

PARALLÉLISME AU CYCLE 3

Marie-Paule DUSSUC

Formateur IUFM de Lyon Centre de Bourg-en-Bresse
Equipe ERMEL - INRP
mpdussuc@wanadoo.fr

Gérard GERDIL- MARGUERON

Formateur IUFM de Grenoble
Equipe ERMEL - INRP
gerard.gerdil-margueron@wanadoo.fr

Michel MANTE

Formateur IUFM de Lyon, Professeur au collège C. Marot – Lyon
Equipe ERMEL - INRP
michelmante@free.fr

Résumé

Dans le cadre de la recherche INRP « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 », l'équipe ERMEL a analysé les articulations entre savoirs et problèmes spatiaux et géométriques, expérimenté des dispositifs complets d'enseignement fondés sur la résolution de problèmes, s'appuyant sur une continuité dans l'étude des relations géométriques et une évolution des procédures de résolution et de validation.

Nous présentons dans ce texte le travail que nous avons mené sur le thème du parallélisme.

L'Équipe de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole Élémentaire est composée de formateurs en mathématiques venant de 8 IUFM (d'une vingtaine de départements à une dizaine aujourd'hui...), d'un formateur en philosophie, de maîtres-formateurs et de conseillers pédagogiques.

I – OBJECTIFS, MÉTHODE DE TRAVAIL

I – 1 Objectifs

Nos objectifs ont été de :

- préciser pour le cycle 3 les enjeux, les contenus et les objectifs d'un enseignement visant le développement des compétences spatiales et géométriques ;
- élaborer, expérimenter, analyser des dispositifs complets d'enseignement (situations, modalités de mise en œuvre, analyses didactiques) cohérents pour l'ensemble du cycle 3 ;
- dans le cadre de ces dispositifs, conduire des investigations plus précises sur l'utilisation de phases argumentatives et les capacités des élèves qui y sont sollicitées.

Nous ne rendons compte ici que d'une partie du travail visant les deux premiers objectifs.

I – 2 Méthode de travail

Durant les six années qu'a duré notre travail, l'ensemble de l'équipe s'est retrouvée 3 à 4 fois par an pour concevoir l'ingénierie (réflexion sur les aspects théoriques, élaboration des situations) et pour analyser a posteriori les situations mises en oeuvre.

La progression complète a été expérimentée dans les classes. Aussi, pour cela, avons nous mené des réunions régulières dans les équipes de sites pour l'analyse préalable des situations, l'observation et le recueil des données.

Environ 80 situations pour le cycle 3 ont été expérimentées plusieurs fois dans des versions successives.

II – DES ÉLÉMENTS DE NOTRE PROBLÉMATIQUE

II – 1 L'espace et la géométrie

Nous sommes convaincus qu'au Cycle 3, les connaissances spatiales des élèves doivent être consolidées. Mais la conduite d'activités dans le méso-espace ou le macro-espace est coûteuse, et la description des situations liées à un espace particulier difficile. Nous avons conçu quelques situations reproductibles dans des espaces construits qui ont les caractéristiques du méso-espace ou du macro-espace, l'objectif principal de ces situations étant l'élaboration de systèmes de repères par les élèves.

Pour la construction des connaissances géométriques, nos travaux nous ont amené à mesurer l'importance du domaine spatio-graphique.

L'espace que nous appelons ainsi, à la suite de Colette LABORDE, peut être conçu comme un espace où les objets graphiques sont des représentations d'objets théoriques ou des modélisations d'objets spatiaux usuels.

La majorité des problèmes sont posés dans cet espace, sur des objets graphiques, pris pour eux-mêmes, ou dans une modélisation de l'espace physique fournie par l'enseignant, ou bien encore en référence à des objets théoriques.

II – 2 Les objets et les relations

Les objets sont de deux types du point de vue de l'élève :

- des objets premiers perçus dans leur globalité ;
- des objets composés d'objets premiers et de relations.

Au cours de la scolarité un même objet, comme le carré, d'abord perçu comme tel, puis conçu comme formé de quatre segments de même longueur perpendiculaires deux à deux, peut apparaître comme premier ou comme composé du point de vue des

connaissances supposées de l'élève. Souvent, la conception première fait obstacle à l'apprentissage de savoirs « plus théoriques ».

Les relations sont les liens entre les objets ; dans le plan, ce sont l'alignement, la perpendicularité, le parallélisme, l'égalité de longueurs, et ce que nous appelons le « pareil/pas pareil » (superposabilité, agrandissement/réduction), l'incidence et le repérage. Ce sont ces relations qui structurent notre ingénierie.

