ACTES du
XXXII^{e} Colloque COPIRELEM

Des Professeurs et des Formateurs

de Mathématiques chargés

de la Formation des Maîtres

Photo : parlement européen- Strasbourg

Colloque International Francophone

QUELLES PROBLÉMATIQUES POUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS À LA PRATIQUE DU JEU EN CLASSE ?

Didier FARADJI
Concepteur de jeux mathématiques
Intervenant extérieur
faradji@club-internet.fr

Catherine TAVEAU
PIUFM
IUFM de Créteil, IREM Paris 7
catherine.taveau@creteil.ium.fr

Résumé
Après avoir analysé le jeu Magix 34, en termes de notions mathématiques sous-jacentes et en termes d'usage dans une classe, les participants de l'atelier ont mené un débat sur le rôle des jeux en cours de mathématiques, et le rôle de l'enseignant. Des pistes pour l'élaboration de formation initiale et continue ont été proposées.

INTRODUCTION

Cet atelier fait suite à celui proposé par Didier Faradji au colloque de Foix en mai 2004. Lors de cet atelier Didier Faradji, concepteur des jeux Magix 34, Décadex et Multiplay[1] avait présenté le contenu de ces jeux de plateau et avait contrôlé avec les participants la validité des notions mathématiques qui y étaient sous-jacentes. Didier Faradji avait aussi donné différentes démarches possibles d'utilisation de ces jeux en classe en présentant tous les apports intéressants autour du raisonnement, du langage et de la collaboration entre les élèves.[2]

Cette année, l'objectif de l'atelier était de s'interroger sur les types de formations, initiales et continues, que nous pouvions construire pour des enseignants PE ou PLC, autour de l'usage de jeux mathématiques en classe.

Les participants de l'atelier n'étant pas les mêmes qu'au colloque de Foix, **la première séance** a été destinée à :

- présenter un jeu conçu pour des apprentissages mathématiques, il s'agit du Magix 34 ;
- analyser les notions mathématiques contenues dans ce jeu ;
- repérer les compétences qui peuvent être développées chez les élèves par la pratique de ce jeu ;

[1] Distribués par le CRDP de Franche Comté.

[2] Voir en annexe 1 le compte rendu de l'atelier de Foix.

- réfléchir à la mise en place de ce jeu dans les classes et exposer, en termes de pratiques de classes, différentes expériences déjà réalisées.

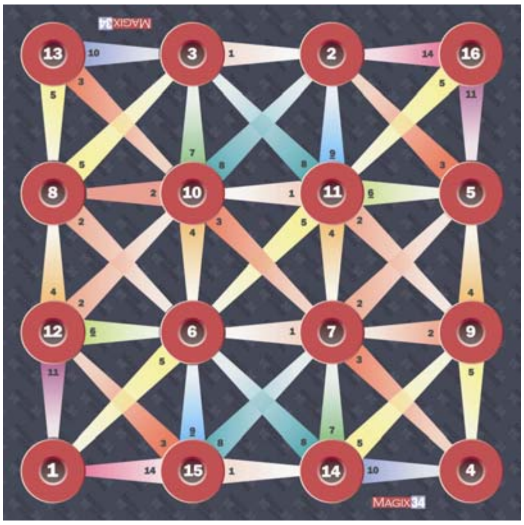
La deuxième séance de l'atelier a été consacrée à un débat de fond sur :

- Quelle place pour les jeux dans les apprentissages mathématiques à l'école ?
- Quelle formation mettre en place pour l'usage des jeux mathématiques à l'école ?

Voici le compte rendu du travail effectif de cet atelier qui pourra servir de base à la mise en place de formations pour les formateurs.

I – L'APPROPRIATION DU JEU

Autour du Magix 34



Pour une partie à deux joueurs.

Le plateau se compose de 16 cases numérotées de 1 à 16 configurées en carré magique. Chaque joueur dispose de quatre anneaux. En posant ses 4 anneaux à tour de rôle sur les cases du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui le premier totalise 34 points en additionnant les quatre valeurs qu'il aura sélectionnées avec ses 4 anneaux.
Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.

Notre démarche s'est voulue proche d'une situation de formation par homologie. Les participants de l'atelier, par groupes de quatre, ont découvert le jeu en y jouant. Plusieurs parties ont été nécessaires afin de distinguer les stratégies gagnantes. À partir de cette mise en situation, un certain nombre de connaissances mathématiques ont été répertoriées et analysées par chaque groupe à l'aide d'une affiche.

Notre dispositif

- Les participants sont par groupes de quatre (deux contre deux), avec un plateau de jeu ;
- présentation des règles du jeu ;
- temps de jeu d'une durée de 10 min, ce qui représente à peu près trois parties par groupe ;
- puis énoncé de la consigne suivante :
  « *Rechercher les notions mathématiques travaillées pendant une partie de jeu.*
  Rechercher toutes les propriétés mathématiques présentes sur ce plateau

de jeu.
les réponses seront consignées sur des affiches qui serviront à la mise en commun »,

- recherche et réalisation de l'affiche (durée de 20 min.),
- mise en commun et apports complémentaires (durée de 45 min).

La mise en commun met à jour une particularité du jeu. Alors qu'on pouvait penser que le Magix 34 allait favoriser le calcul mental avec des décompositions du nombre 34 (ou le calcul des écarts à 34), les participants se sont vite rendus compte qu'une stratégie basée sur une reconnaissance des formes géométriques était bien plus efficace et rapide. Certains ont même été très décontenancés de voir l'équipe adverse gagner à chaque manche sans aucun calcul. Mais pour cela l'analyse préalable du plateau du Magix 34 avait été évidemment réalisée par cette équipe.

Le regard qui balaie le plateau du Magix 34 repère les 16 nombres et peut-être même les écarts numériques inscrits dans les liens colorés. Mais que dire sur la disposition des nombres sur le plateau ? Ont-ils été répartis de manière aléatoire ou placés selon un ordre précis ? En fournissant des indications sur le nom du jeu, on redonne à la recherche un nouveau souffle.

Il s'agit alors de découvrir les rapports existants entre le nombre 34 et les nombres inscrits sur le plateau.

On découvre immédiatement la présence de ce nombre dans la somme des cases constituant les dix alignements. Il apparaît ainsi que le plateau du Magix 34 est construit à partir d'un carré magique. Certains tenteront de trouver ce nombre dans les figures décrites par quatre cases. Après la recherche des alignements, le regard esquisse les carrés. Celui que l'on découvre en premier est disposé dans l'un des quatre coins du plateau. Une fois qu'il est découvert, on repère les trois autres carrés disposés dans les trois autres coins du carré.

Les participants ont observé qu'il était possible de construire deux carrés à partir de chacun des quatre sommets (un de quatre cases et l'autre de neuf cases) auquel il faut ajouter le grand carré et le carré central, ce qui fait un total minimal de 10 carrés gagnants.

De même, les participants ont repéré les parallélogrammes dont les sommets totalisent 34. Plusieurs approches ont été formulées durant la séance dont celle qui s'appuie sur le principe de l'égalité de deux vecteurs. En effet, il apparaît que tous les « signes inférieurs » matérialisés par un lien triangulaire coloré sont en double exemplaire et peuvent être assimilés à une flèche. De surcroît est inscrit sur chaque lien triangulaire un nombre symbolisé par une couleur. Il apparaît qu'en posant les quatre anneaux aux quatre extrémités de deux flèches identiques (même sens, même direction et même valeur) on obtient un parallélogramme totalisant 34. Une singularité supplémentaire, le centre de symétrie de ce parallélogramme coïncide à chaque fois avec le centre du plateau.

Ainsi, selon les participants, lorsque l'on dispose aléatoirement deux anneaux sur le plateau, il suffit de placer les deux autres anneaux de manière symétrique par rapport au centre pour obtenir un parallélogramme qui totalise 34. La coïncidence du centre de symétrie de la figure obtenue avec le centre du plateau n'est que la conséquence de la disposition symétrique par rapport au centre des compléments à 17.

Finalement, les propriétés géométriques se substituent beaucoup au calcul mental.

À son tour, le lecteur pourra aussi s'amuser à rechercher les nombreuses autres propriétés géométriques que comporte ce plateau de jeu.

II - DE L'ACTIVITÉ DE JEU AUX SITUATIONS D'APPRENTISSAGE

Suite à l'analyse du Magix 34, la question soulevée est la suivante : que va-t-on en faire dans les classes ?

Didier Faradji présente alors un certain nombre d'expériences qu'il a menées avec des enseignants dans les classes. Les élèves commencent à jouer à deux selon les règles du jeu. Pour aider les élèves à développer des stratégies gagnantes, on a choisi de les faire jouer par équipes de deux, donc deux contre deux. Ainsi un anneau n'est placé ou déplacé qu'avec accord du partenaire, la réflexion ayant lieu à voix haute face aux adversaires[3].

Ensuite, nous avons évoqué une démarche possible de mise en œuvre dans les classes. Le jeu collectif semble long et ne pas mobiliser tous les élèves. L'étude d'une position des anneaux pourrait être proposée au rétroprojecteur et devenir une position problème. Les élèves sont alors amenés à trouver des solutions possibles pour atteindre 34 en plaçant ou déplaçant d'autres anneaux. On pourrait appeler ces moments des « études de morceaux de situations fictives » qui permettraient un détachement du matériel de jeu.

Mais alors la question de la nature même du qualitatif de « jeu » est interrogée.

À force de décortiquer le jeu, cela reste-t-il un jeu pour les élèves ? Trop d'analyses ne tuent-elles pas le jeu ? Le jeu est associé au plaisir, si on l'arrête pour l'analyser ce n'est plus un jeu.

Certains participants se sont interrogés sur le fait de savoir si jouer à un jeu mathématique pouvait être assimilé à un travail. En jouant au Magix 34, l'enfant effectue un grand nombre de calculs ce qui n'est pas sans rappeler certaines tâches scolaires. En fait, il semblerait que ce qui distingue le jeu du travail ne tient pas dans l'activité elle-même mais dans ses conséquences pour l'enfant. Ce qui caractérise l'activité ludique est précisément qu'elle ne porte pas à conséquence, ce qui n'est pas le cas pour un travail. Dans le jeu, l'erreur est de mise alors qu'elle est repérée dans l'exercice. Cette différence est essentielle puisque qu'elle conditionne le comportement de l'enfant par rapport à ses apprentissages. Dans le jeu, la sanction se traduit par le gain ou la perte de la partie. Une partie effaçant l'autre, on ne garde pas de trace des parties jouées. De ce fait le jeu porte en lui une certaine légèreté qui va rendre possible certaines audaces. Dans le jeu, on n'attend pas de l'élève une réponse ou une solution type. Celles-ci sont toutes à

[3] Voir en annexe 1 le compte rendu de l'atelier de Foix qui présente ces différentes variantes de jeu.

construire et, pour y parvenir, il n'y pas d'autre solution que de procéder par essais et en recourant à son imagination. La liberté de choix des solutions y est essentielle. Elle favorise l'activité de recherche et la validation immédiate des réponses. L'activité dite « de travail » place souvent l'élève en situation de restitution de savoirs. Elle suppose de la part de l'enseignant moins de complaisance. La comparaison des activités de jeu et de travail questionne le principe du droit à l'erreur et du statut qu'il convient de lui reconnaître dans chaque situation.

Donc pourquoi proposer ces jeux en classe ?

On peut penser qu'en jouant, l'enfant - et non plus l'élève-, donnera du sens à un certain nombre de compétences construites en classe puisqu'il devra les mobiliser pour jouer et gagner. Il jouera donc tant qu'il en a envie et pourra s'arrêter quand il le souhaite. C'est un jeu !

On peut aussi penser que le jeu est un support ludique pour réinvestir des compétences mathématiques et, à ce titre, l'enseignant proposera des ateliers jeux mathématiques où le temps sera destiné au jeu pour lui-même. Un des objectifs de l'enseignant pouvant être alors de faire découvrir de nouveaux jeux aux élèves.

Une autre direction est possible : utiliser le jeu pour les apprentissages mathématiques. Son support va être utilisé pour construire une situation didactique et alors ce n'est plus un jeu. L'enseignant pourra demander aux élèves de remplir des fiches de jeu (lui permettant d'avoir une trace écrite de la réflexion de l'élève), proposer d'étudier plus précisément une étape du jeu (collectivement ou individuellement), proposer des exercices se référant à une règle du jeu.

De fait, selon le choix de l'enseignant, sa place dans la classe est questionnée. Quelle position doit-il avoir pendant les périodes de jeu ?
Si les élèves sont en situation de jeu, sa présence n'est plus nécessaire après l'explicitation des règles. Donc soit il régule des attitudes sociales d'élèves, soit il joue avec eux.
Si le jeu est utilisé pour des apprentissages mathématiques, alors l'enseignant reprend « sa place » en énonçant les consignes, en posant les problèmes et en observant ses élèves.

III – QUELS DISPOSITIFS DE FORMATION ?

Dans une recherche de démarches innovantes, voire motivantes pour les élèves, beaucoup d'enseignants du primaire choisissent d'introduire des jeux dans leurs séances de mathématiques. Les élèves paraissent alors motivés, actifs, et leurs enseignants sont déculpabilisés face à la mise en activité préconisée dans le cadre des mathématiques. De nombreux mémoires professionnels traitent de l'usage des jeux mathématiques en classe et de leurs attraits ludiques face à des élèves peu motivés voire en difficulté.

Quels peuvent être les objectifs d'une formation initiale ou continue ayant pour intitulé « *Quels usages des jeux mathématiques en classe ?* » ?

Dans l’atelier, nous souhaitions aborder cette question afin de donner des pistes aux formateurs. Ainsi la consigne donnée aux participants lors de cette séance a été :

« *Vous avez découvert ces jeux, ils vous semblent très intéressants. Vous voulez les faire découvrir lors de formations auprès de PE ou PLC. Essayez d’élaborer les bases d’un dispositif de formation.* »

Lors des échanges, nous n’avons pas eu le temps d’élaborer très précisément ces bases mais nous avons pensé que le déroulement de l’atelier pouvait en être une pour reconstruire une situation de formation.

Devant l’engouement des enseignants face à tout type de support nouveau, original et ludique, les formateurs de mathématiques doivent essayer de clarifier l’usage des jeux dans les séances de mathématiques.

- Une première étape serait de choisir les jeux présentés et analysés pendant ces formations. De nombreux jeux numériques, géométriques ou mixtes existent qui, tout en restant des jeux, permettent de travailler de véritables compétences mathématiques ;
- la deuxième étape consisterait en la découverte du jeu en y jouant. Ce temps ne doit pas être négligé en stage ;
- le repérage des connaissances mathématiques mises en jeu et des compétences mathématiques travaillées par les élèves, constituerait une troisième étape. On pourra y associer ensuite les compétences transversales (méthodologiques, respect des règles du jeu,…).

Pour ces deux dernières étapes, il est intéressant de présenter cinq à six jeux qui tourneront au bout de 20 min d’un groupe de stagiaires à un autre afin que, lors de la mise en commun, chacun puisse se sentir concerné.
Parmi les jeux proposés, n’oublions pas d’anciens jeux comme le Yam’s, shut the box (fermer la boîte), le jeu de l’Oie, les dominos et d’autres jeux de dés qui permettent d’entretenir une culture générale.

- Après une mise en commun de l’analyse de l’ensemble de ces jeux, la quatrième étape est destinée à une réflexion liée au rôle et à la place de ces jeux dans des séances de mathématiques.

On pourra reprendre les éléments traités ci-dessus concernant soit le jeu pour jouer, soit le jeu comme support d’apprentissage, qui, alors, n’est plus un jeu.

On pourra alors explorer les jeux intéressants à mettre dans une ludothèque de classe, et réfléchir aux moments où les élèves pourraient aller y jouer. De nombreuses écoles ont instauré ce temps, le samedi matin, où les parents sont invités à venir jouer avec les enfants. L’objectif de ces écoles est alors de créer du lien social entre les parents et l’école, mais aussi de faire découvrir aux parents le plaisir de jouer avec leurs enfants.

On pourra aussi s’interroger sur la mise en œuvre des situations de jeu : présentation en grand groupe, en petit groupe (définir le nombre, le rôle de chacun),…

Pour un même jeu, il sera possible de réfléchir à des variantes aux règles, voire pour un même matériel proposer aux élèves d'inventer des règles.

On pourra aussi présenter de nombreuses situations d'apprentissage[4] prenant appui sur des jeux et permettant d'introduire des notions mathématiques ou consistant à produire des activités d'entraînement. On insistera sur le rôle des fiches de jeu (pouvant aussi être la base d'un travail de différenciation) qui fournissent à l'enseignant des indications sur le degré d'acquisition des connaissances par ses élèves.

