visés du point de vue du travail sur les propositions et les prédicats, et du point de vue des interventions du professeur.

moment étudié	**analyse logique**	**analyse des comportements**	**savoir qui peut être visé**	**intervention possible**
secoue les boîtes (secouer avant l'action , secouer après l'action)	l'information donnée par le bruit permet de savoir s'il y a une (ou plusieurs) allumettes dans la boîte.	Permet de s'assurer de la présence d'une allumette.	Secouer avant permet de contrôler s'il y a présence d'une allumette. Secouer après ne permet pas de contrôler si la boîte était vide.	
Découvrir une boîte vide.	Signifie l'échec au jeu	Peut signifier échec pour cette boîte. (proposition) Peut signifier échec au jeu (prédicat)	Il suffit qu'une boîte ne contienne pas d'allumette. Il n'est pas nécessaire de vérifier pour celles qui restent.	« Il suffit » peut être repéré dans l'action (s'interrompt-on lors de la validation au cas où une boîte vidée apparaît ?). Peut être repéré dans le langage.

Questions de contrat didactique

Au cours des observations, nous avons constaté des difficultés rémanentes pour les enseignantes. Nous décrivons ces difficultés, sans pour cela approfondir l'étude *:*

- Tout d'abord, le déroulement de ces séances pose la question de l'enjeu. Quelle forme d'enjeu faut-il maintenir pour que les élèves prennent ce problème à leur compte ? La situation permet à l'enfant de savoir s'il a échoué ou réussi. A la suite de l'ouverture d'une boîte, quelle attitude le maître doit-il avoir ? Il faut que celui-ci montre que réussir et échouer ne sont pas deux issues auxquelles il convient d'attribuer la même valeur. Or les enseignants en maternelle rechignent à tenir ce contrat, pensant décourager l'élève.

- Pour conduire cette phase, nous avons constaté que c'est en l'interrogeant sur ce qu'il compte faire la prochaine fois, et non sur ce qu'il vient de faire, que l'élève prend petit à petit le projet à son compte. Cela suppose chez l'enseignant qu'il envisage l'apprentissage se faisant non seulement dans les séances elles-mêmes, mais aussi d'une séance à l'autre, y compris chez de jeunes enfants.

L'anticipation d'une séance à l'autre nous semble être un élément du contrat didactique.
- La négociation du contrat n'est pas simple : l'enseignant est gêné lorsqu'il s'agit de trancher dans certaines circonstances. Par exemple : l'enseignant n'ose pas dire à T. qu'il a une bonne méthode mais qu'il s'est trompé parce qu'il a été distrait à tel moment.
- L'enseignant est souvent gêné lorsqu'une réponse juste a été donnée : le silence est interprété comme une annonce d'erreur.
- Le traitement des erreurs dans la relation didactique est aussi un point délicat ; certaines erreurs que les élèves font peuvent être traitées en classe, d'autres non. Telle erreur d'un élève peut être difficile à traiter en public. Les niveaux d'explication n'étant pas les mêmes d'un niveau de savoir à l'autre, une explication aisée à donner à un élève s'avérera intenable à entendre pour un autre élève. Le risque, pour l'enseignant, est de se contenter d'une interprétation scolaire, de se ramener au projet scolaire, alors que bien souvent il s'agit de conceptions plus fines en jeu. Il y a donc des erreurs que l'on a intérêt à corriger en public, d'autres qui se règlent avec un seul élève, et d'autres qui ne peuvent même pas être débattues (savoirs absents).

Analyse du jeu 4 : vers une situation a-didactique de formulation

Pour des raisons déjà évoquées, nous avons ramené le nombre de boîtes à 15. Les résultats ne sont pas significativement différents des précédentes séances. Le secouage est devenu un rite, certains élèves sourient, d'autres essaient de reconnaître le bruit de deux allumettes par rapport au bruit d'une allumette.

La phase de débat ne provoque pas de formulation interne à la situation : dans notre dispositif, un enfant regardait un autre effectuer le travail. Était-ce utile? Il nous semble que l'on se fait beaucoup d'illusions à ce sujet. Plusieurs rôles sont possibles pour l'élève observateur. Prenons deux rôles possibles courants : un élève regarde un autre travailler en vue de faire la même tâche, ou bien en vue de prévoir si celui que l'on observe a réussi ou non. Dans le premier cas, certains enfants prennent cette place comme une place dans une file d'attente. Ces enfants n'ont pas d'engagement, pas de responsabilité dans l'action ou dans la formulation. Dans le deuxième cas, bien souvent l'élève observateur ne peut pas expliquer les raisons d'un éventuel échec. Il répète alors une phrase toute faite : « il a oublié une boîte » et donne alors une (sa) méthode pour « mieux réussir ». Il est rare qu'un élève puisse analyser ce qui a échoué dans la méthode de l'autre. Un autre type de rôle, par une organisation du travail à deux, permettrait de rencontrer un nouveau problème dans lequel la connaissance interviendrait obligatoirement sous forme d'un langage. Il faudrait pour cela que l'équipe soit formée pour résoudre une tâche commune. Donnons un exemple de fonctionnement possible. Consigne *« Vous allez travailler à deux. À un moment donné, je demanderai à celui qui a commencé de laisser sa place à l'autre pour qu'il termine. Vous pourrez vous parler. Qui pense pouvoir réussir ? »*. Dans une perspective de travail sur le marquage (jeu 5 : voir ci-après) , l'interruption du jeu pourrait faire intervenir un marquage (un type de marquage, un repérage). Pour cela, il suffirait de préciser dans la consigne si les consignes de passage de relais peuvent s'effectuer par écrit ou oralement.

Analyse du jeu 5 (boîtes bloquées sur un plateau)

La construction du dispositif nécessite que l'on prenne en compte plusieurs problèmes :

- les boîtes sont collées sur un tableau blanc ;
- On peut ouvrir les boîtes sans être gêné (en vue de la validation) ;
- La disposition de la collection est choisie sans structure spatiale évidente.

Nous avons choisi quatre stratégies qui, à leur façon, contribuent à mettre en évidence la complexité d'une énumération. Nous définissons comme rupture le moment de l'activité de l'élève pendant lequel il devra abandonner la collection du regard. Pour réussir l'inventaire de la collection, l'élève doit donc mettre en mémoire la collection déjà constituée (boîtes-allumettes).

Élève	**action bouclée**	**ruptures visuelles**	**charge mémoire**	**contrôle**
S.	Ai : (rupture), prendre une allumette, choisir une boîte non entourée, mettre l'allumette, (rupture) prendre le stylo, entourer, (rupture) poser le stylo, Ai+1 : prendre une allumette, etc.	3 ruptures par boucle, autant de boucles que d'éléments N de la collection.	A partir de A2, l'élève doit mémoriser la dernière boîte entourée non encore remplie.	Contrôle par une mémorisation spatiale. N contrôles à effectuer
M.	Ai : entoure n boîtes (ne pose pas le stylo) , (rupture) prend n allumettes et met n allumettes. Ai+1 : entoure n boîtes, met n allumettes.	(n=2) 2 ruptures par boucle. N/2 boucles.	A partir de A2, l'élève doit mémoriser les n (n=2) dernières boîtes entourées non encore remplies.	Contrôle par une mémorisation spatiale. N/2 contrôles à effectuer.
E.	A1 : met une marque au pied de chaque boîte. Ai : met une allumette, efface la marque correspondante. (rupture) Ai+1 : met une allumette, efface la marque correspondante.	Une rupture par boucle	Il n'y a rien à mémoriser.	Aucun contrôle à effectuer.

C.	Ai : (rupture), prendre une allumette, choisir une boîte non entourée, mettre l'allumette, (rupture) prendre le stylo, entourer, (rupture) poser le stylo, Ai+1 : prendre une allumette, etc.	3 ruptures par boucle. Autant de boucles que d'éléments N de la collection.	A partir de A2, l'élève doit mémoriser (spatialement) la dernière boîte entourée non encore remplie.	Clément laisse la main sur la boîte. Ou bien il garde les yeux dessus.

Selon les démarches adoptées, le nombre de ruptures (qui contribue à la définition de la complexité de la tâche) varie de un à trois par boucle.

Conséquences sur la complexité, intérêt pour le comptage. Reprenons la situation fondamentale de l'énumération, cette fois sous la forme proposée par un logiciel [Briand J., Brousseau G., Oyallon J.L., 1995]. Le logiciel propose à l'élève de parcourir visuellement une collection de quelques objets. Le pointage (mémorisé par la machine) de chacun des objets inventoriés une fois et une seule est la solution du problème posé. Il n'est pas nécessaire d'effectuer une autre action que le seul passage d'un objet à l'autre. A la différence du logiciel, la situation des boîtes d'allumettes nécessite que l'enfant prenne, à chaque fois, en un lieu précis, les allumettes. Mais les boîtes sont déplaçables. Les élèves mettent ceci à profit pour dépasser la difficulté de la prise des allumettes. Il reste à ne pas commettre d'erreur dans la suite séquentielle allumette-boîte-allumette-boîte, etc. Par contre, la situation des boîtes fixées va créer les ruptures étudiées précédemment. Le marquage ajoute, provisoirement, une difficulté. Dans le cas où les boîtes sont déplaçables, le contrôle s'exerce par la force des choses puisque la boîte concernée est le plus souvent tenue en main.
On pourrait donc s'interroger sur l'intérêt à rendre la situation aussi difficile, puisque le but est de construire des situations d'énumération qui favorisent ultérieurement le comptage de petites collections. En effet, cette situation met en œuvre des procédures d'inventaire plus complexes que celles qui seront nécessaires au comptage. Le parcours exhaustif d'une collection montrée n'exige pas que l'on quitte des yeux la collection montrée en passant de l'un à l'autre de ses éléments. Dans le travail que nous venons d'étudier, seule la stratégie de C. permet, par un marquage « au préalable », de diminuer la complexité et de la rendre égale à celle qui est rencontrée lors de l'activité de comptage. Nous pensons toutefois que ce travail d'organisation de la tâche constitue en soi une activité cognitive intéressante.

Conclusion
Notre souci était de faire fonctionner des situations a-didactiques adaptées à l'enseignement de l'énumération de collections visibles dans le contexte de l'acquisition des premiers nombres, afin de transformer l'énumération en objet

de savoir. C'est pour cela que nous avons organisé l'ingénierie que nous venons de décrire. Nous pensons avoir réussi dans ce domaine du pré-numérique et contribué à identifier les savoirs qui peuvent être pris en charge par l'école maternelle, sans pour cela « faire du cours préparatoire avant l'heure ».
Les observations conduites ont montré un champ de recherches à effectuer au niveau de l'école maternelle. Cela concerne l'organisation de situations de formulation provoquant des activités spontanées de logique. Il y a là (au moins) deux aspects : la situation elle-même et les modalités de vérification du résultat qui sont accompagnées d'un discours, difficile à mener parce qu'il fait appel à des questions de logique en acte. Dans ce cas, nous avons repéré trois niveaux de discours[4] : celui de l'action (rapport technique), celui du vocabulaire d'action pour parler de l'action (rapport technologique), celui de l'énonciation de règles de généralités, des déclarations (rapport théorique). Or dans certaines phases, l'enseignant doit agir sur ces différents registres, de façon empiriste. Nous sommes persuadés qu'un travail dans ce domaine pourrait contribuer à faire progresser les élèves dans l'apprentissage de l'argumentation fondée sur des situations qu'ils maîtrisent.

[4] En nous référant à l'organisation praxéologique décrite par Chevallard Y.[Chevallard Y.,1997]

Appendice

A la suite de l'étude, décrite plus haut, nous avions décidé d'organiser le travail en moyenne et grande section selon un nouveau plan tenant compte des résultats. Voici le nouveau plan de travail actuel :

	Configuration	**raison des choix**
JEU 1	8 boîtes déplaçables	
JEU 2	8 boîtes déplaçables. 2 élèves. Un qui observe. Tâche interrompue.	Modifier le rôle de l'observateur.
Première phase collective	Simuler des phases de validation dans le but de faire formuler plus précisément.	Faire formuler les stratégies, Faire anticiper un résultat
JEU 3	15 boîtes déplaçables. 2 élèves. Le deuxième n'observe pas. Consigne orale du premier au deuxième au moment de la passation de rôle.	Faire formuler sur l'énumération et la constitution des collections.
JEU 4	15 boîtes déplaçables constituées de boîtes de différentes formes et de couleurs différentes.	Faire travailler sur les classifications croisées.
JEU 5	15 boîtes non déplaçables. Le deuxième n'observe pas. Traces écrites sur tableau pour le récepteur au moment de la passation de rôle.	Faire formuler, instituer des résultats sur l'énumération et les procédures de marquage.

Bibliographie

BRIAND J. (1985) *« Logiciels d'enseignement et situations didactiques »*. Mémoire de DEA Bordeaux I.

BRIAND J. (1993) *"L'énumération dans le mesurage des collections* ». Thèse Bordeaux I

BRIAND J., BROUSSEAU G., OYALLON J.L. (1995) : logiciel *« A nous les nombres* » Profil ed. PARIS.

BRIAND J. (1999) "Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques" *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol 19-1. la pensée sauvage Grenoble.

BRISSIAUD R. (1989) *"Comment les enfants apprennent à calculer ?*" RETZ, Paris.

BROUSSEAU G (1984) "*L'enseignement de l'énumération*" Congrès C.I.A.E.M. Adélaïde.

BROUSSEAU G. (1986) "*Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*". Thèse d'état Bordeaux I .

BRUN J. (1994) « Evolution des rapports entre la psychologie du développement cognitif et la didactique des mathématiques ».in *"Vingt ans de didactique des mathématiques en France*" (Artigue, Gras, Laborde, Tavignot). La pensée sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Y. (1997) "Familière et problématique la figure du professeur". *Recherches en Didactique des Mathématiques* Vol 17- 3. la pensée sauvage Grenoble.

CONNE F. (1993) "Savoir et connaissance" *Recherches en Didactique des Mathématiques* : RDM vol 12/2.3 la pensée sauvage Grenoble.

DIGNEAU J.M. (1985) "*Le saut informationnel*". Mémoire de DEA Université Bordeaux I.

PIAGET J. (1955) "*De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*" PARIS.

Viv(r)e le triangle à l'école maternelle

Claude Rimbault

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Cahors 1991.

Cet article a pour but de sensibiliser les maîtres au caractère réducteur de certaines conceptions du triangle et de proposer des activités, pour l'école maternelle, sur la notion de triangle.

Mode d'emploi

Ce texte a été le support d'une conférence pédagogique (durée : 3 heures) à l'intention d'enseignants d'école maternelle (40 personnes).

Déroulement

1 - Des feuilles A4 sont distribuées aux stagiaires : "Dessinez-moi, à main levée, un triangle sur votre feuille".

2 - Des feuilles circulaires, découpées dans un format A4 avec un compas coupeur, sont distribuées :

"*Dessinez-moi, à main levée, un triangle sur votre feuille*".

Bien observer la façon dont les stagiaires "reçoivent" la feuille ronde. Passer dans les rangs et faire faire environ un quart de tour aux feuilles rondes et observer les réactions des stagiaires.

3 - "Posez devant vous la feuille A4 et la feuille ronde et n'y touchez plus".

4 - Pour les feuilles A4 et leur triangle, recenser les positions relatives de la feuille A4 sur la table, la nature des triangles dessinés (isocèles, acutangles, obtusangles, rectangles, etc.), la position relative des triangles sur la feuille A4 (triangles "assis", triangles "pointe en bas",...), la place du triangle sur la feuille (dans le haut, dans le bas, dans un coin,…).

Faire le même travail avec les feuilles rondes.

5 - Demander à un stagiaire de dire comment on fait pour calculer l'aire d'un triangle.

6 - Discuter (échanger) avec les stagiaires sur les résultats obtenus en 4 et 5. On peut espérer qu'ils prendront conscience qu'ils ont, le plus souvent, une idée (sociale ?) réductrice du triangle (reliquat de la formation ?).

Par exemple, poser le problème du calcul de l'aire d'un triangle obtusangle dont un côté est parallèle au petit côté de la feuille A4. Même question avec *un triangle obtusangle dessiné sur une feuille ronde*.

7 - Définition du triangle

8 - Quelques activités sur le triangle à l'école maternelle dont on (moi !) pense qu'elles donneront une image moins réductrice du triangle.

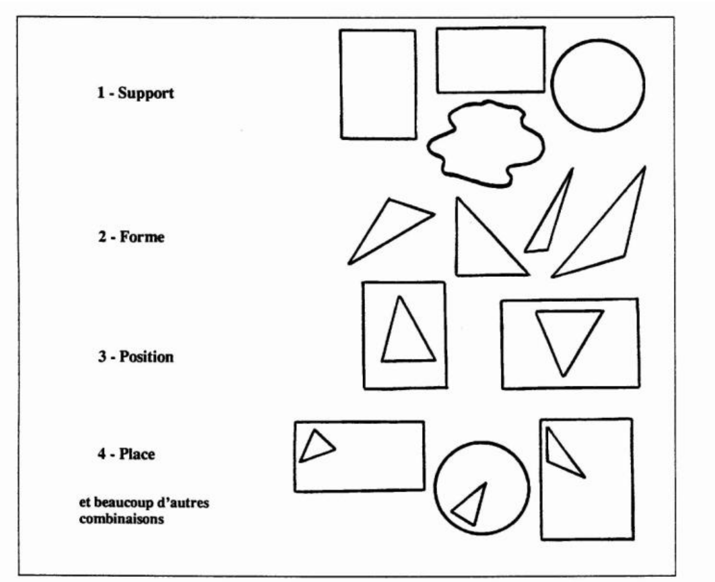
Exemple : l'activité décrite "Des trous et des triangles".

Présenter le matériel seulement et la consigne d'utilisation. Les stagiaires doivent rédiger la fiche d'utilisation : niveau, objectifs, consignes,...
Pourquoi les faces des triangles sont-elles de deux couleurs différentes ? Pourquoi les coins d'un des triangles sont-ils différenciés par des pastilles de couleurs différentes ? etc.

Travail à faire pour toutes les activités proposées par l'animateur.

9 - Demander si, dans l'assistance, quelqu'un a aussi des activités semblables à proposer.

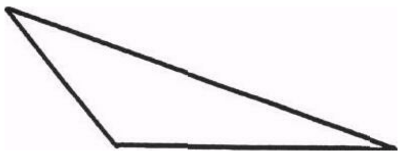
NB : Faire varier, si possible, la nature des supports, la forme, la position, la place du triangle.



Triangle (du latin triangulus) : "figure formée par trois points non alignés et par les trois segments qui les joignent deux à deux." Définition simple, s'il en est ! Pas si sûr.

Dessinez donc sur une feuille A4 non quadrillée un triangle. Presque toujours, le triangle dessiné est acutangle et a un côté parallèle au petit côté de la feuille... et tout le monde sait que "pour calculer l'aire d'un triangle, il faut multiplier LA base par LA hauteur et diviser par deux".

N'y a-t-il donc pas des triangles obtusangles ? Y a-t-il des triangles "assis" d'une part et des triangles"pointe en bas" d'autre part ? Un triangle a-t-il toujours une base ? Peut-il en avoir plusieurs ? Et peut-on calculer l'aire du triangle ci-dessous qui a SA hauteur à l'extérieur ?



Interrogations naïves peut-être mais qui empoisonnent élèves et enseignants.

Connaître le triangle, c'est, au moins, le manipuler, le reconnaître dans n'importe quelle position ; c'est donc donner un sens plein au préfixe TRI du mot triangle ; c'est aussi, mais plus tard, être capable de classer les triangles.

Il apparaît nécessaire de mettre en place dès l'école maternelle des activités permettant aux enfants d'appréhender le triangle. Les activités décrites ci-après trouvées dans les classes sont des débuts de réponse aux interrogations précédentes.

PAPIER POINTÉ

Niveau
Moyenne section.

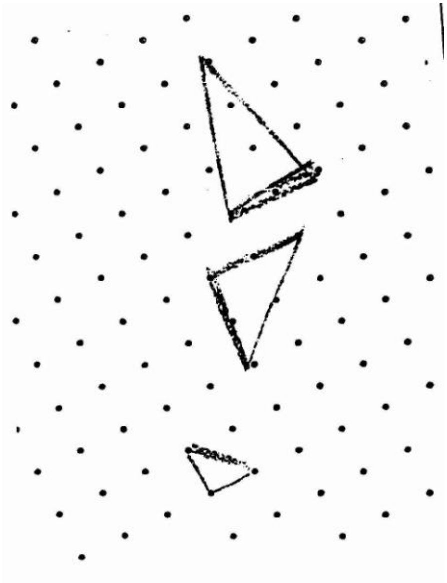
Matériel
Des feuilles de papier pointé.

Consigne
Dessiner des triangles en joignant trois points deux à deux.

Objectif
Prendre conscience que trois points non alignés déterminent un triangle.

Commentaire
Cette activité proposée en grande section peut inciter les enfants à utiliser la règle.

Origine
"Espace et géométrie avec des enfants de 4 à 6 ans" Danièle CHAUVAT et Annick DAVID (IREM de Nantes)



LE SPHINX

Niveau
Moyenne section

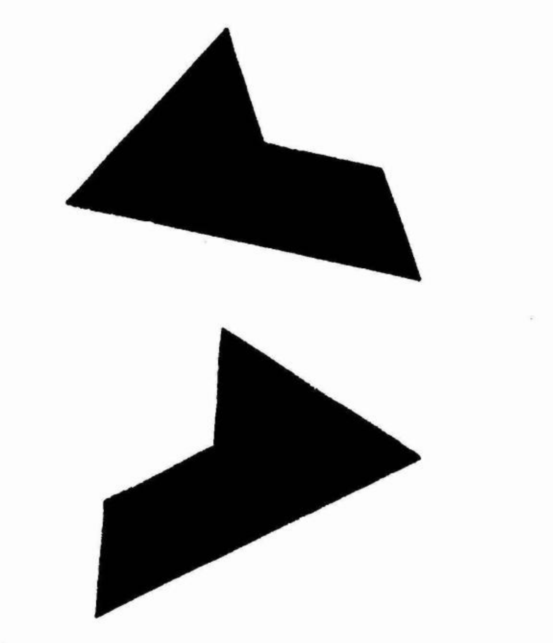
Matériel
- Des triangles équilatéraux de côté 2,5 cm de différentes couleurs (7 à 8 triangles pour chaque couleur).
- Des sphinx (hexatriangles) en carton

Consigne
Recouvrir exactement un sphinx avec des triangles et les coller.

Objectif
Approcher quelques propriétés du triangle équilatéral (rotations,..., le triangle équilatéral pave,...)

Commentaire
En prolongement, un sphinx étant ainsi recouvert, on peut en construire trois autres et assembler ces quatre sphinx pour obtenir un grand sphinx homothétique. (Il faut disposer 3 sphinx côté pile (ou face) et le quatrième côté face (ou pile)). On pourra différencier les couleurs des deux faces.

Origine
Classe de Nicole QUINTIN, I.M.F.A.E.N. (Ecole Marcelin Berthelot – 22000 Saint-Brieuc)



HABILLER DES TRIANGLES

Niveau
Grande section

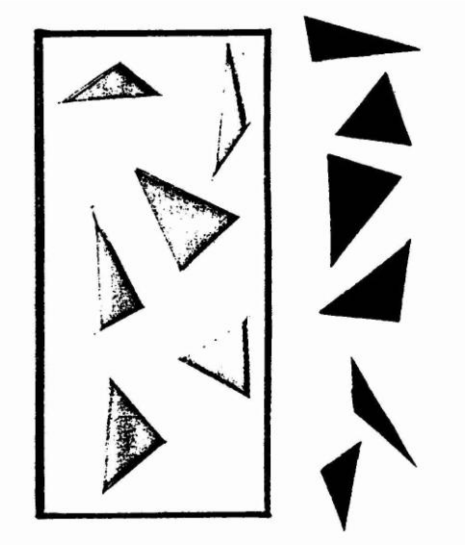
Matériel
- Des triangles tracés sur des feuilles A4.
- Des crayons feutres et des crayons de couleur.

Consigne
Faire un dessin prenant en compte le triangle déjà tracé.

Objectifs
- Se faire une image mentale du triangle.
- Savoir repérer des triangles.

Commentaire
La forme des triangles et leur position relative dans la feuille A4 induisent les habillages des enfants. Cette activité devrait être le sujet d'une étude plus approfondie et scientifique.

Origine
Classe de Michèle DAGORN, I.M.F.A.E.N. (Ecole de Kérénoc - 22 Pleumeur-Bodou)



PAPIER TRIANGULÉ

Niveau
Moyenne section.

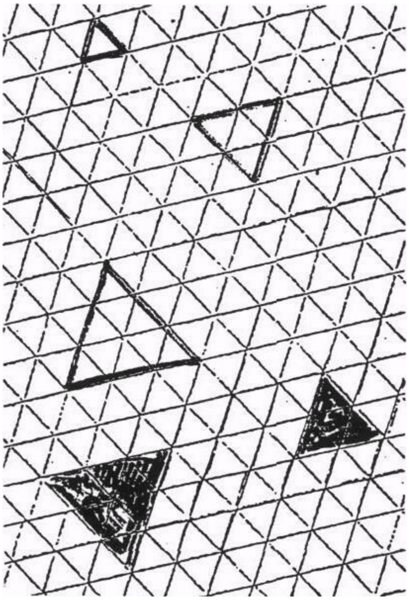
Matériel
- Des feuilles triangulées.
- Des crayons feutres ou de couleur.

Consigne
Dessiner des contours de triangles.
Colorier des triangles (un triangle peut être formé de plusieurs petits triangles).

Objectifs
- Reconnaître des triangles.
- Le triangle équilatéral pave.

Commentaire
On pourra utiliser du papier triangulé avec des mailles plus petites ou plus grandes selon les difficultés de dessin ou de coloriage rencontrées.
Une autre activité intéressante est le pavage d'une feuille de papier avec un triangle équilatéral qu'on déplace en s'en servant comme gabarit

Origine
"Espace et géométrie avec des enfants de 4 à 6 ans" Danièle CHAUVAT et Annick DAVID (IREM de Nantes)



JEUX DE CONTOURS

Niveau
Moyenne section

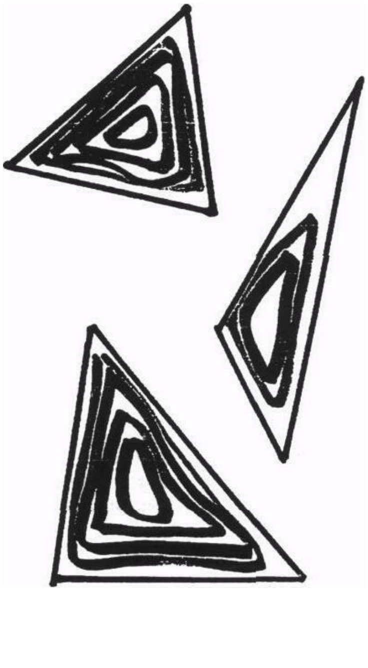
Matériel
- Des triangles de formes différentes sont tracés au crayon marqueur sur des supports différents (feuille A4, feuille ronde, feuille déchirée,...)
- Des crayons marqueurs de couleurs.

Consigne
Suivre, à l'intérieur, le contour des triangles tracés.

Objectif
Savoir dessiner un triangle (ou, du moins, une ligne fermée constituée de trois segments de droite).

Commentaire
En donnant deux ou trois marqueurs de couleurs différentes, on peut obtenir des tracés algorithmiques.
Cette activité proposée en grande section a incité les enfants à utiliser la règle.

Origine
Classe de Michèle DAGORN, I.M.F.A.E.N. (École de Kérénoc - 22 Pleumeur-Bodou)



LE MASSACRE DE PAUL KLEE

Niveau
Grande section.

Matériel
Ce puzzle orienté a pour support 4 cartes postales reproduisant "Rythmes d'une plantation" (1925), aquarelle sur papier de Paul KLEE (1879-1940) visible au musée d'art moderne Georges Pompidou.

Deux triangles rectangles non isocèles ont été découpés dans chaque carte de façon arbitraire. Les 8 pièces à remettre en place sont toutes identiques et peuvent donc prendre place indifféremment dans n'importe quelle case.

Pour réussir, il faut tenir compte de la forme de la pièce et de la continuité des lignes, chaque pièce ayant une place bien déterminée qui est unique.

Consigne
Remettre en place les 8 triangles.

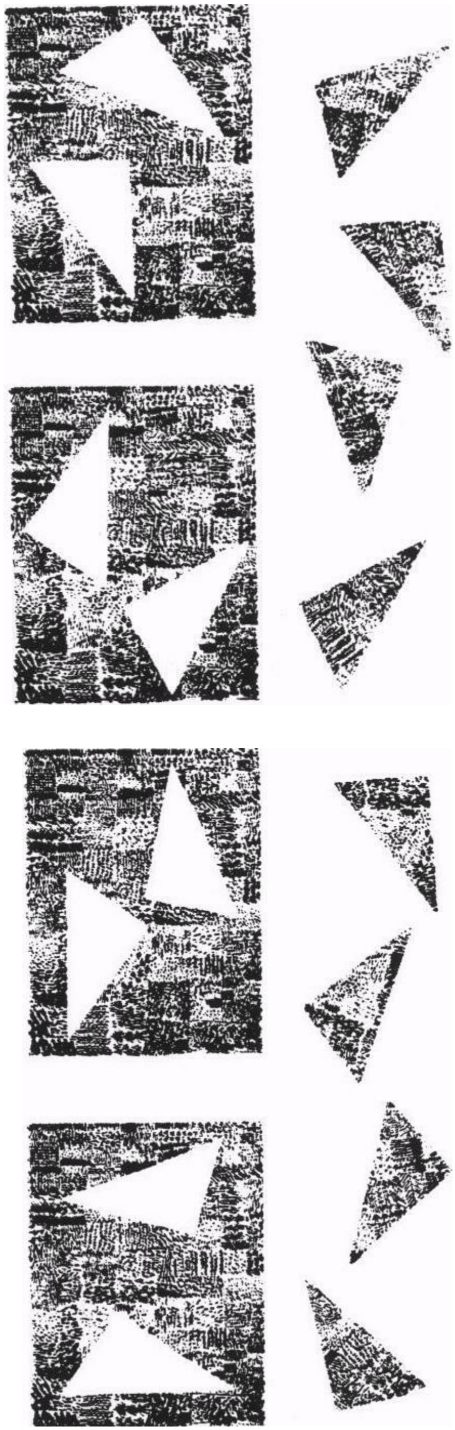
Objectifs
Affiner sa perception visuelle du triangle :
- l'orientation
- la continuité des lignes et des couleurs.

Commentaire
Plusieurs variables didactiques interviennent :

- Si les pièces découpées sont des triangles équilatéraux, seule la continuité des lignes interviendra dans la stratégie de recherche.
- Si le support est une reproduction d'un MONDRIAN, d'un ALBERS ou d'un VAN DOESBURG, aux couleurs vives, c'est le critère de continuité des couleurs qui prévaudra (on connaît les tons neutres de Paul KLEE).
- Si le support provient d'un TILSON ou d'un Frank STELLA ("Les Indes galantes", par exemple), les enfants prendront en compte l'un ou l'autre des critères : lignes, couleurs.

Origine
Claude RIMBAULT in "Bulletin n° 13 des professeurs d'école normale" (IREM de Rennes), d'après une idée de Geneviève ZIMMERMANN.

Enfants de moins de 6 ans



LE BAUTIERY

Niveau
Grande section.

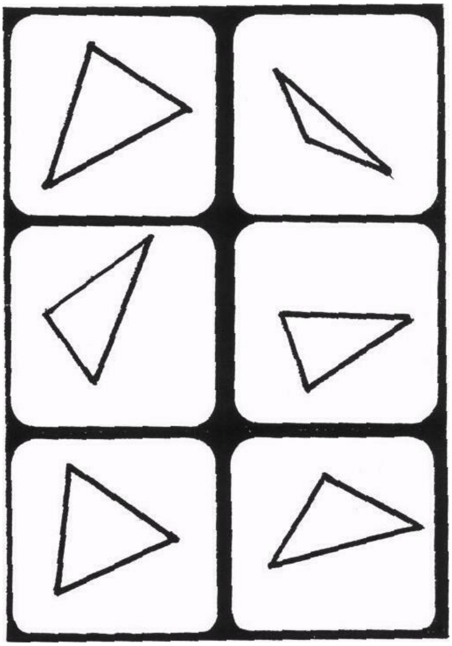
Matériel
- Deux jeux de 6 cartons (des sous-verres de bière, par exemple) sur lesquels sont dessinés des triangles différents.
- Des cartons vierges.

Consigne
Un enfant dispose d'un jeu de 6 cartons.
Il choisit un carton et reproduit sur un carton vierge le triangle qui y figure.
Il transmet sa reproduction à un autre enfant qui, en s'aidant de son propre jeu de cartons doit reconnaître le triangle dessiné par son camarade.

Objectif
Commencer à affiner ce qui peut différencier un triangle d'un autre triangle.

Commentaire
Cette activité de communication est très intéressante mais aussi difficile à bien conduire. Elle met en évidence les différences sur les mesures des côtés et des angles.

Origine
D'après une idée de Thierry BAUTHIER in "Bulletin des professeurs d'école normale" (IREM de Rennes)



MONDRIAN...ITÉS

Niveau
Grande section

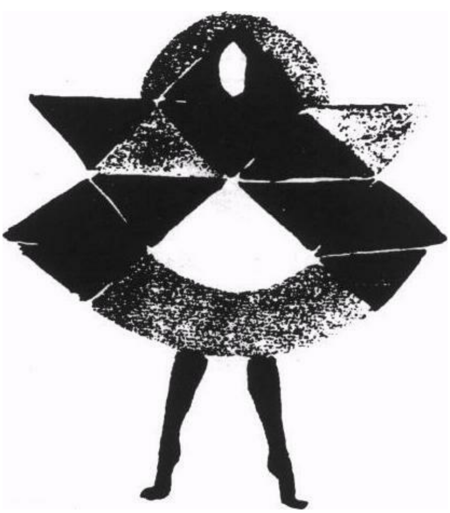
Matériel
- Des cartes postales reproduisant des tableaux modernes, par exemple des Sonia DELAUNAY, où apparaissent des triangles
- Du papier affiche de différentes couleurs
- Des rectangles de carton blanc du format de la carte postale à reproduire

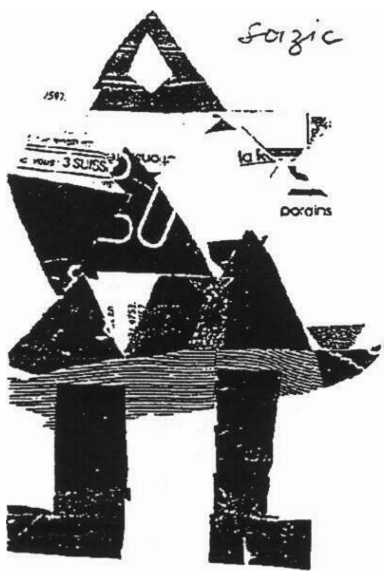
Consigne
Découper et coller des triangles de papier affiche pour reproduire la carte postale.

Objectifs
- Reconnaître des triangles et les agencer
- Découper des triangles

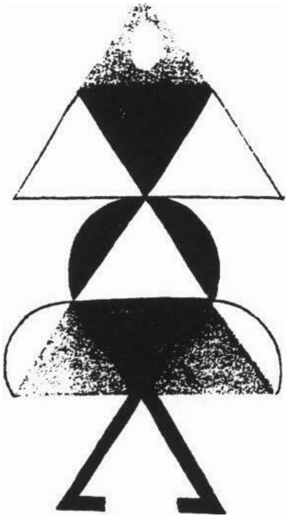
Commentaire
Une activité préalable est le découpage puis le collage libre de triangles. On obtiendra des sapins, des alignements de tentes, etc.

Origine
Article de Michèle KERNEIS (IREM de Rennes Diffusion restreinte)

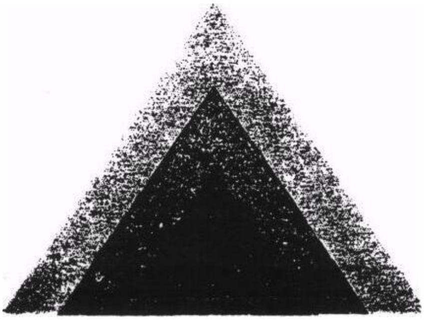




Danseuse Sonia DELAUNAY (1923)



La danseuse jaune pour l'entracte du "coeur à gaz" Sonia DELAUNAY (1922)



Across Kenneth NOLAND (1964)

Enfants de moins de 6 ans

Quelles mathématiques pour le cycle des apprentissages premiers ?

Danielle Vergnes

Extrait partiel des actes du 20ème colloque inter-IREM des formateurs et professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres - Aussois1993.

Cet atelier a réuni une vingtaine de personnes qui ont travaillé sur des documents fournis par les participants. Parmi ces documents, nous reproduisons ci dessous trois thèmes d'activités pour le cycle des apprentissages premiers
Activités pour le cycle 1 :
"Des triangles rectangles isocèles"par Colette Farge,
"Faire six " par Philippe Goudin,
"La météo" par Michel Courrière.

DES TRIANGLES RECTANGLES ISOCELES

L'intention est de faire réaliser aux enfants des activités de pavages, mosaïques, frises avec des triangles rectangles et isocèles qu'ils auront obtenus par pliage et découpage. Avec les jeux du commerce visant les mêmes objectifs, l'enfant est généralement amené à détruire sa production pour ranger le jeu en fin de séance.

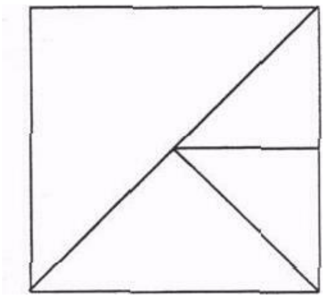
Cette activité a été expérimentée dans une classe de petits-moyens (3 à 4 ans) au cours d'un atelier.

Mise en place de l'activité

On donne aux enfants un carré de 21x21 (en centimètres).
Consigne : "Comment peut-on plier cette feuille pour obtenir 2 triangles ?"
Les trois quarts des enfants ont fait un pliage adéquat. La maîtresse a fait découper le long de la ligne de pliage aux ciseaux.

Consigne: "Comment plier un triangle pour obtenir 2 triangles plus petits ?"
On renouvelle la consigne. Les enfants ont obtenu 4 triangles : 1 grand, 1 moyen, 2 petits.

Avec des élèves de grande section (5 ans), voire CP (6 ans) ou CE1 (7 ans), on peut continuer les pliages et obtenir 4 ou 5 tailles de triangles. Tout au long de l'activité les mots carrés et triangles ont été réutilisés en situation.



La maîtresse a ensuite laissé les enfants faire avec leurs triangles un collage libre (on a obtenu beaucoup de sapins).

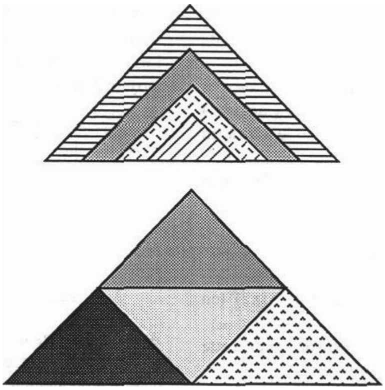
Fabrication de matériel

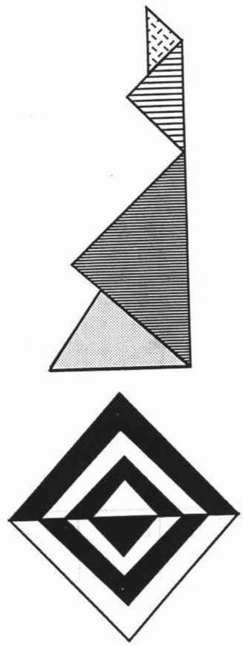
Constitution d'un stock de triangles à partir de carrés (2, 3, 4 voire 5 couleurs, 3, 4 peut-être 5 tailles).
L'atelier doit être dirigé par la maîtresse pour obtenir des résultats satisfaisants.

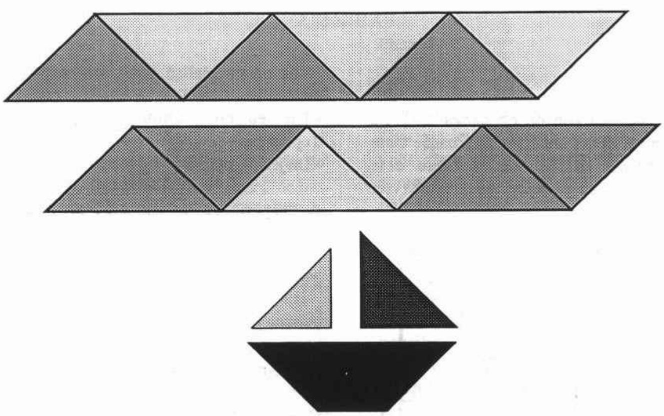
Exemples d'activités possibles

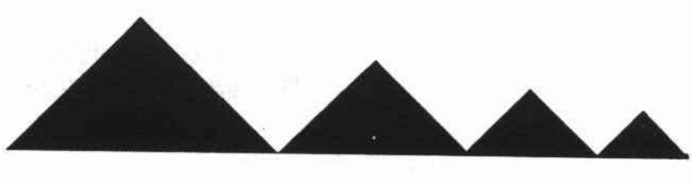
- Classement par taille ou par couleur ;
- Rangement
  en ligne avec collage ;
  en superposition avec collage ;
- Reconstitution du support avec deux ou plusieurs triangles en travail libre ou en donnant un gabarit qui peut-être obtenu par pliage d'un carré.
- Pavage libre, puis collage.
- Pavage avec la consigne d'obtenir un carré, puis collage.
- Pavage avec la consigne d'obtenir un grand triangle, puis collage.
- Suites algorithmiques, frises mettant en jeu couleur et orientation.
- Reproduire une figure.
- Faire compléter un dessin par symétrie.
- Agrandissement : faire un dessin avec des petits triangles, le reproduire avec de grands triangles.
- Travail en négatif-positif.
- Pour terminer, on peut faire coller par les élèves sur une grande feuille les triangles qui leur restent.

La liste des activités n'est pas close. Vous pouvez contempler ci-après quelques réalisations, malheureusement privées de leurs couleurs.



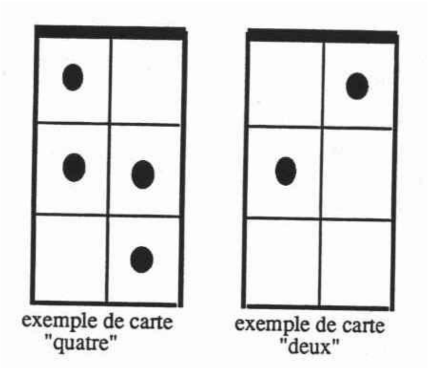






FAIRE SIX

Le jeu se compose de 62 cartes dont les dimensions en cm sont 8 x 12. Chaque carte est partagée en 6 cases. Chaque carte comporte une ou plusieurs gommettes (voir exemple).



Remarques

Les cartes sont orientées : un gros trait noir en haut indique la façon de poser la carte sur la table.

Il y a :
6 cartes différentes comportant 1 gommette, 15 cartes différentes comportant 2 gommettes, 20 cartes différentes comportant 3 gommettes, 15 cartes différentes comportant 4 gommettes, 6 cartes différentes comportant 5 gommettes.
Nous avons volontairement exclu la carte "zéro" et la carte "six".
Nous avons réalisé ces cartes avec deux matériaux différents :
- Un jeu en "carton plume" de 3mm d'épaisseur.
- Un jeu en verre organique anti-reflet.

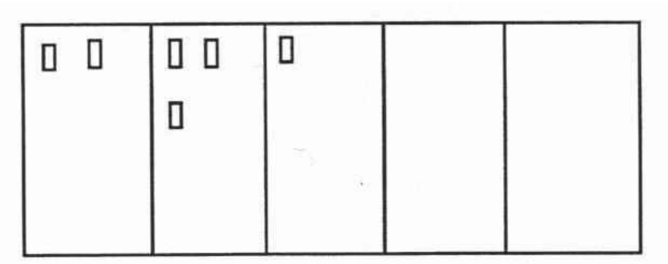
A l'expérience le deuxième matériau est beaucoup plus adapté aux activités proposées (le jeu est plus joli, plus robuste et permet d'utiliser la transparence).
Ce jeu se prête à beaucoup d'activités que nous avons testées dans des classes à différents niveaux: MS/GS et CP.

Exemples de déroulement d'activités

Phase 1

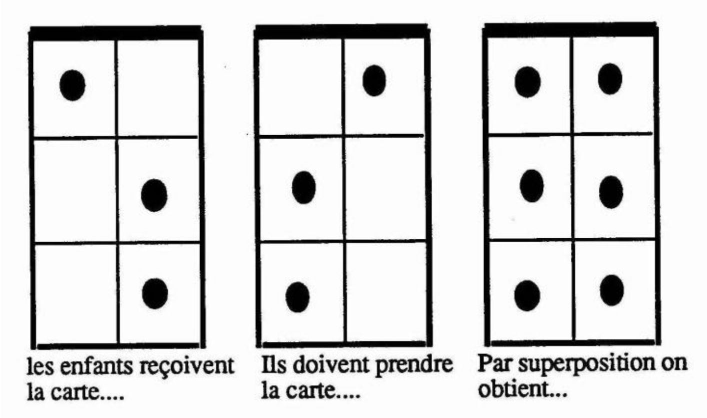
Dans un premier temps nous avons demandé aux enfants de classer les cartes éparpillées sur la table.
Remarque : si on prend soin de ne pas utiliser des gommettes de couleurs différentes, très rapidement les enfants utilisent le critère "nombre de gommettes" sur chaque carte, et se retrouvent donc avec 1 paquet de 6 cartes comportant 1 gommette, 1 paquet de 15 cartes comportant 2 gommettes, etc.

Nous avons utilisé ce classement pour placer les cartes sur un grand tableau.



Phase 2

Nous avons distribué une carte à chacun des enfants avec pour consigne :
"Allez chercher sur le tableau la carte qui complète la vôtre pour faire six".
(avec la bonne disposition des gommettes).



Variante :
Nous avons demandé aux enfants de respecter la même consigne, mais ils n'avaient plus le droit d'emmener avec eux la carte reçue (nécessité de mémoriser le nombre de gommettes de la carte reçue et leurs emplacements).

Phase 3

Introduction d'un dé. Nous avons travaillé avec un groupe de 5 enfants (MS/GS). Chacun à leur tour les enfants lancent le dé et vont chercher sur le tableau une carte comportant autant de gommettes que de points sur le dé. Si un enfant fait "six", comme il n'y a pas de carte "six", il prend autant de cartes qu'il veut pourvu que le total des gommettes fasse "six".
On fait "N" tours, avec à chaque fois la possibilité soit de prendre une carte comportant le nombre exact de gommettes indiqué par le dé, soit d'en prendre plusieurs, le total des gommettes devant correspondre au nombre de points sur le dé.
A la fin des "N" tours, nous avons demandé aux enfants quel était celui qui avait gagné (i.e celui qui avait le plus de gommettes !).

Phase 4

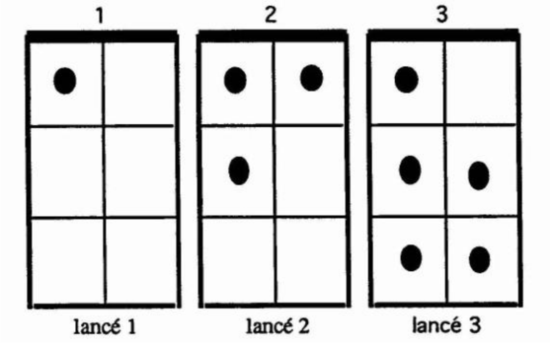
Changement de la consigne.
Même jeu que dans la phase 3 , mais on précise que si un joueur réussit à avoir une paire (deux cartes qui se complète pour faire "six") il pourra ajouter à son total de gommettes, 5 gommettes supplémentaires. Il marquera par exemple :

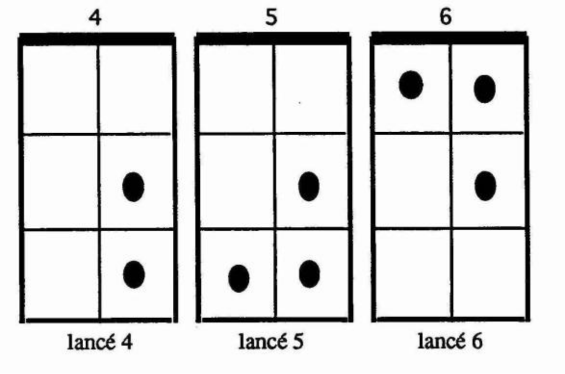
1+3+5+2+3+3+5 (car les cartes '2' et '5' se complètent).

Phase 5

Variantes possibles.
Le nombre de cases peut être adapté au niveau des enfants (cartes à 4 cases ou cartes à 10 cases).
Il n'est pas nécessaire de jouer avec le jeu complet (respecter seulement la complémentarité des cartes).

Exemples





HISTOGRAMME DE LA MÉTÉO

Contexte

Dans de nombreuses classes maternelles ou CP, les enfants complètent chaque jour le tableau "météo" (on retrouve fréquemment l'un des deux modèles ci-dessous) en indiquant pour chaque jour le temps qu'il fait à l'aide des signes qu'ils ont élaborés ou choisis.
On convient de n'indiquer qu'un signe (temps dominant) par jour. De plus pour que le tableau hebdomadaire soit complet, on pourrait en ce qui concerne le mercredi ou le dimanche, demander à 2 ou 3 enfants de faire le relevé chez eux et de venir le noter dans le tableau le lendemain. On adoptera la même démarche pour les petites vacances.

Tableau 1

Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi	Dimanche

Tableau 2

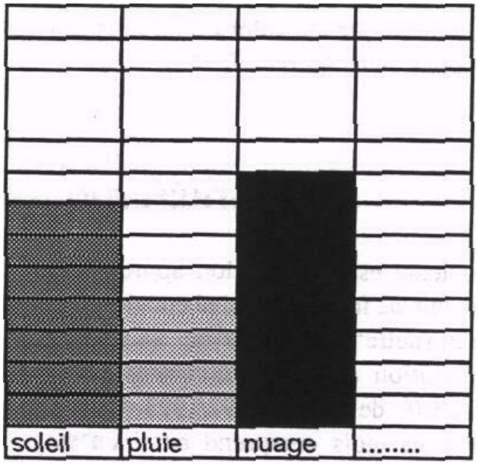
	Lundi	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendre	Samedi	Dimanch
soleil							
pluie							
nuage							
....							

Histogramme du mois

Principe

II s'agit pour chaque mois de faire apparaître le nombre de jours de soleil, de pluie, de nuages...
Pour cela, le maître prépare un tableau du type ci-dessous :
- dans chaque colonne on a dessiné le code du temps,
- chaque case représente un jour.

Dans l'exemple ci-dessous il y a eu dans le mois 7 jours de soleil, 4 jours de pluie, 8 jours de nuage...
NB. Ces cases peuvent être numérotées ou non selon le niveau de la classe. Les nombres correspondent au nombre de jours de soleil, de pluie..



Modalités de mise en œuvre

Cette activité peut se réaliser dès que le tableau météo a été mis en place, au milieu de la moyenne section par exemple.

Moyenne section

Dans un premier temps et avant d'introduire le tableau, le maître propose des abaques avec des jetons forme et/ou couleur (type ASCO par exemple).
Les enfants choisissent un type de jeton pour désigner chaque type de temps. Chaque jour après le codage du tableau hebdomadaire (tableaux 1 ou 2), les enfants enfilent sur l'abaque un jeton correspondant au temps (une tige par type de jeton).
Dans un deuxième temps, le maître introduit le tableau 3. Chaque jour un enfant colorie une case dans la colonne du temps correspondant.

Grande section

Cette activité est à proposer lorsque les enfants sont familiarisés avec le relevé météo, la lecture de tableau à double entrée, et qu'ils commencent à pratiquer la comptine numérique.
En début de mois, le maître présente le tableau 3 non numéroté et la consigne :
"Chaque jour on colorie une case dans la colonne du temps qu'il fait".
En fin de mois, afin de comparer les différents types de temps au cours du mois on peut être conduit à numéroter les jours de manière à faire des remarques quantitatives (cf. partie exploitation).

Exploitation du tableau pour un mois donné

- Dans ce mois quel type de temps a-t-il fait le plus souvent : soleil ? pluie ? Rangements des types de temps selon leur fréquence dans le mois.
- Comparaison quantitative : combien de jours de soleil de plus (ou de moins) que de pluie ? Comparaison à l'aide des carreaux (aspect cardinal) ou de la file numérique (aspect ordinal) ; lien entre deux après et deux de plus.

Prolongements

Au bout de 3 ou 4 mois, à l'aide des tableaux précédemment établis, on pourra rechercher quel est le mois où il a fait le plus de soleil, le mois le plus pluvieux, etc.
De nombreux autres prolongements peuvent être envisagées, en particulier au CP.

Enfants de moins de 6 ans

Comment analyser un jeu mathématique ?

Jeanne Bolon

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques – Colmar 1993.

L'article propose une liste de questions que l'on peut se poser à propos d'un jeu mathématique, puis les réponses à ces questions concernant un jeu de L. Champdavoine.

1. Les questions

De très nombreux jeux sont apparus sur le marché éducatif. Apprendre à les analyser, apprendre à faire des variantes, sont des activités intéressantes en formation initiale ou continue.

Les questions que l'on peut poser à des personnes en formation sont toujours à peu près les mêmes, d'un jeu à un autre. En voici un exemple pour un jeu faisant intervenir le déplacement d'un pion de case en case sur une ou plusieurs pistes.

1-Lire la documentation sur le jeu :
* quel est le but du jeu pour l'enfant ?
* à combien joue-t-on ?
* quel est l'enjeu, pour l'enfant, de telle ou telle case ?
* comment se termine le jeu ?

2- Qu'y a-t-il à savoir (éventuellement apprendre) pour pouvoir respecter les règles du jeu ? Les savoirs peuvent porter sur le codage, l'organisation des déplacements géométriques, le nombre, la circulation du dé entre les enfants, etc.

3- Le jeu est-il un jeu de hasard (l'enfant n'a pas de choix), un jeu de stratégie (l'enfant subit le hasard, mais il a aussi des choix) ?

4- Après avoir appris aux enfants comment jouer, l'enseignant peut leur proposer une disposition des éléments du jeu, comme une sorte de jeu interrompu : dans les jeux de hasard, il fait parler les enfants sur ce qui serait favorable ou défavorable et expliquer en quoi ; dans les jeux de stratégie, il demande ce que l'on aimerait jouer et pourquoi.

Dans chacun de ces cas, quels savoirs mathématiques l'adulte fait-il émerger ?

5- En supposant que les enfants ont bien intégré l'anticipation décrite au paragraphe 4, prévoir une évaluation individuelle des acquis des enfants. Si elle se fait sous forme de papier-crayon, y a-t-il un apprentissage de la lecture/écriture à faire préalablement ?

6- Un support de jeu est coûteux à réaliser. Pour la majorité des jeux, on peut faire quelques modifications mineures, et, du coup, introduire des variantes qui rendent le jeu plus facile ou plus difficile du point de vue des apprentissages mathématiques[1] Proposer de telles variantes en argumentant.

2. Eléments de réponse pour le "jeu des chemins", de L. Champdavoine [2].

1- Lire la documentation

- L'enfant souhaite gagner pour pouvoir choisir une image : le dernier qui arrive n'a plus le choix.

- On joue à quatre enfants. Toutefois, on peut se limiter à deux ou trois enfants en neutralisant une ou deux pistes.

- Les cases sont toutes équivalentes, à part la couleur qui servira à faire avancer le pion de chaque enfant.

- Le jeu se termine quand tous les enfants sont arrivés à la case de leur piste qui jouxte la case centrale.

2-Le jeu oblige les enfants à :

- lire la face supérieure du dé,

- mettre en rapport la couleur d'une face et une ou plusieurs cases de la même couleur,

-jouer à leur tour (ce qui est difficile en petite section, puisqu'il faut toujours tourner dans le même sens),

- attendre le tour suivant sans jouer (case blanche du dé),

- respecter le sens de la file, depuis les cases près de soi, vers la case centrale,

- aller à la première case de la bonne couleur en respectant l'ordre de la piste.

3- Le jeu est un jeu de hasard, il n'y a pas de stratégie à mettre en œuvre.

4- Le "jeu interrompu" permet d'introduire le vocabulaire : ton pion est *plus près* des images que celui d'Aurélie, la *première case* verte est celle-là, la *suivante* est

[1] Ceux qui ne le permettent pas sont à éliminer !
[2] Mathématiques par les jeux, petite et moyenne section, éditions Nathan 1986, p 18 et 19.

celle-là, qui est arrivé le *premier* ? le *deuxième* ? le *troisième* ? le *dernier* ?

Contrairement à l'indication du bas de la page 19 du livre cité, la régularité des couleurs sur chacune des pistes ne joue pas de rôle particulier, sauf à donner à chaque couleur le même poids. On aurait pu imaginer des pistes avec des fréquences de couleurs différentes, d'une piste à l'autre, sans que cela change la nature mathématique des apprentissages en jeu.

5- Ce jeu est un des premiers que l'on puisse proposer en petite section : une évaluation papier-crayon serait hors sujet. Une évaluation individuelle peut se faire à l'occasion d'un atelier : elle peut porter sur les dénominations de couleur, la lecture du dé, le déplacement du pion vers la bonne case...

6- Le support de jeu peut servir pour un jeu de remplissage avec de petites quantités : 1 ou 2. Le dé de couleurs est alors remplacé par un dé qui comporte trois faces 1 et trois faces 2. Les enfants piochent des pions dans une réserve et les alignent du bord extérieur jusqu'à la case centrale. Gagne celui arrive le premier à la case centrale. Le jeu est alors plus difficile.

Pour des enfants qui ne connaîtraient pas bien leurs couleurs, on peut leur demander de remplir les cases avec des pions de la même couleur que la case, ou *seulement* les cases vertes..., ou *toutes les cases rouges de telle piste,* toutes les cases vertes de telle autre etc.

3. Annexe : la présentation du jeu des chemins

(extrait de « Les mathématiques par les jeux »)

OBJECTIF

Apprendre :
- à jouer chacun son tour,
- à déplacer un pion sur un chemin orienté,
- à associer la couleur d'une face du dé à la couleur d'une case.

RÈGLE DU JEU

L'enfant qui arrive le premier dans la case rouge qui est près de l'image peut choisir une des quatre images posées au centre.

L'enfant qui arrive le deuxième choisit à son tour.

Les joueurs lancent le dé chacun à leur tour et posent leur bonhomme sur la première case rencontrée correspondant à la couleur de la face retournée du dé. Si le dé se retourne sur une face blanche, le joueur passe son tour.

DÉROULEMENT DU JEU

II se joue avec quatre enfants et la maîtresse comme meneur de jeu.

Le plan de jeu est installé par terre sur un tapis ; chaque enfant s'assoit devant un chemin et choisit un petit bonhomme (il faut quatre bonshommes différents).

La maîtresse indique dans quel sens va passer le dé et montre aux enfants comment avancer leur bonhomme sur le chemin. Elle demande aux enfants de montrer où se trouve le départ du chemin et où est l'arrivée.

Elle explique la règle du jeu et comment on choisira les images (il est préférable que chaque joueur en fin de partie ait une image et que l'enjeu ne porte que sur le choix de l'image).

• La maîtresse donne le dé à l'enfant qui va jouer le premier: *« Eric c 'est toi qui commence la partie, lance le dé.»*. Le dé se retourne sur « vert » (la maîtresse donne le nom de la couleur). *« Eric, tu prends ton petit bonhomme et tu le fais avancer sur le chemin jusqu 'à ce que tu trouves une case de la couleur du dé. Et maintenant tu passes le dé à Isabelle ».*

• Isabelle à son tour lance le dé, qui se retourne sur la face blanche. La maîtresse demande à Isabelle si cette couleur existe sur le chemin. Après avoir constaté qu'il n'y avait pas de case blanche, la maîtresse explique à Isabelle qu'elle ne peut pas faire avancer son petit bonhomme et qu'elle doit *passer* le dé au suivant.

• Lorsqu'un des joueurs arrive sur la case rouge terminale, la maîtresse lui fait choisir une des quatre images. La partie continue entre trois joueurs, puis entre deux joueurs, le dernier se contentant de l'image restante.

• Au cours de la partie, la maîtresse donne à chaque fois le nom de la couleur qui se trouve sur la face du dé et sur la case correspondante.
Remarque : Pour 2 joueurs, utilisez un rectangle de 5 x 32 cm avec 2 chemins opposés.

NOTIONS MATHÉMATIQUES

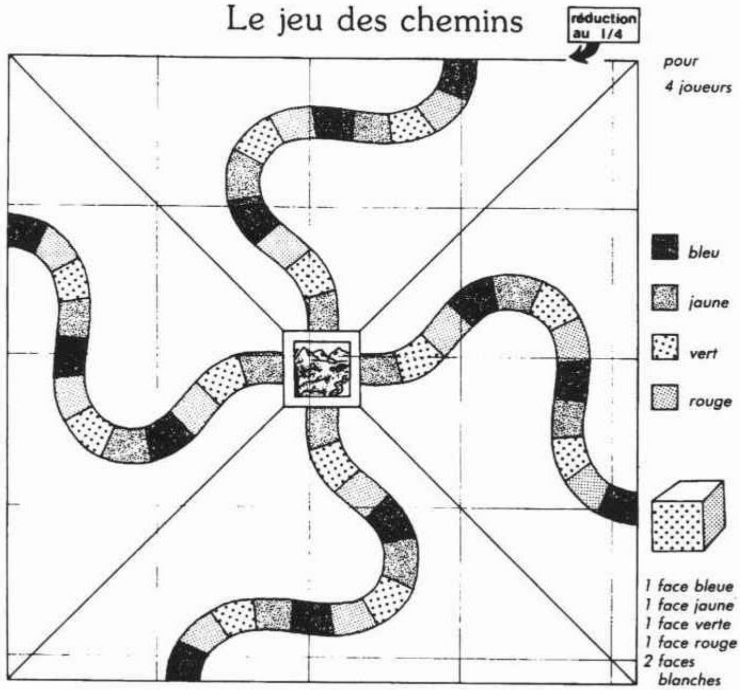
Correspondance terme à terme pour quatre couleurs entre cases du jeu et faces du dé (le dé a une valeur, celle des couleurs).

À chaque couleur correspond une face du dé, mais à chaque face du dé ne correspond pas une couleur, puisqu'il y a deux faces qui ne permettent pas de jouer.

De plus, à chaque couleur du dé correspondent plusieurs cases de chaque chemin.

La répétition cyclique des quatre couleurs forme un algorithme (« une suite de signes qu'ils soient gestuels, oraux ou graphiques est dite périodique si elle est construite à partir d'un élément simple répété. Cet élément simple porte le nom d'algorithme » - J.-S. Daniau).

Le jeu des chemins



MATÉRIEL

Pour 4 joueurs et la maîtresse comme MENEUR de jeu :
— Un plan de jeu carré de 50 cm de côté divisé en quatre parties par les deux diagonales ; sur chaque partie, un chemin de 2,5 cm de large divisé en 12 cases de 3 cm avec une structure cyclique de couleurs : bleu, jaune, vert, rouge.
Ces chemins conduisent à une case centrale sur laquelle on posera quatre images, enjeu de la partie (chaque enfant aura une image, mais le choix se fera par ordre d'arrivée au but).
— Un dé de couleurs avec une face bleue, une face jaune, une verte et une rouge et deux faces blanches (couleur ne figurant pas sur le chemin).
— Quatre petits bonshommes différents (lego ou autre).

Enfants de moins de 6 ans

Bibliographie pour l'école maternelle

François Boule

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématique - Colmar 1993.

Cet article est une bibliographie initialisée en 1993 et réactualisée.

Description d'activités

- Atelier d'Edition d'Auteuil : Situations mathématiques de la P.S. au C.P. IUFM Paris, 1990.
- M. BIDON, C. HOUDEMENT, M.L. PELTIER : Du Petit Ballon au Jeu de Cible. Faire des mathématiques en Grande Section. I.R.E.M, de Rouen, 1992.
- J. BOLON : Pourquoi pas des mathématiques à l'école maternelle, IREM de Paris7, 1997.
- F. BOULE : Manipuler, Organiser, Représenter. A.Colin Pratiques Pédagogiques, 1985.
- F. BOULE : 1, 2, 3, Jouez [Jeux en kit]. M.D.I - Nathan, 1991.
- R. BRISS1AUD : Comment les enfants apprennent à calculer, Ed. Retz, 1989.
- F. CERQUETTI, C. BERDONNEAU : Enseigner les mathématiques à la maternelle, Hachette Education, 1994.
- L. CHAMPDAVOINE : Les mathématiques par les jeux
    1. Petite section et moyenne section. Nathan, 1985.
    2. Grande section et C.P. Nathan, 1986.
- D. CHAUVAT & A. DAVID : Espace et géométrie de 4 à 7 ans. IREM de Nantes, 1980.
- G. DERAMECOURT : Mathématique en G. S., C.D.D.P. de Périgueux.
- ERMEL : Apprentissages numériques (GS), Hatier, 1990.
- Equipe I.N.R.P. et al. : « L'acquisition du nombre », Journal des Instituteurs, Juin 1987.
- D. CHAUVEL, V. MICHEL : Des jeux avec des règles, Ed Retz, 1984.
- M.L. WINNINGER : Des jeux de nombres et de logique à la maternelle, Ed Retz, 1990.
- G. ZIMMERMANN : Activités mathématiques
    1. Le développement cognitif de l'enfant. Nathan, 1985.
    2. Les apprentissages préscolaires. Nathan, 1986.

Études. Recherches

- A. BESSOT, C. COMITI, C. PARISELLE : Analyse de comportements d'élèves de CP confrontés à une tâche de construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné. Recherches en didactique des mathématiques, vol ½,1980.
- M.P. CHICHIGNOUD : Le développement du concept de nombre chez les jeunes enfants. Revue Grand N, n°35, 1980.
- M. FAYOL : Nombre, numération, dénombrement : que sait-on de leur acquisition ? Revue Française de pédagogie, n°70, 1er trim.1985.
- M. FAYOL : L'enfant et le nombre, Delachaux & Niestlé, 1990.
- J.P. FISCHER : Développement et fonction de comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans. Recherches en didactique des mathématiques, vol 2/3, 1981.
- J.P. FISCHER : La dénomination des nombres par l'enfant, IREM de Strasbourg, 1984
- J.P. FISCHER : Etude complémentaire sur l'appréhension du nombre, IREM de Strasbourg, 1985.
- R. GELMAN : Les bébés et le calcul. La Recherche n°149, nov 1983.
- I.N.R.P. Recherches Pédagogiques n°78 : Intuitions et construction de l'espace, 1976.
  Recherches Pédagogiques n°106 : La représentation de l'espace (5-6 ans), 1980.
- L. LURÇAT : L'enfant et l'espace. Le rôle du corps. PUF, 1976.
- L. LURÇAT : L'activité graphique à l'école maternelle. ESF, 1979.
- L. LURÇAT : L'espace vécu et l'espace connu à l'école maternelle. ESF, 1982.
- C. MELJAC : Décrire, agir, compter. L'enfant et le dénombrement spontané. PUF, 1979.

Revues pédagogiques

- Grand N, IREM de Grenoble
  Deux numéros spéciaux Grand N Spécial Maternelle :
    Approche du Nombre (tome 1)
    Structuration de l'Espace (tome 2).. IREM de Grenoble 1999.

  ''Dix dans un dortoir'' D. VALENTIN p.7-14, *Grand N* n°67, 2001.
  "De l'exploration du quartier à la structuration de l'espace en Grande Section'' *Grand N* n°69.
- Education enfantine, Nathan.
- Ecole Maternelle Française, A.Colin.

Guides pédagogiques

- *Atout Math GS* (Ed Hachette, 1993) : un guide pédagogique pour utiliser en ateliers du matériel associé.
- *Diagonale GS* (Ed Nathan, 1992) : un guide pédagogique proposant des activités et la possibilité de reproduire des fiches associées. Idem pour *PS* et *MS (Math en Pousse 1995).*
- *Nouvel Objectif Calcul GS Maternelle*, D.Vergnes, (Ed Hatier 1995) : une valise de matériel accompagnée d'un guide pédagogique détaillé.
- *J'apprends les math GS* (Ed Retz, 1995) R.Brissiaud : un guide pédagogique et du matériel associé.

Enfants de moins de 6 ans

À propos de la résolution de problèmes

Marie-Lise Peltier

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

Cet article propose des pistes de réflexion sur les diverses interprétations de l'expression « résolution de problèmes » et présente les choix de l'auteur en formation initiale des professeurs des écoles de deuxième année.

Quelques pistes de réflexion sur diverses interprétations de l'expression « résolution de problèmes »

L'expression "résolution de problèmes" me paraît très polysémique, de plus en plus polysémique.
Tout en restant dans son habitat d'origine les mathématiques et les sciences en général, elle s'est répandue dans pratiquement toutes les disciplines, et semble même se constituer en notion de pédagogie générale.

Dans ce domaine de la pédagogie, il s'agit alors d'une expression générique qualifiant un dispositif d'apprentissage contribuant à caractériser un modèle pédagogique parmi d'autres. Suivant les approches ou les courants, on trouve les situations problèmes comme alternative à d'autres modèles d'apprentissage normatifs ou incitatifs chez les uns, transmissifs ou investigatifs chez d'autres[1].
Dans cette dernière acception, la résolution de problème est une notion transversale, peu liée au champ disciplinaire dans lequel elle va prendre sa place.
Elle caractérise alors parfois l'activité de l'élève mis en situation soit de se poser des questions, soit de chercher des réponses, parfois le travail du maître qui doit construire ces situations, parfois le piège dans lequel le maître place l'élève pour le contraindre à apprendre.

Si maintenant nous regardons la notion de "résolution de problème" à l'intérieur du champ des mathématiques, nous trouvons à nouveau des points de vue très divers.

- Pour certains, résoudre des problèmes caractérise par essence même l'activité mathématique. En ce sens, proposer aux élèves de résoudre des problèmes, c'est un peu les mettre dans une posture voisine de celle d'un chercheur en mathématiques. On sait qu'il existe des différences notoires entre les problèmes que se posent et que cherchent à résoudre les mathématiciens, et les pro-

[1] cf. Pensée pédagogique et modèles philosophiques : le cas de la situation problème M. Fabre, dans RFP n° 120 (1997)

blèmes que le maître incite les élèves à se poser et à résoudre. Cependant, il semble raisonnable de proposer un apprentissage des mathématiques en permettant aux élèves de s'approcher progressivement de l'activité mathématique elle-même.

- D'autres mettent davantage l'accent sur l'activité de recherche elle-même. Le maître donne des problèmes aux élèves de manière à développer leur aptitude à raisonner, à émettre des hypothèses, à avoir des idées, à innover. Dans cette acception, c'est l'aspect heuristique qui est privilégié. Certains maîtres proposent alors des synthèses sur différentes manières de chercher, sur différents modes de raisonnement : déduction, analogie, généralisation, estimation et approximation par essais successifs, etc.

- Pour d'autres, parmi lesquels on trouve de nombreux maîtres de l'école élémentaire, l'activité de résolution de problèmes revêt plutôt un aspect méthodologique. On retrouve ici en quelque sorte un point de vue "transversal", à développer dans les différentes disciplines. Or, comme dans l'esprit de nombreux maîtres, "mathématiques" est synonyme de logique et de rigueur, c'est dans le temps consacré aux mathématiques que ces maîtres proposent des activités visant cet apprentissage méthodologique. On trouve alors un travail systématique sur la lecture et le recueil d'informations, la recherche de questions possibles, le tri des informations pertinentes pour la question posée, la recherche d'informations manquantes, l'organisation des informations sous forme de tableaux, de schémas, de graphiques, le traitement de ces informations (il s'agit généralement de traitements faisant intervenir la comparaison, l'ordre, les calculs, éventuellement les tracés), enfin la rédaction et la présentation des réponses (il est souvent difficile ici de parler de solutions, car il s'agit plutôt de réponses à des questions que de solution à un problème).

Les supports choisis pour développer ces compétences (dites transversales dans les textes officiels) sont souvent choisis dans l'environnement plus ou moins bien ciblé des élèves. Plusieurs choix peuvent être faits :

- Certains maîtres, par le choix des documents supports, insistent sur un des aspects des mathématiques et le développent : les mathématiques sont des outils pour d'autres domaines scientifiques (biologie, géographie, histoire, …).
- D'autres insistent davantage sur les mathématiques au service de la vie quotidienne, dans le but de préparer l'élève à ce qu'il peut rencontrer à l'extérieur de l'école (achats, dépenses, horaires, cartes et plans).
- Certains maîtres développent ce dernier point de vue en y intégrant en plus un double objectif : éduquer l'élève en tant que futur citoyen (élections, environnement, graphiques économiques), et en tant que futur consommateur (comparaison de publicités, d'abonnements, etc.)

- D'un point de vue didactique, le problème est central dans le processus enseignement/apprentissage, puisqu'il va permettre aux élèves de construire des connaissances.

Pour assurer cette fonction les problèmes doivent respecter une sorte de cahier des charges important :

- Ils doivent mettre effectivement en jeu la notion dont l'apprentissage est visé.
- Ils doivent permettre à l'élève à la fois d'engager des connaissances anciennes, de les tester, de les éprouver dans le problème, et de les adapter, de les compléter ou de les rejeter si elles ne conviennent pas.
- Ils doivent également conduire l'élève à envisager en partie les nouvelles connaissances que ce problème met en jeu et qui sont justement celles visées par l'apprentissage.

Cet aperçu rapide montre qu'il peut y avoir parfois des divergences importantes sur les attentes des stagiaires en formation initiale ou continue, et parfois même des incompréhensions, si le formateur n'a pas pris soin de mettre au clair, pour lui-même, le point de vue qu'il va adopter pour travailler sur le thème "résolution de problèmes" et de le présenter aux stagiaires.

Mes choix en formation de professeurs d'école

Je ne souhaite pas faire ici une étude critique de telle ou telle prise de position ou de tel ou tel point de vue, tout d'abord parce que plusieurs me paraissent complémentaires, et d'autre part parce que cela aurait nécessité une étude plus approfondie, et un débat au sein de notre groupe de travail à Besançon. Mais il me semble important de dire qu'actuellement lorsque je propose aux stagiaires de réfléchir à cette question de la "résolution de problème", j'entends les faire réfléchir du point de vue de la didactique des mathématiques, en mettant l'accent sur le rôle de la résolution de problème dans le processus enseignement/apprentissage de notions mathématiques.

Les aspects méthodologiques, qu'ils concernent un apprentissage aux différents modes de recherches ou à la lecture et au traitement de l'information, me semblent bien évidemment nécessaires, mais ne devraient pas être confondus, d'après moi, avec l'activité de résolution de problème en tant que processus pour construire des connaissances. Cette confusion est pour de nombreux maîtres source de dérives dont la plus fréquente consiste à placer dans l'emploi du temps de la classe une séance intitulée "résolution de problèmes" au cours de laquelle les enfants font des apprentissages de nature méthodologique, totalement déconnectés des mathématiques ou du moins ne mettant pas en jeu des connaissances mathématiques dont l'apprentissage est visé dans ce niveau de classe tout en proposant aux autres séances de mathématiques un enseignement, souvent de type ostensif, où l'élève a seulement à écouter puis à imiter par des exercices d'application ce que le maître a montré.

Pour développer des compétences méthodologiques chez les élèves de l'école dans le cadre de l'enseignement des mathématiques, il me semble nécessaire de proposer des énoncés qui mettent réellement en jeu un savoir mathématique, en cohérence avec les notions dont l'apprentissage est visé. Ce travail méthodologique ne me semble pas devoir faire nécessairement l'objet d'une séance spécifique hebdomadaire, il devrait être proposé de manière habituelle, dans le cadre des séances ordinaires de mathématiques, et devrait faire l'objet de synthèses méthodologiques de temps à autre.

Dans deux contributions[2] qui suivent, je présente des séances de formation en PE2 ayant pour but de conduire les stagiaires à réfléchir à ce qu'est l'activité mathématique, à ce que j'entends par l'expression devenue slogan "apprentissage par la résolution de problème", aux dérives éventuelles, en articulant ce travail avec l'étude de certains thèmes mathématiques.

Je souhaite faire émerger certaines conditions que doit remplir un problème pour permettre une réelle activité mathématique chez les élèves en contribuant à l'apprentissage d'une notion mathématique bien définie. Pour cela, dans le domaine numérique, je choisis l'étude de la division euclidienne. C'est un thème que les étudiants connaissent généralement assez bien (ce qui me permet de ne pas consacrer trop de temps aux compléments d'informations mathématiques), et qui a l'avantage d'avoir été bien étudié d'un point de vue didactique.

Je choisis ensuite un thème géométrique (la symétrie axiale) car de nombreux stagiaires pensent qu'il est impossible de proposer des problèmes de géométrie à l'école élémentaire. Le problème proposé vérifie les caractéristiques dégagées pour les problèmes numériques. Le choix de la symétrie axiale est argumenté par le fait que cette transformation figure dans les programmes des cycles 2 et 3 et que bien souvent dans les classes, des activités très voisines sont proposées aux enfants de la grande section au CM, sans qu'il y ait de réflexion sur ce que pourrait être une progression sur un thème "longitudinal". De plus il me semble possible de faire prendre conscience aux stagiaires au cours de cette séance, que certaines propriétés de la symétrie axiale peuvent être utilisées implicitement par les élèves dans des tâches de reproduction par pliage (ayant ainsi un statut de connaissances - outils), et peuvent être explicitées et devenir objets de savoir, au cours de la synthèse. Enfin, ce travail me permet de faire un point sur les différents rôles des manipulations suivant les cycles de l'école primaire.

Les séances se réfèrent à une stratégie de type transposition[3]. Elles comportent une courte phase de mise en situation des stagiaires sur le(s) problème(s) et une synthèse composée d'une analyse didactique de la situation et d'un apport d'informations ou d'une organisation des connaissances des stagiaires sur la notion mathématique en jeu dans le problème.

Dans cette synthèse, je mets en avant le savoir visé par le problème et l'activité mathématique de l'élève. Il me paraît en effet primordial, pour éviter les

---

[2] NDLR : une des contributions est présente dans le tome 2 de cet ouvrage, sous le nom « Le napperon » ; la seconde est « le petit Poucet » présente dans les documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Besançon, 1997.