Nous avons décidé de commencer par travailler sur les relations pour les raisons suivantes :

- étudier un objet, c'est étudier les relations qui le constituent ou qui le distinguent des autres ;
- c'est un moyen d'inciter les élèves, dans la résolution d'un problème, à passer du global à l'analytique ;
- les relations sont des éléments moins « apparents » pour les élèves que les objets d'où le recours à une représentation langagière ;
- les « évidences » spatiales sont moins présentes pour les relations, ce qui oblige à des jugements plus « théoriques ».

II – 3 Différentes significations d'un concept

« Le concept se réfère à plusieurs catégories de situations qui elles-mêmes se réfèrent à plusieurs concepts » (G. Vergnaud).

Pour un concept donné, comme la relation « parallélisme », les situations que nous avons conçues permettent de développer ce que nous appelons des « *significations différentes* » du concept qui renvoient :

- à des propriétés mathématiques ;
- à des procédures qui sont opérationnalisées par les propriétés mathématiques et qui permettent de tracer et ou de reconnaître ;
- à des images mentales ;
- à des formes langagières ;
- des difficultés spécifiques pour l'élève.

Ce point sera largement illustré plus loin.

II – 4 Les instruments

Nous nous sommes appuyés sur l'approche de Rabardel. Un instrument est une entité mixte à plusieurs composantes qui se construit. Les différentes composantes sont :

- l'artefact : le dispositif matériel conçu dans un but déterminé ;
- des éléments du concept en jeu ;
- des schèmes d'utilisation.

Ainsi, pour la construction de droites parallèles, un instrument possible est donc :

- artefact : la paire « équerre -règle graduée » ;
- éléments du concept en jeu : « deux droites parallèles sont deux droites d'écart constant, cet écart étant mesuré le long d'une direction fixe » ;
- schèmes :
 - placer l'équerre : un bord sur le trait fourni (trait 1), l'autre passant par le point fourni,
 - tracer un trait 2 le long de ce second bord de l'équerre,
 - mesurer le long de ce trait la distance entre le trait 1 et le point,
 - faire glisser l'équerre de quelques centimètres le long du trait 1,
 - tracer un trait 2 le long du second bord de l'équerre,
 - marquer un point sur le trait 3, en reportant la distance mesurée le long de ce trait, à partir du trait 1, du même côté que le point fourni,
 - joindre les deux points.

Nous avons fait le choix de donner systématiquement l'ensemble des instruments (dans « la boîte à outils ») à chaque élève, de façon à l'amener à mobiliser l'un ou l'autre en fonction du problème à résoudre. Dans certaines situations, des instruments sont enlevés de la « boîte » de façon à empêcher certaines procédures.

II – 5 Les situations

A la suite des choix faits pour les apprentissages numériques, chaque situation d'apprentissage proposée s'appuie sur un problème à résoudre, comporte une possibilité de validation pratique, dans un contexte porteur de la signification visée. Le contexte permet la dévolution du problème sans utiliser le vocabulaire correspondant au concept visé ; il sert de référence dans les situations ultérieures.

III – UN EXEMPLE LE PARALLÉLISME

III – 1 Les différentes significations du parallélisme

Deux droites « qui ne se rencontrent jamais »

- Référence mathématique « deux droites du plan sont soit sécantes, soit parallèles » ;
- signification permettant une reconnaissance perceptive dans de nombreux cas mais la distinction « parallèle / presque parallèle » est difficile ;
- signification qui ne peut être rendue opératoire pour la construction de droites parallèles ;
- difficultés pour l'élève :

- distinction trait / droite,
- confusion « ne se coupent jamais / ne se coupent pas dans la feuille de papier ».

Deux droites « d'écart constant »

- Référence mathématique : « l'ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite est une droite qui lui est parallèle » ;
- opérationnalisation possible pour contrôler ou produire du parallélisme ;
- difficultés pour l'élève : nécessité de mesurer l'écart le long d'une direction fixe (parallèle à un bord de la feuille, perpendiculaire à la droite donnée ou le long d'un gabarit d'angle). Or l'élève ne perçoit pas toujours cette contrainte car une mesure à l'aide de la règle, le long d'une direction « à peu près fixe », contrôlée au jugé, suffit souvent.

Deux droites « penchées pareil »

- Référence mathématique : « deux droites sont parallèles si elles déterminent avec une sécante des angles correspondants égaux » ;
- opérationnalisation possible pour reconnaître que des droites sont parallèles car des droites de même inclinaison par rapport à une droite donnée correspondent à des images mentales facilement accessibles. Par contre l'opérationnalisation pour tracer des droites parallèles est plus délicate car elle nécessite l'utilisation de gabarit d'angle qui n'est pas naturelle pour les élèves.