On pourra aussi proposer aux stagiaires d'élaborer eux-mêmes des jeux permettant de travailler des compétences précises. Ces jeux pourront être mis dans la ludothèque après avoir été présentés et joués en classe. Ils deviendront de vrais jeux si les élèvent ont envie d'y jouer de façon spontanée, sinon ils resteront un support didactique pour les apprentissages.

CONCLUSION

Cet atelier a permis de réfléchir au rôle des jeux dans les séances de mathématiques à l'école. Les formations mises en place sur cette thématique devraient aboutir à mieux définir en quoi ces jeux sont de vrais supports aux apprentissages mathématiques ou bien ne restent que des jeux agréables à jouer.

Il a permis aussi de réaffirmer la nécessité de construire des ludothèques de classe ou d'école. Au même titre qu'une bibliothèque de classe, où les élèves choisissent librement des livres, la ludothèque permettrait la découverte de jeux et impulserait des temps de jeux dans la classe. Resterait à l'enseignant la sélection des jeux comme il le fait pour les albums de jeunesse ou autres ouvrages de la bibliothèque. Pour mener à bien ce projet, essayons d'impulser dans chaque site IUFM, la création d'un coin ludothèque dans les centres de ressources documentaires.

[4] Tous les ouvrages ERMEL proposent ce type de situations.

ANNEXE 1

Article élaboré à la suite de l'atelier mené au colloque de la COPIRELEM à Foix (2004).

Comment le jeu mathématique opère t-il sur les apprentissages mathématiques et sur la construction du langage argumentatif ?

Didier Faradji
Concepteur de jeux mathématiques
Intervenant extérieur en formation continue

Durant nos deux séances, nous avons été amenés à présenter trois jeux mathématiques édités par le CRDP de Franche Comté en partenariat avec la Cité des Sciences et de l'Industrie : le ***Magix 34***, le ***Décadex*** et le ***Multiplay*** (cf annexe).

Les participants se sont interrogés sur la place que pouvaient occuper ces jeux dans les apprentissages mathématiques. A cette fin, ils ont dégagé quatre grands domaines des mathématiques qu'ils se sont répartis entre eux : les champs numériques, géométriques, la construction du raisonnement logique et celle du langage argumentatif.

Durant nos deux séances, nous avons joué à chacun de ces jeux. Les participants avaient à charge d'identifier les notions rencontrées en jouant et de les relier au champ mathématique auquel elles paraissaient relever. Le débat portait alors sur l'opportunité d'utiliser le jeu pour introduire ou illustrer cette notion et sur la méthodologie à employer pour la rendre pleinement accessible et maîtrisable.

1 - LE CHAMP NUMERIQUE

Les trois jeux se caractérisent par leur dimension numérique fortement affirmée. Ce sont d'abord des outils d'entraînement au calcul mental ; ils peuvent être introduits en classe de primaire (cycles 2 pour le ***Décadex*** et cycle 3 pour le ***Magix 34*** et le ***Multiplay***) et permettre de faire le lien entre la classe de CM2 et le collège (classes de 6^{e} et 5^{e}).

Pour bâtir sa stratégie, le joueur va devoir calculer intensément.

Les participants ont considéré qu'il ne fallait pas faire immédiatement entrer les élèves dans la pratique du jeu. Il convenait, selon eux, de les amener à se familiariser préalablement avec la disposition des nombres figurant sur le plateau. Pour ce faire, il est apparu avantageux d'introduire le jeu en classe en faisant précéder la pratique proprement dite d'une phase de découverte durant laquelle on demande à l'élève de décrire le plateau et d'évoquer ce qu'il observe. Durant cette phase d'observation, l'élève s'imprègne des éléments entrant dans la composition du jeu et fait part au groupe du sens qu'il leur accorde. Les points évoqués peuvent être repris et développés par l'enseignant qui fournit à cette occasion des indications sur le but du jeu et sur les éléments constitutifs de la règle. Cette phase descriptive prépare à l'approche des premiers éléments de stratégie.

Une fois cette prise de contact avec le jeu achevée, l'enseignant peut alors distribuer la règle du jeu tout en proposant aux élèves de la lire et de commencer à jouer. Après quoi, il effectue une présentation complète du jeu tout en s'assurant que la règle a bien été comprise de tous.

La classe peut enfin jouer.

<u>Les décompositions additives et soustractives</u>

En jouant au ***Décadex***, l'élève (à partir du CE1) doit totaliser 10 avec ses quatre anneaux en respectant des contraintes de couleurs. Il s'initie aux décompositions additives et soustractives des nombres de 1 à 4 et se familiarise avec les compléments à dix. Il construit par lui même les différentes décompositions de 10 en quatre nombres.

En jouant, au ***Magix 34***, l'élève (à partir de Cycle 3) doit totaliser 34 avec ses quatre anneaux. Il se familiarise avec les décompositions additives de 34 pour ensuite s'ouvrir sur les techniques de la soustraction.

Ne pouvant immédiatement atteindre 34, le joueur obtiendra au départ une somme supérieure ou inférieure à ce nombre. C'est en conjuguant plusieurs déplacements successifs que le joueur parvient à totaliser 34.

Le joueur additionne lorsqu'il fait le compte des valeurs sélectionnées au moyen de ses quatre anneaux au moment de leur pose. Il additionne également lorsqu'il déplace son anneau vers une case d'une valeur plus grande que celle de départ. S'il déplace son anneau du 10 vers le 11 il ajoute 1 à son total. Il soustrait s'il déplace un anneau vers une case d'une valeur plus petite que celle d'origine. Dans le premier cas la somme des anneaux augmente, dans le second elle diminue.

Dans le déroulement du jeu, le joueur s'efforce de mémoriser son total pour n'avoir à calculer que les variations enregistrées par chaque déplacement. Ne parvenant pas à totaliser immédiatement 34, il aura systématiquement un total supérieur ou inférieur à cette somme. S'il obtient par exemple 38, le joueur cherchera à perdre 4 points : il devra réaliser « -4 » qu'il mettra en équation. Il construira ce nombre en combinant, par exemple, deux déplacements successifs de « -2 » ou en réalisant par exemple un premier déplacement de « -7 » puis un autre de « +3 » ce qui lui permettra de construire « -4 ».

<u>La multiplication et la division</u>

En jouant au ***Multiplay***, l'élève aborde les tables de multiplication comme un ensemble cohérent et solidaire. Pour bâtir sa stratégie, il doit créer des liens entre les nombres et examiner les relations arithmétiques qu'ils entretiennent les uns avec les autres. Dans le ***Multiplay***, le joueur doit sélectionner deux nombres et leur produit de sorte que les trois termes puissent constituer une multiplication. Lorsqu'il aborde deux nombres, il se demande systématiquement s'ils sont « premiers entre eux » ou s'ils sont les diviseurs communs d'un même nombre. Ainsi, pour atteindre l'objectif fixé par le jeu, le joueur se mettra toujours en recherche du bon produit, s'il a déjà réunit les deux facteurs ou du facteur manquant s'il détient un produit et un de ses diviseurs. Par exemple si j'ai sélectionné le « 8 », le « 24 » et le « 4 » ; trois stratégies s'offrent à moi : soit abandonner le « 8 » pour rechercher un « 6 » et réaliser 6 × 4 = 24 ; soit abandonner le « 24 » pour rechercher le « 32 » et réaliser 4 × 8 = 32 ; soit enfin abandonner le « 4 » pour rechercher le « 3 » et réaliser 3 ×8 = 24.

2 - LE CHAMP GEOMETRIQUE

Le joueur de ***Décadex*** découvre vite les différentes figures géométriques gagnantes sur le plateau. Sur les 86 possibilités différentes de décomposer quatre cases pour totaliser 10 avec quatre couleurs différentes ou deux paires de deux couleurs identiques, 80 configurations débouchent sur un quadrilatère particulier. Le joueur rencontrera les différents parallélogrammes dans les différentes situations de jeu et apprendra ainsi à les identifier. Pour construire un parallélogramme gagnant (carré, losange, rectangle…), il suffit de sélectionner avec ses quatre anneaux, deux paires de deux nombres dont la somme est 5 (par exemple 4, 1 et 3, 2 ou 3, 2, et 3, 2 ou 4, 1 et 4, 1) à condition toutefois d'avoir réuni quatre couleurs différentes ou deux ensembles de deux couleurs identiques. Un excellent travail de recherche peut consister, par exemple, à faire lister par l'enfant les carrés qui font dix avec quatre couleurs différentes (il y en a 10) de quatre format différents. Le plateau de ***Décadex*** peut également servir à illustrer certains principes de symétrie axiale. Ainsi, il apparaît que les cases de couleurs sont disposées selon un axe de symétrie verticale et les nombres selon un axe de symétrie horizontale.

Le plateau du ***Magix 34*** est construit à partir d'un carré magique d'ordre 4. Là encore, la très grande majorité des configurations gagnantes (70%) débouchent sur une figure géométrique. Parmi elles, un grand nombre de parallélogrammes offrent un centre de symétrie qui coïncide avec le centre du plateau. Pour les repérer, il convient de sélectionner deux couples de deux nombres dont la somme est 17 au moyen de quatre anneaux. On notera que ces deux nombres dont la somme est 17 sont toujours symétriques par rapport au centre du plateau. Par exemple : 1 et 16 puis 9 et 8.

Ce procédé permettra de mettre en évidence un grand nombre de parallélogrammes.

Le plateau du ***Multiplay*** donne une illustration intéressante de la construction du symétrique d'un point par rapport au centre du plateau pris comme centre de symétrie. En effet chaque case du plateau est symétrique à une autre case de même couleur et celles-ci offrent ensemble un centre de symétrie qui coïncide avec le centre du plateau.

3 - LA CONSTRUCTION DU RAISONNEMENT : LA RESOLUTION DE PROBLEMES

La pratique de chacun de ces trois jeux, va placer l'élève au devant de situations problèmes pour la résolution desquelles il va devoir s'appuyer sur des notions relevant des domaines numériques et géométriques. Devant l'infini variété et la difficulté croissante des situations auxquelles il est confronté, le joueur élabore peu à peu son approche et progresse dans sa maîtrise du jeu. Ne pouvant se satisfaire d'une stratégie limitée à un pas de raisonnement, il structure sa pensée pour construire un raisonnement qui puisse en comporter deux puis trois. Le jeune joueur apprend ainsi à contrôler les conséquences de ses décisions et fait progressivement la preuve de sa capacité à abstraire pour parvenir à l'objectif fixé par le jeu.

Le ***Décadex*** est un jeu qui permet de bien mettre en évidence l'approfondissement du raisonnement chez le joueur.

L'élève de cycle 2, s'attache à bien exécuter la double contrainte. Il se limite dans un premier temps à un examen superficiel de la situation du joueur adverse. Il est davantage préoccupé par la recherche des possibilités qui lui permettent de faire 10 au prochain coup avec quatre couleurs différentes ou deux groupes de deux couleurs.

Le ***Décadex*** est un outil qui est de nature à aider le jeune joueur à conquérir son autonomie et sa propre rationalité. La compréhension de la règle du jeu est un apprentissage en soi. En jouant, l'élève prend d'abord plaisir à rechercher les différentes façons possibles de configurer correctement une solution. Il s'applique à reproduire des schémas déjà rencontrés et à mener à bien un raisonnement qu'il prendra plaisir à justifier à chaque fois et à réemployer.

Le ***Décadex*** n'appelle pas de stratégie à très long terme. Toutefois, le joueur confirmé va rapidement se mettre en recherche de nouveaux systèmes de résolution. Tout en mettant en place un raisonnement par étape il s'attache à effectuer mentalement un grand nombre de calculs qui vont l'aider à dégager plusieurs options dont il dégagera celle qui lui parait la plus pertinente.

Peu à peu, il apprendra à évaluer le jeu de l'adversaire avant de délivrer son coup et à parer en priorité toute menace éventuelle. Il se laissera moins surprendre et fera ainsi mieux l'apprentissage de l'anticipation.

Enfin, dans une démarche plus experte, l'élève fera intervenir dans son raisonnement des éléments de géométrie qui l'aideront à pousser plus en avant ses raisonnements. Sachant par exemple que tous les quadrilatères particuliers ayant un centre de symétrie coïncidant avec le centre du plateau sont gagnants, il devient aisé de bâtir une stratégie qui aboutirait à construire une figure possédant ce type de propriété.

Cette richesse dans le jeu est rendue possible par le fait que chaque joueur peut connaître ses possibilités d'action et prévoir l'ensemble des choix des autres joueurs ce qui lui permet de disposer de toutes les informations nécessaires à la résolution de la situation à dénouer. En jouant au ***Décadex***, l'élève, du primaire au collège, apprend à construire un problème, à organiser une démarche raisonnée, à bâtir une argumentation et à contrôler ses résultats.

La stratégie employée dans le ***Magix 34*** s'appuie encore plus clairement sur le calcul mental. Le joueur doit calculer pour décrypter une situation et pour recueillir les informations à partir desquelles il bâtira sa stratégie. C'est de son aptitude à calculer juste et à mémoriser les résultats de ses opérations qu'il parvient à s'assurer de la prédictibilité de ses analyses. Dans le ***Magix 34***, l'objectif est purement arithmétique. Il demeure un support privilégié pour l'argumentation mathématique tant le raisonnement déductif qu'il appelle s'appuie sur une programmation de calculs aux conséquences aisément démontrables.

Le raisonnement utilisé dans le ***Multiplay*** s'appuie, comme nous l'avons vu, sur le mécanisme de la multiplication et le recours à la notion de diviseurs et de multiples communs. Il faut sélectionner trois nombres de sorte que le plus fort corresponde au produit des deux autres. Ce jeu s'appuie sur la relation existant entre le produit de deux nombres inférieurs à dix et leur produit. C'est en recourant à un raisonnement déductif simple que le joueur parviendra à mettre en adéquation ces trois nombres.

4 - LA CONSTRUCTION DU LANGAGE ARGUMENTATIF.

Dans le cadre de la pratique d'un jeu à deux, les élèves recourent souvent à un mode d'expression peu propice, en principe, à la bonne mise en place des éléments du langage mathématique. Afin d'inciter les joueurs à dialoguer entre eux et de les amener à s'interroger sur la démarche à mettre en œuvre, l'enseignant peut initier des pratiques du jeu en situation collaborative. Ce type de pratiques débouche sur la construction du raisonnement, sur sa verbalisation et sur la mise en commun des démarches menées par chacun des joueurs.

L'intérêt des pratiques dites collaboratives

Elles s'effectuent sous la forme d'un jeu à quatre en deux équipes de deux. Les co-équipiers sont disposés en diagonale l'un par rapport à l'autre et collaborent entre eux à voix haute. Les membres d'une même équipe ne sont pas placés l'un à côté de l'autre afin d'éviter toute communication chuchotée. Les stratégies sont donc entendues de tous les joueurs.

Pourquoi inciter l'élève à dévoiler à voix haute son plan à l'adversaire ?

Cette pratique élimine toute stratégie fondée sur l'effet de surprise ou toute victoire due à la faute d'inattention de l'adversaire. Le joueur agit en toute connaissance de cause. Il a vu le coup se préparer et il étudie donc une situation qu'il a lui même vu se construire au coup précédent. A son tour, soit il agit conformément au plan de l'adversaire et il perd la partie, soit il trouve une faille dans le jeu adverse et il lui propose un coup auquel il n'était pas préparé. Cette pratique offre l'avantage de faire évaluer à voix haute chaque coup par l'adversaire. Le joueur ne peut pas dissimuler ses intentions à son partenaire et donc à ses adversaires. Cela permet de créer des pratiques sereines au cours desquelles chacun s'enrichit des commentaires adverses sans chercher à lui tendre des pièges. Celui qui perd s'en prend généralement à lui-même ou à son manque de concertation avec son partenaire et non pas à la malice présupposée de ses adversaires.

Pourquoi inciter l'élève à soumettre sa stratégie à son partenaire ?

En fait, lorsque l'élève joue dans une pratique à deux, il est faiblement incité à analyser sa stratégie. A chaque situation de jeu se présentent en principe plusieurs solutions. Il est souvent tenté de s'emparer de la première stratégie venue et de l'appliquer sans l'avoir véritablement éprouvée au préalable. Il gagnera ou il perdra la partie sans trop savoir pourquoi. Cela aura en définitive peu d'importance pour lui puisqu'il aura toujours la possibilité de refaire une nouvelle partie qui effacera le souvenir de la précédente. En demandant au joueur de communiquer son plan à son partenaire, on l'amène à conceptualiser sa stratégie et à faire l'apprentissage de l'abstraction. Il va devoir ainsi organiser sa pensée pour rendre son plan transférable à son partenaire. La nécessité de verbaliser sa pensée va immanquablement le conduire à approfondir son raisonnement et à construire son argumentation.