[3] Terme introduit par A. Kuzniak dans sa thèse de doctorat de l'Université de Paris 7 (1995).

dérives que j'ai mentionnées, de développer auprès des stagiaires le point de vue suivant lequel : "on résout des problèmes en mathématiques pour faire des mathématiques, mais aussi pour apprendre des mathématiques".

Au cours du module, j'articule l'étude d'autres thèmes mathématiques avec d'autres aspects professionnels du métier de professeur d'école.
Puis je consacre un temps court, à la fin du module, à une présentation rapide de l'évolution de la place et du rôle accordés aux problèmes dans les programmes officiels de mathématiques des différentes époques.

La résolution de problèmes : une activité qui fragilise l'enfant ?

Yves Girmens - Marcelle Pauvert

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

Cet article propose une réflexion de fond et ouvre un questionnement sur la difficulté de l'enfant placé dans une situation de recherche.
En présence d'un problème de recherche, l'enfant est déstabilisé : il doit accepter de ne pas pouvoir répondre aussitôt et de se tromper.
Comment faire pour que cette pratique ne soit pas source de difficultés ?
Comment faire pour préparer, en formation initiale, les professeurs des écoles à gérer cette situation autant déstabilisante pour l'enfant que pour le maître?

Qu'entend-on par fragilité d'un enfant ? L'enfant fragilisé est-il en difficulté ?

On peut penser que toute activité où l'enfant est confronté à une situation nouvelle pour lui (où il lui sera impossible de reproduire une conduite éprouvée) a un effet déstabilisant pour l'enfant.

Le moment de fragilité va commencer dés que l'enfant ne retrouve pas de repères connus.

A l'école, certaines activités telles que l'apprentissage d'une notion nouvelle, la résolution d'un problème, vont éprouver "l'équilibre" de l'enfant et vont engendrer des moments d'inquiétude face à l'inconnu.

On demande à l'enfant de tenter une expérience, de risquer une réponse, alors que, précisément, il n'a pas ou peu d'indices pour savoir si la réponse convient ou pas.

Toute situation de recherche nécessite de l'enfant qu'il accepte une instabilité, le risque de se tromper, de ne pas pouvoir répondre.

La fragilité de l'enfant qui est un état naturel par lequel il passe dans toute situation d'apprentissage, sera aggravée par des facteurs tels que troubles psychiques, carences sociales, rapport négatif à l'école ..., elle est susceptible d'évoluer vers une véritable inhibition devant le neuf, l'imprévu : on perçoit cela quand on voit un enfant bloqué !

Au fur et à mesure de la scolarité, l'adaptation demandée à l'enfant se faisant par rapport à un nombre croissant de connaissances, cette fragilité sera de moins en moins bien assumée par un élève qui a mal assimilé certaines connaissances, de sorte que cet élève risque d'être plongé dans un échec permanent.
Des questions auxquelles on ne peut échapper se posent alors :

- L'hétérogénéité des élèves, leur inégalité devant ce qui est inconnu et incertain seraient-elles mieux acceptées et mieux assumées par les maîtres aux cycles I et II qu'au cycle III ?
- Comment faire en sorte que les moments de fragilisation ne contribuent pas à la mise en difficulté de l'élève ?
- Comment un maître peut-il continuer à proposer des situations de recherche à des enfants en difficulté, en sachant qu'il va les placer dans un désarroi qui va révéler leurs échecs ?
- Est-il tenable, pour un maître, de poser des problèmes à des élèves en difficultés ?
- Une meilleure attention à la fragilité de l'enfant dans toute situation nouvelle peut-elle prévenir les difficultés futures de l'enfant ?

Comment préparer de futurs maîtres à accepter que, devant un problème, les élèves hésitent, se trompent et peut-être ne trouvent pas ?

Devant des élèves qui "sèchent", le maître (a fortiori débutant) est souvent déstabilisé : n'est-ce pas pour apaiser cette angoisse qu'il répond en fournissant à l'élève une aide directe de type injonctif ?

Résoudre un problème : une activité insécurisante

Du côté de l'élève :

En présence d'un problème, l'élève est placé dans une réelle insécurité. Il y a en effet plusieurs facteurs qui peuvent contribuer à fragiliser l'élève :

- *le fait qu'on ne peut pas apporter de réponse immédiate* ; il faut accepter de "ne pas savoir", de différer la réponse.

Cette attitude, propre à l'activité mathématique, va à l'encontre de la culture ambiante de l'immédiateté dans laquelle baigne l'enfant.

- *le fait qu'on ne sait pas ce qu'il faut faire* : l'enfant a la responsabilité de prélever des informations, de faire des choix, de s'engager dans des essais, de contrôler les effets de ses choix ...

Il n'y pas de méthode établie ; de plus, l'enfant qui ne parvient pas à entreprendre la résolution du problème commence à douter de lui ...

- *une représentation inadaptée de l'activité mathématique* : beaucoup d'enfants ont acquis la conviction que "pour répondre, il faut appliquer une règle ou faire une opération".
- *le temps imparti est défini par rapport au groupe classe* : certains élèves peuvent avoir besoin de plus de temps que prévu pour s'approprier le problème.

Que ressent l'enfant à qui l'on dit que le temps de recherche est terminé alors qu'il n'a pas eu le temps d'entrer dans le problème ?

- *le fait de se sentir seul* devant une tâche qui le dépasse peut être source de désarroi pour l'élève.
- *la difficulté liée au choix des connaissances à mettre en jeu* : les connaissances les plus récentes sont encore fragiles, pas encore disponibles alors que les connaissances anciennes, plus solides, semblent de meilleurs outils.

Du côté du maître :

Le malaise du maître débutant en face d'élèves en situation de recherche a plusieurs composantes :

- la réticence à accepter que les élèves ne trouvent pas la réponse tout de suite, tâtonnent, hésitent ..., ce qui peut provoquer une tension avec l'idée qu'il se fait de son métier d'enseignant.
- la réticence à laisser suffisamment de temps aux élèves (sensation de "temps perdu").
- la tentation de rectifier les erreurs et de répondre à la sollicitation de l'élève en lui indiquant ce qu'il doit faire.
- l'inquiétude provoquée par une certaine agitation liée à la recherche, ce qui peut le faire douter de sa capacité à "tenir" une classe.
- le désir de faire une correction, ce qui va se traduire, lors du moment de mise en commun, par une inclinaison à ne "montrer" que les réponses qu'il attend (là encore, c'est une certaine conception de son devoir d'enseignant qui l'emporte).

Ainsi, l'activité de résolution de problèmes place tout autant l'élève que l'enseignant dans une position inconfortable et les fragilise tous deux, l'un (l'élève) dans sa position d'apprenant et l'autre, (le maître) dans sa position de détenteur du savoir.

La fragilité de l'élève n'est-elle pas alors une condition normale, inhérente à l'acte d'apprendre ?
Dans cette hypothèse, elle ne demande pas de traitement spécifique mais elle est à prendre en compte dans la pratique d'enseignement.

Quelles pratiques instaurer pour permettre aux enfants de surmonter cette fragilité et d'éviter qu'elle devienne source de difficultés ?

- Mettre en œuvre des dispositifs qui peuvent amener l'élève à modifier son rapport à l'activité mathématique : *rallyes mathématiques*, *ateliers de résolution* de problèmes, problèmes finalisés par la réalisation d'objets, de manière à faire découvrir aux enfants le goût de la recherche, le plaisir de relever un défi.
- organiser, après les moments de recherche, des débats où les enfants pourront présenter leurs idées et les argumenter.
- valoriser et développer le travail en groupes.
- prévoir une gestion de la situation de recherche au niveau du groupe classe (déroulement, rôle du maître) et s'y tenir.
- analyser les procédures possibles et les difficultés que peuvent rencontrer les élèves et prévoir des aides à des moments précis dans le but de "débloquer" les élèves sans détruire le problème (c'est à dire sans transformer le travail de l'élève en tâche d'exécution).
- encourager les élèves à utiliser "des écrits de recherche" et valoriser ces écrits.

- distinguer l'écrit de recherche de l'écrit de communication de la solution.

Des pistes de travail en formation

Comment peut-on aider un maître débutant à gérer cet équilibre entre la nécessité de favoriser la recherche de l'enfant et la nécessité de se construire une identité d'enseignant ?

Comment peut-on aider le maître débutant à mettre en œuvre une pratique qui ne ferait pas de la résolution de problèmes une activité fragilisante pour l'enfant ?

a) agir sur les représentations qu'ont les maîtres des problèmes en mathématiques

Beaucoup de maîtres en formation ont un certain rapport au problème de mathématiques dans lequel on retrouve deux traits dominants :

- la représentation qu'ils ont de l'activité mathématique : "en mathématiques, on apprend des connaissances et on les applique" ; cela les amène à ne voir un problème que comme une situation d'application ou d'entraînement.
- la résurgence d'un certain complexe qu'ils ont éprouvé, quand ils étaient eux-mêmes élèves, en face de problèmes, ce qui les rend réticents à accepter que les élèves "cherchent".

Afin de leur permettre de démystifier ce type d'activité et d'en saisir les enjeux, il semble indispensable de leur faire vivre "de l'intérieur" des situations de recherche.

Une fois la séance terminée, il conviendra d'analyser le déroulement de la séance afin de mettre en évidence les rôles des différentes phases ainsi que la manière dont le formateur a géré ces différentes phases.

Dans les situations proposées, il sera fructueux de changer certains paramètres :

- travail individuel ou travail de groupe,
- moment de confrontation des productions suivi d'un débat argumenté ou d'une correction par le maître ...

afin de permettre aux futurs maîtres de mesurer l'impact et les conséquences des choix faits a priori.

On peut penser qu'un maître ne pourra gérer convenablement une situation de résolution de problèmes que s'il est convaincu, à travers son expérience propre, de la nécessité de fixer et de respecter certaines modalités.

b) permettre aux futurs maîtres de se construire une identité d'enseignant

Mettre en évidence qu'observer les élèves au travail, provoquer des verbalisations et écouter ce qu'ils expriment, apporte la satisfaction (le plaisir) d'être renseigné sur le fonctionnement cognitif des élèves. Cela permet de faire comprendre aux professeurs stagiaires comment l'on peut proposer des problèmes aux élèves, à partir de choix conscients, en s'appuyant sur des critères clairs.

Cela va de pair avec un travail sur la dédramatisation des erreurs, sur le sens qu'on peut leur donner et la manière dont on peut les exploiter.

c) faire travailler sur les exigences de la préparation d'une situation de recherche

Il sera bon de clarifier les critères de choix du problème puis de travailler sur l'élaboration de la consigne, l'organisation, la gestion collective et de prévoir les interventions du maître ainsi que les aides que l'on fournira en temps opportun.

d) aider les futurs maîtres à établir la relation maître - élèves en montrant la nécessité de l'inscrire dans la relation du maître à la classe

- travailler sur la relation d'aide : que signifie aider ? à quel moment aider? comment ?

Faire prendre conscience aux futurs maîtres que la position du maître face à des élèves en recherche est inconfortable :

* d'une part, il y a, chez l'élève qui cherche et qui "sèche", la demande, plus ou moins explicite, que le maître (l'adulte qui sait) l'aide à "faire". Or, comme de son côté, le maître a comme désir profond que l'élève "découvre une piste" et réussisse à résoudre le problème (ce penchant spontané étant exacerbé chez le maître débutant), il a la tentation, par une explication, par la donnée d'indications complémentaires, de mettre l'élève sur la voie et de raccourcir le temps de recherche.

* d'autre part, le maître est désireux de préserver le plus possible le caractère de "problème", aussi s'interdit-il de fournir à l'élève une aide directe, même si par ailleurs il s'efforce de soutenir et de stimuler l'élève dans sa recherche tout en le rassurant.

Afin de permettre aux maîtres débutants d'assumer cette tension, une réflexion pourra être engagée selon deux axes :

1. *l'aide individuelle à un élève en recherche :*

Comment s'adresser à lui ? quels types de questions lui poser pour le débloquer? Comment lui permettre d'utiliser ses erreurs ?

2. *le dispositif collectif d'aide dans un problème :*

Peut-il se résumer à une somme d'aides individuelles ?
N'y a-t-il pas nécessité de prévoir des temps de pause au cours desquels les enfants pourront trouver des aides ?
N'est-il pas indispensable de préparer, a priori, des éléments d'aide, sous la forme d'un support écrit, que l'on gardera en réserve et que l'on délivrera aux élèves en cas de besoin, le moment voulu ?

Comment préparer de tels documents d'aide ? En résumé, jusqu'où le maître peut-il aller dans la négociation pour qu'il y ait encore "problème" pour l'élève?

Il sera possible d'aborder ce questionnement avec les futurs maîtres à l'occasion d'une séance de "travaux pratiques" ayant pour objet de mettre en place, à un niveau donné, un atelier de résolution de problèmes.

- **travailler sur l'activité de formulation orale**

Il s’agit de faire prendre conscience que des sollicitations constantes de la part du maître, suivies de réponses brèves, ne laissent aucune place à la formulation ; mais au contraire, qu'un véritable travail de formulation exige que le maître pose des questions de manière calme et solennelle et qu'il attende de l'élève une réponse sous la forme d'une phrase complètement formulée.

Dispositifs d'aide à la résolution de problèmes

Catherine Aurand - Yves Girmens - Marcelle Pauvert

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des école en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

La recherche d'un problème est un moment souvent déstabilisant pour l'enfant. La réflexion présentée dans ce document a pour but de montrer qu'à l'aide de certains dispositifs, parfois connus, parfois originaux, on peut aider l'enfant à assumer ce type de situation.
Ce document essaie de faire un inventaire de ces dispositifs , tout en précisant les conditions de leur mise en œuvre.

L'ATELIER DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1- Les modalités

Selon le dictionnaire, l'atelier est un lieu où des artisans, des ouvriers, ou un artiste avec ses élèves, travaillent en commun.

L'atelier est un lieu qui se définit par des outils, des techniques, des savoir-faire au service de la fabrication d'un certain type d'objets ou de produits.

A l'école, l'atelier est un espace où des écoliers travaillent en commun, tout en étant tenus de réaliser une production individuelle : c'est un lieu d'exécution et d'apprentissages techniques mais c'est aussi un lieu d'échanges, un lieu où il est possible de parler, de demander et d'expliquer.

On peut distinguer deux types d'ateliers répondant à des besoins différents :

a- l'atelier à fonctionnement autonome : les élèves y prennent des initiatives, ils traitent les exercices dans l'ordre qu'ils veulent, ils ont le choix des outils à utiliser, ils ont accès à leur cahier ou leur manuel qu'ils peuvent consulter quand ils le désirent, et ils peuvent questionner leurs camarades.

Ainsi, dans un tel atelier, les élèves peuvent travailler, à leur convenance, de manière individuelle ou à plusieurs, mais chacun devra fournir une production personnelle dont il est responsable.

Il convient de bien expliciter aux enfants ce contrat de travail, qui pour eux, est inhabituel.

Dans ce cas, le maître qui n'est pas présent dans les groupes, n'a pas à intervenir et l'activité des élèves lui échappe pour une grande part ; le seul support dont il dispose pour évaluer le travail des élèves est la production écrite (il pourra s'intéresser à l'écrit qui a servi de support à la recherche).

Aussi, dans un atelier autonome, bien qu'on ne puisse compter de manière certaine sur une interaction entre élèves, du fait de l'entière liberté laissée aux élèves, la probabilité d'échanges entre élèves doit être prise en compte, du simple fait que les enfants travaillent au sein d'un groupe.

C'est pourquoi, la dimension de groupe pour l'atelier autonome est importante, et la composition des groupes - ateliers ne peut être faite de manière aléatoire (cf. FIJALKOW (6)).

b- l'atelier dirigé par le maître : l'objectif est alors de permettre à l'élève de surmonter ses difficultés par un travail et une réflexion individualisés sous la conduite du maître. Le maître peut ici provoquer la réflexion des élèves, intervenir sur leurs stratégies et leurs représentations.

Après chaque atelier, il est nécessaire de faire un "retour" sur le travail réalisé afin de permettre aux élèves de faire un bilan et de "partager" le fruit de ce travail.

Le travail en groupes, quant à lui, est caractérisé par le fait qu'une tâche commune doit être réalisée avec le concours de tous les membres du groupe et qu'à l'issue du travail, le groupe devra rendre compte d'une production collective.

On a recours à un travail en groupe lorsqu'on veut favoriser un débat argumenté autour de la recherche d'une solution à un problème et susciter une collaboration entre élèves pour parvenir à une production commune : cela contribue aussi à développer chez les élèves l'aptitude à communiquer, à formuler, à justifier un point de vue, à coopérer (cf. J.P ASTOLFI (1), groupes d'apprentissage, page 170).

Lorsque un maître met en place un travail en groupes, il attend une interaction sociale forte entre les élèves (3).

On perçoit bien que, même si le travail en ateliers se distingue du travail en groupes, puisque contrairement au travail de groupes, on ne demande pas en général de production collective, l'efficacité du travail en ateliers repose pour une grande part sur le fait que les élèves peuvent échanger et communiquer au sein d'un groupe en présence ou en l'absence du maître.

Remarque : Si la structure d'ateliers est largement répandue à l'école maternelle, elle semble peu utilisée à l'école : en témoigne le peu de bibliographie disponible concernant le travail en ateliers à l'école.

Sous réserve d'une transposition prudente, il faut donc s'inspirer des ouvrages concernant les ateliers à l'école maternelle (ex. : Nicole DU SAUSSOIS (4)).

On pourra aussi se référer utilement à des documents concernant le travail en groupes, dont certains aspects sont transférables au travail en ateliers (voir bibliographie ci-dessous).

2- Questions relatives au travail en ateliers

a) Pourquoi à un certain moment choisit-on un travail en ateliers ?

- Après la mise en évidence d'un savoir au cours d'un temps de travail collectif (institutionnalisation), pour permettre à l'élève de s'approprier de manière individuelle les divers savoir-faire liés aux différents contextes où ce savoir intervient.

- Pour placer les élèves en face de problèmes non familiers, pour leur permettre de mettre en œuvre certaines stratégies ou d'acquérir certaines méthodes :

le fait pour l'élève de sentir qu'il n'est pas seul devant une tâche nouvelle et de savoir qu'il peut compter sur les autres ne peut que le rassurer.

Au contraire, un travail solitaire sur un problème inédit est de nature à fragiliser un élève, s'il n'est pas sûr de lui.

b) En quoi le travail en ateliers peut-il être une aide à la résolution de problèmes et quelles peuvent être ses répercussions dans l'apprentissage ?

- Pour un travail en ateliers, il convient de disposer d'un support pédagogique adapté (choix d'énoncés appropriés) qui offre aux élèves des travaux leur demandant des efforts à la mesure de leurs possibilités et qui, tout en tenant compte des décalages dans les apprentissages, permette aux élèves de progresser, en apprenant grâce à l'échange avec leurs pairs.

- On peut, dans un premier temps, proposer des travaux identiques à tous les élèves puis dans un deuxième temps, proposer des énoncés de problèmes identiques avec des données numériques différentes selon les individus ; les échanges (verbaux ou visuels) étant possibles, des transmissions de connaissances peuvent avoir lieu : elles concerneront les procédures et non la réalisation du problème.

Il peut être aussi intéressant d'utiliser des énoncés se référant à la "multiprésentation", proposée par J. JULO, toujours dans le but de s'adresser aux élèves selon leurs possibilités.

- L'atelier, qui est un espace d'initiative et de liberté, où la communication est facilitée, est un cadre propice à la recherche.
- L'enfant qui manque d'assurance peut trouver dans l'atelier une certaine sécurité, ce qui peut l'aider à s'investir sans complexes dans la tâche demandée. En outre, le fait de se trouver dans un petit groupe peut pousser l'élève à être moins "transparent" qu'en classe entière et à oser intervenir.
- Le bilan nécessaire en fin d'atelier doit permettre de revenir sur les difficultés rencontrées et de pointer certains savoir-faire.

c) Quelles sont les limites d'un tel dispositif ?

- Le travail en atelier doit privilégier un contenu mathématique et ne pas se cantonner à des visées méthodologiques (ex. : travaux sur énoncés).
- Le travail en atelier exige qu'un contrat spécifique (voir plus haut) ait été communiqué aux élèves et soit bien compris par eux.
- Pour la méthodologie, il semble souhaitable de laisser les connaissances fonctionner "en actes". Une institutionnalisation (guide ou méthode définie) serait de nature à scléroser ces connaissances et ainsi à les appauvrir.
- Si on permet à l'élève de choisir certains problèmes, il est nécessaire qu'il puisse y avoir de la part du maître un questionnement sur le choix, pour éviter que l'élève ne délaisse toujours les mêmes énoncés.
- Tout travail en autonomie suppose que les élèves disposent de moyens de validation de leur travail : situations elles-mêmes, fiche autocorrective, interaction entre élèves ...
- Le traitement des erreurs éventuelles pourra être réalisé à l'aide d'entretiens individuels avec le maître.

- Il est important de pouvoir identifier ce que les élèves ont appris : peut-on compter sur un transfert des acquis en atelier dans un travail solitaire ?

Remarque :

On trouvera dans l'annexe 1, à titre d'exemple, une fiche d'énoncés proposés par des maîtres lors d'un stage de formation continue animé par Marcelle PAUVERT, pour alimenter un atelier en CE2, en cherchant à favoriser l'autonomie des élèves.

Cette fiche est accompagnée d'un document d'aide qui peut être donné aux élèves afin d'éviter le recours au maître.

3- Constitution d'un atelier : rôle du maître

Pour mettre en place un atelier de résolution de problèmes, il incombe au maître :

- Le choix des objectifs mathématiques et méthodologiques de l'atelier,
- Le choix des élèves constituant l'atelier,
- Le choix des problèmes qui seront proposés aux élèves, des conditions de leur validation en fonction des objectifs retenus et du choix des élèves constituant le groupe,
- La définition du contrat de travail,
- La valorisation du travail effectué,
- Les entretiens individuels prévisibles.

Remarque :

La fabrication d'objets en géométrie est un contenu bien adapté à un fructueux travail en ateliers : à partir du cahier des charges de la construction, l'atelier pourra être un cadre propice à l'échange de compétences, mettant à profit celles de chaque élève.

Bibliographie : Le travail de groupes, les ateliers

(1) ASTOLFI J.P, 1992, L'école pour apprendre, ESF Editions.
(2) BARLOW M., 1994, Le travail en groupes des élèves, A. Colin.
(3) DOISE W., MUGNY G., 1981, Le développement social de l'intelligence, Interéditions.
(4) DU SAUSSOIS N., 1991, Les activités en ateliers, A. Colin.
(5) FERRY G., 1970, La pratique du travail en groupe, Dunod.
(6) FIJALKOW, 1993, Entrer dans l'écrit, Bordas.
(7) MEIRIEU P., 1993, Itinéraires des pédagogies de groupes.

AUTRES DISPOSITIFS PARTICULIERS D'AIDE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

On peut recenser d'autres moyens qui sont de deux types :

- soit un entretien avec le maître qui sera, pour l'élève, une occasion de prendre conscience, sous la conduite du maître, de sa manière d'aborder un problème.

- soit la proposition de problèmes sous forme de jeux, ce qui peut contribuer, pour l'élève, à "dédramatiser" la résolution d'un problème et à lui faire acquérir davantage d'assurance en présence d'un problème à résoudre.

1-L'entretien individuel

Il peut être inséré éventuellement dans un atelier : pendant que des élèves non repérés en difficulté travaillent en autonomie, le maître organise un atelier spécifique regroupant des élèves fragiles. Lorsque l'un d'entre eux est suffisamment avancé (au moment que le maître juge opportun), le maître réalise avec lui un entretien s'appuyant sur un protocole préparé à l'avance, dans le but de permettre à l'élève de revivre ses procédures et de lui faire expliciter les décisions qu'il a prises.

Un autre intérêt est de laisser le temps à cet élève de verbaliser une action, alors que dans un contexte de grand groupe, un enfant, peu à l'aise ou en difficulté, n'aura pas toujours le temps d'exprimer ses phrases hésitantes : cela permet à l'enfant de développer la représentation qu'il a du problème par une production langagière.

Le maître pourra mettre à profit l'entretien individuel avec un élève pour l'amener à découvrir une démarche, à choisir un outil approprié.

L'utilisation de ce dispositif au sein de la classe est forcément limité compte tenu du temps qu'il requiert et de la nécessité de ne pas délaisser trop longtemps les autres élèves.

On trouvera, en annexe 2, deux exemples d'entretiens individuels réalisés en CM1.

Référence : (8) VERMERSCH P., L'entretien d'explicitation, ESF Éditions.

2-Les rallyes mathématiques

L'intérêt d'un rallye réside dans le fait que c'est un jeu, qu'il peut y avoir coopération entre élèves et qu'il n'y a pas d'enjeu scolaire.

Cependant, lorsqu'un rallye est proposé sous forme de compétition individuelle, il y a le risque de mettre hors jeu les élèves en difficulté ou les élèves fragiles ; c'est pourquoi il est préférable de proposer un rallye sous forme de compétitions interclasses, ce qui exige une production unique par classe, à laquelle tous les élèves pourront apporter leur contribution.

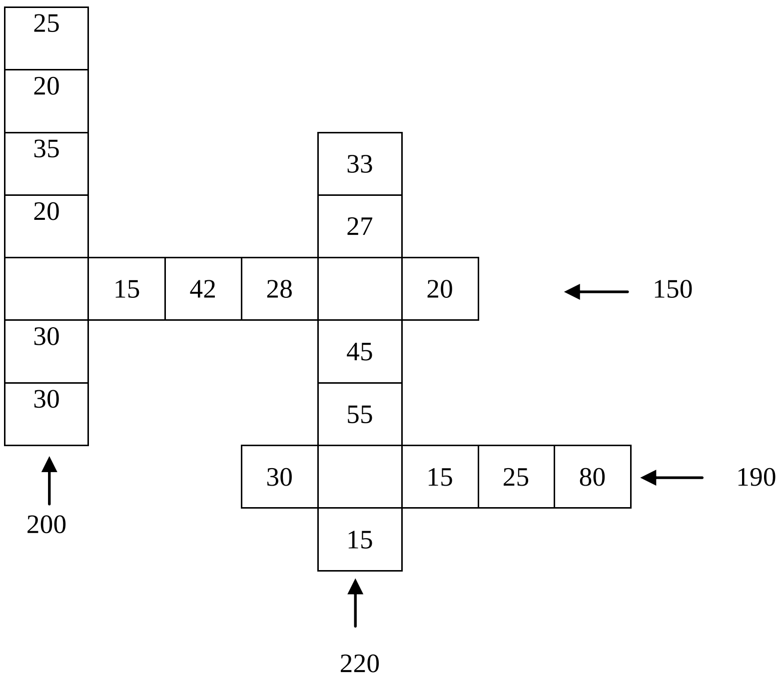
Il est alors intéressant de proposer des problèmes "ouverts" (par exemple de combinatoire ou reposant sur des tracés) qui sortent du modèle scolaire et qui peuvent ainsi contribuer à modifier le rapport aux mathématiques que peuvent avoir certains élèves : faire des mathématiques, cela devient "relever un défi", c’est "raisonner, chercher" et non pas "faire des opérations, appliquer des règles". Un rallye peut être aussi, pour l'élève, l'occasion d'éprouver le plaisir de venir à bout d'une énigme et peut ainsi aider l'élève peu sûr de lui, à retrouver un peu de confiance en lui-même.

ANNEXE 1

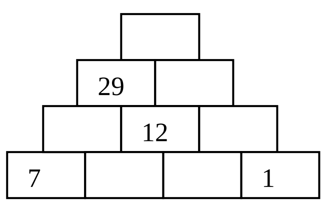
Présentation des problèmes

CE2 – atelier de calcul, sans calculatrice, 30 minutes.
Consigne : fais ces exercices dans l'ordre que tu veux.
Si tu as besoin, tu demandes une feuille d'aide.

- La grille à compléter :
La somme des cases de chaque colonne et de chaque ligne est indiquée par la flèche.



- La pyramide des nombres.
Dans cette pyramide de briques, chaque brique vaut la somme de deux briques sur lesquelles elle repose. Compléter les nombres qui manquent.



- Le train.
Un train circule avec 650 voyageurs. Il s'arrête dans une gare, 250 voyageurs descendent et 25 voyageurs montent. Il repart. Il s'arrête dans une deuxième gare, 75 voyageurs descendent et 38 voyageurs montent. Combien y a-t-il de voyageurs quand le train repart de la seconde gare ?

- Les âges.
Monsieur Durand a 47 ans, Madame Durand a 2 ans de plus. Ils ont une fille Sophie. Si Monsieur Durand, Madame Durand et Sophie ajoutent leurs âges, ils obtiennent 108.
Quel est l'âge de Sophie ?

- Le cinéma.
Au cinéma REX, les enfants paient 22 francs et les adultes paient 45 francs. Pierre a un billet de 100 francs. Combien de personnes peut-il emmener au cinéma REX ?

Analyse de ces problèmes

La grille

Problème à résoudre en 4 étapes, la disposition spatiale aide à les repérer.
Additionner en colonnes et en lignes, en regroupant éventuellement les termes.
Trouver les nombres manquants par différence avec les nombres-cibles ou en calculant les écarts.
Si erreur dans les premières cases, elle se répercutera. Repérage de l'erreur par comparaison avec les membres de l'atelier. Correction à réaliser seul ou avec de l'aide.

La pyramide

6 étapes de calcul : 3 différences ou 3 écarts 29 – 12 ; 17 – 7 ; 12 – 10 ; 3 sommes. Lecture de haut en bas puis de bas en haut pour terminer par la case supérieure.

Le train

La chronologie des évènements peut induire la chronologie des calculs en 4 étapes.
Des élèves plus indépendants pourront composer certaines transformations.
Possibilité de schématisation :
- soit des évènements de l'énoncé :

650 voyageurs

1er arrêt { 250 voyageurs descendent
25 voyageurs montent

2ème arrêt { 75 voyageurs descendent
38 voyageurs montent

Combien ?

- soit de la résolution :

650 --------(- 250) ? ----(+25) ---- ? ------(- 75) ? ------(+ 38) ------ ?

Les âges

Les étapes de résolution correspondent ici au traitement des informations.

Mr D : 47 ans Mme D : 2 ans de plus : 47 + 2 = 49; elle a 49 ans.
A eux deux ils ont 96 ans ; recherche de la différence ou de l'écart pour trouver l'âge de Sophie.
La résolution peut se schématiser en reprenant les cases superposées de la pyramide.

<table>
<tr><td>47</td><td>49</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">108</td></tr>
</table>

Le cinéma

Fonction numérique :

1 place enfant → 22F 1 place adulte→ 45F
2 ——→ 44F 2 ——→ 90F
3 ——→ 66F

Encadrement pour situer 50F.
Lecture de l'énoncé et sélection d'informations.
Possibilité de remplacer « personne » par « camarade » et de modifier la taille des nombres pour ouvrir ce problème.

Cette analyse permet de dégager :

* un objectif méthodologique :

-sensibiliser les élèves au nombre d'étapes utilisées pour résoudre un problème.

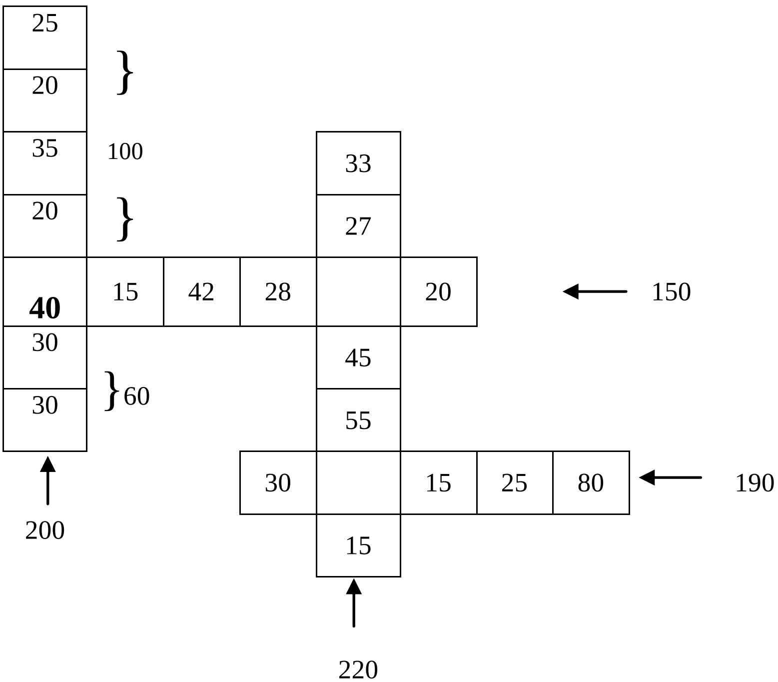
*un objectif notionnel :

notions d'écart, notion de différence, comparaison de nombres.
calculs d'additions et de soustractions
compréhension de l'expression : de plus

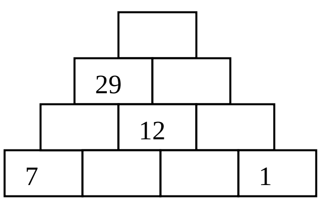
ANNEXE 1 (suite)

CE2- atelier de calcul : ELEMENTS POUR AIDER ET ENCOURAGER

1) Compléter la grille :
La somme des cases de chaque colonne et de chaque ligne est indiquée par la flèche



2) Dans cette pyramide de briques, de 12 pour aller à 29, quel écart y a-t-il ?



Par où continuer ?

3) Le train et les arrêts

650 voyageurs

1^{er} arrêt $\left\{ \begin{array}{l} \text{250 voyageurs descendent} \\ \text{25 voyageurs montent} \end{array} \right.$

$2^{\text{ème}}$ arrêt $\left\{ \begin{array}{l} \text{75 voyageurs descendent} \\ \text{38 voyageurs montent} \end{array} \right.$

Combien ?

Organise les étapes de calcul.

4) Monsieur Durand a 47 ans, Madame Durand a 2 ans de plus. Ils ont une fille Sophie.
Faisons une pyramide

<table>
<tr><td>47</td><td>49</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">96</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="3">108</td></tr>
</table>

ANNEXE 2 : deux entretiens individuels

Ces entretiens ont été réalisés, avec deux élèves de CM1, à l'occasion de la résolution de problèmes additifs.

Les enfants ont été confrontés à deux problèmes à résoudre ; quand ils ont estimé avoir terminé et répondu à la question posée, le maître a engagé l'entretien d'explicitation avec ces élèves.

> Premier problème : Jeudi, maman dépense 350 francs ; vendredi, elle dépense 200 francs. Combien a-t-elle dépensé dans ces deux jours ?

Chaque enfant est d'abord invité à relire l'énoncé puis l 'entretien commence.

La première partie de l'entretien vise à faire expliciter à l'enfant l'idée qu'il se fait d'un problème ; la deuxième partie a pour but de l'amener à expliciter la procédure utilisée.

Les comptes-rendus suivants transcrivent fidèlement le dialogue entre le maître et l'enfant.

Entretien avec ANAÏS

Prof : ce que tu viens de lire, c'est quoi pour toi ?

Anaïs : l'histoire

P : c'est une histoire, mais encore ?

Anaïs : un conte

P : un conte ?

Anaïs : un problème.

P : et pourquoi c'est un problème ?

Anaïs : parce que si maman, le jeudi elle dépense 350 francs et le vendredi 200 francs donc elle va ...

P : à quoi tu reconnais que c'est un problème ?

Anaïs : puisqu'elle a 350 francs et si après elle dépense 200 francs, elle perdra de l'argent

P : tu m'as dit que ça pouvait être une histoire ou un conte ; il y a une différence entre un problème et une histoire ou un conte ?

Anaïs : non, ça peut être quelque chose.

P : qu'est-ce que tu veux dire ?

Anaïs : je veux dire, ça peut être deux choses, comme peut-être une histoire mais pas un problème ou un conte.

P : à quoi on le reconnaît que c'est un problème et pas simplement un conte ?

Anaïs : parce que le problème, c'est que si tu as 350 francs et qu'après tu as 200 francs parce que tu en as dépensé, tu as dépensé 250 francs de 350.

P : mais qu'est-ce qui fait le problème ? pourquoi il y a un problème ?

Anaïs : parce qu'on te demande combien tu as dépensé dans ces deux jours.

P : et ça, c'est une question ? Est-ce que c'est un problème parce qu'il y a une question ?

alors, un problème, comment tu te le représentes toi ? quand à l'école, on te dit "on va faire des problèmes", toi, tu te dis quoi ?

Anaïs : un problème, c'est peut-être comme si ... parce qu'il faut trouver combien c'est égal et la phrase.

P : quelle phrase ?

Anaïs : la phrase qui fait dire combien en tout elle avait au début ... quoi !

P : comme tu as écrit là : elle a dépensé 550 francs.

Anaïs : oui

P : et en général, quand il faut répondre à un problème, comment il faut faire pour y répondre ?

Anaïs : une opération il faut faire.

P : ah ! il y a une opération. Et là, dans ce problème, tu as fais une opération ? c'est quoi comme opération ?

Anaïs : une addition.

P : et comment tu as su que c'était cette opération et pas une autre ?

Anaïs : pour trouver le nombre du début, j'ai assemblé les deux. J'ai fait "plus" puisque les deux, ça me fera ce qu'elle avait au début quoi ! tu vois ?

Entretien avec Jessica

P : c'est quoi ce que tu viens de lire ?

Jessica : c'est un problème.

P : c'est quoi pour toi un problème ?

Jessica : un problème, pour moi qu'est-ce que c'est ?

P : si tu avais à dire à quelqu'un ce que c'est un problème, comment tu lui expliquerais ?

J : j'expliquerais que ... comment dire ?

P : à quoi ça se reconnaît un problème ?

J : ouf ! à quoi ça se reconnaît ? ... ça se reconnaît, parce que pour moi, ça se reconnaît par la ... j'allais dire par la question.

P : c'est déjà une chose ! mais il n'y a pas que dans les problèmes que l'on pose des questions ! Si je te demandais l'âge que tu as, c'est une question mais ce n'est pas un problème.

Alors qu'est-ce qu'il y a encore ? Qu'est-ce que ça représente pour toi un problème ?

J : pour moi, un problème, c'est aussi ... ça m'aide des nombres.

P : il y a des nombres dans un problème ?

J : oui, oui ... après, c'est tout ! je le vois comme ça que c'est un problème.

P : et quand il y a un problème, est-ce qu'on doit faire quelque chose ? Quand on a lu le problème, est-ce qu'on doit faire quelque chose ?

J : oui, on doit déjà faire une addition, une soustraction, ou si c'est par exemple, c'est ça qu'il faut faire, une multiplication.

P : donc quand il y a un problème, on regarde tout de suite s'il faut faire une opération ?

J : oui, oui, il faut regarder s'il faut faire « plus», «moins » ou « fois ».

P : et comment on sait s'il faut faire « plus », « moins » ou «fois » quand on lit le problème ? pour toi, comment tu le sais ?

J : comment je le sais ? ... je le sais ...

P : par exemple, dans ce problème, qu'est-ce que tu as fait comme opération ?

J : une soustraction.
P : et comment tu as su qu'il fallait faire une soustraction ?
J : parce qu'elle dépense.

« Dis, fais-moi un dessin !»

Yves Girmens

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Besançon 1997.

Ce travail est le compte–rendu d'une expérience menée dans une classe de cours préparatoire à l'occasion de la première rencontre avec un problème. Les enfants doivent représenter par un dessin un énoncé qui leur est donné. Ils doivent ensuite choisir parmi les dessins ceux qui peuvent aider à répondre à une question faisant appel à un dénombrement.

Origine de l'expérience et cadre de travail

L'entretien individuel avec des enfants en difficulté au sujet d'un problème qu'ils ont cherché à résoudre montre clairement que les enfants ne recourent pas à une schématisation (représentation sous forme de schéma) comme moyen pour s'approprier le sens du problème posé et peut-être pour le traiter.

Ce manque semble aggravé par l'idée qu'ils se font d'un problème : "résoudre un problème, c'est faire une opération".

En particulier, ils ne disposent pas de systèmes de représentations autres qu'iconiques où les objets de l'énoncé sont dessinés, ce qui, dans beaucoup de situations, est un obstacle à une représentation pertinente et fonctionnelle du problème.

On peut voir dans la schématisation d'un énoncé de problème, un moyen naturel de construire des significations de cet énoncé qui complète et corrige l'appropriation de cet énoncé dans le registre de la langue.

En particulier, la schématisation d'un énoncé peut aider à la mise en relation des données pertinentes et favoriser ainsi la représentation mathématique d'un problème.

On peut avancer l'hypothèse que l'élève en difficulté a beaucoup de mal à créer un schéma fonctionnel et qu'il ne peut, de sa propre initiative, faire évoluer ses schématisations vers des formes plus abstraites qui construisent le sens du problème.

Notre hypothèse :

La mise en place précoce d'activités autour des schématisations d'un énoncé peut contribuer à développer chez les enfants l'aptitude à comprendre un énoncé mathématique, à en construire une représentation et en même temps à leur donner des moyens d'améliorer leurs schématisations.

L'objectif sera, à terme, qu'ils choisissent la schématisation la mieux adaptée au problème à traiter.

Il ne s'agit surtout pas de "tomber" dans le travers d'un apprentissage méthodologique de la résolution de problèmes s'appuyant sur la schématisation, ce qui constituerait une dérive comparable à la pratique consistant à réduire l'apprentissage de la résolution de problèmes à un apprentissage méthodique de la "lecture d'énoncés mathématiques".

Il s'agit seulement, à l'occasion de la résolution de problèmes, d'accorder au schéma la place qui est la sienne, celui d'un "écrit intermédiaire" que l'élève peut utiliser pour s'approprier un problème et le représenter.

Présentation et analyse de l'expérience

L'expérience est menée dans un Cours Préparatoire, alors que les enfants n'ont encore jamais été confrontés à un problème de mathématiques.

La classe est composée en majorité d'enfants d'origine étrangère.

L'idée est de les mettre en présence d'un énoncé de type mathématique (contenant des données numériques qui peuvent être mises en relation), mais ne comportant pas de question, avec l'objectif de faire émerger les manières dont les enfants s'approprient et appréhendent cet énoncé puis, dans un deuxième temps, à partir des "représentations" qu'ils ont proposées, de mettre en évidence une interprétation de l'énoncé conforme au type de compréhension qu'exige un problème en mathématiques.

Il ne s'agit pas d'un dispositif en vue de répondre à des difficultés mais plutôt d'une première approche de la compréhension de ce qu'est un problème en mathématiques, proposée à des jeunes enfants dont on peut déceler une fragilité sur le plan scolaire.

Première étape :

Il s'agit d'amener des enfants (qui ne savent ni lire ni écrire) à expliciter, par un dessin (qui est le seul type d'écrit qu'ils peuvent produire), un énoncé qui n'a pas encore la forme d'un problème classique de mathématiques car il ne contient pas de question.

L'absence de questions ouvre sur tout un éventail d'interprétations qui se traduisent par des dessins divers (y compris des dessins qui font intervenir l'imaginaire) ; cela permet aux enfants de confronter les différentes interprétations possibles d'un énoncé et d'en débattre.

Deuxième étape :

Une question relative à l'énoncé est maintenant communiquée aux enfants : la réflexion consistera à chercher, parmi les dessins proposés, ceux qui peuvent constituer une aide pour répondre à la question posée.

Cela doit permettre de mettre en évidence les dessins qui organisent les données, autrement dit, ceux qui traduisent une "lecture mathématique" de l'énoncé mais aussi ceux qui font intervenir l'imaginaire (critère : "ils n'aident pas") ainsi que ceux qui ne respectent pas l'organisation mathématique des données.

Troisième étape :

Les enfants doivent maintenant chercher à répondre à la question en utilisant le schéma de leur choix parmi les schémas proposés.

Après un temps de recherche, la mise en commun vise à permettre l'explicitation des critères de choix puis la mise en évidence de différences dans les procédures de traitement selon le dessin choisi.

Ainsi, dans un premier temps, le dessin joue le rôle de médiateur dans la compréhension de ce qu'est un énoncé mathématique, et, dans un deuxième temps, on veut permettre à l'enfant de percevoir l'intérêt d'un certain type de schéma, obéissant à certains critères (mise en relation des données numériques), comme support de la pensée pour répondre à la question d'un problème.

Mise en œuvre

La séance a lieu dans une classe de CP.

Les enfants ont travaillé sur le nombre et le domaine numérique familier, variable selon les enfants, s'étend jusqu'à 50.

Les enfants n'ont jamais été confrontés à un énoncé "type problème".

Premier temps

Première phase :

L'énoncé suivant est écrit au tableau :

Dans un pays lointain, des chasseurs ont tué 12 tigres. Il faut deux chasseurs pour porter un tigre et le ramener au village.

(*énoncé emprunté à l'ouvrage ERMEL CP)*

L'énoncé est lu par la maîtresse qui le fait reformuler par quelques enfants. Quand elle est certaine que les enfants ont compris l'énoncé, elle leur communique la consigne :

«Tu vas faire un dessin qui raconte cette histoire.»

(elle explicite en ajoutant : « en regardant le dessin, je dois comprendre l'histoire. »)

Chaque enfant dispose d'une feuille A4 et travaille individuellement.

Deuxième phase :

La maîtresse sélectionne une douzaine de dessins qu'elle affiche au tableau. Elle rassemble les enfants et provoque un débat autour de la confrontation des dessins avec l'énoncé.

Le débat est initié par la question : « Est-ce que le dessin montre tout ce que nous dit le texte ? »

La discussion permet de classer les dessins en différents types :

- Ceux qui illustrent l'énoncé sur le plan sémantique, sans tenir compte des nombres et en faisant appel à l'imaginaire.

- Ceux qui tiennent compte du nombre de tigres mais qui n'utilisent pas la relation "un pour deux".
- Ceux qui représentent la relation "un pour deux" sans représenter le nombre total de tigres.
- Ceux qui ont tenu compte de toutes les données numériques mais qui ont rajouté une information non contenue dans l'énoncé : "certains hommes portent deux tigres.".

Deuxième temps

La maîtresse formule une nouvelle consigne :

« Maintenant, je vais vous poser une question : combien de chasseurs faut-il pour transporter tous les tigres ? On va regarder si les dessins affichés peuvent nous aider à répondre à la question. »

La maîtresse mène ensuite un débat collectif autour des différents dessins en amenant les enfants à expliciter la manière d'utiliser chaque dessin.

Au cours de cette discussion, certains dessins ne sont pas retenus car ils ne sont d'aucune aide pour répondre à la question (ceux qui illustrent l'histoire sans utiliser les nombres et ceux qui "rajoutent" de l'information).

Troisième temps

La maîtresse donne comme nouvelle consigne :

« Vous allez répondre à la question posée en vous servant d'un dessin. »

Les enfants ont repris leurs dessins et travaillent par deux.

La phase de recherche est suivie d'une mise en commun qui permet aux enfants de présenter leurs procédures de dénombrement en mettant en évidence qu'elles dépendent du dessin utilisé.

Prolongement

À partir d'une situation vécue à l'occasion du Carnaval, l'énoncé suivant a été proposé un peu plus tard aux enfants :

Pour Carnaval, chaque enfant fabrique un masque. Il faut deux pièces pour faire un masque. Il y a 13 enfants. Combien faut-il de pièces ?

accompagné de la consigne suivante : "*tu peux écrire ou dessiner ce que veux pour répondre à la question. Tu écriras le nombre de pièces nécessaires au bas de la feuille*".

Il s'agit ici d'un véritable problème mathématique : l'objectif étant d'amener les élèves à produire "un écrit de recherche" (schéma ou écrit symbolique) pour représenter l'énoncé en vue de tenter de répondre à la question posée. Dans cette nouvelle situation, l'écrit de l'élève est finalisé par la recherche d'un nombre inconnu.

Chaque enfant dispose d'une feuille A4. La séance se déroule en trois parties : phase d'appropriation de l'énoncé, recherche individuelle, mise en commun et bilan.

La confrontation des productions des enfants a permis de mettre en évidence les points suivants :

- il faut utiliser tous les renseignements que donne l'énoncé et eux seuls.

- il n'est pas nécessaire de dessiner les objets de manière réaliste ; on peut utiliser des symboles ("barres" ou "ronds").

- il n'est pas nécessaire de dessiner toutes les pièces : à partir du dessin des masques, à l'aide de la comptine, en comptant de deux en deux, on peut trouver la réponse.

- au lieu de faire un dessin, on peut écrire la suite des entiers de 1 à 13 (représentant les 13 masques) puis en simulant mentalement "2 pièces pour 1 masque", écrire en correspondance la suite des entiers de 1 à 26 (production fournie par un enfant).

Ainsi cette situation a permis, à chaque enfant, en s'appuyant sur ce qu'il a été capable de faire pour représenter le problème, de découvrir et de faire fonctionner des représentations schématiques ou symboliques, autres que la sienne, que ses camarades ont mis en œuvre pour traiter le problème.

Remarque :

Sans remettre en cause le choix fait par certains auteurs d'ouvrages de faire réfléchir les enfants sur des schématisations de problèmes produites par des élèves fictifs, (car ce dispositif peut s'avérer pertinent à certains moments), il nous paraît nécessaire, de permettre aux enfants, **à l'occasion de la résolution de problèmes**, de découvrir d'autres manières de représenter un problème par un écrit : on donnera ainsi à l'enfant les moyens de développer leur compétence à représenter un problème par un écrit fonctionnel, et on les aidera progressivement à passer d'un écrit de type "schéma" à un écrit utilisant le symbolisme mathématique.

Comment ne pas être « chocolat » ?

Nicole Bonnet

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

Le travail présenté s'inspire d'un article écrit par Michel CHASTELAIN, dans la Revue MATH-ECOLE ; N°165 ; Novembre 1994.
Cette action de formation utilisable en formation initiale ou continue des professeurs des écoles, relève d'une approche constructiviste et se rattache à une stratégie de formation par homologie pour les problèmes de recherche.

Le descriptif de cette action de formation est issu d'un travail que j'ai mené cette année avec des PE sur le thème de la résolution de problèmes. Je leur ai proposé des situations qui permettaient de réfléchir aux différences entre exercices, problèmes, situations-problèmes, problèmes ouverts. Voici une activité qui a également débouché sur d'autres points abordés dans cet article comme l'analyse du jeu, le débat sur "l'utilité" d'une telle activité, les transformations possibles, etc.

OBJECTIFS :

Introduire un comportement de recherche par le biais d'un problème ouvert (5).

Permettre aux professeurs d'école en formation initiale d'entrer dans un contenu didactique et d'analyser une situation de recherche.

<u>*Enoncé :*</u>

La méchante sorcière a pris une plaque de chocolat et déposé un poison mortel sur un des quatre carrés d'angles. Elle veut proposer un jeu à Blanche-Neige : « Tu vois, lui dit-elle, j'ai déposé du poison sur le carré hachuré.

Je te propose les règles du jeu suivantes :

1. **Chacune, à tour de rôle va prendre la plaque et en détacher une partie en la coupant suivant une ligne droite du quadrillage. Elle mange le morceau qu'elle a détaché ;**
2. **Celle qui mange le carré empoisonné meurt ! »**

Mais la sorcière est aussi bête que méchante, elle ne sait pas que Blanche-Neige connaît une façon de jouer pour ne pas manger le carré mortel.

Et toi, comment vas-tu jouer pour ne pas être empoisonné ?

					POISON

Phase 1 : travail du professeur stagiaire en tant qu'élève.

Dispositif

C'est une situation de recherche par groupes de quatre (deux joueurs, deux observateurs avec changement de rôle), chaque groupe ayant à disposition 29 petits cubes identiques d'une même couleur et un petit cube d'une autre couleur qui est le morceau de chocolat empoisonné.

But recherché

- Faire trouver une ou des stratégies gagnantes ;
- Amener une discussion au sein du groupe quant à la rédaction de cette situation de recherche. Faut-il faire des dessins ? Le texte seul suffit-il ? Quelles cohérences exiger entre texte et dessins ? ... Peut-on généraliser à d'autres situations de recherche ?

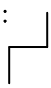
Consigne

La consigne s'articule en deux temps :

1. Vous allez tout d'abord vous placer dans le rôle de l'élève : « Jouez et cherchez une stratégie gagnante. Puis rédigez-la sur une feuille. » ;
2. Vous êtes maintenant le professeur : « Quel compte-rendu attendez-vous d'un groupe d'élèves de CM2 placé face à ce problème ? ».

Analyse

Difficultés dues à l'énoncé :

- J'ai remarqué en circulant entre les groupes que la consigne ne semblait pas claire pour tout le monde. J'ai dû préciser oralement les points suivants :
  - ∗ on ne peut pas couper comme cela :  ni en diagonale.
  - ∗ on peut prendre une ou deux barres, ou plusieurs, mais <u>en un seul coup</u>.

- Une difficulté de langage émerge vite : un "carré" de chocolat est en général rectangulaire. Ceux qui persistent à dessiner des carrés de chocolat en forme de rectangle, ont plus de peine à trouver une stratégie, et leur expression devient ambiguë. On a donc intérêt à schématiser l'énoncé, pour s'éloigner d'un modèle réaliste. En fait, la manipulation de petits cubes de 2 cm d'arête induit fortement des représentations carrées. Les stagiaires utilisent rapidement du papier quadrillé 5x5 lors des phases d'analyses de jeux.

Les temps de recherche et de rédaction durent environ 20 minutes chacun.

Parmi les groupes, aucun n'est en échec ; tous se sont engagés dans une solution.

Difficultés de rédaction

La rédaction de la procédure gagnante suscite de grandes discussions. Pour être claire, précise et concise, la rédaction nécessite un effort important d'analyse et de synthèse de la part des étudiants.

Ils pensent que le texte seul ne suffit pas à la bonne compréhension, qu'il doit être illustré de schémas.

Ce travail d'explicitation permet de mieux comprendre et de conceptualiser la situation. Les brouillons raturés des stagiaires montrent que cette action n'est pas simple.

Bilan

Cette activité est pour eux une leçon d'humilité car ils sont placés face à un problème qu'ils ne savent pas résoudre immédiatement. Certains groupes sont mal à l'aise en début de séance, ils ont peur de ne pas trouver de solution.

Dans la dernière phase, lorsque je leur distribue des exemples de travaux d'élèves, les critiques concernant la rédaction sont plus réfléchies. Les étudiants ont réalisé qu'il ne fallait pas demander aux élèves ce qu'on avait du mal à faire soi-même.

Je rajoute que le travail d'écriture me semble fondamental car il consolide les chemins mentaux. Il pourra être un outil qui permet un retour lors d'un problème analogue. En effet, l'élève peut reprendre ses notes et les consulter en cas de besoin.

Phase 2 : travail conjoint formateur / PE.

But recherché

Travailler sur les caractéristiques d'un problème ouvert (5) selon deux axes : l'un lié au problème, l'autre lié à la gestion de classe, et ouvrir un débat.

1. Dégager les caractéristiques liées au problème

1.1 Généralités

À l'école, on pose des problèmes proches soit de la vie quotidienne, soit du monde imaginaire des enfants, afin de leur permettre de créer des connaissances, d'apprendre des stratégies, des techniques, des algorithmes, ... qu'ils devront être capables de réutiliser lors de problèmes différents.

Les I.O. de 1995 précisent : « *La résolution de problèmes occupe une place centrale dans l'appropriation par les élèves des connaissances mathématiques. La plupart des notions ... peuvent être abordées par les élèves comme des outils pertinents pour résoudre des problèmes nouveaux, avant d'être étudiées pour elles-mêmes et réinvesties dans d'autres situations ...*
Par ailleurs, des activités sont proposées pour mettre en place et développer des compétences spécifiques d'ordre méthodologique ...
Les activités relatives à la résolution de problèmes portent sur :

- *de véritables problèmes de recherche, pour lesquels l'élève ne dispose pas de démarche préalablement explorée ; ...* »

Ici, nous avons un problème qui ne vise pas de notion spécifique, il s'agit d'un problème de recherche à support ludique, qui correspond à la dernière phrase de l'extrait des Instructions Officielles ci-dessus.

1.2. Analyse du problème

- Je questionne tout d'abord les PE stagiaires : « Comment avez-vous procédé pour arriver à la solution ? ».
- Leurs réponses sont :

« Nous avons :

- joué plusieurs fois, fait des essais ;
- émis des hypothèses, des conjectures ;
- testé ces hypothèses en faisant d'autres essais ;
- testé la validité de la conjecture.

C'est une démarche scientifique. ».

Ils ajoutent également :

- « Émettre des hypothèses est relativement difficile car chacun se forge les siennes qui dépendent fortement des réactions de l'adversaire. Quelquefois, nous pouvons mettre en oeuvre deux hypothèses dans la même partie, et il ne sort rien de cela. Il faut noter les coups. » ;
- « La solution n'est pas immédiate. » ;
- « Quand la procédure gagnante est trouvée, le jeu n'a plus d'intérêt. Il faut chercher un "naïf" (un camarade qui n'a jamais joué et qui va être "chocolat "). Il permet de contrôler que celui qui connaît la stratégie gagne toujours. ».

En conclusion :

C'est un jeu fermé : dès que la procédure est découverte, le jeu n'a plus d'intérêt.

J'ajoute :

Quand on résout ce problème, on développe une méthodologie utilisée dans le champ mathématique.

Elle consiste dans un premier temps à analyser les derniers coups de son adversaire : que fait-il quand il gagne ? puis à essayer de mémoriser les coups d'une partie entière, ce qui permet de capitaliser pour mieux anticiper. Enfin, on se rend compte qu'il faut hiérarchiser les fins de partie.

Comme dans le jeu de "la course à 20"[1], c'est en fin de partie que surgit l'idée qu'il ne faut pas jouer n'importe quoi.

Soit, par exemple, la course à 20, de pas 4. Le gagnant est celui qui dit 20 le premier. Le jeu se joue à tour de rôle. Chaque joueur peut augmenter le nombre annoncé par son adversaire de 0, 1, 2 ou 3.

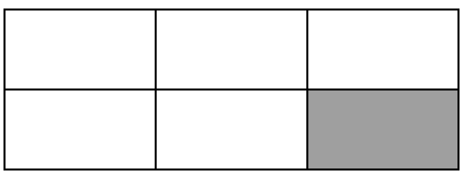
Si le but est 20, celui qui annonce 17,18 ou 19 a perdu, car son adversaire peut atteindre 20. Par contre, celui qui annonce 16 est sûr de gagner, car son adversaire ne pourra annoncer que 17, 18 ou 19.

Pour gagner, il faut donc jouer 16, qui n'est autre que 20-4.

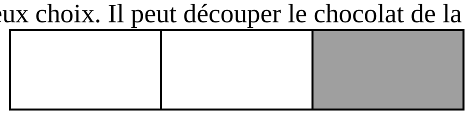
Le joueur réitère son raisonnement, et cela l'amène à découvrir une stratégie globale ...

Il en est un peu de même ici : rapidement, le joueur en vient à considérer la fin de partie.

Admettons que le joueur A laisse le rectangle suivant après avoir mangé son morceau :



Le joueur B a deux choix. Il peut découper le chocolat de la manière suivante :

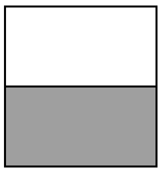


Il a alors perdu car le joueur A lui laisse :

[1] Situation présentée dans l'article « La division en formation initiale », tome 2 de cet ouvrage.

Ou bien, il peut découper le chocolat en laissant un "carré" :

Au coup suivant, A ne peut faire que :


ou


Dans ces deux cas, le joueur B a gagné : il coupe le chocolat et ne laisse au joueur A que le carré empoisonné.

La stratégie gagnante peut se résumer ainsi :

« Pour gagner, il faut laisser un carré. Celui qui a un rectangle devant lui peut toujours le transformer en carré. Par contre, celui qui a un carré ne peut qu'en faire un rectangle. Celui qui laisse un carré est donc toujours gagnant. »

Il suffit alors de "remonter" pour trouver une stratégie gagnante, dès le départ.

"Faire un carré" est un coup fort ou coup gagnant au sens de la théorie des jeux. On retrouve cette situation dans d'autres jeux. Je citerai par exemple le "squeeze" au bridge et le "sugswang" aux échecs.

Dans les premiers coups, il s'agira donc d'enfermer l'adversaire pour lui faire commettre une faute.

<u>Autre idée</u> : une stratégie gagnante répond à un argument de symétrie dans le sens que les positions fortes ont davantage d'éléments de symétrie.

1.3. Débat

Après cela, un débat peut naître avec les étudiants (ou stagiaires). Je les laisse s'exprimer librement tout d'abord, puis leur pose quelques questions.

- Les étudiants sont enthousiastes car l'aspect ludique l'emporte. Ils ont envie d'essayer avec leurs élèves ... Enfin des « maths-plaisir » ! Les enfants devraient apprécier ...
- Je ne les décourage pas car cet aspect me semble fondamental. De plus, les champs périphériques abordés sont à prendre en considération ...

- D'autres ont peur de passer trop de temps pour peu de savoirs mathématiques estampillés.

Outre l'aspect mathématique cité plus haut, lorsque l'on résout ce problème, on doit :

* Capitaliser, anticiper ;
* Argumenter ;
* Écouter les autres ;
* Rédiger un texte de nature scientifique (si le maître l'a demandé), un texte avec ses règles précises, qui peuvent être débattues à ce moment.

En conclusion, il est souhaitable de proposer ce problème au bon moment, sans y passer trop de temps, car il développe une méthode utile aux mathématiques.

Il s'agit bien ici d'une activité mathématique dans laquelle on met en œuvre un mode de pensée, un type de raisonnement spécifique, qui rompt avec le modèle pédagogique habituel - leçon puis exercices - si prégnant pour les étudiants ou stagiaires.

Remarques :

Mettre en situation les PE stagiaires dans le cadre de tels problèmes leur permet de prendre conscience de la diversité des démarches utilisées dans chaque groupe.

De plus, cela leur permet d'élargir leurs classes de problèmes de référence : il existe des problèmes autres que les problèmes pour apprendre des notions.

- Les étudiants ne nient pas l'activité mathématique dans ce problème, mais il est difficile de modéliser les processus de réussite.
- Un autre point fort de la discussion est la recherche de variantes du problème initial, pour modifier les procédures de résolution.

Voici celles proposées par les PE :

- **Augmenter ou diminuer le nombre de carrés de chocolat sur la plaquette, de manière à la laisser rectangulaire**.

Les procédures de résolution restent inchangées (c'est celui qui connaît la procédure gagnante qui est vainqueur, qu'il joue en premier ou en second). Seul le temps de jeu est modifié (et peut-être aussi la rapidité de découverte de stratégies).

- **Former une plaquette carrée ayant par exemple 5 x 5 morceaux de chocolat**.

Le problème est changé (celui qui connaît la procédure gagnante ne doit pas jouer en premier). C'est un jeu de hasard : tirer à pile ou face pour savoir qui joue le premier.

Inutile de jouer si les deux adversaires connaissent la stratégie gagnante !

- C'est l'occasion, à partir des questions des PE, de préciser ce qu'on entend par : situation-problème, problème ouvert, un problème. Le lecteur pourra se reporter utilement aux ouvrages ou articles cités en bibliographie pour des éléments de réponse.

2. Caractéristiques liées à la gestion de classe

Je rappelle l'organisation favorisant d'une part la responsabilité des PE (ou des élèves) face à la solution du problème et d'autre part leur autonomie dans la recherche :

- *Premier temps de la recherche : consignes initiales.*

Le formateur (moi-même) observe un assez long moment de silence où chaque PE (élève) s'approprie de façon individuelle la consigne et le jeu. Ce moment est fondamental car il permet la prise en main de la situation et l'émergence des premières conjectures. De mon point de vue, tout travail de groupe devrait débuter par un moment où chacun note par écrit ses premières idées. Ce procédé permet d'éviter que chaque élève soit entraîné trop rapidement dans la démarche proposée par un "leader".

- *Deuxième temps : phase d'action*

Le formateur circule entre les groupes, reprécise éventuellement la consigne. Nous avons vu que l'énoncé écrit ne suffisait pas.

Cette phase vise à la mise en place de stratégies. Le contexte est alors oublié : on ne pense plus à Blanche-Neige, la plaquette de chocolat est représentée, les carreaux de chocolat le sont aussi, sous forme carrée. On travaille en noir et blanc, les objets ont perdu leur couleur. Seules les données ayant du sens sont conservées.

Le professeur doit prendre garde de ne pas trop intervenir, être patient et laisser mûrir le problème. Son rôle consiste à encourager, essayer de rentrer dans la pensée des élèves. Il ne doit pas fermer le problème trop rapidement.

- *Troisième temps : phase de formulation*

Le compte rendu demandé aux PE (ou l'affiche pour les élèves) est un moyen de communication qui peut être exposé et laissé à la consultation libre. Dans un premier temps, la rédaction précise la pensée, dresse la liste des conjectures et permet leur exposition.

Dans un deuxième temps, le texte mathématique produit par les PE (ou les enfants) pourra être analysé, ce qui constitue un objectif intéressant.

- *Quatrième temps : phase de validation ou de débat*

C'est une activité de vérification qui ne se réduit pas au contrôle des procédures avec les PE. On cherche à établir la cohérence des résultats obtenus, à modéliser (si on le peut) la situation. Cette phase permet à chacun de prendre du recul, d'élucider la situation. Les questions ou réponses des pairs participent à cette compréhension.

Phase 3 : Analyse de travaux d'élèves.

Après le constat des difficultés de formulation écrite de leurs stratégies par les PE, j'ai distribué des productions d'élèves. Ces travaux proviennent d'une classe de 5ème (7ème année scientifique en Suisse (1)) et ont été élaborés en deux périodes de quarante-cinq minutes (cf. annexe).

Mon objectif est de leur faire analyser ces productions d'élèves puis de les amener à les comparer à leurs propres écrits.

Remarque importante :

Les critères d'analyse qui ont surgi le plus souvent sont :

- La qualité de la présentation : soin, dessins ;
  (ce premier point semble fondamental pour les PE)
- La clarté des explications : précision du langage, sémantique, orthographe;
- La stratégie développée : est-elle générale ou s'appuie-t-elle sur un cas particulier ?
- La pertinence des remarques (surtout à cause de la première phrase du compte rendu n°3).

Ces critères s'appliquent au produit fini. Ils ne prennent aucunement en compte:

  - La description des recherches infructueuses, les pistes rejetées pour différentes raisons (traitement de l'erreur).
  - Le nombre, la variété des pistes de recherche.
  - L'appréciation personnelle du maître, etc.

Conclusion

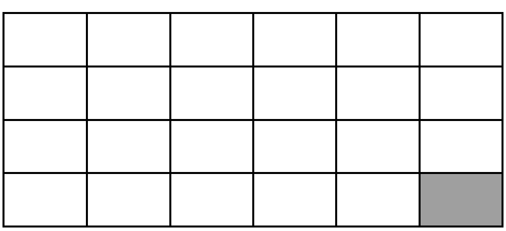
Cette activité de formation a été plébiscitée par les PE car elle leur a donné la possibilité d'être *élève* en leur permettant de participer à la construction d'outils pour être *maître*.
De plus, elle m'a permis d'illustrer des éléments de didactique, en cernant honnêtement leurs limites.

Enfin, leur meilleur souvenir, a été la dégustation collective d'une tablette de chocolat que j'avais promise au groupe qui trouverait le premier la stratégie gagnante ...

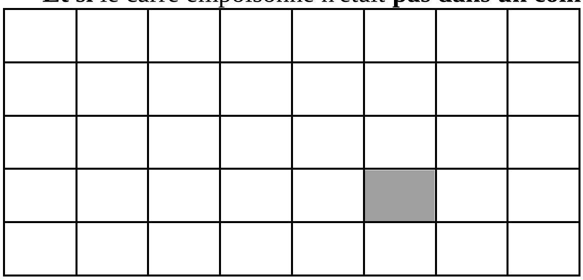
On excusera le côté affectif ... ! Cependant cette association travail-chocolat, ne peut-elle pas créer des connexions mentales fortes à propos de cette situation? Cette récompense est-elle si gratuite que cela ? ! ...

Pour ouvrir encore le problème, je propose de nouvelles variantes destinées aux PE (ou aux collègues ?) qui trouveraient cette situation trop simple :

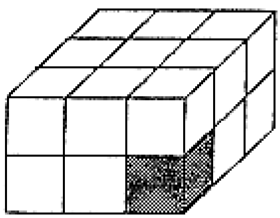
- **Et si** on jouait **à trois** et non à deux **?**



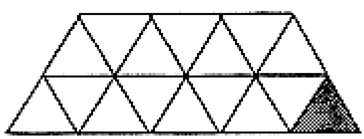
- **Et si** le carré empoisonné n'était **pas dans un coin ?**



- **Et si** on jouait dans **trois dimensions ?**



- **Et si** les carreaux n'étaient **pas carrés ?**



Enfin, je voudrais conclure par cette jolie phrase empruntée à Michel Chastellain : « toute situation mathématique mérite d'être dégustée ».

Bibliographie

(1) Article de Michel Chastellain (maître de didactique des mathématiques au SPES de Genève), intitulé "Évaluation d'une situation mathématique" in Math-Ecole n° 165 Nov. 1994

(2) "Jeux de cadres et didactique outil-objet" Régine Douady in RDM Vol 7-2 éd. La Pensée Sauvage 1986

(3) "Préparation à l'épreuve de mathématiques du concours de professeur des écoles" Chapitres 1 et 2, Tome 1. R. Charnay et M. Mante

(4) "Théorisation des phénomènes d'enseignement" G. Brousseau Thèse d'état Bordeaux 1

(5) "Problème ouvert et situation problème" G. Arsac, G. Germain, M. Mante IREM de Lyon 1988

(6) "Comprendre les énoncés, résoudre les problèmes" A. Descaves Hachette-Education 1992

(7) "Apprendre (par) la résolution de problèmes" R. Charnay in Grand N n° 48
(8) « La Course à 20 », G.Brousseau, in Théorie des situations didactiques, La Pensée sauvage, 1998.

Compte rendu 1
(photocopie article maths école)

Compte rendu n°1

Comment ne pas être «chocolat»! Laurent, Matthieu, Nicolas

Il faut jouer de telle manière a ce qu'il ait le même nombre de carré horizontalement et verticalement.

ex :

//// joueur 1
\\\\ joueur 2
*P = Player

1, 2, 3, 4 après le *P " = nombre de coup

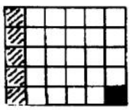
En jouant plusieurs fois, nous avons remarqué :
que celui qui connaît le "truc" est presque sûr de gagner, à moin que son adversaire connaisse aussi le "truc"!
qu'au début nous avions trouvé une solution mais elle ne marchait pas a tout les coups. Si l'autre en enlevait trois bandes à l'horizontale, on en enlevait trois aussi sauf à la verticale. mais comme il n'y a pas le même nombre horizontalement et verticalement, cela ne peut pas joué !

Compte rendu 2
(photocopie article maths école)

Compte rendu n°2

Julien/Romain

Pour gagner à coups sûr il faut manger la ligne A sur le tableau x

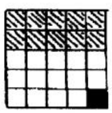


→ tableau x

= premier joueur

ABCDEF

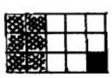
On obtient alors un carré et s'est à l'adversaire de jouer



= second joueur

ABCDEF

Le premier joueur doit reformer un carré.
L'adversaire mange une autre partie de la plaque et de nouveau le premier joueur reforme un carré jusqu'à ce que le second joueur mange le carré noir.



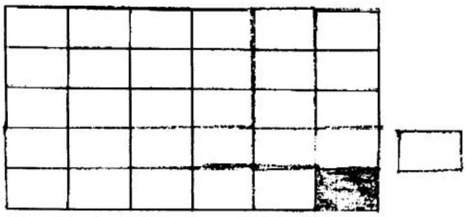
revoila le carré etc
Il faut commencé pour gagner

Compte rendu 3
(photocopie article maths école)

Compte rendu n°3

Comment ne pas être « chocolat » !

Seymour et Erwan



= lignes qu'il faut manger.

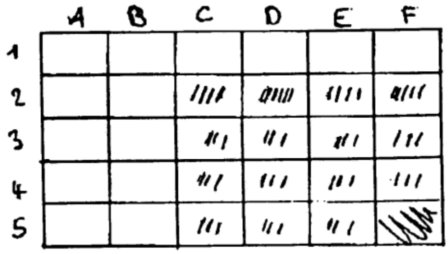
Celui qui commence n'est pas forcément le vainqueur, ça dépend comment il joue.

Quand on arrive dans ce stade, on peut mettre en pratique la stratégie.

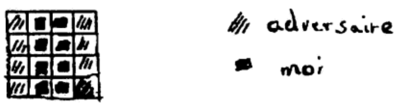
	A	B	C	D	E	F
1					///	
2					//	
3					//	
4	///	///	///	//	////	///
5					///	

La stratégie consiste à pousser l'adversaire sur les lignes 1 et 3. Dans ce cas nous pouvons avaler les lignes E et 4. L'adversaire ne peut rien faire à par manger le chocolat vert.

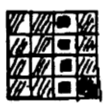
2ème solutions



A partir de ce stade là l'adversaire est perdu, même si il mange une ou deux ligne(s). C'est à lui de commencer.



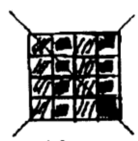
il a perdu.



il a perdu.

il a perdu

il a perdu



j'ai perdu

j'ai perdu

La tactique consiste à manger l'avant dernière ligne pour que l'adversaire mange la dernière.

Compte rendu 4
(photocopie article maths école)

Compte rendu n°4

Samuel - Fabrice   Comment ne pas être « chocolat »

joueur 1 = j 1
joueur 2 : j 2

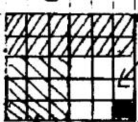
Solution pour que le 2ème joueur gagne

Pour que le deuxième joueur gagne il faut, chaque fois que le premier joueur enlève une partie de la plaque, enlever une autre partie de manière à ce que la plaque soit carrée ex. joueur 1 / joueur 2

①

partie mangée par le j. 1.

carré restant



②

parite mangée par le j. 2.

Nous avons trouvé la solution en jouant plusieurs parties.

③  le 2ème joueur à gagné ④ 

Solution pour que le 1er joueur gagne

Cette solution est basée sur le même principe que la précédente, si le 1er joueur enlève ~~la~~ une seule colone (verticale), cela fait un carré et les rôles sont inversés ex, au verso : j 1 = //// j 2 = \\\\

Les ateliers de recherches en mathématiques

Pierre Eysseric

Extrait de Cahiers du formateur Tome 2 – Tarbes 1998.

Cet article présente une expérimentation menée durant plusieurs années dans quelques classes d'écoles primaire du département du VAR : la mise en place d'un lieu et d'un temps pour le plaisir de chercher en mathématiques.
Après une présentation du projet initial assorti d'un bref historique de ce projet, l'article analyse quelques-unes des difficultés rencontrées et le décalage entre le dispositif projeté et les réalisations effectives.
Ensuite sont envisagées les perspectives d'un tel dispositif à travers un certain nombre de questions restant à étudier pour améliorer le fonctionnement de ces activités de recherche en classe et mieux cerner leur impact sur les divers apprentissages, en particulier celui des mathématiques.
Enfin, le texte s'achève par un compte-rendu d'une recherche effectuée à l'automne 1997, dans une classe de Cours Moyen deuxième année du village de Rians.

1- Présentation du dispositif.

Nous souhaitons commencer par une description du dispositif tel qu'il a été projeté et nous examinerons plus loin les écarts entre celui-ci et les réalisations dans les classes. Il s'agit de transposer dans les classes de l'école primaire le mode de travail qui est celui des chercheurs en mathématiques.
L'image de cercles concentriques centrés sur l'enfant (ou sur le chercheur) permet une description assez simple de cette transposition.

1.1 De la recherche à la publication.

Le premier cercle est constitué par l'enfant et son sujet de recherche, c'est à dire une question qu'il se pose, qui fait partie du champ des mathématiques et à laquelle il a envie de pouvoir répondre; le sujet peut être proposé par l'enfant ou par un tiers (l'enseignant par exemple) mais dans tous les cas, l'élève doit se l'être approprié et se sentir responsable de la recherche d'une solution au problème posé.
Le deuxième cercle comprend deux ou trois élèves: ceux qui ont le même sujet de recherche ou des copains avec lesquels on parle librement de son travail ; son équivalent dans la communauté scientifique, ce sont les collègues du laboratoire, ceux que l'on accroche au détour d'un couloir ou devant la machine à café pour leur faire part d'une idée, d'une question, d'un obstacle rencontré, d'un article intéressant, ... Ce cercle, bien que très informel, n'est pas sans importance ; c'est un espace de liberté: on peut travailler seul mais on a aussi le

droit d'échanger avec d'autres, de parler sans contraintes de son travail ; cela a une incidence non négligeable sur l'implication des enfants dans l'activité de recherche et la découverte du plaisir de chercher.

Le troisième cercle, c'est la classe (les élèves et leur enseignant) qui fonctionne ici un peu comme un laboratoire avec son directeur de recherche. Après un temps de recherche plus au moins long, les enfants vont devoir présenter leur travail à toute la classe; on peut arriver avec des solutions à proposer mais aussi avec des questions restées sans réponse, sur lesquelles on ne parvient plus à avancer.