Deux droites obtenues par « glissement sans tourner »

- Référence mathématique : « l'image d'une droite par une translation est une droite qui lui est parallèle » ;
- le glissement de la règle contrôlé par rapport à une direction physique fixe (bord de la table, bord droit de la feuille de travail) apparaît comme le moyen le plus spontané pour tracer un parallélisme acceptable au jugé ;
- aspect dynamique favorisé ;
- accès rapide à un réseau de droites parallèles (outil de contrôle du parallélisme) et mise en évidence de la transitivité du parallélisme ;
- support de la technique la plus courante (glissement de l'équerre le long d'une règle), l'équerre n'étant alors qu'un gabarit d'angle particulier ;
- difficultés pour l'élève : une opérationnalisation rigoureuse nécessite un moyen pour empêcher la règle de tourner (gabarit d'angle, équerre). Mais un glissement de la règle, contrôlé au jugé, peut suffire dans de nombreux problèmes pratiques.

Deux droites supports de côtés opposés de formes familières

- Référence mathématique : « Le carré, le rectangle, le trapèze... ont des côtés opposés parallèles » ;
- la règle graduée aussi !

- opérationnalisé en utilisant la transitivité du parallélisme par le biais de la règle ;
- difficultés pour l'élève : technique de tracé facile à concevoir mais difficile à mettre en œuvre car non adaptable aux écarts multiples.

Deux droites parallèles sont deux droites perpendiculaires à une même troisième

- Nécessite un premier apprentissage de la perpendicularité d'une part, du parallélisme d'autre part ;
- relève davantage du collège, peut apparaître spontanément à l'école.

III – 2 Les situations

Nous avons choisi de :

- faire rencontrer les quatre premières significations évoquées en visant dans un premier temps des identifications perceptives avec une entrée relevant plutôt de « glissement sans tourner » ;
- favoriser les contextes de référence, de façon à ne pas avoir besoin d'un vocabulaire préalable ;
- construire assez rapidement un outil de reconnaissance : le réseau de droites penchées pareil,
- aller très progressivement vers une technique de construction faisant appel à l'écart constant ;
- approcher la double perpendicularité en fin de cycle 3.

Nous décrivons ci-dessous les principales situations que nous avons expérimentées tout au long du cycle 3. Nous les présentons dans l'ordre chronologique. Par contre nous ne présentons pas les situations d'accompagnement.

III – 2.1 Les feuilles qui coulissent CE2 (ou CM1)

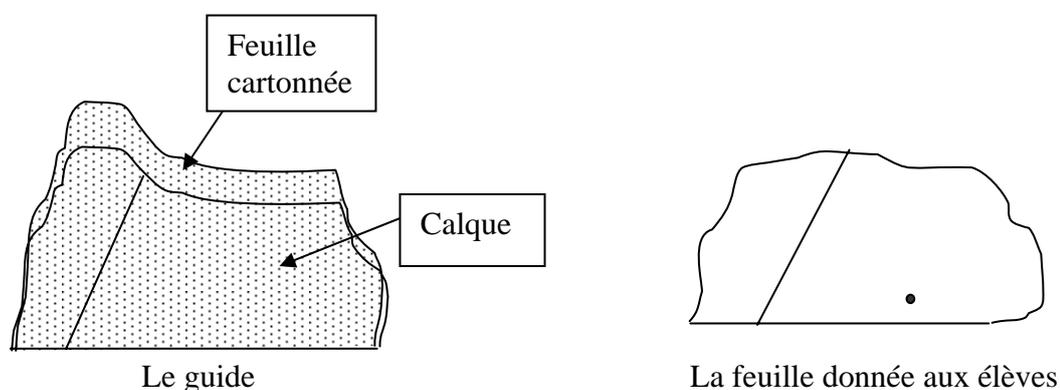
C'est la 1^{ère} situation que nous proposons aux élèves sur le parallélisme.

Description

Matériel

- Boîte à outils contenant : règle, équerre, réquerre, compas ;
- des guides (environ un pour 6 élèves, voir dessin ci - dessous) constitués d'une feuille cartonnée à bords non réguliers (format A4) et d'un calque scotché à la feuille cartonnée, de forme voisine. Le calque se replie sur la feuille cartonnée pour constituer une sorte de "feuille double" dans laquelle vont coulisser les feuilles. (voir schéma ci-dessous). Sur le calque, on a tracé un trait penché assez épais ; il indique la direction du réseau de droites parallèles à construire. Il faut éviter les angles de 30°, 45° ou 60° car l'équerre pourrait alors fournir des gabarits, ce qui risquerait d'entraîner des confusions avec l'usage de l'équerre pour la perpendicularité !