Pourquoi inciter l'élève à recueillir l'adhésion de son partenaire ?

Dans le ***Magix 34***, le ***Décadex*** et le ***Multiplay***, à chaque situation de jeu se présente un grand nombre de stratégies possibles. Lorsque le joueur communique sa solution à son partenaire, immanquablement ce dernier lui fait part du plan qu'il souhaiterait également voir mettre en place. Cette situation va conduire les joueurs à défendre chacun leurs positions et à mettre en avant les avantages et les inconvénients relatifs à chaque proposition. Cette mise en débat des solutions va les amener à approfondir leurs analyses, à tester leurs stratégies, à vérifier les résultats jusqu'à ce qu'une décision soit prise d'un commun accord.

Oui mais, n'y a-t-il pas un risque de voir toujours le même joueur décider à la place de l'autre ?

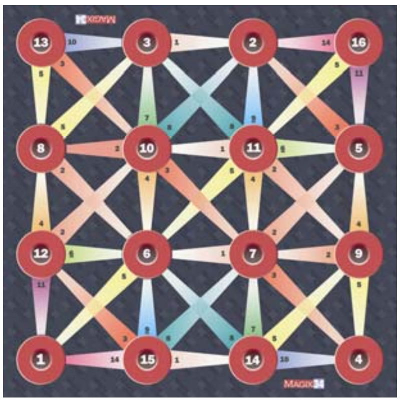
Cela peut être le cas, si les membres d'une même équipe jouent l'un à côté de l'autre. Le joueur le plus confiant peut alors décider de prendre en main la direction des opérations. Son partenaire risque alors de s'installer dans une forme de passivité. En intercalant les joueurs d'une même équipe avec ceux de l'équipe adverse, on réintroduit le dialogue dans le binôme en demandant au joueur dont c'est le tour de jouer, de décider du coup qu'il va choisir. Son partenaire ne doit alors ni jouer à sa place ni lui dicter son coup. Tout au plus il peut le conseiller. C'est donc en passant par le verbe que le joueur va devoir convaincre son partenaire du bien-fondé de sa stratégie et le cas échéant réfuter son argumentation. En jouant par équipe, l'élève apprend à communiquer et à régler paisiblement les différents points de désaccord qui peuvent surgir dans le binôme. La collaboration dans le jeu commence alors par un exposé du problème posé et par l'évocation des solutions possibles que les partenaires détaillent les unes après les autres. Dans le jeu à quatre, la distribution des rôles change à chaque tour et on devient alternativement acteur et conseiller. Celui qui remplit une mission de conseil pointe les faiblesses du coup proposé et propose une alternative en l'argumentant.

Les pratiques de jeu en situation collaborative font ainsi une place essentielle aux échanges verbaux et favorisent l'implication de tous les élèves dans la phase de recherche de solutions. L'enfant qui a appris à collaborer dans le cadre d'un jeu parviendra plus facilement à s'impliquer ensuite dans un travail en groupe.

Le rôle de l'enseignant

L'enseignant a sa part dans le succès d'un apprentissage collaboratif. Il aide les enfants à verbaliser en les interrogeant sur les objectifs à atteindre et sur les contraintes à respecter. Il intervient dans le fonctionnement d'une paire lorsqu'elle laisse un de ses membres en dehors de l'interaction ou pour tempérer les ardeurs d'un joueur trop impulsif. Dans ce cas, il va exercer son rôle de médiateur en reprenant les propos de l'enfant pour les lui faire clarifier ou expliciter. C'est à force de sollicitations de la part de son enseignant que l'enfant parvient peu à peu à entrer dans le discours et à exprimer les éléments de stratégie qu'il aurait très légitimement préférés garder pour lui.

Présentation simplifiée des règles des jeux présentés



Le MAGIX 34

Le plateau se compose de 16 cases numérotées de 1 à 16 configurées en carré magique. Chaque joueur dispose de quatre anneaux. En posant ses 4 anneaux à tour de rôle sur les cases du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui le premier totalise 34 points en additionnant les quatre valeurs qu'il aura sélectionnées avec ses 4 anneaux.
Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.

Le DECADEX

Chaque joueur dispose de quatre anneaux. En posant ses anneaux à tour de rôle sur les nombres (de 1 à 4) du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui le premier totalise 10 en additionnant les valeurs des 4 cases qu'il a sélectionnées avec ses 4 anneaux à condition de réunir 4 couleurs différentes ou deux paires de deux couleurs identiques (deux rouges et deux bleues). Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.

Le MULTIPLAY

Chaque joueur dispose de trois anneaux.
En posant ses anneaux à tour de rôle sur les nombres du plateau, puis en les déplaçant d'une case à l'autre, le joueur gagnant est celui qui réunit en premier, les trois termes d'une multiplication (3, 8 et 24).
Il doit atteindre cet objectif tout en empêchant son adversaire d'y accéder avant lui.

BIBLIOGRAPHIE

« *Echec et maths* », JDI mai 2005

RICHARD J., TROUILLOT E., FARDAJI D., LE BORGNE P. (2005) « *Mathématiques et jeux au collège* », Hachette.

(1998) Jeux 5 : des activités mathématiques au collège, APMEP, **119**.

(2002) Jeux 6 : des activités mathématiques pour la classe, APMEP, **144**.

(2005) Jeux 7 : des activités mathématiques pour la classe, APMEP, **169**.

DÉCOUVRIR LE MONDE AVEC LES MATHÉMATIQUES AU CYCLE 1

Dominique VALENTIN
PIUM retraitée - Bures sur Yvette

Résumé
Dominique Valentin développe dans une première partie de l'article, et à travers des exemples issus de ses ouvrages, sa conception de l'enseignement des mathématiques à l'école maternelle : la résolution de problèmes pour apprendre à chercher et à chercher pour apprendre. La seconde partie de l'article est le compte rendu incomplet des problèmes posés par les enseignants présents à l'atelier et en charge de la formation des PE sur ce sujet.

I – 30 MAI : PROPOSITIONS POUR LA CLASSE

En quoi les mathématiques peuvent-elles aider des enfants de 3-5 ans à « découvrir le monde » comme nous y invitent les IO de 2002 ?

De quelles mathématiques s'agit-il ? Quels changements d'objectifs ?

Quelles situations peut-on proposer ?

I – 1 Quelques préalables

I – 1.1 Evolution des conceptions de l'apprentissage

Je voudrais d'abord insister sur la spécificité française de « notre » école maternelle (spécificité que la table ronde internationale a bien montrée) : il s'agit bien d'une « école » et non d'un jardin d'enfant, une école qui reçoit maintenant la très grande majorité des enfants dès 3 ans, avec des Instructions Officielles fortes (même si elles sont jugées moins contraignantes que celles qui régissent l'école élémentaire), des pratiques bien assises et une renommée qui dépasse les frontières. Mais cette belle école est également pleine de contradictions qui risquent de la mettre en danger. Il me semble que c'est en précisant de façon rigoureuse sa spécificité, son importance dans l'ensemble de la scolarité des enfants d'aujourd'hui mais aussi en n'hésitant pas à la faire évoluer que nous pourrons la sauver.

Un simple regard sur les IO qui la régissent depuis sa création met en évidence des changements importants au niveau des conceptions d'apprentissage sous-jacentes. Je les résume simplement par le tableau suivant dont chaque phase peut être datée (et qui peut certainement être amélioré).

Il me semble que nous avons tout intérêt à analyser cette évolution, à en conserver les points forts et non à « jeter le bébé avec l'eau du bain… », en nous demandant pour quels apprentissages il faut absolument s'appuyer sur le vécu, pour quels autres il suffit de manipuler, *etc*.

l'enfant est invité à	Intentions du maître
Observer, répéter	Transmettre des connaissances achevées
manipuler, agir	rendre actif
s'appuyer sur le vécu, vivre	donner du sens
jouer	motiver
résoudre des problèmes, élaborer des procédures personnelles	faire construire pour faire comprendre et rendre disponible

D'autre part, si, aujourd'hui, nous pensons que la résolution de problème est un moteur de l'apprentissage, si ce mot est « pédagogiquement correct », nous devons nous demander ce que signifie « résoudre des problèmes » à la fois pour des enfants de 3 ou 4 ans et pour leurs enseignants et à quelles conditions c'est possible (voir ci-dessous).

I – 1.2 Importance du langage

Impossible de travailler avec de si jeunes enfants sans être confrontés aux problèmes de langage à au moins deux points de vue :

- Les difficultés de communication, dans les deux sens, qui rendent l'appropriation des situations au travers des consignes particulièrement délicate et demandent à l'adulte une très grande disponibilité d'écoute ;
- le développement des compétences langagières provoqué par les situations proposées, quelles qu'elles soient, même si elles n'ont pas cet objectif explicite.

Je ne développe pas ces deux points ici mais je voudrais seulement insister sur les effets très positifs des situations d'action sur les acquisitions des enfants dans le domaine de la langue. Je cite volontiers les travaux de Mireille Brigaudiot dans ce domaine, elle qui écrit[1], en particulier : « Faut-il créer des situations *ad hoc* où les enfants sont amenés à expliquer, à argumenter, à raconter ? Je dirai non pour la petite section. C'est l'intérêt qu'ils portent à une situation qui va faire qu'ils vont mettre en œuvre ou pas, leur capacité discursive. Essayons donc de les intéresser. Comment faire ? En nous intéressant à ce qu'ils disent, en les encourageant à pouvoir dire, nous n'aurons plus qu'à suivre. »

J'ajouterais encore que cette écoute attentive, accueillante, a également un effet sur la création du lien de confiance adulte-enfant si nécessaire en ce tout début de la scolarité.

---

[1] Mireille BRIGAUDIOT (1997) « Plaidoyer pour les enfants de petite section » in Cahiers Pédagogiques n° 352.

I – 1.3 «Faire des maths, c'est les faire… »

Je m'appuie sur les travaux de R. Bkouche, B. Charlot et N. Rouche[2] dans ma façon d'envisager ce que veut dire « faire faire des maths », même en ce qui concerne les enfants de 3-4 ans, en cherchant à les engager dans la construction de démarches plus qu'en les poussant à apprendre, comme nous le verrons plus loin.

Nous retrouvons également la nécessité de proposer des situations « complexes » (mais pas nécessairement « compliquées ») qui nécessitent de construire des liens entre différents savoirs, qui permettent surtout de les mettre en réseau ce qui les rend disponibles dans de nouveaux contextes[3].

I – 1.4 Evaluation et différenciation

Enfin, il me semble essentiel d'engager tous les acteurs de l'école maternelle dans une réflexion solide sur l'articulation entre l'évaluation des connaissances et compétences, la gestion des situations et, en conséquence, les différentes formes de différenciation[4]. L'école maternelle souffre aujourd'hui d'une grande incohérence entre des conceptions de l'apprentissage prônant le développement de compétences transversales, le rôle de la résolution de problèmes comme moteur de l'apprentissage et une conception de l'évaluation, visible dans les différents livrets de compétences, très proche de la PPO (Pédagogie Par Objectifs) des années 70. Il y a souvent confusion entre différenciation et remédiation, remédiation au coup par coup oubliant que les connaissances ne peuvent se construire que dans la durée (souvent supérieure à l'année, voire à un cycle), dans des itinéraires d'enseignement et d'apprentissage qui s'appuient sur un ensemble de situations et non sur une seule qu'il faudrait tirer jusqu'au bout, un bout qui serait le même pour tous.

I – 2 La résolution de problèmes : apprendre à chercher/chercher pour apprendre

I – 2.1 Apprendre à chercher

Les IO de 2002, dans lesquelles le mot « mathématiques » n'est jamais prononcé - ce qui demande tout de même d'y regarder de plus près comme nous le verrons un peu plus loin - sont par contre sans ambiguïté sur le rôle de la résolution de problème. Il s'agit aujourd'hui d'aider l'enfant à « découvrir le monde » en lui permettant de développer des compétences qui sont clairement listées à deux endroits (page 65 et 67 de l'ouvrage publié par le CDDP) dont le second s'intitule « compétences transversales ». Bien que ces « instructions » soient précises, les moyens sont laissés à l'initiative de chaque enseignant et l'on voit vite qu'il reste à celui-ci une grande marge

---

[2] R. BKOUCHE, B. CHARLOT et N. ROUCHE (1991) Faire des mathématiques, le plaisir du sens*, A. Colin*.

[3] Anne-Marie RAGOT et Richard ASSUIED (2000) « Apprendre dans des situations complexes » in L'école Valdotaine n° 48 ou sur le site de L'école Valdotaine : www.scuole.vda.it).

[4] Roland CHARNAY, Jacques DOUAIRE, Jean-Claude GUILLAUME, Dominique VALENTIN (1995) Chacun, tous, différemment… ! Différenciation en Mathématiques au cycle des apprentissages., Rencontres Pédagogiques n°34, INRP.

de manœuvre. J'ai donc personnellement fait des choix[5] qui m'amènent à envisager dès la Petite Section des objectifs assez ambitieux (mais réalistes !) en ce qui concerne l'engagement dans une vraie activité de résolution de problèmes à partir de la définition du problème donnée par Jean Brun : « Un problème est une situation initiale avec un but à atteindre demandant à un sujet d'élaborer une suite d'actions ou d'opérations pour atteindre ce but. », ces actions pouvant évidemment être entendues comme actions « mentales ». J'ai pris comme exemple une situation construite à partir d'un jouet, le Baby-jackpot (TOMY), dans lequel l'enfant doit construire cette suite d'actions pour obtenir la « levée » successive de quatre animaux en manipulant librement trois manettes. Pour un enfant de 2 ans et demi ou 3 ans, cela peut être une première occasion d'entrer dans une vraie démarche de recherche avec une situation initiale et un but à atteindre facilement identifiables (et en particulier un but « désirable ») dans laquelle il doit agir seul, sans soumission au hasard et qui a encore le mérite d'être auto-validante : l'animal se lève ou ne se lève pas...

J'ai tenté de montrer que dès cette première situation (mais ce n'est bien sûr qu'un exemple) et à condition qu'elle ne soit pas isolée, se met en place un **contrat didactique** fort, en particulier en ce qui concerne le fait qu'une solution ne s'obtient pas tout de suite, ne s'imite pas, que plusieurs essais sont possibles, que les erreurs d'action font partie de l'aventure, que le sujet est seul à déterminer s'il a ou non atteint le but qui lui a été fixé et qui lui est très accessible… C'est déjà beaucoup pour cet âge ! Si l'on ajoute qu'une telle situation amène également ces enfants à rester concentrés plus de quelques minutes, à désirer recommencer, à observer leurs camarades en train de chercher eux-mêmes, à accepter des contraintes, il me semble que cette situation, même imparfaite, peut nous servir de prototype.

Dès les premières situations proposées, il importe donc, à mon avis, que les enfants puissent observer les effets de leurs actions, qu'ils puissent donc les **choisir** et avoir conscience de leur pleine responsabilité dans ce domaine ce qui implique, en particulier, que le hasard n'intervienne pas et ne soit en aucun cas responsable d'un échec : « Je sais ce que j'ai fait, je pouvais faire autrement, j'ai réussi ou j'ai échoué… » et non : « j'ai pas eu de chance… »

On voit aussi que le cadre des situations fonctionnelles (qui sont utiles dans la vie de la classe ce qui leur donnent sens) n'est pas particulièrement propice à la construction de telles situations : les situations fonctionnelles peuvent servir de « contexte évoqué », comme le goûter de la classe peut donner du sens à une activité qui serait le goûter des poupées, situation totalement cadrée et artificielle, dont les valeurs des variables didactiques peuvent être aisément manipulées par l'enseignant.

J'ai proposé, durant l'atelier plusieurs exemples que je ne peux décrire ici : Les Bouquets variés, Parcours de boules, Les rails, Les embouteillages, Les Tours… (cf ouvrage cité). Si chacune de ces situations a bien pour premier objectif d'amener les enfants à « apprendre à chercher », elle leur permet également d'aborder certains contenus tels que des relations spatiales, des couleurs, des points de vue, *etc*.

---

[5] Dominique VALENTIN (2004) Découvrir le monde avec les mathématiques, situations pour la petite et la moyenne section, *Hatier*, (Le deuxième tome, pour la grande section est à paraître en septembre 2005).