Dans ce cas, on explique ce que l'on a essayé, les impasses dans lesquelles on s'est retrouvé et chacun peut intervenir pour proposer de nouvelles pistes ou pour critiquer ce qui a été fait. A l'issue de ce débat, deux cas de figure peuvent se présenter : soit on estime que les idées échangées permettent de se remettre au travail sur ce sujet, soit on aboutit à un constat collectif d'impasse et on décide de se documenter ou de renvoyer la question au quatrième cercle (un référent mathématique extérieur à la classe qui peut être un chercheur ou un professeur de mathématiques). Lorsque par contre, l'enfant estime avoir résolu le problème qu'il s'était posé, ses solutions sont soumises à la critique sans pitié des autres élèves et de l'enseignant si cela est nécessaire; il s'agit alors de convaincre toute la classe de la valeur des réponses proposées. Si le travail présenté est accepté, validé par la classe, il va pouvoir sortir de celle-ci et être publié; cette publication pourra prendre des formes diverses : affichage dans le couloir, article dans le journal de l'école, fax adressé à une autre classe pratiquant la recherche en mathématiques, courrier envoyé à un chercheur correspondant de la classe, ... On entre alors dans le quatrième cercle, mais avant d'en arriver là, plusieurs allers et retours entre le premier et le troisième cercle sont souvent nécessaires et il n'est pas rare qu'un enfant arrivé convaincu d'avoir une excellente réponse doive, à l'issue d'une discussion parfois acharnée, convenir qu'il doit se remettre à l'ouvrage. On a, par exemple, le cas de cet élève de CM2 qui est arrivé un jour devant ses camarades très fier de sa découverte et persuadé de convaincre tout le monde. *« Il y a une infinité de fractions, et je vais vous le prouver » a-t-il déclaré et il a alors entrepris de dessiner au tableau un grand carré. « Je le partage comme ça, on a 1/2; je recommence et j'ai 1/4. »* Et il continue ainsi jusqu'au moment où son carré est entièrement couvert de craie blanche; il conclut alors en disant: *« et etc, on peut toujours repartager et donc, les fractions, c'est infini! »* Le résultat est alors vivement contesté par deux élèves qui pensent qu'on ne peut pas continuer : le carré est tout blanc, il n'y a plus rien à partager. L'élève reprend son argumentation mais ne parvient pas à les convaincre. Le maître conclut alors la discussion en renvoyant chacun à la recherche: *« Il faut que vous retravailliez là-dessus; lorsque vous aurez quelque chose de neuf, vous revenez en parler. »* La semaine suivante, l'élève a affiné sa démonstration ; il reprend comme la première fois, mais avant que tout le tableau ait blanchi, il s'arrête et leur dit: *« Vous voyez ce petit carré. Bon, je l'agrandis, je fais un zoom comme pour les photos et je recommence le partage et comme ça, je peux toujours continuer! »* Cette fois, tout le monde est convaincu mais les deux contestataires veulent tout de même intervenir : en cherchant des arguments pour convaincre la classe que leur copain avait tort, ils sont parvenus à la même conclusion que lui mais d'une autre façon. *« Quand on écrit les fractions 1/2, 1/4, 1/8, 1/16, ... on multiplie le nombre du bas par deux et cela nous donne chaque fois une nouvelle fraction; comme on peut toujours recommencer et remultiplier par deux, et bien on voit que les fractions, c'est infini! »* Tout le monde étant d'accord, on décide de mettre ces deux argumentations au propre et de les afficher dans le couloir. Dans ce troisième cercle, le rôle de l'enseignant comme directeur de recherche est fondamental : c'est lui qui régule les échanges, qui gère les allers et retours entre recherche et communication jusqu'à la validation d'un résultat à publier ou au constat qu'on ne sait pas et au recours à une aide extérieure.

Le quatrième cercle est extérieur à la classe : à l'origine du projet, c'était un chercheur, un spécialiste des mathématiques auquel on peut envoyer les travaux de la classe (des résultats, mais aussi des questions restées sans réponse), quelqu'un d'extérieur à la classe, à l'école et qui peut être le garant de la qualité mathématique des travaux réalisés et ainsi autoriser leur publication. En fait, on verra que dans la pratique, les choses se sont souvent passées différemment, ce quatrième cercle se traduisant surtout par la publication , la communication hors de la classe, des travaux de recherche des enfants.

Enfin le dernier cercle est le congrès annuel des enfants chercheurs : tous les ans, les enfants qui ont fait, au cours de l'année scolaire, des travaux de recherche en mathématiques viennent les présenter au cours du congrès organisé par une association « Maths en Stock ». Lors des premiers congrès, les effectifs étant peu nombreux, la présentation prenait la forme de communications orales. Avec entre 300 et 450 participants aux derniers congrès, nous avons privilégié la communication par voie d'affiche et l'organisation d'ateliers de recherche en mathématiques. Ce congrès est un peu l'aboutissement du travail de toute une année tout en étant aussi, pour certains enfants, un tremplin vers d'autres recherches à travers les sujets découverts au cours de la journée. C'est une sorte de fête des mathématiques et l'engouement des enfants surprend souvent les parents accompagnateurs.

« Ils sont fous; c'est leur sortie de fin d'année, on leur fait faire des maths toute la journée, et en plus, ils sont contents! », nous a dit l'un d'eux.

1.2 Un lieu et un temps pour le plaisir de chercher en mathématiques.

Après cette description des différentes étapes de la recherche en classe, revenons sur quelques mots clefs qui permettent de mieux comprendre les activités proposées.

- "Un lieu".

Les recherches en mathématiques se déroulent dans la classe, avec l'enseignant de celle-ci. Il ne saurait être question pour nous de transférer cette activité en dehors de la classe et de faire une sorte de club mathématique, ou de la confier à un intervenant extérieur. Les ateliers de recherche en mathématiques (que nous désignerons par ARM dans la suite du texte) doivent faire partie du travail de la classe et ne pas se situer à côté. Dans la mesure où nous espérons un impact des ARM sur les apprentissages mathématiques des enfants, leur immersion dans les activités ordinaires de la classe nous semble fondamentale. Nous voulons éviter de produire un dédoublement des mathématiques dans la tête des enfants : d'un côté, les "maths sympa" du club mathématique ou de l'intervenant extérieur, et de l'autre les "maths rasoir" de la classe, du maître ou de la maîtresse.

L'unité de lieu est une condition nécessaire au maintien de l'unité des mathématiques.

- "Un temps".

Les ARM sont l'un des moments de l'activité mathématiques des enfants dans la classe; un moment important, mais un moment limité : selon les classes, les ARM représentent en moyenne entre 30 min et 1 h par semaine. L'ARM, lieu d'apprentissage d'une démarche, doit exister avec (et non remplacer) les situations d'apprentissage des savoirs figurant au programme de mathématiques de la classe. L'objectif à terme est de faire évoluer l'image que les enfants ont des mathématiques et de leur permettre d'aborder dans un autre état d'esprit les apprentissages plus classiques.

- "Le plaisir".

Nous voulons faire découvrir aux enfants des mathématiques qui peuvent être source de plaisir au même titre que la lecture, la musique, la peinture, ... Cette découverte passe par la liberté: peut-il y avoir plaisir si on fait des mathématiques parce qu'on y est contraint ? Et la question du caractère obligatoire ou facultatif de cette activité peut légitimement être posée. Nous avons choisi de proposer les ARM à tous les enfants pour deux raisons.

D'une part, un enfant ne peut découvrir qu'il est possible de chercher en mathématiques et d'y trouver du plaisir, si on ne lui en offre pas l'opportunité; d'autre part, cela nous semblait indispensable pour ne pas isoler les ARM des autres apprentissages. Mais par ailleurs nous ouvrons malgré tout, avec les ARM, un espace de liberté dans la classe du fait que nous nous affranchissons pour un temps de la contrainte des programmes, et que l'enfant a le libre choix des problèmes qu'il va chercher à résoudre : il n'est confronté qu'à des questions qui ont stimulé sa curiosité et qu'il se pose réellement.

- "Chercher en mathématiques".

Après l'évocation de l'espace de liberté des ARM, voici deux mots qui fixent le cadre, l'objet du travail. Tout est possible ; la seule contrainte est de <u>chercher</u> et de le faire dans le champ des <u>mathématiques</u>. Mais tous les acteurs de l'ARM (élèves, enseignant, chercheur) ne mettent pas les mêmes réalités derrière ces mots et tout au long de l'année, le contenu des ARM va être l'objet d'une négociation dans la classe. *« Est-ce bien de la recherche ? Sont-ce des mathématiques? »* Ces deux questions reviendront sans cesse dans la bouche de l'enseignant comme dans celles des enfants. Par un processus analogue à celui fonctionnant chez les personnages mis en scène par Imre Lakatos dans son ouvrage « Preuves et réfutations » au sujet des polyèdres convexes, les enfants vont, tout en pratiquant la recherche en mathématiques, faire évoluer leur définition de celle-ci. Cette négociation permanente est un élément fondamental pour comprendre l'impact des ARM sur l'ensemble des apprentissages à l'école (les élèves manifestent dès le démarrage d'un ARM leurs conceptions à la fois des mathématiques et de la recherche, et c'est la pratique de la recherche en mathématiques qui va les conduire progressivement à réviser celles-ci) et l'investissement des enfants dans ce type d'activité (beaucoup d'enfants se remettent à exister en tant que sujet face aux mathématiques, ce dont ils ne soupçonnaient plus la possibilité); nous essayerons d'illustrer cela sur quelques exemples dans la troisième partie.

1.3 Comparaison avec d'autres dispositifs.

Le dispositif qui nous a sans doute le plus influencé lors de la conception des ARM est certainement celui de Math en Jeans (acronyme de "Méthode d'Apprentissage des THéories mathématiques en Jumelant des Etablissements pour une Approche Nouvelle du Savoir") et on pourra trouver de nombreuses ressemblances entre les ARM et les recherches en mathématiques proposées aux collégiens et aux lycéens dans le cadre des actions "Math en Jeans". Cependant, dès le début, nos deux dispositifs se sont différenciés sur un point important : comme nous l'avons écrit plus haut, les ARM sont intégrés dans le fonctionnement ordinaire de la classe et sont proposés à tous les élèves de celle-ci, alors que les jumelages "Math en Jeans" concernent un groupe d'élèves volontaires et se déroulent en général dans l'établissement, mais en dehors des heures de cours.

D'autres dispositifs ont en commun avec les ARM l'objectif d'initier les élèves à la démarche scientifique ; leurs approches de celle-ci diffèrent : l'utilisation de situations-problèmes insiste sur le franchissement d'obstacles et, si la recherche tient une place importante dans ce dispositif, c'est parce qu'elle doit permettre la construction de nouveaux savoirs mathématiques par les enfants ; la résolution de problèmes ouverts (cf. travaux de l'Irem de Lyon) est, quant à elle, davantage centrée sur la recherche : faire des essais, conjecturer, produire des contre-exemples, valider une conjecture, ... ; enfin, le débat scientifique (cf. travaux de Marc Legrand, Irem de Grenoble) met lui l'accent sur la négociation de la preuve, de la validation. Les ARM empruntent beaucoup à chacun de ces dispositifs, mais leur spécificité réside surtout dans la volonté de transposer dans la classe le travail du chercheur en mathématiques, en se centrant sur le processus plus que sur les résultats.

Terminons ce panorama des dispositifs qui nous ont inspirés en citant les "chantiers" et les "coins" mathématiques expérimentés depuis plus de dix ans en Suisse romande par nos collègues du Groupe de travail pour l'Etude et la Recherche de Moyens d'Enseignement et d'apprentissage de l'IRDP. Ici encore, "apprendre à chercher" est l'objectif central, mais on peut noter deux différences fondamentales avec les ARM : la recherche est en général beaucoup plus cadré quant à son contenu qui doit rester dans les limites du programme de la classe et il n'y a pas de mise en contact des élèves avec le monde de la recherche en mathématiques.

2 Historique du projet.

2.1 Les débuts.

C'est dans une école de Draguignan utilisant les techniques Freinet que l'expérience a débuté au cours de l'année scolaire 91/92 ; elle concernait alors les soixante élèves du cycle 3 de cette école qui ont, pendant un an, effectué des recherches sur le thème des nombres et correspondu avec un chercheur de Jussieu. Pour une relation plus complète du travail réalisé au cours de cette première année, je renvoie à la lecture de [Eysseric & al 96].

A partir de l'année scolaire 92/93 et pour une durée de 4 ans, le projet a obtenu le soutien de l'IUFM de Nice par l'intermédiaire de son Département Interdisciplinaire d'Etudes, de Recherche et de Formation. Durant cette deuxième année, les classes du cycle 3 de l'école F.Mireur de Draguignan étaient toujours les seules concernées par les ARM ; leur thème de recherche était cette fois la géométrie et une vidéo [Eysseric & al 93] a été réalisé afin de présenter la démarche à d'autres enseignants. Enfin pour la première fois, un congrès a rassemblé au centre IUFM de Draguignan les enfants chercheurs : ce fut la première édition de Maths en Stock avec 70 élèves participants.

2.2 Expérimentation et formation.

Durant cette deuxième période (de fin 93 à juin 96), notre travail s'est articulé autour de deux axes principaux : diversifier les terrains d'expérimentation et les stabiliser ; intégrer les ARM dans la formation initiale et continue des instituteurs et professeurs d'école.

2.2.1 La diversification des terrains d'expérimentation.

Celle-ci s'est réalisée par deux canaux : d'une part, l'organisation en novembre 93 d'un stage de formation continue dont l'objectif était d'initier des enseignants volontaires à la pratique des ARM et d'autre part, un appel à volontaires lancé en mai 94 dans les différentes circonscriptions du Var, suivi de plusieurs conférences pédagogiques chez les IEN qui ont bien voulu nous inviter. L'organisation chaque année du Congrès Maths en Stock (120 participants pour la deuxième édition à Draguignan en avril 94, 220 pour le troisième congrès à Toulon-La Garde en juin 95 et plus de 300 à Draguignan en juin 96), la mise en relation des classes avec des personnes ressources (professeurs ou chercheurs en mathématiques) et en particulier, la collaboration de Y. Lafont, chargé de recherche au CNRS, qui a passé quatre journées dans des écoles de la circonscription de St Maximin (interview du chercheur par les enfants, animation d'ateliers de recherche, ...) ainsi que nos nombreuses visites dans des classes pour assister aux ARM et en enregistrer le contenu ont contribué à la stabilisation d'un noyau d'une dizaine d'enseignants qui pratiquent maintenant les ARM dans leurs classes depuis 3 ou 4 ans.

2.2.2 L'intégration dans la formation.

Dés le début, nous avons intégré la formation dans notre projet autour des ARM. En effet, c'est à grâce à un stage de formation continue de deux fois une semaine (novembre 93, puis mars 95) que nous avons pu commencer à étendre l'expérimentation à un plus grand nombre de classes. Ces stages avaient plusieurs objectifs : initier les enseignants à une pratique personnelle de la recherche en mathématiques ; les familiariser avec les ARM par des visites de classes, ainsi que par des séquences de recherche avec des enfants ; réfléchir ensemble aux difficultés liées à la mise en place de ces ARM ainsi qu'à leur incidence sur les apprentissages des élèves ; permettre à chaque enseignant de construire son projet d'ARM pour sa classe.

C'est dans le même esprit qu'un module de formation d'une semaine a été proposé en 96 et 97 à quelques PE volontaires.

Enfin, il faut signaler dans ce volet formation les huit mémoires professionnels réalisés entre 95 et 97 par des PE sur le thème des ARM ; une publication actuellement en préparation fera une synthèse de ces travaux.

2.3 L'association Maths en Stock.

La nouveauté de l'année 97 a été la constitution d’une association sans but lucratif (régie par la loi 1901), cadre juridique qui devrait nous faciliter la recherche de subventions et assurer l'autonomie financière du projet. Les deux objectifs principaux de l'association demeurent l'expérimentation avec le suivi des 20 à 30 classes qui pratiquent les ARM dans le Var, et la formation initiale et continue. Par ailleurs, un autre axe de travail pour Maths en Stock est la communication : diffusion de nos travaux via des publications et/ou des interventions dans des colloques, communication entre les classes pratiquant les ARM (publication des actes des Congrès Maths en Stock, utilisation d'internet, ...).

Actuellement, par le biais d'animations pédagogiques en circonscription, nous diffusons le dispositif auprès des enseignants des écoles de la région PACA : des classes des Hautes-Alpes, du Vaucluse et des Bouches du Rhône ont intégré en 99/2000et en 2000/2001 le dispositif Maths en Stock et il y aura bientôt une centaine de classes associées à ce projet.

Les nouvelles pistes que nous explorons sont :

- l'organisation de "classes mathématiques" sur une semaine, avec une forte connotation "recherche";
- l'extension du dispositif à des classes de sixième du collège (un obstacle important : l'horaire souvent très réduit dont dispose le professeur de mathématiques avec sa classe) ;
- le transfert du dispositif dans des classes de Maternelle: à ce jour, nous ne disposons que de l'expérience fort encourageante d'une classe de Moyens-Grands de Vitrolles en 99/00 ; plusieurs classes de Maternelle tentent l'expérience et un bilan en sera fait à la fin 2001 ;

- l'organisation de "défis mathématiques" autour de situations de recherche en mathématiques.

3. Du projet aux réalisations.

3.1 Une situation didactique inhabituelle.

Dés que nous avons présenté les ARM à des enseignants de l'école élémentaire afin de les expérimenter ailleurs qu'à l'école F. Mireur de Draguignan (cf. stage de formation continue de novembre 1993,...), nous avons été confrontés à un double mouvement qui peut paraître a priori paradoxal : d'une part, un engouement pour ce type d'activité et d'autre part, la crainte de s'y lancer. Et parmi les enseignants qui pratiquent actuellement les ARM dans leur classe, beaucoup ont hésité parfois plusieurs années avant de se lancer, remettant sans arrêt au mois ou à l'année suivante (cf. témoignage de P. Châtard en annexe). La peur de se retrouver face à des problèmes de mathématiques posés par les enfants et auxquels ils ne sont pas capables de répondre est un argument fréquemment avancé par ceux qui ont envie de commencer mais n'osent pas franchir le pas, ce qu'ils résument souvent en disant : *"nous ne sommes pas assez bons en mathématiques pour faire cela*!*"*. Le manque de temps est aussi souvent invoqué, en particulier par des enseignants qui ont essayé les ARM, puis ont arrêté : *"c'est très intéressant, mais le temps n'est pas élastique, on ne peut pas tout faire..."*. Téresa Assude, dans son mémoire professionnel de professeur des écoles [Assude 97], tente d'expliquer ces réticences par rapport à la temporalité du dispositif. Dans les situations didactiques traditionnelles l'enseignant a la maîtrise complète du temps ; en particulier, il sait toujours ce qui vient après, le déroulement des séquences et des apprentissages étant régi par un texte du savoir délimité par des programmes officiels et des manuels. Or la grande nouveauté dans les ARM, c'est qu'il n'y a pas de texte du savoir a priori, car ce qui est au centre de l'activité, ce n'est pas un savoir à construire, mais un style de travail (celui du chercheur en mathématiques). La conséquence en est une forte déstabilisation de l'enseignant qui ne peut plus maîtriser le futur, connaître la suite des événements, ce que T.Assude exprime ainsi : *"l'enseignant doit accepter le partage des responsabilités et la co-production du texte du savoir"* et cela lui permet d'énoncer *"cinq règles qui permettent de négocier le contrat de recherche et par là de faire avancer le temps de recherche :*

Règle 1 : on est co-responsable de la recherche du groupe.
Règle 2 : on se pose des questions et on étudie des problèmes.
Règle 3 : on communique l'état d'avancement de nos recherches.
Règle 4 : on doit aboutir à un produit fini.
Règle 5 : les travaux doivent être validés par la classe (l'enseignant inclus)."

[Assude 97]

3.2 Qu'est-ce qu'un sujet de recherche ?

L'action de chercher en mathématiques est-elle caractéristique des ARM ? Nous allons répondre par la négative à cette question. La pratique des ARM et l'analyse de celle-ci nous a conduit à bien distinguer ce que nous appellerons un sujet de recherche d'un problème de recherche ou de la phase de recherche d'une situation d'apprentissage.

Dans cette dernière, contrairement aux ARM, c'est le texte du savoir à construire qui est premier ; il y aura dans les phases de recherche d'une situation didactique réinvestissement mais pas apprentissage de la démarche de recherche. Par contre, lorsqu'un problème de recherche est proposé à des élèves, l'objectif est bien de leur apprendre à chercher et cela par le biais de la résolution d'un problème précis posé par l'enseignant.

Dans les ARM, nous voulons transposer le plus complètement possible la démarche du chercheur ; or, il nous semble que celle-ci commence souvent par la formulation du problème. C'est ce qui nous conduit à opposer le sujet de recherche au problème de recherche. Dans un cas, il s'agit de se poser des questions auxquelles on essayera ensuite de répondre sur un sujet que l'on choisit ou qui nous est proposé, dans l'autre, on doit répondre à une question posée par un tiers.

Confondre les deux aurait deux conséquences non négligeables :

1) restreindre très fortement l'espace de liberté des ARM ;
2) occulter l'aspect "formulation d'un problème" de l'apprentissage de la démarche de recherche.

A ce propos, il est important de remarquer que la différence entre un sujet et un problème de recherche ne se situe pas au niveau formel. Un sujet de recherche peut très bien être dévolu à la classe par l'intermédiaire d'un problème de recherche s'il est clair pour tous les acteurs que l'on attend pas seulement la solution du problème mais toutes les questions qu'il peut conduire à se poser. De même, certaines circonstances peuvent entraîner la fermeture d'une situation de recherche qui sera alors perçue comme un problème ordinaire. Nous en avons fait récemment l'expérience avec un groupe d'adultes : aussitôt le sujet exposé, un des participants a formulé <u>sa</u> question, et en raison de la personnalité de celui-ci et de sa situation dans le groupe, <u>sa</u> question s'est imposée au groupe comme <u>la</u> question à laquelle chacun devait répondre, entraînant chez certains un blocage du à la disparition d'un espace de liberté : ils ne se sentaient plus autorisés à poser <u>leurs</u> questions et, comme <u>la</u> question posée ne les intéressait pas, ils rejetaient l'activité.

3.3 Comment démarrer la recherche dans une classe.

Tous les enseignants ne démarrent pas la recherche dans leur classe de la même façon. Les témoignages recueillis et les observations réalisées depuis cinq ans nous permettent de proposer une classification de ces démarrages par rapport au degré d'ouverture de la situation de départ.

3.3.1 Ouverture totale.

Elle est en général le fait d'enseignants aguerris qui ne redoutent pas la non maîtrise du temps. Ce fut le cas d'une enseignante qui, au retour du stage de formation continue de novembre 93, a expliqué aux enfants de son CE2 les raisons de son absence d'une semaine et leur a dit qu'elle avait fait de la recherche en mathématiques ; puis, elle leur a proposé d'en faire autant et l'ARM a démarré ainsi avec cette seule consigne : tout est possible à condition que ce soit des mathématiques et qu'on cherche. Un autre exemple nous est fourni par une maîtresse de CE2 qui, elle, a commencé en distribuant à ses élèves une photocopie du sommaire d'un ouvrage intitulé "Contes de Provence" et avec la consigne: *"à partir de ce document, vous allez faire des recherches en mathématiques!"*. Dans un cas comme dans l'autre, on a été très rapidement confronté à des enfants qui faisaient des opérations ou qui se posaient des petits problèmes ayant la forme de ceux résolus en classe au cours des semaines précédentes. Ainsi les élèves manifestaient d'entrée leur représentation des mathématiques et le processus de négociation évoqué en 1.2 était lancé par des remarques de certains enfants: *"est-ce de la recherche ?, ..."*.

3.3.2 Situations ouvertes encadrées.

Il s'agit alors de proposer une situation aux enfants et de les amener à poser leurs questions. En général, un travail important sera fait avec la classe pour trier les questions de mathématiques et celles qui, sans être pour autant inintéressantes, relèvent d'un autre champ disciplinaire, ce qui est de la recherche et ce qui n'en est pas.

Quelques exemples :

- Un enseignant de CE2 a proposé la situation suivante: *"on jette trois dés"*, puis il a demandé aux élèves de rechercher toutes les questions que l'on pouvait se poser; celles-ci ont alors été inscrites au tableau et, dans une phase collective, on a trié les questions, ceci conduisant à donner une première définition de la recherche en mathématiques. Enfin, les enfants ont été invités à choisir une des questions dont il avait été décidé collectivement qu'elles entraient dans le champ de la recherche et des mathématiques, puis à essayer de la résoudre seul ou en groupe de deux ou trois.
- La même démarche peut être envisagée avec d'autres situations comme: *"on a des pièces de 1F, de 2F et de 5F"*, ...
- Dans un CE1/CE2 on a proposé le sujet suivant: *"on choisit un nombre de trois chiffres; avec ces trois chiffres ordonnés du plus grand au plus petit, on obtient un nouveau nombre ; avec ces mêmes trois chiffres ordonnés du plus petit au plus grand, on en obtient un deuxième ; on calcule la différence des deux puis on recommence toutes les opérations, mais cette fois à partir du résultat obtenu, ... on observe et on se pose des questions!"*.

Un groupe de cinq ou six enfants s'est passionné sur ce sujet durant plus de six mois. Ils ont conjecturé des résultats, tenté d'avancer des explications, élargi le problème aux nombres de 2, puis 4, 5 et même 6 chiffres ; ils ont fait un très grand nombre de soustractions, mais cela n'était pas gratuit ; cette situation avait aiguisé leur curiosité sur les nombres ; ils découvraient des phénomènes qu'ils avaient envie d'explorer, de comprendre et les opérations réalisées servaient à cette exploration.

3.3.3 Manipulation d'un matériel.

C'est sans doute le démarrage le plus fréquent dans les classes. Le passage par la manipulation d'un matériel permet dans un premier temps d'occulter la représentation dominante des mathématiques (*"faire des mathématiques, c'est faire des calculs"*), mais au cours des phases de communication, à travers des remarques comme: *mais est-ce que c'est des mathématiques?", ...* , le débat sur les représentations des mathématiques et de la recherche resurgira.

Voici quelques-uns des matériels qui ont été utilisés : jeux de stratégie, machines à calculer, ficelles et nœuds, motifs géométriques à reproduire, solides à construire, machines à jetons reproduisant le fonctionnement d'un ordinateur, ... Nous renvoyons à une publication ultérieure pour une description plus détaillée des travaux de recherche effectués par les enfants à partir de ces matériels. Mais une difficulté spécifique à ces points de départ mérite d'être signalée : il arrive que des enfants s'enferment dans la manipulation, jouent sans jamais faire de recherche en mathématiques ; comment faire évoluer alors la situation ?

Une première réponse peut être apportée par l'intermédiaire des phases de communication au cours desquelles chaque enfant devra exposer le résultat de son travail et affronter le regard critique de ces pairs ; c'est souvent à travers les questions que les autres vont lui poser au sujet de ses manipulations que l'enfant va être conduit à quitter le stade du jeu pour véritablement chercher. Mais on peut aussi se demander si cette manipulation, ce jeu n'est pas lui-même un élément important de la recherche : rendre le sujet suffisamment familier pour pouvoir ensuite le questionner. Cela pourrait expliquer le fait que certains enfants aient besoin de manipuler plus longtemps que d'autres avant de passer à une "véritable recherche", les matériels proposés étant plus ou moins connus de certains enfants. Le chercheur ne passe-t-il pas lui aussi parfois beaucoup de temps à se familiariser avec son sujet avant d'être capable de formuler la question qu'il va essayer de résoudre ? Et un observateur extérieur pourrait dans ces moments croire qu'il ne fait rien, car effectivement il ne produit rien, il n'y a aucune matérialisation de son travail. Certains enfants dont nous pourrions être tentés de dire qu'ils ne font rien ne sont-ils pas un peu dans la même situation ?

3.3.4 Questions fermées non traditionnelles.

Il s'agit essentiellement de problèmes ludiques extraits de rallyes mathématiques, qui, bien que généralement fermés, peuvent facilement déboucher sur une situation ouverte : une fois la question résolue (ou parfois avant même qu'elle le soit), la curiosité est aiguisée et on a envie d'aller plus loin, de se poser d'autres questions.

3.4 La communication dans les ARM.

Lors du premier contact avec les ARM, la plupart des observateurs néophytes remarquent surtout la phase d'action : la ruche bourdonnante des enfants effectuant leurs recherches en mathématiques. Et lorsqu'ils tentent de transposer l'activité dans leur classe, ils se limitent à reproduire celle-ci. Mais très rapidement, et c'est ce qui est unanimement ressorti du stage-retour de mars 95, l'activité ainsi mise en place ne les satisfait plus ; ils ont l'impression de tourner en rond. En analysant ensemble ce sentiment de frustration, ils ont alors pris conscience de l'importance de cette phase de communication qu'ils avaient jusqu'ici négligée parce qu'elle est coûteuse en temps, moins ludique et nécessite une organisation rigoureuse. En effet, c'est la communication plus que l'action qui constitue le véritable moteur de l'ARM : la communication favorise le processus de négociation évoqué en 1.2 et l'évolution des représentations des enfants à propos de la recherche en mathématiques ; c'est la communication qui permet, au travers des réactions suscitées, de relancer une recherche qui piétinait ; enfin, quelle signification peut avoir l'action de chercher si on n'a pas le projet de communiquer à autrui le résultat de son travail. La communication doit donc déjà exister "en projet" au moment de l'action (cf. Règles 3,4 et 5 proposées dans [Assude 97]) ; c'est elle qui va réguler l'ensemble du processus de l'ARM et la mise en place de celui-ci nécessite donc l'organisation par l'enseignant de cette communication des recherches dans sa classe (exposés, affiches, journaux, congrès, ...). On trouvera dans [Marill 96] (mémoire professionnel de PE) quelques analyses détaillées du rôle de la communication dans les ARM.

Enfin la communication des résultats des recherches hors la classe est en général l'occasion de réorganiser les savoirs produits, ce qui représente une part importante du travail des chercheurs.

4. Perspectives.

Après avoir évoqué, dans le paragraphe précédent, les points sur lesquels l'analyse des ARM a le plus avancé, il nous reste à faire un inventaire non exhaustif de questions encore très ouvertes sur les ARM. Pour beaucoup d'entre elles, nous avons des intuitions de réponses, quelques témoignages qui confirment des intimes convictions, mais le travail réalisé est encore insuffisant pour fournir des réponses bien étoffées et argumentées. Ces questions sont ici, comme au cours de l'atelier, livrées en l'état afin de mieux situer l'avancement de notre réflexion et de susciter d'éventuelles réactions susceptibles de faire progresser celle-ci.

4.1 A quoi servent les ARM ?

Y a-t-il un impact réel sur les apprentissages ? sur la façon d'aborder les mathématiques ? les problèmes ? De nombreux témoignages nous font penser que oui (cf. annexe).

Des enfants en particulier qui auparavant se plaçaient en position d'attente dès que l'enseignant annonçait un problème de mathématiques, se mettent à chercher (sans forcément trouver), à essayer de faire quelque chose pour résoudre le problème.

Mais une étude plus scientifique de cet impact reste à faire.

4.2 Le plaisir de chercher: réalité ou fantasme?

Là aussi, tous les témoignages concordent, mais il faudrait réaliser une étude comparative avec les enfants ne pratiquant pas les ARM, reprenant et améliorant celle amorcée dans son mémoire professionnel par V. Monteil [Monteil 95].

4.3 Les ARM: obligatoires ou facultatifs?

Nous avons dit plus haut dans quel sens (et pourquoi) nous avons tranché cette question, mais peut-être faudra-t-il se la reposer si on dépasse un jour le stade de l'expérimentation. La question peut alors rebondir à un autre niveau, celui de l'enseignant : jusqu'ici, tous les enseignants qui ont pratiqué les ARM étaient volontaires ; le dispositif qui a fonctionné ainsi peut-il survivre si l'ARM est imposé à chaque enseignant comme une activité du programme parmi d'autres ?

4.4 La recherche oui, mais pourquoi en mathématiques ?

Qu'est-ce qui peut justifier le fait de réaliser un apprentissage de la démarche scientifique par le biais de recherches en mathématiques? Le contenu des recherches ne doit-il pas être élargi aux sciences ? à d'autres disciplines? Comment situer le travail organisé dans les ARM par rapport à d'autres initiatives comme celle de Georges Charpak avec "La main à la pâte" ?

4.5 La mémoire du travail de la classe.

On a pu remarquer que, selon les classes, la mémoire du travail, d'une séquence sur l'autre, est organisée différemment : certains laissent cette mémoire entièrement à la charge des élèves, d'autres, à l'opposé, conservent l'ensemble des brouillons de recherche des enfants avec la date et le nom des auteurs. T.Assude dans son mémoire professionnel [Assude 97] a amorcé une étude du fonctionnement de la mémoire dans les ARM, mais ce travail encore embryonnaire mériterait d'être repris et complété.

4.6 Le rôle du chercheur.

Jusqu'à ce jour, seule l'école F.Mireur a pu fonctionner avec un chercheur durant une année (91/92) suivant le dispositif projeté. Depuis deux ans, Y.Lafont vient passer une journée dans deux écoles du département, mais nous ne sommes pas parvenus à mettre en place une communication régulière entre le chercheur et les classes pratiquant les ARM.

Plus généralement, nous n'avons pas et nous n'aurons jamais un chercheur pour chaque classe, alors... qui peut remplacer le chercheur et être cette personne-ressource, spécialiste des mathématiques, garante de la qualité mathématique des recherches effectuées ? Un professeur de mathématiques ? Un conseiller pédagogique spécialiste des mathématiques ? ... Ces différentes pistes ont été envisagées et demandent à être approfondies, mais un élément important est apparu : on ne peut remplacer le chercheur que par quelqu'un qui a lui-même une expérience, une pratique de la recherche. Sinon on risque, si l'on n'y prend garde, d'assister à un dérive des ARM vers la production d'un texte du savoir au détriment de la démarche de recherche. En bref, il nous semble que le chercheur (professionnel) ne peut être remplacé que par un chercheur (éventuellement amateur).

4.7 La formation.

La formation à la pratique des ARM a pour l'instant été réservée à quelques volontaires qui avaient été informés de l'expérimentation. Mais la place à donner à ce dispositif dans le cadre de la formation des professeurs des écoles, mais aussi des professeurs des lycées et collèges reste à réfléchir. En parallèle, c'est plus généralement la place d'une initiation à la recherche dans la formation des enseignants, tout comme les liens entre le monde de la recherche et celui de l'éducation qui sont à repenser, ou à penser.

5. Chronique d'une recherche:

Cette chronique a été rédigée à partir, d'une part, de la correspondance entre la classe du CM2 de l'école de Rians et M. Yves Lafont, chargé de recherches au CNRS (IML de Luminy), et de l'enregistrement audio du travail réalisé par les enfants lors de la visite du chercheur dans leur classe, d’autre part. Pour la retranscription des dialogues quelques abréviations seront utilisées : C désignera le chercheur, M le maître de la classe et E_i un élève.

5.1 Travail en Atelier de Recherche en Mathématiques:

- construction d'une dizaine de solides (le matériel utilisé est le matériel Polydron: faces polygonales en plastique rigide s'emboîtant les unes dans les autres).

- observation des solides ; comptage des faces, des arêtes et des sommets; organisation des résultats dans un tableau.
- formulation d'un premier problème :

"Les faces, c'est assez facile à compter; mais pour les arêtes ou les sommets, c'est plus dur! Est-il possible de trouver un moyen de calculer le nombre d'arêtes ou de sommets sans les compter ?"

- ce problème amène les enfants à rechercher une éventuelle relation entre le nombre de faces, le nombre d'arêtes et le nombre de sommets d'un même solide.

5.2 Formulation devant la classe des résultats obtenus :

- plusieurs enfants ont redécouvert à partir des résultats consignés dans leur tableau la loi d'Euler:

  Nombre de faces + Nombre de sommets - 2 = Nombre d'arêtes
- cette loi est exposée à la classe, discutée et vérifiée sur les différents solides fabriqués.
- toute la classe s'étant mise d'accord sur la formulation de la loi, un courrier pour Yves Lafont est préparé.
- l'enfant qui tape le fax se trompe : il inverse arêtes et sommets; ainsi le document que recevra le chercheur (fax du 27/11/97) contiendra des résultats erronés, ce qui n'était pas le cas au moment de l'exposition en classe...En outre, deux questions sont posées au chercheur :

Est-ce que cette règle est générale pour tous les solides ?

Peut-on trouver une loi qui nous donne le nombre d'arêtes et de sommets en connaissant le nombre de faces?

5.3 Réponse par fax du chercheur:

" Bonjour la classe « Les Pies »

J'ai bien reçu votre fax, et j'aimerais en savoir un peu plus sur vous. Par exemple, en quelle année êtes-vous ? Combien êtes- vous ? Quel est le nom de votre professeur ?

Votre recherche porte sur un domaine très intéressant des mathématiques, qui s'appelle la *topologie*. Je pense que vous avez fait une confusion, sans doute entre les sommets et les arêtes. Pouvez-vous m'envoyer les dessins (ou les patrons) des solides que vous avez construits ?

Cela dit, il y a une formule qui vaut pour beaucoup de solides, mais pas pour tous. Essayez donc de construire un solide qui ressemble à une bouée, c'est-à-dire avec un trou au milieu (les mathématiciens appellent cela un *tore*).

Essayez aussi de construire deux solides (sans trous) qui ont le même nombre de faces, mais pas le même nombre de sommets. Cela peut répondre à votre deuxième question."

5.4 Arrivée du chercheur dans l'école:

- celle-ci coïncide avec la réception du texte ci-dessus par les enfants ; on retourne au travail en ARM pour :
  - corriger la loi si elle est erronée;
  - représenter les solides fabriqués pour illustrer la loi obtenue.

5.5 Travail en ARM en présence du chercheur:

- à partir des solides, tableau et loi sont rectifiés.
- plusieurs enfants se lancent dans la représentation des solides par un de leurs patrons; cela débouche sur de nouvelles découvertes :
  - des solides différents peuvent avoir le même nombre de faces avec des nombres d'arêtes et de sommets qui diffèrent;
  - Sébastien propose au chercheur une méthode pour compter les arêtes et les sommets d'un solide sur son patron.

5.6 Exposition, formulations des découvertes du matin:

- écriture de la loi corrigée :

  Nombre d'arêtes = Nombre de faces + Nombre de sommets - 2
- vérification collective de la loi sur les différents solides (de nouveaux solides ont été fabriqués au cours de l'ARM du matin).
- retour aux deux questions que les enfants avaient posées au chercheur :
  - à propos de la première, il leur rappelle la suggestion faite dans sa réponse écrite : essayer de construire un solide qui ressemble à une bouée.
  - mais la discussion s'engage rapidement sur la deuxième question :

peut-on trouver une loi qui nous donne le nombre d'arêtes et de sommets en connaissant le nombre de faces?

Marlène et Michaël répondent "non" en présentant les deux solides à 8 faces qu'ils ont fabriqués :

le solide de Marlène (prisme à base hexagonale)

8 faces 12 sommets 18 arêtes

le solide de Michaël (octaèdre régulier)

8 faces 6 sommets 12 arêtes

Ils recomptent, vérifient la loi devant la classe et disent :

"Non, on ne peut pas car 8 faces donnent 6 et 12, ou 12 et 18 pour les sommets et les arêtes."

Un autre élève prend alors la parole :

"Moi je dirais non, car on est obligé d'avoir les faces et les sommets, ou les faces et les arêtes. Si on a les faces et les sommets, on peut calculer les arêtes :

Nombre d'arêtes = Nombre de faces + Nombre de sommets - 2

Si on a les faces et les arêtes, on peut calculer les sommets :

Nombre de sommets = Nombre d'arêtes + 2 - Nombre de faces."

- l'enfant écrit les deux formules au tableau; il s'ensuit une discussion autour de différentes formules proposées par les enfants :

Nombre de sommets = Nombre d'arêtes - Nombre de faces + 2

"C'est la même chose dans un ordre différent :"

"Les deux formules, c'est pareil: dans la première, on ajoute 2 aux arêtes et ensuite on enlève les faces; dans la deuxième, on enlève d'abord les faces, puis on ajoute 2, c'est pareil !"

La formule: Nombre de faces = Nombre d'arêtes - Nombre de sommets + 2 , est proposée pour calculer les faces.

"Les faces, ça ne sert à rien de les calculer; c'est facile à compter !"

- les enfants prennent visiblement plaisir à ce nouveau jeu "trouver de nouvelles formules", mais il faut signaler que la plupart des formules sont énoncées en s'appuyant sur les nombres d'une ligne du tableau (un solide particulier) :

"8 (faces) = 12 (arêtes) -6 (sommets) + 2"

puis sont vérifiées sur les autres solides.

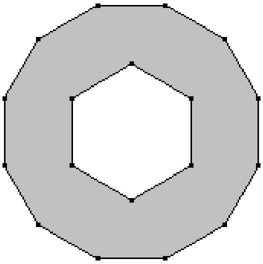
- le chercheur leur propose une formule qu'aucun élève n'a énoncée jusqu'ici : peut-on écrire Nombre de sommets = 2 - Nombre de faces + Nombre d'arêtes ?

  E: *"oui, on a juste changé l'ordre; mais pour calculer, il faudrait aller dans les “moins”."*

5.7 La bouée de Vivien :

- pendant la discussion ci-dessus, Vivien a construit un solide en forme de bouée ; il vient le présenter et on organise le comptage des faces, des arêtes et des sommets.

C'est un prisme droit à faces latérales carrées (12 extérieures et 6 intérieures) et de base ci-dessous :



vue de dessus

- à propos des arêtes non saillantes "du trou de la bouée", surgit alors une question :

E_1: *"Est-ce que ça, c'est une arête?"*

E_2: *"Oui, c'est une arête, car là, on compte une face, et une autre face à côté."*

C: *"On peut décider qu'une arête, c'est toujours la limite entre deux faces; comme cela, on ne se trompera pas; d'habitude les arêtes sont un peu comme une montagne; là on a des arêtes "presque plates" ou comme des vallées."*

- Un enfant remarque que le "dessus" et le "dessous" sont identiques et que cela peut raccourcir le comptage.
  - Le comptage aboutit à: 42 faces 78 arêtes 36 sommets

On calcule alors: Nombre de faces + Nombre de sommets - 2
et on trouve ... 76.
La formule serait-elle fausse pour la bouée de Vivien ?
E_1: *"Il y a une erreur dans le nombre de sommets; on en a compté deux de moins."*
M: *"Et si c'était le nombre d'arêtes qui soit faux !"*
C: *"Ou une erreur pour les faces..."*
E_2: *"Non, les faces, on sait les compter; c'est facile sans se tromper !"*
E_3: *"Il y a une erreur de 2, ou alors la loi ne marche pas."*
C: *"Et pourquoi la loi ne marcherait pas avec ce solide ?"*
E_3: *"Il doit y avoir une autre loi."*
C: *"Une autre loi pour quels solides ?"*
E_3: *"A partir d'un nombre limité d'arêtes, de sommets, de faces, on change de loi."*
C: *"Quand il y a beaucoup de faces, de sommets ou d'arêtes ?"*
E_4: *"A partir d'un certain nombre de faces, il faut changer la loi !"*
On note la proposition au tableau:

Quand le nombre de faces devient grand, on change de loi.

C: *"Ce serait intéressant de fabriquer d'autres solides avec beaucoup de faces, de sommets, d'arêtes; avec au moins 42 faces... Il serait aussi intéressant de fabriquer une autre bouée."*

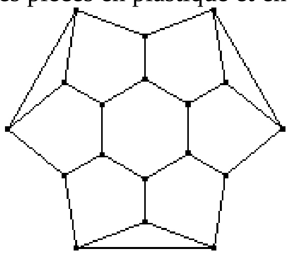
5.8 Retour à la recherche individuelle (ou en petits groupes) :

- On vérifie le comptage pour la bouée de Vivien.
- On fabrique d'autres solides pour savoir si la loi change, et quand est-ce qu'elle change.
- Certains utilisent ce temps pour s'approprier les lois qui ont été écrites au tableau au cours de la discussion en les vérifiant sur des solides.

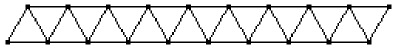
5.9 Le solide de Sébastien:

- L'annonce de la fabrication d'un nouveau "gros" solide interrompt le travail et ramène la classe à la discussion collective.

"Voilà le nouveau solide que j'ai fait ; bon là, il y a des trous, mais c'est des faces..." (il a manqué de pièces et il raisonne sur un solide en partie construit avec des pièces en plastique et en partie "pensé").



"dessus" ou "dessous" (les différents polygones ne sont pas coplanaires)



"le tour"

* le comptage aboutit à: 38 faces 36 sommets 72 arêtes
et on vérifie que la loi marche...

E: *"Peut-être que la loi change entre 38 et 42..."*

On en restera là pour l'instant : la recherche est à poursuivre...

5.10 Discussion autour du comptage des faces du solide de Sébastien :

E_1: *"Il n'y a que 19 faces, car "tout ça"* (en montrant la partie supérieure du solide), *c'est une seule face."*

* on recompte avec cette "convention" et on aboutit à 20 faces.

E_2: *"Je ne comprends pas pourquoi ça* (le tour), *tu dis que c'est plusieurs faces; si c'était rond* (allusion à un cylindre)*, là, cela ne compterait qu'une seule face."*

C: *"Est-ce que cela change le nombre d'arêtes ?"*

E_2: *"Il compte les arêtes par petits morceaux et il dit que le haut, c'est une seule face !... Pour moi, il y a 3 faces, 2 arêtes ... et pas de sommets !"*

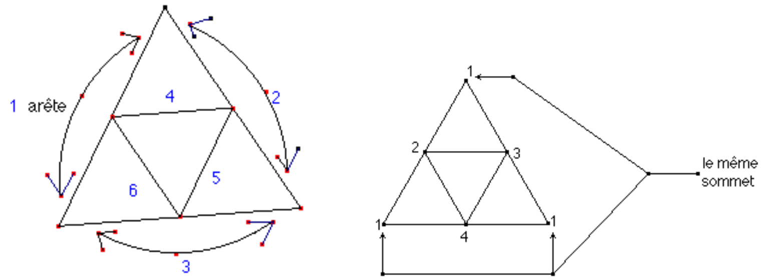
* La discussion est très animée sur ce qu'est une arête ou une face pour de tels "gros" solides; on touche là à des questions de nature topologique...(équivalence entre prisme et cylindre). La question ne sera pas tranchée et sera renvoyée à une éventuelle recherche ultérieure.

"Nous avons du mal à définir les faces dans le cas des bouées." (fax du 14/3/98)

5.11 Le comptage des sommets et des arêtes sur un patron :

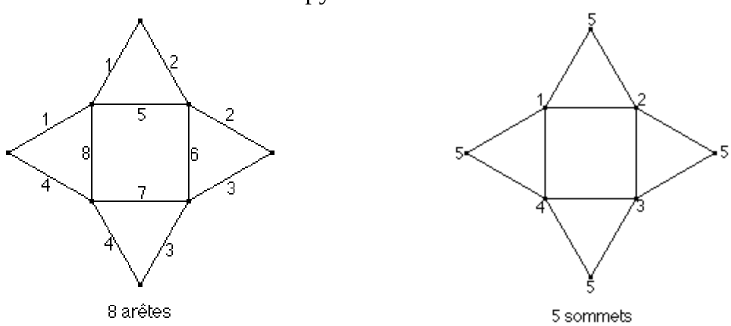
Sébastien présente ce qu'il a trouvé le matin :

* la pyramide à base triangulaire (tétraèdre): *"4 faces: des triangles réguliers."*

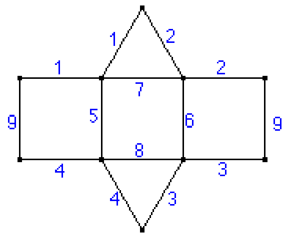


"Quand on referme "ça" et "ça", ça va se toucher ! ... donc 4 arêtes."
"Tout ça là, c'est un seul sommet, donc 4 sommets."
Critique: *"Et pour un grand patron ?"*
Réponse: *"C'est pareil! ça marche pour toutes les pyramides..."*

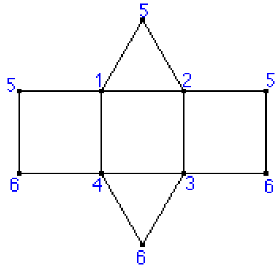
- Et il recommence avec la pyramide à base carrée :



- Il ne parvient pas à retrouver l'extension de sa méthode qu'il avait proposée le matin pour le prisme à base triangulaire. Voici ce qu'il avait expliqué au chercheur :

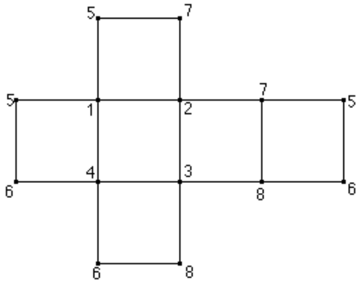


9 arêtes



6 sommets

- Il propose alors d'essayer sa méthode pour le cube; après quelques hésitations, il y parvient pour les sommets :



8 sommets

"5 "' et "6" sont identifiés moins rapidement que les autres:
"Quand on rabat, ça va se coller là-haut et ça fait le même sommet."
Pour les arêtes, un coloriage des regroupements 2 par 2 des segments du bord du patron lui permet de conclure avec l'aide du chercheur...

5.12 Conclusion de la journée :

- On renvoie au prochain ARM les questions en suspens et la mise au propre des formulations.
- Mais les enfants voudraient poursuivre et plusieurs, avant de sortir, annonce qu'ils ont de nouveaux solides à tester.
- On repart avec :

  - une loi reliant faces, arêtes et sommets, qui marche pour tous les solides fabriqués, sauf pour la bouée de Vivien; si cette loi change lorsque le nombre de faces est grand, c'est entre 38 et 42.

  - une méthode pour compter les arêtes et les sommets sur le patron qui fonctionne bien pour les pyramides, mais n'est pas encore tout à fait au point pour les autres solides.

6. Bibliographie :

Arsac G. & al [1991] : *Problème ouvert et situation-problème.* Irem de Lyon.

Assude T. [1997] : *L'atelier de recherche mathématique : problèmes de temps et de mémoire,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Audin P. et Duchet P. [1989] : *La recherche mathématique à l'école: "Math en Jeans",* Séminaire de didactique des disciplines scientifiques, LSD2-IMAG, Grenoble.

Eysseric P. & al [1993] : *Le plaisir de chercher,* document vidéo, IUFM de Nice, Service audiovisuel du centre de Draguignan.

Eysseric P. & al [1996] : *Le plaisir de chercher,* in Le plaisir de chercher et autres textes ..., IUFM de Nice.

Eysseric P. [1999] : *Le plaisir de chercher*, in Repères, n° 35, avril 1999.

Legrand M. [1989] : *Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport à une communauté scientifique,* RDM, Vol. 9-3, p. 365 à 406, La Pensée Sauvage, Grenoble.

Legrand M. [1993] : *Débat scientifique en cours de mathématiques,* Repères Irem n° 10, Topiques éditions.

Marill F. [1996] : *La communication dans la recherche mathématique à l'école,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Monteils V. [1995] : *Le plaisir de chercher,* Mémoire professionnel PE2, IUFM de Nice, Centre de Draguignan.

Vivre un Atelier de Recherche en Mathématiques

Pierre Eysseric

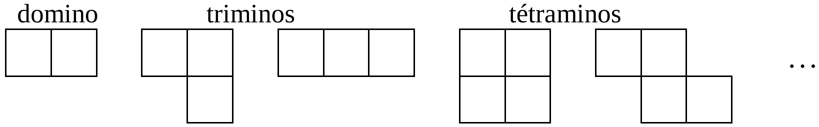
Cet article présente quelques sujets de problèmes proposés dans le cadre des Ateliers de Recherche en Mathématiques. Il a été publié sous cette forme dans le n° 70 de la revue Grand N ainsi que dans les n° 440 et 443 du bulletin de l'APMEP.

Les élèves sont répartis en ateliers regroupant trois ou quatre d'entre eux. Après avoir choisi l'un des sujets exposés ci-dessous, un groupe amorce son exploration selon les modalités des Ateliers de Recherche : formuler des questions (des problèmes) et tenter de les résoudre avec la perspective de communiquer à l'ensemble du groupe les résultats de la recherche (compte-rendu des essais infructueux, des impasses explorées, des pistes envisagées non abouties mais qui semblent intéressantes, des certitudes éprouvées…)

<u>Sujet n°1</u> : Pavage de polyminos.

Un polymino est un assemblage plan de carrés égaux (cases) tel que tout carré soit rattaché à la figure par au moins un de ses côtés.
Exemples de polyminos :

les dominos, les triminos, les tétraminos, les pentaminos, …



Paver un polymino consiste à le recouvrir par des polyminos plus petits de telle sorte que toute case soit recouverte une fois et une seule.

Le problème général des conditions pour qu'on puisse paver un polymino par un type de polyminos donné n'est pas résolu à ce jour; mais de nombreux cas particuliers peuvent être abordés:

- Pavage d'un polymino carré par des dominos.
- Pavage d'un polymino carré privé d'une case par des dominos.
- Les deux problèmes précédents pour des polyminos rectangulaires.
- Pavage d'un polymino carré par des triminos.
- …

Sujet n°2 : Les pesées.

On a un certain nombre de pièces en apparence toutes identiques. L'une d'elles est fausse (elle est plus légère ou plus lourde que les autres, on ne sait pas). On veut la retrouver en **un nombre minimum de pesées** à l'aide d'une balance à deux plateaux (une pesée indique si le contenu d'un des plateau est plus lourd, plus léger ou égal à celui de l'autre plateau).

Sujet n°3 : 22, v'la le chef.

On étudie le codage suivant :
On fait correspondre à chaque lettre le nombre correspondant à son rang dans l'alphabet, à chaque mot la somme de nombres codant ses lettres.

Exemples:

CHEF est codé par 3+8+5+6=22

Le mot-nombre DIX-HUIT est codé par 4+9+24+8+21+9+20=95

A partir de cette situation, envisager des recherches mathématiques à effectuer…

Sujet n°4 : 6174, 495 et Cie.

Choisir un nombre de 4 chiffres; par exemple : **7148**
Ordonner les 4 chiffres du plus grand au plus petit ; sur l'exemple on obtient le nombre 8741
Ordonner les 4 chiffres du plus petit au plus grand ; sur l'exemple on obtient le nombre 1478
Calculer la différence des deux nombres ainsi obtenus :

8741 -1478 = **7263**

Recommencer toutes les étapes en partant du résultat obtenu :

7148 → 8741
-1478
7263 → 7632
-2367
5265 → 6552
-2556
3996 → 9963
-3699
6264 → 6642
-2466
4176 → 7641
-1467
6174 → 7641
-1467
6174

Essayer avec d'autres nombres !
Arrive-t-on toujours à 6174 ? Au bout de combien d'opérations ?
Les résultats des différentes soustractions ont-ils d'autres particularités ?
Et si on fait la même chose avec des nombres de 3 chiffres, que se passe-t-il ?
……Vous pouvez continuer et vous poser d'autres questions pour les nombres de 2 chiffres, 5chiffres, ……

Sujet n°5 : Kapla.

Les planchettes Kapla ont pour dimensions 8 mm, 24 mm et 120 mm:
3 épaisseurs dans une largeur; 5 largeurs dans une longueur.
Quels problèmes mathématiques se poser à partir de ce matériel?

Sujet n°6 : Le jeu de la vie.

Règles du jeu :

- Une case vide avec 3 voisins donne une naissance.

	X	**X**	
	X	**N**	

Si on part de la population ci-dessus(cases avec X), il y aura une naissance dans la case N.

- Un pion isolé, avec un seul voisin, 4 ou davantage, meurt...
- Un pion ayant 2 ou 3 voisins survit.

				X	**X**
$\underline{\mathbf{X}}$		$\underline{\mathbf{X}}$		**X**	$\underline{\mathbf{X}}$
		$\underline{\mathbf{X}}$		**X**	
	$\underline{\mathbf{X}}$	**X**	$\underline{\mathbf{X}}$		

Dans la population ci-dessus, les individus $\underline{X}$ vont mourir (certains d'isolement, d'autres d'étouffement), les individus X survivent et il va y avoir des naissances (A vous de les trouver !).

Pour jouer :
Vous placez vos pions dans un quadrillage pour former votre population initiale. Vous suivez ensuite chaque étape de son évolution.
A vous de trouver les populations initiales les plus aptes à la survie et au développement.

<u>Sujet n°7</u> : Étude du jeu "AIRJEU".

<u>Matériel :</u> - des baguettes de longueurs variées en nombre suffisant (au moins 4 exemplaires de chaque)
- un sablier.
- du papier, des ciseaux, de la colle et du scotch.

<u>Règle du jeu :</u> (4 joueurs)

- on distribue à chaque joueur 4 à 8 baguettes (chaque joueur reçoit le même lot de baguettes); il est aussi possible de tirer au sort les baguettes qui seront utilisées.

- on retourne le sablier et chacun doit réaliser en utilisant toutes ses baguettes un polygone ayant la plus grande aire possible et le dessiner sur une feuille blanche.

- à l'issue de cette phase, on compare les figures obtenues, on les range de la plus grande à la plus petite aires et des points sont attribués à chaque joueur:

- 5 points pour la figure de plus grande aire
- 3 points pour la suivante
- 1 point pour l'avant-dernière figure
- rien pour la figure de plus petite aire.

<u>Variantes:</u>

- LA PLUS PETITE AIRE GAGNE avec la sous-variante :

les joueurs piochent chacun 5 baguettes au hasard : cette fois, les polygones n'auront plus le même périmètre et le gagnant (figure de plus petite aire) ne sera pas toujours celui qui aura la plus petite longueur de baguette.

- LE PLUS PETIT PERIMETRE ...

<u>Sujet n°8</u> : Étude du jeu "PERIJEU".

<u>Matériel :</u> - des formes géométriques variées en nombre suffisant (au moins 4 exemplaires de chaque) ; on pourra utiliser des pièces d'un puzzle comme le tangram ou des pièces de la mallette "La moisson des formes"...
- un sablier.
- une ficelle et/ou un instrument de mesure des longueurs.

<u>Règle du jeu :</u> (4 joueurs)

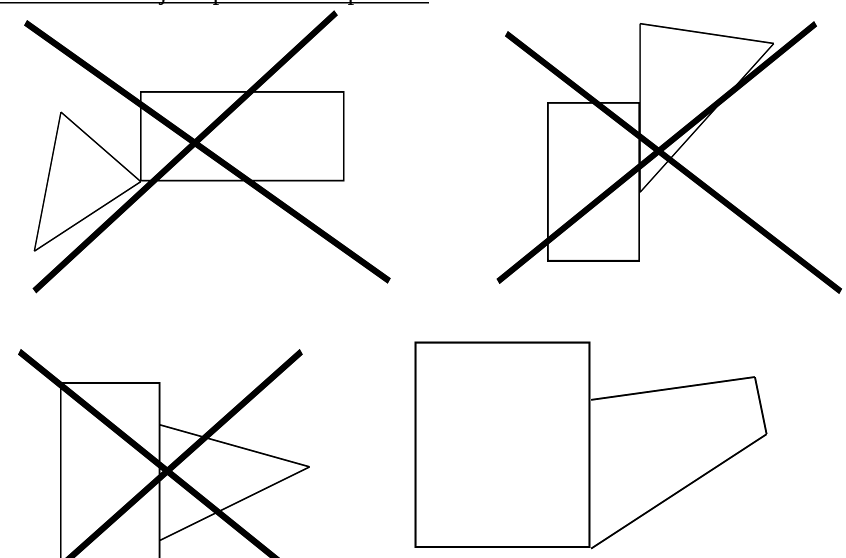
- chacun pioche une forme géométrique.

- on distribue à chaque joueur un exemplaire des 4 pièces qui ont été piochées.

- on retourne le sablier et chacun doit réaliser en utilisant les 4 pièces une figure ayant le plus grand périmètre possible avec les contraintes de juxtaposition des pièces ci-dessous et en reproduire le contour sur une feuille blanche.

- à l'issue de cette phase, on compare les figures obtenues, on les range du plus grand au plus petit périmètre et des points sont attribués à chaque joueur:
  - 5 points pour la figure de plus grand périmètre
  - 3 points pour la suivante
  - 1 point pour l'avant-dernière figure
  - rien pour la figure de plus petit périmètre.
- <u>variante :</u> on mesure les périmètres et on le nombre de points attribués à chacun correspond à la mesure en mm du périmètre de sa figure.

<u>Contraintes de juxtaposition des pièces :</u>



2 pièces doivent avoir au moins
un sommet commun et deux côtés accolés.

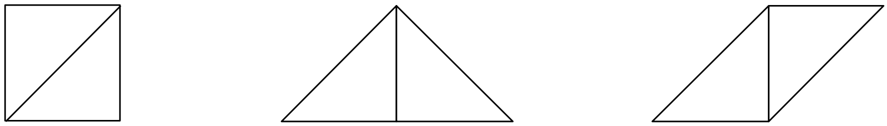
<u>Variante :</u>

- avec des lots de 4 formes qui ne sont pas les mêmes pour chacun des joueurs; cette fois, les figures n'auront plus la même aire et le gagnant (figure de plus grand périmètre) ne sera pas toujours celui qui aura les pièces ayant la plus grande aire.

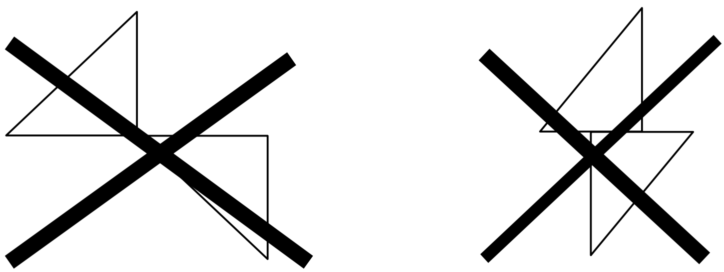
<u>Sujet n°9 :</u> LES POLYVOILES.

On réalise des assemblages de triangles rectangles isocèles identiques (des demi-carrés) par côtés entiers :

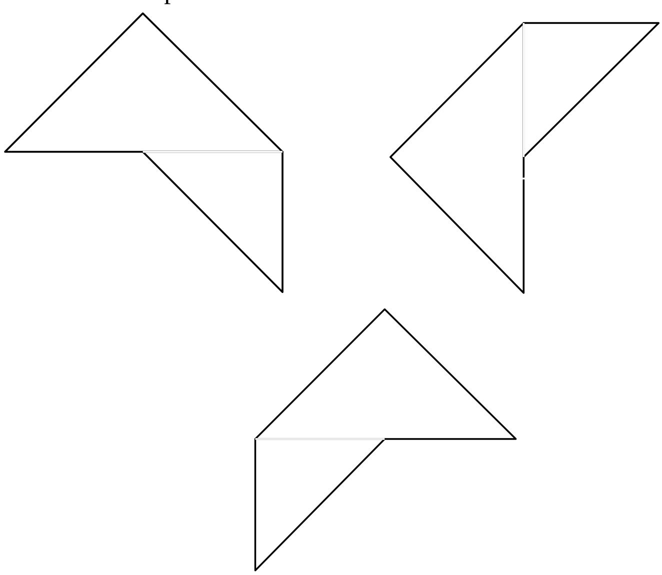
- un grand côté avec un grand côté ou un petit côté avec un petit côté :



- pas d'assemblages par les angles ou par portion de côté :

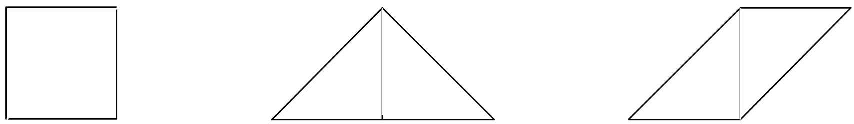


Deux pièces seront considérées comme identiques si l'une peut recouvrir l'autre, éventuellement après un retournement :



3 pièces identiques

On peut obtenir 3 pièces différentes en assemblant ainsi 2 triangles rectangles isocèles ; on les appelle des "bivoiles" :



Trouvez tous les assemblages différents de 3 triangles rectangles isocèles ("trivoiles"). Utilisez le papier quadrillé ci-joint pour dessiner les pièces trouvées !
On peut continuer la recherche avec les assemblages de 4 triangles rectangles isocèles ("tétravoiles") puis de 5 ("pentavoiles"), de 6 ("hexavoiles"), …

VOICI QUELQUES PISTES POUR POURSUIVRE, MAIS IL EST POSSIBLE D' EN IMAGINER D'AUTRES:

Quelle est la trivoile de plus grand périmètre ?

Quelle est la trivoile de plus petit périmètre ?

Rangez les trivoiles par périmètres croissants ?

Même question pour les tétravoiles, les pentavoiles, …

Assemblez les tétravoiles pour réaliser un "serpent" le plus long possible! Puis un serpent qui se mord la queue…

En utilisant toutes les tétravoiles une seule fois et en les assemblant par côtés entiers, peut-on obtenir un rectangle ?

Et toutes les questions que vous aurez envie de vous poser au sujet de ces polyvoiles et des puzzles qu'elles peuvent permettre de réaliser !…

Sujet n°11 : Étude du jeu d'Oslo.

Le but du jeu d'Oslo est d'**obtenir n'importe quel nombre entier naturel non nul**, en partant de **4**, à l'aide d'**applications successives des trois règles suivantes**:

1. Mettre un 0 à la fin du nombre (c'est à dire multiplier par 10);
2. Mettre un 4 à la fin du nombre (c'est à dire multiplier par 10 et ajouter 4) ;
3. Diviser par 2 si le nombre est pair.

Exemple : on obtient le nombre 30 avec la séquence ci-dessous d'utilisation des règles:
N°3 N°2 N°3 N°3 N°3 N°1 (la suite des nombres est: 4, 2, 24, 12, 6, 3, 30)

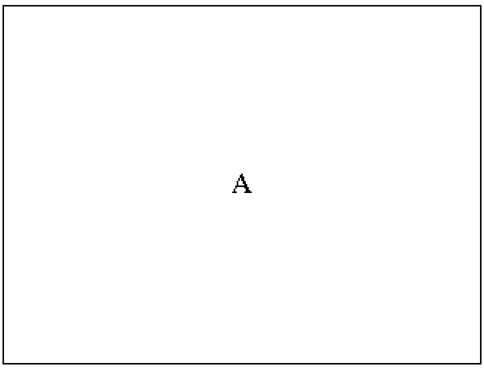
Variantes : - changer le nombre de départ (6 au lieu de 4 par exemple) ;
- prendre d'autres règles ;
- limiter le nombre d'applications successives autorisées pour une même règle ; …

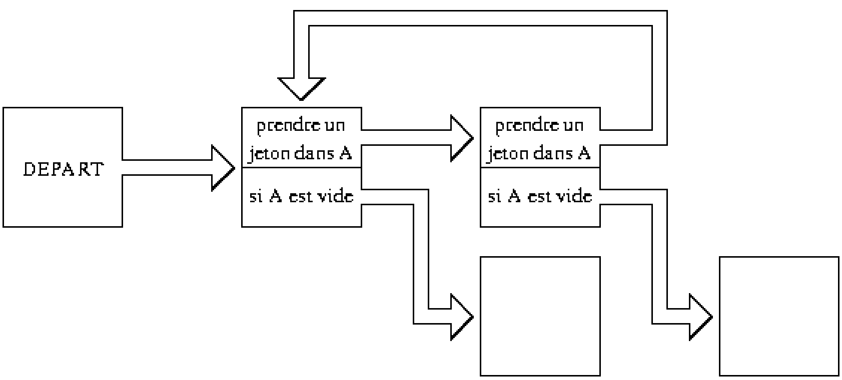
<u>Sujet n°12</u> : LESMACHINES A REGISTRES.

Trois machines sont proposées; elles sont constituées de deux parties :

- des registres : ce sont les mémoires; placer 8 jetons dans le registre A revient à mettre le nombre 8 dans la mémoire A;
- une sorte de jeu de l'oie avec un départ et une arrivée, sur lequel se déplace un pion : faire fonctionner la machine, c'est, à partir d'une configuration donnée pour les registres, amener le pion de la case DEPART à la case ARRIVEE.

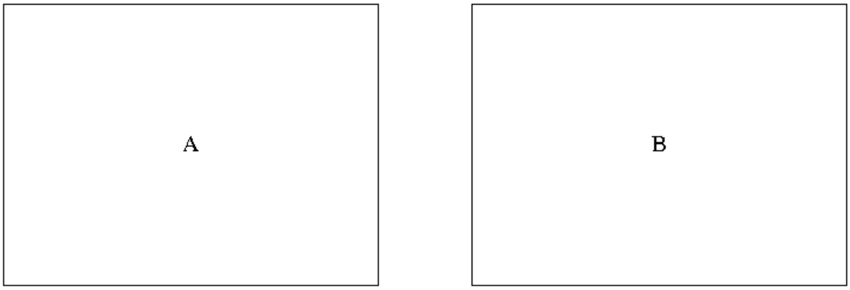
En faisant fonctionner les machines à partir de diverses configurations de départ pour les registres, il faut découvrir la fonction de chacune d'elles, … puis d'en inventer de nouvelles !

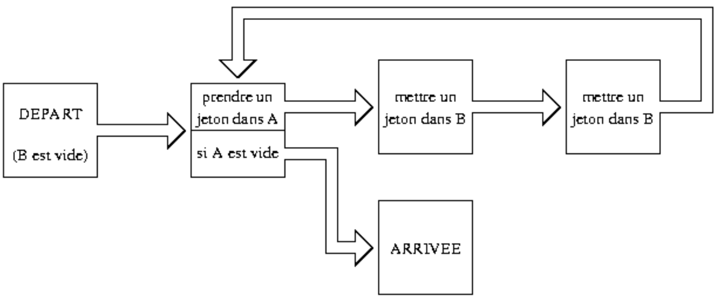


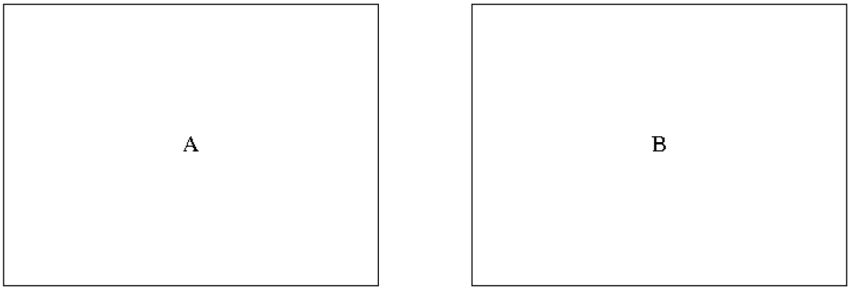


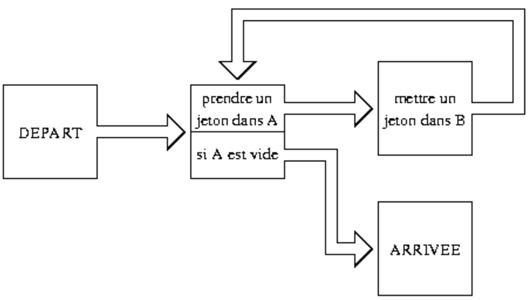
<u>Machine n°1</u>

Machines n°2 et n°3









Les méthodes d'éducation cognitive bilan et perspectives

Jean-Claude COULET

Document pour la Formation des Professeurs d'école en didactique des mathématiques élaboré lors du stage national organisé par la COPIRELEM à Rennes en mars 1996.

Il s'agit d'une conférence dont l'objet est de faire le point sur le concept d'éducabilité cognitive dans la mesure où des méthodes qui se réclament de ce cadre théorique sont de plus en plus utilisées à l'école.

Le concept d'éducabilité cognitive s'inscrit dans une prise de position en faveur de l'idée qu'il est possible d'apprendre à apprendre. Il apparaît au moment où l'école n'est plus la source quasi exclusive du « savoir savant » mais se trouve en concurrence avec de multiples sources de connaissances mises socialement à la disposition de chacun .

Toutes les méthodes qui se rattachent à ce concept, affichent la volonté de construire des capacités cognitives de portée générale et transférables ; de plus elles accordent une large place à la médiation.

Les programmes analysés ici sont : LOGO ; les Ateliers de Raisonnement Logique (ARL) ; le Programme d'Enrichissement Instrumental (PEI) ; la Programmation Neuro-Linguistique (PNL).

La démarche d'évaluation de ces programmes n'étant pas exempte d'erreurs méthodologiques, les résultats sont contrastés . D'ores et déjà il semble nécessaire de s'orienter vers la recherche de modèles moins généraux. L'idée serait d'identifier les mécanismes impliqués dans les constructions cognitives relatives à un domaine de connaissances, et partant de là , de fournir un étayage adapté.

INTRODUCTION

1 - Place de l'éducation cognitive dans les enjeux sociaux actuels

Si l'on veut comprendre l'engouement que produisent actuellement les méthodes d'éducation cognitive dans les établissements scolaires et les organismes de formation, il faut, me semble-t-il, s'intéresser à quelques caractéristiques du contexte social plus large dans lequel elles trouvent actuellement leur point d'ancrage. Sans entrer ici dans une analyse sociologique approfondie (qui pourtant mériterait d'être conduite), il est néanmoins possible d'avancer deux ou trois remarques susceptibles d'éclairer la place de l'éducation cognitive dans les enjeux sociaux actuels.

A un premier niveau, on ne peut que constater que le siècle qui s'achève (et qui est quasiment aussi celui de la naissance du modèle de l'école que nous connaissons aujourd'hui) est marqué par une extraordinaire croissance des connaissances produites du côté de ce que les didacticiens appellent "le savoir savant".

Par ailleurs, il faut également noter que l'éducation scolaire qui, au début du siècle constituait une source extrêmement importante (sinon exclusive pour beaucoup) de construction de savoirs issus du savoir savant, se trouve aujourd'hui en concurrence avec de multiples autres sources qui, souvent, s'avèrent beaucoup plus séduisantes, même si leur efficacité reste probablement à démontrer. Qu'il s'agisse des champs de découverte offerts par l'accroissement des distances parcourues, par le flot d'écrits mis à portée de main, par la télévision, les média et multimédia de toutes sortes, il est clair que la séduction est grande et les sources de savoir multiples.

Pourtant, face à ce flot grandissant, il reste une nécessité assez fondamentale : celle de devoir s'approprier individuellement un maximum des connaissances ainsi produites socialement et mises à disposition de chacun.

Dans un tel contexte, il n'est pas surprenant de voir fleurir les méthodes d'éducation cognitive qui prétendent constituer une immense économie dans cette nécessité sans cesse plus impérieuse d'acquérir individuellement des savoirs et savoir-faire toujours plus nombreux.

Mais, que sont ces méthodes d'éducation cognitive qui affichent de tels objectifs, notamment à travers leur postulat commun "d'éducabilité cognitive" ? Quel bilan peut-on tirer de leur mise en oeuvre à travers les multiples programmes qu'elles ont engendrés ? Quelles sont, enfin, les directions qui apparaissent aujourd'hui comme les plus pertinentes pour tirer le meilleur profit de ces diverses expériences ?

2 - Un peu d'histoire

Le concept d'*éducabilité cognitive* marque une prise de position très claire en faveur de l'idée, désormais bien connue, qu'il est possible d'apprendre à apprendre (Sorel, 1987). Très tôt exprimée par les psychologues - on peut ici citer Binet (1857-1911), le père de la mesure de l'intelligence en termes d'âge mental qui, dès 1909, dénonce les conceptions fixistes de l'intelligence - cette idée s'inscrit néanmoins dans un contexte historique beaucoup plus ancien encore. On peut en effet reconnaître (Paour, 1987 ; Loarer, 1992) dans les pratiques d'aide aux enfants déficients, des principes tout à fait similaires à ceux qui fondent aujourd'hui les programmes d'éducation cognitive. Depuis les travaux d'Itard (1775-1838) qui conçut l'éducation de l'enfant sauvage Victor de l'Aveyron jusqu'à des conceptions pédagogiques plus anciennes encore, telles que celle de Montaigne, le présupposé reste identique : l'intelligence est éducable.

I - LES FONDEMENTS DE L'EDUCATION COGNITIVE

1 - Caractéristiques communes aux différents programmes

Au-delà de la diversité des réalisations dans le domaine de l'éducation cognitive, il est possible de repérer un certain nombre d'aspects qui peuvent être considérés comme leurs caractéristiques communes fondamentales.

1 - 1 - Proposer une éducation compensatoire

Le point de départ des programmes est généralement à chercher du côté de préoccupations très pragmatiques concernant des sujets en grande difficulté. Ainsi, par exemple, le Programme d'Enrichissement Instrumental (PEI) de Feuerstein (Feueurstein & Jensen, 1989) a été élaboré pour tenter d'apporter une aide à des populations de jeunes migrants, déplacés par la seconde guerre mondiale et très fortement affectés sur le plan cognitif et relationnel. De la même façon, c'est par rapport aux difficultés d'adultes de bas niveaux de qualification (Higelé, 1987) qu'ont été conçus les Ateliers de Raisonnement Logique (Hommage & Perry, 1987). C'est encore une motivation tout à fait comparable qu'on retrouve avec les programmes d'éducation compensatoire développés aux USA dont, par exemple, dans les années 60, le gigantesque programme "Head Start" impliquant jusqu'à 13000 centres de formation préscolaires (Loarer, 1992). C'est, enfin (mais on pourrait certainement citer bien d'autres programmes), à des sujets déficients que s'adresse le programme mis au point par Paour (cf. Paour, 1978). Dès lors, il est important de noter que les concepts théoriques de ces programmes ne sont souvent apparus que dans un second temps, pour étayer, réorienter, rationaliser, voire justifier des pratiques déjà largement amorcées sur le terrain. Actuellement, les évolutions du monde du travail vers des tâches qui font de plus en plus appel à des activités de gestion et de contrôle de processus de production - devenus fortement automatisés - et vers une grande diversification des tâches au cours d'une même vie professionnelle, créent une importante demande sociale en direction de l'éducation cognitive qui reste ainsi très directement contrainte par des impératifs de terrain.

1 - 2 - Un postulat : la plasticité des capacités cognitives

A un deuxième niveau, en supposant que l'intelligence d'un sujet donné n'a pas une valeur immuable qui le caractériserait, quels que soient son âge et le type d'éducation qu'il reçoit, mais au contraire une certaine plasticité qui donne prise à l'intervention, les cadres conceptuels adoptés font incontestablement de l'*éducabilité cognitive* le premier concept fédérateur des différents programmes. On doit toutefois remarquer que les prises de position volontaristes qu'il engendre se traduisent, dans un très grand nombre de cas, par la négation implicite de contraintes développementales (De Ribaupierre, 1995) susceptibles, selon les cas, de permettre, de favoriser ou au contraire de réduire, voire d'annihiler les effets des interventions proposées. Plusieurs tentatives, qui seront évoquées plus loin, doivent très certainement leur échec relatif à une enthousiaste cécité de ce type.

1 - 3 - Construire des capacités transférables

Le troisième trait commun aux différents programmes, et sans doute le plus fondamental, découle assez directement du concept même d'éducabilité, puisqu'il s'agit de l'objectif d'induire chez le sujet la construction de *capacités cognitives à portée générale*. En effet, ce que l'on vise avant tout dans un programme d'éducation cognitive, ce ne sont pas des connaissances spécifiques, telles qu'elles s'expriment en termes de contenus d'enseignement dans les programmes scolaires, mais surtout et avant tout, un ensemble de savoirs et savoir-faire très généraux permettant au sujet d'acquérir une forte capacité adaptative pour faire face à des situations nouvelles. Ceci explique la place privilégiée qu'occupent les activités de résolution de problèmes dans le cadre de l'éducation cognitive et le consensus très marqué des auteurs pour insister sur le *transfert* des compétences construites aux autres situations de la vie quotidienne, scolaire ou professionnelle. Cependant, derrière cette unanimité, c'est à une très grande diversité qu'on se heurte lorsqu'il s'agit de donner un contenu à ce que les programmes considèrent comme "capacités générales, transférables".