- des feuilles de travail comportant un bord droit, un trait de même direction que celui du calque par rapport au bord droit, un point situé à environ 2,5 cm de la droite ou bien plus loin à environ 15 cm de la droite ;
- un guide et deux feuilles de travail de format plus important pour afficher au tableau au moment de la présentation de la situation.



1^{ère} phase : Le maître présente les consignes et donne le matériel.

Le maître montre un guide et une feuille de travail. On observe et décrit collectivement le guide. Il explique ensuite le fonctionnement du dispositif : *"Cette feuille coulisse dans ce guide, le bord droit de la feuille bien plaqué contre le bord droit du guide."*

Il le fait fonctionner et on constate qu'à un moment donné, le trait de la feuille est exactement sous le trait du guide : *« quand ça coulisse, à un moment, on ne voit plus qu'un trait ! »* On continue le mouvement et on constate que c'est ensuite le point qui passe sous le trait du guide.

« Vous allez recevoir une feuille comme celle-ci. Sur la feuille, vous allez tracer un trait qui passe par le point et qui sera caché par le trait du guide, comme le premier trait, quand vous ferez coulisser la feuille dans le guide. Attention, vous n'aurez pas le guide pour tracer »

Travail individuel puis présentation des productions soumises à la critique des autres. Puis validation en utilisant le guide.

2^{ème} phase : Travail individuel.

3^{ème} phase : Mise en commun au cours de laquelle des productions sont présentées à la classe. Chacun doit commencer par dire si le trait tracé convient ou non à vue d'œil dans un 1^{er} temps puis avec instruments dans un 2^{ème} temps. Ensuite les élèves explicitent leur procédure et enfin on passe à la validation pratique.

4^{ème} phase : La situation est proposée à nouveau avec d'autres variables didactiques en fonction de la réussite des élèves.

Procédures

P1 : Tracé du trait sans mettre en jeu le parallélisme même de façon implicite.

P2 : Tracé du trait, au jugé, avec utilisation implicite du parallélisme.

P3 : Tracé du trait par glissement de la règle.

P4 : Tracé du trait avec un ou plusieurs traits intermédiaires.

P5 : Tracé du trait en cherchant même de manière implicite à construire un écart constant entre les deux traits.

P6 : Tracé du trait à l'aide d'un gabarit d'angle construit par pliage.

P7 : Tracé du trait à partir d'une double perpendicularité instrumentée.

Les principales variables didactiques

- Distance entre le point et la droite ;
- nombre de traits à tracer ;
- instruments disponibles (règle plate, règle non graduée, équerres, ficelle, papier non quadrillé...).

Nos choix

Dans un 1^{er} temps le point est à environ 4 cm de la droite, dans un 2^{ème} temps il est à environ 8 cm, puis on propose aux élèves dans un 3^{ème} temps une feuille avec une dizaine de points. Cela permet aux élèves de percevoir un réseau de droites parallèles.

Avec ce choix de variables les élèves dans le 1^{er} temps utilisent principalement les procédures P2, P3 et P5. La validation pratique fait « tomber » la procédure P1. Le passage au 2^{ème} temps (point plus éloigné) amène des élèves à utiliser P4. La procédure P6 n'a jamais été rencontrée (le matériel dans la boîte à outil ne s'y prête pas). Quant à P7, elle est utilisée parfois par des élèves qui ont (chez eux, en étude) déjà rencontré cette procédure. A l'issue de cette activité un nouvel outil est proposé aux élèves : le réseau de droites parallèles sur un transparent au format A6.

Le vocabulaire mathématique peut être introduit mais on peut aussi accepter le vocabulaire plus familier des élèves par exemple « traits penchés pareils » ou « traits qui ne se rencontreront pas »...

Cette situation permet donc de travailler sur deux significations du parallélisme : « des droites d'écartement constant » et « deux droites obtenues par glissement sans tourner ». A noter que dans la phase de jugement à vue d'œil des productions, la signification « des droites qui ne se rencontrent jamais » est assez souvent utilisée.

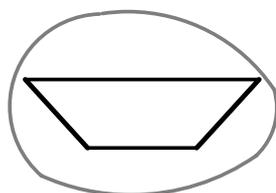
III – 2.2 Trapèze à terminer CE2 (ou CM1)

Nous proposons cette situation aux élèves à la suite de « Les feuilles qui coulissent ».