I –3 Quels contenus ? Les couleurs, les formes, les nombres…

Les IO en vigueur qui, en principe, ne parlent pas de « mathématiques », affichent cependant des listes de compétences à acquérir en fin de cycle qui sont clairement reconnues comme mathématiques… : « Compétences dans le domaine de la structuration de l'espace », « Compétences relatives aux formes et aux grandeurs », « Compétences relatives aux quantités et aux nombres »… Ces listes, certainement utiles pour baliser ces contenus, sont cependant à double tranchant et d'autant plus qu'elles ne sont données que comme un aboutissement de fin de cycle, les enseignants ayant à charge d'en répartir leur acquisition sur les trois années.

Est-ce pour cela que l'on entend encore dire qu'en Petite Section « on fait le 1 au premier trimestre, le 2 au deuxième et le 3 au troisième » ?… quand ce n'est pas également « le carré en PS, le rond en MS et le triangle en GS » ! Hélas, je n'exagère pas, ce qui montre que tout le texte, fort et novateur, qui précède dans les IO ces fameuses listes de compétences, passe bien vite à la trappe.

La question qui se pose à nous, praticiens ou formateurs, maintenant est donc beaucoup plus difficile : comment envisager la construction des connaissances comme réponses à des problèmes ? Ou bien, comment engager les enfants à « chercher pour apprendre » ? Est-ce possible dès la Petite Section ?

J'ai choisi de répondre positivement à cette dernière question et de construire un certain nombre de situations dans ce sens, même si je n'ai pas toujours trouvé les solutions miracles pour atteindre un objectif assez ambitieux.

Je prends ici l'exemple de la prise de conscience des quantités.

Des quantités aux nombres

I – 3.1 Chercher pour apprendre

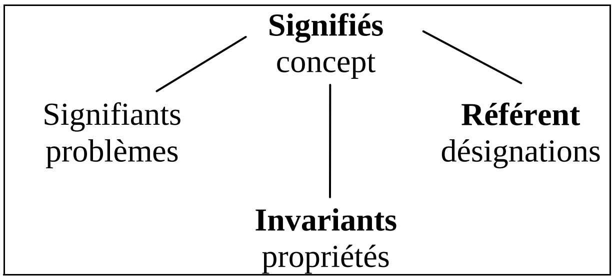
Les IO de 2002 sont les premières à faire référence de façon explicite au concept de « quantité » et pas seulement aux nombres, ce dont je me réjouis.

Grâce à des travaux dont certains sont déjà anciens comme ceux de Piaget, Gréco, Brunner, Fayol, Meljac, on sait que le concept de nombre ne se construit pas (ou pas seulement) à partir des activités de comptage, quelles qu'elles soient.

Le schéma ci-après, (issu des travaux des psycho-linguistes et repris par G. Vergnaud[6]) nous est d'une grande aide car il nous oblige à avoir plusieurs points de vue en même temps. En ce qui concerne les quantités, la question des invariants, de leur conservation, ne peut être oubliée, même si certains pensent que les travaux de Piaget, Greco… sont dépassés.

---

[6] « un concept ne peut être réduit à sa définition, du moins si l'on s'intéresse à son apprentissage et à son enseignement. C'est à travers des situations et des problèmes à résoudre qu'un concept acquiert du sens pour l'enfant » Gérard VERGNAUD.



I – 3.2 La question des invariants[7]

Après avoir rappelé une des épreuves de Piaget portant sur la conservation des quantités discrètes, j'ai pris l'exemple de l'espace occupé par une même collection de billes chinoises selon qu'elle est placée dans des boîtes cylindriques de différents diamètres (Les Paires de Boîtes). Pour l'enfant de 4 ans, il n'y a aucune hésitation : la collection placée dans la boîte de diamètre inférieur est toujours jugée plus importante que lorsque cette même collection est disposée dans la boîte dont le diamètre est supérieur, même s'il a lui-même transvasé la collection d'une boîte dans l'autre, sans enlever ou ajouter aucune bille. Que faut-il en penser ? Faut-il « attendre » simplement que l'enfant ait la possibilité de mettre en œuvre un raisonnement puissant lui permettant de dépasser l'illusion d'optique (en référence aux stades de Piaget) ou peut-on « provoquer » ce raisonnement ou, au minimum, créer le doute, en jouant sur les conditions de la situation ? J'ai cherché les conditions qui amènent les enfants de 4 ans à dépasser l'illusion d'optique et, ce faisant, à prendre conscience de certains invariants des quantités, ce qui me semble intéressant non pas tant pour la construction du concept de nombre (qui se construira toujours, finalement…) mais surtout pour le développement des capacités de raisonnement : « ben j'crois que c'est quand même pareil : on dirait qu'il y en a plus là, mais c'est parce que les billes elles ont pas beaucoup de place parce que cette boîte là elle est petite et l'autre elle est grande » Oussama, janvier d'une Moyenne Section en ZEP.

I – 3.3 La question du comptage

On pourra relire certains des articles qui composent, de façon assez hétérogène, l'ouvrage *Les Chemins du nombre* et en particulier celui d'Arthur J. Baroody[8]. J'avoue que j'ai choisi un autre point de vue : au lieu d'emmener les enfants « du comptage à la résolution de problèmes », comme le dit Fayol en sous-titre de son ouvrage *L'enfant et le Nombre*, en travaillant d'abord « les principes du comptage » ou les « savoir-faire » de ce même comptage, j'ai tenté la démarche inverse : « de la résolution de problèmes au comptage », voire au calcul.

Puisque les enfants de 3 ans rencontrent de grandes difficultés à dénombrer, pourquoi ne pas les engager à chercher des solutions à des problèmes de gestion de quantités qui ne nécessitent pas de dénombrer (mais le permettent éventuellement, bien sûr) ? Et si on

---

[7] Michel FAYOL propose une bonne revue de la question de la conservation dans son ouvrage L'enfant et le nombre, *Delachaux et Niestlé*, 1990.

[8] Arthur J. BAROODY (1991) Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école, in Les Chemins de Nombre, Presses Universitaires de Lille.

accepte que le dénombrement ne soit plus la sacro-sainte procédure visée en Petite Section, on trouve une certaine cohérence dans la construction des procédures pour quantifier, comparer ou construire des équipotences de collections, en fonction de la taille des collections concernées :

- approche approximative, « à la louche », de « grandes » quantités ;
- mise en correspondance terme à terme pour des collections pas trop grandes mais hors la zone de subitizing ;
- reconnaissance globale et exacte de petites quantités dans la zone de subitizing et mémorisation de patterns standards tels que les configurations des doigts, des dés ou des cartes à jouer (non parasitée par le besoin ou l'obligation de compter) ;
- approche progressive du dénombrement en Moyenne et Grande Section, dans des situations où les quantités se situent hors de la zone de subitizing.

Bien sûr, l'apprentissage du comptage (au moins celui de la mémorisation de la suite numérique) se développe en parallèle, principalement dans les familles qui n'attendent pas l'entrée à l'école de leur enfant pour lui faire compter les marches des escaliers ou les noyaux de prunes… et l'ont toujours assuré. Les enfants sont également observateurs des procédures utilisées par les adultes devant eux, parfois ostensiblement. Mais, dans cette conception, le « savoir compter » n'est plus un préalable à la résolution de problèmes numériques.

Dans les deux situations « Boîtes d'œufs » et « Le goûter des poupées » (je n'ai eu le temps de présenter que la première), les enfants sont ainsi amenés à construire une collection équipotente à une collection de référence de douze éléments. Douze, c'est « beaucoup », c'est une quantité volontairement choisie hors de leur capacité de quantification. Ils vont pouvoir approcher cette « grande » quantité progressivement et commencer une quantification en cours de route, sans pour autant être obligés d'associer une désignation, un nombre, à la quantité qu'ils peuvent finalement appréhender : 2 pour certains, 3 ou 4 pour d'autres, 6 parfois, parce que la boîte d'œufs (ou la table du goûter) est organisée en deux rangées de 6. C'est aussi parce qu'une contrainte est imposée par la situation (ne jamais prendre plus de châtaignes ou de bonbons qu'il n'y a de places encore vides) que le remplissage de la boîte amène chaque enfant à prendre conscience des quantités en jeu. C'est enfin parce que plusieurs boîtes identiques devront être ainsi successivement remplies avec les mêmes contraintes que les procédures élaborées s'améliorent et se stabilisent. Bien sûr, en Moyenne Section et en Grande Section d'autres situations doivent être proposées dans le même esprit.

Après six années d'expérimentation, je constate que les enfants qui sont maintenant en Grande Section en ayant vécu cette progression durant trois années comptent très bien, de façon très assurée et souvent au-delà des limites imposées par les IO, sans qu'un entraînement systématique ait été nécessaire pour eux. Par contre, nous n'avons pas hésité à « montrer » à ceux qui en avaient besoin comment améliorer leurs procédures de comptage un par un quand celui-ci avait pris sens, en particulier lorsqu'il s'agit d'un problème de marquage, en séparant les objets déjà comptés de ceux qui ne le sont pas encore : apprendre par la résolution de problèmes ne signifie pas s'enliser dans des difficultés techniques…

L'apprentissage des désignations peut être abordé de la même manière : les mots-nombres sont utilisés dans le désordre[9], selon les besoins des situations et les enfants sont en contact avec les écritures chiffrées qui leur permettent de gérer les « feuilles de route » de plusieurs situations à problèmes multiples ; une bande numérique individuelle et personnalisée leur permet de les décoder seuls. On retrouve ici une démarche assez proche de celles de l'apprentissage de la langue ; comme le dit parfois une enseignante (avec laquelle je travaille depuis longtemps) aux parents un peu surpris par ce manque d'ordre… : est-ce qu'il faut apprendre à dire « bonjour » avant de dire « au revoir », « papa » avant « maman » ?

Conclusion

Sans doute l'école maternelle a-t-elle toujours été ouverte aux changements, toujours en recherche de ce qui pouvait le mieux convenir aux enfants dont elle a la charge, de façon « maternelle », ce qui la rend peut-être plus vigilante à leurs besoins, leurs satisfactions, leur confort, voire leur bonheur… Il me semble qu'elle est aujourd'hui à un tournant de son histoire si elle veut conserver sa spécificité et j'espère que tous les acteurs auront à cœur de l'aider à « bien tourner » !

II – 31 MAI : QUELLE FORMATION DES ENSEIGNANTS POUR ATTEINDRE CES OBJECTIFS ?

Conséquences pour la formation initiale et continue des enseignants.

Comment éviter l'usage intensif des fiches photocopiées, des exercices formels, des rituels redondants ?

Comment engager une recherche de cohérence sur les trois niveaux ?

Comment « découper » les compétences attendues en fin de cycle pour chacune des trois années de l'école maternelle ?

Quelles actions de formation proposer ?

Nous serons amenés à confronter nos points de vue sur le sujet en fonction des différentes positions institutionnelles que nous occupons et des tâches qui en découlent : organisation d'animations pédagogiques, de stages, accueil de jeunes collègues dans les classes, *etc*.

Après un tour de table de présentation, les questions suivantes retiennent l'attention des participants :

- quelles sont les difficultés majeures pour atteindre les objectifs d'apprentissage développés la veille ?
- Quelles stratégies de formation des enseignants ?

[9] Cf Apprentissages numériques et résolution de problèmes, ERMEL 1989 et 2005.

- Le compte-rendu qui suit constitue une trace écrite incomplète des échanges entre les participants et l'animatrice.

Le premier aspect souligné par les participants est que, pour les PE2, leur connaissance de la maternelle est abstraite et leur formation est insuffisante.

Ce qui préoccupe le plus les jeunes enseignants est que les activités proposées sont limitées très souvent à un nombre restreint d'enfants et se pose alors les questions :

- que faire des autres élèves pendant ce temps ?
- Comment mettre en place des activités autonomes qui durent assez longtemps ?

II – 1 Un travail spécifique sur l'organisation de la classe de maternelle paraît indispensable

II – 1.1 État des lieux

Avant chaque conférence ou animation pédagogique, Dominique Valentin écrit au public pour demander :

- de lui envoyer une situation mathématique, mise en place depuis le début de l'année, qui a bien fonctionné ;
- de préciser les difficultés mathématiques rencontrées au cours de l'année.

Les réponses concernent essentiellement les mathématiques dans les activités rituelles et fonctionnelles. Il apparaît **peu d'idées de situations mathématiques vécues au sein d'un atelier principal** pris en charge par l'enseignant.

Comment faire des mathématiques dans le cadre d'une organisation par ateliers de la classe ? Est-ce toujours pertinent ? A quel moment ?

II – 1.2 Éléments de réponse

Il est **nécessaire de se constituer une « banque » d'activités autonomes** pour que le maître puisse se concentrer assez longtemps sur un atelier de recherche (atelier principal) avec un petit groupe d'enfants.

Dominique Valentin pense :

- qu'en **PS et MS**, il est préférable de privilégier **un travail de recherche avec un groupe restreint d'enfants** de façon à faciliter les interactions entre les enfants ;
- par contre, qu'en GS, une **recherche** est tout à fait possible **en grand groupe** et est même très intéressante du point de vue de la transition vers le CP et des possibilités d'interaction collective permettant un débat mathématique.

Exemple : le jeu « LOGIX[10] », jeu d'origine canadienne, proposé en classe entière.

Les trois quarts des élèves se sont appropriés ce jeu plutôt complexe ; il a suffit d'un atelier complémentaire pour que le reste des enfants se l'approprie.

Concernant l'**organisation** des activités mathématiques **en ateliers**, il n'y a donc **pas d'organisation pédagogique figée**. L'essentiel est que les enfants aient compris la tâche à réaliser (une tâche qui ait du sens), qu'ils s'y tiennent, qu'ils apprennent à chercher et à s'évaluer. Ceci leur permettra de cheminer vers l'autonomie.

Intervention d'un participant :
Les ateliers *tournants* que l'on rencontre souvent à la maternelle devraient fonctionner à partir de l'étayage du maître. Ils devraient pouvoir évoluer et non pas être figés à l'année avec les mêmes participants (souvent un élève reste à l'année dans l'atelier dit des « bleus »).
Les activités proposées doivent avoir du sens pour les jeunes enfants.

Réponse de Dominique Valentin :

> L'essentiel est d'être dans la différenciation (ne pas confondre avec la remédiation), chaque enfant a besoin du maître mais de façon différente.
> Il faut faire un vrai travail de formation, en direction des PE2, sur le fonctionnement des classes maternelles.

II – 2 Des tâches complexes doivent être proposées aux élèves

II – 2.1 Etat des lieux

Exemple d'un travail en formation : on analyse une situation mathématique à l'aide d'une vidéo puis on arrête le visionnement après la présentation de l'activité, on demande alors au PE2 :

- que va-t-il se passer maintenant ?
- En combien de temps les enfants vont-ils réussir cette activité ?

En général, ils évaluent le temps de réussite à 20 minutes quand 8 séances sont nécessaires. Ceci montre le décalage entre la représentativité que les PE2 se font des élèves de maternelle et la réalité.

II – 2.2 Éléments de réponse

Il est essentiel de donner aux élèves des tâches complexes (il ne faut pas avoir peur des difficultés). On peut proposer une activité de recherche sur une période relativement longue. L'apprentissage se construit sur la durée.

L'exemple de la situation «EMBOUTEILLAGE[11] » (conçue à partir d'un jeu « Rushhour , a traffic jam puzzle » distribué en France par Eveil et Jeux et Didacto) est

---

[10] Dominique VALENTIN (2005) Découvrir le monde avec les mathématiques (situations pour la grande section), p. 19, *HATIER*.

largement détaillé et Dominique Valentin évoque ensuite les itinéraires d'apprentissage développés dans « Chacun, tous, différemment …. » ouvrage déjà cité.

Cependant les PE2 sont devant deux discours contradictoires : celui du titulaire de la classe et celui de l'INRP ; souvent ils privilégient le premier.

II – 3 Autres points évoqués

Il n'y a pas nécessairement adéquation entre l'activité mise en place et la compétence travaillée.

Il faut donc rechercher une grande cohérence entre les activités proposées et les compétences visées et réfléchir aux tâches qui permettront de construire des connaissances. Il faut garder à l'esprit que l'évaluation doit faire partie de l'activité.

Quelle trace écrite proposer ? Cette question empoisonne l'école maternelle.
Certains IEN essaient de faire évoluer les pratiques de la fiche photocopiée en proposant des photos numériques, des descriptions d'activités faites en classe avec éventuellement la règle du jeu, les compétences travaillées, le résumé des situations mises en place…

En résumé

Que faire en formation avec les PE2 ?

- donner un questionnaire préalable ;
- donner des idées de situations de recherche ;
- analyser une situation de façon approfondie ;
- faire le lien avec les IO (analyse fine), les documents d'accompagnement des programmes ;
- proposer une frise chronologique des apprentissages par champ disciplinaire.

L'atelier a dû malheureusement prendre fin.

Pour ceux qui veulent poursuivre la réflexion, ils peuvent se procurer les ouvrages de Dominique Valentin cités en référence.