1 - 4 - Eclectisme théorique des programmes

En quatrième lieu, on relèvera que les programmes d'éducation cognitive ont également une tendance marquée pour l'éclectisme quant à leurs emprunts aux modèles de la psychologie. Rares, en effet sont les programmes qui ont des référents théoriques identiques, mais rares aussi et surtout sont ceux qui se satisfont d'un cadre théorique unique pour formaliser leur démarche. L'une des conséquences de cette hétérogénéité est qu'il est extrêmement difficile de rendre compte des mécanismes en jeu lorsque, au-delà des problèmes d'évaluation qui se posent nécessairement pour en attester, les programmes se révèlent efficaces.

2 - Un lieu d'analyse privilégié : la fonction de Médiation

Par ailleurs, les programmes supposent l'intervention d'une personne chargée de moduler, même si c'est à minima (comme c'est le cas dans l'orientation "micro-mondes" qui sera abordée plus loin), les interactions du sujet avec les différentes tâches. C'est la fonction de *médiation*. Elle constitue un lieu d'analyse privilégié où se révèlent les choix théoriques des concepteurs de programmes ainsi que les différents niveaux d'intervention du médiateur sur la relation sujet-tâche. A ce titre, l'explicitation schématique de cette fonction de médiation, au regard des théories du développement qui constituent les principales sources d'inspiration de l'éducation cognitive, devrait susciter l'intérêt de tout éducateur.

2 - 1 - Le schéma bipolaire piagétien

Pour Piaget, le développement (depuis les réflexes du nourrisson jusqu'aux opérations formelles de l'adolescent lui permettant, par exemple, un raisonnement hypothético-déductif) se caractérise par le passage d'une structure logico-mathématique à une autre à travers la mise en oeuvre d'un *processus d'équilibration*. Celui-ci - à condition d'accepter l'extrême simplification adoptée ici - recouvre, dans la théorie, l'ensemble des réactions du sujet ayant pour but de faire face à la perturbation de ses structures cognitives et de leurs fonctionnements par un élément de son environnement ou de son propre système cognitif. Ainsi, chez Piaget, même si bien sûr sont mentionnés d'autres facteurs de développement (maturation, expérience ou transmission sociale), c'est essentiellement à partir de l'activité qu'il déploie sur son environnement que l'enfant construit ses structures. Dans la mesure où, par ailleurs (Doise & Mugny, 1981, pp. 15 et suivantes), il observe un certain parallélisme entre développement intellectuel et développement social, pour Piaget, l'objet social n'a pas de statut particulier. Cette position a donc souvent été résumée dans la littérature par un schéma bipolaire (fig. 1), marquant un développement construit de façon privilégiée dans une interaction sujet-objet. Ceci implique que la médiation exercée par autrui est réduite au strict minimum. Tout au plus, peut-on voir l'adulte ou l'éducateur aménager le milieu pour l'enrichir de situations ou d'objets intéressants à soumettre à l'activité du sujet. Les textes pédagogiques de Piaget vont clairement dans le sens d'une éducation active de ce type (cf. Piaget, 1969 et Piaget, 1975b).

sujet $\longleftrightarrow$ objet

fig. 1 - Le schéma bipolaire piagétien

2 - 2 - Du schéma bipolaire au schéma tripolaire

Une telle conception a soulevé des critiques qui se sont traduites par des propositions théoriques différentes visant à reconnaître qu'autrui joue un rôle plus déterminant dans le développement cognitif. A titre d'exemples significatifs d'une modification de ce schéma bipolaire, on peut citer la thèse du conflit socio-cognitif (Doise & Mugny, 1981), ou encore, celui de l'apprentissage social de Bandura (Bandura, 1980 ; Winnykamen, 1982). Dans le premier cas, grâce à l'interaction sociale mise en place entre personnes à propos d'une tâche, il est possible de voir apparaître une différence dans le fonctionnement cognitif des partenaires sociaux en présence, laquelle peut être à l'origine d'un conflit dit "*socio-cognitif*". Celui-ci, pour autant qu'il soit effectivement pris en compte au niveau individuel, peut alors déboucher sur des restructurations cognitives chez chacun des membres de l'interaction. En outre, une fois produite, cette restructuration peut permettre d'autres interactions sociales d'un niveau supérieur susceptibles, elles aussi, d'induire un nouveau conflit socio-cognitif source de développement, etc. Dans le second cas, il s'agit plutôt d'apprentissages "*par observation*" d'un modèle social. L'action sur l'objet n'a pas alors d'impérative nécessité pour qu'un apprentissage puisse avoir lieu (il n'est pas utile de mettre soi-même la main sur le poêle pour apprendre que l'on peut s'y brûler). Ces deux types de conceptions sont traduites par les auteurs dans un schéma tripolaire (fig. 2) qu'ils revendiquent. Du point de vue de la médiation, un tel schéma - qui peut d'ailleurs se déployer en spirale, comme chez Doise & Mugny - met surtout en exergue l'existence des trois pôles en interaction. Cependant, tel quel, il n'intègre que très peu ce qui caractérise les conceptions "médiationnelles" de Vygotsky et de Bruner.

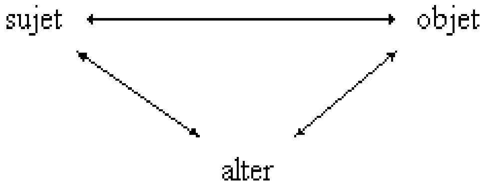


fig. 2 - Le schéma tripolaire

2 - 3 - La conception de Vygotsky

La conception de Vygotsky concernant le rôle d'autrui dans les constructions cognitives individuelles est en effet beaucoup plus évocatrice que ne le laisse supposer le schéma précédent d'une aide volontairement orientée vers le sujet qui résout une tâche. Elle apparaît notamment à travers le concept de "*Zone Proximale de Développement*" que Vygotsky définit comme l'écart existant entre le niveau actuel de l'enfant (ce qu'il est capable de produire seul) et son niveau potentiel (ce qu'il est capable de réaliser avec l'aide de l'adulte). On retrouve également exprimé ce rôle d'autrui dans ce que Vygotsky a dénommé la loi fondamentale du développement : "*Chaque fonction psychique supérieure apparaît deux fois au cours du développement de l'enfant : d'abord comme activité collective, sociale et donc comme* ***fonction interpsychique****, puis la deuxième fois comme activité individuelle, comme propriété intérieure de la pensée de l'enfant, comme* ***fonction intra psychique****.*" (Vygotsky, cité par Schneuwly & Bronckart, 1985, p. 111). En outre, pour Vygotsky, la nature de l'aide apportée par autrui renvoie d'une façon générale aux outils culturels que l'adulte introduit dans l'interaction sujet-objet et, plus particulièrement, au langage qui est supposé constituer un véritable support à la pensée ainsi qu'un *instrument* régulateur des autres formes de conduite. Son interprétation du langage égocentrique de l'enfant (les soliloques qui accompagnent quelquefois ses activités) s'inscrit indéniablement dans une telle perspective. Vygotsky y voit en effet, l'indice de l'appropriation par l'enfant de la fonction du discours que lui adresse l'adulte lorsque ce dernier interagit avec lui pour réguler ses activités. Dès lors, le schéma de la figure 2 ne semble plus suffire pour rendre compte de la manière dont Vygotsky pose le rôle d'autrui. Pour marquer nettement l'idée d'une intervention de l'adulte résolument centrée sur l'interaction sujet-tâche, il nous a donc paru utile d'y adjoindre une dernière flèche (fig. 3).

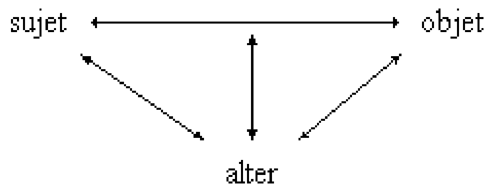


fig. 3 - Le schéma tripolaire caractérisant la médiation

2 - 4 - L'apport de Bruner

Néanmoins, c'est avec Bruner qu'on trouve les éléments les plus concrets pour caractériser les significations attachées à cette dernière flèche du schéma. S'inscrivant dans le droit fil des idées de Vygotsky, Bruner (Bruner, 1983, pp 261-280) tente en effet de préciser les caractéristiques de ce qu'il appelle "*l'interaction de tutelle*", en spécifiant quelles sont les fonctions régulatrices du tuteur, présenté tout à la fois comme celui qui :

- "*enrôle*" le sujet en suscitant chez lui de l'intérêt pour la tâche ;
- "*réduit le degré de liberté*" en simplifiant la tâche pour rendre le but plus accessible au sujet ;
- "*maintient l'orientation vers le but*", en veillant à ce que d'autres buts ne viennent pas interférer avec l'activité en cours, tout en maintenant la motivation du sujet ;
- "*signale les caractéristiques déterminantes*" de la tâche pour son exécution et, par là même, pointe les écarts entre ce qui est produit par le sujet et ce que serait une production correcte ;
- "*contrôle la frustration*", en rendant moins périlleuse la résolution de problème, notamment quant aux erreurs commises ;
- "*démontre*", en présentant des modèles de solution dans lesquels on trouve une certaine stylisation de l'action qui doit être exécutée.

De plus, en insistant également sur la *double fonction du langage* - fonction de communication d'abord mais aussi et surtout, fonction de représentation - comme Vygotsky, Bruner accorde au langage le statut d'outil privilégié des constructions cognitives réalisées dans les interactions sociales. Enfin, le concept de "*format*" qu'il introduit (Bruner, 1984), en marquant le rôle que peuvent avoir les routines de communication dans l'élaboration de présupposés sur les situations et les tâches, contribue encore à souligner toute l'importance que revêt la dimension sociale dans l'interaction sujet-objet.

3 - Les différentes formes de médiation

Deux remarques s'imposent alors. D'une part, on peut constater qu'avec les caractéristiques de la tutelle telles que les définit Bruner, on s'approche beaucoup de ce qu'on vise, dans le cadre de l'éducation cognitive, en termes de médiation.

Sur ce plan, la liste ci-dessus préfigure quelques éléments que l'on évoquera dans ce qui suit en termes de "principes généraux de l'éducation cognitive". D'autre part, si l'on se centre cette fois sur le schéma de la figure 3, il est possible de noter que ces mêmes caractéristiques de la tutelle pourraient, chacune, être prises en compte par une rotation de la flèche centrale soit du côté du pôle sujet, lorsqu'il s'agit par exemple de l'enrôlement du sujet à la tâche, soit du côté du pôle objet, quand il s'agit par exemple d'en réduire le degré de liberté (fig. 4). On voit alors que les formes de médiation qui peuvent être pratiquées dans le domaine de l'éducation (qu'il s'agisse de l'éducation cognitive au sens restreint ou, plus largement, de pratiques éducatives familiales et scolaires) couvrent un très large éventail de possibilités, situées entre deux positions extrêmes.

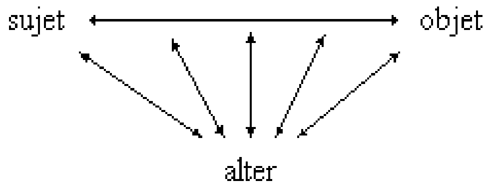


fig. 4 - Les différentes formes de médiation

3 - 1 - Centration sur le pôle sujet

A titre d'exemple, la première de ces positions extrêmes peut être illustrée par un certain nombre de travaux expérimentaux de psychologie sociale qui ont notamment pu démontrer qu'il est possible de modifier les performances cognitives d'élèves lorsque, placés en situation de comparaison sociale, on les assigne à une catégorie de sujets ayant ou non des caractéristiques congruentes avec leur statut scolaire. Ainsi, Monteil & Huguet (Monteil & Huguet, 1991) montrent par exemple, dans une tâche présentée aux sujets comme un exercice de géométrie, que les élèves ont de meilleures performances que ceux d'un groupe contrôle lorsqu'on induit chez eux la croyance qu'ils appartiennent à un groupe de sujets peu performants, par opposition à des sujets plus performants d'un autre groupe auxquels ils seront ensuite comparés. Ici, tout se passe comme si les sujets tendaient à prouver que, malgré le handicap qu'ils croient avoir, ils restent capables de se mobiliser efficacement pour amoindrir le contraste comparatif avec le groupe (fictif dans l'expérience) avec lequel ils croient être opposés. Dans un tel cas, il est clair qu'une intervention, située exclusivement sur le pôle sujet, suffit à modifier l'interaction sujet-tâche jusqu'à produire des performances significativement différentes. On voit bien également apparaître ici toute l'importance qu'il faut accorder aux *significations* que le sujet attribue à son activité, notamment à travers la lecture qu'il fait de la *situation* avant même de mobiliser ses ressources cognitives pour traiter la *tâche* proposée.

3 - 2 - Centration sur le pôle objet

Si l'on s'intéresse maintenant à la position inverse, représentée par une centration quasi exclusive sur l'autre pôle (le pôle objet), il est possible de voir dans la "philosophie des micro-mondes", telle qu'on la trouve développée, par exemple chez Papert (Papert, 1981), une très bonne illustration d'une relation sujet-tâche que l'on cherche à restructurer de façon importante, en procédant cette fois par une intervention uniquement centrée sur l'objet. Papert s'est en effet attaché à réaliser des dispositifs matériels proposant différents univers (les micro-mondes), relativement limités quant au nombre d'éléments et aux règles logiques auxquelles ils répondent, mais sur lesquels il est possible d'agir à partir d'un langage de programmation aussi naturel que possible. Grâce à leur *exploration active* par le sujet, ces micro-mondes sont considérés comme susceptibles de générer des situations d'apprentissage très différentes de celles que fréquentent habituellement les élèves et, ainsi, de changer radicalement leurs rapports à certaines notions mathématiques. La mise au point du langage LOGO, permettant notamment de piloter les déplacements d'un objet nommé "tortue" sur un écran dans le micro-monde "géométrie de tortue", a été réalisée dans cette perspective. L'espoir de Papert étant de "*déplacer la frontière entre concret et formel*" (Papert, 1981, p. 34), c'est-à-dire, en référence à la théorie piagétienne, de changer purement et simplement l'âge d'accession à la pensée opératoire formelle, il est difficile de ne pas y voir une tentative d'éducation cognitive à part entière. De plus, elle s'avère particulièrement intéressante quant aux enseignements qu'on peut en tirer. C'est à ce titre qu'un développement spécifique lui sera consacré dans ce qui suit.

II - LES FORMES D'EDUCATION COGNITIVE

Il faut dire d'emblée que le choix dont il sera question ici est loin d'être exhaustif puisque ce sont probablement plusieurs dizaines de réalisations dans le domaine qu'il conviendrait d'aborder (cf. Sorel, 1992, qui, après sélection, en retient déjà 27 !). L'objectif, ici, sera plutôt d'évoquer quelques démarches significatives quant aux principes utilisés.

1 - Une approche théorique : les apprentissages opératoires

Les travaux qu'on évoque classiquement dans la littérature sous les termes "d'apprentissages opératoires" ne relèvent pas à proprement parler de l'éducation cognitive puisque essentiellement orientés vers des aspects purement théoriques (les modèles de l'équilibration (Piaget, 1957 et 1975)). Néanmoins, leur démarche reste intéressante quant à l'éducabilité cognitive. Ainsi, par exemple, Inhelder, Sinclair & Bovet (1974) réussissent à activer les schèmes relatifs au comptage (ici, dénombrement d'allumettes disposées en ligne droite ou brisée) pour qu'ils entrent en contradiction avec ceux (fondés sur la mise en congruence topologique des extrémités) spontanément utilisés par le sujet lorsqu'on l'invite à juger de l'équivalence des longueurs (cf. fig. 5). De cette manière, les auteurs induisent la mise en oeuvre d'un processus d'équilibration source d'acquisition de la conservation des longueurs.

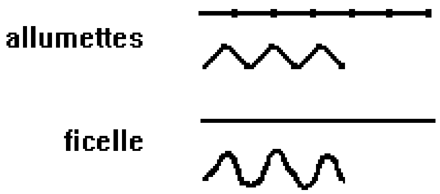


fig. 5 - Induction de la conservation des longueurs (d'après Inhelder & al., 1974)

L'intérêt de ce genre d'expérience est de mettre en évidence des effets, induits expérimentalement, qu'il semble possible d'attribuer à un processus précis et décrit par la théorie (déclenchement d'une équilibration à partir d'un conflit cognitif). Cependant, des critiques (notamment du travail d'Inhelder & al.) sont venues quelque peu minimiser ces résultats et pointer un certain nombre de problèmes qu'on évoquera plus loin.

2 - LOGO

Les situations LOGO ne se présentent pas comme un programme d'éducation cognitive puisqu'elles sont par essence, plutôt orientées vers une découverte autonome de l'enfant. Cependant, il reste intéressant de voir que ces activités reposent sur des principes qui gardent beaucoup de points communs avec ceux de l'éducation cognitive.

Ce n'est sans doute pas par hasard si Papert s'est intéressé à l'idée de micro-monde évoquée plus haut. Lui aussi, profondément imprégné de la théorie piagétienne, comme Piaget, il considère que le sujet est "*le constructeur de ses propres structures intellectuelles*" (Papert, 1981, p. 17-18), essentiellement grâce à l'exploration active de son environnement physique. Partant de là, il va pousser la logique piagétienne jusqu'à inventer des objets, absents de l'environnement habituel des enfants mais dont les caractéristiques soient telles qu'ils puissent susciter la mise en jeu de processus théoriquement favorables au développement.

Ainsi par exemple, dessiner un carré en LOGO, c'est tout d'abord passer d'une activité propre et familière, qu'un enfant d'école primaire réalise quasi automatiquement, à une activité consistant à organiser, dans un langage adéquat, une suite d'instructions données à la machine afin que, dans le respect de ses règles de fonctionnement, sa mise en oeuvre parvienne à produire le tracé attendu. Ce passage du « faire » au « faire-faire » (Samurcay & Rouchier, 1985) est alors supposé engendrer des progrès cognitifs dont on peut penser qu'ils se situent sur plusieurs plans.

2 - 1 - Décentration du point de vue propre

Tout d'abord, en ce qui concerne le niveau de la représentation de l'espace, la "tortue" répondant à des instructions de type "avance" et "tourne à droite" (ou à gauche), boucler le carré suppose une nécessaire *décentration du point de vue propre* (cf. Piaget, Inhelder & Széminska, 1948) pour programmer correctement les changements d'orientation. En effet, le traçage du dernier côté du carré, par exemple, nécessite un renversement complet des relations droite-gauche selon qu'on se situe dans l'espace du sujet qui regarde l'écran ou dans celui (c'est ce qu'il faut faire) de la tortue qui se déplace sur cet écran. En référence à Piaget, qui voit dans ce type de décentration chez l'enfant un indice du passage d'un espace topologique (où seules sont prises en considération les relations de voisinage) à un espace projectif (qui respecte les positions et orientations relatives), une telle activité recèle des potentialités de progrès cognitifs évidentes.

2 - 2 - Conflit cognitif

Deuxièmement, sur le plan de l'activité de programmation, pour programmer correctement les déplacements de la tortue, il y a la nécessité d'acquérir les règles de son fonctionnement qui, non seulement ne sont accessibles au sujet qu'à partir de son expérimentation du dispositif, mais qui en outre sont telles, qu'elles entrent en conflit avec celles que conçoit spontanément l'enfant (Coulet, 1989 ; Coulet, 1994a). En effet, l'instruction "tourne à droite" (ou à gauche) produit un pivotement de la tortue autour de son axe, alors que les changements d'orientation familiers (véhicules, corps propre) s'opèrent en réalisant des trajectoires en arc de cercle. Toujours en référence à la théorie piagétienne, c'est grâce au conflit et à la mise en jeu du processus d'équilibration qu'on peut ici attendre des progrès.

2 - 3 - Prise de conscience

Troisièmement, toujours sur le plan de l'activité de programmation, la nécessité pour le sujet d'expliciter, sous la forme d'un programme, les procédures qu'il utilise familièrement pour tracer un carré, peut être lue (Hoc, 1984) comme le passage de connaissances procédurales (le "savoir comment") à des connaissances déclaratives (le "savoir que"), mettant en jeu la prise de conscience, telle que la définit Piaget en tant que "*conceptualisation des schèmes d'action*" (Piaget, 1974a, p. 261). L'implication du processus d'abstraction réfléchissante décrit dans la théorie (abstraction des propriétés des actions sur les objets plutôt que des propriétés des objets, comme c'est le cas avec l'abstraction simple) jouerait alors un rôle déterminant dans les progrès cognitifs qu'il semble, à nouveau, légitime d'attendre d'une telle activité.

2 - 4 - Anticipation

Quatrièmement, dès qu'on a affaire à une suite d'instructions à organiser dans un programme, il est clair qu'on sollicite une certaine anticipation du but à atteindre, en même temps qu'une planification des actions permettant d'y aboutir. Or, force est de constater qu'une telle démarche est généralement connotée très positivement dans une activité de résolution de problèmes. Sa mise en oeuvre ici, qui passe nécessairement par des essais infructueux (les "bugs" ou erreurs du programme) et par un accroissement d'expertise dans ce que Papert appelle le "*debugging*", apparaît comme une source certaine de progrès cognitifs dont Papert va jusqu'à dire : "*apprendre à passer maître dans l'art de programmer, c'est devenir hautement habile à déceler où se nichent les bugs et à y remédier*" mais c'est aussi et surtout "*se lancer dans une étude plus systématique de ses propres stratégies de debugging, avec le ferme propos de les affiner*". Et Papert ajoute que l'enfant peut alors : "*se servir de modèles informatiques tout à fait concrets pour réfléchir sur sa pensée, apprendre comment on apprend et, par là même, s'enrichir en psychologie et en épistémologie*" (Papert, 1981, p. 36). Nul doute qu'on est ici dans le cadre d'une éducation cognitive.

3 - Un programme : Les Ateliers de Raisonnement Logique

Egalement directement inscrits dans la logique des considérations théoriques de Piaget, les ARL constituent probablement l'exemple le plus caractéristique d'un programme d'éducation cognitive fondé sur les concepts de conflits cognitif et socio-cognitif. La démarche adoptée peut être résumée de la façon suivante. Après avoir évalué le niveau initial des sujets sur la base d'épreuves inspirées du modèle piagétien (Test des Opérations Formelles, Echelle Collective de Développement Logique) et d'une épreuve composite tirée de la progression, il s'agit de proposer aux sujets plusieurs séries d'exercices, chacune se référant à une opération logico-mathématique spécifique. A l'issue du programme, on se propose de repérer les évolutions provoquées à l'aide des mêmes épreuves que celles qui ont été utilisées pour évaluer le niveau initial. Pour illustrer les principes mis en oeuvre, il faut encore souligner que chaque séance du programme est composée de 4 phases. Chaque sujet reçoit tout d'abord le contenu de la tâche (il s'agit de tâches papier-crayon) et participe à la lecture collective des consignes (détermination de l'espace problème). Par exemple, dans une série concernant la proportionnalité, la tâche consiste (fig. 6) à trouver lequel des deux poids dessinés de façon symétrique sur le fléau d'une balance, va faire pencher la balance. Puis, dans un deuxième temps, le sujet résout seul le problème posé (mise en oeuvre des outils cognitifs individuels). Pour produire sa réponse, il doit choisir parmi plusieurs réponses (par exemple : "*poids A*" ; "*poids F*" ; "*Ni l'un ni l'autre*" ; "*On ne peut pas savoir*"), la réponse qui lui paraît satisfaisante avant d'avoir à justifier son choix à partir de la consigne "*expliquez votre réponse*".

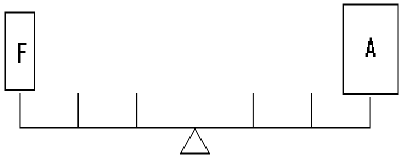


fig. 6 - Exemple de tâche (d'après Higelé & al.)

Au cours de la troisième phase, il y a mise en commun dans le groupe des solutions produites par chacun des sujets. Sous la responsabilité de l'animateur, ces réponses sont donc confrontées les unes aux autres (tentative de mise en jeu de conflits socio-cognitifs) avant que ne soit tentée dans une dernière phase, la généralisation à d'autres situations, des solutions reconnues par le groupe comme les plus pertinentes (recherche de transferts).

Les ARL se présentent ainsi comme une méthode d'éducation cognitive qui vise la construction d'opérations, au sens piagétien (actions intériorisées ou intériorisables, coordonnées dans une structure d'ensemble), grâce à un entraînement à résoudre des tâches censées les mettre en jeu mais aussi, grâce aux conflits socio-cognitifs susceptibles d'émerger des confrontations, dans le groupe, de solutions différentes.

4 - Un autre programme : Le Programme d'Enrichissement Instrumental (PEI)

A l'inverse des ARL, le PEI de Feuerstein & al. se caractérise par des emprunts théoriques très divers. Il se présente sous la forme d'une impressionnante batterie de problèmes à résoudre (plusieurs centaines d'heures pour la mise en oeuvre totale du programme) dont les contenus (cf., pour une présentation des tâches, Debray, 1989 et figure 7) sont très largement inspirés d'items de tests d'intelligence non verbaux, c'est-à-dire d'épreuves relativement neutres quant à des contenus de connaissances spécifiques. La série de problèmes d'organisation de points (où le sujet doit retrouver une figure donnée dans un embrouillamini de points, dont seulement quelques-uns en représentent les sommets à relier) en est une bonne illustration.

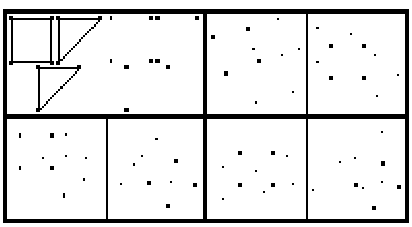


Fig. 7 - Exemple d'épreuves d'organisation de points (d'après Debray, 1989)

Parmi les différents principes mis en avant par les concepteurs du PEI, on trouve en premier lieu l'idée de fonctions cognitives déficientes (il existe dans le programme une liste de ces fonctions) dues à une insuffisance "d'*apprentissages médiatisés*" (apprentissages réalisés avec l'aide d'autrui, généralement, un adulte) permettant à l'enfant, notamment :

a) de s'orienter vers les stimuli adéquats et réaliser des prises d'information correctes,

b) d'élaborer et organiser ces informations (transformations, comparaisons, etc.),

c) de formuler des réponses précises, communicables.

On le voit, le modèle sous-jacent est ici celui des théories du traitement de l'information qui distinguent le niveau des entrées d'informations dans le système ("l'input"), celui de leurs traitements (comparaison, classement, transformations diverses) et, enfin, celui des sorties ("output") qui fournit les résultats des traitements effectués. Par ailleurs, il est aisé de reconnaître l'inspiration de Vygotsky et Bruner sur le plan de la médiation, notamment à travers le concept d'apprentissages médiatisés. Dans la mise en oeuvre concrète d'une séance de PEI, on retrouve les phases principales qui ont été décrites à propos des ARL mais avec une place primordiale accordée à l'activité du médiateur qui doit mettre en oeuvre des critères précis d'apprentissages médiatisés (expliciter pour le sujet la signification de telle ou telle situation, favoriser son sentiment de compétence, contrôler son impulsivité, ...). Quant à la première phase, elle va au-delà d'une simple lecture de consignes puisqu'on demande aux sujets de "réfléchir d'abord" (la première page des cahiers d'exercices porte le slogan : "*une minute, on réfléchit*") pour élaborer collectivement ce que vont être ces consignes. L'objectif de cette activité étant la maîtrise de l'impulsivité, on constate qu'on a affaire ici à des référents théoriques encore différents. C'est également le cas en ce qui concerne la place accordée à la prise de conscience, par les sujets, des éléments constitutifs de leur capacité à évoluer positivement, où la référence à la métacognition (cf. ci-dessous) est assez évidente.

5 - La PNL (Programmation Neuro-Linguistique)

Avec la Programmation Neuro-Linguistique qui semble vouloir pénétrer le champ scolaire (cf. Canal, Papillon & Thirion, 1994), on se trouve confronté à une démarche sensiblement différente des précédentes. Ce qu'on vise ici relève essentiellement de la personne et de ses rapports de communication avec les autres plutôt que de l'éducation cognitive au sens que l'on a donné à ce terme dans ce qui précède. Néanmoins, un certain nombre d'objectifs et de préconisations qui sont avancés par les auteurs peuvent être considérés comme semblables à ceux que l'on trouve dans les programmes classiques d'éducation cognitive. Ainsi, par exemple, propose-t-on (cf. Canal & al., p.89-90) à l'enseignant de "*repérer le ou les systèmes privilégiés de représentation d'un élève"* pour "*aider l'élève à en prendre conscience, élargir le ou les systèmes*" qu'il utilise et cela, en se mettant en situation de "*se synchroniser (utiliser le même canal sensoriel que l'élève privilégie) et se désynchroniser (utiliser un autre canal) consciemment*". Il est clair que ceci, indépendamment du contenu sur lequel on se centre (le sensoriel, qui reste problématique sur le plan théorique, comme le montre Lieury, 1990 et 1991), relève bien d'une attitude visant à amener le sujet à une prise de conscience de ses propres processus cognitifs. En outre, ce sont ces mêmes processus qu'on cherche à rendre plus performants grâce à une intervention censée être efficace (ici, synchronisation et désynchronisation).

Sur le plan des référentiels théoriques dont s'inspire la PNL, on ne peut qu'être frappé de l'extrême hétérogénéïté de ses emprunts. On y trouve en effet revendiqués pêle-mêle, les apports généraux de la linguistique, de la cybernétique, de l'informatique, de la théorie systémique, de la neurobiologie, de la psychologie cognitive, de la psychologie du comportement, etc., en même temps que le recours à tel ou tel cadre plus précis comme, par exemple, la théorie des types logiques de Russel pour une approche des contextes, sans que soient négligés des cadres moins académiques tels que celui de la gestologie définie comme "*science des gestes permettant de décoder les interactions humaines*" (Canal & al., p. 142). Ces nombreux emprunts n'excluent cependant pas des conceptualisations plus spécifiques. Ainsi, la PNL souligne-t-elle l'importance des sens que l'on utilise de façon privilégiée (système VAKOG : Visuel, Auditif, Kinestésique, Olfactif, Gustatif) en relation avec les "métaprogrammes", c'est-à-dire "*l'ensemble des processus que l'individu applique à sa perception de l'environnement*" (Canal & al., p. 87). Elle vise également à développer chez l'enseignant ou chez l'élève, son aptitude à "*établir le rapport*", c'est-à-dire à "*rentrer dans la perception que l'autre a du monde*" (Canal & al., p. 117), réaliser un "*ancrage*" "*(une ancre est "une connexion neurologique entre un stimulus et un état interne ressource (réponse)*" (Canal & al., p. 118), ou encore, opérer un "*calibrage*", ce qui consiste à "*détecter des micro-comportements, des enchaînements que les autres nous offrent en permanence et qui sont des révélateurs de leur état interne (EI) et de leur processus interne (PI)*" (Canal & al., p. 120). Ceci peut par exemple prendre la forme d'une observation des mouvements des yeux selon le modèle fourni (cf. fig. 8) qui "*permet de suivre les séquences qu'effectue une personne pour se souvenir de quelque chose, prendre une décision, etc.*" (Canal & al., p. 120).

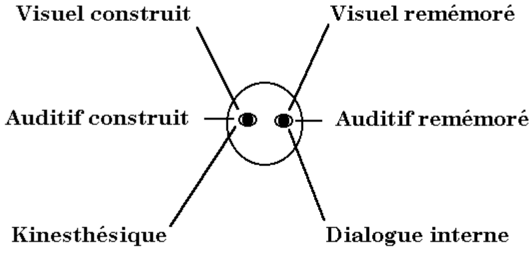


fig. 8 - Schéma du mouvement des yeux (d'après Canal & al., 1994)

On le voit, les objectifs de la PNL sont extrêmement ambitieux puisqu'il s'agit globalement d'adapter ses propres modalités de communication avec celles des autres, à partir de l'appréhension de leurs fonctionnements internes, eux-mêmes repérés grâce à une modélisation (cf., par exemple, fig. 8) ou encore à travers des prises d'information réalisées à l'aide des guides de questionnement préconisés (cf. fig. 9).

Les exemples rapportés ci-dessous concernent respectivement l'identification des "*tris*" (dimensions privilégiées) réalisés par un sujet dans une situation donnée et l'identification du "*système ou du sens privilégié utilisé par chacun, en fonction des contextes, pour entrer en contact avec l'environnement*". Ils sont tous les deux empruntés à Canal & al., 1994, p 88-89.

1) Identifiez ainsi quel(s) type(s) de questions vous aimez poser et à quels types vous aimez répondre

- Où êtes-vous allés en vacances ? (lieu)
- Qui a signé le traité de Versailles ?(personnes)
- Que voulez-vous ? (information)
- Qu'avez-vous fait pour obtenir un tel résultat ? (activité)
- Préférez-vous un cahier à petits carreaux ou à grands carreaux ? (objet)
- Est-ce que j'ai envie de participer à un PAE ? (expérience)

2) Questionnaire de mise à jour du VAKOG

- Quels sont les mots, phrases et détails que tu retiens dans le cas d'une présentation écrite, orale ou mixte d'une notion ?
- Que vois-tu précisément ?
- Qu'entends-tu précisément ?
- Que ressens-tu précisément ?
- As-tu envie de faire des mouvements ? Si oui, lesquels ?
- Sens-tu des odeurs particulières ? Des goûts particuliers ?

Quand l'élève répond de façon préférentielle dans une modalité, il suffit de mettre une croix dans la case correspondante.

fig. 9 - Guides de questionnement (d'après Canal & al., 1994)

Au regard de ces exemples, il apparaît clairement que les techniques utilisées pour atteindre les objectifs, ainsi qu'un certain nombre de modélisations théoriques avancées semblent relever d'une conception relativement naïve des processus psychologiques mis en oeuvre par les acteurs des situations éducatives. Comment, en effet, ne pas voir quelque naïveté à prétendre (et aucune justification scientifique précise n'est fournie pour étayer ce qui est avancé) pouvoir appréhender les représentations du sujet (ses métaprogrammes), ses modes sensoriels privilégiés ou encore ses stratégies (cf. Canal & al., p. 113) à partir de modèles ou questionnaires du type de ceux qu'on a présentés ci-dessus ?

Suffirait-il d'observer quelques mouvements d'yeux et poser quelques questions au sujet pour disposer ipso facto de ses fonctionnements les plus intimes tout en se dotant du pouvoir d'en jouer, comme le laisse entendre la citation suivante ? : "*Les métaprogrammes sont souvent inconscients ; l'art consiste alors à apprendre à les décoder pour jouer avec eux plutôt que d'être le jouet de ceux-ci. Leur recherche est associée avec profit à celle des critères et des croyances des personnes concernées. On accède ainsi à ce qui motive les individus et à la façon dont ils s'y prennent pour satisfaire ce qui compte pour eux.*" (Canal & al., p. 87).

Est-on vraiment, ici encore, dans le cadre d'une approche de type éducation cognitive ?

III - PRINCIPES GENERAUX ET EFFICACITE DES METHODES D'EDUCATION COGNITIVE

Au-delà des exemples ci-dessus, il s'avère important de préciser de façon plus systématique et plus générale ce que sont les principes généraux essentiels des programmes et les mécanismes sous-jacents, tout en essayant de voir ce qu'il en est de leur efficacité.

1 - Les mécanismes associés aux principes de l'éducation cognitive

L'intérêt des modèles psychologiques, en tant que cadres explicatifs, se manifeste clairement lorsqu'il s'agit de comprendre comment peuvent se réaliser les progrès visés par les principes mis en avant en éducation cognitive.

1 - 1 - Prise de conscience des processus cognitifs mis en oeuvre

Un des principes très souvent évoqué vise la centration du sujet sur ses processus cognitifs pour l'amener à mieux connaître son propre fonctionnement. C'est ce que les psychologues appellent le recours à la "métacognition" à la suite des travaux de Flavell sur la méta-mémoire (Flavell & Wellman, 1977 ou, en français, Melot & Corroyer, 1986). Mais on peut également retrouver derrière ce principe les travaux de Piaget sur la prise de conscience (Piaget, 1974a) tout en notant que la distinction qu'il introduit entre "réussir" et "comprendre" (Piaget, 1974b) peut s'avérer d'une grande valeur heuristique lorsqu'on propose des aides à des sujets en situation de résolution de problèmes. Selon les objectifs poursuivis, il peut s'avérer en effet utile de fournir des aides qui ont seulement pour but d'amener le sujet à réussir localement la tâche ou, au contraire, à comprendre l'ensemble des éléments de la situation (Coulet, 1992).

1 - 2 - Les pontages (bridging) entre connaissances

Avec le principe de centration sur les "pontages", qui constitue l'un des axes forts des méthodes d'éducation cognitive, ce sont cette fois les transferts de connaissances que l'on vise plus particulièrement. A ce niveau, les mécanismes cognitifs supposés être mis en oeuvre par le sujet sont généralement décrits de façon relativement vague en termes d'analogies. Pourtant, ce sont probablement des processus différents qui sont sollicités selon que ces analogies concernent respectivement, les situations, les tâches, les objets impliqués par ces tâches, leur contenu, les stratégies ou procédures mises en jeu, etc.

1 - 3 - Les justifications des démarches

En ce qui concerne le principe de centration sur les justifications des démarches du sujet, principe qui suppose l'expression par le sujet des moyens mobilisés au regard des buts, on peut dire qu'il renvoie à la fois, à une organisation de l'activité telle qu'elle est abordée dans une logique moyen-but et au passage par son codage au moyen d'outils symboliques (langage, représentations graphiques, etc.) très marqués culturellement. Clairement, les modèles de référence sont ici de type vygotskien ou brunérien, tels qu'ils ont été évoqués plus haut.

1 - 4 - La génération de règles

Les méthodes d'éducation cognitive font également souvent appel à une forme particulière de sollicitation du sujet auquel on demande de dégager de son activité des règles générales. C'est par exemple le cas dans le cadre des inductions opératoires à l'aide de la "boîte à transformations" mise au point par Paour. Confronté à une tâche qui consiste à introduire dans les cases supérieures de la boîte des objets qui lui sont immédiatement restitués au niveau des cases inférieures mais "transformés" (fig. 10), le sujet doit exprimer des règles de transformation mises en jeu par chacune des cases de la boîte. Ce faisant, on suscite chez lui la mise en oeuvre d'un raisonnement de type inductif qui l'amène à changer de niveau dans la représentation des éléments de la tâche.

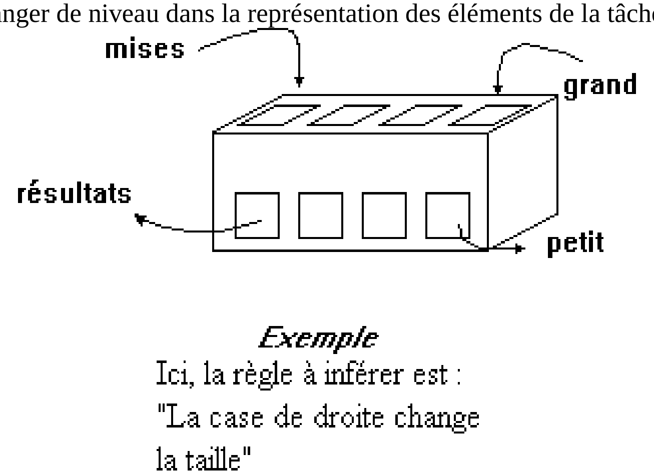


fig. 10 - La boîte à transformation de Paour (d'après Soavi, 1992)

1 - 5 - La prévisibilité

En mettant l'accent sur la prévisibilité, les méthodes d'éducation cognitive visent essentiellement à faire en sorte que le sujet s'engage dans une démarche de comparaison des résultats attendus et des résultats effectivement obtenus. Ici encore, on peut difficilement ne pas retrouver une référence aux processus anticipateurs du sujet décrits par Piaget mais également, à l'un des éléments constitutifs des schèmes tels que les décrit Vergnaud (cf. Vergnaud, 1991).

1 - 6 - Les échanges interindividuels

Au-delà des aspects qui relèvent directement de l'interaction de tutelle, avec le principe de centration sur les échanges, on a affaire dans de nombreuses méthodes d'éducation cognitive à une démarche qui s'appuie sur le groupe. Les échanges en son sein sont alors conçus de telle sorte que chacun de ses membres puisse y trouver l'occasion de voir ses positions discutées pour, éventuellement, être ré-élaborées dans un processus de type conflit socio-cognitif.

1 - 7 - Les aspects conatifs

On évoquera enfin la centration des méthodes d'éducation cognitive sur les aspects conatifs de la conduite (on désigne généralement sous ce terme les aspects non cognitifs : Reuchlin, 1990) pour souligner qu'ils y occupent une place importante. Celle-ci est marquée par des considérations qui touchent indifféremment la motivation (avec notamment, la tentative de développer une motivation intrinsèque plutôt qu'extrinsèque), l'attribution (avec cette fois le souci de développer chez le sujet une attitude le conduisant à "attribuer" ses réussites ou échecs à des causes internes plutôt qu'externes), le niveau d'exigence interne (dont on cherche à faire en sorte qu'il soit le plus élevé possible), etc.

2 - L'évaluation des effets des programmes

Les éléments qui précèdent laissent penser, comme on l'a vu, que des effets massifs peuvent être attendus des différentes tentatives d'éducation cognitive. Or, indépendamment de travaux qui ne sont pas toujours irréprochables sur le plan méthodologique, les résultats obtenus s'avèrent beaucoup plus mitigés qu'on aurait pu le penser a priori ou sur la simple base des considérations avancées par les auteurs de programmes. Ce qui suit a donc pour but de mettre en évidence quels sont les éléments qui peuvent expliquer cette relative déception, tout en s'attachant à dégager quelques-uns des problèmes posés par la démarche d'évaluation.

2 - 1 - L'efficacité des apprentissages opératoires

Concernant les apprentissages opératoires (au-delà de leur statut particulier souligné plus haut), les travaux réalisés concluent généralement à la possibilité d'induire, par exemple, l'accession des sujets à la conservation de la longueur, de la substance, du poids, etc. Cependant, toutes les recherches entreprises en référence au modèle piagétien n'obtiennent pas ce résultat (cf. Fortin-Thériault, 1977 ou Lajoie, 1983, cités par Laurendeau-Bendavid, 1985). Inversement, des inductions fondées sur des principes théoriques très différents aboutissent à des réussites similaires. De telles contradictions témoignent de l'existence de plusieurs problèmes qui dépassent très largement le cadre des apprentissages opératoires.

- Problèmes de méthode

A un premier niveau, il s'agit de problèmes d'ordre méthodologiques. Ainsi, par exemple, on a souvent reproché au travail d'Inhelder, Sinclair & Bovet (1974) de ne pas avoir pris la précaution de faire une comparaison entre au moins deux groupes de sujets (les sujets "expérimentaux" qui bénéficient de l'entraînement, d'une part et des sujets "contrôles" qui eux n'en bénéficient pas). De ce fait, il est difficile d'affirmer que les progrès cognitifs enregistrés sont dus à l'entraînement plutôt qu'à une évolution "normale" entre pré-test et post-test. De la même façon, l'identité des épreuves utilisées, à la fois, au niveau de l'entraînement et des pré-test ou post-test, ne permet guère de savoir si les progrès sont dus à une transformation structurale ou plus simplement à un apprentissage de réponses. Le nombre restreint de sujets soumis à l'expérience ne plaide pas non plus en faveur d'une grande généralisation possible des résultats obtenus. On le voit, ces critiques s'inscrivent dans le débat plus général portant sur l'administration de la preuve dans l'évaluation des changements cognitifs.

- Des mécanismes invoqués discutables

A un deuxième niveau, il s'agit du problème de l'attribution des résultats obtenus au mécanisme invoqué sur le plan théorique. D'autres expériences (cf., pour une présentation succincte, Bideaud, Houdé & Pédinielli, 1993, p. 409) ont en effet montré qu'il était possible de produire des effets cognitifs tout à fait comparables à partir d'entraînements reposant, eux, sur d'autres principes que celui du conflit cognitif (par exemple, l'explication, telle qu'on pourrait la donner dans le cadre scolaire). Ainsi, on voit combien il convient de rester prudent quant aux interprétations des phénomènes observés car ce n'est pas parce que les résultats produits sont conformes à ce que prévoit la théorie que pour autant la théorie est valide. Comme on vient de le noter ici, d'autres cadres théoriques restent toujours possibles pour expliquer les mêmes faits.

- Problème d'échelle de mesure

A un troisième niveau, il s'avère encore important de souligner un problème qui se pose avec beaucoup d'acuité dans le domaine de l'éducation cognitive, sans pour autant être souvent mentionné. Il s'agit du problème de l'évaluation du niveau initial des sujets avant toute intervention. En effet, comme le fait remarquer Laurendeau-Bendavid (Laurendeau-Bendavid, 1985), si, pour évaluer l'efficacité d'une méthode d'éducation cognitive, on est placé dans la même situation qu'un diététicien qui souhaite évaluer les résultats d'un régime amaigrissant mais en ne disposant pour cela que d'une balance qui permet uniquement de savoir si le sujet pèse plus ou moins de 100 kg, il est clair qu'on risque de tirer d'une telle expérience des conclusions fort peu fiables. Or, il se trouve que dans bien des cas (comme dans le paradigme de l'apprentissage opératoire), c'est d'un instrument à peine moins grossier dont on se sert effectivement, en repérant les sujets sur une échelle à seulement deux ou trois niveaux. A partir de là, on entrevoit toute la faiblesse des modèles théoriques qui ne permettent pas de disposer d'une échelle développementale suffisamment fine pour éviter de telles situations, ce qui indéniablement est le cas du modèle piagétien (Netchine-Grynberg, 1990).

2 - 2 - L'efficacité de LOGO

En ce qui concerne LOGO, les résultats sont là encore assez décevants, surtout si on les rapporte à l'extraordinaire espoir fondé sur les propos de Papert (Papert, 1981). Néanmoins, les travaux réalisés se révèlent d'une grande utilité pour, à l'avenir, éviter le même genre de déception. Sous forme de synthèse des nombreux résultats dont on dispose, Valcke (1991) a procédé à une analyse statistique des résultats produits par 76, recherches réalisées sur une période allant de 1969 à 1989. Au regard de ce travail, on constate en premier lieu que les problèmes méthodologiques évoqués ci-dessus n'épargnent pas les recherches sur LOGO (tableau 1). Celui-ci montre, en effet, que relativement peu de recherches utilisent un groupe contrôle. De plus, lorsqu'elles le font, très peu veillent à ce que ce groupe contrôle ne reste pas sans activité. On sait, en effet que le simple fait de s'occuper des sujets d'une expérience, indépendamment de ce qu'on fait avec eux, peut suffire à modifier leurs performances. C'est l'effet Hawthorne, du nom de la ville, près de Chicago, où un chercheur (Elton Mayo) l'a mis en évidence dans une étude de l'influence de l'éclairement d'un atelier sur la productivité de ses ouvrières.

Tableau 1 - Distribution des études selon leurs choix méthodologiques (d'après Valcke, 1991)

	Oui	**Non**	**Total**
Présence d'un groupe contrôle	49(**64,4 %)**	27 (**35,6 %)**	76
Présence d'un groupe contrôle actif	15(**19,7 %)**	61 (**80,3 %)**	76

Par ailleurs, lorsqu'on s'intéresse aux effets de la pratique de LOGO sur différentes variables telles que : mathématiques, cognition, résolution de problèmes, métacognition, créativité, affectif, social (à la réserve près que de telles définitions restent malheureusement bien vagues !), on remarque que peu d'effets significatifs sont à attribuer à LOGO (tableau 2). Bien que décevants, ces résultats restent malgré tout très intéressants sur plusieurs plans.

Tableau 2 - Effets de la pratique de LOGO sur différentes variables (d'après Valcke, 1991)

Types de variables	**Effets significatifs** (non dus au hasard)
Mathématiques	non
Cognition	non
Résolution de problèmes	non
Métacognition	non
Créativité	non
Affectif	non
Social	**oui**

A un premier niveau, ils mettent en garde contre un optimisme exagéré quant aux possibilités de produire des changements cognitifs dont l'importance serait en mesure de bouleverser (comme l'attendait Papert) le cours du développement.

Par ailleurs, ces résultats sont une confirmation éclatante du fait qu'il n'existe certainement pas une capacité générale à résoudre des problèmes (Crahay, 1987 ; Gurtner, Retschitzki & Léon, 1991). En effet, alors même que c'est l'effet qu'on a le plus souvent attendu et recherché d'une pratique du LOGO, il s'avère que la résolution de problèmes n'est pas améliorée par ce type d'activité. Dès lors, il apparaît difficile d'espérer d'un quelconque programme d'éducation cognitive l'induction d'une telle capacité.

Enfin, si l'on ne trouve pas ce qui était théoriquement attendu, il va de soi qu'une sérieuse révision des modèles théoriques s'impose. A ce niveau, il semble important de souligner la faiblesse des modèles généraux qui ne tiennent pas compte des contenus de connaissances impliqués par chaque tâche ou, tout au moins, par chaque classe de tâches.

2 - 3 - L'efficacité des ARL

En ce qui concerne les ARL, même si les auteurs du programme font état d'effets positifs sur le développement des sujets (cf., par exemple Higelé & Perry, 1991), il s'avère que tous les travaux d'évaluation ne concluent pas de la même façon. A titre d'exemple, la recherche de Chartier & Rabine (1989) fournit des résultats plus décevants. Ces auteurs ont travaillé avec des adolescents âgés de 15;8 ans en moyenne. Trois groupes ont été constitués : un groupe expérimental auquel on propose 11 séances d'ARL, un premier groupe contrôle "actif" (on tient compte ici de l'effet Hawthorne) auquel on propose une activité d'analyse de presse ou d'exploration de différents domaines intervenant dans le choix d'une profession et, enfin un deuxième groupe contrôle auquel on ne propose aucune activité particulière. Le Test des Opérations Formelles est administré en pré-test et post-test afin de saisir les progrès.

Tableau 3 - Scores moyens par groupe (d'après Chartier & Rabine, 1989)

	Pré-test	**Post-test**
Groupe ARL	16,02	17,15
Groupe contrôle "actif"	14,93	16,32
Groupe contrôle	16,02	16,61

Les résultats (tableau 3), analysés en termes de scores globaux ne font apparaître aucun effet significatif à l'avantage du groupe expérimental comparativement aux deux autres groupes. Cependant, les auteurs soulignent que les animateurs des séances ARL ont, eux, remarqué des changements au niveau des relations entre pairs et avec les adultes ainsi qu'au niveau métacognitif : un changement d'attitude face à la difficulté, une plus grande attention portée au raisonnement et à l'argumentation des résultats. Ces remarques les amènent alors à conclure que l'évaluation des méthodes d'éducation cognitive doivent s'efforcer de prendre en compte plusieurs dimensions d'observation des conduites susceptibles d'être induites.

2 - 4 - L'efficacité du PEI

En ce qui concerne le PEI, là encore, aux résultats positifs enregistrés par les auteurs (cf. par exemple Feueurstein & Jensen, 1989) qui constatent, outre une supériorité des groupes PEI sur les groupes contrôles, une augmentation de la différence à l'avantage des groupes PEI au fur et à mesure qu'on s'éloigne de l'intervention, s'opposent, par exemple, les résultats beaucoup plus nuancés de Loarer, Libert, Chartier, Huteau & Lautrey (1992). Ces auteurs ont travaillé à la comparaison des performances d'un groupe expérimental (soumis au PEI pendant environ 100 heures) et d'un groupe contrôle "actif". La population est constituée d'adultes d'âge moyen 25 ans, en stage de préformation à L'A.F.P.A (Association de Formation Professionnelle pour Adultes). L'originalité de ce travail réside à la fois, dans le grand nombre de précautions méthodologiques (Huteau & Loarer, 1992) prises par les auteurs, le nombre de dimensions évaluées et l'estimation de la taille de l'effet, exprimée par un nombre proportionnel à l'effet.

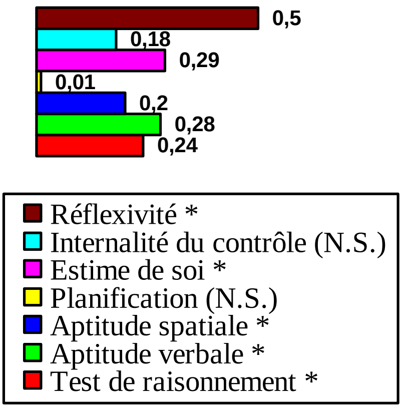


fig.11 - Amplitude de l'effet à l'avantage du groupe PEI sur différentes dimensions (d'après Loarer & al., 1992)

Les principaux résultats montrent (fig. 11) des différences significatives (* dans la légende) à l'avantage du groupe expérimental ou non significatives (N.S. dans la légende) quant à l'amplitude de l'effet. La figure 11 exprime des effets très contrastés : depuis ceux qui sont quasiment nuls, comme par exemple au niveau de la planification, (pourtant souvent évoquée comme fondamentale en résolution de problèmes), jusqu'aux différences très nettes entre les groupes comme au niveau de la réflexivité (relative au contrôle de l'impulsivité), par exemple. Cependant les auteurs insistent sur le fait que souvent les effets positifs sont limités aux tâches relativement proches de celles du programme et ne se retrouvent plus au niveau des performances relatives à des tâches plus éloignées. De plus, l'effet d'accroissement avec le temps des différences entre les deux groupes (cf. Feueurstein & Jensen, 1989) n'est pas retrouvée dans cette étude. On le voit, ici encore, le PEI ne se révèle pas être, aussi massivement que certains le pensent (cf., par exemple, Debray 1989), à la hauteur des attentes fondées sur lui. Il est cependant capable d'induire d'authentiques changements cognitifs. On remarquera toutefois que, lorsque ces résultats sont encourageants, ils restent malgré tout bien difficiles à comprendre en termes de mécanismes responsables des évolutions enregistrées. Très nettement ici, mise à part la dimension réflexivité, les résultats s'expliquent difficilement à partir des caractéristiques du programme. En particulier, alors que le programme s'efforce de travailler sur la dimension résolution de problèmes, on ne trouve aucun effet sur la planification pourtant directement sollicitée (par exemple, dans les épreuves d'organisation de points).

IV - NECESSAIRES EVOLUTIONS DE L'EDUCATION COGNITIVE

1 - Analyser encore les pratiques de l'éducation cognitive

L'éducation cognitive apparaît donc, à la fois comme un immense espoir pour des populations en difficulté sur le plan cognitif, mais aussi et en même temps, comme un énorme réservoir de pratiques dont les effets, loin d'être systématiques, restent difficilement explicables par les modèles invoqués. Dans ce contexte, il convient de poursuivre l'analyse de ces pratiques pour toujours mieux en saisir (sans passion ou croyance a priori !) les valeurs mais aussi les limites (Paour, Jaume & De Robillard, 1995), grâce à des méthodes rigoureuses d'évaluation. Par ailleurs, il semble utile de prendre en compte les principaux enseignements qu'il est d'ores et déjà possible d'en tirer pour s'orienter vers la recherche de solutions mieux maîtrisées quant aux processus sollicités chez les sujets. Ceci implique certainement l'abandon de modèles trop généraux et trop nombreux pour étayer théoriquement les démarches entreprises.

2 - Travailler sur des domaines de connaissances

Trop généraux ou encore trop hétéroclites, les modèles jusque là utilisés pour étayer les pratiques de l'éducation cognitive s'avèrent peu efficaces pour rendre compte de façon précise des changements cognitifs attendus ou même effectivement provoqués. L'analyse qui précède fournit de nombreux exemples qui permettent d'argumenter dans ce sens. Dès lors, et compte tenu de l'état actuel des savoirs construits par la psychologie - notamment en ce qui concerne les processus et les contenus relatifs à la généralisation des connaissances - l'abandon de tâches "sans contenu" au profit d'une éducation cognitive plus en prise avec des domaines de connaissances spécifiques devrait s'imposer comme une évolution significative des pratiques.

3 - Elaborer de nouveaux modèles

D'autre part, si les principes généraux de l'éducation cognitive, énoncés plus haut, semblent avoir beaucoup de pertinence pour concevoir et réguler la fonction de médiation de manière efficace, nul doute que de tels principes constituent un précieux capital pour toute pratique pédagogique à visée cognitive. Ils représentent d'ailleurs, probablement, l'une des meilleures sources de réflexion dont les pédagogues peuvent actuellement s'emparer pour s'engager sur la voie de la formalisation de leurs pratiques. Cependant, force est de constater que le nombre de ces principes, leur diversité ou encore l'hétérogénéité des modèles théoriques qui les fondent ou les justifient, donnent peu de prise à une vision d'ensemble des processus qu'ils sollicitent chez le sujet. Une autre évolution de l'éducation cognitive devrait donc consister à se doter de modèles théoriques susceptibles d'articuler dans un tout plus cohérent les composantes essentielles de l'appropriation par les sujets de connaissances nouvelles. Sur ce plan, il semble essentiel de s'orienter vers des modélisations comme, par exemple, la théorie des champs conceptuels de Vergnaud (1991), prenant en compte simultanément les organisations cognitives issues de l'*action* (à travers les schèmes mis en oeuvre par le sujet dans son activité autonome) et celles dépendant plutôt des *concepts* (notamment ceux que véhicule le langage adressé à l'enfant mais, aussi et plus largement, la culture à laquelle il appartient). Une recherche que l'on a conduite (Coulet, 1994b) chez des élèves de CE2 concernant la lecture de tableaux à double entrée peut permettre d'illustrer l'intérêt d'une centration sur cette double source des constructions cognitives réalisées à partir de l'action et/ou des concepts. Les 68 sujets de l'expérience ont été confrontés à une tâche de lecture de tableaux à double entrée comportant des doubles marges (fig. 12). Elle consistait pour eux à énoncer les propriétés inscrites dans ces marges (les mêmes propriétés occupaient des places différentes dans les 6 tableaux successivement proposés) pour indiquer à quoi correspondaient les nombres cerclés.

Tableau 1		rouge		bleu	
		mince	épais	mince	épais
triangle	grand	1	40	18	7
	petit	23	35	53	41
rond	grand	13	0	72	26
	petit	4	88	66	54

fig. 12 - Exemple de tableau à double entrée soumis aux sujets

Le relevé de l'ordre d'énonciation de ces propriétés fait apparaître deux grands types de stratégies utilisées par les sujets : une stratégie de cohérence "spatiale" consistant plutôt à parcourir les marges des tableaux toujours de la même manière (ce sont les sujets représentés sur la partie droite de la fig. 13) et une stratégie de cohérence "conceptuelle" consistant plutôt à garder invariant l'ordre d'énonciation des propriétés, quelles que soient leurs places dans les marges (ce sont les sujets représentés sur la partie gauche de la fig. 13). Les scores portés sur la figure 13 prennent en compte les 24 réponses fournies par chaque sujet.

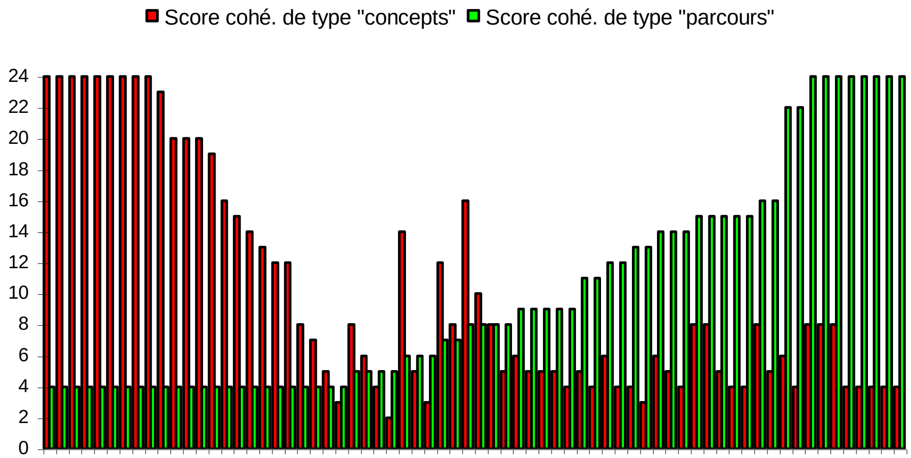


fig. 13 - Rangement des 68 sujets en fonction de leur type de cohérence (spatiale ou conceptuelle)

CONCLUSION

L'éducation cognitive constitue certainement une source d'expériences et d'inspiration non négligeable pour les pédagogues. Ses pratiques ainsi que l'évaluation de ses effets devraient susciter dans l'avenir de nombreuses collaborations entre psychologues et pédagogues. Par ailleurs, parce que les technologies rendent désormais possible d'imaginer des formes de préceptorat à distance, grâce notamment à ce qu'il est convenu d'appeler "les autoroutes de l'information", on peut s'attendre à ce que la problématique de l'éducation cognitive alimente celle des aides cognitives qu'il faudra concevoir puis fournir, en temps réel sur tel ou tel domaine d'activités scolaires ou professionnelles, à des sujets en situation d'apprentissage dans des réseaux informatiques. Relever le défi suppose, là encore, que psychologues et pédagogues collaborent très étroitement pour pouvoir comprendre quels sont les mécanismes impliqués dans les constructions cognitives relatives à tel ou tel domaine (Vergnaud dirait "à tel ou tel champ conceptuel") et, partant de là, être en mesure de fournir un "étayage" (on emprunte volontairement ici ce concept à Bruner) adapté et performant à ces constructions.

Références bibliographiques

BANDURA, A. (1980). *L'apprentissage social*. Bruxelles : Mardaga.

BINET, A. (1909). *Les idées modernes sur les enfants*. Paris : Flammarion.

BRUNER, J. S. (1983). *Le développement de l'enfant, savoir faire, savoir dire*. Paris : PUF.

BRUNER, J. S. (1984). Contextes et formats. In : M. Deleau (Ed.), *Langage et communication à l'âge préscolaire*. Rennes : PUR, 13-26.

CANAL, J.L., PAPILLON, P. & THIRION, J.F. (1994). *Les outils de la PNL à l'école*. Paris : Les éditions d'organisation.

CHARTIER, D. & RABINE, P. (1989). Evaluation d'une méthode de remédiation cognitive : le cas des Ateliers de Raisonnement Logique. *L'orientation scolaire et professionnelle*, 18, 2, 127-137.

COULET, J.C. (1989). *Les changements de systèmes de représentation et de traitement dans une tâche d'entraînement à la programmation informatique : étude différentielle chez des sujets de 8-9 ans*. Thèse de Doctorat non publiée, Université de Provence.

COULET, J.C. (1992). Induire des constructions cognitives : une hypothèse fondée sur une typologie des conduites d'apprentissage des règles de fonctionnement d'un mobile programmable. In : J. Drévillon (Ed.), *Les aides cognitives*. Caen : E.P.E.

COULET, J.C. (1994a). Psychologie comparative et étude des différences individuelles : continuité ou rupture ? In : M. Deleau & A. Weil-Barais (Eds.), *Le développement de l'enfant : approches comparatives*. Paris : PUF.

COULET, J.C. (1994b). *Stratégies d'appréhension de données dans un tableau à double entrée chez des enfants de 8-9 ans*. Communication affichée, XIèmes Journées de Psychologie Différentielle, Montpellier.

COULET, J.C. (sous presse). Résolution de problèmes et éducabilité cognitive. In : A. Lieury (Ed.) *Manuel de psychologie de la formation*. Paris : Dunod.

CRAHAY, M. (1987). LOGO, un environnement propice à la pensée procédurale. *Revue Française de Pédagogie*, 80, 37-56.

DEBRAY, R. (1989). *Apprendre à penser. Le programme d'enrichissement instrumental de Feuerstein : une issue à l'échec scolaire*. Paris : éditions ESHEL.

DE RIBAUPIERRE, A. (1995). Potentiel d'apprentissage et contraintes structurales : apports des modèles piagétiens et néo-piagétiens. In : F.P. Büchel (Ed.) *L'éducation cognitive, le développement de la capacité d'apprentissage et son évaluation*. Neuchâtel-Paris : Delachaux et Niestlé.

DOISE, W. & MUGNY, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence*. Paris : Inter-éditions.

FEUEURSTEIN, R. & JENSEN, M.R., (1989). L'enrichissement instrumental : bases théoriques, objectifs et instruments. *Psychologie scolaire*, 67, 7-37.

FLAVELL, J.H. & WELLMAN, H.M. (1977). Metamemory. In : R.V. Kail & J.V. Hagen (Eds.), *Perspectives on the development of memory and cognition*. Hilsdale : Erlbaum.

FORTIN-THERIAULT, A. (1977). *Comparaison de deux méthodes d'apprentissage par conflit cognitif*. Thèse de Doctorat non publiée, Université de Montréal.

GURTNER, J.L., RETSCHITZKI, J. & LEON, C. (1991). Du jaillissement à l'épanouissement de l'esprit. In : J.L. Gurtner & J. Retschitzki (Eds.) *LOGO et apprentissages*. Neuchâtel - Paris : Delachaux & Niestlé.

HIGELÉ, P. (1987). Les activités de remédiation cognitive d'inspiration piagétienne. *Education permanente*, 88-89, 123-127.

HIGELÉ, P. & PERRY, E. (1991). Ateliers de Raisonnement Logique et transfert à des situations de la vie quotidienne. In : J. Drévillon (Ed.), *Les aides cognitives*. Caen : E.P.E.

HOC, J.M. (1984). Les activités de résolution de problèmes dans la programmation informatique. *Psychologie Française*, 29, 231-234.

HOMMAGE, G. & PERRY, E. (1987). Les ateliers de raisonnement logique : mise en oeuvre, diagnostic, évaluation. *Education permanente*, 88-89, 129-139.

HUTEAU, M. & LOARER, E. (1992). Comment évaluer les méthodes d'éducabilité cognitive ? *L'orientation scolaire et professionnelle*, 21, 1, 47-74.

LAJOIE, M. (1983). *Validation de deux nouvelles épreuves d'opérativité portant sur la notion de conservation*. Thèse de Doctorat non publiée, Université de Montréal.

LAURENDEAU-BENDAVID, M. (1985). L'apprentissage des structures logiques, perspectives d'avenir après 25 années de recherches. *Archives de Psychologie*, 53, 207, 495-501.

LIEURY, A. (1990). Auditifs, visuels, la grande illusion ? *Cahiers Pédagogiques*, 287, 58-62.

LIEURY, A. (1991). La confusion des codes symboliques : verbal et imagé. *Cahiers Pédagogiques*, 291, 57-59.

LOARER, E.(1992). L'éducation cognitive : repères historiques et enjeux actuels. *L'orientation scolaire et professionnelle*, 21, 1, 3-11.

LOARER, E., LIBERT, M.F., CHARTIER, D., HUTEAU, M. & LAUTREY, J. (1992). *L'évaluation du PEI dans les stages de préformation de l'A.F.P.A.* Paris : Service de recherche de l'I.N.E.T.O.P. et Laboratoire de Psychologie différentielle (Université de Paris V) en partenariat avec l'A.F.P.A.

LOARER, E., LIBERT, M.F., CHARTIER, D., HUTEAU, M. & LAUTREY, J. (1995). *Peut-on éduquer l'intelligence ? L'évaluation d'une méthode d'éducation cognitive*. Berne : Peter Lang.

MELOT, A.M. & CORROYER, D. (1986). *L'enfant et la mémoire*. Lille : PUL.

MONTEIL, J.M. & HUGUET, P. (1991). Insertion sociale, catégorisation sociale et activités cognitives. *Psychologie Française*, 36, 1, 35-46.

NETCHINE-GRYNBERG, G. (1990). Les modèles de développement et l'étude du fonctionnement cognitif de l'enfant. In : G. Netchine-Grynberg (Ed.) *Développement et fonctionnement cognitifs chez l'enfant*. Paris : PUF.

PAOUR, J.L. (1987). Quelques principes fondateurs de l'éducation cognitive. *Interactions didactiques*, 8, 45-62.

PAOUR, J.L., JAUME, J. & DE ROBILLARD, O.(1995). De l'évaluation dynamique à l'éducation cognitive : repères et questions. In :F.-P. Büchel (Ed.) *L'éducation cognitive : le développement de la capacité d'apprendre et son évaluation*. Neuchâtel - Paris : Delachaux & Niestlé.

PAPERT, S. (1981). *Jaillissement de l'esprit ; ordinateurs et apprentissage*. Paris :Flammarion.

PIAGET, J. (1957). Logique et équilibre dans les comportements du sujet. In : L. Apostel, B. Mandelbrot, J. Piaget (Eds) *Logique et équilibre*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1969). *Psychologie et pédagogie*. Paris : Denoël Gonthier.

PIAGET, J. (1974 a). *La prise de conscience*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1974 b). *Réussir et comprendre*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1975a). *L'équilibration des structures cognitives, problème central du développement*. Paris : PUF.

PIAGET, J. (1975b). *Où va l'éducation*. Paris : Denoël Gonthier.

PIAGET, J. (1975b). *Où va l'éducation*. Paris : Denoël Gonthier.

PIAGET, J., INHELDER, B. & SZEMINSKA, A. (1948). *La représentation de l'espace chez l'enfant*. Paris : PUF.

REUCHLIN, M. (1990). *Les différences individuelles dans le développement conatif de l'enfant*. Paris : PUF.

SOAVI, G. (1992). Induction opératoire et modification du fonctionnement cognitif. In : J. Drévillon (Ed.), *Les aides cognitives*. Caen : E.P.E.

SOREL, M. (1987). Apprendre peut-il s'apprendre ?, *Education permanente*, 88-89, 7-226.

SOREL, M. (1992). Peut-on classer les méthodes d'éducabilité cognitive ? *L'orientation scolaire et professionnelle*, 21, 1, 75-105.

VALCKE, M. (1991). Méta-analyse des recherches consacrées à LOGO. In : J.L. Gurtner & J. Retschitzki (Eds.) *LOGO et apprentissages*. Neuchâtel - Paris : Delachaux & Niestlé.

VERGNAUD, G. (1991). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10, 2/3, 133-170.

WINNYKAMEN, F. (1982). L'apprentissage par observation. *Revue Française de pédagogie*, 59, 24-29.

Deux exemples de situations d'enseignement de mathématiques pour des élèves en difficulté

COPIRELEM, sous un projet de Denis Butlen

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques - Rennes.1996.
Ce texte a été édité en plaquette en septembre 1996 et diffusé par la Direction des Écoles du Ministère de l'Éducation Nationale dans toutes les Inspections Académiques avec ce même titre et sous la rubrique Accompagnement des Programmes de Mathématiques.

Il essaie de caractériser les élèves en difficulté à l'école primaire et d'analyser des réponses habituelles de professeurs des écoles à ces difficultés. Il propose deux exemples de situations pour l'apprentissage mathématique de ces élèves.

A. INTRODUCTION

Cette contribution s'appuie sur les résultats de recherches sur l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté de l'école primaire effectuées par D. Butlen et M. Pezard [5], par M.J. Perrin-Glorian [14, 15, 16].

Tout enseignement se proposant de lutter contre l'échec scolaire doit proposer aux élèves des situations d'apprentissage prenant en compte les caractéristiques spécifiques d'un public en difficulté.

Dans un premier temps, nous essayons de décrire quelques traits caractéristiques des élèves en difficulté, et nous dégageons certaines pratiques professionnelles d'enseignants s'adressant à une classe comprenant beaucoup d'élèves en échec.

Nous nous appuyons sur cette analyse pour décrire dans un second temps un dispositif de remédiation. Nous proposons ensuite des éléments de réponse aux questions suivantes :

1. Comment, à partir de la production régulière d'écrits collectifs résumant ce qui a été appris pendant une période donnée, aider les élèves à formuler, décontextualiser et plus généralement retenir les notions fréquentées en classe ? Comment des situations "de rappel" peuvent-elles contribuer à cela ?

Comment utiliser ces phases de rappel pour dépasser la simple description et le stade de l'action et apprendre aux élèves à anticiper sur les apprentissages scolaires ?

2. Comment aider les élèves à résoudre un problème complexe, en leur apportant des aides limitées, sans réduire la tâche à une simple exécution de règles et sans limiter le sens mathématique de la situation ?

B. ENFANTS EN DIFFICULTÉ. PREMIERE ANALYSE

1. Comment se manifestent les difficultés des élèves de l'école élémentaire ?

Nous nous appuyons sur deux articles : "Réflexions sur le rôle du maître dans les situations didactiques à partir du cas de l'enseignement à des élèves en difficulté - *PME* 1992, M.J Perrin" et "Une expérience d'enseignement des mathématiques à des élèves de 6ème en difficulté, *Repères-IREM* n°3, Topiques-Editions (1991), M.J. Perrin-Glorian et D. Butlen".

Voici plusieurs caractéristiques d'un élève en difficulté en mathématique, qui ne se retrouvent pas forcément toutes chez le même élève ; cependant, on constate souvent un effet d'accumulation à long terme.

Difficulté à capitaliser le savoir

Les élèves en difficulté ont du mal à retenir le cours, à mémoriser vocabulaire et propriétés. L'apprentissage par cœur n'apporte pas de solution ; on a pu constater, en sixième par exemple, que des élèves connaissent parfaitement deux définitions de la médiatrice d'un segment mais ne savent en utiliser aucune pour résoudre un exercice.

Manque de confiance dans les connaissances anciennes

L'absence de connaissances antérieures solides auxquelles se référer empêche chez ces élèves une organisation et une intégration des savoirs nouveaux : pour certains enfants, rien n'est sûr, tout peut toujours être remis en question, puisqu'ils ont l'habitude de se tromper.

Carence dans les représentations mentales et absence de projet implicite de réinvestissement

Il y a souvent, chez les élèves en difficulté, un divorce entre les situations d'action qui devaient servir à donner du sens aux notions enseignées et l'institutionnalisation(2) qui est faite ensuite par le maître.
Par exemple, pour introduire la notion de fraction, il est usuel d'amener les élèves à partager, par pliage ou report, des segments en parties égales ; les élèves en difficulté ne retiennent de cette séance que l'activité manipulatoire alors que d'autres y voient en plus l'illustration d'une définition de la fraction. Pour ces derniers, la notion de fraction prend du sens.

Au cours de l'action, dans les premières situations qui permettent d'aborder une notion nouvelle, on ne voit pas beaucoup de différences entre les élèves "ordinaires" et ceux qui sont en difficulté. En revanche, la différence entre ces deux types d'élèves s'accentue très vite dès qu'ils ont à réutiliser les connaissances nouvelles dans d'autres situations. Le savoir institutionnalisé par le maître, même dans le cas où il est mémorisé, semble coupé des situations d'action qui lui ont donné naissance et ne peut être utilisé pour résoudre de nouveaux problèmes.

Les élèves qui ne rencontrent pas ce type de difficulté ont conscience que, dès le début de l'activité, ce qu'ils vont faire pourra être réutilisé dans d'autres situations, autrement dit dans un autre contexte. Ils se créent des représentations mentales non seulement pour résoudre le problème posé mais pour pouvoir en rappeler et réutiliser des éléments à l'occasion d'autres problèmes. Ceci leur permet de réinvestir partiellement une connaissance, même si elle n'est pas encore totalement identifiée.

Pour d'autres enfants, ce "transfert" ne se fait pas à l'occasion d'autres problèmes ; il ne peut pas se faire car ils ne résolvent le problème que dans les termes où il est posé, sans idée de généralisation. Cela empêche la capitalisation et la mémorisation des connaissances. Ainsi, pour eux, chaque expérience est nouvelle, ou plus exactement, ils n'en reconnaissent que le contexte : "on a plié des bandes de papier, on a découpé des rectangles... "

(2) Institutionnalisation : phase de la séance où le maître extrait, souligne, pointe l'important mathématique ou méthodologique.

Absence d'identification de l'enjeu des situations d'enseignement

L'élève en difficulté identifie mal les enjeux d'apprentissage ; il ne résout pas toujours le même problème que ses pairs, ni le problème que le maître pense avoir posé. L'élève en reste souvent au niveau de l'action et ne peut faire le lien avec d'autres expériences et d'autres apprentissages.

Lassitude et manque d'investissement

Ce manque d'investissement se fait en particulier sentir dans les contrôles écrits et dans le travail à la maison où un certain nombre d'élèves n'aborde pas une partie des questions. Ceci est sans doute à mettre en relation avec un certain manque de méthodes et un défaut de confiance dans la réussite.

En classe, certains élèves peuvent se lasser très vite d'une situation. Il est de ce fait très difficile de mener à terme son exploitation de la situation et de tirer les bénéfices de la recherche amorcée.
Certaines situations, lorsqu'elles sont perçues par les élèves comme nouvelles, les "accrochent" particulièrement. Ces situations restent alors plus facilement dans la mémoire des élèves et peuvent jouer le rôle de situations de référence.

Manque de méthodes

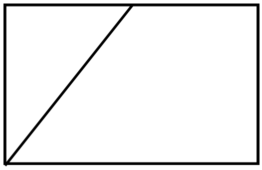
Les élèves ne savent pas comment aborder un problème. Le plus souvent, ils essaient de se souvenir du cours mais par contre, ils ne savent pas comment l'utiliser. Ils semblent manquer de situations complexes de référence, ce qui les amène à se précipiter sur la recherche d'une opération à effectuer ou d'une règle à appliquer. De plus, ils ne prennent souvent en compte qu'une partie de l'information et ont du mal à l'organiser pour se faire une représentation du problème.
Le manque de méthodes et d'investissement rend plus difficile le travail à la maison (par exemple lors de l'apprentissage des tables de multiplication).

Difficulté de socialisation et recherche d'une relation privilégiée avec l'adulte

Le travail de groupe et les phases collectives sont très difficiles à gérer parce que les élèves, comme ils le reconnaissent eux-mêmes lors d'entretiens individuels, ont des difficultés pour communiquer : ils ont du mal à s'exprimer, n'en ont pas toujours envie, ils sont incapables d'écouter leurs camarades et de respecter des règles élémentaires de prise de parole. Ils recherchent une relation privilégiée avec l'adulte.
Certaines activités permettent toutefois de favoriser le travail en groupe. Par exemple, celles qui utilisent l'informatique rendent la collaboration entre élèves nécessaire : les conditions matérielles sont particulières et le professeur n'est plus alors l'interlocuteur privilégié. En revanche, le travail sur ordinateur rend quasiment impossible les phases collectives car les élèves acceptent mal d'interrompre le travail en groupe : la machine joue un rôle "attracteur" et ils travaillent à des rythmes différents. Le bilan doit donc être fait dans une séance ultérieure.

Recherche d'algorithmes

Les élèves cherchent à utiliser le plus possible des algorithmes qui constituent des économies de pensée. Dès le début de l'apprentissage d'une notion, ils se construisent des règles de fonctionnement qui, souvent, ne prennent en compte qu'une partie de l'information et qui ont des domaines de validité très restreints, voire nuls. Par exemple, au moment de l'apprentissage des fractions , dès la première séance, l'écriture fractionnaire a été liée au à une action de report de longueur : 1/3 est la mesure de la longueur qui se reporte 3 fois dans l'unité. Les élèves retiennent le report mais non le rôle de l'unité.
Ainsi, alors qu'il s'agissait d'évaluer des portions de feuille de papier par rapport à la feuille entière, trois groupes d'élèves qui avaient évalué 2 pièces dont la réunion faisait une demi-feuille (figure ci-dessous), ont bien évalué le triangle en disant qu'il se reportait 4 fois dans la demi feuille mais ont estimé à tort que le trapèze valait 1/3 car le triangle se reportait 3 fois dans le trapèze.