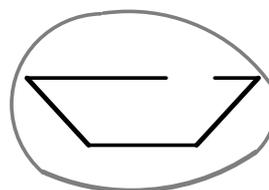
Dans cette situation, nous mobilisons les connaissances implicites des élèves sur la relation de parallélisme entre les côtés opposés d'un trapèze. Le problème posé est un problème spatial que l'élève va résoudre de manière perceptive.

Problème

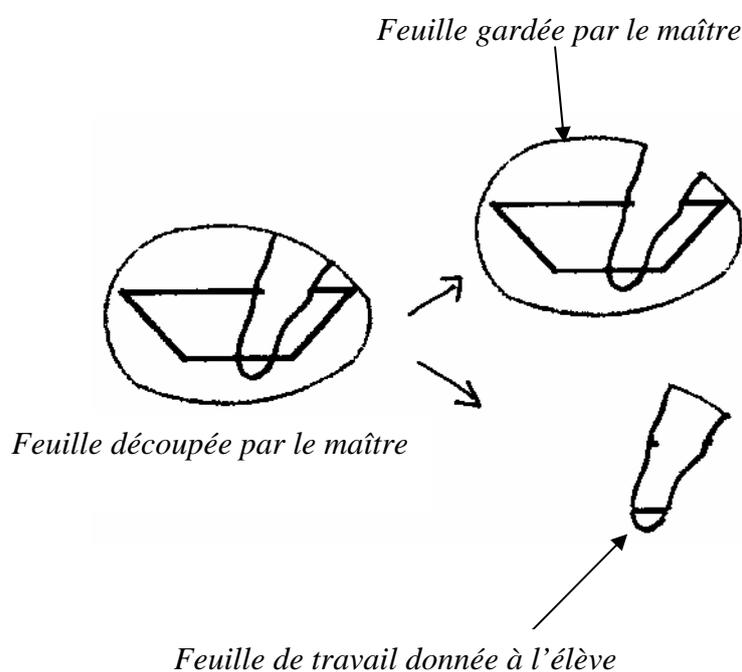
Terminer un trapèze dessiné sur une feuille à bords arrondis comme indiqué ci-dessous :



trapèze de référence



trapèze à terminer



- Les élèves travaillent par deux. Chaque équipe est désignée par une lettre A, B, C... Les « trapèzes à terminer » (voir ci-dessus) préparés au préalable, sont désignés du nom des équipes A, B, C... écrit au recto sur le bord de chacune des deux parties,
- le maître montre le « trapèze de référence » (voir ci--dessus) puis le fixe au tableau dans une position quelconque, ses bases n'étant pas parallèles aux bords du tableau,
- puis, il montre un « trapèze à terminer » (voir ci-dessus) en disant : « *On a commencé à reproduire le trapèze affiché sur cette feuille. Ce côté est déjà dessiné. Il reste ce côté à terminer.* » ;
- le maître découpe au vu de tous ce trapèze suivant une ligne courbe passant par les points indiqués : *Voici la partie 1 (c'est la feuille gardée par le maître) et voici la partie 2 (c'est la feuille donnée à l'élève)*. Remarque très importante : sur la partie donnée à l'élève il doit rester un « petit bout » du côté à terminer ;

- le maître fixe au tableau les deux parties, en faisant en sorte que les bases ne soient pas en position horizontale ou verticale. Les autres trapèzes ayant été découpés auparavant par le maître pour gagner du temps, leurs parties 2 sont présentées aux élèves puis distribuées : *«J'ai fait la même chose pour d'autres trapèzes à terminer. Voici le dessin à terminer »*.

Une variable didactique de cette situation est évidemment la position relative du trait que l'élève doit tracer avec le trait qui est tracé sur sa feuille de travail : les deux traits peuvent être en face ou « légèrement » décalés ou « totalement » décalés.



Étape 1 : Les deux traits sont bien en face

Communication du problème : Le maître fixe le trapèze de référence au tableau dans une position quelconque. Puis, il montre le trapèze à terminer en disant : *«On a commencé à reproduire le trapèze affiché sur cette feuille. Ce côté est déjà dessiné. Il reste ce côté à terminer. »*.

Les élèves travaillent par deux.

Bilan rapide : Le maître affiche les productions en demandant aux élèves de repérer celles qui conviennent. Puis il les passe en revue en demandant à leurs auteurs de se prononcer sur leur production sous le contrôle de la classe. **On ne vise là que des réponses établies perceptivement du type "c'est bon !", "c'est pas bon !", "on ne peut pas dire, c'est presque bon !"...** Une vérification pratique est ensuite organisée.