BIBLIOGRAPHIE

VALENTIN D. (2005) Découvrir le monde avec les mathématiques (situations pour la grande section), *HATIER, ISBN 22 187 46565.*

VALENTIN D. (2004) Découvrir le monde avec les mathématiques Petites et Moyennes Sections de Maternelle, *HATIER, ISBN 22 187 46557.*

---

[11] Cf. Dominique VALENTIN (2005) Découvrir le monde avec les mathématiques (situations pour la grande section), p. 5, *HATIER.*

LIRE ET ÉCRIRE DES ÉNONCES DE PROBLÈMES ADDITIFS (2) : LE TRAVAIL SUR LA LANGUE

Annie CAMENISCH
Maître de conférences Lettres, IUFM d'Alsace
EA 1339, Marc Bloch, Strasbourg
annie.camenisch@alsace.iufm.fr

Serge PETIT
Professeur de Mathématiques, IUFM d'Alsace
EA 1339, Marc Bloch, Strasbourg
serge.petit@alsace.iufm.fr

Résumé
Les programmes de l'école primaire 2002 prescrivent de développer la maîtrise de la langue notamment dans et à travers les disciplines. Comment peut-on réaliser des apprentissages sur la langue à partir de l'écriture d'énoncés de problèmes additifs ? Quelles démarches mettre en œuvre ? Quels outils mathématiques mettre à disposition des élèves pour améliorer leurs performances en résolution de problèmes de ce type ? Comment permettre aux élèves de s'approprier ces outils ?

Cet atelier constituait un approfondissement de l'atelier présenté lors du colloque de la COPIRELEM à Foix en 2004. Cependant, aucun participant de l'ancien atelier n'étant présent, il s'est avéré indispensable d'étoffer le simple « rappel » prévu sous forme de montage PowerPoint. Nous renvoyons pour cela aux actes du colloque de Foix (Atelier A1) dont la lecture est un préalable nécessaire.

Après une situation de production d'écrit par groupes, il s'agissait d'utiliser ces productions afin de mettre en évidence des faits de langue et de construire des séances d'observation réfléchie de la langue française.

En classe, l'enjeu d'une telle activité n'est pas seulement de réaliser des apprentissages sur la langue, mais aussi mettre en place des dispositifs qui permettent aux élèves de mieux réfléchir au sens que prennent les objets de la langue, grâce à la production d'écrits et à la manipulation, et donc, de mieux interpréter les énoncés de mathématiques qui leur sont proposés afin de mieux les résoudre.

I – PRODUIRE DES ÉNONCÉS SOUS CONTRAINTE

Une situation de production d'énoncés à partir d'un même inducteur permet de mettre en évidence des faits de langue par les transformations nécessaires opérées.

I – 1 Productions

Il s'agit à partir d'une histoire[1] de produire plusieurs énoncés de problèmes en faisant varier l'ordre d'énonciation des différentes périodes et en posant la question à la fin.

I – 1.1 Consignes

Les participants à l'atelier sont répartis en deux groupes qui doivent produire six énoncés de problèmes à partir d'une histoire donnée, en modifiant l'ordre des différentes périodes.

Consigne donnée :

- écrire, en groupes, tous les énoncés de problèmes possibles où la question est énoncée à la fin ;
- relever toutes les transformations opérées sur la langue pour passer de l'histoire à l'énoncé.

Histoire :

- Samedi soir Papy a 27 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit. Dimanche matin, Papy a 35 lapins.

Il s'agit donc de produire les énoncés suivants, en reprenant le système des « drapeaux »[2], explicité dans l'atelier de Foix :

1			?
2			?
3			?
4			?
5			?
6			?

[1] Rappel : dans ce contexte, nous appelons « histoire » une suite d'événements écrits dans l'ordre chronologique.

[2] Rappel : le jeu des couleurs ou « drapeau » permet de mettre en évidence les différentes périodes d'une histoire issue d'un énoncé de problème additif à une transformation. Le bleu renvoie à la situation initiale, le blanc à la transformation et le rouge à la situation finale.

I – 1.2 Productions réalisées

Les productions de chaque groupe peuvent ainsi être globalement mises en regard :

Énoncé 1 :

Gr.A : Samedi soir Papy a 27 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit. Combien en a-t-il dimanche matin ?

Gr.B : Samedi soir papy avait 27 lapins. 8 lapins sont nés dans la nuit. Combien a-t-il de lapins dimanche matin ?

Énoncé 2 :

Gr.A : Samedi soir Papy a 27 lapins. Dimanche matin il en a 35. Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?

Gr.B : Samedi soir papy avait 27 lapins. Dimanche matin il en a 35. Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?

Énoncé 3 :

Gr.A : Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy. Or samedi soir, Papy en avait 27. Combien en a-t-il dimanche matin ?

Gr.B : 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche. Samedi soir papy avait 27 lapins. Combien papy en a-t-il dimanche ?

Énoncé 4 :

Gr.A : Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy. Dimanche matin, Papy a 35 lapins. Combien de lapins papy avait-il samedi soir ?

Gr.B : 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche. Au matin papy a 35 lapins. Combien en avait-il le soir précédent ?

Énoncé 5 :

Gr.A : Dimanche matin, Papy a 35 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit précédente. Combien en avait-il samedi soir ?

Gr.B : Dimanche matin, papy a 35 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit précédente. Combien Papy avait-il de lapins samedi soir ?

Énoncé 6 :

Gr.A : Dimanche matin, Papy a 35 lapins. Samedi soir, il en avait 27. Combien de lapins sont-ils (sic) nés pendant la nuit ?

Gr.B : Dimanche matin papy a 35 lapins. Samedi soir il en avait 27. Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?

I – 1.3 Commentaire des productions

L'ensemble de ces productions conduit à une série de commentaires plus ou moins développés selon les énoncés. On remarque tout d'abord la variété de phrases obtenues à partir d'une même histoire, mais aussi pour un même énoncé.

Le groupe B a choisi d'écrire « papy » avec une minuscule, en se démarquant de l'orthographe donnée. En effet, le groupe a considéré qu'il s'agissait d'un nom commun qui ne nécessitait pas l'usage d'une majuscule. Ce choix mérite certes débat, mais n'appelle pas ici de commentaire particulier.

Une certaine présentation des résultats a été proposée pour faciliter le repérage des transformations : ces dernières ont été notées en regard de chaque phrase des deux énoncés produits. Chaque énoncé a ainsi pu être analysé et commenté par les participants de l'atelier. Les tableaux ci-dessous reprennent strictement leurs commentaires et leurs annotations.

Énoncé 1

Histoire	Samedi soir Papy a 27 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.
A	Samedi soir Papy a 27 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Combien en a-t-il dimanche matin ?
B	Samedi soir papy avait 27 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Combien a-t-il de lapins dimanche matin ?
Transformations	B : temps du verbe		Forme interrogative. Pronom « il » A : position dans la phrase de « dimanche matin » B : rajout de « combien » ; du point d'interrogation, suppression de « papy », inversion du sujet.

Dans la première phrase, le groupe B a mis le verbe à l'imparfait, marquant ainsi l'antériorité par une marque temporelle ainsi plus explicite.

La transformation de la phrase déclarative à une phrase interrogative entraîne une série de modifications dans la dernière phrase. Certaines sont directement liées au type interrogatif : le point d'interrogation, le mot « combien », l'inversion du sujet ou du complément de temps… D'autres sont davantage liées à la dynamique du texte : pronominalisation de papy par « il » ou de « de lapins » par « en ».

Énoncé 2

Histoire	Samedi soir Papy a 27 lapins.	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.
A	Samedi soir Papy a 27 lapins.	Dimanche matin il en a 35.	Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?
B	Samedi soir papy avait 27 lapins.	Dimanche matin il en a 35.	Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?
Transformations	B : temps du verbe	Pronom pour « lapins » « Papy » remplacé par pronom	Forme interrogative. B : rajout de « combien » ; du point d'interrogation.

Hormis la première phrase, les productions sont identiques. La pronominalisation a semblé nécessaire aux deux groupes dans la seconde phrase pour rendre le texte plus harmonieux.

Les modifications entraînées par la transformation en phrase interrogative n'ont plus été spécifiées à ce stade.

Énoncé 3

Histoire	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir Papy a 27 lapins.	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.
A	Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy.	Or, samedi soir Papy en avait 27.	Combien en a-t-il dimanche matin ?
B	8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche.	Samedi soir papy avait 27 lapins.	Combien papy en a-t-il dimanche ?
Transformations	Marque temporelle développée. A : Déplacement de la marque temporelle, précision du lieu.	Temps du verbe.	Forme interrogative. Pronoms « en » et « il ».

L'inversion des périodes 1 et 2 de l'histoire entraîne la nécessité, ressentie par les deux groupes, de transformations importantes dans les deux premières phrases. En effet, l'indication « pendant la nuit » devient insuffisante, puisque l'on ne peut savoir de quelle nuit il s'agit. Un des groupes a aussi voulu, dès la première phrase indiquer le contexte dans lequel se passe l'action (« chez Papy »). Selon ce groupe, une absence de précision ne permet pas forcément de savoir s'il s'agit des mêmes lapins dans la deuxième phrase.

Par ailleurs, l'antériorité du samedi soir doit être nécessairement marquée par le temps du verbe, afin de respecter la cohérence temporelle du texte. Un groupe a estimé utile de rajouter le connecteur « or » dans l'intention de marquer l'importance de cette nouvelle donnée, en corrélation avec la précédente[3].

Énoncé 4

Histoire	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	Samedi soir Papy a 27 lapins.
A	Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy.	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	Combien de lapins Papy avait-il samedi soir ?
B	8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche.	Au matin papy a 35 lapins.	Combien en avait-il le soir précédent ?
Transformations	Marque temporelle développée. A : Déplacement de la marque temporelle, précision du lieu.	B : Indication temporelle.	Forme interrogative. Temps du verbe. A : Ajout de « il » B : Indication temporelle différente, pronominalisation, inversion du sujet.

Dans une volonté de complexification de l'énonciation, le groupe B a estimé que l'indication « au matin » de la deuxième phrase suffisait pour marquer la suite chronologique avec la phrase précédente, et que la précision « dimanche » était devenue superflue. De même, la marque d'antériorité dans la troisième phrase est devenue « le

[3] La conjonction de coordination *or* « introduit une nouvelle donnée qui va se révéler décisive pour la suite des événements ». RIEGEL, PELLAT, RIOUL, *Grammaire méthodique du français*, PUF, 1994, p. 527.

soir précédent », ce qui nécessite, de la part du lecteur, un travail d'inférence, puisqu'il faut comprendre que le soir précédant le matin de dimanche, est samedi, alors que la formulation d'origine donne d'emblée l'information.

Le groupe A a introduit une autre façon de formuler la question, en gardant le sujet « papy » au lieu de le pronominaliser. Mais cela oblige d'utiliser le pronom « il » de reprise dans la phrase interrogative (« papy avait-il »).

L'usage de l'imparfait dans la troisième phrase a été jugé indispensable pour marquer l'antériorité.

Énoncé 5

Histoire	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.	Samedi soir Papy a 27 lapins.
A	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit précédente.	Combien en avait-il samedi soir ?
B	Dimanche matin, papy a 35 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit précédente.	Combien papy avait-il de lapins samedi soir ?
Transformations		Ajout d'un élément temporel.	Forme interrogative. Temps du verbe. A : Pronominalisation, inversion du sujet. B : Ajout de « il » et inversion.

Dans la phrase 2, il s'est avéré nécessaire d'ajouter le terme « précédent » afin de marquer l'antériorité de l'événement. Sans cette précision, l'expression « pendant la nuit » concernerait la nuit suivante, c'est-à-dire la nuit de dimanche à lundi.

Énoncé 6

Histoire	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	Samedi soir Papy a 27 lapins.	8 lapins sont nés pendant la nuit.
A	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	Samedi soir, il en avait 27.	Combien de lapins sont-ils nés pendant la nuit ?
B	Dimanche matin, Papy a 35 lapins.	Samedi soir il en avait 27.	Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?
Transformations		Pronominalisation de *Papy* et de *lapins*. Temps du verbe.	Forme interrogative. A : Ajout de « ils » avec inversion.

Sans l'avoir noté, le groupe A a ajouté une virgule après le marqueur de temps dans la seconde phrase, sans doute par imitation avec la phrase précédente où « dimanche matin » est suivi d'une virgule.

Le groupe A s'est heurté à une difficulté dans la phrase interrogative, ajoutant « ils » en s'inspirant de la structure de la phrase interrogative précédente « papy en avait-il »… avec une hésitation quant à la correction d'une telle expression.

Les commentaires précédents ont donc été énoncés au fil des propositions. Ils ont permis de mettre en relief un certain fonctionnement de la langue et soulèvent des questions qui restent en suspens.

I – 2 Faits de langue marquants

Parmi toutes les transformations relevées, sont apparus certains faits de langues récurrents. Ils concernent d'une part le texte, c'est-à-dire la cohérence entre les différentes phrases avec les modifications des marqueurs temporels et l'utilisation de la pronominalisation, à dessein non employée dans l'histoire de départ. D'autre part, les faits de langue interviennent aussi au niveau de la phrase dans toutes les transformations opérées en passant d'une phrase déclarative à une phrase interrogative.

Tous ces phénomènes apparaissent simultanément, mais on peut tenter de les distinguer les uns des autres pour les identifier précisément.

Les productions réalisées sont donc à nouveau examinées suivant les interrogations qu'ils suscitent, interrogations auxquelles les énoncés produits ne permettent pas toujours de répondre.

I – 2.1 Marqueurs temporels

Il s'avère essentiel de se situer d'abord au niveau textuel et non au niveau de la phrase. En effet, la nécessité du changement des marqueurs dépasse le cadre strict de la phrase et ne se justifie que si l'on tient compte de l'énoncé entier.

Ajout

Pourquoi faut-il modifier des marqueurs temporels en ajoutant des précisions ?

La modification des marqueurs temporels est notamment une conséquence du bouleversement de l'ordre chronologique. Puisque l'ordre des phrases étant différent de l'ordre chronologique, il faut que la langue marque l'antériorité ou la postériorité d'une autre manière.

En effet, tant que le texte commence par la période 1 (en « bleu »), le marquage de l'antériorité ne semble pas forcément nécessaire, même si un groupe estime que cela est plus explicite ainsi (voir énoncés 1 et 2). Cependant, dès que la période 1 (en « bleu ») est énoncée après une autre période, il devient nécessaire de modifier le temps du verbe (voir énoncés 3 à 6).

De même, l'inversion des périodes 2 et 3 (en « blanc » et « rouge ») entraîne des ajouts de marqueurs temporels divers, selon la place des phrases dans le texte. En tête de texte, la période 2 (en « blanc ») nécessite l'ajout d'un complément à *nuit* (voir énoncés 3 et 4). En milieu de texte, un autre complément est nécessaire (voir énoncé 5).

On peut remarquer que les phrases correspondant à la période 3 (en « rouge »), ne sont pas affectées par les ajouts de marqueurs temporels.

Forme

Quels sont les moyens linguistiques pour marquer le temps, c'est-à-dire les moments où les actions se déroulent les unes par rapport aux autres ?

Deux moyens sont essentiellement utilisés pour marquer le temps dans un énoncé : l'un est porté par le verbe, l'autre est indiqué par un complément de phrase.

Dans le verbe

L'imparfait est ici le moyen employé de marquer l'antériorité de la période 1 sur les autres. Il n'affecte ici que les verbes des phrases de la période 1 (en « bleu »).

Peut-on utiliser d'autres temps verbaux pour marquer les différentes périodes des phrases ?

Dans le complément de phrase [4]

Un autre moyen de marquer la temporalité s'effectue à l'intérieur du complément de phrase par l'ajout d'une précision.

Histoire : Samedi soir Papy a 27 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit. Dimanche matin, Papy a 35 lapins.

Énoncé 3B : 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche. Samedi soir papy avait 27 lapins. Combien papy en a-t-il dimanche ?

Énoncé 5A : Dimanche matin, Papy a 35 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit précédente. Combien en avait-il samedi soir ?

Les éléments rajoutés sont des expansions au nom *nuit* : le complément du nom *de samedi à dimanche*, ou l'adjectif « épithète » *précédente*.

Place dans la phrase

Où se situe le marqueur temporel ? Peut-on le déplacer à l'intérieur d'une phrase ?