Cela pose le problème de l'équilibre à adopter lors des bilans. S'il n'y a pas d'institutionnalisation à l'issue d'une phase de recherche, les élèves ne retiennent que le contexte et une partie de l'action sans réflexion sur celle-ci. Mais, dès qu'il y a institutionnalisation, une règle, éventuellement erronée, s'installe ; cette règle est souvent utilisée ensuite sans référence au sens. Le maître se trouve alors contraint de déstabiliser ces règles aussitôt qu'elles s'installent, ce qui fragilise davantage les apprentissages.

Difficultés à changer de point de vue

Une notion abordée dans un contexte est difficile à réutiliser dans un autre contexte. Par exemple, des élèves capables de résoudre des problèmes de proportionnalité dans un cadre numérique se retrouvent démunis devant un problème d'agrandissement de figures. Ils sont souvent incapables de percevoir le caractère commun à ces deux problèmes.

Problème d'expression et de lecture

A l'oral comme à l'écrit, les élèves en difficulté ne réussissent pas à faire des phrases simples ayant un sens, ni à utiliser correctement le vocabulaire. Leur expression est presque toujours partielle et imprécise : "la médiatrice, c'est la perpendiculaire" ; pour construire la médiatrice d'un segment, "on met le compas au milieu". Ils ne se dégagent pas de leurs actions.
En outre, la plupart rencontrent de grandes difficultés pour décoder, seuls, un texte de problème et prendre en compte la totalité de l'information.

Les problèmes de langage, d'expression et de lecture, sont ainsi à l'origine de difficultés mathématiques, qui sont au moins de trois ordres différents : la prise d'information, la conceptualisation, la production.

Les situations du quotidien, parfois considérées comme plus "motivantes"

Ces situations avec lesquelles les élèves ont une certaine familiarité, font souvent appel à des modes de raisonnement non conformes à ceux que l'on attend dans un cours de mathématiques. Il peut ainsi s'installer un véritable malentendu et une communication absurde entre le professeur et certains élèves. Par ailleurs, certains élèves refusent l'intrusion de la vie courante dans le cadre scolaire car cela leur rappelle trop leur vie quotidienne. L'expérience des élèves dans la vie quotidienne peut être utilisée à condition de poser aux enfants de véritables problèmes.

Représentation de soi de l'élève

Leur situation d'échec à l'école contribue à donner aux élèves en grande difficulté une image dévalorisée d'eux-mêmes. Cette image et la représentation qu'ils se font de leur place par rapport aux autres élèves de la classe ont des répercussions sur toute leur vie scolaire, y compris la difficulté à accepter certaines formes de travail (en groupes notamment).

2. Comment l'enseignant répond-il aux contraintes liées à une classe comportant de nombreux élèves en difficulté ?

L'enseignant est souvent impliqué dans un cercle vicieux : celui de la simplification des situations et de la "négociation à la baisse" des consignes (voir [14]).

Face à un élève qui :

- ne projette pas en terme d'apprentissage l'activité proposée,
- n'arrive pas à prendre en compte tous les cadres intervenant dans une situation,
- ne réinvestit pas dans une situation où se conjuguent ancien et nouveau savoir (la situation étant trop vite usée)
- ne perçoit pas le problème dans sa globalité,
- manque de méthode pour assumer seul, la résolution globale du problème,
- recherche des règles simples lui permettant de fournir une réponse quelconque,

l'enseignant est amené à :

- simplifier le problème posé, souvent à la demande de l'élève ou bien par souci d'anticiper un risque d'échec (donc d'abandon),
- poser des questions intermédiaires dont la réponse ne demande pas une prise en charge du problème général,
- proposer des algorithmes simples de résolution, des règles ou des opérations,
- concentrer son discours sur l'apprentissage de résultats du cours ou de savoir-faire algorithmisés
- réduire les situations à des répétitions d'autres situations non menées à terme, ou à des activités algorithmisées.

L'enseignant entre alors dans un cercle vicieux qui amène un appauvrissement des apprentissages et un renforcement des difficultés : l'élève se représente plus difficilement le problème, n'assume pas la responsabilité de la recherche, est réduit à un rôle d'exécutant....
L'enseignant a, de plus, tendance à se limiter à un domaine, le plus souvent numérique, rendant ainsi encore plus difficile les changements de point de vue ; il juge alors plus sage "*de faire le moins de mélanges possibles pour ne pas compliquer davantage les choses pour l'élève*".

3. Les idées retenues pour une remédiation

Une remédiation doit s'appuyer sur divers modes d'intervention et ne pas se limiter au niveau individuel. Elle doit être intégrée à l'apprentissage en cours ; une dialectique du réinvestissement et de la réussite doit s'instaurer entre les apprentissages collectifs et le "rattrapage" individuel ou par petits groupes.
Elle doit se construire autour de situations suffisamment complexes (pour donner du sens aux notions), mais pas trop difficiles, pour ne pas démobiliser les élèves.
Il est également nécessaire de s'appuyer sur les acquis des élèves et de les mettre en valeur.
La remédiation doit commencer suffisamment tôt dans l'année car elle nécessite la mise en place de méthodes de travail différentes.
Elle ne se limite pas aux seuls apprentissages mathématiques mais doit viser à la réduction des difficultés exposées dans le premier paragraphe.

Nous allons maintenant développer deux exemples de situations qui s'inscrivent dans un processus plus complet de remédiation (au sens de nouvelle médiation au savoir) : ils s'inscrivent dans un dispositif diversifié tant au niveau des contenus (mathématiques, méta-mathématiques, méta-cognitifs) que des modes de gestion (aide individuelle, travail en petits groupes homogènes, travail en groupes hétérogènes, travail en groupe classe...)

C. UNE PREMIERE SITUATION

Construction d'une mémoire collective et écrite

1. Présentation de l'activité

Nous décrivons ici un processus mis en oeuvre de mars à juin 1991, dans une classe de CE2 d'un quartier défavorisé de Seine et Marne ([5]).

Chaque semaine, deux élèves sont chargés de rédiger et d'écrire sur le cahier "mémoire de la classe", un résumé de cinq à dix lignes sur ce qui a été appris pendant la semaine en mathématiques. Ce texte est soumis à la critique de la classe qui peut l'amender et le préciser. La nouvelle version, rédigée collectivement, est adoptée et devient le texte de la classe.

Dans le débat collectif, la parole est donnée essentiellement aux élèves chargés de la rédaction. Le maître s'attache à valoriser leur production, mais aussi à solliciter le reste de la classe afin de l'enrichir.

La gestion du débat doit être souple. Le maître sollicite les élèves mais ce sont eux, collectivement, qui définissent les notions à retenir et les corrections à effectuer. Le texte final est celui des élèves, ce n'est pas la synthèse du

professeur. Bien sûr, le maître attire l'attention des élèves sur les erreurs mathématiques éventuelles et donne aux élèves les moyens de les corriger collectivement.
La gestion du débat doit tenir compte de la personnalité propre de chaque élève. Mis à part les cas de "blocage", le maître ne doit pas donner la parole systématiquement aux "bons" élèves. Il peut s'appuyer, pour alimenter le débat, sur des élèves de niveau moyen ou faible, susceptibles de prendre aisément la parole et de faire des propositions constructives, voire contradictoires. Il doit, simultanément, solliciter les élèves faibles.
Au besoin, il prend ponctuellement en charge la mise au point de certaines formulations mais s'interdit toute intervention portant sur le sens, le contenu, la nature des propositions. Il anime le débat mais ne prend pas position.

2. Objectifs de la situation

La situation ayant pour but de construire une mémoire collective et écrite du travail de la classe est une situation "de rappel". Elle a un triple but : diagnostic, apprentissage et régulation.

Diagnostic : le maître peut ainsi connaître ce que les élèves retiennent des activités de mathématiques faites en classe, ce qui est important pour eux, et l'état de leurs conceptions. La régularité de ces séances permet de reconstruire l'histoire de l'appropriation des notions enseignées : il est ainsi possible de recueillir des indices sur le niveau de disponibilité de ces connaissances chez les élèves.

Apprentissage, institutionnalisation : les séances de mémoire collective où les élèves doivent produire un écrit collectif permettent d'aider :
- à la dépersonnalisation du savoir en suscitant une rédaction collective (le savoir n'est plus du seul ressort du maître),
- à la décontextualisation du savoir, en suscitant une formulation tendant à exclure tout exemple particulier qui n'a pas un caractère générique
- à la construction et à l'appropriation des notions et méthodes étudiées
- à l'utilisation ultérieure de ces nouvelles notions, ainsi décontextualisées.

Régulation : le maître peut utiliser cette mémoire collective écrite, pour orienter son travail, revenir sur certaines notions, certains épisodes et ainsi enrichir son enseignement.

Grâce à des feed-back sur les situations d'apprentissage, leurs conditions, leurs contraintes et leurs objectifs, les élèves sont amenés à mieux comprendre les paroles du professeur lors des phases de bilan et à mesurer après coup, les enjeux didactiques (l'importance de ce qui a été appris, l'utilisation possible dans d'autres problèmes, dans d'autres domaines) ; prenant conscience des enjeux didactiques des situations proposées, ils deviennent progressivement capables d'anticiper à propos des apprentissages visés par les nouvelles situations.

3. Quelques éléments chronologiques sur ces séances de rappel

Séances 1 et 2 **: R**appel oral sur ce qui a été fait depuis le début de l'année :
Les élèves citent essentiellement des thèmes numériques et, en géométrie, les représentations figuratives ou conventionnelles. Ils ne parlent pas en terme d'apprentissage ("*j'ai appris ... telle notion...*"), ni a fortiori en termes de concepts. Ils décrivent les séances antérieures en termes d'action : par exemple, pour la pesée d'un objet (apprentissage en cours) : "*on pose sur la balance...., il y a équilibre quand la flèche c'est au milieu,...*"

La séance suivante est du même type.

Séances 3 et 4 :
Le texte initial écrit par les deux élèves responsables est le suivant :
"*Nous avons travaillé sur les balances. Il peut avoir des masses de 1 kg, 500 g 200 g 100 g 50 g 20 g 10 g 5 g 2 g et 1 g. Le lièvre pèse 1 kg 500, je mets une masse de 1 kg et une autre de 500 g.*"
Le maître demande : " *vous avez fait autre chose ?*"
Les élèves tentent d'évoquer un travail sur les opérateurs multiplicatifs.
Nous constatons, au départ, une incapacité à formuler ce qui a été fait : "o*n a fait un tableau...*"
A la question du maître : "*à quoi ça sert ?*", ils répondent "*ça sert à trouver des multiples*" . Les élèves décrivent les connaissances qui ont effectivement fonctionné dans l'activité. Une réflexion collective plus approfondie sur la notion de multiple, amène certains élèves à dépasser le stade de l'exemple, pour tenter une définition d'un multiple d'un nombre : "*un multiple c'est le total de trois contre un autre nombre*".

A la séance suivante, à la question du maître : "*comment reconnaître un multiple de sept ?*", des élèves répondent :
- "*il est dans la table de sept.*"
-"*on a multiplié un nombre par sept*"
C'est là un exemple de prise de conscience par les élèves, a posteriori, du savoir réellement en jeu. Ce savoir peut alors être institutionnalisé pour certains élèves.
Cette séance constitue pour nous une initialisation d'un projet d'éducation : il s'agit d'apprendre à l'élève à penser "*qu'est-ce que j'ai appris*" et non plus "*qu'est-ce que j'ai fait ?*".

A ce stade, ce sont les meilleurs élèves qui font le cheminement, mais on peut faire l'hypothèse que cela profite aux autres élèves et que cela entraîne une dynamique dans la classe.

<u>Séances 5 et 6</u> : Les enfants se rappellent avoir travaillé sur les quadrilatères et en donnent spontanément une "définition". Par contre, dans un premier temps, ils décrivent en terme d'action le travail sur les angles droits (*"j'ai posé l'équerre")*. Une discussion collective entre élèves, en réponse à une demande insistante de nouvelle formulation de la part du maître, les amène à passer de la phrase " *on a regardé avec une équerre s'il y avait des angles droits*" à la phrase "*on a appris à reconnaître les angles droits avec l'équerre et à tracer un angle droit avec la règle et avec l'équerre*".
De même, à la séance suivante, les élèves se rappellent "*avoir mesuré les longueurs et les largeurs"*, mais ils ne savent plus du tout pourquoi !
Il a fallu une nouvelle intervention du maître précisant le but de cette activité pour que le texte adopté par toute la classe soit : "*Dans un rectangle, il y a quatre angles droits, on a mesuré les longueurs et les largeurs ; on a observé que les côtés opposés du rectangle avaient la même longueur"*.
Ces séances permettent à la classe de construire la mémoire collective des activités effectuées en terme d'apprentissage. Nous constatons que le contrat se transforme peu à peu mais qu'il est parfois nécessaire que le maître précise les finalités des activités en terme d'apprentissage.

<u>Les séances suivantes</u> font toutes référence à un travail sur la division.

Nous notons les premiers effets de ce nouveau contrat. Les élèves, dans un premier temps de rappel, après une séance de résolution de problème de division, citent un tableau permettant de trouver le quotient par encadrement et écart au but. C'est un exemple de mélange de projet d'apprentissage et de description de la résolution d'un problème par un algorithme formel. Lors d'un deuxième rappel, tout de suite, les élèves décrivent l'activité faite en classe en terme d'apprentissage : "*nous avons travaillé sur la division"* alors que l'activité consistait seulement en l'utilisation d'un matériel multi-base permettant de simuler un partage de centaines, dizaines et unités et que le maître n'avait pas mentionné ce mot. Les deux élèves chargés de la rédaction initiale ont consulté leur manuel à la page de l'exercice et retenu le titre de la séquence pour décrire l'activité.

4. Conclusion

Analysons les effets de cette activité.

- Du côté de l'élève

- Ces feed-back périodiques et étiquetés en tant que tels, permettent à la classe, collectivement, de décrire les activités effectuées en terme d'apprentissage.
- Ils permettent à certains élèves, de dépasser le stade de la description de l'action pour comprendre, **après coup**, le but de l'activité. On peut donc espérer que lors de cette nouvelle institutionnalisation, le savoir en jeu ne sera pas aussi séparé de l'action que précédemment. Cela peut initialiser l'attitude consistant, pour l'élève, **à anticiper dès la présentation d'une activité, sur l'institutionnalisation à venir**. Nous pensons de ce fait avoir une action sur le projet d'apprentissage de l'élève et sur le contrat didactique en vigueur dans la classe.
- Nous avons déjà signalé les difficultés de socialisation des élèves, en particulier leurs réticences à travailler en groupe. Ce type d'activité semble avoir des incidences sur ces comportements, en effet :
    - les deux élèves chargés de rédiger le texte sont responsables devant la classe,
    - lors des discussions, la classe entière et les élèves en difficulté en particulier, bénéficient de l'apport des bons élèves qui interviennent surtout quand il s'agit de faire progresser la formulation.

- Du côté du maître

- Cela lui permet de hiérarchiser les institutionnalisations : les formulations sont de plus en plus décontextualisées.
- A la demande des élèves le maître est amené à clarifier ses objectifs et à les expliciter. Le contrat est ainsi lui aussi plus explicite.
- C'est un outil de diagnostic qui contribue à une meilleure régulation de la classe.

D. UNE DEUXIEME SITUATION

Comment aider les élèves en difficulté lors de la résolution d'un problème sans réduire la construction du sens des notions mathématiques ?

Nous allons montrer sur deux exemples comment le maître peut apporter des aides aux élèves lors de la résolution de problèmes numériques sans pour autant rendre le problème trop simple.

1 Le jeu de l'autobus en CE2

Le problème est le suivant : *"dans un autobus, il y a **n** voyageurs. À un arrêt, il en "monte" **a** et en "descend" **b**. Combien y a-t-il de voyageurs quand l'autobus repart ?"*

Les valeurs de **n**, **a** et **b** sont fixées par le maître. Il peut inverser les termes monter et descendre et choisir **b** plus grand que **a**.

Il existe deux types de procédures pour résoudre un problème de ce type :
- une procédure E portant sur les états : elle revient à considérer un état initial **E1** (**n** personnes), à lui appliquer une transformation **T1** (ajouter **a**), à en déduire un état intermédiaire **E2** (**n** + **a** = n' voyageurs), à appliquer à **E2** la transformation **T2** (retrancher b) et en déduire un état final **E3** :
n'' = (**n** + **a**)-**b** =n' - **b**
- une procédure T portant sur les transformations : elle revient à considérer un état initial **E1** (**n** voyageurs), à calculer une transformation **T3** obtenue par composition des transformations **T1** et **T2** (**a** - **b**), à appliquer cette transformation **T3** à **E1** afin d'en déduire l'état final **E2 :** n'' = **n** + (**a**- **b**).

Les travaux de G. Vergnaud [18] montrent que ces procédures correspondent chez les élèves, à des étapes cognitives différentes. Pouvoir mettre en oeuvre ces deux types de procédures est la preuve d'une certaine maîtrise des structures additives. Certains élèves en difficulté du cycle 3 n'arrivent pas à mettre en oeuvre la procédure de composition de transformations (la procédure T). Cela les conduit à l'échec, quand les opérations font intervenir des "grands" nombres ou quand il y a des retenues.

Pour faire acquérir durablement ce type de procédure, on peut envisager de jouer à la fois sur les variables numériques intervenant dans l'énoncé et sur la forme de travail .

> Dans un premier temps, le maître propose de résoudre ce problème mentalement. Il fait varier **n** entre 20 et 40 et **a** et **b** entre 2 et 10.
> Il propose plusieurs exercices de ce type, plusieurs jours de suite. Dans chaque cas, il demande aux élèves d'expliciter leurs procédures de résolution.
> Quand les opérations à effectuer mentalement comportent des "passages à la dizaine" comme par exemple pour 25 + 8 - 4, certains élèves composent les transformations en jeu. Bien que cette procédure soit explicitée, les autres élèves ne la réinvestissent pas dans les calculs ultérieurs.
>
> Après s'être assuré que les élèves sont familiarisés avec le problème et qu'ils réussissent fréquemment dans ce domine numérique, le maître va proposer le même exercice à résoudre mentalement mais avec d'autres valeurs numériques. Il choisira toujours **n** entre 20 et 50 mais fera varier **a**

et **b** entre 10 et 20 avec |**a**-**b**| < 10 (par exemple 25 + 19-16 se calcule plus économiquement en faisant 25 + 3, qu'en faisant 44 - 16).
La difficulté à effectuer mentalement un calcul de ce type va amener les élèves, éventuellement sur la base d'un premier échec, à prendre conscience de l'économie réalisée lorsqu'ils composent les transformations. Cette prise de conscience est durable. En général, les élèves, par la suite choisiront, en fonction des données numériques, la procédure la plus économique.

De nombreuses expérimentations montrent que l'exposé seul de la seconde procédure, même longuement expliquée par le maître, n'est pas suffisant pour que les élèves en difficulté se l'approprient. **Il est indispensable de prouver à ces élèves que l'effort effectué dans le cas de la mise en oeuvre de la seconde procédure est payant car il peut dispenser de calculs difficiles**.

Pour cela, **un saut qualitatif portant sur les valeurs numériques intervenant dans le problème est indispensable**. De même, une résolution mentale est nécessaire, car par écrit, les élèves peuvent toujours se ramener à l'algorithme standard de l'addition et ne pas rencontrer de difficulté en se laissant conduire par l'énoncé.

2 Comment aider les élèves de CM2 à résoudre un problème de dénombrement complexe ?

Le problème suivant est très mal réussi par des élèves de CM2 et de sixième.

MENU

<u>*1 entrée au choix*</u>	<u>*1 plat au choix*</u>	<u>*1 dessert au choix*</u>
- Carotte à l'orange-	*- Ravioli gratinés*	*- Mousse au chocolat*
- Sardine	*- Poulet rôti, haricots beurre*	*- Pommes au four*
- Pizza	*- Steak haché, coquillettes*	*- Compote*
- Pamplemousse	*- Grillade de porc haricots bretc*	*- Lait gélifié*
- Friand au fromage	*- Hachis parmentier*	*- Pêches au sirop*
- Potage	*- Blanquette de veau riz créole*	*- Flan*
- Céleri rémoulade		*- Ananas*
- Salade composée		
- Oeufs durs, mayonnaise		
- Betteraves et maïs		
- Endives en salade		
- Quiche		

Combien peut-on composer de menus différents comprenant une entrée, un plat et un dessert ?

Les élèves résolvent, en général, ce problème en recherchant de façon exhaustive les différentes solutions. Cette méthode les conduit en général à l'échec car le nombre de menus 12 x 6 x 7 = 504 ne le permet pas.
A cause de l'impossibilité de dresser exhaustivement la liste des solutions, peu d'élèves perçoivent la structure multiplicative du problème.

Comment amener les élèves à savoir résoudre ce type de problème de dénombrement ?

Plusieurs scénarii sont possibles (voir [9]). Nous allons en exposer un qui semble avoir fait ses preuves. Il s'oppose au schéma de progression généralement mis en oeuvre à l'école élémentaire qui consiste, dans un premier temps à poser ce même exercice mais pour deux types de plats seulement et aux 3 à 5 choix possibles pour chaque plat.

Les élèves de CM2 ont déjà rencontré ce type d'exercice simplifié plusieurs fois dans leur scolarité. Une analyse des manuels de l'école élémentaire montre que ce problème de dénombrement est presque toujours présenté aux élèves dans le cas de deux ensembles dont le nombre d'éléments est très faible. Les élèves peuvent alors le résoudre **en recherchant toutes les solutions**, et le représenter, souvent avec l'aide du maître, par un arbre ou un tableau cartésien. Si le maître peut s'appuyer sur ces représentations pour montrer que le résultat peut se calculer à l'aide d'une multiplication, celle-ci ne s'impose pas aux élèves car ils ont, le plus souvent, fait autrement.

Ce type de présentation ne permet pas une réelle appropriation de la structure multiplicative en cause. Dans le cas plus complexe qui nous intéresse, les élèves ne mobilisent pas leurs connaissances sur la multiplication et essaient, en vain, de résoudre le problème par dénombrement de toutes les solutions. L'échec important rencontré montre que **le schéma apparemment séduisant allant du "simple" au "complexe" ne permet pas de surmonter des difficultés.**

Nous proposons donc un **autre dispositif** basé sur le schéma "complexe-simple-complexe".

Première étape :
Le maître propose aux élèves de résoudre le problème dans le cas complexe exposé ci-dessus : trois ensembles dont le nombre d'éléments est compris entre 6 et 12, par exemple.
Les élèves, dans un premier temps, échouent car les procédures mises en oeuvre ne permettent pas un dénombrement facile. Devant cet échec et après explicitation des difficultés rencontrées, le maître peut proposer aux élèves de représenter le problème à l'aide d'un schéma. Cette proposition ne suffit pas en général à faire apparaître la structure multiplicative du problème, même quand les représentations en arbre sont familières aux élèves.

Deuxième étape
Le maître peut alors proposer deux types de simplifications :
- réduire le nombre d'ensembles en proposant par exemple de calculer dans un premier temps le nombre de menus différents que l'on peut composer avec tous des "carottes râpées" comme entrée, puis d'en déduire le nombre total de menus,
- réduire le nombre de choix de chaque plat, mais conserver trois types de plats.

Troisième étape
Le maître propose de résoudre ensuite le problème dans le cas complexe en utilisant les résultats ou démarches de la seconde étape.

Il est souvent nécessaire :
- d'expliciter plusieurs boucles du type "complexe-simple-complexe" afin de permettre aux élèves rencontrant des difficultés de maîtriser l'un de ces chemins,
- de traiter plusieurs problèmes de ce type avec des habillages différents.

Dans tous les cas, la maîtrise des différents modes de traitement de problème de dénombrement de ce type demande un temps d'apprentissage long et la mise en oeuvre de nombreux schémas de progression s'appuyant sur une dialectique entre le simple et le complexe. Mais il paraît indispensable **d'initialiser la réflexion dans le cas complexe** afin de mettre en échec les procédures primitives de recherche qui vont occulter la structure multiplicative du problème.

Cet exemple, comme le précédent, nous semble révélateur de la nécessité de mettre en oeuvre des **scénarii originaux** de séances de résolution de problèmes. Ils montrent également qu'il est possible de construire des **situations suffisamment complexes** pour que les élèves puissent acquérir les concepts en jeu **sans trop grande perte de sens**, mais **comportant des aides** leur permettant de surmonter leurs difficultés en abandonnant certaines procédures "primitives" inadaptées au problème au profit de procédures économiques mais plus difficiles, voire impossibles, à élaborer dans des cas trop simples.

E. CONCLUSION

Nous avons détaillé dans les seconde et troisième parties de ce texte, deux exemples de situations pouvant être mises en oeuvre par les maîtres de l'école élémentaire.

La première situation est une situation à la frontière entre les mathématiques et l'expression écrite en général, entre les mathématiques et le discours sur les mathématiques.

Elle est l'occasion de rappels indispensables pour les élèves en difficulté en mathématiques. Leur faible capacité d'anticipation sur les apprentissages, leur difficulté à dépasser le stade de l'action, à mesurer l'importance de certaines actions, à extraire de leur contexte les apprentissages du moment, à généraliser

les expériences vécues rendent nécessaires le détour par une phase de formulation collective et concise des notions fréquentées.
Les élèves pourront ainsi passer de la description du "qu'est-ce que j'ai fait" à la description du "qu'est-ce que j'ai appris".

Les exemples de scénarii de séances de résolution de problèmes ont pour but d'illustrer comment l'enseignant peut **briser le cercle vicieux de non apprentissage** décrit dans la première partie du texte.

Ce sont dans tous les cas des exemples de nouvelles médiations au savoir, de chemins vers la connaissance adaptés aux difficultés des élèves, mais gardant comme but de surmonter ces difficultés.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BAUTIER E. et ROBERT A. (1988) Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans l'apprentissage des mathématiques. *Revue Française de Pédagogie* n°84 p.13-19, INRP, Paris

[2] BROUSSEAU G. et CENTENO J. (1991) La mémoire du système didactique *Recherches en Didactique des Mathématiques* n°11-2.

[3] BRUNER J.S. (1983) *Savoir faire, savoir dire.* Presses Universitaires de France, Paris.

[4] BUTLEN D. et PEZARD M. (1992) Calcul mental et résolution de problèmes multiplicatifs, une expérimentation du CP au CM2. *Recherche en Didactique des mathématiques* n°12.2.3

[5] BUTLEN D. PEZARD M. Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée, *Grand N* n° 50 p29-58, IREM de Grenoble.

[6] CHARLOT B. ; BAUTIER E ; ROCHEX J.Y. (1992) *Ecole et savoir dans les banlieues et ailleurs.* A. Colin.

[7] CHAUVEAU G. (1982) L'insuccès scolaire. Le rôle des rapports sociaux et culturels. *Psychologie scolaire* n°39 p21-39.

[8] CHEVALLARD Y. (1988) *Notes sur l'échec scolaire.* Publication de l'IREM de Marseille n°13.

[9] COPIRELEM Actes du stage national d'Angers organisé par la COPIRELEM - mars 1996 - *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques* - tome 5 - IREM de Paris VII

[10] HOUDEBINE J. et JULO J. (1988) Les élèves en difficulté dans le premier cycle de l'enseignement secondaire. *Revue Française de Pédagogie* n°84 p5-12 INRP Paris.

[11] INRP (1986) *En mathématiques peut mieux faire*, Rencontres pédagogiques n°12, INRP Paris..

[12] LAUTREY J. (1980) *Classes sociales, milieu familial, intelligence.* Paris, PUF.

[13] PERRENOUD P. (1984) *La fabrication de l'échec scolaire* Librairie Droz Genève

[14] PERRIN-GLORIAN M.J (1992) *Aires et surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM et 6ème.* Thèse de Doctorat d'Etat, Université de Paris VII, février 1992

[15] PERRIN-GLORIAN M.J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir d'un enseignement des mathématiques dans les classes faibles. *Recherches en Didactique des mathématiques* vol. 13 n°1/2. Ed. La Pensée Sauvage Grenoble.

[16] PERRIN-GLORIAN M.J., BUTLEN D. et LAGRANGE M. (1991) Élèves en difficulté en classe de 6ème. *Repères*-IREM n°3 p97-139. Topiques Editions, 54700 Pont-à-Mousson.

[17] ROBERT A. et ROBINET J. (1989) Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement. *Cahier DIDIREM* n°3 et 4, IREM de Paris VII.

[18] VERGNAUD (1981) : *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Ed. P.Lang, Berne.

Jeux mathématiques et enfants en difficulté

François Boule

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Besançon 1997.

Il s'agit dans un premier temps, de préciser les directions d'exploitation de certains jeux mathématiques à l'école. Puis, de décliner des adaptations possibles. L'auteur s'appuie sur de nombreux exemples.

L'intervention possible des jeux en mathématiques a souvent été évoquée depuis quelques dizaines d'années. Cela semble une façon attrayante de donner, ou rendre goût aux mathématiques, et qui peut même faire plaisir aux adultes. Les exemples abondent (voir bibliographie). Bien des professeurs de mathématiques, en particulier en formation des maîtres inclinent vers cette approche, et souvent à la satisfaction de tous. On doit cependant indiquer fermement deux limites :

• **La première**, c'est qu'une *étiquette* ne suffit pas à donner le statut de jeu. N'est JEU que ce qui est accepté comme tel par les enfants, et non décrété par les adultes. Le jeu contient sa propre motivation et son but, qui est de gagner, contre un adversaire ou contre soi-même. Alors qu'une activité de consolidation a une motivation et un but externe *explicite*, qui est d'entraîner une compétence, ou de développer un savoir-faire. Les deux ne sont pas incompatibles : il se peut qu'une activité perçue comme un jeu par l'enfant soit en réalité promue par l'enseignant pour exercer une compétence. Mais dans ce cas, l'objectif doit être clair pour l'enseignant, et explicite.

• **La seconde limite,** c'est l'émiettement. Nous avons tous rencontré quantité de jeux stimulants, astucieux, à succès garanti. Ils donnent une assurance en formation continuée, quelquefois même font une carrière didactique, mais ils ne font qu'un manteau d'Arlequin. Il manque à l'ensemble une cohésion, et pour chacun une modulation *d'indication* et *d'emploi*.

Le but de cet atelier pourrait être de restreindre le catalogue d'exemples, mais de préciser l'usage.

À quoi peuvent servir les jeux mathématiques ?

Nous excluons pour l'instant les jeux *d'occupation*, c'est à dire ceux qui peuvent avoir un intérêt, mais sans objectif éducatif clair. Leur intérêt les situe dans la cour de récréation, ou hors de l'école.

Nous proposons trois directions d'exploitation des jeux mathématiques à l'école :

- **Jeux "pour voir" ou plutôt "pour parler"**

C'est en particulier le cas dans une première phase de rééducation : il s'agit de donner un support pour entrer en contact avec l'enfant, lui permettre une action, favoriser un échange, trouver un point d'appui.

On peut aussi placer dans ce champ la fonction sociale du jeu : jouer, c'est observer une règle (sans tricher), tenir compte des droits de l'adversaire, intégrer et si possible anticiper ses coups.

***Exemple* :** Un jeu de mémory a été proposé, par ateliers, dans une Moyenne Section. Deux enfants jouent, mais chacun pour soi, en retournant des cartes au hasard, sans tenir compte des tirages précédents, sans montrer les cartes à l'adversaire. Deux autres enfants de la même classe, pourtant plus jeunes, jouent *réellement*, en intégrant les informations à mesure. La pratique du jeu instruit sur le niveau d'interaction sociale, l'intégration des informations, la planification.

- **Un deuxième champ d'application est diagnostique.**

Il s'agit de repérer précisément des compétences ou des difficultés, éventuellement de confirmer une indication donnée par ailleurs. Dans ce cas, il est nécessaire d'avoir une idée précise de ce qui est mis en jeu dans l'activité proposée, et même si possible de se représenter ce que fait l'enfant aux prises avec le jeu : quelles connaissances, quelles représentations mobilise-t-il ? Peut-on distinguer la part de l'affect, du repli, du défi, etc. ?

C'est pourquoi chaque *support de jeu* doit permettre une gradation d'usages, une progression.

Exemple : les "petites boîtes". Il s'agit d'un puzzle–3D : remplir un parallélépipède avec quelques pièces en bois comme celles-ci :

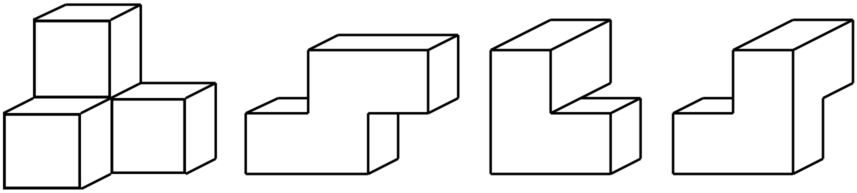


fig. 1 : pièces constitutives des "petites boîtes" (puzzles 3-D)

Cette manipulation, par exemple en Grande Section, fait apparaître la difficulté, que l'on ne rencontre pas avec les puzzles-plan habituels, qui est de *retourner* une pièce (la seconde notamment) ; cette difficulté est une étape caractéristique dans la disposition du "groupe des déplacements" de l'espace (comme disait Piaget).

- **Support de rééducation.**

Il s'agit de permettre de reconstruire des représentations et des procédures, par des moyens *différents* de ceux qui ont mis jusqu'ici l'enfant en échec, ou bien *d'adapter* une situation en fonction de paramètres spécifiques.

Exemple : Les labyrinthes habituellement utilisés ont deux défauts. D'une part ils "s'usent" vite, c'est à dire qu'en peu d'essais, ils sont mémorisés ; l'activité de représentation et de recherche en est détournée. D'autre part, il s'agit d'une activité "papier-crayon" qui ajoute à l'activité mentale représentative une difficulté graphique (motrice). C'est particulièrement évident par exemple pour des enfants trisomiques, qui ont de grandes difficultés à ne pas *franchir* les murs avec leur crayon. C'est pourquoi on peut imaginer, à l'aide d'une planchette rainurée à mi-bois et de languettes de carton, de construire un labyrinthe avec des murs, dans lequel on indique le déplacement en suivant avec le doigt.

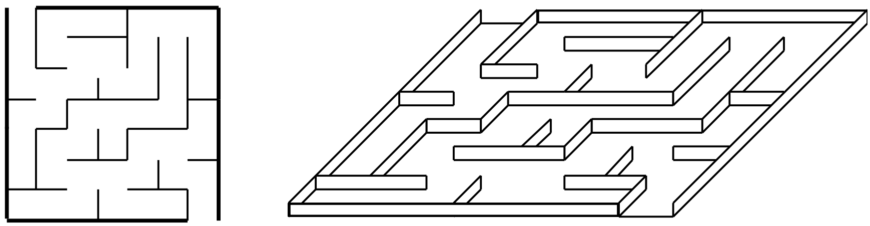


fig. 2.a et 2.b : Labyrinthe plat, et réalisation en volume

De plus, les languettes sont mobiles : une activité certainement plus enrichissante que de résoudre un labyrinthe, consiste à en **construire un** auquel on impose d'avoir une solution et *une seule* ; les autres chemins sont des fausses pistes, si possible pas trop évidentes. Il est réalisé par un enfant à destination d'un autre.

Ce dernier exemple fait émerger deux notions qui semblent didactiquement intéressantes :

Jeu faible – jeu fort

On parle de *jeu faible* dans le cas où les joueurs ont peu d'initiative, soit parce que le jeu comporte une structure profonde qui échappe aux joueurs (c'est le cas des dominos pour les très jeunes enfants), soit parce que le hasard intervient de façon dominante. Par opposition, on parlera de *jeu fort* lorsque le joueur peut acquérir une maîtrise du jeu. C'est le cas des jeux de stratégies, au moins à un certain niveau d'expertise.

Variabilité

Certains jeux sont susceptibles d'adaptation. On pourrait parler de "variable ludique" à l'instar des variables didactiques. Voici un exemple :

Tous connaissent les “cascades”, notamment grâce à une publication ancienne de Philippe Clarou à l’IREM de Grenoble :

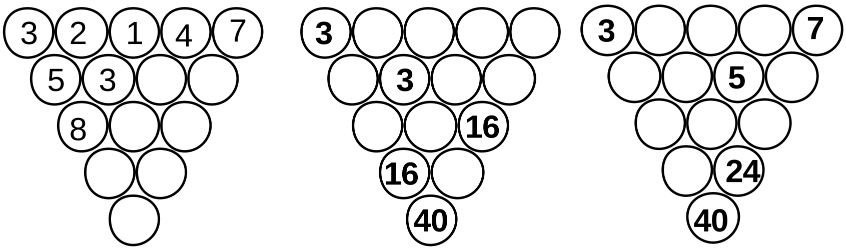


fig. 3.a **fig. 3.b** **fig. 3.c**

Le nombre occupé par une case est la somme des deux nombres voisins situés au-dessus de lui. Lorsque la première ligne est donnée (fig. 3.a), le problème, facile, n’est qu’une variante ludique des “tables” d’addition. Le jeu est un peu plus stimulant lorsque les cinq données nécessaires sont disposées autrement (fig. 3.b). Le jeu devient “fort” lorsqu’il s’agit de créer une grille : peut-on choisir des nombres arbitrairement ? La position de ces nombres est-elle libre (fig. 3.c) ? On fait apparaître ainsi une véritable *maîtrise* de la situation.

Le “jeu sur le jeu” est probablement une métaphore des mathématiques elles-mêmes. Analyser la construction d’un jeu, jouer avec les règles, *construire* un jeu ou une variante, c’est en prendre possession et faire jouer sa structure.

Adaptation d'un jeu et carte d'utilisation.

Exemple : voici un premier jeu proposé en M.S. (fig.4.a). Il s’agit de “dominos 2-D” ; la règle (topologique) consiste à assembler des hexagones de telle sorte que les sommets en contact comportent la même couleur. Il est apparu que cette règle était plus facile à utiliser dans la disposition de la fig. 4.b (disques à compléter). On peut prolonger cette activité au CP par une règle numérique : les disques à compléter doivent totaliser vingt (fig. 4.c) :

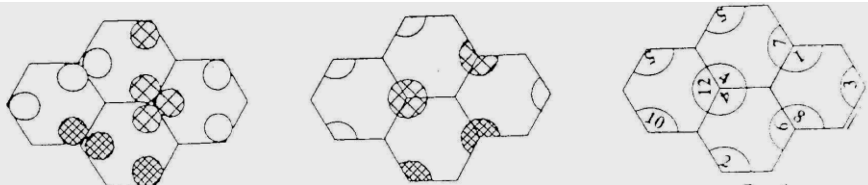


fig. 4.a fig. 4.b fig. 4.c

De plus, ce support peut donner lieu à des problèmes :

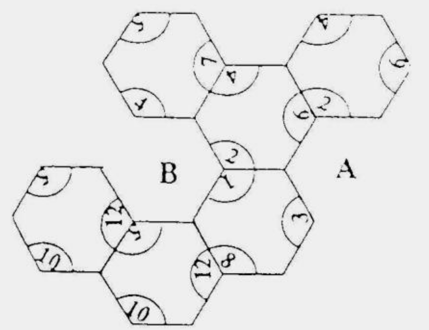


fig. 5

L'occupation de la position A est soumise à *une* condition (faire 20). Mais l'occupation de la position B est soumise à *deux* conditions.
Il est ainsi possible de partir d'un jeu “faible”, dont la règle est très simple, voire implicite, et de graduer l'usage, en fonction du sujet et de son expérience, en lui proposant des défis progressifs.

Un jeu **s'use.** C'est à dire que la recherche initiale est rapidement remplacée par une récupération en mémoire des résultats antérieurement rencontrés. C'est particulièrement vrai avec les plus jeunes enfants, par exemple pour les encastrements ou les puzzles. Il importe alors de *rafraîchir* l'intérêt par des variantes, c'est à dire de brouiller les éventuelles récupérations.

Exemple : Il est facile de fabriquer un puzzle avec un papier-cadeau dont le dessin est assez neutre (pas de figure d'ensemble) ; on découpe un rectangle selon des rangées et des lignes dont toutes les largeurs sont différentes (fig. 6.a). Lorsque ce puzzle devient familier, on le brouille par un nouveau découpage de la même surface ; la difficulté dépend évidemment du nombre de pièces (fig. 6.b).

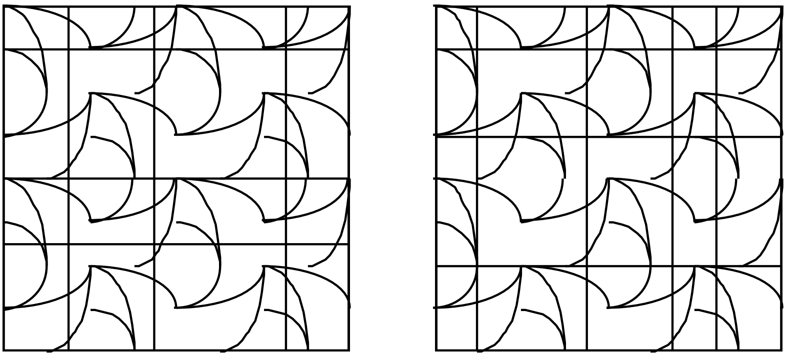


fig. 6.a **fig. 6.b**

Renforcement d'une représentation

Certains jeux ont pour objectif explicite de renforcer un type particulier de représentation.

Exemple 1 : il est numérique. Il y a quantité de jeux qui visent à renforcer l'aspect "répertoire" (mémorisation des tables). Par contre certaines activités favorisent l'aspect "graduation" (droite numérique).

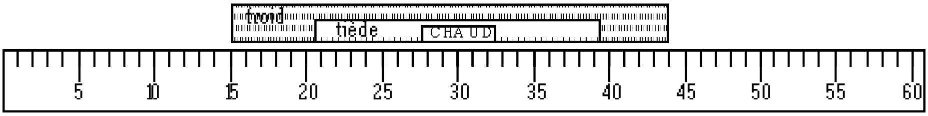


fig. 7. : chaud / froid

Un nombre est à découvrir, entre 1 et 99. Les joueurs proposent un nombre, à tour de rôle, auquel il est répondu "froid" si l'écart au but est supérieur ou égal à 10, "tiède" si l'écart est entre 3 et 10, "chaud" si l'écart est inférieur à 3. On peut s'aider d'une graduation, et d'un curseur, comme ci-dessus.

Exemple2 : il est aussi numérique
(mais est-ce un jeu ? ou : comment peut-on en faire un jeu ?)

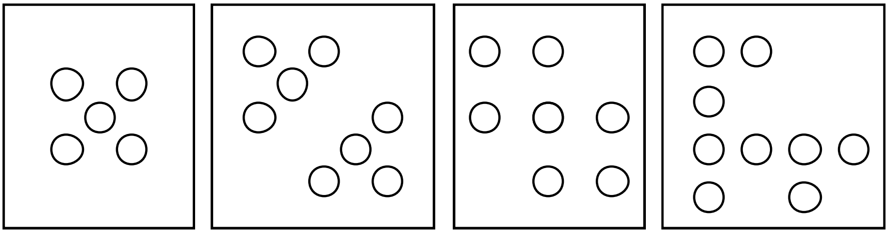


fig. 8.a **fig. 8.b** **fig. 8.c** **fig. 8.d**

Les cartes ci-dessus sont présentées une à une rapidement (1 ou 2 secondes).

Combien de points ?

La première (a) est une constellation classique. On peut lire dans la seconde (b) deux constellations "4", et faire appel à "4 et 4 : 8". Pour les autres, le repérage est moins facile, et il est intéressant de faire expliciter les différentes tentatives. Par exemple pour (c) : voit-on 4 + 4 , ou bien 2 + 3 + 2 ? etc. Pour (d), on peut voir trois constellations identiques de 3, et conclure 3 × 3 = 9, ou encore … C'est la *pluralité des repérages*, l'*automatisation des constellations,* la *rapidité des rappels déclaratifs*, qui sont ici objets d'entraînement.

Jeux stratégiques

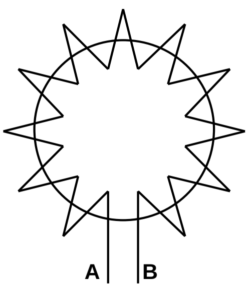
Un jeu stratégique ajoute à un support donné (par exemple une expertise numérique) deux composantes : l'une est de caractère social (respect des règles du jeu, et de l'alternance des coups), l'autre relève de la **planification** des actions (imaginer les coups possibles, et les ripostes de l'adversaire, à une "profondeur" un, deux, etc.). Ces composantes peuvent être prises comme objectif de jeu, ou bien permettre de "rafraîchir" l'intérêt d'un jeu dont le support est déjà connu.

Deux positions semblent défendables :

• D'une part, promouvoir des jeux à règles très simples, tels que le respect de la règle ne constitue pas une surcharge excessive au dépens de la capacité d'anticipation,

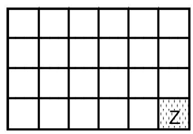
• D'autre part, admettre des jeux complexes (comme les Échecs), qui mettent en œuvre des expertises synthétiques, non réductibles à des modèles simples. Des retournements de situation ("à la mi-temps, on échange les camps") permettent de rééquilibrer les rapports experts / débutants.

Voici deux exemples de jeux "simples" dont la règle est très vite intégrée, ce qui permet d'envisager une analyse complète :



Les deux joueurs partent, l'un de A , l'autre de B . Ils avancent sur la ligne brisée, à leur choix, de 1, 2 ou 3 segments. Lorsqu'ils arrivent face à face (blocage) , le gagnant est celui qui est en position extérieure.

fig. 9.a : jeu de l'étoile



Ceci est une plaque de chocolat. Chaque joueur à tour de rôle, brise la plaque (d'un bord à l'autre) et en prend une des parties détachées; celui qui doit prendre le carré marqué Z a perdu.

fig. 9.b : la plaque de chocolat[1]

Nouveaux jeux

D'autres jeux sont évoqués, qui semblent apporter des composantes originales, ou qui ont été expérimentés de façon méthodique dans les écoles. C'est le cas de Abalone (cf. F. HUGUET[2]), ou bien de Quarto (cf. Grand N, n°58) dont l'originalité tient à ce qu'un joueur choisit pour son adversaire la pièce à jouer.

---

[1] Ce jeux est décrit dans l'article de N. Bonnet, « Comment ne pas être chocolat ? » dans le chapitre 2, tome 1.

[2] Voir bibliographie à la fin de l'article.

Il a été question également des “jeux coopératifs”, développés en particulier par les Canadiens. Le but du jeu n’est pas de faire gagner un joueur contre un autre, mais de les faire coopérer afin qu’ils gagnent ensemble.

Exemple : dans un potager, il y a 4 tomates (rouges), 4 carottes (oranges), 4 petits pois (verts), 4 maïs (jaunes). On joue avec deux dés : un dé numérique, et un dé-couleur (rouge, orange, vert, jaune, blanc, noir). Le but du jeu est d’enlever tous les légumes avant l’hiver. Si “blanc” est tiré, c’est l’hiver qui gagne.

Trois heures d’échanges ne permettaient sans doute pas d’aller beaucoup plus loin dans ce programme, qui pourrait faire l’objet d’une sous-commission permanente, ouverte à qui veut.

Ce programme consiste à :

- Relever des jeux nouveaux, dont le fonctionnement semble original ;
- Développer *pour un support donné* un mode d’emploi (que faire ? ; dans quel but ? ; comment ?), des variantes graduées, si possible des comptes-rendus d’activités ;
- Développer *selon des entrées didactiques*, un répertoire de jeux disponibles (ou facilement constructibles).

Références

F. BOULE : Mathématiques et jeux, Cedic, 1976 [*mais seulement le chapitre 2 …*]
B. BETTINELLI : Mathématique et jeux de société, CRDP Besançon, 1976
M. MEIROVITZ, J. TRICOT : Le Mastermind en dix leçons, Hachette, 1979
N. PICARD et al. : Les jeux du Club des Cordelières, IREM Paris VII, 1980
Commission JEM : LUDI-MATH n°1 (1979), n°2 (1979), n°3 (1982), n°4 (1985), APMEP, Régionale de Poitiers
APMEP : Jeux 1, publication APMEP n°44, 1982
F. PINGAUD, J-F. GERME : Cinquante jeux papier/crayon, Ed. du Rocher, 1984
APMEP : Jeux 2, (numériques) publication APMEP n°59, 1985
B. BETTINELLI : Jeux de formes, formes de jeux, IREM Besançon, 1984
D. GRANDPIERRE : Le calcul mental, c’est simple, en s’amusant, Retz, 1985
L. CHAMPDAVOINE : Les mathématiques par les jeux (cycle I), F. Nathan, 1985-86
M. MEIROVITZ, P. JACOBS : La gymnastique de l’esprit, Hatier, 1988
F.BOULE : 1, 2, 3 … Jouez ! MDI [Nathan], 1991 ; jeux en kit
F. BOULE : Faites vos jeux, 1996
F. BOULE : Jeux de calcul, A. Colin, 1994
F. JACQUET : “Quarto”, Revue Grand N, n°58, 1995-96
Revue MATH-ECOLE (Case postale 54; CH 2007 Neuchâtel 7)
D. DJAMENT : Un petit jeu pour le C.E., APMEP n°408, Février mars 1997
F. HUGUET et alii : Jeux de stratégie au Cycle II., IUFM de Bretagne, site de Quimper

Multiplication en ZEP
Le jeu de Pythagore

Nicole Bonnet

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Rennes 1996.

Comment faire apprendre les tables de multiplications à des enfants réfractaires? Il s'agit de les faire mémoriser autrement que par le"par cœur", dans un va-et-vient "j'apprends pour jouer, je joue pour apprendre", grâce au jeu de la table de Pythagore.
L'auteur présente ici un dispositif pour la formation initiale et continue, étroitement articulé à une démarche d'enseignement éprouvée dans des classes de ZEP.

INTRODUCTION

Dans le cadre d'un travail avec une classe de CM1/CM2 en Z.E.P. de NEVERS, j'ai mis en place un dispositif visant l'apprentissage des tables de multiplication qui s'appuie sur le jeu de la table de Pythagore[1], légèrement modifié. Je décris ici la manière dont j'ai utilisé ce point de départ en formation de formateurs lors du séminaire de Rennes : j'ai proposé un parcours en quatre étapes visant l'appropriation du jeu et une analyse a priori de dispositifs d'enseignements s'appuyant sur cet outil.

- Première étape : appropriation du jeu
- Deuxième étape : dispositif de travail
- Troisième étape : mise en commun et synthèse des productions
- Quatrième étape : compléments et commentaires

Mon propos est complété par des commentaires consécutifs au transfert de la démarche en formation continue d'enseignants. En dernier lieu, je présente la mise en oeuvre effective telle qu'elle a été faite en classe de CM1 / CM2.

[1] In : « Jeux 2 », publication A.P.M.E.P. n° 59

PREMIÈRE ÉTAPE : APPROPRIATION DU JEU PAR LES FORMÉS

Travail par deux

Phase 1. Découverte « sauvage » du jeu (20 minutes) :

⊗ Consigne :
« Voici une description de jeu avec la règle (distribuer le document 1)[2]*. Vous disposez en outre d'une planche de jeu et des cartons associés. Jouez ! ».*

Phase 2. Repérage des stratégies locales (20 minutes) :

⊗ Consigne :
« Ce jeu n'est certainement pas un jeu entièrement de hasard. Repérez les stratégies locales et rédigez-les ».

Cette demande est faite pour que la formulation et l'énonciation soient plus claires.

Le formateur fera un tour des couples de partenaires en demandant d'énoncer les stratégies et les notera au tableau. Deux types de formulations possibles :

- celles qui relèvent des stratégies (tactiques locales) ;
- celles qui relèvent des connaissances en jeu,

Le formateur les notera dans l'ordre chronologique.

⊗ Remarques :
Je pense que ces stratégies locales n'émergeront pas toutes à ce stade. Si je me suis trompée, la phase 3 est inutile. Dans ce cas, il convient tout de même de trier les stratégies écrites en phase 2.

Phase 3. Émergence plus fine des stratégies (10 minutes)

⊗ Consigne :
« Voici une grille d'un jeu déjà commencé (document 2), vous allez tout d'abord déterminer un joueur A et un joueur B. Les règles du jeu ne sont pas modifiées, sauf qu'il n'y a pas de pioche. Si vous ne pouvez plus jouer, vous passez votre tour. Lorsque vous « posez un carton », il faut barrer le nombre dans votre colonne et le reporter sur grille du bas qui est la mémoire du jeu ».

⊗ Remarques pour le formateur :

[2] L'ensemble des documents (numérotés de 1 à 10) est situé à la fin de l'article

1. Les stratégies locales sont les suivantes :

- S1 : Se débarrasser des cartons trop éloignés du jeu
- S2 : Poser le plus tôt possible les cartons qui existent en plusieurs exemplaires (il convient donc de regarder son jeu, mais aussi celui de son voisin).
- S3 : Poser le plus tard possible les cartons qui n'existent qu'en un seul exemplaire (cases hachurées sauf 4, 9, 16 et 36)

2. Ces différentes phases permettront aux formés de se rendre compte que la bonne compréhension d'un jeu nécessite un temps assez long d'appropriation et qu'il est nécessaire de jouer plusieurs fois.
Faire émerger les stratégies donne un intérêt au jeu : ce n'est pas un jeu de hasard total, elles donnent le pouvoir de gagner pour le joueur. De plus, celui-ci aura intérêt à acquérir des connaissances mathématiques (répertoire multiplicatif, décompositions multiplicatives d'un nombre, disposition spatiale des nombres qui figurent dans la table de Pythagore, connaissance du nombre de répétitions de chaque nombre, lecture d'un tableau à double entrée ...)

DEUXIÈME ÉTAPE : DISPOSITIF DE TRAVAIL

Durée approximative : 1 heure

Cette étape devrait permettre aux participants de se construire des éléments de réponse pour la question surgie à l'issue de la première étape : « faut-il connaître la table de multiplication pour jouer ou bien jouer pour apprendre la table ? ».

Les formés sont répartis en groupes de 4 personnes. Une affiche doit être produite en fin de recherche.

⊗ <u>Présentation de l'origine des supports et de la démarche :</u>
Il s'agissait d'une recherche menée dans une classe de deux niveaux CM1/CM2 où les élèves étaient en difficulté par rapport à la table de Pythagore.

Le test initial (document 3) avait donné les résultats suivants :

CM1 A : moyenne 8,6 / 10 ; B : moyenne 2,5 / 10
CM2 A : moyenne 9,1 / 10 ; B : Moyenne 4,8 / 10

En regardant les résultats du test A, j'avais tout d'abord pensé que les élèves n'étaient pas en si grande difficulté que cela, mais le temps imparti avait été suffisamment long pour qu'ils utilisent des procédures autres que celle de mémoire rapide. Procédures du type calcul à partir d'un multiple connu, comptage sur les doigts ou tout simplement tricherie (rapides coup d'œil sur des tables cachées sur leurs genoux).

Le test B, mettant en jeu d'autres compétences que la seule mémorisation est plus révélateur.

Le même test final a été proposé dans cette classe après une progression d'une dizaine de séances. Les résultats sont les suivants :

CM1 A : moyenne 9,5 / 10 ; B : moyenne 5,5 / 10
CM2 A : moyenne 9,9 / 10 ; B : Moyenne 9,4 / 10
Une très nette amélioration globale peut se percevoir au travers des moyennes.

⊗ Consigne de travail pour les formés :

« Voici des outils (documents 1, 2, 3 (déjà donnés), documents 4, 5, 6, 7, 8), qui pourraient servir dans une classe de CM dont le problème principal est l'apprentissage de la table de Pythagore. Quelle mise en oeuvre envisageriez-vous ? »

Hypothèses :

- Le travail à partir de ce jeu favorise une autre forme de mémorisation que l'apprentissage par cœur : il s'agit ici de construire du sens et pas seulement de répéter des rituels du type : « 2 fois 3 font 6 ; 8 fois 5 font 40 ... »
- L'aspect ludique est motivant.

Remarque : Il se peut que la notion de repérage des cases, sur la table de Pythagore, soit à retravailler, mais ce n'est pas un objectif de cette étude.

TROISIÈME ÉTAPE : MISE EN COMMUN, SYNTHÈSE DES PRODUCTIONS

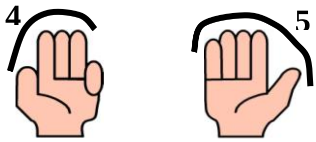
Durée approximative : 30 minutes

⊗Affichage des productions des stagiaires et commentaires :
Les questions suivantes ont fait et pourront faire l'objet de débats :

- A quoi sert le jeu de la table de Pythagore ?
- Selon les diverses propositions de mise en oeuvre, quelles sont les conceptions sous-jacentes de l'enseignement avec des élèves en difficulté qui émergent ?
- Quels autres intérêts, que celui de l'apprentissage de la table, voyez-vous dans ce jeu ?
- Avez-vous défini des objectifs préalables ? Lesquels ?
- Pourquoi avez-vous placé tel outil (document) à tel endroit ?
- Quels sont les obstacles potentiels qui peuvent arrêter les élèves, et dans ce cas, quelles aides suggérez-vous ?

⊗ Remarques pour le formateur :

- Remarque 1 : Le document 4 pourrait permettre l'élaboration de séances où les enfants redécouvrent la table de Pythagore et quelques propriétés :
  1. Echanges lignes/colonnes
  2. Diagonale axe de symétrie (commutativité) : 8 x 5 = 5 x 8
  3. Fréquence de répétition des nombres
  4. Observation des lignes : différence entre deux naturels consécutifs
  5. Particularités de la ligne des 9
     - Les unités diminuent régulièrement de 1 en 1, et les dizaines augmentent régulièrement de 1 en 1.
     - La somme des chiffres vaut toujours 9.
     - Cette observation débouchera peut-être sur le critère de divisibilité par 9 : seuls les nombres dont la somme des chiffres vaut 9 sont divisibles par 9. (Ouverture possible vers la preuve par 9 qui n'est plus enseignée dans les écoles aujourd'hui, mais qui peut constituer un objet de réflexion en formation initiale).
     - Montrer une aide mnémotechnique aux enfants : table des 9 sur les doigts des deux mains



Exemple 9 X 5 : on abaisse le cinquième doigt et on lit

- <u>Remarque 2</u> : Le document 5 peut permettre deux sortes de mises en oeuvre :
  - Problème : recherche des relations qui relient les nombres d'une même croix, puis jeux de découverte de deux nombres inconnus d'une même croix par exemple :

	9	
16		
	27	

Il s'agit de faire découvrir (par les formés ou par les élèves), la relation suivante :

Dans une « croix magique », on a :
a + b = d + e = 2 x c

	a	
d	**c**	**e**
	b	

  - Trouver des solutions à la croix suivante. Laquelle est une solution qui se trouve dans la table de Pythagore ?

	49	
	56	

- <u>Remarque 3</u> : Le document 6 permet aux enfants une première appropriation du jeu. Il est utile lors de l'analyse de plusieurs partie pour montrer que A ou B peuvent gagner (ce dont les enfants doutent au premier abord : ils pensent fréquemment que celui qui commence est le vainqueur). Il aide en outre à mettre en évidence les premières stratégies de jeu. Il devrait précéder le document 2.

- Remarque 4 : Le document[3] 7 et le document[4] 8 peuvent servir de soutien ou d'évaluation.

- Remarque 5 : En réponse à la question posée en deuxième étape : « Faut-il connaître la table de multiplication pour jouer ou bien jouer pour apprendre la table ? », je pense que les allers-retours table / jeu se font spontanément. La table de Pythagore (document 4) peut être une aide, un soutien pour que les enfants puissent jouer, au jeu de Pythagore. Mais rapidement, ils s'aperçoivent qu'ils perdent du temps à chercher les produits et qu'il vaut mieux les savoir par cœur. Le phénomène suivant peut alors s'observer : spontanément, sans que le maître leur impose, les élèves apprennent chez eux la table « *pour bien jouer et aller vite* ». Le jeu sert de motivation alors que le fait de calculer des opérations n'est absolument pas finalisé en soi pour un élève. Ils mémorisent donc pour jouer, sans se rendre compte qu'ils jouent finalement pour mémoriser ces tables.

QUATRIÈME ÉTAPE : COMPLÉMENTS

Des participants voudront rejouer au jeu de Pythagore, d'autres pourront utiliser les documents 9 ou/et 10.

- Document[5] 9 : puzzle à découper et à reconstituer.

Nous engageons le lecteur à se poser la question suivante : quelles nouvelles difficultés surgissent ?

- Document 10 : bataille navale sur table de Pythagore[6].

Ce jeu a pour objectif de réutiliser les tables de multiplication, afin que le phénomène de lassitude n'apparaisse pas.
Une difficulté que peuvent rencontrer les enfants est celle de l'identification d'une case. En effet, la case 4 X 3 n'est pas la même que la case 3 X 4. L'expression orale devra donc être : "12 colonne du 3 ou 12 ligne du 4"

[3] in « Jeux de calcul » du CP au CM2 de F. Boule, éditeur A. Colin.
[4] d'après une idée de F. Boule
[5] d'après une idée de F. Boule
[6] jeu inventé par N.Bonnet à l'issue de l'atelier.

COMMENTAIRES APRÈS EXPÉRIMENTATION

Une expérimentation de cet outil de formation a pu être menée en formation continue auprès d'instituteurs. Mais les étapes 3 et 4 n'ont pas eu lieu faute de temps.

Bilan de l'étape 1

Dès la distribution du matériel (pour deux stagiaires : un jeu de Pythagore sur feuille A4 en bristol, et une enveloppe contenant 100 cartons numérotés), un grand intérêt se manifeste et persiste tout au long de l'activité.

C'est la question suivante : « Peut-on regarder le jeu de l'autre ? » qui amène l'idée de stratégies possibles. Les stagiaires ont ensuite travaillé sur ces stratégies. En voici quelques unes « en vrac ». Il s'agit soit de morceaux de tactiques, soit de connaissances nécessaires pour bien jouer.

- Une ouverture du jeu qui permet plus de possibilités est de placer les cartons de manière dispersée, une fois qu'ils sont tirés.
- Connaître toutes les décompositions des nombres de ses cartons (connaissances).
- Déterminer la fréquence d'un carton dans le tableau (connaissance).
- Regarder s'il y a des cartons de la diagonale (de son jeu ou de celui de son adversaire) et les garder le plus longtemps possible si l'autre ne les a pas (stratégie incomplète car les nombres de la diagonale n'ont pas tous la même fréquence d'apparition).
- Parmi ses cartons, essayer d'organiser une ligne ou une colonne pour enchaîner ses placements. Par exemple, si on a 12, 14, 16, placer plutôt 12 en 2 x 6 qu'en 3 x 4. (morceau de stratégie).
- Essayer de poser le plus vite les cartons qui ont plusieurs places (voir S2 encadré).
- Placer dès que possible les cartons dans les coins (pour bloquer son adversaire ?).
- Eliminer les nombres que l'on a en double (S2).
- Eviter de se placer sur une case adjacente à une case hachurée (?).
- Rechercher les cases hachurées (S3).

Ces stratégies locales sont explicitées par leurs auteurs et discutées en grand groupe. Le temps prévu est assez facilement débordé, car chaque groupe de deux personnes veut tester les stratégies qui lui semblent prometteuses.

Bilan de l'étape 2

La consigne de cette étape doit être clarifiée en resituant la nature du document 3 : *" Dans cette classe, l'exercice B n'est pas réussi. Vous voulez remédier à cette méconnaissance de la table de Pythagore, vous réunissez alors les documents de 1 à 8. Dans quel ordre les introduisez-vous? "*

Quatre groupes de quatre stagiaires ont pu donner leur ordre de présentation :

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4
1 ; 4	8	8	1 (table 5X5)
8	3	3A	6
3	4	$3B_1$	4
6	1	4	8
2	2	1	1
5	6 ; 7	6 ; 2	2
7	5	7	3A
9		$3B_2$	7 ; 3B
		5	5

$3B_1$ est la partie A du document 3
$3B_2$ est la partie B du document 3

On note que le plus souvent, le jeu (doc 1) n'est pas mis à la fin. Et aucun participant ne pense qu'il faut bien connaître la table pour bien jouer, les maîtres envisagent de se servir du jeu pour donner du sens à l'apprentissage.

PROPOSITION DE MISE EN ŒUVRE DANS UNE CLASSE DE CM

Pré-test et post-test doc3

Séance 1 : Découverte : La table de Pythagore et quelques propriétés
Les enfants sont invités à compléter une table de Pythagore, puis à mettre en évidence des propriétés caractéristiques de celle-ci. Ils s'intéressent également (pour des besoins ultérieurs) à la fréquence d'apparition de certains nombres. Doc 4

Séance 2 : Découverte : Quels nombres pour quel produit ?
Les enfants vont découvrir des règles sur les produits de deux entiers pairs, le produit de deux entiers impairs, le produit d'un entier pair et d'un entier impair. Doc 4

Séance 3 : « Une croix magique »

Les enfants vont découvrir des relations entre des nombres situés sur une même « croix », on leur proposera ensuite de découvrir 1 puis 2 nombres cachés d'une même croix. C'est une activité riche en calcul mental, qui fait fonctionner la réversibilité des opérations, qui est de plus motivante de part son aspect ludique. Doc 5

Séance 4 : Présentation du jeu
Une phase collective de présentation du jeu. Les enfants sont répartis en deux équipes de 12. Ils s'affrontent alternativement et s'approprient peu à peu des règles du jeu. Doc 1

Séance 5 : Découverte des stratégies de jeu
Pour aider les enfants à découvrir des stratégies, nous leur proposons des portions de tables où n'apparaissent que des nombres dont les produits leur sont bien connus. Doc 6, Doc 2

Séance 6 : Jeu par deux
Les enfants s'affrontent par 2. Ils réinvestissent dans le jeu complet, toutes les découvertes mathématiques ou stratégiques précédentes. Pas de document, mais il s'agit de jeux fabriqués en format 40 cm x 40 cm.

Séance 7 : Tables incomplètes
Nous proposons aux enfants (en évaluation formative) le jeu de la table incomplète : il s'agit de tables de multiplication dont on a effacé le contenu de certaines cases. Les têtes de lignes et de colonnes ne sont pas rangées dans l'ordre croissant. Doc 7

Séance 8 : Les tables-puzzles
Les enfants ont deux sortes de puzzles à reconstituer : Doc 8 ; Doc 9
Je n'ai personnellement pas utilisé le Doc 10, que j'ai fabriqué par la suite d'après les suggestions de quelques membres de l'atelier, je le placerais en séance 8.

DOCUMENT 1
LE JEU DE PYTHAGORE

Objectif : amélioration de la connaissance de la table de multiplication.
Durée : 20 à 30 minutes
Matériel pour deux joueurs :

- Une table de Pythagore de la multiplication pour les nombres naturels de 1 à 10 (plaque de carton fort ou de bois). Les cases de la diagonale principale sont hachurées.
- 100 petits cartons destinés à être placés dans les cases et sur lesquels sont inscrits les produits qui doivent figurer dans la table.
  On aura ainsi, 4 cartons portant le nombre 12 (pour 4x3 ; 3x4 ; 2x6 ; 6x2), 3 cartons portant le nombre 16 (4x4 ; 2x8 ; 8x2), 1 carton portant le nombre 81 (9x9).

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

But du jeu **:** Se débarrasser le plus rapidement possible de ses cartons.

Règles :

- Les cartons sont mélangés
- Les joueurs tirent à tour de rôle 2 cartons et les placent sur les cases convenables de la table de Pythagore (ils ont ainsi déposé 4 cartons sur la table)
- Chacun prend au hasard 20 cartons. Le reste de cartons constitue la pioche
- On joue à tour de rôle
- Un carton ne peut être posé que sur une case adjacente (1) à un carton déjà placé
- Celui qui place un carton sur une case hachurée a le droit de remettre dans la pioche un carton de son choix parmi ceux qui lui restent
- Celui qui ne peut pas jouer tire un carton dans la pioche et passe son tour
- Le vainqueur est celui qui, le premier, se débarrasse de tous ses cartons.

(1) Une case est adjacente à une autre si elles ont un côté en commun.

Document 2

Le jeu de la table de Pythagore

Règle simplifiée : il n’y a pas de pioche. Si on ne peut pas jouer, on passe son tour.

	X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
A	1											B
12	2			6		10	12					9
12	3				12	15	18					14
14	4						24					16
16	5						30					20
32	6											24
36	7											28
36	8											36
40	9											72
	10											

	1er tour	2e tour	3e tour	4e tour	5e tour	6e tour	7e tour	8e tour	9e tour	10e tour	11e tour	Elimine
A												
B												

Entoure le gagnant.

DOCUMENT 3 : TESTS

A Complète les tableaux suivants

a	2	7	5	3	4	6	10	1	9	8
a X 5										

b	4	6	9	1	10	2	7	5	3	3
b X 3										

c	5	7	9	3	1	8	2	4	6	10
c X 3										

d	7	3	6	10	9	4	2	5	1	8
d X 9										

e	8	9	1	6	4	10	3	7	2	5
e X 7										

B Complète les tables suivantes.

X	4		9	8
7		42		
			45	
			72	
	24			

X				
	27			
		35	49	
	15			
		40		16

DOCUMENT 4
LA TABLE DE PYTHAGORE

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

DOCUMENT 5
LA "CROIX MAGIQUE"

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Vous observerez que :
8 + 16 = 9 + 15 = 12 x 2 et que 42 + 54 = 40 + 56 = 48 x 2

DOCUMENT 6
LE JEU DE LA TABLE DE PYTHAGORE

<u>Jeu simplifié</u> : il n'y a pas de pioche. Si on ne peut pas jouer, on passe son tour

X	1	2	3	4	5
1					
2					
3		6			
4	4				
5					

A	B
4	2
8	4
9	6
25	12

	1er tour	2e tour	3e tour	4e tour	Elimine
A					

Entoure le gagnant

DOCUMENT 7
TABLES INCOMPLÈTES

	3		2	
		18		
			10	
	12			16
		54		36

		6		4
	6		33	12
				4
7			77	
	12			

Il s'agit de tables de multiplications dont on a effacé le contenu de certaines cases. Mais attention : les têtes de lignes et de colonnes ne sont pas rangées dans l'ordre croissant.

DOCUMENT 8
Table- puzzle

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

DOCUMENT 9
table-puzzle

1								9	
			8		12				
	6			15			24		
				20					
		15				35		45	
								54	
7					42				
		24	32				64		80
					54				
	20						80		

DOCUMENT 10
LA BATAILLE NAVALE DE PYTHAGORE

Le joueur A place sur sa grille :

- 1 porte avion de 5 cases
- 1 cuirassé de 8 cases
- 1 croiseur de 2 cases
- 2 sous-marins de 2 cases
- 2 canots de 1 case

Le joueur B dit : " **12 colonne du 4 (ou 12 ligne du 3)**
Le joueur A répond : "touché"
Le joueur B dit : "15 colonne du 5"
Le joueur A répond : "touché"
Le joueur B dit : "9"
Le joueur A répond : "coulé"
Le joueur B dit : "1"
Le joueur A répond : "touché"

Le joueur B adopte trois types de notations sur sa grille mémoire selon qu'il "touche" ; "coule" ; ou qu'il "tombe dans l'eau".

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Joueur A

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	X									
2								0		
3			~~X~~	~~X~~	~~X~~					
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Joueur B

Expériences en classes multi-niveaux

François Huguet

Extrait de Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques – Rennes 1996

Cet article présente trois activités menées dans des classes multi-niveaux de cycle 3 regroupant des élèves de classes de CE2, CM1 et CM2.
Le titre de ces activités est : « Le trio infernal », « Les rectangles semblables » et un rallye mathématique.

Problématique des travaux du groupe

L'existence des classes multi-niveaux est une réalité. De nombreux maîtres, débutants ou confirmés, sont confrontés d'une part à des problèmes de gestion de classe et d'autre part à des problèmes de choix de contenus à enseigner dans des classes à deux ou trois niveaux (pas nécessairement consécutifs) que l'on peut rencontrer de la Petite Section de Maternelle au CM2. Il nous semble donc très important, dans un objectif de formation, d'approfondir notre réflexion sur ce sujet en partant :

- des directives officielles concernant la mise en place des cycles à l'école élémentaire
- des travaux et réflexions de chercheurs mais aussi de nos propres expériences.

Dans cet esprit, après un tour de table permettant de faire le point sur les apports et les attentes des participants, nous avons pris comme point de départ un texte de Philippe Meirieu[1] intitulé « Groupes de niveau ? Groupes de besoin ? ». Un consensus s'est établi, en accord avec les idées de Philippe Meirieu, pour confirmer l'intérêt de créer plutôt des "groupes de besoins" en vue de mettre en oeuvre une pédagogie différenciée particulièrement adaptée à ce type de classes.

Nous avons choisi ensuite d'axer notre réflexion en soulevant deux sortes de questions :

1) Quels sont les principaux problèmes de gestion d'une classe multi-niveaux ? En particulier, quels conseils peut-on apporter pour tenter de répondre aux nombreuses questions touchant l'organisation des activités ?

[1] "*L'école, mode d'emploi ; des méthodes actives à la pédagogie différenciée*."
Pages 149 à 155, E S F, 1992.

Par exemple au cycle 3, comme le maître ne peut être partout à la fois, il nous semble important d'établir des "règles de vie" et de développer l'autonomie des enfants en exploitant l'idée de "contrat de travail" chère aux classes pratiquant la "pédagogie Freinet".

Cependant, un groupe d'enfants ne peut rester seul trop longtemps. D'où l'idée d'alterner les "situations d'accompagnement" nécessitant la présence du maître et les situations de travail autonome.

A titre d'exemple, il existe pour la lecture des moyens audiovisuels et informatiques tels des logiciels adaptés à certains apprentissages.

Il n'est bien sûr pas nécessaire que tous les enfants travaillent simultanément en Mathématiques.

2) Peut-on proposer en mathématiques des activités communes, avec des objectifs différents, à tous les enfants d'une même classe multi-niveaux ?

Pour tenter de répondre à cette difficile question nous sommes partis d'abord du compte-rendu d'une expérience récente conduite dans plusieurs classes regroupant des enfants de CE2, CM1 et CM2, c'est-à-dire de tout le cycle 3.

En pratiquant nous-mêmes l'activité du "trio infernal", sur une idée de Jean Kozérawski IMF à Quimper, nous avons voulu aussi tester si la fiche élaborée par le groupe de recherche "Math29"[2] et destinée à faciliter l'organisation de cette activité, était bien "fonctionnelle". Vous trouverez plus loin un article sur l'activité géométrique du **"trio infernal**" ainsi que les questions soulevées et les enrichissements proposés par les participants à cet atelier.

Nous avons ensuite analysé ensemble une deuxième activité conduite dans la classe multi-niveaux regroupant des enfants de tout le Cycle 3.

Cette activité baptisée **"les rectangles semblables"** propose un travail autour de la notion de proportionnalité que l'on peut exploiter dans différents cadres (géométrique, numérique...). L'origine est un article d'Hervé Péault[3]. Vous trouverez aussi, dans ce deuxième article, les réactions et suggestions des participants à l'atelier.

Nous avons analysé enfin un document rendant compte d'un **"Rallye Mathématique"** organisé au cours d'un stage de Formation Continue mettant en concurrence 21 équipes formées d'enfants du Cycle 3. Vous trouverez donc ce troisième article et les autres idées d'exploitation proposées par les participants à l'atelier. Nous proposons en annexe quelques exemples d'épreuves de ce Rallye avec des références et des commentaires, ainsi que la grille des résultats.

[2] Groupe local de réflexion sur l'enseignement des mathématiques. Ce groupe n'existe plus actuellement.

[3] Voir la brochure tome 2, chapitre 3, article dont le titre est « *Proportionnalité* »

Conclusion

Le sujet est passionnant mais il nous reste du pain sur la planche et nous avons bien pris conscience des limites de notre travail !

1) Les problèmes de gestion n'ont pas été suffisamment abordés.

2) L'idée développée sur trois exemples, d'exploiter avec tous les enfants d'une même classe multi-niveaux une même situation tout en ayant des objectifs différents, est apparue à tous comme séduisante et originale mais, bien sûr, pas généralisable.

Nous constatons également que ces exemples ne concernent que le Cycle 3.

PREMIÈRE ACTIVITÉ
Le trio infernal

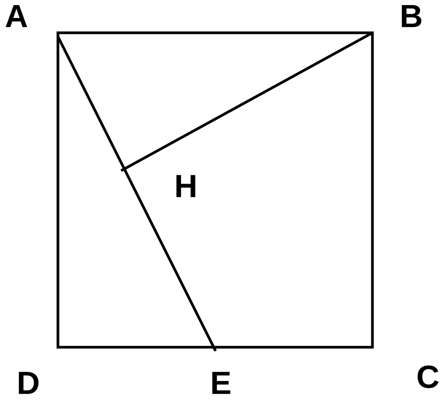
Niveau : CE2-CM1-CM2

Objectifs ou Compétences visées :
- Savoir reconnaître et réaliser des figures géométriques simples en résolvant un problème d'agencement.

Place dans une programmation ou acquis préalables et prolongements
- Pour le CE2 cela peut être une activité de découverte des propriétés de figures simples.
- Pour les CM1 et CM2 cela peut être une activité de réinvestissement utilisant les propriétés des quadrilatères et des triangles.

Situation (Présentation, texte du problème, consignes précises)
- 1ère variante : Fournir le puzzle et prévoir une phase d'appropriation en demandant de réaliser des formes variées à l'aide des trois pièces du puzzle.
Demander ensuite de réaliser des figures géométriques imposées.

- 2ème variante : Demander de construire le puzzle
en imposant ou non l'usage d'instruments.
Proposer ensuite l'activité de recherche :
- Consigne possible :
"*Avec toutes les pièces de ce puzzle vous devez réaliser : un carré, un rectangle, un triangle rectangle, un parallélogramme, un trapèze isocèle, un trapèze quelconque*".



ABCD est un carré
E est le milieu de [DC]
(BH) est perpendiculaire à (AE)

Variables didactiques de cette situation
1) * Fournir des modèles des figures :
- soit "à la taille"

- soit “à une autre échelle”.

* Ne pas fournir de modèle.