Étape 2 : Les deux traits sont légèrement décalés

Même conduite que dans la phase 1.

Bilan : Le maître demande à différents élèves de venir mettre de côté toutes les productions qui ne conviennent pas. La mise en commun reste centrée sur la détermination « réussi/non réussi ». Le contrôle de la classe et les désaccords sur les productions litigieuses doivent amener un débat et une argumentation basés sur les procédures utilisées. L'explicitation de toutes les procédures et des réussites ou non réussites associées n'est pas un objectif de cette phase.

Étape 3 : Les deux traits ne sont plus du tout en face

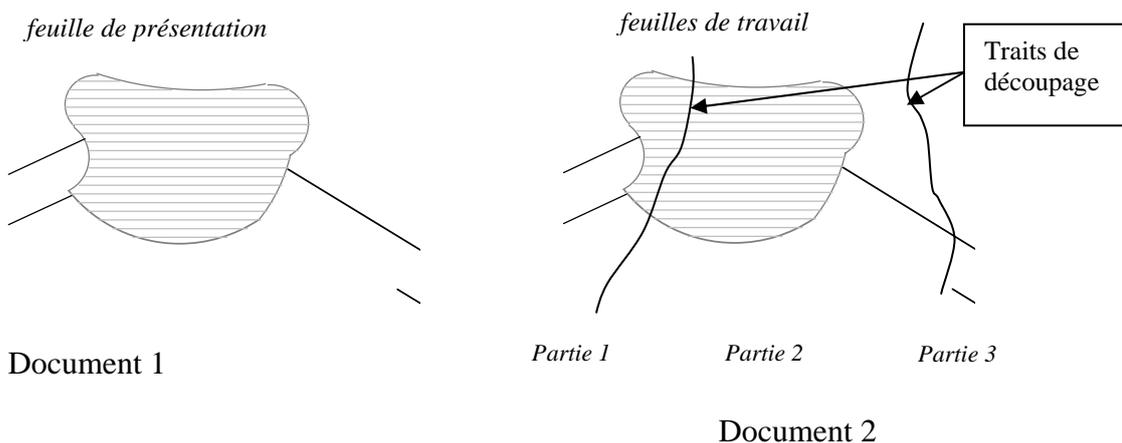
Comme précédemment, la mise en commun a pour objectif de déterminer les productions qui correspondent à un tracé réussi et les autres, avant de passer à la validation pratique. Ce débat doit faire ressortir que : *on ne peut placer le côté sans précaution ; c'est une position particulière du côté (direction) que l'on cherche ; la règle glissée avec une grande précaution pour garder la même direction (ou la garder « penchée pareil ») ou le tracé de traits intermédiaires en utilisant les deux bords de la règle aident au tracé du bon segment.*

III – 2.3 Traces des roues CM 1

Description

Matériel

- La boîte à outils ;
- par groupe de 2 les élèves reçoivent la partie 2 du document 2 ci – dessous.



Étape 1 : Présentation de la situation et des consignes et distribution du matériel

Les élèves sont répartis par groupes de 2.

Le maître montre le document 1 (agrandi au format A3 ou même A2) pendant qu'il présente le problème. « *Nous nous imaginons sur le rallye Paris-Dakar... La tâche représente un marigot (mare, plan d'eau, étang...) et les deux bords de la bande correspondent aux traces laissées par les roues d'un camion dans le sable. Celui-ci a traversé le marigot, mais le vent a effacé une partie des traces qu'il a laissées en sortant. Vous devrez dessiner le trait représentant la trace effacée.* ».

Le maître affiche au tableau le document 2 préalablement découpé selon les traits de découpage : « *Attention, les plans dont nous disposons sont partagés en trois parties comme ceci* ».

" *Je vais distribuer un exemplaire de la partie 2 à chaque groupe ; c'est sur cette feuille que vous devrez dessiner le trait représentant la partie effacée. Si vous en avez besoin, vous pourrez consulter les exemplaires de la partie que je vais répartir dans la classe, mais vous ne pouvez transporter ni ces feuilles, ni les vôtres. Je garde les exemplaires de la partie 3 ; ils serviront plus tard.* »

Étape 2 : Réalisation par binômes

Étape 3 : Mise en commun – Cf. mise en commun de feuilles qui coulissent

Procédure

P1 : au jugé.

P2 : par glissement, en conservant la direction, la largeur de la bande étant estimée au jugé.

P3 : utilisation de la propriété des écarts et glissement : mesure sur le bord du marigot, report sur l'autre bord et direction déterminée par glissement.