On peut constater que les marqueurs temporels qui portent sur le complément de phrase sont situés soit en début de phrase :

Dimanche matin, Papy a 35 lapins. (dans les premières et deuxièmes phrases de tous les énoncés)

Samedi soir, il en avait 27. (dans les premières et deuxièmes phrases de tous les énoncés)

Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy. (énoncés 3 et 4 A)

soit en fin de phrase :

8 lapins sont nés pendant la nuit. (premières et deuxièmes phrases des autres énoncés)

8 lapins sont nés pendant la nuit précédente. (énoncé 5)

---

[4] Un complément de phrase est un élément « facultatif » de la phrase : on peut le déplacer ou le supprimer sans nuire à la grammaticalité de la phrase. Cependant, au niveau du texte, on ne peut les supprimer sans nuire à la compréhension, et le déplacement peut avoir des effets particuliers au niveau de l'énonciation. **Il est donc essentiel de se situer constamment au niveau du texte et de ne pas se contenter d'isoler une phrase de son contexte d'énonciation qui est celui d'un énoncé de problème**.

8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche. (énoncé 3 et 4 B)

Combien a-t-il de lapins dimanche matin ? (dans toutes les phrases interrogatives quelle que soit la période concernée)

Le déplacement du marqueur temporel en tête ou en fin de phrase est toujours possible, même dans les phrases interrogatives. Cependant, dans certains cas, l'expression, si elle reste française, semble moins naturelle, ou marque un effet particulier d'insistance.

Dimanche matin, combien a-t-il de lapins ?

Dans toutes les phrases interrogatives, les marqueurs temporels ont été « naturellement » placés en fin de phrase.

I – 2.2 Pronominalisation

Substitution

Quand utiliser un pronom ? Quel groupe nominal remplace un pronom[5] ?

Dans l'ensemble des énoncés produits, deux types de pronominalisation ont été utilisés :

Histoire : Samedi soir Papy a 27 lapins. 8 lapins sont nés pendant la nuit. Dimanche matin, Papy a 35 lapins.

Énoncé 1B : Samedi soir papy avait 27 lapins. 8 lapins sont nés dans la nuit. Combien a-t-il de lapins dimanche matin ?

Énoncé 3A : Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy. Or samedi soir, Papy en avait 27. Combien en a-t-il dimanche matin ?

On peut d'abord constater que la substitution n'intervient qu'à partir des deuxièmes phrases des énoncés et qu'elle n'est pas systématique. Elle est cependant possible et permet d'éviter une répétition. En comparant les phrases de l'histoire aux mêmes phrases des énoncés, on peut mettre en évidence les substitutions qui ont eu lieu. Ainsi, « il » représente « Papy », et « en » remplace « lapins ». Cependant, c'est dans le même énoncé, dans une phrase précédente, qu'il faut chercher le référent du pronom utilisé. Les élèves éprouvent parfois des difficultés à réaliser cette opération, notamment lorsque ce pronom est peu connu comme « en ».

Forme

Quels pronoms utiliser ? Pourquoi ?

Le travail sur la substitution a déjà permis d'identifier deux formes de pronoms. Il reste à s'interroger sur les variantes possibles et sur la raison de ces différents emplois. Le corpus utilisé ne permet pas de donner toutes les réponses à ces questions, simplement de soulever des hypothèses : « il » est un pronom sujet variable en genre et en nombre ; « en » est un pronom complément invariable.

---

[5] Phrase à comprendre dans les deux sens…

Place dans la phrase

Où sont placés les pronoms ?

En examinant les énoncés produits, on remarque que les pronoms ont des places diverses selon le type de pronom et selon le type de phrase.

Énoncé 2B : Samedi soir papy avait 27 lapins. Dimanche matin il en a 35. Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?

Énoncé 3A : Pendant la nuit de samedi à dimanche, 8 lapins sont nés chez Papy. Or samedi soir, Papy en avait 27. Combien en a-t-il dimanche matin ?

Énoncé 4B : 8 lapins sont nés pendant la nuit de samedi à dimanche. Au matin papy a 35 lapins. Combien en avait-il le soir précédent ?

Ainsi le pronom « il » est placé avant le verbe dans toutes les phrases déclaratives, et après le verbe dans toutes les phrases interrogatives. Par contre, le pronom « en » est toujours placé juste avant le verbe, quel que soit le type de phrase, s'intercalant entre le pronom « il » et le verbe dans les phrases déclaratives.

I – 2.3 Phrase interrogative

Le travail de formulation d'un énoncé motive l'élève à travailler sur le passage d'une phrase déclarative en une phrase de type interrogatif[6].

Ajout

Histoire : Dimanche matin, Papy a 35 lapins.

Question (énoncé 1) : Combien a-t-il de lapins dimanche matin ?

Histoire : Samedi soir, Papy a 27 lapins.

Question (énoncé 4) : Combien de lapins Papy avait-il samedi soir ?

En comparant la phrase déclarative avec des phrases interrogatives, on peut constater que dans certains cas, on a ajouté un « t » entre deux tirets.

Par ailleurs, en plus du sujet exprimé « Papy » apparaît un pronom « il » dans la phrase interrogative. La suppression de ce pronom n'est pas possible :

*Combien de lapins Papy avait samedi soir ?[7]

L'usage de ce pronom n'apparaissait pas comme évident aux participants de l'atelier, ce qui a conduit à une hésitation quant à l'emploi de « ils », comme cela a été le cas pour l'énoncé 6 :

Histoire : 8 lapins sont nés pendant la nuit.

---

[6] Il s'agit d'une phrase interrogative dite « partielle » (par opposition à la phrase interrogative « totale »), utilisant un mot interrogatif sur lequel porte l'objet de la question, et nécessitant une réponse autre que « oui » ou « non ».

[7] L'astérisque indique que la phrase n'est pas grammaticalement correcte.

A : *Combien de lapins sont-ils nés pendant la nuit ?

B : Combien de lapins sont nés pendant la nuit ?

Quand et pourquoi utiliser ce « t » ? ce « il(s) » ?

Substitution

Quel mot remplace « combien » dans la phrase déclarative ?

Les participants au stage ont indiqué que lorsqu'on passe à une phrase interrogative, on ajoute le mot interrogatif « combien ». Or lorsque l'on compare histoire et énoncé, on constate qu'il s'agit moins d'un ajout que d'une substitution.

Histoire : Samedi soir, Papy a 37 lapins.

Énoncé 4A : Combien de lapins Papy avait-il samedi soir ?

En repérant les mots communs aux deux phrases, on peut objectivement remarquer que « combien de » et « 37 » sont placés avant le mot « lapins » et en conclure que le nombre recherché est remplacé par « combien de ».

Place dans la phrase

Où sont placés les mots dans la phrase interrogative ? Quels mots changent de place par rapport à la phrase déclarative ?

Énoncé 6A : Samedi soir, il en avait 27.

Énoncé 5A : Combien en avait-il samedi soir ?

On peut remarquer que « combien » est placé en tête de phrase et que le pronom sujet « il » se trouve après le verbe. Enfin, le marqueur temporel « samedi soir » se retrouve en fin de phrase. Dans un registre de langue familier on peut pourtant trouver les variantes suivantes[8], rétablissant l'organisation de la phrase déclarative :

Il en avait combien samedi soir ?

ou

Combien il en avait samedi soir ?

Ces dernières productions appartiennent au langage oral, souvent utilisé par les élèves à l'écrit. Un des apprentissages consiste donc justement à différencier ce langage oral du langage spécifiquement écrit qui utilise des tournures particulières.

---

[8] Certaines productions sont néanmoins exclues, comme par exemple : *En avait-il combien samedi soir ?

I – 3 Analyse de productions

L'examen attentif des productions vise donc à soulever un questionnement sur la langue, à commencer à chercher des éléments de réponse, ou à soulever des problèmes qui ne peuvent pas être immédiatement résolus.

I – 3.1 Intérêts

Cette activité d'analyse de productions, qui fait partie intégrante d'une démarche de production d'écrits, révèle plusieurs intérêts.

Ainsi, elle favorise la **mise en évidence de faits grammaticaux** et centre l'attention sur la langue.

Elle fait émerger une série de **questions qui concernent la langue** et son fonctionnement et contribue à éveiller la curiosité des élèves à ce sujet. Ces questions peuvent apparaître *a priori* mais aussi *a posteriori* après examen des productions.

Elle révèle **les compétences des élèves**, de manière différenciée, par la confrontation de leurs productions, mais aussi et surtout de leurs manques et leurs difficultés tant au niveau des savoirs sur la langue, que des savoir-faire dans l'activité d'écriture. Le dispositif révèle ce que les élèves ignorent et ce qu'ils ne maîtrisent pas encore complètement. Il s'agit donc d'une évaluation diagnostique de leurs compétences.

I – 3.2 Moyens

Pour être efficace, l'analyse doit s'appuyer sur la comparaison des différentes productions des élèves entre elles, et avec les phrases de l'histoire. Ceci permet à la fois de comparer les transformations opérées en passant de l'histoire à l'énoncé, que de comparer différentes formulations, correctes ou non. Pour l'instant, il ne s'agit pas de valider encore moins d'évaluer les productions réalisées par les élèves, mais de soulever des problèmes liés à l'usage de la langue par confrontation entre les productions.

Il n'est pas nécessaire de retenir toutes les productions mais il convient plutôt de faire un choix qui rende la comparaison pertinente en fonction du fait grammatical à mettre en évidence. **Certaines erreurs des productions doivent alors être neutralisées afin de ne pas parasiter les faits linguistiques essentiels,** par exemple l'orthographe…

Pour que cet apprentissage porte ses fruits au niveau de la lecture et de la compréhension des énoncés de problème, il faut cibler des faits de langue caractéristiques de ce type d'écrit qui risquent de former un obstacle à la compréhension. En fait, c'est en explicitant au maximum le fonctionnement de la langue, que les élèves peuvent être à même de mieux comprendre la langue et sa portée sur la construction du sens.

Il s'agit donc de porter l'attention sur des faits de langue, marquants et de s'intéresser à un aspect ciblé concernant la langue, ce qui équivaut à isoler le fonctionnement d'un seul niveau, même s'il interfère avec d'autres niveaux et sans pour autant les séparer artificiellement.

Ainsi, le point de vue adopté portera soit sur :

- le sens (ou sémantique) ;
- le fonctionnement dans la phrase ou les groupes syntaxiques (ou syntaxe) ;
- la forme des mots (ou morphologie) ;
- les chaînes d'accords (ou morphosyntaxe).

Enfin, la façon d'observer la langue s'inspire directement des prescriptions des programmes 2002 pour l'observation réfléchie de la langue. En effet, il s'agit d'observer les transformations opérées en passant de l'histoire à l'énoncé en se focalisant sur :

- les ajouts ou retraits ;
- les substitutions ;
- les déplacements dans la phrase.

Ce qui donne le tableau récapitulatif suivant concernant les faits de langue observés :

	Marqueurs temporels	Pronominalisation	Phrase interrogative
Sémantique	**Ajout :** Pourquoi ajouter ou modifier des marqueurs temporels ?	**Substitution** : Quand utiliser un pronom ? Quel GN remplace un pronom ?	**Substitution** : Quel est le sens de combien » ?
Syntaxe	**Place :** Où se situe le marqueur temporel ? Peut-on le déplacer ?	**Place :** Où sont placés les pronoms ?	**Place** : où sont placés les mots dans la phrase ? **Ajout** : Quand ajoute-t-on « il » ou « -t- » ?
Morphologie	Quels sont les moyens pour marquer le temps ?	Quels pronoms utiliser ?	
Morphosyntaxe			

Les cases concernant la morphosyntaxe sont restées libres, car il n'y a eu aucune observation à ce sujet, mais les problèmes d'accords pourraient fort bien apparaître dans des productions d'élèves, concernant les accords des pronoms dans la phrase ou le texte, des accords spécifiques à l'usage de « combien »…

Cette analyse de productions permet donc de retenir un certain nombre d'objectifs d'apprentissage dans le domaine de la langue.

I – 3.3 Limites

Cette pratique d'analyse de production a des limites en ce qui concerne son utilisation en vue d'une observation réfléchie de la langue. En effet, contrairement aux productions des participants au stage, celles des élèves contiendront des erreurs, reflets de leurs difficultés ou de leurs manques. Par ailleurs, les productions risquent d'être « pauvres », sans variété au niveau des types de phrases.

Les participants à l'atelier ont remarqué que la formulation choisie dans l'histoire pouvait fort bien inhiber les compétences des élèves et notamment l'emploi de la pronominalisation. Comme cette dernière n'apparaît pas dans les phrases de départ, les élèves seraient tentés de ne pas l'employer (effet de type « contrat didactique »), alors que dans une autre situation de production ils l'auraient peut-être employée spontanément.

Les limites de cette analyse de production conduisent tout naturellement à un autre dispositif, apte à construire des savoirs sur la langue, susceptibles de devenir des compétences d'écriture et de lecture.

Il convient donc de confronter les productions des élèves, en particulier celles qui contiennent des erreurs ou un niveau de langue inadapté, à des énoncés plus « académiques » tels qu'on peut les trouver dans les manuels scolaires.

II – OBSERVER LE FONCTIONNEMENT DE LA LANGUE

La démarche globale consiste à proposer un corpus de textes dits « d'experts », produits par l'enseignant ou récoltés dans des manuels, à observer de manière active et de :

- comparer en classant des phrases, des textes ;
- constater des transformations en manipulant la langue par ajouts, déplacements, substitutions.

« L'observation réfléchie de la langue française conduit les élèves à examiner des productions écrites comme des objets qu'on peut décrire, et dont on peut définir les caractéristiques. Ils comparent des éléments linguistiques divers (textes, phrases, mots, sons, graphies...) pour en dégager de façon précise les ressemblances et les différences.[…]
Les connaissances acquises dans les séquences consacrées à la grammaire sont essentiellement réinvesties dans les projets d'écriture (quel que soit l'enseignement concerné). Ceux-ci peuvent servir de supports à de nouvelles observations des phénomènes lexicaux, morphosyntaxiques, syntaxiques ou orthographiques. La familiarisation acquise avec les structures de la langue permet aussi de résoudre certains problèmes de compréhension face à des textes plus complexes.
Pour faciliter cette observation, quelques techniques d'exploration du langage doivent être régulièrement utilisées :
- classer (des textes, des phrases, des mots, des graphies) en justifiant les classements réalisés par des indices précis,
- manipuler des unités linguistiques (mots, phrases, textes), c'est-à-dire savoir effectuer certaines opérations de déplacement, remplacement, expansion, réduction d'où apparaîtront des ressemblances et différences entre les objets étudiés. »
Programmes de l'école primaire, cycle 3, BO hors série n°1 du 14 février 2002, p.74-75.

Afin d'illustrer cette démarche, l'atelier s'est poursuivi avec le double objectif de cerner mieux le type de phrase interrogative que l'élève aurait à produire et de cibler des apprentissages à mener.

II – 1 Proposer un nouveau corpus

Le corpus proposé aux élèves pour observer le fonctionnement de la langue doit être composé de textes connus des élèves afin qu'ils ne soient pas confrontés à des difficultés de lecture inattendues et qu'ils puissent concentrer leur attention sur la langue.

Il s'agit donc d'énoncés déjà rencontrés en classe, résolus collectivement ou individuellement dans une autre situation ou avec des données numériques différentes.

Puisque l'objectif annoncé est de travailler les types de phrases interrogatives dans les énoncés de problème, il convient de choisir les énoncés en fonction des objectifs d'apprentissage fixés.

A.	Dans l'après-midi de jeudi, la température extérieure était de 19 degrés. La température a augmenté de 7 degrés entre le matin et l'après-midi de ce jour. Quelle température faisait-il ce jeudi matin ?
B.	Pierre sort de l'ascenseur au 27^e^ étage après être monté de 14 étages. A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ?
C.	La voiture de papa a consommé 18 litres d'essence pendant un trajet. Avant de partir, papa avait 35 litres d'essence dans son réservoir. Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?
D.	Après avoir fait ses petits gâteaux, mamy a 7 œufs. Elle avait 24 œufs avant de faire la pâtisserie. Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?
E.	Pendant la nuit de lundi à mardi, la température dans la cour de l'école a baissé de 5 degrés. Mardi matin, la température est de 12 degrés. Quelle était la température lundi soir ?
F.	78 coureurs sont présents à l'arrivée de la course. 25 coureurs ont abandonnés. Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?
G.	Pendant la récréation, Carole a joué aux billes et a perdu 7 billes. Avant la récréation, elle avait 15 billes. Combien a-t-elle de billes après la récréation ?
H.	A l'arrêt de la Mairie, 5 personnes descendent d'un bus. Après l'arrêt le même bus transporte 12 personnes. Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?
I.	Papa avait 46 €. Maintenant il en a 28. Combien a-t-il dépensé ?

Même s'il ne s'agit que de travailler sur les phrases interrogatives, il est essentiel de prendre en compte des énoncés authentiques, c'est-à-dire qui ont été ou peuvent être résolus, qu'ils soient tirés d'un manuel ou fabriqués par le maître, et **entiers**, afin de tenir compte des phénomènes liés au texte.