2) * Choix du support -

- soit du papier permettant des procédures par pliage.
- soit du carton

3) * L’organisation pédagogique

- Soit “travail individuel”
- Soit “travail en petits groupes”

Matériel

Pour chaque enfant :

- un puzzle ou du matériel (carton ou papier) pour le construire.
- une équerre et une règle graduée.
- Des modèles en ”silhouettes” pour les enfants en difficultés.
- Eventuellement, un puzzle “grand format” pour présenter l’activité à toute la classe.

Analyse a priori des difficultés possibles

- La compréhension du vocabulaire géométrique
- La notion de parallélisme et celle de perpendicularité.
- Les problèmes d’orientation des pièces pour réaliser des figures complexes.
- Penser à tourner et retourner les pièces du puzzle.
- Repérer les côtés de même longueur.

Possibilités d’aides envisagées

- Fournir des modèles “en silhouettes” à l’échelle ou non.
- Indiquer la possibilité de mesurer et même de colorier les côtés de même dimension.
- Donner l’idée de tourner et retourner les pièces du puzzle.
- Indiquer une méthode consistant à choisir une pièce et à étudier systématiquement les possibilités de juxtaposer l’une des deux autres pièces.

Analyse a priori des procédures possibles de résolution

- Procéder par tâtonnement. Ex : tourner autour d’une pièce.
- Utiliser les propriétés des figures demandées (Ex : côtés parallèles ou perpendiculaires)
- Mesurer afin de comparer les dimensions des pièces et voir celles qui “s’accordent”.

Questions et enrichissements proposés par les participants à l’atelier :

Cette activité testée par le groupe a été appréciée par sa simplicité et la richesse des possibilités d’exploitation mais elle a soulevé de nombreuses questions et permis d’instaurer entre nous un véritable débat d’idées.

Abordons tout d’abord quelques remarques de détail concernant le document :

- à propos de la variable didactique « choix du support », il pourrait être intéressant d'examiner si l'emploi d'un papier « quadrillé », permettant de repérer certains angles (droits ou complémentaires) et certaines longueurs sans instrument "externe", facilite ou non la résolution ainsi que la validation des problèmes posés.
- il est proposé pour cette activité que chaque enfant dispose d'une équerre et d'une règle graduée. On pourrait tout aussi bien laisser le libre choix des instruments ou bien imposer un autre outil tel que le pliage.

L'essentiel du débat a porté sur le problème de la "validation" du travail demandé et sur la phase "d'institutionnalisation". En effet, comme le suggèrent les deux variantes du scénario, on ne peut avoir les mêmes degrés d'exigence avec des enfants de CE2 qui découvrent certaines des figures simples à réaliser et des enfants de CM2 pour lesquels c'est plutôt une activité de réinvestissement de connaissances à propos de figures connues permettant de repréciser les propriétés et les critères de reconnaissance.

Concernant la « validation », prenons l'exemple du parallélogramme :

- Comment l'enfant peut-il prouver qu'il a bien réalisé cette figure ?

Nous pensons ici que la validation peut revêtir de multiples aspects :

- bien sûr le maître peut valider ou bien l'enfant peut se référer à un modèle de solution déjà réalisé.
- il nous semble plus judicieux de solliciter une formulation venant de l'enfant.

Cela peut aller du constat ou de la vérification que "les côtés opposés sont parallèles ou ont la même longueur" à une argumentation plus rigoureuse indiquant par exemple "ces deux côtés sont parallèles parce qu'ils sont perpendiculaires au même segment"

Concernant la phase de synthèse, l'exposé des travaux, l'exigence de mémoriser certaines réalisations ou d'élaborer une trace écrite de ces recherches, nous avons pensé que l'institutionnalisation devait revêtir un double aspect :
- le contenu : par exemple en faisant l'inventaire des noms et des propriétés qui permettent de reconnaître, de construire et donc de caractériser des figures simples et notamment des quadrilatères.
- les méthodes ou "savoir-faire" : voir l'importance pour l'enfant d'expliciter les difficultés rencontrées et d'identifier ce qui lui a permis de progresser dans sa recherche. Par exemple comprendre l'intérêt d'utiliser un codage, marquer les angles droits, repérer à l'aide d'un code couleur les côtés de même longueur, repérer deux angles qui permettent de réaliser un angle droit, numéroter les pièces...

Enfin, notre discussion a permis d'ouvrir des pistes de prolongements possibles à cette activité :

- un travail en géométrie orienté vers la réalisation d'un début de "carte d'identité" des principales figures simples,

- un travail plus technique concernant plusieurs procédés permettant de construire des droites parallèles ou perpendiculaires,
- une exploitation possible concernant les aires.

Par exemple dans l'activité de recherche proposée, passer de la réalisation du rectangle à celle du parallélogramme s'obtient par la simple translation d'une des pièces triangulaires. Ceci permet alors de donner du sens à une activité partant de l'aire connue d'un rectangle pour découvrir celle d'un parallélogramme.

DEUXIÈME ACTIVITÉ

Les rectangles semblables

Origine de l'activité : Brochure de l'IREM de Rouen "La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée".
A partir de la résolution d'un même problème proposé à des enfants de CE2, CM1, CM2 regroupés dans la classe de Bertrand Lazennec à St Albin, école de campagne située dans un hameau près de Quimper, analyse et comparaison des procédures utilisées pour trier des rectangles de "mêmes formes".

Contexte de l'expérimentation

Dans son article, Hervé Péault[4] présente une suite d'activités possibles avec des étudiants en formation permettant d'approcher la notion de proportionnalité sous divers aspects.

Dans notre groupe de recherche « Math29 », nous essayons depuis trois années de prendre en compte l'organisation du travail par cycle et plus particulièrement au Cycle 3.

Nous avons essayé de mettre en place plusieurs situations ayant des points de départ communs pour des enfants de CE2, CM1 et CM2 réunis dans une même classe.
Parmi celles-ci, j'ai choisi d'analyser l'activité 4 proposée par Hervé Péault.

Objectifs :

- Pour le CE2, découvrir et utiliser des propriétés liées à la proportionnalité.
- Pour le CM, réinvestir dans un cadre géométrique ces propriétés.

Organisation de l'activité :

Les enfants sont répartis par groupes de 2 ou 3 et reçoivent une série de 12 feuilles numérotées et de même format (papier fin suffisamment transparent modèle A4) sur lesquelles sont dessinés 12 rectangles (1 par feuille) ayant leurs côtés non parallèles aux bords des feuilles. Les diagonales sont tracées pour quelques rectangles.

Détails concernant les dimensions des rectangles qui en fin d'activité devraient être répartis en trois "classes".
1) Rectangles de type A avec le rapport longueur / largeur voisin de 1,27

Longueurs	16	24	32	48
Largeurs	12,6	18,9	25,2	37,8
Numéros	N°1	N°5	N°7	N°10

[4] Voir article « Proportionnalité » dans le tome 2, chapitre 3.

2) Rectangles de type B avec le rapport longueur / largeur voisin de 1,63

Longueurs	18	33,3	36	48,6
Largeurs	11,04	20,42	22,08	29,81
Numéros	N°3	N°6	N°11	N°12

3) Rectangles de type C avec le rapport longueur / largeur voisin de 1,41.

Longueurs	18	27	33,3	54
Largeurs	12,76	19,14	25,6	38,28
Numéros	N°2	N°8	N°4	N°9

Consigne :

« Quels sont les rectangles qui se ressemblent, c'est-à-dire qui peuvent être considérés comme des agrandissements ou des réductions les uns des autres ? Classez-les selon ce critère. Vous avez le droit de mesurer mais vous n'êtes pas obligés ! »

Observations et analyse succincte des travaux d'élèves.

Comme l'indique Hervé dans son article, nous avons rencontré les mêmes procédures de résolution adoptées par les enfants et les adultes ! Par exemple :

- Les enfants de CE2 n'ayant pas connaissance des nombres décimaux ont vite abandonné les procédures de mesurage. (« les mesures ne tombent pas toujours juste ! »). Ils se sont alors tournés vers les procédures géométriques en traçant d'autres diagonales et en superposant les rectangles soit par un coin, soit par leurs centres c'est-à-dire les points de rencontres des diagonales. (on voit ici l'intérêt d'avoir choisi du papier fin transparent !)

- Les enfants du CM2, fiers de leurs connaissances concernant les nombres décimaux, se sont précipités sur les procédures de mesurage et de calcul en se heurtant à quelques nouvelles difficultés du domaine des techniques opératoires.

- Quelques enfants ont cherché à exploiter les “rapports scalaires” entre les longueurs ou entre les largeurs afin de différencier ou regrouper les rectangles.

(ex : le rectangle N° 11 a des dimensions doubles de celles du N° 3, tandis que le N° 2 et le N° 3 ont même largeur mais des longueurs différentes).

Analyse de quelques difficultés rencontrées

1) Concernant l'algorithme de tri.

De nombreux enfants ont eu tendance :

- soit à tout étaler et à procéder un peu au hasard après estimation visuelle.

- soit à prendre les rectangles deux par deux pour créer de nouvelles “classes” sans se référer aux classes déjà déterminées précédemment.

2) Concernant les mesures :
- que faut-il mesurer ? Les côtés ? Les diagonales ?...
- comment les comparer ?
- que peut-on faire de ces nombres ?
- les mesures “ne tombent pas toujours juste” !

3) Concernant les calculs en particulier avec des décimaux :
- comment calculer les rapports décimal / entier ou décimal / décimal ?
- faut-il comparer les longueurs ou les largeurs entre elles ?
- faut-il comparer les longueurs et les largeurs ?

4) Concernant le rôle des diagonales :
- faut-il les mesurer et à quoi cela peut-il servir ?
- faut-il comparer comment elles se croisent ? (Notion d’angle mal maîtrisée)

5) Concernant les procédures géométriques :
- comment faut-il chercher à superposer les figures ? (les coins, les centres?)
- intérêt de tracer d’autres diagonales pour constater certains alignements !

En guise de conclusion :

Lors de la synthèse, chaque groupe d’enfants est venu présenter ses résultats en expliquant les difficultés rencontrées et la démarche utilisée.

En constatant certaines divergences (certains groupes avaient proposé plus de 3 catégories !), certains enfants ont repris leurs calculs ou bien ont cherché à utiliser les procédures des autres.

Curieusement le taux de réussite des enfants de CE2 a été comparable à celui des enfants de CM ! Cela peut s’expliquer par le fait que les procédures géométriques adoptées par les plus jeunes sont ici relativement simples et fiables.

Toutefois le travail des enfants de CM avec les mesures et les nombres décimaux n’a pas lieu d’être dévalorisé car il montre aux plus jeunes qu’il existe d’autres méthodes accessibles si l’on possède d’autres “outils”.

Cette activité permet de mettre en lumière qu’il existe plusieurs procédures de résolution du problème posé, adaptées à différents niveaux de connaissances et de savoir-faire, et qu’il n’est pas utile de valoriser l’une d’elles, même si elle paraît plus simple car, en fait, elles se complètent et permettent d’élargir le regard sur la résolution d’un même problème !

Questions et suggestions des participants à l'atelier

Par manque de temps, cette seconde situation n'a pas été expérimentée par les membres de l'atelier. En conséquence, l'exploitation et l'analyse ont été plus succinctes.

* Certaines remarques soulevèrent des questions concernant la compréhension de la consigne et la négociation de la tâche :

- faut-il expliciter davantage la consigne en présentant des exemples de figures et de figures agrandies avec le risque d'orienter les recherches des enfants vers des procédures géométriques?
- faut-il au contraire prendre le risque de garder la formulation un peu floue qui est proposée afin de permettre une plus grande diversité des pistes de recherche ?

Cette question reste ouverte !
Une solution "médiane" consisterait à intervenir à la demande dans les groupes ayant des difficultés de compréhension.

* D'autres suggestions concernent le matériel qui peut être utilisé :

- par exemple : le papier calque ou du papier transparent.
- fournir des rectangles déjà découpés.
- permettre l'utilisation d'une calculette.

Par expérience, il me semble que l'idée d'Hervé Péault, de présenter les rectangles sur du papier fin modèle A4 et ayant leurs côtés non parallèles aux bords des feuilles, est intéressante.
Mais l'idée la plus importante à retenir est de tracer les diagonales de quelques rectangles pour suggérer aux enfants d'en tracer d'autres et s'en servir.

La richesse de cette situation réside dans la possibilité de résoudre le problème posé en utilisant les propriétés liées à la proportionnalité dans plusieurs cadres : numérique, géométrique et même graphique.
La phase d'échanges et de confrontation permettant de comparer les procédures est donc essentielle.

* La phase d'institutionnalisation pourra porter sur l'explicitation des propriétés utilisées :

- dans le "cadre numérique" : utilisation des propriétés de linéarité ou utilisation du rapport de proportionnalité entre les longueurs et les largeurs des rectangles d'une même classe,
- dans le "cadre géométrique", utilisation de propriétés d'alignements ou bien, en superposant des rectangles d'une "même classe", le constat que les diagonales coïncident. (Propriétés liées à l'homothétie, sans utiliser ce terme !)
- dans le cadre graphique, si par exemple on place en abscisses les longueurs et en ordonnées les largeurs des rectangles, on peut constater des

alignements avec l'origine. Cette procédure est d'ailleurs très voisine de celle qui consiste à superposer des rectangles en faisant coïncider un sommet.

* Enfin, comme prolongement à cette activité et en vue de réinvestir leurs nouvelles connaissances, on pourrait proposer aux enfants de construire un rectangle de chaque classe en leur laissant le libre choix de la méthode à utiliser.

TROISIÈME ACTIVITÉ

Le Rallye mathématique

Origine de l'activité : A partir de plusieurs références de "Rallyes Mathématiques" et en particulier concernant ceux organisés à l'initiative d'Hervé Péault durant 4 années en Maine-et-Loire.

Au cours d'un stage de Formation continue de 4 semaines organisé à Quimper, avec les stagiaires, nous avons organisé un rallye mathématique. Nous proposons ici une analyse succincte de cette activité.

Contexte de l'expérimentation

La conduite d'un stage de 4 semaines de Mathématiques centré sur l'apprentissage par la résolution de problèmes au Cycle 3 nous a semblé un contexte très favorable pour mettre en place une telle expérience.

A partir de nombreux documents fournis, ce sont les stagiaires eux-mêmes qui ont choisi les exercices et l'organisation pratique de ce Rallye.

Les enfants de 4 classes (une classe de CE2, une de CE2/CM1, une de CM1/CM2 et une de CM2) ont été répartis en 21 équipes (6 formées de 5 à 6 élèves de CE2, 8 de CM1, 7 de CM2) .

Volontairement les maîtres organisateurs ont choisi de proposer les mêmes séries d'exercices à chaque équipe.

Règlement du Rallye

* Une liste de 19 problèmes vous est proposée.

* Vous disposez d'un temps limité (1 heure 15) sans l'aide de l'enseignant, ni de qui que ce soit, pour vous organiser, choisir et résoudre des problèmes, débattre des solutions et noter la réponse directement sur la feuille correspondant à l'épreuve.

* A chaque problème correspond une valeur de points. Tout problème dont la solution est correcte fait gagner les points correspondants.

Consigne :

Apportez, dans la mesure du possible, une trousse individuelle comprenant :

- Un crayon gris, un taille-crayon et une gomme
- Des crayons de couleur
- Une paire de ciseaux
- Un double-décimètre
- Un compas et une équerre

Nature des exercices proposés

Les concepteurs des épreuves ont choisi délibérément de faire la part belle à la géométrie (10 exercices dont 2 de travail manuel et 1 concernant la mesure). Ils ont proposé aussi des problèmes de logique, des problèmes numériques simples et d'autres beaucoup plus complexes.

Observations et analyse succincte de l'expérimentation

Connaissant le nombre des points attribués à chaque épreuve, les enfants pouvaient estimer rapidement le degré de difficulté. Nous avons volontairement proposé plus d'exercices qu'ils n'ont le temps d'en résoudre individuellement. L'objectif est de les amener à s'organiser en équipe pour se partager le travail et aussi s'attaquer à des tâches restant dans les limites de leurs compétences.

Les difficultés :

- Nous avons pu constater que les enfants dans la plupart des équipes ont eu de grosses difficultés à se répartir le travail et à s'organiser.
- Ils ont souvent choisi les exercices "au hasard" et en cas de difficultés l'ont passé à leur voisin !
- Il semble aussi que peu de "procédures de contrôle" aient été utilisées.
- Certains enfants se sont réfugiés dans la réalisation d'un travail qu'ils se sentaient sûr de réussir (par exemple une reproduction de figure simple) sans aucun souci de rapidité et de performance de l'équipe.

Les résultats

- Sur 19 exercices proposés, un seul n'a été parfaitement réussi par aucune équipe comme vous pourrez le constater dans la grille des résultats donnée en annexe.
- Certains exercices mettant en jeu des connaissances opératoires complexes n'ont naturellement pas été traités par les élèves de CE2
- Par contre les exercices proches du travail manuel ont été aussi bien réussis au CE2 qu'au CM.
- C'est une équipe de CM2 qui a réalisé le meilleur score devançant de peu une équipe de CM1.
- Nous avions prévu de récompenser les 2 meilleures équipes par niveau de classe, mais le fait qu'une équipe du CE2 réalise un meilleur score que plusieurs équipes de CM2 n'a pas échappé aux enfants qui ont pensé que nous n'avions pas utilisé le même barème pour corriger le travail des plus jeunes. En fait, c'est une hypothèse erronée ! L'explication est à chercher davantage dans les difficultés rencontrées par certaines équipes pour se partager le travail et ne pas employer toute son énergie à vouloir résoudre des problèmes trop difficiles.

En guise de conclusion

Cette expérience enrichissante, intéressante à exploiter en stage, présente le grand avantage d'associer formateurs et formés pour la réalisation d'un même projet.

La présence de tous ces maîtres expérimentés permet de mettre en place un dispositif d'observation conséquent (2 maîtres responsables de 2 équipes d'enfants).

Le choix de privilégier les exercices de géométrie nous est apparu à l'analyse comme judicieux, car il met moins d'écart, nous semble-t-il, entre les compétences de début et de fin de cycle 3.

Dans la perspective de gestion de classes multi-niveaux, ce type d'activité nous semble adapté en vue de développer la coopération entre les enfants autour d'un même projet à réaliser bien dans l'esprit d'un travail par cycle

Il nous reste à expérimenter d'autres types d'organisation et d'épreuves en envisageant par exemple la constitution d'équipes hétérogènes formées d'élèves de CE2, CM1 et CM2.

Suggestions et autres idées d'exploitation proposées par les participants à l'atelier

* On peut aussi organiser de tels Rallyes dans une classe multi-niveaux. L'important est de proposer les bonnes contraintes obligeant les enfants à collaborer. Voici alors quelques idées :

- Former des équipes hétérogènes. Par exemple un enfant de CE2, un de CM1, un de CM2.
- Demander aux enfants de chacune des équipes de s'auto-évaluer à propos de la qualité de leur coopération.
- Exiger que tous les membres d'une même équipe soient en mesure de présenter la solution proposée des exercices traités.

* La forme même du Rallye, comme nous l'avons déjà expérimenté, peut s'envisager tout autrement.

- Par exemple on peut proposer un parcours d'épreuves, un peu comme un jeu de piste en prévoyant des "ateliers libres" de "délestage" avec des jeux, des "casse-tête" ou des énigmes afin de réguler le flux des passages aux différents ateliers.
- On peut proposer d'autres épreuves que la "résolution de problèmes".

  Par exemple proposer des exercices portant sur des techniques opératoires connues ou inconnues telles que l'utilisation de bouliers chinois ou japonais.

* La discussion a porté enfin sur l'intérêt ou non de publier les items du Rallye

- Il nous semble intéressant, au cours d'un stage de Formation Continue, de laisser aux stagiaires l'initiative et la responsabilité du choix des épreuves.

  C'est en quelque sorte vivre une coopération avant d'apprendre aux enfants à coopérer
- En revanche, c'est une aide précieuse pour un maître d'avoir quelques références de telles expériences.

- C'est pourquoi, à la demande des “relecteurs”, nous publions en annexe quelques exemples d'épreuves commentées.

Par ailleurs, la revue réalisée à l'initiative d'Hervé Péault, relatant l'expérience de quatre années de Rallyes mathématiques en Maine-et-Loire est une référence beaucoup plus complète sur ce type d'activités.

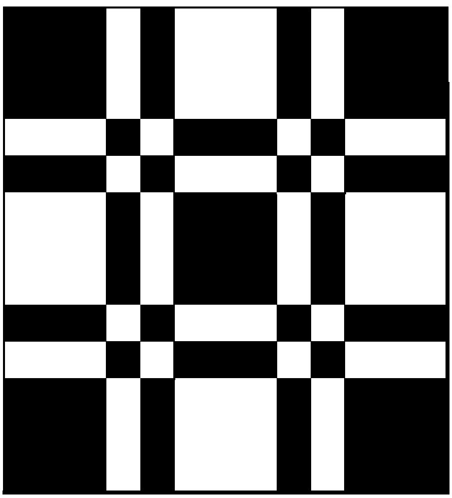
Annexes

A titre d'exemples : voici quelques exercices commentés

Epreuve N° 2 (2 points)" Le Carré "

Référence :
Cet exercice adapté s'inspire du " Motif " de l'exercice n°3 de l'ouvrage :
" Géométrie pour le plaisir " Tome I Editions KIM-Dunkerque

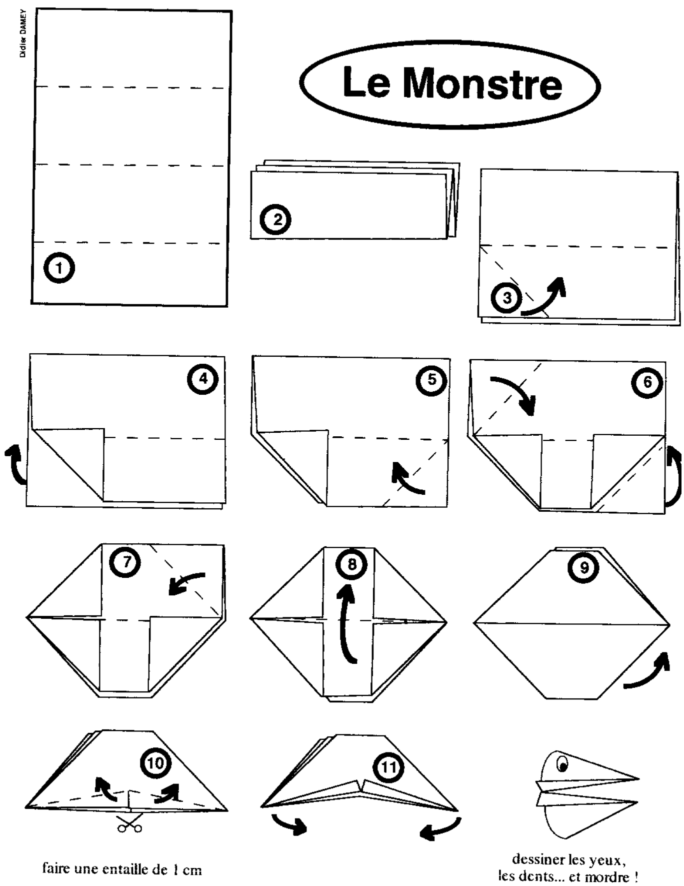
EPREUVE N° 2 (2 points)
Reproduis cette figure sur papier blanc Le Carré



Commentaires :
Les stratégies utilisées pour reproduire ce dessin ont été intéressantes à observer
Certains enfants du CE2 ont cherché à réaliser le dessin "case après case" sans réaliser le quadrillage.
Certaines productions ont respecté les mesures, d'autres se sont contentées de respecter le parallélisme.

Epreuve N° 16 : (8 points)   Construire le “Monstre”

Référence : D’après une idée de Didier Damey   PIUFM à Quimper.



Commentaires :

Nous avons pu observer que le taux de réussite des équipes du CE2 est tout à fait comparable à celui des équipes de CM !
Ceci tend à prouver que les schémas proposés ici pour coder la suite des actions à effectuer sont compréhensibles et adaptés pour des enfants de cet âge.
Il nous semble enfin, que dans les tâches d’action, la différence des compétences est moins sensibles. Sans doute devrions nous prendre en compte aussi les facteurs psychologiques liés à la motivation, au désir d’essayer et d’expérimenter en agissant.

Epreuve N° 17 : (15 points) “Le rectangle fou”

Référence : Extrait du Rallye de Maine et Loire 1993 organisé par Hervé Péault PIUFM à Angers.

Problème *2^{ième} épreuve exercice n° 13*

J’ai une feuille rectangulaire de 17 cm sur 22 cm. Je dois y découper (en les plaçant comme je veux) des morceaux rectangulaires de 3 cm sur 5 cm.

Quel est le nombre maximum de morceaux entiers de 3 cm sur 5 cm que je peux découper ?

(Tu peux faire un dessin)

Voici une solution géométrique et les commentaires d’Hervé.

Réponse : 24 morceaux

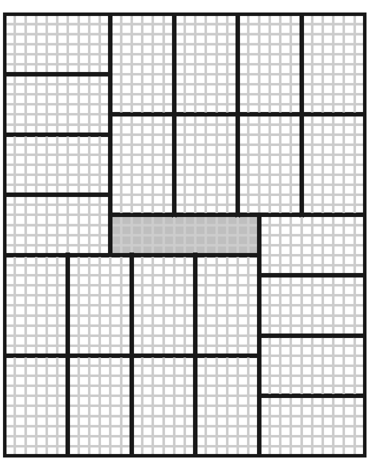
Le découpage peut être obtenu de la façon indiquée ci-contre où il reste un vide de 7 cm x 2 cm.

Plusieurs classes ont produit la réponse correcte à partir du raisonnement suivant :

“L’aire de la feuille est 17 cm x 22 cm, soit 374 cm^2. L’aire d’un morceau est 15 cm^2. Le quotient entier de 374 par 15 est 24 et il y a donc 24 morceaux.”

Le raisonnement permet d’affirmer que 24 est le nombre maximum envisageable, mais ne prouve pas qu’il existe effectivement une disposition permettant le découpage. Toutefois, comme seul était demandé le nombre de morceaux découpables, nous avons accepté les réponses accompagnées d’une explication de type ci- dessus.

Les réponses erronées les plus fréquentes ont été celles où les morceaux étaient supposés être tous dans le même sens, ce qui donnait suivant le cas 21 ou 22. Quelques classes ont dû faire des essais de réarrangement et ont proposé 22 ou 23 accompagnant souvent leur réponse d’un dessin. A noter que deux classes ont proposé 25 et deux autres 26. Comme elles n’ont pas joint de dessin, il est difficile d’interpréter ces réponses.



Remarque :

Cet exercice très difficile n’a été réussi que par une seule équipe. Nous avons classé dans la catégorie “réussites partielles” les réponses non optimales mais argumentées.

A noter que les instituteurs en stage, confrontés au même problème, ont utilisé la stratégie de division indiquée par Hervé !

Epreuve n° 19 : (6 points) Opérations codées

Référence : Extrait de l'ouvrage de François Boule : "Jeux et calculs" publié chez Armand Colin

Opérations codées

Dans les opérations qui suivent, un signe représente un chiffre.
Retrouver les opérations.
(N.B. : D'une opération à l'autre, le codage peut changer)

	£	*		**A**	**N**		**4**	♦	**?**
+	£	*	-	**N**	**A**	+	**4**	**?**	♦
♠	**7**	**2**		**2**	**A**		**?**	♦	**6**
	1 point			2 points				3points	

Réponses :

Pour la 1$^{\text{ère}}$ opération **86 + 86 = 172**

Nous n'avons pas accepté **36 + 36 = 072**

Pour la 2$^{\text{ème}}$ opération **74 - 47 = 27**

Pour la 3$^{\text{ème}}$ opération **479 + 497 = 976**

Commentaires :

Ces exercices sont incontestablement très difficiles pour des enfants de cet âge.
Aucune équipe n'a réussi à les effectuer toutes correctement !
Par exemple, les plus jeunes élèves, pour la 1$^{\text{ère}}$ opération en particulier, ont fait l'hypothèse que le " ***** " valait 1 et ont eu beaucoup de mal à quitter cette proposition qui leur semblait irréfutable !
Pour la deuxième opération, jugée la plus difficile, une aide envisagée consistait à présenter cet exercice sous la forme d'une addition. Cette idée nous semble intéressante pour insister sur l'importance de faire le lien entre le "sens" de l'opération et la technique opératoire !

									Résultats du Rallye											
	Mesure de longueurs	Reproduire une figure plane	Interpréter une représentation	Exercice de logique	Tracé d'un chemin : langage Logo	Reproduire une figure de l'espace	Reproduire une figure plane	Mesure du temps	Tri : descriptions de figures	Tangram : résolution de problèmes	Notion d'axe de symétrie	Exercices de numération	Numération et opérations	Logique : arbre généalogique	Reproduire des figures planes	Construire par pliage	Problème d'agencement	Mesure : lecture de cartes	Opérations codées	
	Mes l	Géom	Géom	Logique	Géom	Géom	Géom	Mes t	Géom	Géom	Géom	Num	Opérat	Logique	Géom	Géom	Géom	Mes l	Opérat	
	Ex1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Ex 8	Ex 9	Ex 10	Ex 11	Ex 12	Ex 13	Ex 14	Ex 15	Ex 16	Ex 17	Ex 18	Ex 19	Total
	1 pt	2 pts	2 pts	3 pts	3 pts	4 pts	4 pts	4 pts	6 pts	10 pts	6 pts	6 pts	10 pts	8 pts	12 pts	8 Pts	15 pts	5 pts	6 pts	115 pts
CE2 Eq 1	1	1	0	1	0	4	3				4	5		4	5			1	0	29
CE2 Eq 2	1	2	0	0	0	4	4			3		2		1	10		5	2	1	35
CE2 Eq 3	0	2	0	2	3	4	4					6			0	8			1	30
CE2 Eq 4	0	2	0	3		4	4	4						1	10	8				36
CE2 Eq 5	0	1	0	1	3	4	1				0	5		8		7		4	1	35
CE2 Eq 6	0	0	0	1	3	2	4	2			3	6		8	6	8		3		46
CM1 Eq 7	1		0	3	3	4	0		4		4	6	1	4	4		0		4	38
CM1 Eq 8	0	1	0	2	0	2	3	0	6	10	1	5	0	7	0			4	3	44
CM1 Eq 9	0	1	0	2	0	2	0	2	6		1	6	10	6	10	0	10	5	4	65
CM1 Eq 10	0	1	0	2		4	4	0		10	5	5		3	5		10	0	0	49
CM1 Eq 11	0	1	2	0		4	0		6	10	1	4	0	6	6	6	5	0	1	52
CM1 Eq 12	0	2	2	2	3	4	4	0	4		5	6		3	4	8	0		4	51
CM1 Eq 13	0	2	2	2		4	0	0			4	2		5	4	8		0	0	33
CM1 Eq 14	1	0	2	2	0	4	4	4	6	10	2	5	4	1	8	8	5	0	0	66
CM2 Eq 15		2	2	3	3	4	4				1	6		6	12	2	15	0	1	61
CM2 Eq 16	0	2	0	1	0	0	4	2	4	0	3	5	0	1	12	0	0	0	4	38
CM2 Eq 17	0	1	2	2	0	4	0	2	0	10	6	3	3	3	9	8	0	5	2	60
CM2 Eq 18	1	2	0	1	0	0	4	2	4	0	2	4	0	2	8	0	0	5	0	35
CM2 Eq 19	0	2	0	2	3	4	4	0	0	10	0	0	0	2	2	8	0	0	0	37
CM2 Eq 20	0	2	0	2	0	4	4	2	6	10	0	6	0	7	12	0	0	0	1	56
CM2 Eq 21	0	2	0	2	0	4	4	0	6	10	1	6	8	1	8	8	5	0	4	69
Réussites	5	12	6	3	7	16	13	2	6	8	1	8	1	2	3	9	1	3	0	
Réus part		6		16		3	3	6	4	1	14	11	14	18	15	3	6	5	13	
Echecs	15	2	15	2	10	2	5	6	2	2	3	1	3	0	2	4	7	9	6	

Actions spécialisées d'adaptation et d'intégration à l'école et au collège

Louis Roye

En guise d'introduction au chapitre "Dispositifs spécialisés", on trouvera ici des textes retraçant, depuis les travaux préparatoires en 1989 jusqu'aux décrets de mise en œuvre en 1998 pour les SEGPA, l'évolution de l'Adaptation et de Intégration Scolaires (A.I.S.) provoquée par la nouvelle nomenclature de l'Organisation Mondiale de la Santé (O.M.S.) relatives aux déficiences, incapacités et désavantages (Arrêté du 9 janvier 1989) et par la loi d'orientation sur l'éducation du 10 juillet 1989.
Les différents articles du chapitre "Dispositifs spécialisés dans les structures ordinaires" se situent en 1997:
- pour les Réseaux d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté à l'école, ils posent le problème de l' «indication» de la prise en charge et illustrent par des exemples ce que peuvent être des aides spécialisées auprès d'élèves présentant des "troubles dans l'appropriation des mathématiques et de la logique"[1]
- pour les SEGPA, ils anticipent pratiquement les Instructions Officielles parues en 1998.

> Le droit à l'éducation est garanti à chacun afin de lui permettre de développer sa personnalité, d'élever son niveau de formation initiale et continue, de s'insérer dans la vie sociale et professionnelle, d'exercer sa citoyenneté.
> *Extrait de la loi d'orientation sur l'éducation - BO du 31 août 1989.*

L'objectif de cet article est de montrer en quoi l'évolution des textes officiels va toucher à la fois les enseignements adaptés à travers la mise en œuvre de nouveaux dispositifs et les compétences requises en fin de formation professionnelle des maîtres spécialisés. La formation des maîtres spécialisés mais aussi, on le verra, celle des maîtres ordinaires sont concernées par la mise en œuvre de ces dispositifs.

[1] Cf. Référentiels de compétences de l'option E in Rénovation du CAPSAIS BO du 8 mai 1997

Actions spécialisées d'adaptation et d'intégration à l'école et au collège …

… à l'école (RASED et CLIS) :

L'école, qui accueille tous les enfants doit permettre à chacun d'entre eux de tirer le meilleur profit de sa scolarité. Adapter l'action pédagogique et le fonctionnement de l'institution scolaire aux caractéristiques des élèves, notamment de ceux qui éprouvent des difficultés particulières dans l'acquisition et la maîtrise des apprentissages fondamentaux, s'impose comme une nécessité et un devoir.
C'est ainsi que l'accueil des élèves handicapés, dans les conditions les plus proches de la scolarité ordinaire a largement progressé. L'effort doit être poursuivi afin que l'intégration scolaire des enfants handicapés devienne l'une des caractéristiques du fonctionnement de notre système éducatif.
D'autres élèves, cependant, éprouvent des difficultés à satisfaire aux exigences d'une scolarité normale difficultés qui ne peuvent être considérées comme des handicaps avérés.

Circulaire du 9 avril 1990 : " mise en place et organisation des réseaux d'aides aux enfants en difficulté"

Deux dispositifs bien distincts de prise en charge des élèves en difficulté d'une part, et des élèves handicapés d'autre part, sont mis en place dans le premier degré à partir de 1990. La circulaire du 9 avril 1990 définit l'organisation d'un dispositif départemental d'aides spécialisées aux élèves en difficulté (RASED) et la circulaire du 19 novembre 1991 précise à travers les Classes d'Intégration Scolaire (CLIS) un élément important du dispositif départemental d'intégration scolaire des enfants handicapés, à l'école primaire.

Ces deux dispositifs bien différenciés sont complémentaires. Cette complémentarité permet, par la diversité des formes de l'aide et de l'action pédagogique spécialisée, par la cohérence et la souplesse des organisations inscrites dans les projets d'école, d'apporter, aux besoins particuliers qu'appelle la scolarisation de certains élèves, les réponses les mieux adaptées.

A. Les aides spécialisées aux élèves en difficulté à l'école et leur organisation en réseaux (Réseaux d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté – les RASED)

La circulaire du 9 avril définit d'abord les aides spécialisées par leurs caractéristiques, leur nature, leurs formes, leur mise en œuvre et leur organisation en réseau et leur évaluation. La même circulaire précise aussi, à chacun des niveaux de cette organisation, le rôle des responsables ainsi que les fonctions et l'identité professionnelle des différents intervenants.

Des principes régissent le fonctionnement de ce nouveau dispositif.

1. Concernant leurs caractéristiques, les aides spécialisées s'insèrent dans l'ensemble des actions de prévention des difficultés que peuvent éprouver les élèves à l'école :

- "La prévention des difficultés des élèves est un objectif qui ne saurait être réalisé par les seuls intervenants spécialisés même si ceux-ci y apportent, par la spécificité de leurs actions, une contribution souvent décisive. Cette prévention concerne tous les partenaires de l'école."
- "L'attention aux comportements et aux conduites des enfants à l'école, le repérage et l'analyse de leurs éventuelles difficultés permettent de concevoir et d'organiser des interventions nécessaires. Ces interventions prennent effet avant que des difficultés, quelquefois mineures, ne s'accentuent et ne deviennent durables.

Cet aspect de la prévention prend une particulière importance dans le cycle des apprentissages premiers et dans celui des apprentissages fondamentaux."

Il est précisé que les aides spécialisées ne se substituent pas à l'action des maîtres dans le cadre d'une pédagogie différenciée, avec le concours éventuel des psychologues scolaires, et que "l'aide spécialisée n'est requise que lorsqu'une réponse pédagogique suffisamment efficiente n'a pu être apportée ou que le recours à l'aide spécialisée s'impose d'emblée, comme une évidence".
L'accent est mis sur le partenariat des intervenants du réseau, du maître de la classe de l'enfant et de ses parents. Il est mis aussi sur la nécessité d'évaluer les effets de l'aide, l'évaluation étant considérée comme une composante essentielle du processus d'intervention.

On voit comment la formation initiale professionnelle des professeurs des écoles est concernée par la mise en œuvre de ce dispositif.

Concernant la nature et les formes des aides spécialisées, elles sont mises en œuvre suivant deux modalités : les actions d'aide spécialisée à dominante "pédagogique" (maître AIS Option E) et les actions d'aide spécialisée à dominante "rééducative" (maître AIS Option G).
Les premières sont organisées par la constitution de classes d'adaptation (CLAD) à effectif réduit rassemblant de manière permanente des élèves en difficulté ou de regroupements d'adaptation rassemblant de manière temporaire des élèves en difficulté qui continuent à fréquenter leur classe ordinaire.
Les secondes mettent en œuvre des interventions spécifiques à l'école maternelle ou à l'école élémentaire d'élèves en difficulté scolaire, globale ou particulière.

L'indication de la prise en charge de tel ou tel enfant par un maître E ou par un maître G relève d'un bilan.

Cette "indication" et son fondement font l'objet d'une partie de la conférence de Dominique Barataud transcrite ci après dans ce chapitre. A la suite on y trouvera aussi un exemple de mise en place d'aide spécialisée à dominante rééducative à travers l'étude d'un cas.

2. Les aides spécialisées sont organisées en réseaux : les Réseaux d'Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté (RASED)

Un réseau d'aides spécialisées est un ensemble fonctionnel et cohérent d'actions destiné à apporter, dans les écoles maternelles et élémentaires où il intervient, des aides spécifiques différenciées aux élèves en difficulté.
Les intervenants spécialisés des réseaux contribuent, en liaison avec les parents et les enseignants exerçant dans les écoles, à prévenir, à réduire les difficultés éprouvées par les élèves, leur permettant ainsi de tirer le meilleur profit de leur scolarité

Aucune école ne doit être écartée d'une action possible des personnels spécialisés: une école où qu'elle se situe dans la zone d'action possible d'un RASED, doit en connaître l'existence et savoir qu'elle peut y faire appel.
Les RASED se trouvent dans l'école et leur mission s'exerce exclusivement dans l'école, ils constituent une des réponses possibles à des besoins particuliers qui se révèlent dans l'institution..
Les maîtres de l'école, à la fois à titre individuel comme maîtres d'une classe et à titre collectif comme maîtres d'un conseil de cycle ou membre du conseil d'école, sont intéressés institutionnellement à l'ensemble des actions du RASED. Le projet du RASED doit constituer un des éléments du projet de l'école. Les personnels du RASED ne peuvent travailler en marge du fonctionnement des classes, du projet d'école, du fonctionnement des cycles.

3. Evaluation interne et évaluation externe
L'évaluation interne par les intervenants de leurs propres actions d'aides spécialisées consiste à confronter aux différentes étapes de sa réalisation, le processus d'aide à son projet ou à établir le bilan lorsque l'action a pris fin. Ces évaluations doivent toujours pouvoir donner lieu à communication aux différents interlocuteurs concernés (maître de la classe, parents, élèves eux-mêmes, autres intervenants, autorités académiques, etc.).
C'est à l'Inspecteur de l'Éducation Nationale d'effectuer une évaluation des besoins de chacune des écoles de sa circonscription " et de définir aussi, par rapport aux projets d'école qui lui sont soumis, les zones d'intervention du RASED, en concertation avec celui-ci.
Des évaluations régulières des actions sont nécessaires pour formuler une nouvelle décision concernant le maintien ou non de la zone prioritaire.

4. Les identités professionnelles des maîtres spécialisés intervenant dans les réseaux d'aide spécialisée sont décrites dans la première partie de la conférence de Dominique Barataud sous le titre "Formations et AIS".

B. Scolarisation des enfants handicapés à l'école primaire. Les Classes d'Intégration Scolaire.

Extraits de la circulaire du 18-11-1991

Définition des CLIS

Les classes d'intégration scolaire (CLIS) accueillent de façon différenciée, dans certaines écoles élémentaires ou exceptionnellement maternelles, des élèves handicapés mentaux (CLIS 1) ou handicapés auditifs (CLIS 2) ou handicapés visuels (CLIS 3) ou handicapés physiques (CLIS 4) qui peuvent tirer profit, en milieu scolaire ordinaire, d'une scolarité adaptée à leur âge et à leurs capacités, à la nature et à l'importance de leur handicap. L'objectif des CLIS est de permettre à ces élèves de suivre totalement ou partiellement un cursus scolaire ordinaire.

Les CLIS se substituent aux classes spéciales : classes de perfectionnement, classes pour handicapés sensoriels, classes pour handicapés moteurs, etc.

Il faut rappeler par ailleurs que certains élèves handicapés peuvent être directement inscrits dans les classes ordinaires, lorsque la nature et le degré de leur handicap le permettent et que les conditions de leur accueil ont été étudiées et remplies, en référence aux circulaires précitées sur l'intégration. Ces intégrations individuelles, souvent soutenues par l'action pédagogique d'un maître spécialisé itinérant, continueront à être privilégiées.

L'admission et l'accueil des élèves en CLIS

Les CLIS accueillent des enfants dont le handicap a été reconnu par une commission de l'éducation spéciale. L'admission est subordonnée à la décision de l'une de ces commissions. Il s'agit généralement de la commission de circonscription de l'enseignement préélémentaire et élémentaire (C.C.P.E.). Dans certains cas, la décision de la commission départementale de l'éducation spéciale (C.D.E.S.) est cependant requise, en particulier lorsque l'organisation d'un soutien spécialisé, entraînant une prise en charge de nature financière, est liée à la décision d'admission.

Lorsque l'admission dans une CLIS est envisagée pour un enfant, la commission de l'éducation spéciale compétente recueille l'avis de l'enseignant de la CLIS concernée, qui l'informera sur la composition de sa classe et sur son projet pédagogique.

L'élève admis dans une CLIS doit être capable, d'une part, d'assumer les contraintes et les exigences minimales de comportement qu'implique la vie à l'école, d'autre part, d'avoir acquis ou d'être en voie d'acquérir une capacité de communi-

cation compatible avec des enseignements scolaires, les situations de vie et d'éducation collectives.
La situation des élèves est régulièrement révisée en application des dispositions de la circulaire du 22 avril 1976 relative à la composition et au fonctionnement des commissions de l'éducation spéciale. Le suivi de l'intégration rend nécessaire une telle révision chaque année."

Au niveau des incidences sur la formation initiale et la formation continue des professeurs des écoles, il faudrait que les maîtres ordinaires soient préparés à l'accueil d'un enfant handicapé dans leur classe; en effet une telle intégration peut se faire après acceptation du conseil d'école.

… au collège (SEGPA, UPI)

- le passage de "Sections d'Education Spécialisée" aux sections "Sections d'Enseignements Généraux et Professionnels Adaptés"

Le passage du concept d'éducation spécialisée au concept d'enseignement adapté marque une évolution radicale dans les approches proposées aux adolescents connaissant un échec scolaire massif au point de fréquenter les classes du secteur de l'Adaptation et de l'Intégration Scolaires. Cette évolution entraîne des transformations dans les représentations, dans les pratiques, dans les ambitions des enseignants à l'égard de leurs élèves.
Le renoncement au terme "spécialisé" pour caractériser les enseignements indique un changement de relations entre l'enseignement ordinaire et le champ de l'A.I.S. : alors qu'éducation spécialisée a longtemps rimé avec classes séparées, distinctes et diminuées par rapport aux exigences ordinaires, l'enjeu des enseignements adaptés est de favoriser l'ouverture à l'ensemble des réseaux de formation technologique et 'professionnelle du second degré.' Dans cette perspective, on rénove les enseignements, et l'on rend plus aisée la réorientation des élèves en fonction de leurs possibilités et de leurs projets personnels.

Ce passage de l'éducation spécialisée aux enseignements adaptés se concrétise plus précisément par :

- une approche différente des déficits de l'élève, car on passe d'une conception purement déficitaire et constitutionnelle à l'idée que le déficit est la résultante d'un trajet personnel complexe et qu'il n'est pas irréversible ;
- des actions pédagogiques nouvelles, fondées sur l'écart entre une pédagogie spéciale (de réparation, de re-motivation, de compensation, de rattrapage) et une pédagogie de la médiation (médiations et remédiations cognitives, pédagogies par objectif, évaluation formatrice, pratiques de la métacognition, etc.) ;
- une conception plus riche de l'accès aux savoirs (on est passé en particulier d'une pédagogie de la simplification, d'un trajet que l'on croyait imposé

allant toujours du simple au complexe, de l'utile à la généralisation... à une pédagogie de la complexité, une pédagogie de l'abstraction, la complexité[2] devenant le point de départ de l'apprentissage) ;

- une tout autre relation entre l'enseignant et l'enseigné, en passant d'une logique transmissive ou non directive à une pédagogie de l'appropriation et du transfert des compétences ;

- un objectif de formation rénové, puisque ce n'est plus une formation pré-professionnelle préparant, au travers des habitudes de travail, à l'occupation d'un poste précis de travail, mais bien une réelle formation professionnelle qualifiante, avec toutes les capacités d'adaptation que cela suppose, même si la poursuite de cette formation suppose une réorientation de l'élève ;

- une nouvelle place enfin et surtout de l'élève au cœur du système éducatif, car il passe d'un rôle passif à un rôle d'acteur décisif de sa formation et de son insertion. Mais elle cherche aussi à favoriser dans un même élan l'exercice de la citoyenneté et l'épanouissement de la personnalité.

Dans son esprit, le trait dominant du caractère adapté des enseignements dispensés en SEGPA et en E.R.E.A renvoie à une pédagogie de l'adolescence, une pédagogie de l'appropriation, une pédagogie de l'action et de l'abstraction :

- *" Une pédagogie de l'adolescence*
L'un des objectifs éducatifs est la recherche de la plus grande autonomie possible dans la vie personnelle et sociale, dans les activités physiques, intellectuelles, professionnelles et culturelles. Ce but donne sa cohérence aux différents enseignements, à la vie scolaire et aux activités socio-éducatives que les équipes doivent offrir au public qu'elles reçoivent. Même si des élèves semblent stagner dans les premiers apprentissages, ils ont des motivations, des expériences et des capacités d'abstraction que n'ont pas des enfants ; on ne peut se contenter de fonder des programmes et des progressions sur une logique " du plus simple au plus complexe " ou sur un cheminement d'enseignement primaire fondé sur l'évolution psychologique de l'enfance.

- Une pédagogie de l'appropriation des principaux savoir-faire et concepts des disciplines fondamentales d'une formation professionnelle. La construction des programmes ne peut supprimer a priori l'enseignement de contenus essentiels ou des disciplines de base proposées dans les autres cycles secondaires. C'est une pédagogie qui vise, au-delà des compétences et des performances, le développement de capacités transversales à toutes les activités, telles que les capacités de communication et de prise d'information dans des situations variées, de résolution et de décision face aux problèmes, d'organisation et d'évaluation.

[2] Au sens que donne Edgard Morin à la complexité caractérisé par le nombre d'informations et de relations entre ces informations.

- Une pédagogie de l'activité et de l'abstraction
Les situations d'apprentissage doivent être riches et significatives (c'est-à-dire rester liées aux objectifs terminaux que l'on veut atteindre). Leur présentation doit susciter une activité de recherche individuelle et collective. Grâce à des modes d'aide cognitive assurés par l'adulte ou le groupe, elles peuvent permettre, aux élèves, par la verbalisation et la confrontation, de découvrir des règles d'action et de prendre conscience de leur propre manière d'apprendre[3]*."*

Partie intégrante de l'architecture du collège, la SEGPA est organisée en trois cycles (cycle d'adaptation, cycle central et cycle d'orientation). Ils assurent une formation commune qui préparent les jeunes à accéder à des parcours de formation qualifiante.

La circulaire du 25 juin 1998 fixe les finalités poursuivies dans le cadre des enseignements adaptés qui ne "sauraient être fondamentalement différentes de celles poursuivies dans les autres enseignements du collège". Par exemple, ce qui nous intéresse plus particulièrement ici, sous la rubrique "mathématiques", on lit :
" *Il est possible de se livrer, à partir d'un nombre limité de connaissances, à une activité mathématique véritable. L'enseignement des mathématiques doit permettre à l'élève d'apprendre à :*
- identifier un problème,
- conjecturer un résultat,
- expérimenter sur des exemples,
- bâtir une argumentation, mettre en forme une solution,
- contrôler les résultats obtenus et évaluer leur pertinence en fonction du problème étudié.
Les travaux géométriques, les travaux numériques, l'organisation et la gestion de données, les fonctions, constituent un cadre de travail pertinent mais appellent des progressions adaptées aux compétences des élèves, des situations aussi diversifiées que possible permettant de transférer et de consolider les notions et outils mathématiques mobilisés.
Il est nécessaire de tout mettre en œuvre pour que les élèves perçoivent explicitement que ces notions et outils prennent sens par rapport à des problèmes qu'ils permettent de résoudre. Pour des élèves en difficulté, encore plus que pour les autres élèves, c'est cette préoccupation essentielle qui doit guider le travail de l'enseignant. "

Dans ce chapitre "Dispositifs spécialisés", on trouvera deux articles relatifs à la formation en mathématiques des maîtres spécialisés option F intervenant en SEGPA : le premier donne un plan des premiers cours pour la formation mathé-

[3] Extrait de la circulaire du 14 décembre 1990. Organisation des enseignements généraux et professionnels adaptés

matique et didactique des stagiaires AIS option F, le second donne des éléments de cours sur la notion de problème pour professeurs-stagiaires option E et F.

- Les UPI

La mise en place de dispositifs permettant des regroupements pédagogiques d'adolescents présentant un handicap mental : les U.P.I. (Unité Pédagogique d'Intégration (circulaire du 25 mai 1995) est une des voies offertes aux élèves de CLIS 1 (pour handicapés mentaux) après douze ans.
Leur fonctionnement est comparable à celui des CLIS. Les U.P.I. ont pour but de *« faciliter le passage de la logique de l'école primaire à celle du second degré»* en recherchant «*la participation la plus active et la plus fréquente possible des jeunes élèves intégrés aux activités des autres classes du collège»* Pour cela, les UPI embrassent les dimensions scolaire et sociale de toute intégration en tentant : *«d'une part, de scolariser ces élèves, même très partiellement, dans des classes ordinaires (intégration scolaire), d'autre part de les faire participer à la vie de la Communauté scolaire (intégration sociale)».*

Ces unités, implantées dans un collège, exigent la collaboration d'enseignants spécialisés, d'enseignants de collège ou de lycée, d'enseignants de SES/SEGPA et de différents partenaires : SESSAD (Section d'Education et de Soins Spécialisés à Domicile) préférentiellement rattaché à une section d'enseignement professionnel et de soins spécialisés, spécialistes du secteur privé, etc.
Un projet pédagogique et éducatif est défini pour le dispositif, il donne du sens à l'organisation d'ensemble des activités des élèves. Un projet individualisé et d'intégration doit permettre de définir pour chaque jeune intégré la nature et les formes de la scolarité en UPI de collège et les objectifs poursuivis.

Les maîtres spécialisés, leurs options, leurs missions

En liaison étroite avec les équipes des établissements scolaires, les actions pédagogiques spécialisées d'adaptation et d'intégration scolaires sont menées par des professeurs des écoles titulaires du certificat d'aptitude aux actions pédagogiques spécialisées d'adaptation et d'intégration scolaires comportant les options suivantes :
Option A : enseignants spécialisés chargés de l'enseignement des enfants et adolescents handicapés auditifs. BO n°27 du 9/7/87, BO n°3 du 16/01/92 ; circulaire du 18/11/91 pour ce qui concerne les CLIS 2.
Option B : enseignants spécialisés chargés de l'enseignement des enfants et adolescents handicapés visuels ou aveugles. BO n°27 du 9/7/87 ; Circulaire du 18/11/991 pour ce qui concerne les CLIS 3.
Option C : enseignants spécialisés chargés de l'enseignement des enfants et adolescents malades somatiques, déficients physiques, handicapés moteurs.

BO n°27 du 9/7/87 , BO n°3 du 16/01/92, BO n°3 du 16/01/92 ; circulaire du 18/11/91 pour ce qui concerne les CLIS 4.
Option D : enseignants spécialisés chargés de l'enseignement des enfants et des adolescents présentant des troubles importants à dominantes psychologiques précisés dans les textes suivants : BO n° 27 du 9/7/87, BO n° 45 du 14/12/89, BO n°3 du 16/01/92 ; circulaire du 18/11/91 pour ce qui concerne les CLIS 1.
Option E : enseignants spécialisés chargés de l'enseignement et de l'aide pédagogique auprès d'enfants en difficulté (écoles maternelle et élémentaire). Les actions de prévention des difficultés que peuvent éprouver les élèves à l'école sont précisées dont les difficultés sont précisées dans le BO n°16 du 16/04/90 (RASED) et dans BO n°3 du 16/l/95 ; circulaires n°91-304 du 18/11/91 (CLIS).
Option F : Enseignants spécialisés chargés de l'enseignement et de l'aide pédagogique auprès des adolescents et de jeunes adultes présentant des difficultés scolaires graves et persistantes auxquelles n'ont pu remédier les actions de prévention, de soutien, d'aide et l'allongement des cycles dont ils ont pu bénéficier; ces difficultés sont précisées dans le BO n°7 du 16/02/89, dans le BO n°20 du 16/05/96 et dans le BO n°26 du 27 juin 96 pour les textes essentiels. Des précisions sont apportées dans les circulaires de juin 1998.
Option G : Enseignants spécialisés chargés de rééducation à dominante psychologique. Cf. BO n° 6 du 16/04/90.

Les missions des maîtres spécialisés

1 - Une **mission d'enseignement spécialisé :** exercer, auprès des élèves handicapés ou en difficulté**,** toutes les missions d'un enseignant, en s'appuyant sur les valeurs fondamentales du système éducatif, en recherchant, pour chacun, les conditions optimales d'accès aux apprentissages scolaires et sociaux, dans des contextes professionnels variés.
2 - Une **mission de prévention et d'intégration :** prévenir les difficultés d'apprentissage et d'adaptation scolaires, promouvoir l'intégration scolaire et l'insertion sociale et professionnelle.
3 - U**ne mission de relation :** échanger et communiquer dans le respect d'une éthique professionnelle.

Ces missions et les compétences afférentes se déclinent dans le champ propre à chaque option. On pourra se référer an numéro hors série du BO du 8 mai 1997.

Formations et AIS

Dominique Barataud

Extraits de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

Dans sa conférence, l'auteur s'intéresse à l'identité des maîtres spécialisés et plus particulièrement à ceux des options E, G (maîtres de RASED) et F (maîtres de SEGPA des collèges). C'est ainsi qu'il soulève, d'une part, l'importance de l'indication suivant laquelle un élève sera pris en charge, soit par un maître E, soit par un maître G et, d'autre part les difficultés auxquelles sont confrontés maîtres de SEGPA devant l'écart existant entre les objectifs à atteindre et les compétences apparentes des élèves qui leur sont confiés.
Pour ce qui concerne la formation des maîtres de RASED, à partir d'un travail de Gérard Vergnaud (CNRS), l'article développe plus particulièrement la question toujours actuelle des fondements de l'indication et de son processus entre le signalement et la prise en charge éventuelle d'un élève. Des exemples d'analyse de productions mathématiques d'élèves sont donnés.
Au niveau du collège, l'auteur souligne le défi ressent par les maîtres des SEGPA (Sections d'Enseignement Général Professionnel Adapté) à la lecture des "Référentiels des enseignements généraux de CAP" (BO spécial n°91)par rapport à l'écart existant entre les objectifs visés et les compétences apparentes des élèves.

Pour moi, une des questions centrales de toute pratique de formation dans le champ de l'A.I.S. est celle de l'identité professionnelle (si elle existe) de l'enseignant spécialisé. Or il me semble impossible de traiter cette question globalement. Le fait que ce maître exerce dans le champ de l'A.I.S. ne me semble pas une réponse, car cela suppose qu'il existerait un champ de l'A.I.S. A moins de se satisfaire d'une définition par complémentarité : le champ de l'A.I.S étant ce qui n'est pas du champ ordinaire. Réponse d'autant plus insatisfaisante que le rapport au "champ ordinaire" des professionnels de l'A.I.S. renvoie à des problématiques extrêmement diverses :

- Intervention au sein même de l'école (maître E et maître G).
- Intervention "en marge" maître F (bâtiments séparés, enseignement défini comme du second degré mais les maîtres F ne sont pas de "vrais" profs.). Institutions séparées (E.R.E.A).
- Intervention au sein d'institutions spécialisées à prix de journées, etc.

Bref,
- dans certains cas le professionnel de l'A.I.S. exerce au sein de la structure ordinaire avec la perspective de participer au maintien réussi de l'enfant au sein de la structure (réseau d'aides).
- dans d'autres cas, il exerce dans des structures plus ou moins séparées dans la perspective soit d'une sortie réussie du système scolaire (Niveau V), soit d'un retour au sein du système scolaire, mais dans les structures faisant suite aux siennes.

A l'exception des options A, B, et C, pour lesquelles des compétences professionnelles spécifiques peuvent être clairement identifiées (apprentissage du braille, de la langue des signes, minimum de connaissances médicales et psychologiques pour les I.M.C), il n'est pas simple de définir précisément ce que peut être l'identité professionnelle d'un maître de l'A.I.S.

Ma pratique de formateur étant essentiellement en direction des options E - G et F, c'est autour de ces options que j'interviendrai, et ce plus particulièrement en ce qui concerne notre discipline : les mathématiques.

LES RÉSEAUX D'AIDES

Le sens du dispositif

Il n'est pas inutile de rappeler quelques éléments du texte fondateur (Circulaire, avril 1990)

1) Rôle du maître de la classe

"Il faut rappeler que la première aide à apporter aux élèves relève de leurs propres maîtres, dans le cadre d'une pédagogie différenciée".

2) Maître E et maître G

"Si leurs finalités sont identiques, les aides spécialisées sont mises en œuvre selon deux modalités ".

Et c'est en terme de dominante que les actions sont définies :

- Maître E : aides spécialisées à dominante pédagogique

"Elles ont pour objectif d'améliorer la capacité de l'élève à dépasser les difficultés qu'il éprouve dans ses apprentissages scolaires, à maîtriser ses méthodes et ses techniques de travail, à prendre conscience de ses progrès, en suscitant l'expérience de la réussite."

Quant à l'intervention du maître E, elle “ implique la cohérence entre les caractéristiques psychologiques de l'enfant d'une part, les méthodes mises en œuvre et les finalités de l'enseignement d'autre part. ”

- Maître G : aides spécialisées à dominante rééducative.

" Ces interventions ont pour objectif, d'une part de favoriser l'ajustement progressif des conduites émotionnelles, corporelles et intellectuelles,

l'efficience dans les différents apprentissages et activités proposées par l'école et d'autre part de restaurer chez l'enfant le désir d'apprendre et l'estime de soi.
Ces interventions doivent permettre un engagement actif et personnel de l'enfant_dans les différentes situations, la construction ou la reconstitution de ses compétences d'élèves. ”

Les aides spécialisées sont donc à "dominantes". Comment comprendre cette notion ?
Cela suppose, à mon sens, que l'on fasse l'hypothèse qu'au cours de leur développement, certains enfants passent par des phases où des modalités différentes de fonctionnement sont dominantes et nécessitent un accompagnement spécialisé. Il y a quelque chose de l'ordre du prioritaire, mais pas de l'ordre de l'exclusif ni même du préalable (ce qui traduit une rupture par rapport au G.A.P.P).
Il y a (il devrait y avoir) complémentarité entre le travail du maître de la classe et le travail des maîtres spécialisés. Qu'est-ce qui justifie l'existence de professionnels spécialisés ?
Deux hypothèses :
- Les carences et insuffisances des professionnels ordinaires. En admettant l'existence de telles carences et insuffisances, la seule réponse cohérente est celle d'une amélioration de la formation initiale et continuée et non pas celle de la formation de maîtres spécialisés.
- L'existence de problématiques de fonctionnement (psychologiques, cognitives, affectives,...) ne pouvant être totalement prises en charge au sein de la structure ordinaire. Cela implique alors que l'on se donne des outils de repérage, d'analyse et de prise en charge de ces fonctionnements particuliers. C'est sur cette hypothèse que mon travail est fondé.

Remarques

Le premier problème qui surgit est celui des représentations que les stagiaires entrant en formation (et que beaucoup de leurs collègues sur le terrain renforcent) se font de leur futur méfier. Elles sont, le plus souvent, extrêmement caricaturales et opposées.
Maître E : Parce que dans l'intitulé même de leur mission apparaît le mot pédagogie, ils sont très demandeurs de formation dans les divers champs disciplinaires, y compris en mathématiques[1].
Maître G : N'entendant que le mot "rééducatif" de leur mission, ils aspirent au statut de rééducateur[2] et non seulement ne sont pas demandeurs au départ mais

[1] L'absence de formation dans ce champ, ce qui est parfois le cas, est vécue comme un scandale par les stagiaires
[2] Que penser de cette remarque d'un maître G lors d'une journée d'animation: "Monsieur l'Inspecteur, vous nous avez traités d'instituteurs"

sont même surpris qu'une place puisse être réservée aux mathématiques dans leur formation[3].

Corrélativement
Maître E : tendance à vouloir être soit des enseignants modèles, soit de simples répétiteurs de l'enseignant de la classe.
Maître G : tendance à vouloir créer, au sein de l'école, un "espace rééducatif" totalement coupé de l'école et des apprentissages. Ceci est même "théorisé" et va jusqu'à la caricature avec l'interdit de toute trace et de toute sortie des traces hors de l'espace rééducatif (bien sûr ce n'est pas respecté par l'adulte qui ne se prive pas de remplir ses dossiers des dessins de l'enfant et d'en faire étalage dans les diverses réunions de synthèse et de coordination.

Autour de l'indication *(Elle concerne la prise en charge d'un enfant par un maître E ou par un maître G)*

Importance de la question

"Sur quelle base ? Par rapport à quels critères un enfant est-il "pris en charge" par le maître "E" ou le maître "G" ? sont des questions décisives. Entre le signalement et la prise en charge se joue un processus, souvent peu clair : celui de l'indication. Ma conviction est que l'analyse des conduites scolaires d'une part, des productions scolaires d'autre part, pour autant qu'elle sache ce qu'elle étudie et comment elle l'étudie, peut être d'une très grande utilité. En aucun cas elle ne prétend se substituer aux autres approches (observation clinique, bilan psychologique, entretiens, etc.).

J'y consacre un temps important dans les formations que j'assure en m'appuyant sur certaines références théoriques que je me propose de rapidement présenter.

La question est de savoir si, dans les conduites de l'élève face aux tâches scolaires et dans ses productions, des indicateurs peuvent être identifiés favorisant une prise de décision cohérente et fondée. Quels rapports aux savoirs, à la connaissance peuvent être révélés ? En quoi est-il possible de repérer dans ses conduites ou/et dans ses productions scolaires des indicateurs de la nature du rapport aux savoirs qui se joue ?

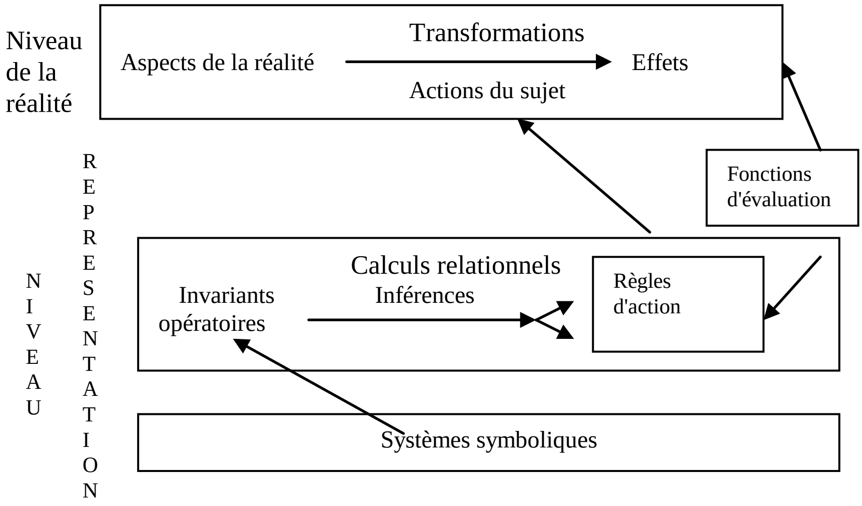
Sur quels fondements ?

La réponse ne saurait se trouver au niveau d'une analyse des performances de l'élève qui ne sauraient en elles-mêmes servir d'indicateurs. Ce que nous interrogerons dans les productions et les conduites de l'élève, c'est ce qu'elles

[3] Certains pensent que c'est une erreur quand, en début d'année, on leur donne leur emploi du temps dans lequel figure une plage obligatoire concernant les mathématiques

éclairent des rapports qu'il noue à la connaissance, des représentations qu'il se fait du sens même des activités proposées, de la place qu'il pense être la sienne. Avec G. Vergnaud (in Encyclopédie de la Pléiade: La psychologie, Paris, 1987, p 822), nous pensons que :
« [...] la représentation n'est pas un épiphénomène, une sorte de traduction a posteriori des rapports du sujet avec le milieu, lesquels seraient régis par des principes et des lois autonomes dans lesquels la représentation n'interviendrait pas. Au contraire la représentation est fonctionnelle. Sa fonction est de permettre, en reflétant certaines propriétés du réel, d'opérer sur les signifiés et les signifiants correspondant à ces propriétés, et de déterminer ainsi des règles qui déterminent la conduite du sujet. Plus précisément, il existe des homomorphismes entre la réalité et la représentation, qui font de celle-ci un moyen de "calculer" des relations, des règles d'action et des prévisions. »

Sur cette base, il propose un modèle général sous la forme du schéma suivant:



Pour nous, les actions du sujet traduisent la mise en chantier dans la réalité des règles d'actions qu'il a inférées par calculs sur les invariants opératoires[4] dont il dispose et qu'il a mobilisés.

Fondements d'une indication E ou G

Une des premières questions à se poser est alors la suivante : y a-t-il adéquation entre les invariants opératoires dont dispose l'enfant et ceux qu'il a mis en chantier par rapport à l'activité proposée ?

On ne peut pas mobiliser des invariants opératoires dont on ne dispose pas. Mais ce n'est pas parce qu'on dispose des invariants opératoires pertinents qu'on les mobilise. Cet écart éventuel entre les invariants construits et mobilisés est déterminant dans l'analyse des rapports que l'enfant établit aux tâches et objets scolaires.

Pour le repérer, il est nécessaire d'introduire une notion complémentaire, celle de fonctions d'évaluation. En effet, ce qui caractérise les conduites humaines c'est la possibilité qui est la nôtre de modifier nos règles d'actions en cours, en fonction des effets des actions engagées. Si toute action suppose un travail de représentation initiale, cela ne signifie pas qu'il y ait analyse exhaustive de la tâche à résoudre avant l'engagement des actions. Et la plupart du temps, nous ajustons nos conduites en fonction des résultats partiels obtenus, et de l'objectif poursuivi. Il y a donc bien nécessité de postuler l'existence, dans l'appareil psychique du sujet, de la capacité à mettre en relation les effets des actions et le

---

[4] A propos des invariants opératoires: Ils peuvent être de trois sortes :
1) qualitatifs (Formes, couleurs, trous dans un objet etc. ...).
2) logiques:
- inclusion
- disjonction
- union
- intersection

3) structuraux (structure = système stable, cohérent, réversible)
(Exemples classiques : structure additive, structure d'ordre)
Remarque : Piaget a essentiellement étudié, du moins jusque dans les années 60, les invariants opératoires de type logique. Inscrit dans un courant épistémologique qui pensait les mathématiques comme fille de la logique, il a tenté de déduire les invariants structuraux des seuls invariants logiques.

Ainsi :
- la structure additive est déduite de la relation d'union par:
  $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$, [A et B étant supposés disjoints] ;
- la structure d'ordre est déduite, elle, de la relation d'inclusion par:
  $A \subset B \Longrightarrow \text{Card}(A) < \text{Card}(B)$.

On sait que cette tentative, en particulier à partir des travaux de Gödel, n'a pu aboutir et que les fondements des mathématiques ne peuvent être entièrement déduits de la logique formelle.
Pour dire les choses en termes imagés, les invariants opératoires peuvent être conçus comme les 'briques' à partir desquelles la pensée se développe. Bien sûr, comme tout matériau, ils doivent être construits et cette construction peut être de plus ou moins bonne qualité.

but poursuivi. C'est cette capacité qu'avec A. Connes nous appelons fonctions d'évaluation[5] et que nous avons introduite dans le schéma de G. Vergnaud.

Deux cas fondamentaux sont à envisager :

1) Le sujet mobilise ses fonctions d'évaluation et modifie ses conduites en fonction des effets de ses actions. Remarquons qu'il est possible que cette modification soit pertinente mais aussi qu'elle ne le soit pas. En effet, il n'y a pas toujours cohérence entre ce que le sujet prévoit comme effet(s) de ses actions et ce qu'elles produisent réellement. Il est fréquent de voir des sujets abandonner des conduites, qui seraient efficaces si elles étaient poursuivies, parce qu'elles ne produisent pas les effets attendus. Ce qui est essentiel, c'est qu'il mobilise bien ses fonctions d'évaluation et que par là-même il s'affirme comme un sujet.

2)L'analyse des conduites et des productions révèle une absence de mobilisation des fonctions d'évaluation, ce qui traduit, à cet instant, dans cette situation, la perte du statut de sujet.

Productions d'enfants

A partir de trois productions d'enfants, nous nous proposons maintenant de montrer ce que signifie cette approche et comment une telle lecture des conduites et productions de l'élève est possible.

Il s'agit d'abord de 2 travaux de même nature réalisés par 2 enfants (Chrystellc et Carole) d'âge normal en début de CEI. Ce choix n'est pas gratuit, car dans les deux cas :

- l'exercice est d'une grande "banalité" pédagogique ;
- la performance scolaire est la même (apparemment très mauvaise) ;
- 14 ans séparent ces 2 travaux (Carole en 1882 et Chrystelle en 1996) ;
- la démarche pédagogique est la même : réalisation individuelle de l'exercice, puis correction au tableau, puis correction individuelle sur la fiche de travail.

Pour l'analyse nous reproduirons les réalisations de ces deux enfants. On trouvera en annexe la photocopie de leur travail.

[5] Cf. A.Connes et J-P Changeux, *Matière à penser, éd.* 0. Jacob.

Situation initiale

Chrystelle

Mettre le signe qui convient :

35	89	58	46
86	48	29	57
56	78	47	84
38	52	67	56

Carole

Trouve le signe convenable (< , > , =)

36	24	50+7	60
71	92	70+2	72
62	47	60+8	62
45	91	90+5	95

Travail

Chrystelle

Mettre le signe qui convient: (< , > , =)

35 > 89	58 < 46
86 < 48	29 > 57
56 > 78	47 > 84
38 < 52	67 < 56

Carole

Trouve le signe convenable (< , > , =)

36 < 24	50+7 > 60
71 > 92	70+2 = 72
62 < 47	60+8 < 62
45 > 91	90+5 = 95

Correction

Chrystelle

Mettre le signe qui convient : (< , > , =)

35 ~~>~~ < 89	58 ~~<~~ < 46
86 ~~<~~ < 48	29 ~~>~~ < 57
56 ~~>~~ < 78	47 ~~>~~ < 84
38 ~~<~~ < 52	67 ~~<~~ < 56

Carole

Trouve le signe convenable

$36 \cancel{<} > 24$	$50+\cancel{7}\ \cancel{>} 60$
$71 \cancel{<} 92$	$70+2 = 72$
$62 \cancel{<} 47$	$60+8 \cancel{<} > 62$
$45 \cancel{>} 91$	$90+5 = 95$

Analyse de l'erreur

Grand standard dans ce type d'exercices, les réponses, "toutes fausses", renvoient à notre avis à un mode de fonctionnement classique et très fréquent qui est le suivant :
L'enfant lit ce qui lui est fourni (les 2 nombres)
exemple : 58 puis 46
Il s'interroge sur le dernier
46 est plus petit
Il écrit, là où il y de la place le signe "plus petit"
D'où 58 < 46
Chrystelle n'a jamais pensé que 58 est plus petit que 46, de même que Carole n'a jamais pensé que 36 est plus petit que 24.
Toutes deux maîtrisent parfaitement bien l'ordre des nombres et ne confondent pas les signes < et > (sinon elles n'auraient pas "tout faux"). Ce qui est alors important, c'est d'analyser les réactions et les conduites de ces deux enfants face à la "correction" réalisée au tableau

Chrystelle :

Peut-on mieux imaginer soumission plus immédiate et plus absolue à ce que le “je ” croit être le désir de l'autre que cette correction qui consiste à barrer d'une seul trait tout ce qui a été produit (et qui, répétons-le, avait sens et était "exact") et à écrire 8 fois le signe “ < ” (plus petit).
Quel est le sujet producteur ? Est-ce un sujet portant évaluation de ses conduites ou n'est-ce pas plutôt un sujet totalement soumis à ce qu'il croit être le désir de l'autre ?
Cette disparition de toute mobilisation des fonctions d'évaluation, expression de la soumission à ce que l'enfant croit être le désir de l'autre, traduit la perte du statut de sujet et est, pour nous, un indicateur fondamental d'une indication d'aides spécialisées à dominante rééducative.

Elle est particulièrement repérable dans les temps de correction et se manifeste plus particulièrement dans certains types d'activités[6].

Carole :
Fantastique résistance de Carole qui :

- en première colonne,

- première ligne, accepte de barrer ce qu'elle avait écrit et de corriger;
- seconde ligne, commence à manifester de la colère et insère un double signe (< et =) et devant sa production ;
- troisième et quatrième ligne, accepte de barrer ses productions mais se refuse à écrire du "non-sens" (pour elle).

- en seconde colonne

- première ligne, surcharge son ancien écrit, manière élégante d'en laisser la pertinence ;
- ne touche pas à la seconde et dernière ligne reconnue comme exacte ;
- exprime par 2 traits sa colère sur la troisième ligne et inscrit un signe en partie tourné..

Cette résistance à ce qui pour elle est du non -sens, Carole va la maintenir dans les deux exercices suivants. Et puis elle cède et se soumet. Face à l'exercice :

"Complète la suite
23 - 33 - 43 - ……. "

Elle commence par écrire 53. Toute son expérience du jour l'amène alors à s'auto-corriger. Comme pour avoir bon il faut écrire le contraire de ce que l'on pense, elle surcharge son 53 d'un 43.

23 - 33 - 43 - 43 - 33 - 23

et achève à l'envers puisque tel est ce qu'elle croit être le désir de l'autre.

Pour Chrystelle, comme pour Carole, c'est bien leur statut de sujet qui est en cause. On comprend qu'il puisse devenir nécessaire “ de restaurer chez l'enfant le désir d'apprendre et l'estime de soi ” par des interventions visant à “ permettre un engagement actif et personnel de l'enfant dans les différentes situations, la construction ou la reconstitution de **ses** compétences d'élèves ”.
Il est tout à fait remarquable, dans ces cas-là, de voir la grande stabilité des invariants opératoires mobilisés par l'enfant et très souvent leur adéquation (contrairement à ce que laisse apparaître la performance brute) à ceux attendus par le maître.

Séverine ou ces sacrées parenthèses

Toujours en début de CE l :

Situation initiale

[6] Dans la génèse des apprentissages, il est possible de repérer certains « temps » particulièrement sensibles. Une authentique formation approfondie en didactique des disciplines est sans doute nécessaire pour permettre ce repérage.

(9 + 3) + 5 =

9 + (3 + 5) =

(8 + 5) + 2 =

8 + (5 + 2) =

Travail

Séverine

(9 + 3) + 5 =

12 + 8 = 20

9 + (3 + 5) =

8 + 17 8 + 12 = 20

(8 + 5) + 2

13 7 + = 20

8 + (5 + 2)

7 6 7 + 13 = 24

Analyse de l'erreur

On trouvera en annexe le travail de Séverine ainsi qu'une autre de ses productions prouvant que ce n'est pas le principe même de la réitération qui est en cause mais la signification de ces parenthèses qui n'ont aucun intérêt du point de vue de l'enfant.

Dès la première ligne, un premier processus de régression s'installe. Au lieu de réitérer (prise en compte du premier résultat pour effectuer la seconde addition), Séverine effectue les deux additions 9 + 3 et 3 + 5, d'où le 12 + 8 et l'obtention du résultat 20. Cette erreur très fréquente, Séverine ne la commet pas lorsqu'elle est libre de choisir l'ordre d'effectuation.

La seconde ligne est intéressante car après un passage par le résultat exact (17), sa certitude que cela doit faire pareil, l'amène à se corriger pour retrouver 20. C'est la preuve qu'elle mobilise bien des fonctions d'évaluation. Conjointement, un processus de désorganisation du système d'écriture s'enclenche, (écriture des seuls résultats 8 et 17).

La troisième ligne voit cette désorganisation se renforcer. (Oh ! Miracle, on retrouve ainsi le résultat précédent).
Resurgit un mode d'écriture fréquent chez les élèves de C.P. qui ont tendance à écrire, dans l'ordre, les nombres (13 ; 7), le signe opératoire (+), le signe d'effectuation (=), le résultat (20).