P4 : utilisation de la propriété des écarts avec mesure selon une direction fixe estimée au jugé.

P5 : utilisation de la propriété des écarts avec mesure selon la direction perpendiculaire à celle d'un bord de chaque bande et reports en deux points.

P6 : utilisation de la double perpendicularité pour le tracé avec mesure et report de l'écart (selon une perpendiculaire à l'un des bords tracée sur chacune des deux bandes).

Dans cette situation l'utilisation des écarts est indispensable.

Les variables didactiques sont principalement la longueur de l'écart entre les deux droites et la longueur du trait à tracer. Si cet écart est important, si la longueur du trait est importante, alors les procédures au jugé et les procédures qui ne prennent pas en compte qu'approximativement l'écart entre les deux droites ne permettent pas d'aboutir.

Ici on travaille évidemment sur la signification : deux droites parallèles sont « Des droites d'écartement constant ». D'autre part à la fin de cette situation la terminologie "droites parallèles" apparaît.

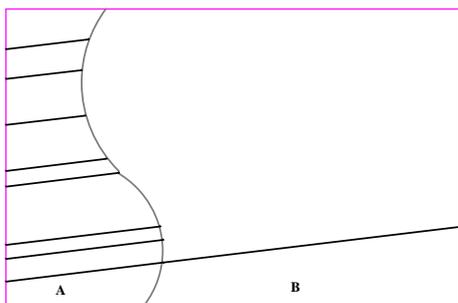
III – 2.4 D'autres situations

Nous décrivons ci-dessous trois situations qui complètent le travail amorcé à travers les situations précédentes :

Parapuzzle

Dans cette situation les élèves ont à reconstituer un réseau de droites parallèles à partir de l'une d'entre elles.

Pour prendre de l'information sur la feuille où le réseau de parallèles est tracé, certains mesurent les écarts entre les droites perpendiculairement aux traits, d'autres en privilégiant une direction moins précise, d'autres en prenant un écart approximatif. Les instruments utilisés pour cette prise d'information sont aussi variables (règles, quelquefois équerre, mais aussi compas...).



Pour la réalisation, les deux parties de la feuille sont séparées et éloignées.

La partie A sert à prendre de l'information, la partie B est le lieu du tracé.

Pour le tracé aussi les choix effectués sont multiples. Ils portent sur le nombre de points perçu comme nécessaire pour tracer la droite¹ (de un à une demi-douzaine), le report de l'écart...

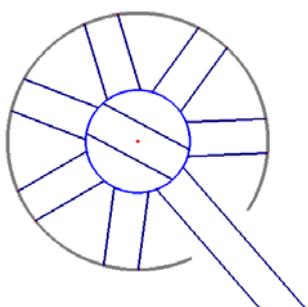
Dans cette situation on travaille encore sur la signification « Deux droites d'écart constant », la signification « Deux droites perpendiculaires à une même 3^{ème} » est souvent rencontrée, mise en œuvre de manière totalement empirique car elle facilite les tâches de mesurage des écarts.

Les techniques de tracé de parallèles en prenant un écart perpendiculaire peuvent alors être institutionnalisées.

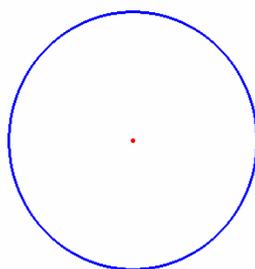
Rotonde² CM2

Il s'agit de produire deux droites parallèles dont l'écart est fixé par des données graphiques du problème : les élèves doivent installer les rails, sur la plaque tournante de la rotonde, connaissant les voies fixes et le centre de la plaque. Cela revient à tracer deux cordes d'un cercle, symétriques par rapport au centre, dont la distance au centre est déterminée. Deux relations sont identifiables perceptivement sur le dispositif fourni : le parallélisme et l'égalité de distance. Pour les élèves il s'agit donc de construire deux droites parallèles dont l'écart est déterminé par la distance de chacune à un point fixe. Ils doivent ensuite écrire un « texte géométrique » correspondant à un protocole finalisé.

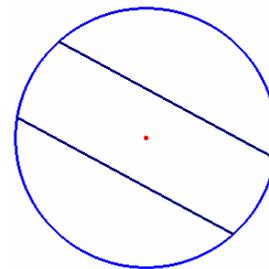
dispositif



feuille de travail de l'élève



production attendue



¹ Cette question peut faire l'objet d'un débat argumenté (cf. chapitre Validation).