II – 2 Classer des phrases

Dans un premier temps, il est nécessaire d'isoler les phrases interrogatives et de centrer l'attention sur un fait de langue particulier. Pour faire cela, nous avons proposé à chaque groupe de recopier chaque phrase interrogative de ces énoncés sur une feuille A4.

Des avantages de la copie dans la classe : une telle activité d'écriture préalable est nécessaire parce qu'elle oblige les élèves à mobiliser des compétences de lecture active et de définir d'emblée un critère pour reconnaître la phrase interrogative. Enfin, un objectif secondaire réside dans l'activité de copie, trop souvent négligée en classe, qui contraint l'élève à soigner son écriture afin d'être lisible, d'adapter l'outil scripteur au support, et de respecter l'orthographe du modèle, ce qui doit être une exigence exprimée, et vérifiée par tous les membres du groupe dans un souci permanent d'attention à l'orthographe.

Un classement des phrases ainsi obtenues doit mettre en évidence un fait de langue susceptible de permettre un apprentissage ciblé sur la langue.

Consigne :

- classer ces phrases par ressemblance en précisant le critère de classement.

Plusieurs classements apparaissent ainsi selon le point de vue choisi.

Exemple 1 :

Présence de -t-	Absence de -t-
A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ? Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ? Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ? Combien a-t-elle de billes après la récréation ? Combien a-t-il dépensé ?	Quelle température faisait-il ce jeudi matin ? Quelle était la température lundi soir ? Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ? Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Exemple 2 :

Combien	Quel, quelle…
Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ? Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ? Combien a-t-elle de billes après la récréation ? Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ? Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ? Combien a-t-il dépensé ?	A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ? Quelle température faisait-il ce jeudi matin ? Quelle était la température lundi soir ?

Ces classements permettent d'observer et de comparer les similitudes dans le fonctionnement de la langue.

Ainsi, dans l'exemple 1, on peut, en observant l'entourage de « -t- » comprendre l'usage et l'orthographe (entre deux tirets) de ce « t » dit euphonique.

L'exemple 2 permet plutôt d'isoler deux types de phrases interrogatives, très courantes dans les énoncés de problèmes, à savoir les phrases qui commencent par « combien » et celles dont le mot interrogatif est formé de « quel ». On peut à ce niveau avancer une hypothèse orthographique, à savoir que « combien » est un mot invariable, et « quel » un mot variable, c'est-à-dire qui change de forme selon le genre et le nombre.

Suivant l'objectif d'apprentissage, l'observation se fera selon un autre point de vue et le classement peut s'affiner jusqu'à ce que l'on puisse en tirer une régularité de fonctionnement, éclairant l'orthographe ou la compréhension.

Si l'on reprend l'exemple 2, on peut, par exemple, poursuivre l'observation en se focalisant sur la morphologie de « quel », et donc sur son orthographe, puis sur les règles d'accord qui régissent les différentes formes.

On peut aussi s'interroger sur la syntaxe et se demander comment on peut construire des phrases avec « quel ».

Exemple 3

« Quel » suivi d'un nom	« Quel » suivi d'un verbe…
A quel étage a-t-il pris l'ascenseur ? Quelle température faisait-il ce jeudi matin ?	Quelle était la température lundi soir ?

Un tel classement peut s'avérer intéressant non seulement du point de vue purement syntaxique et grammatical, mais aussi par la réflexion sur le sens qu'il induit.

Le même type de classement a été proposé pour « combien ». Mais on se heurte alors à une difficulté de classement pour certaines phrases :

Exemple 4

« combien » suivi de nom	« combien » suivi de verbe	cas particulier
Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?	Combien a-t-elle de billes après la récréation ?	Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?
Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?	Combien a-t-il dépensé ?	Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

L'activité de classement montre ici ses limites car elle ne permet pas de trouver une caractéristique commune aux phrases de la dernière colonne. Une autre « technique opératoire » est donc utilisée pour affiner l'observation de la langue.

II – 3 Manipuler des phrases

La manipulation consiste à regrouper, déplacer, remplacer des groupes syntaxiques afin de pouvoir classer les phrases commençant par « combien ».

Consigne :

- Découpez les phrases interrogatives des énoncés C, D, F, G, H, I en groupes syntaxiques.

Le repérage des « groupes syntaxiques » est une compétence mise en œuvre dès le cycle 2 :

« Il faut aussi que le lecteur construire des représentations successives de ce qu'il lit et les article entre elles. cela suppose que l'on découpe dans le texte des ensembles cohérents d'information […] » *Programmes d'enseignement de l'école primaire,* 2002, BO N°1 du 14 février 2002, p. 47.

Mais cette compétence est toujours travaillée au cycle 3 :

« En ce qui concerne la reconnaissance des structures syntaxiques des phrases lues, la première difficulté, pour le lecteur, est de bien segmenter la phrase et de retrouver les grandes unités fonctionnelles de celle-ci. Cela ne passa pas par une analyse grammaticale explicite, mais suppose une conscience de la phrase, longue à acquérir. […] La conscience de la cohésion du groupe syntaxique est le ressort de ce travail. On peut utilement appeler l'attention de l'élève sur l'impossibilité de certains regroupements (si « le train », « le train roule » sont des groupements possibles, « le train roule dans » n'en est pas un ; à l'inverse « dans la nuit » est un groupement possible). On peut faire effectuer ces segmentations en lecture silencieuse en demandant de trouver un trait après chaque « paquet de mots qui vont ensemble » ou en lecture oralisée. Plusieurs solutions sont chaque fois possibles (les empans de lecture sont plus ou moins grands selon la difficulté du texte). L'objectif est de consolider le sentiment de cohésion syntaxique et non de retrouver les constituants immédiats de la phrase. » Documents d'application des programmes, *Littérature, Cycle 3,* « Ateliers de lecture », p. 62.

Le découpage effectif des phrases en groupes syntaxiques contraint à des choix et permet des manipulations réelles des groupes syntaxiques dans la phrase, pour une comparaison plus fine des phrases.

Ainsi, les découpages suivants sont proposés par les groupes :

Combien de litres a-t-il à la fin du trajet ?

Combien de personnes le bus transportait-il avant l'arrêt ?

Combien a-t-elle de billes après la récréation ?

Combien a-t-il dépensé ?

Combien y avait-il de coureurs au départ de la course ?

Deux propositions sont données pour la phrase suivante :

Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ? Ou

Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?

Plusieurs problèmes peuvent être abordés grâce à ces découpages :

Ainsi, le « y » est identifié comme faisant partie de « y avait-il » où l'on peut retrouver le présentatif « il y a » à l'imparfait.

Le cas du « en » a été objet de discussion. En classe, il est souvent difficile d'identifier le rôle de pronom de ce mot. Revenir au corpus de productions d'élèves permet de trouver une solution. Ainsi, nous l'avons vu, la comparaison entre les deux phrases interrogatives de l'énoncé 4, permet de trouver que « en » remplace « de lapins ».

Le texte de l'énoncé du second corpus montre que « en » représente des « œufs » :

Après avoir fait ses petits gâteaux, mamy a 7 œufs. Elle avait 24 œufs avant de faire la pâtisserie. Combien en a-t-elle utilisés pour faire les petits gâteaux ?

Il est donc possible de réaliser la substitution suivante :

Combien en a-t-elle utilisés ?

Combien d'œufs a-t-elle utilisés ?

A ce stade, certains participants au stage remarquent que l'on peut déplacer le groupe « d'œufs » :

Combien a-t-elle utilisé d'œufs ?

Ce constat conduit à réexaminer le corpus pour voir si ce groupe est toujours déplaçable. Le matériel étant affiché au tableau, le déplacement se réalise facilement :

1. Combien de billes a-t-elle après la récréation ?
2. Combien de coureurs y avait-il au départ de la course ?
3. Combien a-t-il de litres à la fin du trajet ?
4. Combien le bus transportait-il de personnes avant l'arrêt ?

Ces manipulations constituent un pas vers l'abstraction, parce que sous tous ces exemples, on peut retenir une structure commune avec un élément déplaçable avant ou après le groupe constitué par le verbe et le sujet.

Combien de [variable] [verbe/sujet] [marqueur temporel] ?

Combien [verbe/sujet] de [variable] [marqueur temporel] ?

Si l'on rajoute la pronominalisation, on peut donc retenir trois formulations possibles pour une même phrase, par remplacement ou déplacement d'éléments. Ce constat est essentiel, pour plusieurs raisons :

- il évite d'enfermer les élèves dans des automatismes simplistes du type « suivi de nom », « suivi de verbe » qui n'est que partiellement opérant, mais il les contraint à mener une véritable activité réflexive et à analyser finement le fonctionnement de la langue ;

- il donne aux élèves des moyens de rédaction différents avec une place variable du groupe qui complète « combien » ou l'utilisation du pronom « en » ;

- il permet aux élèves de mieux relier le mot « combien » à son complément, qui correspond justement au nombre qui est recherché en mathématiques. En effet, s'il est relativement facile de le trouver s'il suit directement « combien », il devient déjà plus difficilement repérable s'il en est séparé par le groupe sujet/verbe, d'autant plus si celui-ci est composé d'un groupe nominal comme dans la phrase 4 ci-dessus.

Une seule phrase se démarque, qui ne contient aucune expression qui complète « combien ».

Combien a-t-il dépensé ?

Une autre série d'observations, que nous n'avons pas eu le temps de mener, avec un corpus plus étendu, permettrait de découvrir cette autre structure de phrase commençant par « combien ».

II – 4 Réaliser des apprentissages

Tous ces classements et ces manipulations conduisent à des apprentissages portant sur la langue ou, de manière plus indirecte, sur les mathématiques.

II – 4.1 Des apprentissages sur la langue

Un objectif linguistique pourrait être de distinguer deux fonctionnements différents du même mot « combien ». En poursuivant l'analyse, notamment en mettant en regard les phrases interrogatives et déclaratives correspondantes, on peut mettre en relation le fonctionnement de « combien » avec celui des déterminants d'une part, celui des pronoms de l'autre.

Combien de lapins a-t-il dimanche matin ?

Dimanche matin, Papy a 35 lapins.

Papy a des lapins.

Papy a mes lapins.

En procédant par substitution, on peut remarquer que « 35 » répond à la question « combien de ». « 35 » peut lui-même être remplacé par un autre déterminant. Ils fonctionnent donc de la même façon[9].

> « Combien de » peut être considéré comme un « déterminant interrogatif » au même titre que « quel »
> Il entre en correspondance avec un « déterminant quantifiant ».
> « Le déterminant quantifiant donne
> - devant un nom comptable, une indication de nombre ;
> - devant un nom non comptable, une indication de mesure. »
>
> Eric GENEVAY, *Ouvrir la grammaire*, Éditions LEP, 1994.

Combien a-t-il dépensé ?

Il a dépensé 18 euros.

* Il a dépensé 18.

* Il a dépensé des.

Il a dépensé des euros.

Il a dépensé de l'argent.

La substitution permet aussi de comprendre que c'est « 18 euros » et non « 18 » tout seul qui répond à la question « combien », qu'il est nécessaire de préciser. « 18 euros » ne peut être remplacé par un déterminant, mais par un groupe nominal. « combien » fonctionne donc comme un GN, et s'assimile alors au fonctionnement d'un pronom.

II – 4.2 Des apprentissages sur les mathématiques

Les apprentissages ne portent pas directement sur les objets mathématiques, mais sur les compétences de lecture mises en œuvre dans la compréhension d'un énoncé de problème. Nous pensons en effet que toutes ces manipulations sont propices à une véritable réflexion de l'élève sur la nature de ce qu'il doit chercher dans un tel type d'énoncés. Elles contribuent aussi à fournir des pistes sur la manière de chercher (par exemple sur le rétablissement de la chronologie) Il s'agit pour l'élève de ne plus se laisser piéger par la structure de surface de la langue, mais d'en extraire le sens profond.

III – UTILISER UN OUTIL MATHÉMATIQUE

Comme il est indiqué plus haut, la phase de rappel concernant la mise en place de ce dispositif de travail en classes et le travail réalisé à Foix a été plus longue que prévu, ne laissant guère de place à un retour vers les mathématiques.

Le travail réalisé au niveau de la langue, notamment celui portant sur l'expression de la chronologie, que l'énonciation ne suit pas nécessairement, semble permettre aux élèves de mieux rétablir celle-ci à partir d'un énoncé quelconque ; condition nécessaire à une bonne représentation du problème et donc à sa résolution correcte.

[9] Dans ce travail par substitution qui porte sur l'axe dit « paradigmatique », on s'intéresse à la grammaticalité de la phrase produite pour mettre en évidence un fonctionnement commun aux éléments substitués.

Un outil mathématique concernant un type de représentation possible a été mis au point et expérimenté en classes. Ce point devait être abordé pendant l'atelier. Il ne l'a pas été mais le sera peut-être lors d'une communication ultérieure.

Des situations d'écriture d'énoncés de problèmes peuvent ainsi devenir propices à des apprentissages portant à la fois sur l'écriture et sur la langue. Les démarches actives mises en œuvre visent à développer une véritable réflexion sur la langue par l'intermédiaire des classements et des manipulations. Une hypothèse reste cependant à vérifier : la prise de conscience des normes particulières du type d'écrit « énoncé de problème » permet-elle effectivement de mieux en maîtriser la lecture et la compréhension afin d'entrer dans un domaine exclusivement mathématique ?

BIBLIOGRAPHIE

CAMENISCH A., PETIT S. (2004) *Lire et écrire des énoncés de problème*, in Actes du XXXI[e] Colloque COPIRELEM, IREM de Toulouse.

CAMENISCH A., PETIT S. (2005) *Lire et écrire des énoncés de problème*, Bulletin de l'APMEP, **456**, 7-20.

TRAVAILLER LE RAISONNEMENT, L'ARGUMENTATION ET LA PREUVE EN PLAÇANT LES ÉLÈVES EN SITUATION DE RECHERCHE

Virginie DELOUSTAL-JORRAND
Maître de conférences, IUFM d'Alsace
Équipe CNAM, Laboratoire Leibniz, Grenoble
ERTé Maths à Modeler
virginie.deloustal-jorrand@alsace.iufm.fr

Résumé
Nous proposons, dans cet atelier, une réflexion basée sur des séances de recherche qui ont été testées dans des classes de cycle 3 (et de collège). Nous voulons montrer comment en manipulant des objets simples et faciles d'accès, on peut travailler le raisonnement et la preuve. Les débats entre les groupes et l'apprentissage d'un « esprit critique scientifique » permettant de faire évoluer les conceptions des élèves sur la preuve. L'atelier s'appuie sur une *Situation-Recherche* de pavages de polyminos, d'autres *Situations-Recherche* ont été proposées aux participants en fin d'atelier.

Cet atelier s'appuie sur une recherche menée depuis de nombreuses années au sein de l'équipe CNAM du laboratoire Leibniz de Grenoble. L'ERTé (Equipe Recherche Technologie éducation) *Maths à Modeler* a d'ailleurs été montée autour de l'équipe CNAM et du projet des *Situations-Recherche*. Ce type de situations, étudié théoriquement par cette ERTé fonctionnait déjà depuis longtemps dans les ateliers MATh en JEANS (Audin & Duchet, 1992).

L'équipe CNAM du laboratoire Leibniz regroupe à la fois des chercheurs en didactique des mathématiques et des chercheurs en mathématiques discrètes. Cette double compétence nous permet de concevoir des situations issues de la recherche en mathématiques discrètes, mettant en jeu des notions faciles d'accès comme les pavages par exemple et qui permettent l'apprentissage de savoirs mathématiques « transversaux » tels que les conjectures, l'expérimentation, les contre-exemples, la modélisation, la définition, l'implication, l'argumentation, la preuve…

Il s'agit, dans cet atelier, de présenter comment l'utilisation de ces *Situations-Recherche* en formation des professeurs des écoles peut permettre dans un premier temps, l'apprentissage ou au moins la consolidation de ces savoirs mathématiques « transversaux » par les professeurs, avant de leur montrer, dans un deuxième temps, comment utiliser ces situations dans leur propre classe.

Pour cela, les participants ont été confrontés à la situation de pavage des polyminos avant que l'animatrice ne présente ses résultats et les difficultés auxquelles elle est confrontée en formation initiale ou continue des professeurs des écoles.