Enfin la quatrième ligne est extraordinaire.
Le doute est total qui la fait hésiter sur le résultat de 5 + 2
Remise en cause du 7, écriture de 6 et retour au 7 (remarquez la disparition de l'arbre à calcul).
8 + (5 + 2) = 7 ~~6~~ 7
La suite se réorganise en + 13
Mais alors se produit une forme ultime de désorganisation qui va consister à ajouter tous les "chiffres" écrits, le statut de 13 comme écriture d'un nombre volant en éclat. D'où le 24 obtenu en faisant 7 + 6 + 7 + 1 + 3.
Ce qui est exemplaire ici, c'est que l'on voit comment la mobilisation de fonctions d'évaluation peut conduire un sujet à engager des processus de régression cognitive (au sens de retour vers des invariants opératoires plus archaïques). Cette instabilité des stratégies de résolution des tâches, cette tendance à la réactivation de conduites antérieures nous semblent caractéristiques de la problématique du maître E.

Et dans ce cas, une aide visant à « améliorer la capacité de l'élève à dépasser les difficultés qu'il éprouve dans ses apprentissages scolaires, à maîtriser ses méthodes et ses techniques de travail, à prendre conscience de ses progrès » se justifie. Elle visera bien à susciter « l'expérience de la réussite ». Plus que toute autre, l'aide spécialisée à dominante pédagogique « *implique la cohérence entre les caractéristiques psychologiques de l'enfant d'une part, les méthodes mises en* œuvre et les finalités de l'enseignement *d'autre part* ».

Le problème de la répétitivité

Soulignons un point fondamental. Dans presque tout cahier d'élève il est possible de repérer, à un moment donné, une production indiquant une perte du statut de sujet ou un processus de régression cognitive. Cela ne signifie pas que l'immense majorité des élèves devrait bénéficier d'une aide. En effet, ce qu'il s'agit d'identifier, c'est le caractère dominant ou non de cette perte ou de ce processus. Il est donc nécessaire de chercher s'il y a ou non répétitivité de cette attitude, celle-ci se manifestant souvent, au moins dans un premier temps, dans un champ didactique particulier, face à certains types de ces tâches.

La lecture des productions des élèves doit donc être prudente, circulaire et méthodique.

Elle ne peut être en elle-même source d'une décision d'indication mais complémentaire aux autres démarches d'investigation. Elle se révèle, quand elle s'appuie sur une méthodologie rigoureuse, d'une très grande puissance.
Dans tous les cas, le diagnostic ne saurait être établi à partir du repérage d'un cas de fonctionnement d'un quelconque type. Et c'est bien en terme de dominante que la question doit être posée.
Si cette courte introduction pouvait convaincre notre lecteur (praticien et formateur) de l'intérêt qu'il y aurait à développer les recherches et les formations prenant en compte cette approche, et ce dans l'intérêt des enfants, notre but serait atteint.

S.E.S ET E.R.E.A[7] : LA SPÉCIFICITÉ MAÎTRE F

Les questions en jeu, pour ces maîtres, me semblent être d'une toute autre nature. Depuis la circulaire fondatrice de février 1989, c'est à un défi d'une ampleur considérable que le maître F est confronté. Comment résoudre l'écart existant entre les objectifs visés et les compétences apparentes des élèves ?

Rappelons quelques unes des caractéristiques de ce texte :
1) Pour la première fois c'est un texte de la D.L.C. (Direction des Lycées et Collèges) qui fixe les objectifs de l'intervention du maître F. L'enseignement en S.E.S et E.R.E.A y est défini comme un enseignement du second degré.
2) L'objectif fixé est celui de l'accès au Niveau V de qualification ou du moins « la mise en position favorable » pour l'obtention d'un tel niveau.

Or, il suffit de jeter un regard sur les programmes de C.A.P. et de B.E.P., en particulier en ce qui concerne les mathématiques, pour être pris de vertige (cf. les articles concernant l'enseignement des mathématiques en S.E.S et E.R.E.A publiés par les deux numéros spéciaux des Cahiers de Beaumont de juin 1990 et juin 1991 et qui ont été diffusés dans l'ensemble des structures concernées).

Pour relever ce défi, un principe est affirmé. Celui de fonder les pratiques pédagogiques sur les référentiels.
Remarquons qu'il faudra attendre un an pour que le B.O. intitulé « Référentiel des enseignements généraux des classes de C.A.P. » (B.O. spécial N°2, janvier 1991) soit publié. J'ai, dans mon article intitulé « Vous avez dit Référentiel » (N° spécial des Cahiers de Beaumont de juin 1991) souligné les difficultés qu'il y a à en comprendre la pertinence. Sans reprendre dans le détail mon analyse, je me contenterai d'en rappeler les principales caractéristiques :

---

[7] Ce n'est que très progressivement que l' appellation SES (Sections d'Education Spécialisée) sera remplacée par "Section d'Enseignement Général Adapté".

a) Capacités et compétences : la grande confusion.

Présentée souvent comme fondamentale et essentielle dans la démarche référentielle, la différence entre ces deux notions n'est aucunement explicitée dans la partie Mathématiques de ce B.O. Il m'est souvent arrivé de demander à des stagiaires (y compris à des formateurs chevronnés), d'expliciter la différence qu'ils font entre ces deux notions. Il se révèle toujours le même phénomène. Lorsque l'on met en commun ces représentations l'affrontement est radical, les désaccords systématiques et souvent violents. Rien ne permet alors de comprendre en quoi un référentiel se distingue d'un programme. Quant aux fameux livrets de compétences, il suffit de les comparer pour se rendre compte de la confusion dans laquelle nous fonctionnons.

Remarquons de plus que, dans le B.O. il n'existe plus qu'une seule capacité (réaliser) alors que les référentiels expérimentaux étaient organisés sur 4 capacités (analyser - réaliser - critiquer/valider - rendre compte). L'existence de la seule capacité réaliser conduit à des amalgames étonnants, certaines compétences étant indexées de la même manière alors qu'elles ne renvoient pas à la même capacité. Se retrouvent ainsi indexés en choisir (l'une des 3 compétences de la capacité réaliser) des compétences clairement séparées dans les référentiels expérimentaux.

b) Tronc commun : appellation mensongère.

En l'absence d'explication, le lecteur ne peut comprendre cette expression que dans le sens de ce qui est commun à l'ensemble des formations C.A.P. Or, il n'en est rien. Ce tronc commun n'est pas un tronc commun d'enseignement. En clair, ne figure dans le tronc commun que ce qui est commun à l'examen. Or certains C.A.P. n'ont pas de géométrie à l'examen, ce qui ne signifie pas qu'il n'y ait pas d'enseignement de la géométrie dans ces classes. Cela a eu pour conséquence que lorsque s'est imposée l'idée d'un niveau intermédiaire, nombre de structures ont purement et simplement éliminé toute pratique pédagogique concernant la géométrie. Il suffit de regarder ce qui se passe pour le C.F.G. (tant au niveau de l'examen qu'au niveau des livrets de compétences correspondants) pour réaliser l'ampleur de ce que je n'hésite pas à qualifier de dérive dramatique. Car s'il est un champ d'activités mathématiques essentiel à la mise en place d'une pédagogie adaptée (aux objectifs poursuivis et à la réalité du fonctionnement cognitif du public concerné), c'est bien celui de la géométrie.

Choisir, traiter, exécuter: quelle hiérarchie ?

Trois types de compétences apparaissent dans la capacité "réaliser" **:** choisir, traiter, exécuter.

Les référentiels expérimentaux insistaient sur l'importance de les hiérarchiser ainsi. Le B.O. ne dit rien de cette question, mais force est de constater qu'il les présente dans l'ordre inverse exécuter, traiter, choisir.

Niveaux I et II, des niveaux qui n'en sont pas.

L'indexation des compétences en niveau I et II ne résiste pas à une analyse sérieuse. Ils n'étaient pas, du reste, à l'origine des indications de progression pédagogique. C'est pourtant ainsi que très souvent ils ont été interprétés.

C'est ainsi que, par glissements successifs, on en arrive à définir un niveau V bis, voire un niveau VI, basé sur les seules compétences du tronc commun indexées en 1.

A ceci il faut ajouter le problème du niveau de connaissances des enseignants, certains points du programme de mathématiques du niveau V posant de sérieuses difficultés à nombre d'enseignante fonction affine, Thalès, trigonométrie.

Fondements de la formation

Elle s'organise autour des axes suivants :

- Travail sur les contenus permettant une (ré)appropriation de contenus de connaissances indispensables par rapport aux objectifs visés. Ce travail est l'occasion d'une mise en pratique des principes pédagogiques constitutifs d'une pédagogie de l'abstraction et de l'appropriation.

- Clarification autour des notions de capacités et de compétences. Je rejoins là l'approche définie par les I.O. des classes de 4ème et 3ème de technologie qui précisent :

« Les capacités constituent le but à long terme de la formation, les axes de développement de l'élève ; elles ne sont pas en elles-mêmes objet d'évaluation directe mais constituent le principe organisateur et régulateur des situations d'apprentissage ... »

« Les compétences se manifestent par les comportements observables et sont évaluables par un ensemble de performances accomplies par l'élève : comme telles, elles constituent des objectifs de formation » (*Instructions Officielles des 4ème et 3ème technologiques, arrêté du 9 Mars 1990)*

- Instrumentation : une part importante de notre travail a consisté à développer des outils (papier crayon, informatique etc.) caractérisés par la volonté de traduire dans le champ mathématique les approches et démarches issues du champ des remédiations cognitives. Nous sommes en effet convaincus que les outils dits de remédiation cognitive (P.E.1, A.R.L. etc.) ont trouvé leurs limites dans ce que je qualifie volontiers de l'illusion du transfert. C'est au sein même de l'activité disciplinaire qu'il faut tenter d'appliquer les principes de la remédiation cognitive (place et rôle de la métacognition, de la prise de conscience, des explicitations langagières).

Cela suppose des démarches et des outils dont l'appropriation demande du temps...

ANNEXE

CAROLE

Les nombres

J'ecris en lettres ou en chiffres

quatre - vingt treize 93

trente - huit 38

soixante - neuf ~~79~~ 69

soixante - ~~cinq~~ quinze 75

Trouve le signe convenable (>, <, =)

36 > 24 mal

71 ~~>~~ 92

62 ~~<~~ 47

45 > 91

50 + 7 ~~<~~ 60

70 + 2 = 72

60 + 8 ~~<~~ 62

90 + 5 = 95

Trouve un nombre qui convient

37 > ~~40~~8

59 < ~~9~~ 69 très mal

61 > ~~78~~ 71 corrige

78 < ~~1~~ 88

43 < 50 < 60

70 < ~~70~~ 72 < 80

69 < ~~80~~ 71

85 < ~~88~~ 80 < 90

Classe du plus grand au plus petit

43 78 96 83 18 52 68 23

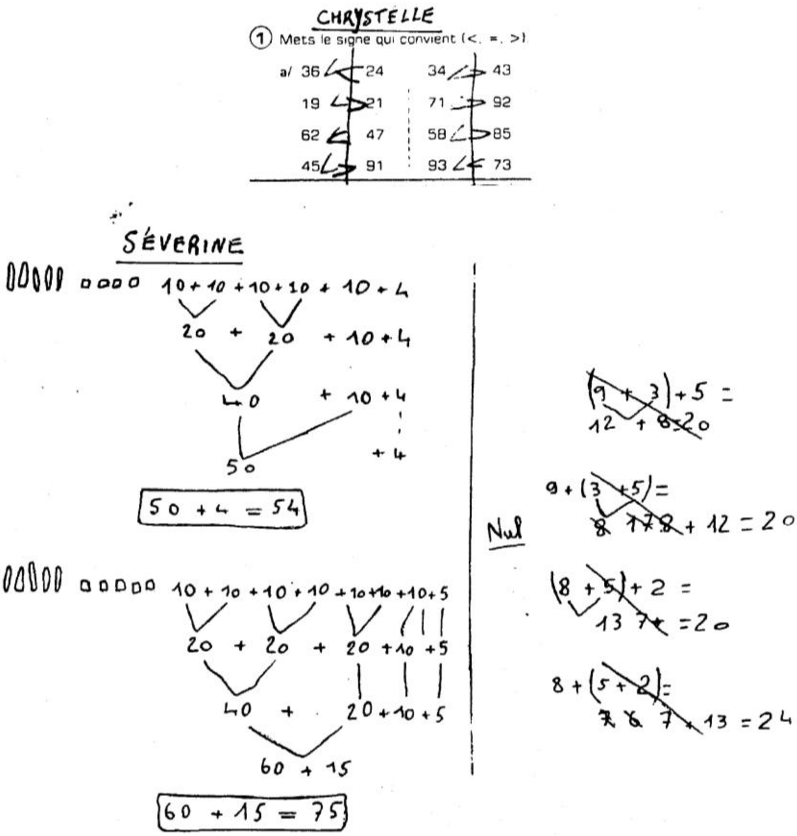
~~23 - 43 - 59 - 68 - 78 - 83 - 96~~

96 - 83 - 78 - 68 à refaire

Complète la suite

23 - 33 - 43 - ~~53 - 73 - 93~~

53 - 69 - 73 - 83 - 93


CHRYSTELLE
1 Mets le signe qui convient (<, =, >)
a/ 36 < 24 34 < 43
19 < 21 71 > 92
62 < 47 58 < 85
45 < 91 93 < 73
SÉVERINE
10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4
20 + 20 + 10 + 4
40 + 10 + 4
50 + 4
50 + 4 = 54
10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5
20 + 20 + 20 + 10 + 5
40 + 20 + 10 + 5
60 + 15
60 + 15 = 75
Nul
(9 + 3) + 5 =
12 + 8 = 20
9 + (3 + 5) =
+ 12 = 20
(8 + 5) + 2 =
13 = 20
8 + (5 + 2) =
13 = 24

Dispositifs spécialisés dans les structures ordinaires de l’école et du collège

La Rééducation mathématique à travers une étude de cas

Christiane Pezé

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Rennes 1996.

Dans le cadre des Réseaux d' Aides Spécialisées aux Elèves en Difficulté (RASED), et des deux types de dispositifs (aides à dominante pédagogique et aides à dominante rééducative), l'auteur se pose la question de savoir si l'activité mathématique peut être utilisée comme "médiateur" de la rééducation sans pour autant dénaturer la spécificité de celle-ci.
Après avoir indiqué ce qu'elle entend par rééducation mathématique, l'auteur en donne un exemple sous forme de chronique de l'aide spécialisée apportée à une enfant de CE1 relevant d'un RASED.
Un des intérêts de cette conférence est de montrer que, contrairement à certaines idées reçues, l'activité mathématique n'est pas un interdit dans le travail du rééducateur (option G de l'AIS).

Je vais vous présenter un travail de réflexion sur la rééducation mathématique que j'essaie de formaliser depuis 1994 par une recherche-action, que j'effectue au sein du COREM à l'école Jules Michelet de Talence, dont le directeur est Guy Brousseau et la responsable scientifique M. H. Salin.
Après avoir exposé le cadre de cette recherche je présenterai l'observation clinique d'une enfant de CE 1 qui a été suivie en rééducation au cours de l'année 1994.

1. Présentation du cadre de recherche

Objectifs

Les motivations qui m'ont conduite à engager ce travail concernent trois domaines :

- Le premier est celui du savoir mathématique.
Il s'agit de mieux repérer, analyser, comprendre ce qui est en jeu dans la difficulté d'accès à ce savoir et de rechercher s'il est possible de créer des situations de réappropriation de ce savoir dans le contexte particulier de la relation duelle adulte / enfant. Ceci en référence à la théorie des situations didactiques élaborée par Guy Brousseau.

- **Le deuxième domaine concerne la formation des enseignants** et plus particulièrement celle des stagiaires Département pour l'Adaptation l'Intégration Scolaire. Mon objectif étant de créer des documents théoriques et pratiques, sous une forme audio-visuelle, pour mieux définir le cadre et le contenu des aides spécialisées en mathématique.

- **Le troisième domaine est celui de la rééducation**.
La question que je me pose à c sujet est la suivante :
“ Est-ce qu'il est possible définir un cadre de la rééducation mathématique en référence au concept de rééducation en vigueur dans l'école ? ”

Cette dernière question a pour origine la différenciation des aides spécialisées dans les RASED (Réseau d'Aides Spécialisée aux Elèves en Difficulté). Dans ce dispositif il existe deux types d'aides spécialisées :
a) **L'Aide spécialisée à dominante pédagogique** qui se pratique avec de groupes d'enfants et qui est destinée restaurer les compétences cognitives et méthodologiques sous-jacentes aux apprentissages.
b) **L'Aide spécialisée à dominante rééducative, la Rééducation**, qui se pratique majoritairement en relation duelle, et qui se centre sur la restauration du désir d'apprendre et de l'estime de soi, l'ajustement des conduites émotionnelles et intellectuelles pour permettre l'investissement du savoir.
Ces deux modalités de l'aide articulent les deux pôles "pédagogie" et " psychologie" mais elles ne leur attribuent pas la même importance.

Ainsi les activités cognitives sont utilisées en Aide spécialisée à Dominante Pédagogique et sont la plupart du temps exclues du champ de la rééducation au profit de médiations éloignées des activités scolaires. La stratégie utilisée en rééducation est celle du détour (jeux sensori-moteurs, jeux à règles, jeu symbolique; marionnettes, dessin, pâte à modeler, etc ...). On n'affronte pas directement la difficulté scolaire qui est considérée comme un symptôme.

Ce modèle de réponse aux difficultés d'apprentissage est pertinent et opérant pour certains cas. Il est vrai que certains enfants ne peuvent, du moins dans un premier temps, supporter toute sollicitation ou proposition concernant leur difficulté scolaire sans pour autant nécessiter une approche psychothérapeutique. Il est vrai aussi que d'autres enfants relèvent clairement de l'approche pédagogique en groupe que propose l'aide spécialisée à dominante pédagogique. Mais pour d'autres enfants il paraît difficile et réducteur d'appliquer ce modèle.

La confrontation aux élèves en difficulté nous révèle que bien souvent l'origine et la nature de leur problématique scolaire est globale, que les aspects

cognitifs et affectifs sont imbriqués de telle manière que l'on ne peut déterminer une prépondérance étiologique de façon manifeste.
Ainsi ces enfants ont besoin d'être aidés dans une prise en compte associée des dimensions affective et cognitive de leurs difficultés.
La rééducation individuelle me semble alors l'indication d'aide la mieux appropriée car seule la relation duelle peut permettre d'assurer l'étayage affectif et cognitif au plus près des besoins de l'enfant.

Ceci me paraît d'autant plus vrai dans le domaine des difficultés en mathématique. La nature même de cette connaissance et de l'apprentissage qui y conduit, c'est à dire construire des concepts en résolvant des problèmes, met en cause l'image de soi plus fortement que les autres apprentissages, car la réalité de la réussite ou de l'échec apparaît plus nettement. Ainsi la réussite renforce positivement sa propre image alors que l'échec peut la remettre en question, surtout quand il intervient sur une estime de soi détaillante.
De ce fait, pour certains enfants, les facteurs affectifs et cognitifs de leurs difficultés en mathématique sont interdépendants.

Il me semble alors que le modèle de rééducation habituel : restaurer un rapport actif au savoir par un travail d'élaboration psychique indépendant de l'activité mathématique est insuffisant à la résolution complète des difficultés.
Aussi je pose comme hypothèses :

- qu'il est pertinent d'utiliser l'activité mathématique comme médiateur de la rééducation sans dénaturer la spécificité de cette dernière.
- que l'utilisation de ce médiateur cognitif - sous certaines conditions - n'entraîne pas automatiquement l'évacuation de la dimension affective du sujet.
- que cette approche rééducative peut avoir un effet de restauration narcissique grâce à la dialectique qui s'instaure entre une confrontation de plus en plus positive avec le savoir mathématique et le sentiment de dépassement de soi qui en découle.

Dispositif

Cette recherche - action s'effectue au COREM où je bénéficie de tout le dispositif de recherche et d'observation qui est mis en place. Elle s'actualise grâce à la collaboration de deux personnes : Manette POIRSON, psychologue scolaire et Denise GRESSARD, directrice de l'Ecole Elémentaire Jules Michelet, toutes deux chargées de recherche au COREM.
Toutes les séances d'observation et de rééducation que je conduis sont enregistrées en vidéo ce qui permet de recueillir un important corpus pour l'analyser ensuite.

Rééducation mathématique : éléments de définition

Objectifs

Objectif général

- Restaurer un rapport positif au savoir mathématique
- Permettre la construction ou la reconstruction des concepts mathématiques en créant un contexte didactique et un étayage relationnel appropriés.

Objectifs sous-jacents:

1- Permettre à l'enfant de modifier sa conception du savoir mathématique et de l'apprentissage qui y conduit:

- rendre cet objet désirable
- faire découvrir le plaisir du fonctionnement intellectuel
- faire expérimenter à l'enfant que ce savoir se construit

2- Aider l'enfant à conquérir les attitudes nécessaires à la construction du savoir mathématique :

- s'engager activement dans un processus de recherche
- établir un rapport objectif et distancié avec ce savoir

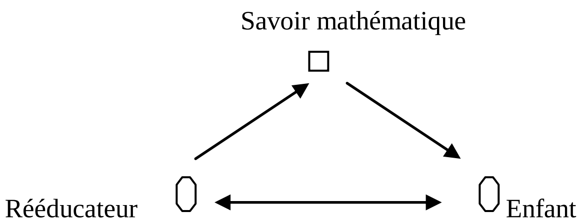
3- Aider l'enfant à assumer les avatars du processus de construction

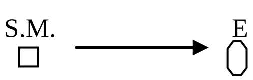
- ébranlement des certitudes
- perte de la " toute puissance " face aux erreurs et aux échecs.

Cadre

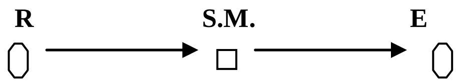
Pour atteindre ces objectifs le rééducateur devra créer un espace transitionnel dans lequel une rencontre positive avec le savoir mathématique pourra progressivement se réaliser.

Le schéma suivant permet de représenter le cadre de ce travail rééducatif :

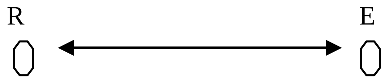




Cette partie du schéma symbolise la relation entre le savoir mathématique et l'enfant et représente l'objectif final de la rééducation mathématique. Cette relation devra se tisser progressivement au cours de la rééducation pour finir par devenir positive et autonome.



Cette partie du schéma symbolise le travail que le rééducateur devra réaliser pour permettre à l'enfant de modifier sa représentation du savoir mathématique et de l'apprentissage qui y conduit et de conquérir les attitudes nécessaires à cette construction (cf. objectifs sous-jacents 1- et 2-).



Cette partie du schéma symbolise la relation intersubjective entre 1"adulte et l'enfant sur laquelle va prendre appui le processus rééducatif. Cet étayage relationnel permettra notamment à l'enfant d'assumer les avatars du processus de reconstruction (cf. objectif sous-jacent (1)).

Chacune de ces relations est bien évidemment en interaction avec les autres. Leur séparation schématique n'a pour but que d'éclairer le propos.
Cet espace transitionnel de la rééducation que j'essaie de créer s'inspire de plusieurs références :

- La théorie psychanalytique pour analyser les composantes de la relation intersubjective et ses effets dans le processus rééducatif.
- Les théories cognitives du développement avec Piaget et Vygotsky.

Même si Piaget et Vygotsky ont des approches divergentes du développement et de l'apprentissage, certains aspects me paraissent pouvoir être complémentaires pour la rééducation mathématique.

Le rôle du rééducateur est double**:**

- il doit construire les situations favorables à l'émergence des conflits cognitifs, en s'appuyant sur la théorie des situations didactiques pour que l'enfant reconstruise les concepts mathématiques ;
- mais il doit aussi apporter l'étayage nécessaire à l'enfant, l'aider à réussir, l'accompagner dans ses tentatives de résolution, pour que l'enfant puisse avoir ensuite un rapport autonome avec le savoir**.**

Ainsi, le dialogue avec les situations et l'interaction avec l'adulte me semblent revêtir une égale importance pour permettre à l'enfant de dépasser ses difficultés.
Tout le problème consiste à pouvoir équilibrer et ajuster ces deux aspects c'est à dire : permettre que le conflit cognitif soit suffisant pour que l'enfant

réorganise ses connaissances à partir de son expérience, mais apporter aussi l'interaction de tutelle chaque fois que cela semble nécessaire.

Nous avons pu observer au cours du travail avec Magali les effets positifs ou négatifs de cet ajustement plus ou moins réussi.

Ces situations proposées, si elles s'inspirent de la théorie des situations didactiques, ne sont pas des situations d'apprentissage telles quelles peuvent être présentées en classe.
D'abord parce que les partenaires sont différents et que l'on ne peut s'appuyer sur le conflit socio-cognitif. Ensuite parce que la situation est davantage centrée sur la remise en œuvre d'un rapport efficient avec le savoir que sur la reconstruction d'un concept.

Ainsi il n'y a pas de progression préétablie mais un réajustement constant du contenu des situations en fonction des réactions de l'enfant, la visée étant de permettre à 1’enfant de réorganiser ses connaissances antérieures à la lumière de ses nouvelles découvertes.

L'étayage de l'adulte n'est pas seulement d'ordre cognitif, c'est un étayage relationnel qui s'adresse à la globalité du sujet
C'est grâce à la relation inter subjective entre l'adulte et l'enfant que le processus rééducatif pourra se dérouler.

Pour cela le rééducateur doit avoir une attitude d'acceptation positive de l'enfant et de ses difficultés tout en ayant confiance en ses possibilités de les dépasser.
“ Accepter l'enfant tel qu'il est et lui faire découvrir qu'il peut être autre sans abandonner de lui-même ” (R. Diakine).

Le rééducateur doit établir un espace de sécurité pour que l'enfant puisse s'engager avec confiance dans le cheminement difficile d'accès au savoir : *“ ici on peut essayer, tâtonner, se risquer, se tromper, échouer sans danger ”.*
Pour cela il doit être un référent stable et fiable aussi bien sur le plan cognitif qu'affectif. Il doit veiller à garder une implication distanciée, c'est à dire faire attention à ne pas se sentir atteint personnellement par les échecs ou les réactions émotionnelles de 1"enfant. Il doit également respecter le rythme d'évolution de l'enfant et ne pas avoir une volonté trop vive de changement.
Il doit aussi savoir s'effacer et favoriser la prise d'autonomie quand l'enfant peut assumer tout seul les situations.
Ceci est valable pour toute approche rééducative.

Concernant la rééducation mathématique il y a un autre aspect très important.

Pour rendre désirable à l'enfant le savoir mathématique il faut que le rééducateur éprouve lui-même du désir pour cet objet, c'est à dire qu'il ait clarifié, si nécessaire, son propre rapport avec les mathématiques.
Il doit montrer par son attitude que l'on peut ressentir de l'intérêt et du plaisir dans cette activité intellectuelle, proposer en quelque sorte un support identificatoire à l'enfant.

Il faut également rendre possible et valoriser ces moments-clé où l'enfant découvre qu'il peut conquérir ce savoir et passer d'un état de soumission à un état de pouvoir. Il faut alors pouvoir éprouver ce sentiment de jubilation avec l'enfant quand il accède à cette découverte.

2. Étude de cas

Présentation générale de la problématique de l'enfant

Magali est une enfant de CE1 qui a 7 ans et demi quand nous commençons à travailler avec elle en janvier 1994.
L'approche des difficultés de Magali a été effectuée à partir des observations des maîtres de la classe, du bilan psychologique et du bilan logico-mathématique. Ce dernier s'est déroulé sur quatre séances qui ont été enregistrées, et dont nous observerons deux séquences.
L'aspect dominant de la problématique de Magali consiste en un contraste important entre des potentialités intellectuelles qui s'actualisent parfois de manière remarquable et des performances très moyennes voire insuffisantes notamment dans la construction de la numération et la résolution des problèmes, alors que la pédagogie pratiquée dans l'école est très favorable à la construction du savoir mathématique.

Ses difficultés dans le domaine mathématique ne semblent pas liées à un problème de désir d'apprendre, d'investissement des apprentissages scolaires.
En effet, bien que timide, émotive et réservée sur le plan verbal elle va à l'école avec plaisir, est bien intégrée dans le groupe classe et intéressée par les activités scolaires à l'égard desquelles elle est attentive et concentrée.

Les difficultés semblent liées à une estime de soi défaillante liée à une relation précoce insatisfaisante, qui non seulement inhibe l'action et la parole mais empêche l'enfant d'établir un rapport distancié et objectif avec les situations d'appropriation dans le domaine mathématique.
Ceci se révèle tout au long de l'observation et dans le bilan psychologique ou l'investisement du réel est parfois défensif avec un recours à l'imaginaire.
Ainsi Magali a construit des savoirs hétérogènes dans lesquels des rituels qui n'ont pas de sens cohabitent avec des acquisitions souvent fragiles.

Notre souci était d'observer les procédures de résolution mises en œuvre pour mieux analyser ses difficultés à construire la numération.

Analyse des difficultés dans la construction de la numération

Présentation de la fiche *(voir annexe 1)*
Il s'agit d'un exercice similaire à celui effectué au cours de l'évaluation collective en classe et auquel elle avait échoué.

Analyse de la séance

- **Dénombrement de la collection 113**

L'organisation de la collection en paquets de dix qui permet et induit le comptage rapide de dix en dix n'est pas utilisée de manière opératoire.
Elle entoure rituellement chaque paquet de dix et compte les ronds un à un ce qui est source d'erreur: *114 au lieu de 113.* Elle entoure également les trois unités. Ainsi, entourer les paquets de dix est devenu un rituel vidé de sens.

- **Dessin des collections 102 et 78**

Elle est capable de lire la symbolisation de l'écriture usuelle : “ *102 : 10 paquets de 10 et 2* ”, et d'effectuer le dessin des collections en utilisant ce modèle. Cependant la prégnance du caractère formel de cette procédure au détriment du sens queue recouvre se révèle au cours de la phase d'analyse de l'erreur et de l'écriture additive des nombres.

- **Essai d'analyse de l'erreur: 114** au **lieu de 113**

- Elle ne peut pas identifier l'erreur : elle n'établit aucun lien entre le dessin des trois unités et l'écriture usuelle.
- Elle ne peut appliquer spontanément le comptage de dix en dix dont elle connaît la comptine jusqu'à cent, là aussi de manière formelle : elle a des connaissances sur les nombres mais elle ne peut les utiliser en tant qu'outils de résolution, et à deux reprises elle comptera les unités comme un paquet de dix.
- Sa difficulté à appréhender le nombre de dizaines dans la collection entraîne une impossibilité à effacer le lien avec l'écriture usuelle et elle n'est plus capable de dire combien il y a de paquets de 10 dans 103.
Se révèle aussi une méconnaissance des nombres au-delà de cent :
  - dans le comptage de dix en dix elle dit “ 200 ” au lieu de “ 1 10 ”,
  - pour écrire le résultat de “ 110 + 3 ” elle écrit “ 103 ”?

- **Écriture additive des nombres:**

113 : “11 + 3 = "
102 : “10 + 2= ”

Usage rituel des symboles elle ajoute “ = ” aussi à “ 70 + 20 + 8 ”
Ceci révèle et confirme que le sens de la numération et de sa symbolisation par l'écriture usuelle n'est pas construit et que les énonciations telles que “ *102 c'est 10 paquets de 10 et 2* ” ne sont que formelles.
Ainsi un des objectifs de la rééducation sera de favoriser la reconstruction de la numération.

- Il faut également prendre en compte son attitude face aux difficultés qu’elle rencontre dans la phase d'essai d'analyse de l'erreur.

Sa difficulté à mettre du sens sur le problème posé entraîne une perte d'autonomie et une incapacité à examiner la situation.
Son regard se rive au visage de l'adulte au lieu de regarder la fiche comme si. elle essayait soit de décrypter ses attentes, soit de décrypter la solution.

Analyse du rapport au savoir à partir d'une situation-problème

Présentation de la situation

Il s'agit d'une situation destinée à repérer et analyser les démarches de résolution d'un problème dans laquelle les aspects numériques, situation additive avec des petits nombres, ne constituent pas un obstacle. Elle comprend trois phases :

1ère Phase. Classification de blocs logiques
Cette phase constitue un préalable à la situation-problème proprement dite destinée à familiariser l'enfant avec le matériel logique utilisé en suite.
Blocs à classer (3 critères):
Forme : Rond, triangle, carré
Couleur : Bleu, Rouge, jaune
Taille : grand, petit

2ème Phase. Constitution d'une collection de blocs logiques à partir de la lecture du tableau.
Il s'agit de mettre dans une boîte les blocs logiques en fonction des données du tableau.
Trois objectifs :

- Constituer la collection de référence qui permettra d'assurer le feedback de la situation à la phase 3.
- Observer les capacités de lecture d'une représentation symbolique.
- Favoriser l'accès à la phase 3 par les relations établies entre la représentation symbolique et le matériel concret.

3ème Phase : Calcul du nombre de blocs logiques à partir du tableau en fonction d'un critère donné.
La vérification du résultat du calcul s'effectue avec le matériel dans la boîte.

Analyse des deux premières phases

Au cours de la phase un, la réalisation des classifications a été laborieuse. Magali a eu des difficultés à s'approprier la consigne “ *Mets ensemble ceux qui vont bien ensemble* ” car elle a assimilé cette opération de classification à celle déjà réalisée au cours d'une autre épreuve (analyse catégorielle de l'EDEI). Ce transfert est compréhensible et même positif ; le problème c'est la grande difficulté de décentration qu'elle manifeste par rapport à cette assimilation et qui l'empêche d'envisager la situation sous un autre angle. De ce fait elle ne pourra réaliser les classifications en fonction des différents critères que sous amorce.

La faible performance à cette épreuve ne correspond pas à des difficultés logiques. Elle est le résultat de la déstabilisation provoquée par la nécessité d'appréhender la situation non pas en fonction de son attente et de son désir mais en fonction d'une réalité extérieure. Comme si le désappointement, la frustration qu'elle ressent à ne pas pouvoir utiliser son modèle entravait toute démarche cognitive.

Au cours de la phase deux elle a des difficultés, au départ, à interpréter la symbolisation des blocs logiques.

Elle introduit un autre critère taille : les moyens, pourtant absents des classifications qu'elle vient de réaliser et essaie de faire correspondre le matériel concret avec la symbolisation en posant un rond sur son symbole : elle a des difficultés à envisager la symbolisation de l'objet indépendamment de son exacte représentation.

Elle parvient cependant au bout de l'activité avec persévérance malgré l'effort de concentration que cela semble lui demander.

Analyse de la troisième phase

- **Transformation de la consigne due à la difficulté à établir un rapport distancié et objectif avec la réalité**

Magali compte les carrés bleus au lieu de compter les carrés et elle écrit ensuite “ bleu ” sur sa feuille. Après avoir compté les rouges, elle s'attend à compter les bleus, c'est-à-dire à rester sur le même critère. Elle essaie cependant d'intégrer la consigne “ compte les carrés ” en redisant pour elle-même “ carrés ”. Le conflit entre son attente et la réalité l'amène à élaborer une consigne intermédiaire “ compter les carrés bleus ”. Ce qu'elle fait effectivement (2+1=3). Mais lorsqu'elle écrit “bleu” sur la feuille au lieu de “ carré ” ou “ carré bleu ”, elle révèle à quel point il lui est difficile de se décentrer de son désir initial de compter les bleus.

La charge cognitive et affective qu'entraîne cette situation est telle qu'elle n'est plus disponible pour percevoir tout le sens de mon discours quand j'essaie de rétablir la consigne; ainsi elle persiste dans son projet en écrivant “ 3 ” à côté de “ bleu ”. Cependant elle est déstabilisée par mon intervention et perçoit qu'il y a un problème ; devant son impossibilité à le résoudre, elle régresse sur le sens de la symbolisation du tableau en comptant non plus les nombres mais les symboles.

A ce moment là, je suis moi-même déstabilisée par cette confusion à laquelle je contribue en lui disant *“ Alors tu dis qu'il y a 3 carrés... ”*
Cette difficulté de décentration par rapport à ses projections est telle qu'au moment de la vérification elle ne peut même plus envisager la réalité concrète : elle ne “ voit ” que 2 carrés (bleus). Il me paraît important de souligner ici une double nécessité pour aider Magali à dépasser ses difficultés :

- le feed-back de la situation
- l'accompagnement individuel de l'adulte

Le seul feed-back de la situation, ou le seul étayage de l'adulte ne peuvent permettre de résoudre le conflit. C'est la conjonction des deux qui va favoriser l'émergence progressive du sens.

Au moment de la correction sur la feuille nous voyons encore à l'œuvre la prégnance de l'association qu'elle a effectuée entre les 2 consignes. Elle semble faire le raisonnement suivant : *“ puisque “ compter les bleus ” était erroné c'est donc que “ compter les rouges ” était erroné aussi.* Ceci confirme les hypothèses interprétatives de son comportement au cours de cette activité. Magali ne peut intégrer l'information queue reçoit car elle ne correspond pas à ses attentes, à ses désirs, à sa propre représentation de la situation.

Ce n'est pas un problème de compréhension au sens commun du terme. Il s'agit d'une difficulté de décentration par rapport à ses projections subjectives qui l'empêche d'établir un rapport distancié et objectif avec la situation mathématique.

Cette attitude est peut-être à mettre en relation avec les mécanismes de défense qu'elle a mise en œuvre pour protéger une image de soi dévalorisée : c'est-à-dire transformer la réalité source de déception en y projetant ses propres désirs et pensées.

- **Au cours de la 3ème séquence “ compter les bleus ” on assiste à l'émergence de la distanciation.**

Elle commence d'abord à effectuer le calcul puis elle demande confirmation de la consigne *“ Combien y a de bleus ?* ”
Cela témoigne du fait qu’elle a perçu que son interprétation pouvait être en décalage avec la réalité de la consigne et qu'il est nécessaire qu'il y ait adéquation entre les deux.

- ***Son comportement au cours de la 4ème séance : “ compter les ronds”,*** consigne qu'elle se donne elle-même, révèle l'hypersensibilité au moindre obstacle.

Elle commence à compter les 2 grands ronds bleus mais elle est perturbée par le “ 0 ” (zéro) des grands ronds rouges. Devant cet obstacle conjugué à ses difficultés de calcul elle abandonne l'action de comptage et régresse en dénombrant les symboles.
Au cours de la vérification elle a encore des difficultés à appréhender la réalité concrète en dénombrant 5 ronds au lieu de 7.
Le feed-back de la situation et la réflexion qu'il suscite lui permet de prendre conscience de son erreur et de l'expliciter.
La dernière séquence est réussie sans problème.
Malgré les difficultés que Magali a rencontrées au cours de cette activité et le malaise qu'elles ont pu provoquer, il faut souligner l'investissement, la persévérance et la concentration dont elle fait preuve jusqu'au bout.

En conclusion, au cours de cette activité nous voyons à l'œuvre de façon manifeste la problématique dominante de Magali qui consiste en une difficulté de décentration par rapport à ses projections subjectives qui l'empêche d'établir un rapport distancié et objectif avec les situations problèmes et donc de les résoudre. Ce comportement sera observé à plusieurs reprises au cours des autres séquences d'observation. Nous constaterons également des difficultés d'organisation des actions qu'elle ne peut planifier ainsi qu'une hypersensibilité aux perturbations ou aux obstacles

3. Différentes phases de l'aide

Projet et cadre rééducatif

En s'appuyant sur son désir de dépasser ses difficultés et sur son investissement dans la relation duelle, il s'agira d'aider Magali à appréhender la réalité du savoir mathématique en lui faisant expérimenter progressivement que la conquête de ce savoir peut être source de satisfaction.

Parmi les objectifs de la rééducation déjà énoncés ceux qui paraissent les plus importants à atteindre pour Magali sont les suivants :

- Etablir un rapport objectif et distancié avec le savoir mathématique.
- Faire découvrir le plaisir du fonctionnement intellectuel.

Concernant les concepts mathématiques il s'agira de l'aider à reconstruire la numération.
Chaque séance de rééducation a lieu une fois par semaine et se déroule en trois temps :

1) Une séance - jeu où l'adulte et l'enfant ont un rôle équivalent. Il s'agit d'un jeu de cartes qui fait intervenir le hasard et la stratégie. De ce fait, la partie peut être gagnée aussi bien par 1'enfant que par l'adulte.
2) L'activité mathématique à partir d'une situation proposée par l'adulte.
3) Un dessin à deux. Cette dernière séance permet d'instaurer un espace de rencontre, d'échanges entre l'adulte et l'enfant autre que les mathématiques. Elle favorise l'installation de la relation inter - subjective et permet à l'enfant d'exprimer son imaginaire et de soulager les tensions éventuelles.

Cette séance, ainsi que le jeu initial ont souvent été indicateurs significatifs de l'évolution de l'enfant.
Au fur et à mesure de cette évolution Magali manifestera de plus en plus d'initiative et de créativité, surtout dans le dessin et apportera des commentaires verbaux complètement absents au début

Je vais présenter l'analyse de quatre séances de rééducation consécutives, situées en début de rééducation, car elles apparaissent comme les plus significatives du processus de changement de Magali aussi bien dans son rapport au savoir que dans la reconstruction de la numération.
Nous avons travaillé au cours de ces séances à partir d'une situation sur la numération dont voici la présentation.

Présentation de la situation "Numération"

Objectif

- Reconstruire la numération décimale
- Donner du sens à la symbolisation de numération, c'est-à-dire à l'écriture usuelle

Conception de la situation

- Matériel
  - 5 boites

- Dans chaque boîte, un certain nombre d'enveloppes (de 7 à 15)
- Dans chaque enveloppe un certain nombre de jetons.
- Pour une même boîte le nombre de jetons de chaque enveloppe est identique.
- Rien n'est écrit ni sur les enveloppes ni sur les boites.

<u>Exemple:</u>

Nombre d'enveloppes dans les boites

9 E		12 E		11 E		7 E		15 E
1		3		5		8		10

Nombre de jetons dans les enveloppes

- L'enfant doit constituer une collection de jetons dont le nombre est donné (désignation écrite et orale) en prenant les enveloppes nécessaires.

La vérification se fait par le dénombrement de la collection constituée.

- Les boîtes symbolisent le nombre qui préside au regroupement.

Outre les dizaines et les unités nous avons mis d'autres bases de regroupement pour que l'enfant redécouvre progressivement la spécificité de la numération décimale.
L'objectif final de la situation étant que l'enfant supprime les autres boîtes : la solution optimale pour réussir, quel que soit le nombre demandé, est de se servir des dizaines et des unités.

- Les enveloppes symbolisent le regroupement.

Nous avons également mis les unités dans une enveloppe pour symboliser la classe des unités au même titre que la classe des dizaines et ultérieurement celle des centaines. L'ensemble du dispositif a pour but de favoriser les relations d'équivalence entre les différents niveaux de la numération.

- Variables didactiques

On fera varier, dans la progression de la situation :
- les nombres qui président au regroupement pour chaque boîte
- le nombre d'enveloppes dans chaque boîte
- le nombre de jetons que l'on demande.

Ceci en fonction des obstacles que l'on jugera utile de créer pour favoriser la construction de la numération par l'enfant.

Analyse des séances

Analyse de la séance 2

Description de la situation

Nombre d'enveloppes dans les boites

15 E	7 E	11 E	12 E	9 E
10	8	5	3	1

Nombre de jetons dans les enveloppes

Nombres demandés : 74, 91, 103, 82

L'observation du contenu des boites et leur rangement sont effectués avec aisance et rapidité.

Appropriation de la situation : Ramener 74 jetons

- **Modèle implicite de résolution 7 + 4**

Magali ne peut ni agir ni demander de l'aide verbalement. Son sourire gêné, ses appels du regard en témoignent. La difficulté entraîne une inhibition générale.
Je dois prendre en charge la situation de communication ce qui permet à Magali de dire pourquoi elle ne peut agir « *y a pas de 4 ni de 7* » et de soulager la tension.
Mais cela ne lui permet pas de débloquer l'action malgré les encouragements : elle ne peut envisager un autre modèle de résolution.

- **Étayage:**

J'aide Magali à écrire 74 sous forme additive: 10 + 10 + 4
Ceci lui permet de s'engager vers le modèle de résolution.

Ébauche du modèle de résolution pour les dizaines blocage pour les unités.
Elle retrouve le sourire et réserve 7 enveloppes de 10 mais replonge dans la perplexité car elle ne peut résoudre le problème des unités.
Elle adopte la même attitude que précédemment ; appels du regard, mais avec moins de tension.
Mes interventions l'aident à formuler la raison de son blocage « *y a pas de 4* » et à proposer une solution « *Est-ce qu'on peut les enlever les enveloppes ?* »
L'échange qui s'ensuit et l'aide que je lui apporte lui permet de résoudre le problème. Au cours de cette phase Magali commence à affronter la difficulté avec plus de dynamisme.

- **Vérification**

Elle prend en charge la vérification de manière autonome. La stratégie est efficace, la voix et les gestes sont plus assurés. Elle réinvestit le comptage de 10 en 10 avec aisance et se montre capable de relier les écritures usuelles et additives de 74 aux enveloppes qu'elle a ramenées. Le plaisir de la réussite apparaît nettement.

Mise en œuvre du modèle implicite de résolution

- **Ramener 91 jetons**

Après quelques tâtonnements vers les boîtes 8 et 1 Magali réinvestit le modèle de résolution de manière autonome.
Elle prend en charge la vérification avec assurance, méthode et application.
Toute son attitude exprime la satisfaction d'avoir réussi.

- **Ramener 103 jetons**

Elle s'engage dans l'action avec entrain.
L'expérience de la réussite et le sentiment de maîtrise de la bonne stratégie renforcent sa position.
De ce fait elle est juste étonnée, mais pas déstabilisée, quand elle constate qu'il manque une enveloppe de 10 en raison d'une erreur de manipulation.

Explicitation partielle du modèle de résolution

- **Ramener 82 jetons**

Le lien entre les 8 dizaines de 82 et la présence de la boîte 8 entraîne une régression au modèle 8 + 2 ce qui montre bien que le modèle de résolution est encore empirique et lié aux circonstances.
A la fin de cette phase apparaît pour la première fois de façon manifeste la distanciation face à l'action et la capacité d'analyser et d'expliciter ses démarches.
Sa première formulation contient beaucoup d'implicite : *« Pasque j'avais compté 8 ; ça faisait 8 et 2 .... e t puis j'ai pris 10* »
Mais, alors même que je n'en demande pas plus, elle tient à la reprendre et à la compléter en donnant la preuve : *« Pasque si j'avais pris 8 et 2 ça aurait fait 10 »*
Ce moment est très important : à travers cet acte de parole Magali révèle et se révèle à elle-même :
- d'une part la capacité de raisonner explicitement sur ses démarches c'est-à-dire d'utiliser la fonction argumentative du langage, elle qui est si économe de ses paroles.
- d'autre part sa capacité à donner du sens à la numération en récusant ses représentations erronées.

Ainsi au cours de cette séance Magali amorce un changement significatif dans son rapport au savoir et dans la construction de la numération dont nous avons surestimé la solidité en préparant la séance suivante.

Analyse de la séance 3

Description de la situation

Nombre de jetons dans les enveloppes

12	10	9	2	1
15	10	9	2	1

Nombre de carrés dans les enveloppes

Nombres demandés : 83 - 129

Au cours de cette séance nous avons conjugué plusieurs obstacles que Magali n'était pas prête à surmonter.

Nous avons ajouté un autre support matériel : des carrés en papiers, pour empêcher que la construction de la numération soit dépendante d'un seul matériel concret et en vue de l'introduction des centaines.

Nous avons introduit le nombre 129. Jusqu'alors Magali a travaillé soit avec des nombres de 2 chiffres, soit avec un nombre de 3 chiffres n'excédant pas 10 dizaines. Au cours de l'évaluation nous avions observé qu'elle pouvait dire « *102 c'est 10 paquets de 10 et 2* » (modèle qu'elle a appliqué à la séance précédente), mais qu'en revanche, elle ne pouvait indiquer le nombre de dizaines pour 113.
De plus nous avons constitué les boîtes avec des nombres pièges en référence à 129 : 12,9,2.
J'ai donné une consigne trop complexe qui a été source de malentendus.
S'est ajouté à cela ma propre difficulté à gérer la situation pour apporter l'étayage cognitif approprié. Dans la confusion que tout cela a entraîné, je n'ai pu identifier sur-le-champ les différentes stratégies de Magali pour lui apporter l'interaction adaptée. On peut dire qu'il y a eu des déstabilisations contagieuses.

Néanmoins cette séance n'a pas été négative. Si elle a confirmé les difficultés déjà constatées chez Magali elle a en même temps révélé sa capacité à les dépasser et à poursuivre le changement amorcé à la séance précédente. Cette séance confirme aussi à quel point la conception de la situation et de ses variables didactiques ainsi que l'attitude de l'adulte sont déterminantes de l'échec ou de la réussite de l'enfant.

Déroulement et analyse de la séance

- **Rangement des boîtes de jetons - Ramener 83 jetons.**

Ces deux activités sont effectuées avec aisance.

- **Introduction des boîtes de carrés - Rangement des boîtes.**

L'introduction de ce nouveau matériel ne pose pas de problème à Magali. La perturbation surgit au moment du rangement des boîtes qu'elle doit effectuer parallèlement aux boîtes de jetons. Elle s'attend à ce que les nombres des boîtes de carrés soit identiques à ceux des boîtes de jetons, ce qui est effectivement le cas pour trois boîtes (1, 9, 10). De ce fait elle essaie de faire correspondre les boîtes, ce à quoi bien sûr elle échoue. Malgré mes précisions elle reste déstabilisée par le fait que la situation ne corresponde pas à ce qu'elle attendait.

La perturbation que cela entraîne rend difficile le rangement des boîtes qui dans un autre contexte était performant.

Nous retrouvons là sa problématique de décentration que nous avions déjà observée.

- **Ramener 83 carrés**

La stratégie de résolution est correcte mais il y a une erreur de manipulation (9 enveloppes de 10 au lieu de 8) non élucidée. Cela induit un malaise chez Magali et constitue une deuxième perturbation.

- **Consigne complexe - Nombre complexe: 129**

La consigne donnée est la suivante : *« Voilà le nombre de jetons et ensuite de carrés que je voudrais que tu me ramènes (129). Alors tu commences par ce que tu veux : soit les carrés, soit les jetons. »*

- 1er essai.

Dans un premier temps Magali croit qu'elle doit ramener le nombre avec des jetons et des carrés mélangés. Cette interprétation erronée est due à la fois au peu de clarté de la consigne et à l'attirance effectuée par le nombre 2 de la boîte de carrés, ceci en raison du modèle de résolution sous-jacent qui est le suivant :

- 1 enveloppe de 10 jetons pour le « 1 » de 129
- 1 enveloppe de 2 carrés pour le « 2 » de 129
- 1 enveloppe de 9 carrés pour le « 9 » de 129

J'interviens pour qu'elle ramène un seul matériel mais je ne l'aide pas réellement à sortir de la confusion dans laquelle elle se trouve. Elle repose les enveloppes de carrés, remplace celle de 2 carrés par 2 enveloppes de 1 jeton et ramène donc 12 jetons.

- <u>$2^{ème}$ essai</u>

Elle ramène :

- 10 enveloppes de 10 jetons
- 1 enveloppe de 9 jetons
- un nombre pris au hasard (5) d'enveloppes de 1 jeton

Elle commence donc à élaborer un modèle de résolution adapté puisque la centaine et les unités sont réalisées en référence peut-être à la désignation orale et au modèle déjà construit pour 103. Ce qui fait obstacle c'est le nombre 2 dont elle ne peut identifier la symbolisation.

La déstabilisation inhérente aux épisodes précédents conjugué à cet obstacle impossible à franchir entraîne ce comportement aberrant de prendre des enveloppes au hasard.

Au cours de la vérification elle réservera 2 enveloppes parmi les 5 enveloppes de 1 jeton en référence sans doute au « 2 » de 129.

Au début du $3^{ème}$ essai, la confusion dans laquelle elle se trouve est telle qu'elle recommence à vouloir prendre des carrés à la place des jetons, sans doute attirée par la boite 2.
En réponse à mes sollicitations, elle s'engage ensuite vers la stratégie de prendre 10 enveloppes de 10 jetons pour la centaine qu'elle commence à exécuter mais le voisinage de la boite 12 (à côté de la boite 10) a l'effet d'un déclic et elle abandonne la boîte 10 pour prendre une enveloppe de 12 jetons. Sans doute a-t-elle pensé qu'elle avait enfin la solution à son problème. Mon intervention inappropriée et l'anticipation du caractère erroné de sa stratégie, qu'elle doit réaliser à ce moment-là, ont un effet de blocage.

Le dialogue qui s'ensuit lui permet d'expliciter la raison de son blocage et de tenter une autre solution :
CP - Quel est le problème dis-moi ? Qu'est - ce que tu as pris là, comme enveloppe ?
M – Y en a 12 là.
CP - Y en a 12. Et alors qu'est-ce qui te manque maintenant ?
M - 9.
CP - 9
Magali reste bloquée.
CP - Et alors quel est le problème Magali ? Hein ?
Elle sourit, gênée mais ne répond pas.
CP - Quel est le problème ?
M - …
CP -. Tu ne peux pas prendre 9 jetons ?
M - Si
CP - Si. Et alors qu'est-ce qui te pose problème ?

M - Le 12 et le 9.
CP - Le 12 et le 9 !
M - Parce que ça fait 21.
CP - Eh oui ça fait 21. Donc ça ne va pas marcher si tu me ramènes ça. Donc il faut trouver une autre solution pour que ça marche.

Bien que convaincue que son modèle de résolution est erroné elle ne peut abandonner complètement sa stratégie. Ainsi elle garde l’enveloppe de 12 mais remplace les 9 unités par 9 dizaines et elle ramène :

- 1 enveloppe de 12 jetons
- 9 enveloppes de 10 jetons

Elle semble penser au moment de la vérification de l'enveloppe des 12 jetons que cela ne marchera pas mais elle ne peut le dire et mon attitude, trop rigide, ne lui permet pas de le faire.

Je tente ensuite de l'aider à trouver la solution pour le 4ème essai, en comptant avec elle, de 10 en 10 à partir de 90 jusqu'à 129.
Elle dit avec le sourire : *« J'ai envie d'en ramener 20»* elle ne répond pas directement à ma question qui était *« qu'est-ce qui manque à 90 pour avoir 129 ?* » mais elle répond à la question fondamentale qu'elle se pose plus ou moins consciemment depuis le début : «*A quoi correspond le 2 de 129 ?* »

Il semble qu’elle ait résolu le problème en analysant la partie « 29 » du nombre en prenant sans doute appui sur la désignation orale, puisqu'elle décide de ramener « 20 et 9 ». La centration sur cette partie du nombre qui l'a aidée à trouver la solution l'empêche momentanément de prendre en compte simultanément tous les paramètres du nombre : elle oublie la centaine.

Au cours de la vérification finale, quand elle ajoute la centaine, son modèle de résolution est : 100 + 20 + 9. J'ai, là encore, une intervention inappropriée en ne l'acceptant pas et en lui imposant mon modèle : 120 + 9 en raison de mon souci de l'amener à appréhender les 12 dizaines de 129. Ce souci était légitime mais prématuré eu égard au lourd contexte de cette séance. Ceci montre bien à quel point il peut être difficile parfois d'être réellement à l'écoute de l'enfant, c'est à dire de pouvoir différer, laisser de côté son propre projet au profit de celui de l'enfant quand cela est nécessaire.
Si elle reprend le modèle que j'ai induit pour les 129 carrés qu'elle ramène sans problème, au cours de la séance suivante elle reviendra à son propre modèle.

Au cours de cette séance l'attitude de Magali révèle son malaise face à toutes les difficultés qu’elle rencontre. Elle parle du bout des lèvres, d'une voix peu assurée. Ses regards et ses postures expriment son attente à mon égard. Elle est

aussi aux aguets de mes réactions : elle essaie de repérer à travers mes réactions si elle a réussi ou échoué et comment je vais prendre son échec.
Elle ne peut demander de l'aide verbalement et je dois à chaque fois prendre en charge la situation de communication pour l'amener à exprimer ce qui lui pose problème. Chaque fois que j'interviens sa tension baisse, elle se met à sourire, soulagée sans doute de ne plus être seule face à son problème.

A plusieurs reprises je n'ai pas assuré l'étayage cognitif approprié, en revanche je crois avoir assumé avec sérénité les difficultés de Magali ayant confiance en ses possibilités de les dépasser ultérieurement.

Analyse de la séance 4

Description de la situation

Jetons	15	10	9	4	1
Carrés	15	10	9	2	1

Nombres demandés : 75 137 127 145 109
Nombre proposé par l'enfant : 159

En raison des congés scolaires et des jours fériés, cette séance s'est déroulée un mois après la précédente.
Eu égard aux difficultés de la séance trois, nous avions décidé de minimiser les obstacles dans le choix des nombres.
Nous observons au cours de cette séance trois phases significatives :

- La première phase est celle de la mise en œuvre et du perfectionnement du modèle de résolution et de l'expérience progressive de la maîtrise.
- La deuxième phase est celle de l'institutionnalisation de la connaissance sur la numération.
- La troisième phase est celle de la mise en œuvre maîtrisée du savoir sur la numération au cours de laquelle Magali commence à manifester le plaisir du fonctionnement intellectuel.

Mise en œuvre du modèle de résolution

- **Ramener 75 jetons** - carrés.

Nous commençons avec un nombre facile « 75 » pour lui permettre de se réapproprier la situation. Magali réussit facilement avec les deux matériels successivement. Nous constatons la mise en place d'un rituel qui s'arrêtera après le 5ème nombre (127 jetons) : elle vérifie le contenu des enveloppes pour les unités mais pas pour les dizaines.

- **Ramener 137 jetons,**

Magali réfléchit longuement derrière les boîtes. Cette attente est différente de celles déjà observées: je ne perçois pas d'appel. Elle réserve les unités, réfléchit encore un moment en regardant l'écriture du nombre et prend 13 enveloppes de 10.
Au cours de la vérification elle sépare les 13 enveloppes de 10 : elle compte jusqu'à 100, met ce tas de côté, puis compte les autres « *10, 20, 30* ».
Elle utilise donc le modèle de résolution - fondé sans doute sur la désignation orale - qu'elle avait élaboré pour « 129 » à la séance précédente et non celui que j'avais induit et qu'elle avait repris dans l'instant.
Son attitude est réservée, autonome dans l'action, mais pas encore très assurée et elle reste dépendante de mon approbation.

- **Ramener 137 carrés - 127 jetons.**

Elle réussit avec aisance en utilisant le même modèle de résolution.
100 + 30 + 7.
Au cours des vérifications je la sollicite pour établir les équivalences: 130 carrés / 13 enveloppes, 120 jetons / 12 enveloppes quelle parvient progressivement à maîtriser.
Son attitude est de plus en plus dynamique, assurée. Elle est souriante et moins dépendante de mon approbation.

- **127 carrés.**

Elle cesse le rituel de vérification des unités et utilise spontanément le modèle 120 + 7.

Institutionnalisation de la connaissance

En réponse à ma question *« Est-ce que tu as besoin de toutes les boîtes pour me ramener les nombres que je te demande ? »*, elle écarte les boîtes inutiles pour les jetons et les carrés.
Ainsi l'objectif de redonner son statut à la numération décimale est atteint. Cependant le lien entre les boîtes et leur désignation officielle, même s'il est établi empiriquement doit être explicité. C'est l'objet du dialogue qui suit :
CP - Alors qu'est-ce que tu as gardé Magali ?
M- Les « 1 » *et les* « 10 ».
CP - Tu sais comment on les appelle encore les 1 ?
M - Non.
CP - Comment vous les appelez en classe ?
M - Les unités.
CP- Et les « 10 » *vous les appelez comment ?*

M- Les dizaines.

À propos de cette phase importante, je voudrais faire deux remarques.:

a) Il était important que le lien entre les connaissances de la classe et la reconstruction de la numération en rééducation puisse s'établir « officiellement » pour éviter le clivage possible entre les mathématiques en classe et les mathématiques en rééducation.
Par ailleurs, le lieu officiel des apprentissages c'est la classe. L'espace rééducatif permet une remise en œuvre d'un rapport efficient avec le savoir et une reorganisation des connaissances pour que l'enfant puisse bénéficier des apprentissages dans sa classe.
De ce fait l'institutionnalisation des connaissances doit se réaliser en référence à la classe.

b) Une deuxième remarque concerne 1'utilisation du langage codifié, ici : dizaines et unités. Magali connaissait déjà ces termes mais elle les a utilisés que très rarement en rééducation. Ce n'est qu'à partir du moment où elle a reconstruit la numération que ce langage codifié peut être reproposé pour être investi avec tout le sens qu'il recouvre.

Mise en œuvre maîtrisée du savoir

- **145 jetons - 109 carrés.**

Au cours de cette phase le changement d'attitude de Magali face au savoir est nettement perceptible. Elle s'engage avec plus de dynamisme et réussit rapidement la résolution pour les Deux nombres. Elle fait preuve de distanciation par rapport à son action dont elle peut anticiper le résultat avec assurance avant de procéder à la vérification.
Le plaisir de faire fonctionner sa maîtrise du modèle de résolution se manifeste notamment dans ses ponctuations verbales jusqu'alors très rares : *« Bon ! – Alors ! Voilà ! »*.

Prise en charge de la situation. Choix de poursuivre. Choix du nombre 159.

Avec cette dernière séquence de nombres, c'est Magali qui gère la situation. Elle décide de poursuivre l'activité et elle choisit le plus grand nombre de la séance : 159. Le fait de lui avoir proposé d'arrêter ou de continuer, ainsi que de choisir le nombre a été important, non pas pour la construction de la numération puisque l'objectif était atteint, mais pour le renforcement de l'attitude face au savoir et face à l'adulte.
Le lien entre le savoir mathématique et l'enfant se met à exister de façon plus autonome : son attitude révèle une prise de distance par rapport à l'adulte : ses

regards et son attention sont davantage centrés sur l'action réalisée que sur les réactions de l'adulte.
En choisissant de poursuivre avec un autre nombre elle fait durer le plaisir de la réussite, de la maîtrise et renforce ainsi, par les bénéfices narcissiques qu'elle en retire, son estime de soi.

Analyse de la séquence 5

Au cours de cette séance nous avons modifié la situation de départ dans la répartition des rôles entre l'adulte et l'enfant. Ce n'est plus Magali qui va chercher les enveloppes ; à partir du nombre donné elle doit me dire quelles sont les enveloppes que je dois ramener.
Nous avons introduit cette modification pour deux raisons:

- d'une part pour l'amener à énoncer le nombre de dizaines.
- d'autre part pour lui permettre de prendre en charge la situation en ayant un rôle de « supervision» à l'égard de l'adulte qu'elle fait agir et dont elle contrôle l'action.

Nous avons également proposé des nombres pouvant constituer des obstacles : 120, 172, 315, 273.

Évolution de la construction de la numération

• Lorsqu'elle donne les consignes à l'adulte elle énonce d'emblée les unités mais les dizaines apparaissent plus progressivement,

- 156 : *« 5 unités et 15 enveloppes ici* »
- 120 : « *l2 enveloppes !* » *… « des dizaines»*
- 172 *: «Alors aux unités il en faut 2 et 1 7 enveloppes aux dizaines ».*

• L'introduction des centaines est investie avec assurance, la présence des autres boîtes (20, 50, 70) s'est avérée superflue.
Nous constatons alors les traces de la difficulté à construire le statut des dizaines qui ne sont pas d'emblée explicitées et toujours prises et vérifiées en dernier pour 124-315-472.
Par exemple : pour 124 elle montre les boîtes correspondantes en disant : *« les unités, les centaines et* ça »

• Pour « 549 » où elle donne les consignes à l'adulte elle utilise l'ordre de lecture du nombre mais elle bute encore sur les dizaines: « *4 dizaines … 40* diz*aines … non 4 ».*
Sa rectification a sans doute été induite par l'expression de ma surprise.
• Elle est capable d'effectuer les équivalences entre les différents niveaux de numération avec de plus en plus d'aisance.

- Les nombres « difficiles » ne lui posent aucun problème.

Évolution du rapport au savoir

Le dynamisme, l'assurance, voire la désinvolture dont elle fait preuve témoignent de son plaisir à maîtriser les stratégies de résolution. Le ton de sa voix, son attitude corporelle, ses accompagnements verbaux et gestuels expriment sa jubilation : son sourire est épanoui, son regard pétillant, son attitude énergique et enlevée, le ton de sa voix assuré. Elle n'est plus déstabilisée faces à des obstacles ou des situations nouvelles :

- L'erreur d'unités à 156 ; les nombres difficiles: 120 avec « 0 » unité, 172, 315 ; l'introduction des centaines et autres groupements. Elle va plus loin dans la prise de risques en se donnant elle-même des défis à dépasser
- Elle cherche spontanément à reconstituer le nombre 273 à la vérification.
- Pour la vérification des unités de « 129 » elle compte de 2 en 2.
- Elle choisit le nombre « 129 » pour l'exercice le plus difficile puisqu'il n'y a plus de support écrit.. Ce nombre est celui qui avait constitué un obstacle difficile à la séance 3.

Ce choix, conscient ou préconscient, est significatif sans doute a-t-elle voulu prouver et se prouver qu'elle avait vraiment dépassé ses difficultés par rapport à la numération.

Evolution de la relation à l'adulte

Son rapport à l'adulte commence à changer. La situation de supervision lui permet d'expérimenter un autre rôle, une autre position face à l'adulte, qu'elle investit avec efficacité et plaisir.
Elle me pilote, contrôle mon action, en évalue le résultat avec assurance et une certaine jubilation.
Cela lui permet aussi d'investir la parole différemment -et de co-gérer la communication verbale, alors que jusque là elle s'exprimait surtout en réponse à mes sollicitations.
Cette prise de distance et d'autonomie face au savoir, face à l'adulte se manifeste également face au dispositif d'observation elle ne regarde pratiquement plus la caméra. Ceci est le signe d'une réassurance narcissique qui n'est plus seulement reliée à l'approbation et au regard de l'adulte, mais qui s'enracine dans la prise de conscience de ses nouvelles possibilités, de son pouvoir personnel face aux mathématiques.
En cela Magali progresse vers une relation de plus en plus autonome avec le savoir mathématique.

Conclusion

Le travail rééducatif avec cette enfant s'est poursuivi jusqu'en novembre 1994 pour finaliser l'objectif de la rééducation.

L'évaluation finale de la rééducation fait apparaître que :

- Le sens de la numération et de sa symbolisation par l'écriture usuelle est reconstruit. Cette connaissance est reliée aux savoirs antérieurs et à ceux de la classe.

- Le rapport au savoir mathématique est nettement positif :

L'appropriation des situations problèmes s'effectue avec engagement, dynamisme, réflexion, autonomie, assurance et responsabilité.

- La capacité d'anticipation et la distanciation qu'elle nécessite est mise en œuvre de manière efficace.

- Le plaisir du fonctionnement intellectuel se manifeste pleinement : le désir et le plaisir de faire des mathématiques est clairement exprimé : *«j'adore l'école, j'adore faire des maths »*. Magali cherche à dépasser ses limites, n'est plus déstabilisée par les obstacles potentiels et recherche même la difficulté.

- La relation avec l'adulte devient de plus en plus autonome et distanciée. Magali devient capable de co-gérer la communication avec l'adulte et de s'impliquer à part entière en tant que partenaire, aussi bien dans la communication que dans la gestion des différentes activités de la séance.

En conclusion, la différence de comportement et d'attitude qui se révèle à l'observation comparée des premières et dernières séances nous donne à penser que ce travail a permis à Magali non seulement de reconstruire des connaissances mathématiques mais encore de restaurer son estime de soi.

Bilan des enseignants de la classe.

Les résultats des évaluations font apparaître des progrès dans tous les domaines.

L'écart entre la moyenne de l'enfant et celle de la classe (celle-ci restant stable au cours de trois trimestres) est de :

- 5,30 au premier trimestre
+ 0,75 au deuxième trimestre
- 1,50 au troisième trimestre.

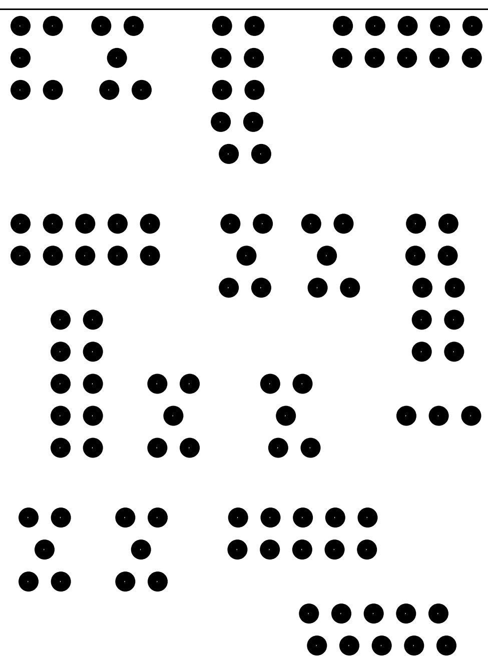
L'attitude face aux situations de recherche s'est améliorée sur certains points : elle s'engage davantage et fait preuve de réflexion. C'est sur le plan psychologique que l'action bénéfique de la rééducation apparaît le plus nettement : l'épanouissement et la prise d'assurance sont manifestes. Outre les effets positifs du travail rééducatif, le fait même de venir en rééducation est vécu par elle - même et les autres enfants comme un privilège ce qui lui donne une valorisation supplémentaire.

Cette évaluation sera confirmée par ses parents qui témoignent de leur satisfaction auprès de la psychologue.

Si le travail réalisé avec Magali permet de conclure positivement sur la pertinence de ce dispositif rééducatif pour cette enfant il reste à l'expérimenter avec d'autres enfants à la fois pour le mettre à l'épreuve et en approfondir les différentes composantes.

Annexe 1

Fiche numération

Ecriture usuelle	Dessine les jetons	Ecriture additive
102		
		
		50+20+8

Dispositifs spécialisés dans les structures ordinaires de l'école et du collège

Un plan des premiers cours pour la formation mathématique et didactique des stagiaires A.I.S. option F

Marie-Hélène Salin

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

L'auteur donne les grandes lignes du travail qu'elle a mené avec des stagiaires de l'option F en début de formation. Ecrit en 1997, cet article anticipe, pour ce qui concerne les mathématiques, la circulaire de 25 juin 1998 qui fixe les principes et méthodes pédagogiques sur lesquels doivent s'appuyer les enseignements en SEGPA : adaptation des enseignements, pratiques de projet, techniques et démarches de remédiation, accompagnement individuel, accès à la qualification et à l'insertion sociale et professionnelle, réflexion et travail d'une équipe pédagogique.

Remarques préalables

Ces cours s'adressent aux stagiaires, dès le début de l'année. Ils constituent un peu plus du tiers du temps pendant lequel ces derniers peuvent se former pour l'enseignement des maths en SEGPA. Parallèlement aux cours, ils préparent quelques séquences qu'ils effectuent dans les classes où ils sont en stage une journée par semaine. Je leur fournis une aide ponctuelle à la demande (non prise en charge dans mon service).

Cette première série de 6 cours de 3 heures intègre une formation en didactique dont ne dispose pas la majorité des stagiaires, mais ceci devrait changer au fur et à mesure que de jeunes professeurs des écoles postuleront.

Après une première séance consacrée à la prise de connaissance des divers programmes (des élèves et de la formation F), j'ai choisi de consacrer 15 heures à un minimum de formation didactique en m'appuyant sur la présentation d'un domaine très important pour les élèves de SEGPA et méconnu des enseignants du primaire : la géométrie du dessin technique Ceci me permet de présenter les éléments principaux fondant l'utilisation de situations d'apprentissage par adaptation et de montrer leur fonctionnement. Mais il est essentiel de prendre en compte la spécificité des élèves de SEGPA et leurs difficultés, c'est ce que j'essaie de faire dans le dernier cours de cette série.

Les cours suivants portent sur des thèmes négociés avec les stagiaires en fonction de leurs demandes. Les plus importantes me paraissent être l'enseignement de la mesure et du mesurage, l'enseignement de la proportionnalité, l'enseignement de la géométrie.

Séance 1

I. Recueil des questions posées par les stagiaires, concernant l'enseignement des maths, à l'issue de leur stage " Prise de contact avec la Segpa ".

- Y a-t-il un programme en SES ? quel est-il ? les outils du collège sont-ils utilisables ? comment organiser un parcours de 6 années avant le CAP ?
- Pourquoi l'évaluation prend-elle une telle place ?
- Pourquoi l'individualisation de l'enseignement ne semble-t-elle pas effective ? Que veut dire "enseignement adapté" ?
- Le bachotage est-il inévitable ? Peut-on proposer aux élèves de SES des activités de recherche ?

II. Présentation de quelques points de repères

▪ La question des programmes.

Elle est épineuse, parce qu'après une réforme de la SES en SEGPA, très influencée par le modèle "enseignement technique", le ministère Bayrou a réorienté la SEGPA vers le modèle "collège" (circulaire de 96). Et en novembre 97, on attend toujours ... la réforme Allègre ? Deux circulaires abordent très succinctement la question : celle de 90 (pas complètement abrogée) et celle de 96 (on attend toujours une nouvelle circulaire 'Pédagogique") - Les trois programmes : école primaire / collège CAP servent donc de références.

- comparaison rapide des programmes cycle 3 / collège / CAP
- principes et méthodes pédagogiques
- évaluation des acquis :
  * en cours de formation
  * un exemple de sujet de CAP (annexes 1)

Là aussi, rien n'est stable. Depuis la rénovation des CAP, de grandes différences apparaissent entre les académies. Le mouvement général est à la "mathématisation" des sujets d'examen et à l'abandon des habillages professionnels, mais en même temps, on note sur des sujets classiques, des problèmes de plus en plus simples et découpés en mini-questions, correspondant à l'évaluation d'un item des référentiels.

▪ un exemple de sujet CFG (voir texte spécifique).

III. Échanges sur " Pourquoi enseigner les maths aux élèves de SEGPA ? "

IV. Les axes de la formation de l'option F en mathématiques.

- Les textes la définissant :*voir bibliographie et tenir compte des modifications actuelles.*
- Les besoins nouveaux liés à la transformation des objectifs de la SES
- Mes propositions : essayer de prendre en compte plusieurs dimensions :

  - maîtrise mathématique du programme de CAP, sur quelques domaines, en particulier la géométrie, les fonctions ;

  - approfondissement, d'un point de vue didactique, de quelques thèmes (par exemple, mesures, proportionnalité, géométrie plane) ;

  - essai de compréhension des difficultés des élèves de SEGPA : spécificité, modèles explicatifs actuels, pistes pour l'action didactique ;

  - évaluation et référentiels.
- Moyens

  - activités mathématiques présentées de manières différentes,
  - observation de classes, et observations d'élèves pendant les journées en SEGPA ;
  - utilisation de "protocoles" recueillis dans des recherches ;
  - observations de tâches d'atelier où interviennent les savoirs mathématiques (pendant le stage) ;
  - analyse de documents (manuels, épreuves d'évaluation) ;
  - cours destinés aux apports d'informations, synthèses, comptes-rendus et analyse d'observations.

Séance 2

Objectifs du travail

Ils se situent à <u>4 niveaux</u> :

1) Poser le problème de la description des objets spatiaux par l'examen d'un sujet de CAP puis par une activité effective.

2) Analyser les résultats de cette activité du point de vue des connaissances et des compétences nécessaires à la réussite.

3) Prendre connaissance des difficultés des élèves de SEGPA sur ce domaine.

4) Commencer un travail de réflexion sur les situations d'enseignement, en s'appuyant sur l'analyse des situations proposées.

Activités

1) Réalisation d'une épreuve professionnelle de CAP "Tous métiers du bâtiment" (lecture de plans et coupes).(annexe 2)

2) Situation d'autocommunication

Il s'agit de fabriquer un objet identique à un objet donné, selon deux modalités différentes :

- l'objet modèle est constamment visible ;

- l'objet modèle est visible avant le début de l'action de reproduction mais pas pendant cette action ; l'évaluation de l'action se fait par comparaison du modèle et de sa copie ; les objets dont il s'agit sont des assemblages de cubes (empilables mais pas accrochables).

3) Situation de communication

Une personne dispose d'un objet. Elle doit en fournir une description à une autre personne pour que cette dernière puisse construire un objet identique. Aucune restriction n'est donnée sur la nature du message, sauf qu'il doit être réalisable sur une feuille de papier. Même forme d'évaluation.

Déroulement du cours

a) Réalisation des trois activités.
b) Examen comparatif des messages de l'activité 3.
c) Analyse au niveau 2, indiqué ci-dessus, guidée par les questions.
- Quelles connaissances sont nécessaires pour résoudre chacun des problèmes ?
- En quoi dépendent-elles de la nature des objets à reproduire ?
- Que produit le changement de modalités dans l'activité 2 ?
- À quelles conditions ces activités peuvent-elles produire des apprentissages ?

d) Les difficultés des élèves.
- Compte-rendu d'observations à propos d'une adaptation de "l'épreuve des trois montagnes" (de Piaget) avec des élèves de 3ème et 4ème de SES (documents personnels).
- "Les erreurs en dessin technique" repérées dans l'ouvrage de Husson-Charlet (1995).

Séance 3

Objectifs

1) Initiation au fonctionnement du dessin technique
2) Informations sur les difficultés rencontrées par les élèves de CAP
3) Analyse comparative de deux méthodes d'enseignement préparant au dessin technique :

- celle proposée par l'IREM de Grenoble dans la brochure de 1983 "Introduction à la géométrie dans l'espace"
- celle proposée par un polycopié diffusé dans le département de la Gironde (Kielen 1988) dont l'annexe 3 reproduit un exemple de fiche de travail.

Réalisation

Pour le premier objectif, utilisation de quelques-unes des activités décrites dans le document de l'IREM de Grenoble.

Pour le deuxième, prise de connaissance de résultats issus de "L'apprentissage de la géométrie du dessin technique ; des constats d'échec et des moyens de réussite" INRP Collection rapports de recherche 1984 n°9 et du livre de J-C Husson-Charlet "Les erreurs en dessin technique".

Pour le troisième, comparaison des deux démarches en répondant aux questions suivantes :

- caractérisez les différences entre les activités proposées par les deux sortes de document des points de vue suivants :
    * connaissances supposées des élèves en début d'apprentissage
    * connaissances développées par l'apprentissage
    * sens que les élèves peuvent donner aux activités
    * mise en œuvre dans une classe de SEGPA
- pouvez-vous rattacher ces deux "méthodes" à des conceptions de l'apprentissage différentes ?

Les critiques à formuler au document Kielen ne sont pas aussi unanimes qu'on pourrait le penser !