² Les premières locomotives, qui étaient des machines à vapeur, avaient un sens de marche imposé. Il fallait donc un dispositif leur permettant de faire demi-tour dans les gares terminus. Il s'agissait de très grandes plaques tournantes souvent situées à l'intérieur de bâtiments appelés ROTONDES.

Dans cette situation, les élèves réinvestissent les significations mises en place dans les activités précédentes.

Triangles, quadrilatères et angles droits

Cette situation est bâtie autour de deux problèmes simples dans leur énoncé :

- Est-il possible de construire un triangle à deux angles droits ?
- Est-il possible de construire un quadrilatère à trois angles droits ?

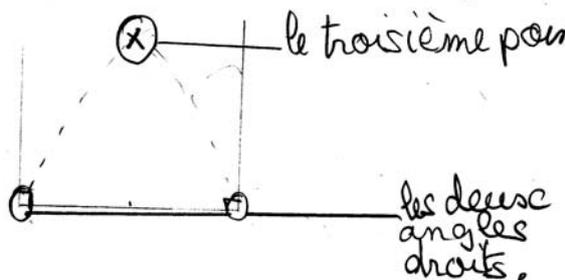
Il s'agit de problèmes théoriques dont la résolution peut se faire soit dans le domaine théorique (si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles et ne peuvent se rencontrer pour donner le troisième sommet du triangle) soit dans le domaine spatio-graphique (production d'un schéma commenté).

Exemples de productions obtenues :

Non il ne peut pas y avoir un triangle à 2 angles droit car le triangle à trois côtés qui se referme mais si on fait 2 angles droits deux côtés seront forcément parallèles



Non, parce que il ne pourra pas rejoindre le troisième point



Non, Car s'il y a 3 angles droits  et si je continue le trait il y aura 4 angles droits.

IV – CONCLUSIONS : NOS INTERROGATIONS

Au cours de ce travail de recherche, nous avons donc analysé les articulations entre savoirs et problèmes spatiaux et géométriques et construit un dispositif complet d'enseignement de la géométrie au cycle 3, fondé sur la résolution de problèmes

IV – 1 Les liens entre les significations

La technique la plus courante de glissement de l'équerre le long de la règle relève-t-elle de « droites penchées pareil » ou de « glissement sans tourner » ?

La signification « droites penchées pareil » permet de construire une technique de tracé fiable en utilisant n'importe quel gabarit d'angle ; faut-il investir du temps pour construire cette technique qui a l'avantage d'être indépendante de l'équerre mais l'inconvénient d'être non usuelle ?

Au delà du parallélisme nous constatons que les élèves mettent spontanément en œuvre différentes significations spontanément dans une même situation ; comment s'établissent les liens entre elles ?

IV – 2 Les problèmes liés aux mises en commun

La procédure ne laisse pas de trace de résolution et n'est pas visible sur les productions. Les élèves ont des difficultés à formuler ce qu'ils ont fait ; ils montrent leurs méthodes avec des gestes.

Les productions sont souvent petites pour une exploitation collective ce qui conduit à des difficultés dans la diffusion des procédures et leur appropriation par d'autres élèves. En conséquence, le plus souvent, nous demandons de montrer, à l'aide du rétroprojecteur, la procédure par une production réalisée par un élève devant la classe.

IV – 3 Les problèmes de validation

Une validation pratique est prévue dans toutes les situations. Dans les premières phases des situations, elle est souvent mise en place dès la réalisation ; elle participe à la dévolution du problème. Nous avons rencontré deux difficultés :

- la relation souvent difficile entre validation pratique de la production et validation de la procédure (la production peut être correcte alors que la procédure n'est pas valide, et inversement) ;
- la tolérance acceptable par rapport aux imprécisions de tracé.

Ensuite, cette validation pratique est en général différée pour laisser place à un débat sur les productions et sur les procédures, où souvent l'instrument apparaît nécessairement comme argument en raison des limites du contrôle perceptif.

BIBLIOGRAPHIE

ARGAUD H-Cl. (1998) Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre, *Thèse, Université Joseph Fourier-Grenoble 1*.

BERTHELOT R. et SALIN M-H. (1992) L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire, *Thèse, Université Bordeaux 1*.

ERMEL (à paraître) L'enseignement de la géométrie au cycle 3, *Ed. HATIER*.

LABORDE C. (1989) L'enseignement de la géométrie tant que terrain d'exploitation de phénomènes didactiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **9/3**, La Pensée Sauvage Éditions.

RABARDEL P. (1995) Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains, *Paris, Armand Colin*.

VERGNAUD G. (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **10 2/3**, La Pensée Sauvage Éditions.