Séances 4 - 5

Cours.

Différents modes de transmission des savoirs mathématiques et leurs présupposés sur la nature des mathématiques et sur l'acquisition des connaissances

Il ne s'agit pas de présenter d'abord ce qu'il ne faudrait pas faire, puis le remède miracle, mais de montrer que l'enseignant dispose d'une variété de moyens, à adapter en fonction de ses buts et des contraintes qui pèsent sur son action. Aussi, chaque "modèle" présenté est accompagné de réflexions sur ses qualités et ses défauts.

I. Les deux versions du modèle "ostensif"

(s'appuyant sur la monstration des pratiques ou sur l'exposé du savoir)

a. L'important, c'est de "savoir-faire"

(enseignement primaire jusqu'en 1970)

b. L'important, c'est le "texte du savoir"

(enseignement secondaire à partir de 1970 et encore maintenant au lycée)

c. Conceptions de l'apprentissage correspondantes

II. L'ostension " déguisée "

(enseignements primaire et du collège actuels)

L'enseignant pose des questions fermées et ne retient que les réponses "attendues".

III . Le modèle des pédagogies actives

a. Leurs présupposés sur ce qui est susceptible d'intéresser l'élève

b. Trois difficultés :

1) Les situations "réelles" sont en général complexes et font intervenir plusieurs connaissances.
2) Dans la "réalité", on peut se contenter de solutions approchées et bricolées, qui ne font pas appel aux notions mathématiques à enseigner.
3) Un problème "réel" résolu est mort pour l'analyse. On n'exploite pas une situation mathématique a posteriori. Les mathématiques sont utiles pour prévoir et non pour décrire.

IV. Une alternative possible pour certains apprentissages, l'apprentissage par adaptation, développé par G. Brousseau dans sa théorie des situations didactiques (cf. Briand et Chevalier 1996)

a. Simuler dans la classe le fonctionnement du savoir

1) Pourquoi ?
2) Les fonctions du savoir mathématique dans les situations non didactiques
3) Les situations a-didactiques : définition

b. Les caractéristiques générales des situations d'enseignement développant cette forme d'apprentissage

1) Elles s'inscrivent dans un projet du maître de faire approprier un savoir spécifié
2) Elles sont construites autour de *situations a-didactiques* dont la résolution suppose le recours à la connaissance visée.
3) L'enseignant doit donc dans un premier temps faire la *dévolution* à l'élève de la responsabilité de résoudre le problème.
4) La situation doit être organisée de telle manière que les résultats des élèves soient validables par la situation ou par eux-mêmes.
5) En cours ou au terme du déroulement de la situation a-didactique, l'enseignant est responsable de *l'institutionnalisation* des connaissances élaborées par les élèves.
6) Les rapports enseignant-enseignés sont déterminés par le *contrat didactique.*
L'évolution des apprentissages correspond à des changements de contrat.

c. Les différents types de situations a-didactiques

1) Situations d'action
2) Situations de formulation
3) Situations de validation

d. L'effet des différents paramètres d'une situation sur la nature des connaissances nécessaires à leur résolution et leur utilisation dans la construction d'une situation a-didactique :

les variables didactiques.

e. Le déroulement d'une situation didactique d'apprentissage par adaptation

1) Les différentes phases
2) Nécessité de l'institutionnalisation des connaissances dégagées
de leur mise en *Le cours s'appuie sur des exemples de situations rencontrées dans les séances précédentes, et sur des situations d'apprentissage de la mesure faciles à communiquer.*

Séance 6

Quelques conseils pour l'enseignement des mathématiques en SEGPA.

Une mise en garde sur les conseils donnés : aucun n'est à prendre dans l'absolu. Tout est affaire d'équilibre.

A. Les pièges à éviter

- La mécanisation à outrance : l'élève peut réussir, mais le sens est absent ; l'élève est incapable d'utiliser ce qu'il a appris dans une situation un peu différente sans l'aide de l'adulte.
- En réaction, l'ouverture à tout vent.

L'apprentissage par adaptation a été conçu pour permettre l'acquisition d'outils mathématiques sans lesquels on ne peut pas "penser" ni résoudre les problèmes non didactiques qui sont posés. Il s'agit, pour l'enseignement, d'essayer de prendre en charge, sans les séparer, le sens et les modalités de fonctionnement des connaissances mathématiques.

B. Les difficultés sont nombreuses

Je voudrais vous signaler celles qui me paraissent les plus importantes ainsi que des pistes de solution.

1) Les problèmes de gestion de la classe liés à l'hétérogénéité des élèves
2) L'intériorisation de l'échec par les élèves
Deux attitudes :
* refus de l'échec qui aboutit à rejeter les situations à rétroaction ou au déni de la confrontation au réel
* passivité : inhibition de l'action ; peur de prendre une décision, besoin continuel de l'adulte.

3) Le nécessaire changement de contrat didactique (or tout changement est insécurisant).
* sens de "chercher" (lié à des problèmes socioculturels)
* rapport à l'erreur : de faute, elle doit devenir moteur du progrès
4) L'intégration des connaissances : certains élèves sont capables de "trouver" la solution d'un problème mais il n'y a pas de transformation de ce qui n'est qu'une connaissance contextualisée en un outil utilisable ailleurs. « Il faut toujours recommencer », disent les enseignants. (relation avec l'absence de projet "d'autodidactie")

C. Des pistes pour des solutions

1. Les problèmes d'organisation

Étant donnée l'hétérogénéité de ces classes, il est nécessaire de constituer, par moments, des groupes de besoins ou même, dans certains cas, des classes à plusieurs niveaux. Toutefois, il est essentiel de développer un rapport collectif aux activités d'apprentissage et de résister à l'individualisation totale qui s'est répandue dans les SEGPA et qui aboutit à un appauvrissement de l'enseignement.

Progressions : éviter de papillonner, en changeant de sujet très souvent. Travailler la géométrie ou la mesure une fois par semaine n'est pas bon. Il faut avoir terminé un apprentissage jusqu'à un minimum d'institutionnalisation avant de changer. Ensuite de courtes séances de rappel sont nécessaires.

Organisation du temps hebdomadaire

* Avoir si possible pour chaque groupe de la classe plusieurs plages d'une demi-heure par semaine disponibles pour un temps de travail avec la présence de l'enseignant, utilisées pour la mise en œuvre des situations a-didactiques.
* Proposer sur les autres plages, des activités reprenant le même problème dans un contexte permettant plus d'autonomie, puis des exercices d'entraînement.
* Penser à utiliser le plus possible les "occasions" extérieures de faire fonctionner sous la responsabilité de l'élève les connaissances enseignées.

2. Le rôle de médiateur de l'enseignant

* Expliquer le pourquoi des choses, montrer à quoi sert ce qu'on travaille. Les situations ne permettent qu'en partie de faire ce travail.
* Aider l'élève à prendre des repères sur ce qu'il sait et sur ce qu'il ne sait pas encore : une certaine façon d'évaluer et de communiquer les résultats de l'évaluation.
* Clarifier le statut des différents moments du travail d'apprentissage :

- Face à une situation a-didactique : « c'est à vous de chercher, d'essayer » ; Quand cela est possible, renvoyer aux élèves la responsabilité de déterminer s'ils ont réussi ou non, les assurer que, s'ils n'ont pas réussi, vous les aiderez à comprendre pourquoi ça n'a pas marché.

- Dans une fiche d'entraînement, aide ponctuelle

- Dans une fiche d'évaluation : "je ne vous aide pas, il faut que vous et moi nous sachions ce que vous savez faire seuls".

Ce qui est particulièrement difficile : s'empêcher d'aider l'élève à ne pas échouer, quand cet "échec" est nécessaire pour comprendre.

* Dans une situation a-didactique

- la consigne doit être très bien préparée ; elle doit être accompagnée de l'explicitation de ce à quoi on verra qu'on a réussi ; souvent, il peut être utile de faire un premier essai devant tous pour bien faire comprendre la consigne ;

- dans une situation de communication, pour éviter dans un premier temps la complexité de déterminer d'où vient l'erreur, le professeur peut être l'émetteur ou le récepteur ;

- au moment de la comparaison effets attendus - effets obtenus, le professeur a un rôle très important : explicitation, interrogation sur le pourquoi ;

- encouragement pour le nouvel essai ;

- si personne ne trouve la solution, ne pas s'acharner, aider à trouver la solution par des questions, la faire expérimenter avec votre aide mais ensuite laisser aux élèves la possibilité de s'approprier la connaissance en la faisant fonctionner dans cette situation qui a du sens ;

- tirer les conséquences, formuler ce qu'on a trouvé (le début de l'institutionnalisation) ;

- à la séance d'après, commencer par demander "qu'est-ce que vous aviez à faire la dernière fois ? qu'est-ce que vous aviez appris ? " puis proposer le nouveau problème en le reliant explicitement au début puis de moins en moins aux situations précédentes.

Il peut être intéressant de faire un journal de classe (ou de groupe) qui retrace l'histoire. Il s'agit de construire des références sur lesquelles le professeur peut s'appuyer quand c'est nécessaire.

* Ne pas oublier que les phases d'entraînement sont nécessaires : une technique se travaille, en maths comme en EPS. Si le sens est assuré, on peut proposer des tâches moins riches pour automatiser les apprentissages.

* Des ateliers "jeux" peuvent être mis en place avec profit en 6ème-5ème : jeux de société, (de stratégies), de cartes, jeux numériques adaptés, jeux d'échecs etc. Mais attention, cela ne doit pas prendre la place des maths et leur rôle doit être bien délimité. Ne pas appeler jeux les activités intégrées dans le cursus d'enseignement, même si elles ressemblent à des jeux.

D. Remarques pour une meilleure liaison enseignant général / enseignant professionnel

- Analyser dans le détail, ensemble PLP et enseignants généraux, un certain nombre de tâches professionnelles en explicitant les connaissances nécessaires pour les résoudre.
- S'interroger : qui est responsable d'enseigner cela ?

- Deux cas sont possibles :
    * Cela ne fait pas l'objet d'un enseignement . Pourquoi ? Peut-on modifier cet état de fait ?
    * Cela fait bien partie d'un enseignement mais le transfert ne se fait pas. Il faut sans doute alors repenser l'enseignement de manière à ce que les élèves n'apprennent pas séparément le concept et la manière de s'en servir.

En particulier l'enseignant chargé des maths peut simuler des problèmes professionnels et les poser aux élèves. Il est important que les élèves comprennent que les maths sont utilisées car elles servent à prévoir et à économiser du temps, des matériaux, etc. Et cela peut se faire dès la classe de 6ème.

L'enseignant professionnel doit connaître le contexte dans lequel le professeur de maths a introduit une notion, pour mesurer la distance entre ce dont il a besoin et ce que les élèves sont censés savoir maîtriser.
Il ne faut pas nécessairement se répartir les tâches de manière traditionnelle. L'enseignant de maths peut être celui qui permet les échanges sur des pratiques professionnelles différentes (selon les métiers) faisant appel à un même concept, qui établit des liens entre différentes activités, qui fait réaliser des « enquêtes », etc.

annexe 1

Lille

6 BEP/CAP Bâtiment
Durée : 2 heures

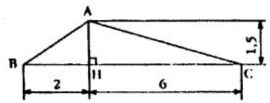
■ Exercice 1

Compléter le tableau ci-dessous : (*BEP : 1 point ; CAP : 2 points*)

a	$2a - 3$	$\sqrt{a}$
9		
		2

■ Exercice 2

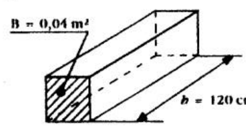
Vue de côté d'une toiture (Cotes en mètres)
(Les questions ci-dessous sont indépendantes).



1. Calculer la longueur AB (en mètres).
(*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)
2. Calculer l'aire du triangle ABC (en mètres carrés).
(*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

■ Exercice 3

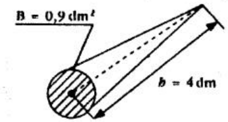
(*Pour répondre placer une croix dans la case correspondante.*)



1. Quel est le volume de ce madrier ? (C'est un prisme droit).
(*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)
☐ 0,048 m³ ☐ 480 cm³ ☐ 4,8 dm³

LILLE 69

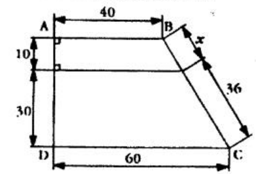
2. Quel est le volume de cette pièce conique ?
(*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)



☐ 1,3 dm³ ☐ 1,2 dm³ ☐ 3,6 dm³

■ Exercice 4

Cotes en mètres
(Les questions ci-dessous sont indépendantes.)



1. Calculer la côte x (en mètre). (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)
2. Calculer l'aire du terrain ABCD en mètres carrés.
(*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)

■ Exercice 5

(*Pour répondre placer une croix dans la case correspondante.*)

1. Une boîte de peinture coûte 120 F. Elle est achetée avec une remise de 25 %.
Quel est son prix d'achat net ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)
☐ 30 F ☐ 90 F ☐ 95 F

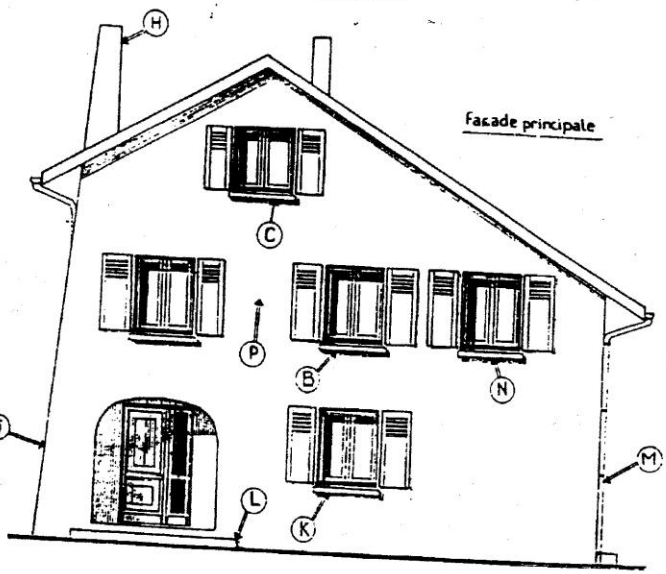
2. Offre spéciale
Carrelage : 220 F le m²
Pour 5 m² achetés, vous n'en payez que 4 !

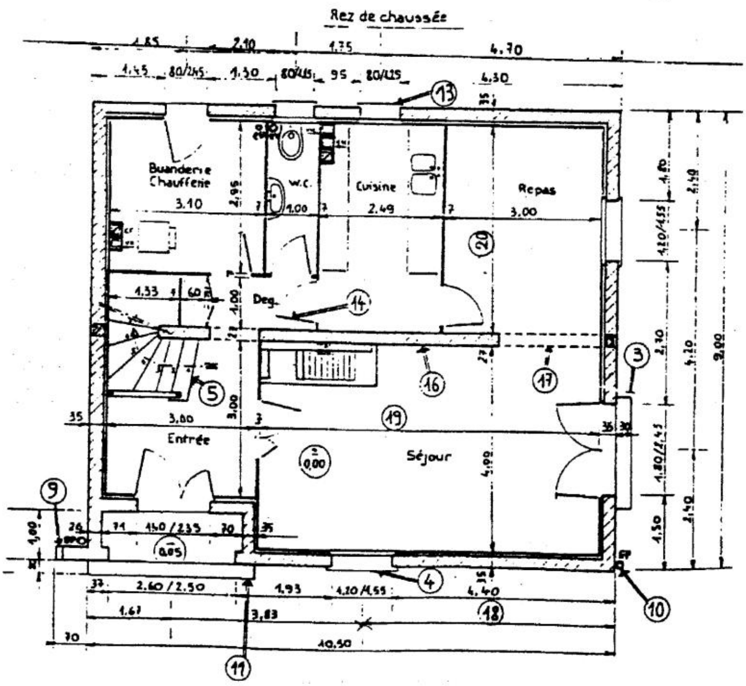
Dans les conditions de cette offre spéciale, quel sera le prix d'achat de 60 m² de carrelage ? (*BEP : 0,5 point ; CAP : 1 point*)
☐ 12 980 F ☐ 13 200 F ☐ 10 560 F

Annexe 2 a

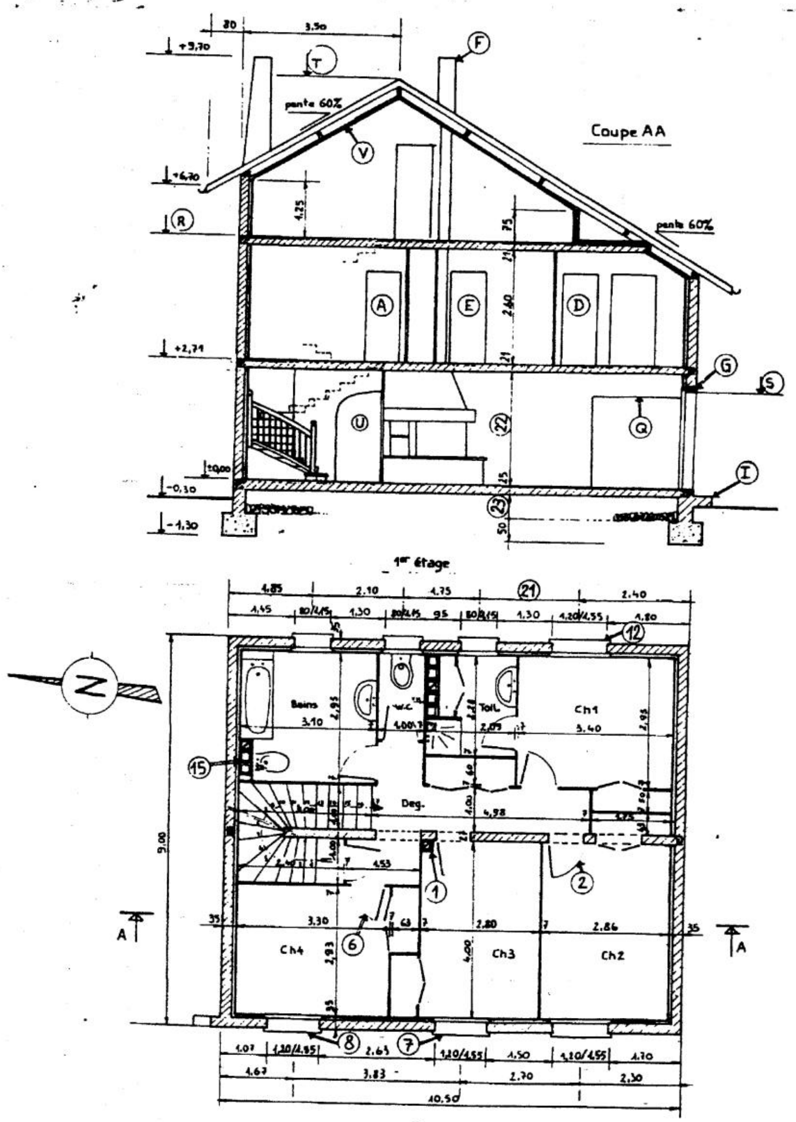
<table>
<tr><td colspan="3">Académie de BORDEAUX</td><td colspan="2">Dossier
8</td></tr>
<tr><td colspan="5">C.A.P. Toutes options du bâtiment</td></tr>
<tr><td>LECTURE DE PLANS</td><td colspan="2">Année 1983</td><td colspan="2">DURÉE : Oh 30</td></tr>
<tr><td colspan="2"><u>Questions</u></td><td><u>Réponses</u></td><td colspan="2"><u>notation</u></td></tr>
<tr><td colspan="2">1. Chercher sur la coupe ou sur la façade la lettre correspondante au numéro sur les plans.
n° 4 7 1 10 6 3
lettre</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Comment se nomment les détails repérés ?</td><td>H ……………………..
G ……………………..
P……………………..
16……………………..
12 ……………………..</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Quelle est l'orientation de la façade principale ?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">4. Dans quelle pièce donne la fenêtre N ?</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">5. Calculer les cotes</td><td>18……………………..
19 ……………………..
22……………………..</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">6. Calculer les cotes de niveaux</td><td><u>R</u>……………………..
<u>T</u> ……………………..</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">7.Calculer la hauteur de marche de l'escalier d'accès au premier étage.</td><td>……………………
……………………;
……………………
……………………
……………………;
……………………;</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td><u>TOTAL</u></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td><u>Note coefficientées</u></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Annexe 2 b


Façade principale
H
C
P
B
N
J
M
L
K


Rez de chaussée
Buanderie Chaufferie
W.C.
Cuisine
Repas
Deg.
Entrée
Séjour
3.10
2.49
3.00
3.00
4.70
10.50
9.00

Annexe 2 c


Coupe AA
pente 60%
1er étage
Bains
W.C.
Toil.
Ch1
Ch2
Ch3
Ch4
Deg.
10.50
9.00

Éléments de cours sur la notion de problème pour professeurs stagiaires A.I.S. options E et F

Catherine Houdement

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

Cet article destiné à des formateurs de stagiaires AIS restitue la place de la résolution de problèmes dans les apprentissages et aborde la construction de situations destinées à des élèves relevant des RASED ou des SEGPA à partir de la distinction entre problématique mathématique et problématique de la réalité.
Prenant en compte les spécificités de l'AIS, l'auteur donne des pistes de réflexion pour les aides spécialisées en RASED et éclaire tout à fait les instructions données par la circulaire n°98 du 16 juin 1998 pour ce qui concerne l'enseignement des mathématiques en SEGPA
Une bibliographie est donnée par paragraphe.

Les stagiaires A.I.S. en formation, lorsque leur formation n'a pas été rénovée récemment, ont souvent besoin de "dépoussiérer" leur vision des mathématiques, a fortiori des problèmes de mathématiques. Leurs références sont quelquefois des manuels scolaires aux conceptions sous-jacentes un peu dépassées.

Ce cours essaie de pointer certaines remarques qu'il s'est avéré nécessaire de faire au cours des diverses séances de formation. Il ne prétend aucunement traiter le thème "problème mathématique" dans son intégralité, il jette quelques idées ou réflexions affinées au cours de la formation et évoquées avec les collègues formateurs.

I. Problèmes de mathématiques et manuels actuels

a. Les problèmes posés par les manuels

On appellera problème, dans un premier temps, tout support porteur d'informations relié à une question (ou plusieurs questions).

Les problèmes posés dans les manuels ont différentes finalités :

- avec les uns, on cherche à renforcer, consolider des savoirs et savoir-faire qui existent déjà chez l'élève ;

- avec d'autres, il s'agit de repérer, sur un thème précis, les compétences effectives des élèves, leurs difficultés spécifiques (à titre diagnostic ou à titre sommatif) ;

- d'autres encore offrent *a priori* une résistance aux élèves : les élèves n'ont en général pas encore le savoir ou savoir-faire expert qui permet de répondre aux questions ; ils vont donc, si le questionnement est bien construit, développer certaines attitudes, mettre en jeu certaines procédures qui vont contribuer à construire cette notion experte.

Ces derniers énoncés sont le plus proches des problèmes que rencontre le mathématicien, ce sont donc eux qui donnent du sens aux mathématiques. Ils doivent bénéficient d'un traitement particulier à l'école. C'est pour eux que le temps d'une réforme, on a inventé l'expression *situations - problèmes*[1]. Malheureusement on trouve peu de problèmes de ce type dans tous les manuels.

b. L'habillage, le contexte d'un problème

Dans les manuels, on trouve souvent, pour un texte associé à une question, deux libellés : exercices et problèmes. L'usage courant voudrait qu'on appelle exercice une suite de consignes décontextualisées (ou placées dans un contexte exclusivement mathématique), comme par exemple

(1) *Fais la division entière de 235 par 12*
(2) *Calcule 125 + 47 + 6*

et problème une suite de consignes placée dans un contexte dit "de la réalité" comme par exemple,

(3) C*ombien de boîtes de 12 œufs peut-on remplir avec 235 œufs ?.*
(4) *Chez le libraire, Pierre achète un livre à 125 F, une bande dessinée à 47 F et un journal à 6 F. Combien dépense-t-il ?*

Cette distinction ne porterait pas à conséquence si elle n'était suivie d'une hiérarchisation implicite : un exercice sur une notion serait résoluble par l'élève plus tôt qu'un problème comparable sur la même notion ; autrement dit un exercice serait plus simple qu'un problème, il intervient donc plus tôt dans les manuels. Examinons cette soi-disant hiérarchie.

***** Le problème des œufs (3) peut être résolu par un individu qui ne connaît pas la division : il peut en effet dessiner la situation et la résoudre par toute sorte d'approche (dessin effectif par paquets, approches additive ou multiplicative). Par contre l'énoncé (1) n'est compréhensible que par celui qui connaît le mot division et qui surtout sait que cette opération est liée à une répartition équitable avec reste minimum. L'énoncé contextualisé des œufs nécessite donc moins de connaissances préalables que l'autre énoncé (1), il peut donc être résolu plus tôt. Un "bon contexte" peut ainsi apporter du sens à une notion.

---

[1] cf. R. DOUADY (1984) *Cahier DIDIREM* n°3, IREM de Paris 7 et *Instructions officielles de 1980* où, déjà le sens premier était en partie perdu. Nous nous limiterons quant à nous au mot *problème*.

***** Pour un élève qui connaît l'addition, les énoncés (2) et (4) sont mathématiquement équivalents ; l'énoncé (4) n'offre pas plus de difficulté mathématique que l'énoncé (2).

L'habillage seul d'un énoncé, le fait qu'il soit référencé à une situation du côté de la réalité ou du côté des mathématiques n'est donc pas une distinction pertinente dans une problématique mathématique. Nous ne retiendrons pas la distinction exercice - problème sous cette forme.

II. Qu'est-ce qu'un problème mathématique ?

A. La distinction problèmes et exercices. Notion d'intention

Dans la vie courante, un problème est quelque chose qui résiste, qui crée un obstacle à un traitement immédiat. Un *problème mathématique* possède ce caractère, il doit offrir une résistance à l'apprenant. Cette résistance peut être vaincue en utilisant un ou plusieurs outils mathématiques[2]. Si l'énoncé n'offre plus cette résistance, il devient un *exercice*, une situation pour *exercer* un ou plusieurs outils mathématiques connus.

On peut donc parler de problèmes aussi bien en tout début d'apprentissage d'une notion, parce que l'élève ne possède pas encore l'outil expert qui lui permettrait de résoudre vite ce problème, qu'en fin d'apprentissage, lorsque l'élève doit combiner plusieurs outils mathématiques connus pour répondre aux questions. Dans tous les autres cas, où l'élève n'a qu'à appliquer un outil (ou plusieurs) qu'il a déjà acquis, on parlera d'*exercice*. Donnons deux exemples.

- Le texte « *partager équitablement 138 bonbons entre 15 enfants* » est en général un problème (dans un contexte lié au réel) pour un élève de CE2, mais devient un exercice pour un élève de CM2. C'est un problème de division, plus généralement appelé problème multiplicatif.
- En cycle 1, la situation suivante, « *poser devant l'élève côte à côte 5 cailloux et 3 cailloux et demander le nombre de cailloux* », n'est pas un problème additif, mais un exercice de dénombrement. Par contre, « *prendre une boîte vide, y déposer devant l'élève 5 cailloux, puis encore 3 cailloux, fermer la boîte et demander de trouver le nombre de cailloux dans la boîte* » est un problème (ou un exercice) additif (à condition qu'on ne puisse ouvrir la boîte que pour contrôler la solution proposée). En effet l'élève doit imaginer, penser le contenu de la boîte, il peut le matérialiser (avec ses doigts, des jetons), le dessiner, il peut compter 6, 7, 8, il peut aussi déclarer 8 car 5+3=8, etc. La recherche du mode de traitement du problème est à sa charge.

Remarquons que, si l'enfant ouvre la boîte pour chercher la réponse, il se situe dans une problématique du réel (il détourne l'intention mathématique du

[2] Mais qu'est-ce qu'un outil mathématique ? Nous nous contenterons d'une réponse naïve à cette question : le nombre est un outil au même titre que les opérations (et leurs algorithmes), la proportionnalité (et ses modes de résolution) ...

problème tourné vers l'addition, il retourne au dénombrement), mais non dans une problématique mathématique. Ainsi tout problème mathématique dans l'enseignement est donné avec une intention[3], celle de vouloir activer certaines notions ou de préparer la construction de nouvelles notions. On dit d'ailleurs que le problème (ou l'exercice) relève des outils mathématiques qui permettent de le résoudre. Le problème est bien construit quand il contient les contraintes qui exigent de rester dans l'intention souhaitée (dans l'exemple ci-dessus, la contrainte est de ne pas ouvrir la boîte pour anticiper sans se limiter à un constat). Une des tâches du professeur (et non des moindres) est de faire en sorte que les contraintes soient les moins artificielles possibles, qu'elles soient naturellement attachées à la situation, de façon à ce que l'élève les intègre pleinement dans sa recherche.

B. Situation réelle, situation évoquée et mathématisation

Un problème énoncé par écrit, quel qu'il soit, même s'il se réfère au réel, ne constitue pas une situation réelle, il ne fait (dans les meilleurs des cas) qu'évoquer le réel qui donne le cadre de la situation. La résolution d'un problème ou d'un exercice mathématique ne s'effectue pas dans la réalité, elle doit être pensée. Un problème se résout dans une problématique mathématique, l'accès au réel (quand la situation le permet) procure un contrôle des résultats et une validation. Mais l'accès au réel n'est pas total. Examinons cela sur un exemple.

1. La situation réelle

Acheter de la baguette de bois pour entourer un sous-verre de forme rectangulaire.

La résolution se fait alors dans une problématique de la réalité.

On peut prévoir d'en acheter un peu plus en cas d'erreur. Doit-on réfléchir à une taille en biseau pour encadrer joliment les quatre sommets du rectangle ou à un autre type de jonction ?

Plusieurs procédures sont possibles pour mesurer : on peut par exemple utiliser un mètre (ou une ficelle reportée sur un mètre rigide ou ...) pour simultanément mesurer et additionner les mesures de longueurs, mais on peut aussi mesurer longueur et largeur, puis les additionner deux fois ; cela suppose alors une connaissance au moins implicite de la notion de périmètre du rectangle.

[3] C'est une des différences avec un problème de mathématicien dont la seule intention est qu'il soit correctement résolu.

2. Une situation évoquée sur le même thème

Remarquons d'abord qu'il peut y avoir diverses évocations possibles de la situation réelle précédente : avec le dessin à l'échelle du cadre, avec un schéma sur lequel on reporte les mesures, etc.). Arrêtons nous sur l'énoncé suivant.

Paul possède un sous-verre de forme rectangulaire, dont les dimensions sont 42 cm sur 35 cm. Il veut construire un cadre autour. Quelle longueur minimum de baguette doit-il acheter ?
La résolution se fait dans une problématique mathématique.
Là le résultat attendu est l'exacte mesure du périmètre (154 cm). Le mot "minimum" essaie d'évacuer les références au réel que seraient une taille en biseau sur les quatre coins, ou un autre style de coupe.

Une procédure possible consiste à chercher un schéma : il s'agit de dessiner le rectangle, mais il ne tient pas sur une feuille, on peut alors dessiner un rectangle quelconque et chercher à voir comment obtenir son périmètre, pour ensuite additionner les longueurs deux fois.

3. Quelques remarques

• Dans des problèmes ou exercices mathématiques, certains mots font fonction de contrôle de l'évocation (ici minimum) ; ils ne sont pas toujours perçus en tant que tels ; c'est un phénomène de contrat.
• Cette dialectique entre problématique de la réalité et problématique mathématique est particulièrement sensible pour les élèves E et F. En effet les problèmes sur lesquels ils réagissent le plus sont ceux pour lesquels la réalité contredit leurs résultats[4]. Ils acceptent alors de remettre eux-mêmes en cause leurs procédures.
Il est nécessaire de faire prendre conscience aux apprenants F des deux problématiques en jeu, la problématique de la réalité et la problématique mathématique, celle qui fait partie du contrat pour l'école. Une des difficultés de l'enseignement en F sera d'ailleurs de relier problématique du réel, problématique mathématique et problématique professionnelle de l'atelier, où là, les objets d'étude sont plus réels, mais soumis à des contraintes liées aux instruments disponibles.

[4] C'est pourquoi les activités géométriques sont particulièrement pertinentes pour les F. En effet pour certaines situations géométriques telles que reproduction de figures planes ou de solides, la distance entre problématique de la réalité (dessins ou solides) et problématique mathématique peut être réduite.

C. Qu'est-ce que faire des mathématiques à l'école ?

Faire des mathématiques à l'école, c'est donc :

- résoudre des problèmes, c'est-à-dire anticiper le résultat d'une action soit réelle, soit évoquée ou encore symbolique,

- sans mener effectivement cette action (si elle est réelle ou évoquée), mais en la représentant par des schémas, par des écritures symboliques, en utilisant des outils mathématiques

- soit directement (par appel à une démarche efficiente déjà connue ou à un outil particulièrement efficace), soit après avoir construit une stratégie,

- en ayant des moyens de contrôle de la stratégie et de validation des résultats produits ;

- mais c'est aussi s'entraîner au maniement d'outils efficaces, introduits à l'occasion de la résolution des problèmes qui précèdent.

Faire des mathématiques à l'école, c'est donc résoudre des problèmes dans une problématique mathématique.

III Exemples de problèmes à construire par le professeur

Le maître construit des situations qui donnent l'occasion aux élèves de faire des mathématiques. Ces situations sont tantôt des problèmes, tantôt des exercices. Sont alors à la charge de l'élève plusieurs tâches, pas seulement mathématiques : la lecture du texte, de la question, la compréhension, la représentation, le traitement (la construction d'une démarche de résolution), l'explicitation de la solution. Le professeur peut moduler ses exigences par rapport à ces différentes phases, par exemple il peut choisir de lancer le problème par oral (pour éviter lecture de texte avec image), il peut matérialiser le problème de façon à faciliter la représentation (attention au rôle du matériel), il peut laisser l'élève poser un problème au professeur (pour changer la rapport de l'élève à la question), etc.

Les problèmes choisis pour apprendre doivent permettre une entrée rapide dans le problème par l'élève, un intérêt de la part de l'élève pour la question posée, la construction possible de procédures de résolution par l'élève allant dans la direction visée par l'apprentissage, si possible un contrôle sur les procédures ...

Il est alors intéressant de prévoir une gestion du groupe ou de la classe, en plusieurs phases :

- un temps de recherche individuelle, avec l'aide éventuelle du professeur pour lancer la recherche, sans induire de solution,

- un temps de confrontation des procédures : les élèves constatent alors, avec l'aide du professeur, que certaines procédures ont abouti, mais qu'elles sont différentes les unes des autres, que d'autres n'ont pas abouti, mais qu'elles auraient pu se poursuivre ...

On constate que les élèves A.I.S., face à ces derniers problèmes, emploient des procédures particulièrement "dispersées", beaucoup plus que dans une classe "ordinaire". Quelques raisons peuvent être signalées a priori : la variété des parcours des enfants regroupés dans l'A.I.S., les effets des déperditions successives, le peu de contrôle qu'ils ont l'habitude d'exercer sur leurs productions.

La phase de synthèse par le professeur est l'occasion pour l'élève de porter un regard sur ce qui lui a permis de réussir ou sur ce qui l'a fait "perdre".

C'est la répétition d'activités de ce même type qui permettra à l'individu de se forger une idée du "résoudre un problème de mathématique" et d'acquérir une "certaine autonomie".

Un entraînement (série d'exercices) sur des activités de même type est indispensable pour fixer les connaissances et procurer à l'individu le plaisir de la réussite répétée.

Les problèmes classiques que l'on peut rencontrer dans les manuels n'offrent pas souvent de telles caractéristiques (même sous les expressions *activité de recherche*, *activité préparatoire*, *recherche*, etc.). Pour construire du sens et apprendre à raisonner en permettant un auto-contrôle de la situation, pour distinguer la problématique du réel de la problématique mathématique, il est nécessaire de vivre des problèmes réels (contextualisés) mais relevant d'une problématique mathématique, et ce avant de passer aux situations seulement évoquées.

Dans cette partie du cours, il s'agit de trouver, construire de tels problèmes avec les stagiaires et de leur donner des références bibliographiques qui devraient leur permettre de trouver de la matière (essentiellement nombre et numération pour les E, plus diversifié pour les F).

Suivent quelques exemples pour les E (déjà vus en numération).

a. Suite de situations pour la compréhension de l'aspect algorithmique de la numération écrite : le jeu du château

Lire *Apprentissages numériques ERMEL CP* (1991) éditions Hatier, page 281 et suivantes.

L'élève peut entrer dans le problème grâce au conte qui lui donne du sens. Il a plusieurs procédures à sa disposition, par exemple dans le champ numérique qu'il maîtrise oralement :

- parcourir la suite de cases et réciter la comptine jusqu'à la case du trésor, chercher sur la bande numérique l'écriture en chiffres du nombre cité ;
- prendre des indices sur la ligne de la case trésor et déduire l'écriture chiffrée ;
- prendre des indices sur la colonne de la case trésor et déduire l'écriture chiffrée.

Quand la situation globale a pris du sens, que l'élève a une représentation de la tâche finie, le thème du château peut être réinvesti dans plusieurs exercices individuels, qui permettront à l'élève de conforter et fixer ses connaissances.

b. Travail avec Magali sur la compréhension de l'aspect décimal de la numération

cf. C. PEZÉ, La rééducation de Magali[5]

IV. Résolution de problèmes par l'élève

Il s'agit ici de renvoyer le stagiaire à des lectures qui lui permettront d'affiner sa vision de la tâche de l'élève résolvant un problème.

Listons les différentes tâches :
- la lecture de l'énoncé, de l'image, des questions : notamment difficultés liées à la sémantique, à la syntaxe,
- la prise d'informations nécessaires au traitement, donc un passage obligé par une représentation du problème,
- le traitement du problème, et les difficultés liées notamment au décalage entre la structure sémantique et la structure mathématique d'un énoncé,
- la formulation de la réponse, la communication à un tiers.

Sur quels points pouvons nous avancer avec les stagiaires en formation AIS ?

a. La spécificité de la lecture d'un problème

S'agit-il de faire une lecture directe des informations ou, l'appropriation des informations nécessite-t-elle un travail de reformulation (lecture d'un tableau, d'un dessin, ...) ? Une fois la question lue, il est souvent nécessaire de relire l'énoncé pour en retirer des informations nécessaires au traitement : FAYOL[6] note que le placement en tête de la question entraîne une amélioration systématique des réussites aux problèmes additifs pour tout type de problème et tout âge. Quelle progression adapter pour améliorer en fin de cours l'autonomie du sujet sur la lecture du problème ?

Références

- dans la revue *Grand N* , I.R.E.M. de Grenoble :

- n°42 F. BOULE, C. WASSERER (1988) "Lecture des énoncés mathématiques"
- n°50 R. NEYRET (1992) "Lecture d'énoncés et progression thématique"
  D. BUTLEN (1992) "Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée"
- n°51 J. BOLON (1993) "Regards insolites sur quelques manuels"

- dans les *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives,* volume 4, IREM de Strasbourg :

[5] Article présent dans ce tome.

[6] *L'enfant et le nombre*, 1990, page 174, éditions Delachaux et Niestlé, Neuchatel.

R. DUVAL (1991) "Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes".

b. La notion de structure : un exemple, les problèmes additifs

Dans ce paragraphe, on peut traiter
- de la notion de champ de problèmes, en liaison avec les champs conceptuels de G. VERGNAUD, en faisant travailler les stagiaires sur les problèmes additifs ;
- de l'impact des présentations et modes de formulation des énoncés, notamment des notions de structure sémantique et structure mathématique de l'énoncé.

Références

- EHRLICH S. (1990) *Sémantique et mathématiques. Apprendre / enseigner l'arithmétique simple*, éditions Nathan.
- FAYOL M. (1990) *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes*, éditions Delachaux et Niestlé.
- VERGNAUD G. (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité*, éditions Peter Lang.

Grâce à ces éléments d'information, on insistera en particulier sur les points suivants, avec les stagiaires en formation :

- couvrir le champ des structures additives, ne pas se limiter à un seul type de problèmes ;
- donner du sens à la soustraction en choisissant des problèmes appropriés.
- prendre garde à évaluer avec des problèmes de même type que ceux sur lesquels on a entraîné les élèves ;
- prendre garde à ne pas ajouter de difficulté sémantique aux problèmes d'évaluation ;

c. La notion de représentation d'un problème

On trouvera les références de quelques ouvrages récents sur la notion de "boîte noire" dans la psychologie cognitive, appliquée aux mathématiques. On citera brièvement :
- la représentation d'un problème par le dessin, par le mime ...
- les représentations plus élaborées : schéma ...
- les aides possibles à la représentation ...

Références

- DESCAVES A. (1992) *Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes* Éditions Hachette.

Un début confus, plus intéressant après la page 18.

- JULO J.(1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques*, éditions Presses Universitaires de Rennes.
- JULO J. (1996) Une séquence d'apprentissage autour du problème de la proportionnalité, pages 110-115, in *Documents pour la Formation des Professeurs d'École en Didactique des Mathématiques*, tome V, IREM de Paris 7.
- SARRAZY B. (1996) *Résolution de problèmes et représentation*. Thèse de 3ème cycle. Université de Bordeaux II.

d. Le transfert ou l'éducabilité cognitive

Qu'en est-il de l'existence d'une capacité générale à résoudre les problèmes ? On peut évoquer à cette occasion les propositions institutionnelles de médiation cognitive (ARL, PEI, etc.) auxquelles seront confrontés les stagiaires A.I.S, et leur redonner une plus juste place

Référence

COULET J-C. (1996) Les méthodes d'éducation cognitive, p. 145-168 in *Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques (1997)* tome V, IREM de Paris 7.

Bibliographie pour les formateurs de mathématiques en AIS

Collectif : Renée Bosc, François Boule, Henri Delègue,
Catherine Houdement, Louis Roye,
Marie-Hélène Salin, Danielle Vergnes

Extrait de Documents pour la formation des professeurs des écoles en didactique des mathématiques - Besançon 1997.

Cette bibliographie tente de rassembler des ouvrages plus spécifiquement utiles aux formateurs de maîtres A.I.S. des options E, F, G et en partie, pour ce qui concerne les Classes d'intégration scolaire (CLIS), de l'option D. Elle cite aussi quelques ouvrages à caractère général, éclairant le formateur sur les dispositifs spécialisés dans les structures ordinaires de l'école et du collège. Elle évite les ouvrages désuets ou dépassés. Elle ne reprend pas les ouvrages qui font partie de la culture générale de base de tout formateur de professeurs d'école en mathématiques, sauf s'ils présentent des articles, études de cas, etc., particulièrement pertinents pour l'A.I.S. Cette remarque sur les ouvrages est aussi valable pour les jeux.

Le plan de classement retenu pour la bibliographie présentée est le suivant :

I.Présentation de l'A.I.S. et documents spécifiques

- 1.Les textes officiels.
- 2.Quelques livres généralistes sur l'A.I.S.
- 3.Revues A.I.S.

II. Pratiques pédagogiques (école / collège) :

- 1. Mathématiques de l'école (ou du collège)
- 2. Nombres entiers et opérations
- 3. Géométrie / Mesure
- 4. Fractions, nombres décimaux et opérations
- 5. Fonctions numériques et proportionnalité
- 6. Logique et raisonnement
- 7. Outils d'évaluation intégrée au cadre scolaire

III. Revues où figurent régulièrement des articles intéressants exploitables pour l'enseignement des mathématiques en formation A.I.S.

IV. Éléments d'informations psycho-cognitives particulièrement intéressants :

- 1) Concernant les dysfonctionnements cognitifs
- 2) Concernant l'aspect psycho-cognitif de certains apprentissages
- 3) Concernant l'approche psychosociologique de l'enseignement
- 4) Concernant les remédiations cognitives et le développement de compétences transversales

Dispositifs spécialisés dans les structures ordinaires de l’école et du collège

V. Des moyens d'investigations à propos de l'acquisition de certains concepts

VI. Études didactiques portant sur l'enseignement des mathématiques

VII. Études didactiques ou psychologiques utilisables pour analyser des productions d'élèves

NB : La lettre **D, E, F, G** figure lorsque l'ouvrage concerne plus spécifiquement l'option concernée. A défaut, l'ouvrage concerne toutes les options.
Un nombre suit parfois certaines publications. Il indique un niveau de difficulté de lecture : 1: *facile*, 2 : *moyen*, 3 : *difficile*.

I. Présentation de l'AIS et documents spécifiques

1. Les textes officiels

B.O. n°27 du 09/07/1987
** Organisation de l'examen du Certificat d’aptitude aux Actions Pédagogiques Spécialisées d’adaptation et d’intégration Scolaires (CAPSAIS)*
** Options et programmes du Certificat d’Aptitude aux Actions Pédagogiques Spécialisées d’adaptation et d’intégration Scolaires.*
B.O. n°6 du 11/02/1988
Compléments aux deux textes précédents
B.O. du 29/03/1990
Circulaire du 20/03/90 : *Enseignements généraux et professionnels adaptés : admission et orientation scolaires des élèves.*
B.O. n°16 du 16/04/1990
Circulaire du 09/04/90 : *Mise en place et organisation des réseaux d'aides spécialisées aux élèves en difficulté.*
B.O. spécial n°2 du 24/05/1990
Référentiels des domaines généraux des CAP
B.O. n°47 du 20/12/1990
Circulaire du 14/12/90 : *Organisation des enseignements généraux et professionnels* (SES EREA, Enseignement spécial, Intégration des Handicapés)
B.O. n°26 du 27/06/1996
Circulaire du 20/06/96 ; *Enseignements généraux et professionnels adaptés dans le second degré.*
Programmes de l'école primaire 1995 CNDP Hachette Éducation
Programmes des classes de 6ème (1996), 5ème et 4ème (**1997**) des collèges
B.O. spécial n°3 du 8/05/97
Rénovation du Certificat d'aptitude aux Actions Spécialisées d'adaptation et d'intégration Scolaires (CAPSAIS)
B.O. du 25 juin 1998
Note de service du 19-06-1998 : *Mise en œuvre des Enseignements Généraux et Professionnels Adaptés dans le Second Degré*.

B.O. n° 26 du 25 juin 1998
Circulaire du 19-06-1998 : *Orientations pédagogiques pour les enseignements généraux et professionnels adaptés dans le second degré*
Rapport de la Journée nationale des SEGPA, Paris janvier 2000, *10 priorités pour accueillir les élèves en grande difficulté dans le collège pour tous.*(disponible dans les collèges)

2. Quelques livres ou revues généralistes sur l'A.I.S.

- **GILLIG J-M** *L'aide aux enfants en difficulté à l'école,* (1998) Ed. Dunod
Incontournable pour les maîtres de l'option E de l'AIS. **E**

- **GILLIG J-M** *Intégrer l'enfant handicapé à l'école,* (1996) Ed. Dunod
Incontournable pour les maîtres qui accueillent un enfant handicapé dans leur classe et pour les maîtres de l'option D de l'AIS **D**

- **HERVÉ G**. (1997*) Intervenir en réseaux d'aides spécialisées aux enfants en difficulté : histoires de Paul, Hugo et Pierre,* Éd. Colin, Collection Formation des enseignants.
Intéressant sur les aspects généraux de la rééducation.

- **LAGUARDA** (1996) *Pour une classe réussie en A.I.S.* Éditions Nathan.
Des informations sur l'A.I.S. nécessaires pour un débutant et des fiches-exemples d'activités.

- **LESAIN DELABARRE** (1996) *Le guide de l'A.I.S.* Éd. Nathan Pédagogie.
Présentation générale de l'AIS.

- **COUSIN C**. (2000) *Enseigner en SEGPA et en EREA.* Ed. Delagrave **F**

3. Revues sur l'A.I.S.

- ***Cahiers de Beaumont***
- ***Courrier de Suresnes***
- **La nouvelle revue de l'AIS** (depuis 1998)

- N° 14 : Les enseignements généraux et professionnels adaptés, dossier coordonné par André Philip

- N° spécial (2001) : Élèves en difficulté : les aides spécialisées à dominante psychologique.

Qu'est-ce qu'un maître E ? Quelle connaissance de l'enfant en difficulté se doit-il d'acquérir? Quelles sont précisément ses missions? Comment fonctionnent les dispositifs d'aide? Quels outils d'observation, d'évaluation, d'intervention, de communication le maître E peut-il utiliser?

Dispositifs spécialisés dans les structures ordinaires de l'école et du collège

A partir de ces questions, une équipe de six formateurs impliqués de longue date dans la formation AIS approfondissent, à partir de réflexions pédagogiques, mais aussi institutionnelles et critiques, une culture et une identité professionnelle centrées sur la résolution des difficultés d'apprentissage.
E

Pour les trois revues voir Centres nationaux de l'A.I.S.,
CNEFEI, 58-60, avenue des Landes,
92150 SURESNES La nouvelle revue de l' AIS (depuis 1998)

II. Pratiques pédagogiques (École - collège)

1. Mathématiques de l'école (ou du collège)

- **CHARNAY R**. (1996) *Pourquoi des mathématiques à l'école* ? Éd. ESF. Collection Pratiques et Enjeux pédagogiques.
Point de vue sur fondements , enjeux et méthodes liés aux mathématiques et à leur enseignement.

- **ERMEL** *Apprentissages Mathématiques à l'École Élémentaire*, Éd. Hatier
  - niveau CE (1979) tome 1 et tome 2
  - niveau CM (1981-82)
    tome 1 : opérations, algorithmes et problèmes
    tome 2: décimaux, mesure
    tome 3 : fonctions numériques, géométrie. **EFG**
- **ERMEL** (1991) *Apprentissages mathématiques en sixième.* Éd. Hatier **F**
Des idées d'activités sur fonctions-décimaux, proportionnalité et symétrie.

- **IREM de Bordeaux** (1980) *Ateliers mathématiques*
Quelques jeux et exercices originaux destinés aux élèves à partir du CE2. **F**

- **IREM de Grenoble** (1987) *Activités mathématiques soutien 6ème -5ème*
Éd. Magnard. Des fiches d'exercices pour chercher en trois fascicules : activités numériques, partages activités géométriques/proportionnalité, graphiques. **F**

A l'origine, les trois ouvrages qui suivent sont des sources d'inspiration d'activités pour la maternelle. Elles donnent des idées d'activités **E** et **G**.

- **BOULE F**. (1985) : *Manipuler, organiser, représenter,* Pratiques Pédagogiques, Éd. A. Colin.

- **CHAMPDAVOINE L.** (1986) *Les Mathématiques par les Jeux.* (tome 2, *Grande Section)* Éd. Nathan

- **CHAUVEL D., MICHEL V.(**1984) *A la maternelle des jeux avec des règles,* Éd. Retz. Exploitation et fabrication de jeux de stratégie.

2. Nombres entiers et opérations

• **DELAHAXE A., GODENIR A**. (1991) *Agir avec le nombre (à l'école maternelle).* Éd. Belin

• **ERMEL** (1990) *Apprentissages numériques en grande section de Maternelle,* Éd. Hatier
• **ERMEL** (1991) *Apprentissages numériques au CP*, Éd. Hatier
• **ERMEL** (1993) *Apprentissages numériques au CE1*, Éd. Hatier
• **ERMEL** (1995) *Apprentissages numériques au CE2,* Éd. Hatier
• **ERMEL** (1997) *Apprentissages numériques au CM1*, Éd. Hatier
• **IREM Bordeaux** (1985) *La multiplication à l'école élémentaire.*
• **IREM Bordeaux** (1985) *La division à l'école élémentaire.*
Situations décrites et justifiées.
• **APMEP** (1 982).*Jeux 1. Les jeux et les mathématiques,* publication n°44 **GEF**
• **APMEP** (1985) *Jeux 2. Jeux et activités numériques,* publication n°59 **GEF**
• **BOULE F.** (1993) *Jeux de calcul.* Ed. A.Colin **GEF**
• **IREM Paris 7** (1985) *Jeux du Club des Cordelières.*
Matériel cartonné pour calcul mental et activités spatiales, puzzles ... **GEF**
• **BARATAUD D** (1992). *Les spirales.* Édité par les Centres nationaux AIS de Suresnes. Situations décrites sur la numération. **E**

Jeux

• ARCHITEK : Solides, de l'espace à leurs représentations dans le plan
• LOGIX : Traiter des informations positives et négatives.
L'éditeur de ces jeux est LEXIDATA, M. LYONS et R. LYONS, Éditions Mondia Laval Québec 1991. Ils sont actuellement distribués par les éditions ACCES et aussi par ÉCOLE ET BUREAU, Centre Commercial Bois l'Abbé, 1, rue Jean Goujon, 94500 Champigny. Tél: 01 48 80 31 72.
• ***Les Mathoeufs :***, Une cassette, éditeur CNDP/ASCO.
12 séquences de 4 min, posant des questions de reconnaissance logique.

3. Géométrie - Mesure

• **APMEP** (1983*) Aides pédagogiques pour le CM, tome Géométrie.*
Des idées et activités géométriques en dimension 2 et 3 **F**

• **BARATAUD D., LESTIEVENT P**. *Activités géométriques 1* (1990) et *Activités géométriques* 2 (1994).
Supports d'activités de construction de figures planes. **F**

- **BOULE F.** *Questions sur la géométrie et son enseignement Éd. Nathan-Pédagogie*
A quoi sert la géométrie ? Comment l'enseigner ? Selon quels objectifs et quels contenus ? Un ouvrage incontournable.

- **HUSSON-CHARLET JC** (1995) *Les erreurs en dessin technique, pourquoi ? Comment y remédier ?*
Éd. Collection Penser et Agir. **F**

- **INRP** (1984) *L'apprentissage du dessin technique : des constats d'échecs et des moyens de réussite.* Collection Rapports de recherche n°9(épuisé) **F**
Les deux ouvrages qui précèdent proposent des études d'erreurs d'apprenants formés au dessin industriel et des projets d'enseignement.

- **CRDP de Nice** (1990) *Géométrie pratique. Surfaces et lignes*
Des idées d'évaluation en géométrie plane. **F**
- **IREM et CRDP de Lille** (2000) *Travaux géométriques, apprendre à résoudre des problèmes, au cycle 3* **F**
Apprentissage à la résolution de problèmes de reproduction et de construction de figures. De nombreuses situations d'apprentissage sont décrites et analysées. Pour chaque situation les auteurs précisent les notions mathématiques en jeu, les compétences visées, les objectifs, l'analyse de la tâche, un déroulement possible.
- **IREM de Paris 7** (1983) *Mesure des longueurs et des aires (liaison école-collège).* **F**
- **IREM de Paris 7** (1987) *Situations d'apprentissage en géométrie 6ème-5ème.* **F**
- **IREM de Grenoble** (1983) *Introduction à la géométrie dans l'espace* **F**
- **IREM de Bordeaux** (1996) *Géométrie en 6ème* **F**
- **IREM de Rouen** (1986) *Géométrie, une approche par le dessin géométrique au CM2.* **F**

Les brochures IREM ou CRDP ci-dessus donnent des idées d'activités possibles pour les F.

4. Fractions, nombres décimaux et opérations

- **IREM Rouen** (1994) *La machine à partager, Fractions et décimaux au cours moyen.* Une progression sur les nombres autres qu'entiers, partant des fractions vers l'écriture décimale usuelle. **F**
- **IREM Paris 7** (1986) *Les décimaux (liaison école-collège)* .
Liste de situations décrites **F**

5. Fonctions numériques et proportionnalité

- **IREM Rouen** (198 8) *La proportionnalité existe, je l'ai rencontrée*.

Recensement de pistes d'activités possibles sur ce thème depuis le CE. **F**

- **BOISNARD, HOUDEBINE, JULO et al** (1994) *La proportionnalité et ses problèmes,* Éd. Hachette Éducation **F**

Une réflexion sur l'apprentissage de la proportionnalité par les problèmes.

6. Logique et raisonnement

- **APMEP** (1987) *Aides pédagogiques pour le CM, tome Situations-Problèmes* **.**

Des idées de problèmes intéressantes pour les maîtres de l'option F

- **INRP** (1986) *Apprentissage à la résolution de problèmes au cours élémentaire* **F**

Étude de jeux de stratégies organisée autour de l'idée d'un apprentissage à la résolution de problèmes. Édité par CRDP de Grenoble, 11, avenue Général Champon, 38031 Grenoble Codex.

- **IREM Bordeaux** (1985) *Construction et utilisation d'un code de désignation d'objets à l'école maternelle* . Situations décrites **E D**

7. Outils pour l'évaluation intégrée au cadre scolaire

- **EVAPM** *Évaluation du programme de mathématiques* **F**

Quatre tomes : fin de 6ème; fin de 5ème ; fin de 4ème ;fin de 3ème .Remises à jour régulières. A commander à l'APMEP, 26 rue Duméril 75013 Paris.

- **CRDP de Nice** (1 *990) Géométrie pratique* **F**

Des idées d'évaluation en géométrie plane pour les F.

- **IREM de Bordeaux** (nouvelle édition 1996)

Quatre étapes pour une évaluation continue en première partie de cycle 2.
Outils d'aide au maître pour concevoir une évaluation numérique à l'entrée de l'école élémentaire.

- **MEN** (1989 à 1996*) Évaluations nationales CE2 et 6ème.*

Les items choisis peuvent servir de supports à d'autres évaluations. **E G F**

- **MEN** Référentiels des CAP

Se renseigner auprès des inspecteurs de l'Enseignement Technique
Un document indispensable pour les maîtres de SEGPA **F**

III. Revues où figurent régulièrement des articles intéressants pour l'enseignement des mathématiques

- Revue **GRAND N** , publiée par l'IREM de Grenoble, B.P. 41, 38402 Saint Martin d'Hères Cedex.

Cette revue est publiée 2 à 3 fois par an. On y trouve des articles de réflexion sur certains points particuliers de didactique des sciences, mais aussi beaucoup de descriptions et d'analyses précises de situations de classes, aussi bien pour la maternelle que pour l'école primaire.

- Revue **PETIT x,** publiée par l'IREM de Grenoble (adresse ci-dessus).

Cette revue est plutôt consacrée aux mathématiques du collège, mais elle n'est pas sans intérêt pour l'école primaire car elle sensibilise aux problèmes qui se posent en aval, et on y trouve des idées de situations transférables au CM. Intéressante pour les **F**.

IV. Éléments d'informations psycho-cognitives particulièrement intéressants

1. Concernant les dysfonctionnements cognitifs

- **BERGER M**. (1992) *Les troubles du développement cognitif Approche thérapeutique chez l'enfant et l'adolescent.* Éd. Privat.
Vers une tentative de classification des troubles de l'apprentissage et des propositions de prise en charge thérapeutique.
- **DOLLE J.M**.(1989) *Ces enfants qui n'apprennent pas,* Païdos, Éd. Bayard
Analyse des conduites cognitives des enfants qui n'apprennent pas et présentation de modalités de rééducation permettant à l'enfant d'agir sur le réel pour construire les structures qui lui font défaut. **F**
- **GIBELLO B**. (1984), *L'enfant à l'intelligence troublée (nouvelles perspectives cliniques et thérapeutiques en psychologie cognitive),* PaÏdos, Éd. Bayard.
Analyse d'un point de vue psychique des troubles cognitifs.

2. Concernant l'aspect psycho-cognitif de certains apprentissages

- **BIDEAUD J., MELJAC C., FISCHER J.P.(1991)** *Les chemins du nombre,* Presses Universitaires de Lille. **2 E G**
50 ans après Piaget, un aperçu de travaux de recherche internationaux (surtout anglo-saxons) sur la construction et l'utilisation du nombre et des opérations arithmétiques.
- **Collectif (Claire Meljac, Jacqueline Bideaud, et al.)** *Piaget après Piaget* (1998) Ed. La Pensée Sauvage.
Les apports théoriques de Piaget et leur enseignement sont ici interrogés, de même que les pratiques professionnelles ; en quoi le travail des psychologues et des pédagogues s'inspire-t-il des modèles piagétiens ?
- **FAYOL M**. (1990), *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes*. Delachaux et Niestlé. **2 E F G**
État actuel sur les connaissances de psychologie cognitive sur les apprentissages numériques.
- **JULO J** (1995) *Représentation des problèmes et réussite en mathématiques,* Collection Psychologie, Éd. Presses Universitaires de Rennes . **2 EFG**
La résolution de problèmes passe par la représentation de ces problèmes. Comment se représente-t-on un problème ? Comment aider des élèves en difficulté à se construire des représentations performantes ?
- **PECHEUX M.G**. (1990) *Le développement des rapports des enfants à l'espace.* Éd. Nathan. Comment l'homme intègre-t-il les informations spatiales ? Quel rôle joue l'environnement ?

- **TAURISSON A**. (1993) *Pensée mathématique et gestion mentale*, Éditions Bayard. Un point de vue simple et concret sur le développement d'une pédagogie de l'intuition mathématique. **EFG**

3. Concernant l'aspect psychosociologique de l'enseignement

- **CHARLOT B., BAUTIER E**. (1993) *Rapport à l'école, rapport au savoir et enseignement des mathématiques*, Repères N° 10, Topiques Éditions.
Étude du sens que peut avoir pour des élèves le fait d'aller à l'école et d'apprendre des mathématiques.
- **NIMIER J.** (1988), *Les modes de relation aux mathématiques*, Éditions Méridiens Klincksieck. Comment les mathématiques sont souvent revêtues de fantasmes, appréhendées au travers de divers mécanismes de défense, pour être utilisées dans la dynamique psychique de chaque individu.
- **VERMERSCH P.** (1994), *L'entretien d'explicitation en formation initiale et en formation continue*, Éd. ESF.
Propositions d'outils méthodologiques pour aider l'enseignant à verbaliser ses actions d'enseignement, à permettre aux élèves d'expliciter et de prendre conscience de leurs propres démarches.

4. Concernant les remédiations cognitives et le développement de compétences transversales

- **COULET J.C** (1996), Les méthodes d'éducation cognitive, pp.145-168, dans *Documents pour la formation des professeurs d'école en mathématiques* COPIRELEM, tome V (Rennes), IREM de Paris 7
Un point sur fondements et efficacité des méthodes de remédiation cognitive.
- **REY B.** (1996) *Les compétences transversales en question*, Éd. ESF Collection Pédagogies.
L'analyse de la notion de compétence transversale et l'étude de la possibilité de transfert cognitif.

V. Des moyens d'investigations à propos de l'acquisition de certains concepts

A. Le test des concepts de base de Boehm (GS, CP et CEI)

Première édition en 1973. Le Boehm est révisé en 1981. Une version dite préscolaire s'adressant aux enfants de 3 à 5 ans est publiée en 1990. Ce test est basé sur des concepts dits de mise en rapport (plus, moins, premier, dernier, même, différent) : 50 concepts.

B. Test des Relations Topologiques (T. R.T)

Évaluation de la capacité à **utiliser** *(L'avion est dessous des nuages, là il est...... des nuages) ou* à **comprendre** *(montre moi l'avion qui est au dessus des nuages)* les prépositions ou adverbes qui, dans la langue, servent à indiquer la localisation

dans l'espace (25 locatifs, par exemple devant, en dessous, etc., id Boehm allégé).
Première version en 1977. La version définitive est étalonnée en 1981 sur des enfants de 3 ans à 6 ans (plus ou moins 6 semaines).

C. UDN 80, éditeur EAP
Construction et utilisation des premiers nombres. Travail de la section de bio-psychopathologie de l'enfant dirigée par C. MELJAC (Hôpital Henri Rousselle à Paris), édité en 1980.
Ce sont des épreuves et non des tests. Ces épreuves sont extraites pour la plupart du travail de Piaget. Du fait de l'interaction avec l'enfant, on peut voir autre chose que lors des tests papier-crayon. Les épreuves sont de plusieurs types :

- épreuves concernant les structures logiques élémentaires (classifications et sériations),
- épreuves de conservation : terme à terme, des longueurs,
- épreuves portant sur l'utilisation spontanée du nombre par l'enfant,
- épreuves mettant en cause la notion et l'origine, de point de départ d'une action.

D. ECPN: Épreuve Conceptuelle de résolution de Problèmes Numériques
Édité par le Groupe CIMETE (Compétences et Incompétences en Mathématiques chez des Enfants présentant des Troubles Exceptionnels), dirigé par Claire MELJAC, Hôpital Sainte Anne, Paris.
Cette épreuve consiste en une batterie applicable dans un temps limité (30 minutes), étalonnée auprès d'enfants tous venants et auprès d'enfants présentant différents troubles de développement. Cette batterie a été publiée en 1995 dans *l'ANAE* (numéro hors série janvier 1995), mais aussi dans la revue *Courrier de Suresnes* n°64 ("Une aide au diagnostic des compétences numériques destinée aux enfants affectés de difficultés sévères d'apprentissage", 1995, pages 29 à 38).

E. TAS : Tests d'Acquisition Scolaire, utilisés par les psychologues scolaires**.**
Ces tests sont les mêmes pour les enfants du CE1 au CM2. On mesure leur degré d'avancement dans le test.

VI. Études didactiques portant sur l'enseignement des mathématiques aux élèves en difficulté

- **BRIAND J., CHEVALIER M.C.** (1995) *Les enjeux didactiques dans l'enseignement des mathématiques*, Éd.Hatier Pédagogie.
- **BROUSSEAU G.** (1980) *Les échecs électifs en mathématique dans l'enseignement élémentaire*. Bulletin de laryngologie n°2-3 1980 (article disponible au LADIST, 40, rue Lamartine, 33400 TALENCE) **2**
- **BUTLEN D.** (1991) *Situations d'aide aux élèves en difficulté et gestion de classe associée*, Grand N n°50,29-58 **2**

COPIRELEM (1996) ***Documents pour la formation des professeurs d'école en mathématiques*** **tome V (Rennes**), IREM de Paris 7. On y trouvera, en particulier, un article sur des caractéristiques d'enfants en difficulté et deux exemples de situations mathématiques (BUTLEN D., 9-22), un autre sur une action de formation continue sur ce thème (BUTLEN D., 65-86) et le texte de trois conférences :

- Que nous apprennent les enfants en difficulté ? (PERRIN M.J., 121-144)
- Les méthodes d'éducation cognitive (COULET J.C., 145-168)
- La rééducation mathématique à travers une étude de cas (PEZE C., 169-192)

• **FAVRE Jean-Michel** (1993) *La multiplication* Grand N n°53, pages 27 à 38, IREM de Grenoble. **D**

• **JULO J., HOUDEBINE J**., (1988) *Les enfants en difficulté dans le premier cycle : pour une intervention didactique différenciée,* Revue Française de Pédagogie, n'84, juillet 1988. **2**

• **LABORDE C., VERGNAUD G**. (1994) *L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques,* pp. 63-130 in VERGNAUD G. dir, *Apprentissages et didactiques, où en est-on ?* Éditions Hachette Éducation **2 EFG**
Une présentation de certains concepts fonctionnels de la didactique des mathématiques.

• **LARÈRE C**.(1995) *Les chemins du nombre chez trois infirmes moteurs cérébraux sans parole*,Revue ANAE janvier 1995. **3**
Analyse fine des compétences d'enfants I.M.C. (Infirmes Moteurs Cérébraux) au cours d'activités de dénombrement de collections, de comparaisons de deux nombres, de calcul d'écart entre deux nombres. Cette analyse montre comment les procédures diffèrent en fonction des compétences et du champ numérique étudié.

• **PERRIN M.J.** (1993), *Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes "faibles*",Recherches en Didactique des mathématiques, volume 3/1.2. **2**

• **TRUCHET J.** (1994) *Le problème ouvert en classe de mathématiques dans un institut médico-pédagogique*, Grand N n°54, 71-81, IREM de Grenoble. **1**

• **VERGNAUD G.** (1986) *Développement cognitif et didactique des mathématiques : structure additive*. Grand N n° 38 **EFG**
Un exemple d'étude didactique autour des problèmes additifs.

VII. Études pédagogiques ou psychologiques possibles pour analyser des productions d'élèves

• **INRP** Rencontres pédagogiques
1984 n° 4 *Comment font-ils ? L'écolier et le problème de mathématiques.*
1986 n°12 *En mathématiques peut mieux faire, l'élève face à la difficulté*
1995 n°34 *Chacun, tous.. différemment Différenciation en mathématiques* .**EFG**

• **BARATAUD D., BRUNELLE D**. (1985) *De l'erreur à la réussite en math,* Éditions Nathan Des études de cas utilisables en formation. **1**

• **BARUK S.(**1977) *Fabrice ou l'école des maths,* Éditions Seuil. **1**

Les autres ouvrages du même auteur, rééducatrice, sont très polémiques.

- **JAULIN-MANNONI F.** (1977) *Le pourquoi en math*, Éditions ESF.

Une autre rééducatrice et un autre point de vue sur l'échec en mathématiques. **1**

- **WEYL KAILEY L.**(1985) *Victoires sur les maths*, Éditions R. Laffont.

Un autre point de vue sur l'échec en math. **1**

Index des sigles

APMEP	Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
CAFIPEMF	Certificat d'aptitude aux actions pédagogiques spécialisées d'adaptation et d'intégration scolaires
CDDP	Centre Départemental de Documentation Pédagogique
CNDP	Centre National de Documentation Pédagogique
CE1	Cours élémentaire $1^{ère}$ année (élèves de 7 à 8 ans)
CE2	Cours élémentaire $2^{ème}$ année (élèves de 8 à 9 ans)
CM1	Cours moyen $1^{ère}$ année (élèves de 9 à 10 ans)
CM2	Cours moyen $2^{ème}$ année (élèves de 10 à 11 ans)
COREM	Centre d'Observation et de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de Talence près de Bordeaux (sigle local)
CP	Cours préparatoire (élèves de 6 à 7 ans)
CRPE	Concours de recrutement des Professeurs des Écoles
Cycle 2, **Cycle 3**	Le cycle 2 regroupe les classes de CP et CE1 Le cycle 3 regroupe les classes de CE2,CM1 et CM2.
ERMEL	Équipe de didactique des mathématiques de l'INRP
F.P.	Formation Professionelle
FP2	Formation professionnelle 2ème année
GS	Classe de grande section de maternelle (élèves de 5 à 6 ans)
I.N.R.P	Institut National de Recherches Pédagogiques
IEN	Inspecteur de l'Éducation Nationale (pour l'école primaire)
IFM	Institut de formation des maîtres (sigle local)
IMFAIEN	Instituteur Maître Formateur Auprès de l'Inspecteur de l'Éducation Nationale. Ce sont des conseillers pédagogiques
IMF	Instituteur Maître Formateur
IREM	Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques
IUFM	Institut Universitaire de Formation des Maîtres Crée en 1991, pour assurer la formation des professeurs d'école (primaire : élèves de 2 à 11 ans) et des professeurs de collège et lycée (secondaire : élèves de 11 à 18 ans).
MAFPEN	Mission Académique de la Formation des Personnels de l'Éducation Nationale
MS	Classe de moyenne section de maternelle (élèves de 4 à 5 ans)
Normaliens	Stagiaires en formation dans les Écoles Normales
P.E.	Professeur des écoles
PEMF	Professeur des écoles Maître Formateur
P.E.N	Professeur d'École Normale
PE1, PE2	Professeur des écoles $1^{ère}$ ou $2^{ème}$ année
PIUFM	Professeur en Institut Universitaire de Formation des Maîtres

PS	Classe de petite section de maternelle (élèves de 3 à 4 ans)
Q.C.M.	Questionnaire à Choix Multiple
ZEP	Zone d'Éducation Prioritaire

Index des sigles en AIS en 2002

AIS	Adaptation et intégration scolaires
CAPSAIS	Certificat d'aptitude aux actions pédagogiques spécialisées d'adaptation et d'intégration scolaires, en 1987, se substitue au CAEI (Certificat d'Aptitude à l'éducation des enfants et adolescents déficients ou inadaptés)
CAT	Centre d'aide par le travail (pour adultes handicapés)
CCPE	Commission de circonscription préélémentaire et élémentaire
CCSD	Commission de circonscription du second degré
CDES	Commission départementale d'éducation spéciale
CLAD	Classe d'adaptation
CLIS 1	Classe d'intégration scolaire pour handicapés mentaux
CLIS 2	Classe d'intégration scolaire pour handicapés auditifs
CLIS 3	Classe d'intégration scolaire pour handicapés visuels
CLIS 4	Classe d'intégration scolaire pour handicapés moteurs
CMPP	Centre médico-psycho-pédagogique
COTOREP	Commission technique d'orientation et de reclassement professionnel
EREA	Établissement régional d'enseignement adapté
GAPP	Groupe d'aide psycho-pédagogique
IME	Institut Médico-Educatif antérieurement, il s'agissait d'un établissement comportant un IMP + un IMPro. Dorénavant, tout établissement avec **SSEGS** (Section de soins et d'éducation générale spécialisés) ou **SSEPS** (Section de soins et d'éducation professionnelle spécialisés) est appelé IME
IMP	Institut médico-pédagogique (de 6 à 14 ans) ; ils sont devenus des IME (Instituts médico-éducatifs) avec **SSEGS** (Section de soins et d'éducation générale spécialisés)
IMPRO	Institut médico-professionnel (de 14 à 20 ans) : ils sont devenus des IME (Instituts médico-éducatifs) avec **SSEPS**
IR ou IRP	Institut de rééducation (pour troubles du comportement)
LEA	Lycée d'enseignement adapté
LP	Lycée professionnel
RASED	Réseaux d'aides spécialisées aux élèves en difficulté (écoles maternelle et élémentaire)
SEGPA	Section d'enseignement général et professionnel adapté (collèges) . La SEGPA se substitue à la SES (Section d'Éducation Spécialisée)
SESSAD	Service d'éducation et de soins spécialisés à domicile (pour handicapés mentaux ou troubles du comportement)
UPI	Unité pédagogique d'intégration (collèges et lycées)

Voici la liste des auteurs avec leur laboratoire de recherche et leur lieu d'exercice en Janvier 2003.

ANDRÉ Françoise	École Blaise Pascal Perpignan	IUFM de Montpellier *Perpignan*
AURAND Catherine		IUFM de Versailles *St Germain en Laye*
BARATAUD Dominique		CNEFEI de Suresnes
BEAUFORT Dominique		IUFM d'Orléans-Tours *Chartres*
BETTINELLI Bernard	IREM de Besançon	IUFM Franche-Comté *Besançon*
BOLON Jeanne	Équipe DIDIREM, Université Paris 7	IUFM de Versailles *Antony*
BONNET Nicole	IREM de Dijon, COPIRELEM	IUFM de Dijon
BOULE François	IREM de Dijon	CNEFEI de Suresnes
BRIAND Joël	DAEST Université V. Segalen Bordeaux 2, COPIRELEM	IUFM d'Aquitaine *Bordeaux*
BRONNER Alain	LIRDEF	IUFM Montpellier *Montpellier*
BROUSSEAU Guy	DAEST Université V. Segalen Bordeaux 2	Professeur émérite des Universités IUFM d'Aquitaine
BUTLEN Denis	Équipe DIDIREM, Université Paris 7, IREM paris 7	IUFM de Créteil *Melun*
CHEVALIER M.Claude	Professeur au lycée de Cahors	IUFM de Toulouse jusqu'en 1994
COLMEZ François	IREM paris 7	Université Paris 7
COULET Jean Claude	Laboratoire de Psychologie du Développement et de l'Education	Maître de conférences, Université de Rennes 2
DESCAVES Alain	IREM de Bordeaux COPIRELEM	IUFM d'Aquitaine *Périgueux*
DOUADY Régine	Université Paris 7 Professeur honoraire	
DUCORAIL J.Claude		IEN de Gironde
EYSSERIC Pierre	IREM d'Aix –Marseille COPIRELEM	IUFM d'Aix Marseille *Aix*
FENICHEL Muriel		IUFM de Créteil *Livry Gargan*
FREMIN Marianne		IUFM Versailles *Antony*
GIRMENS Yves	IREM de Montpellier COPIRELEM	IUFM de Montpellier Perpignan
HERVIEU Claudine		IUFM de Caen

HOUDEMENT Catherine	Équipe DIDIREM, Université Paris7 COPIRELEM, IREM de Hte Normandie	IUFM Haute Normandie *Rouen*
HUGUET François	Professeur Honoraire, IREM de Quimper	IUFM de Quimper *Quimper*
KUZNIAK Alain	Équipe DIDIREM, Université Paris7 IREM de Strasbourg	IUFM de Strasbourg *Strasbourg*
LE POCHE Gaby	IREM de Bretagne COPIRELEM	IUFM de Bretagne *Rennes*
LEBERRE Maryvonne	IREM de Lyon	Professeur en collège Charcot à Lyon
OYALLON Jean Louis	Professeur en lycée à Nouméa	IUFM d'Aquitaine jusqu'en 1996
OZAN Gérard		IUFM Versailles *Antony*
PARZYSZ Bernard	GReDiM (IUFM Orléans-Tours) Équipe DIDIREM, Université Paris7	IUFM Orléans Tours
PAUVERT Marcelle		IUFM de Créteil Professeur honoraire
PEAULT Hervé	Décédé en 1997	IUFM des Pays de la Loire
PELTIER Marie Lise	Équipe DIDIREM, Université Paris7 COPIRELEM, IREM de Hte Normandie	IUFM Haute Normandie *Rouen*
PERRIN -GLORIAN Marie-Jeanne	Équipe DIDIREM, Université Paris 7	IUFM Nord-Pas-de-Calais
PEZE Christiane	Formatrice AIS	IUFM d'Aquitaine
RIMBAUD Claude	IREM de Rennes Professeur honoraire	IUFM de Bretagne *St Brieux*
ROYE Louis	IREM de Lille	IUFM de Lille Professeur honoraire
SALIN Marie Hélène	DAEST université V.Segalen, Bordeaux2	IUFM de Bordeaux *Bordeaux*
TAVEAU Catherine	IREM Paris 7, COPIRELEM	IUFM de Créteil *Bonneuil*
VERGNES Danielle		IUFM de Versailles *Antony*

Présentation succincte du système éducatif français

AIS

R. A .S .E. D.

CLIS

École maternelle
(non obligatoire)
âge : de 2 ans à 6 ans

PS – MS - GS — **Cycle 1**

École élémentaire
(durée 5 ans)
de 6 ans à 11 ans

GS CP CE2 — **Cycle 2**

CE2 CM1 CM2 — **Cycle 3**

PRIMAIRE

Collège SEGPA

UIP

Collège
(durée 4 ans)
de 11 ans à 15 ans

Lycée Professionnel
(durée 2 ans)
- - - - -
(durée 2 ans ou 4 ans)

Lycée
(durée 3 ans)
de 15 ans à 18ans

SECONDAIRE

Cursus pour devenir professeur des écoles

Lycée
Baccalauréat

Enseignement supérieur
(durée 3 ans)
Licence (ou diplôme équivalent)

universitaire

(durée 2 ans)
1[ère] année → concours
2[de] année → certification

IUFM