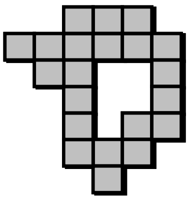
I – LA SITUATION « PAVAGES DE POLYMINOS »

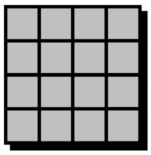
Nous présentons ici la situation donnée lors de l'atelier et que nous utilisons fréquemment en formation des PE et des PLC. Cette situation est ancienne et a été présentée plusieurs fois, on pourra notamment se référer aux textes de Grenier & Payan (2002 et 1998). Cependant, cette situation nous paraît particulièrement bien appropriée à la formation des professeurs car elle permet, en un temps relativement court, d'avoir une vue d'ensemble de ce qui peut se passer dans une classe de primaire ou de collège. Cette situation permet d'obtenir des résultats nombreux et variés dans un temps raisonnable (entre 1h et 2h) contrairement à d'autres situations qui demandent plus de temps.

I – 1 Présentation

Voici quelques définitions que nous donnons aux professeurs des écoles en débutant la séance tout en insistant bien sur le fait qu'elles ne sont pas imposées aux élèves de primaire qui travaillent, eux, au moins au début, sur des jeux matériels.

Un *polymino* est un assemblage connexe (c'est-à-dire se touchant par une arête) de cases carrées dans le plan :

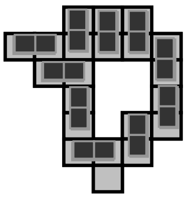




Un *domino* est un polymino à deux cases : 

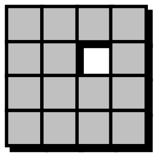
Paver un polymino par des dominos, c'est le recouvrir entièrement et sans chevauchement avec des dominos. On obtient ainsi des polyminos *pavables* et des polyminos *non pavables*.

Exemple de polyminos non pavables :



La « caractérisation » des polyminos pavables par des dominos est un problème non résolu par la recherche actuelle en mathématiques. Nous restreindrons donc ce problème à une classe particulière de polyminos, les polyminos carrés à un trou. Nous nous intéressons donc au problème suivant :

Quels sont les polyminos carrés tronqués d'une case qui sont pavables par des dominos ?



Une fois le problème compris par tous les PE, nous leur demandons de se mettre en groupe de 3 ou 4 élèves pour essayer de répondre à cette question. Il n'est pas inutile de faire reformuler le problème par un PE, certains étudiants pensant que la question porte sur le polymino carré représenté au tableau et non pas sur la classe des polyminos carrés tronqués d'une case.

I – 2 Quelques stratégies de résolution

Nous présentons ici quelques stratégies de résolution parmi celles émergeant le plus souvent. Il faut noter que les preuves habituellement proposées par les élèves de primaire sont les mêmes que celles proposées par les PE ou par les PLC même si les mots pour les exprimer varient parfois. Nous décrivons ci-dessous les résultats amenés par la situation, ils font autant référence à ce qui a eu lieu pendant l'atelier qu'à ce qui se passe ordinairement dans une classe de formation de PE ou dans une classe de primaire. Par souci de concision, nous ne détaillons pas les démonstrations et ne donnons qu'une idée générale de celles-ci.

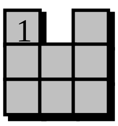
I – 2.1 Premiers résultats

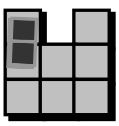
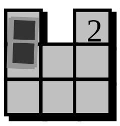
Le premier résultat qui apparaît le plus souvent est l'impossibilité du pavage par des dominos des carrés de côté pair tronqués d'une case. Le problème est donc restreint à la classe des polyminos carrés de côté impair tronqué d'une case.

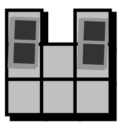
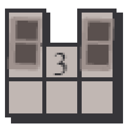
Il apparaît alors que parmi ceux-ci, certains sont pavables et d'autres pas, suivant la position du trou dans le carré. Ceci est montré sur des polyminos de petite taille : côté 3 ou 5 le plus souvent.

Enfin, dans les cas des carrés de côté 3, 5 ou 7 cases, les PE trouvent les cases que l'on peut enlever pour obtenir un polymino pavable : ils exhibent le pavage obtenu. Dans le carré de côté 3, ils utilisent le plus souvent une preuve par forçage (condition nécessaire) pour montrer que certaines cases enlevées rendent le polymino non pavable.

Exemple de preuve par « forçage » :



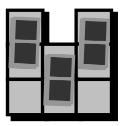
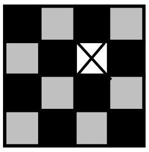


Schéma 1 schéma 2 schéma 3 schéma 4 schéma 5 schéma 6

Pour que la case 1 soit pavée, il faut nécessairement poser un domino comme sur le schéma 2. Puis, pour que la case 2 soit pavée, il est nécessaire de poser un domino comme sur le schéma 4. Enfin, pour paver la case 3, il ne reste alors qu'une possibilité :

poser un domino comme sur le schéma 6. Il reste alors à paver deux cases non voisines, ce qui n'est pas possible. En conclusion, ce polymino n'est pas pavable.

Pour les carrés de côté 5 ou 7, ils se contentent généralement de montrer qu'un ou deux pavages ne sont pas possibles pour en déduire qu'une certaine case ne peut être enlevée, ils ne s'assurent pas qu'aucun pavage n'est possible. Il s'agit donc d'éclaircir ceci avec eux.



I – 2.2 Conjectures

A la suite de cela, émerge le plus souvent une conjecture :

> Si on colorie le carré en damier comme ci-dessus, lorsqu'on enlève une case noire, le polymino tronqué obtenu est pavable et réciproquement, lorsqu'on enlève une case blanche, le polymino tronqué obtenu n'est pas pavable.

I – 2.3 Preuves par découpages (implication directe)

Il existe de nombreux types de découpages qui permettent de démontrer qu'un polymino est pavable : on découpe le polymino de départ en polyminos plus petits dont on sait qu'ils sont pavables. Ces preuves sont basées sur la propriété :

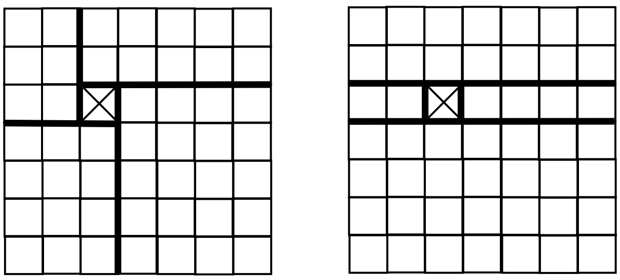
> « Un polymino rectangulaire dont au moins un des côtés est pair est pavable par des dominos ».

Il s'agit donc de découper le carré tronqué d'une case en différents rectangles dont on démontre qu'ils ont un côté pair. Il faut auparavant avoir repéré la place des cases que l'on peut enlever :

> « Elles sont en position (pair, pair) ou en position (impair, impair) ».

Le plus souvent il faut un découpage différent selon la position de la case (p, p) ou (i, i).

Voici deux exemples de découpages pour la position (impair, impair) sachant qu'on peut les « adapter à » pour la position (pair, pair) :



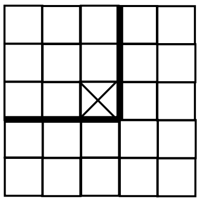
Les preuves par découpages apparaissent aussi très souvent comme des démonstrations de résultats intermédiaires comme par exemple « si on enlève la case du coin, le polymino est pavable ».

Ces preuves sont les plus convaincantes pour les PE, le découpage dessiné étant validé sans aucune difficulté. Il reste alors à leur faire accepter que l'on puisse bien reconnaître ces arguments comme une preuve mathématique.

I – 2.4 Preuves par induction (implication directe)

Ces preuves utilisent le résultat démontré sur un carré de côté 3 pour « grossir » le polymino petit à petit.

La case barrée ci-dessous peut-être enlevée pour que le polymino soit pavable : en effet, l'intérieur du carré de côté 3 dessiné est pavable (cf. résultat sur le carré de côté 3) et le « L » restant est aussi pavable (2 rectangles de côtés pairs). On peut démontrer que toutes les autres cases colorées en noir (dans la coloration en damier) peuvent être enlevées, il suffit pour cela de déplacer le carré de côté 3.



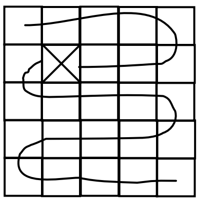
On a donc démontré l'ensemble des cases que l'on peut enlever sur un carré de côté 5.

A partir de ce résultat, on peut, de la même façon, démontrer quelles sont les cases qui peuvent être enlevées dans le carré de côté 7. On généralise ensuite la démonstration pour le carré de côté n.

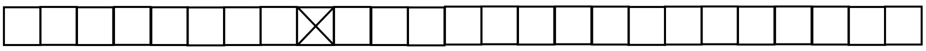
I – 2.5 Preuve par chemin (implication directe)

Pour démontrer qu'une case noire peut-être enlevée, on déroule le polymino en « chemin » et l'on montre que, de part et d'autre de la case enlevée, les deux « morceaux de chemin » ont un nombre de cases pair et peuvent donc être pavés.

Le carré à paver :



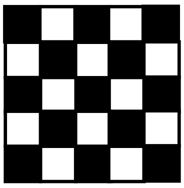
devient :



I – 2.6 Preuve par coloration (implication réciproque)

Après avoir vu apparaître différentes stratégies pour montrer que les cases noires peuvent être enlevées, il reste à démontrer que réciproquement, si on enlève une case blanche on ne peut pas paver le polymino obtenu. L'argument de coloration utilisé dans la démonstration suivante apparaît plus rarement de façon naturelle, il peut être plus ou moins « amené » par l'enseignant à l'aide de questions si cela est nécessaire.

Prenons un polymino carré, colorions-le en damier de la façon suivante :

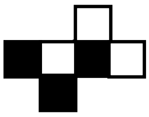


On démontre qu'il y toujours deux cases noires de plus que de cases blanches. (Si n est le nombre de cases blanches, il y a n+2 cases noires).

Or, quelle que soit la position dans laquelle on pose un domino, il recouvre forcément une case noire et une case blanche. Pour que le polymino soit pavable par des dominos, il faut donc qu'il ait autant de cases blanches que de cases noires (1).

C'est-à-dire que, dans le cas du carré tronqué d'une case, si on enlève une case blanche le polymino n'est pas pavable (nombre de cases blanches et noires différent !).

Il n'est pas rare que les PE (ou élèves) associent alors la validité de l'affirmation (1) à la validité de sa réciproque : « si un polymino a autant de cases blanches que de cases noires alors il est pavable » ou encore « si on enlève une case noire, il est pavable ». Cette réciproque est évidemment fausse, comme le montre le contre-exemple ci-dessous (autant de cases blanches que de cases noires mais non pavable) :



I – 3 Connaissances mises en jeu dans cette situation

Voici une liste non exhaustive des connaissances mathématiques mises en œuvre dans cette *Situation-Recherche*.

- tri des solutions, essais sur des « petits cas » ;
- démonstration par condition nécessaire (ou par forçage) ;
- recherche et formulation de conjectures ;
- contre-exemples ;
- modélisation ;
- preuve et argumentation (condition nécessaire / condition suffisante…) ;
- raisonnement par induction ;
- connaissances arithmétiques (parité…).

II – LES SITUATIONS-RECHERCHE EN CLASSE

II – 1 Motivation et caractéristiques

La motivation première pour l'introduction des *Situations-Recherche* en classe (primaire, collège ou plus tard) est de permettre aux élèves de prendre la place d'un « chercheur qui cherche à résoudre un problème qui s'offre à lui ». Un problème étant posé (il faut parfois définir plus précisément le questionnement), l'élève cherche à y répondre en utilisant tous les moyens qui s'offrent à lui sans qu'aucun savoir de la classe de mathématiques soit mis en avant.

Il apparaît alors que ce qui est au centre de l'activité est l'organisation de la recherche, les formulations de conjectures, la construction d'un raisonnement et la validation ou non d'une preuve. Ces « savoirs transversaux », au centre de l'activité mathématique, prennent ici tout leur sens dans la recherche d'une réponse à un questionnement. C'est donc pour leur donner une place d'importance que nous proposons des *Situations-Recherche* en classe.

Voici quelques caractéristiques que ces situations doivent remplir pour permettre ceci.

- Domaine et question facilement compréhensibles ;

> Même s'il n'est pas familier le domaine conceptuel dans lequel se trouve le problème est d'un accès facile afin que l'on puisse facilement « prendre possession » de la situation et s'engager dans des essais, des conjectures, des projets de résolution. [Karine Godot].

- aspect ludique (pour assurer la dévolution du problème plus facilement) ;
- plusieurs approches mathématiques possibles ;
- pré-requis scolaires les plus réduits possibles ;
- l'intérêt réside dans la découverte des moyens pour atteindre la solution et dans la justification de ces moyens et non pas dans la solution elle-même ;
- travail en groupes et débats : convaincre ses pairs et pas seulement le professeur ;
- la situation fait référence à un problème général ouvert pour la communauté mathématique, c'est-à-dire non encore résolu par elle. Il en résulte, entre autres, qu'il n'existe pas (ou du moins pas encore) de « fin », il n'y a que des résultats partiels qui renvoient à d'autres questions.

II – 2 Utilisation dans les classes

II – 2.1 Dans les programmes

Voici quelques extraits des programmes de mathématiques de cycle 3 (2002) qui montrent bien la place que peuvent occuper les *Situations-Recherche* en classe.

> Les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues de la vie de la classe, de la vie courante, de jeux etc. Elles sont présentées sous des formes variées […]
>
> Au travers de ces activités, le développement des capacités à chercher, abstraire, raisonner, prouver, amorcé au cycle 2, se poursuit. Pour cela il est nécessaire de prendre en compte les démarches mises en œuvre par les élèves, les solutions personnelles qu'ils élaborent, leurs erreurs,

leurs méthodes de travail et de les exploiter dans les moments de débats. Au cycle 3, les élèves apprennent progressivement à formuler de manière plus rigoureuse leurs raisonnements, s'essaient à l'argumentation et à l'exercice de la preuve.

II – 2.2 Organisation pratique

Le travail de la classe sur une *Situation-Recherche* s'étale sur plusieurs semaines à raison, en général, d'une heure par semaine. Les séances sont menées par l'enseignant, un chercheur ou les deux à la fois. Les élèves sont en groupes de 3 à 5 élèves.

Lors de la première séance le problème peut leur être présenté sous forme de jeux matériels (plateaux et dominos en bois par exemple) pour que les élèves puissent se l'approprier en échappant à la suite de définitions préalables (cf. I-1). Ces jeux devront, cependant, être enlevés après deux ou trois séances afin que les élèves ne restent pas sur la manipulation d'objets et la collection de résultats mais passent à la résolution d'un problème général.

Pour garder une trace de ce qui a été fait aux séances précédentes, les groupes peuvent remplir une "feuille bilan" sur laquelle ils noteront les résultats, les fausses pistes, et tout ce qui leur semblera important (savoir tenir une "feuille bilan" de façon efficace pour la recherche devient alors aussi un apprentissage).

L'enseignant et/ou le chercheur passe dans les groupes. Il choisit des moments adéquats de la recherche pour faire des mises en commun. Celles-ci peuvent avoir lieu pour préciser un aspect du problème, arrêter une fausse piste dans un groupe, confronter des stratégies différentes, valider des résultats… Cependant, l'enseignant et/ou le chercheur reste en retrait, son rôle étant de guider le débat et non pas de valider un résultat. Certains élèves passent au tableau pour expliquer leur recherche. Ces moments obligent à argumenter et à développer un esprit critique face à des preuves valides ou non.

On peut éventuellement profiter d'une fête d'école pour demander aux élèves de présenter un poster ou de préparer une présentation devant les parents. Outre le fait que ce soit gratifiant pour eux, il est alors plus évident pour les élèves qu'ils doivent utiliser des arguments clairs. Les parents n'ayant pas participé à la recherche, il faut leur présenter les phases les plus importantes de cette recherche sans utiliser de sous-entendus, avec des arguments les plus compréhensibles et les plus pertinents possibles.

II – 2.3 Quelques critères d'évaluations

Les *Situations-Recherche* ne sont pas, a priori, mises en place pour être évaluées. L'évaluation ne devrait probablement prendre place que si ce type de travail devient assez habituel dans la classe. Voici quelques critères d'évaluation que je propose aux PE, pour certains ils ne sont pas associés uniquement aux *Situations-Recherche* et peuvent être réutilisés dans d'autres conditions.

Activité dans le groupe

- Le groupe travaille-t-il en autonomie ?
- E participe-t-il à la réflexion du groupe ?
- E est-il capable de s'exprimer face à l'observateur ?

- E est-il à l'écoute des autres ?
- E sait-il se faire écouter / comprendre par les autres ?

Présentation écrite / orale

- savoir transcrire ses résultats par écrit ;
- clarté et pertinence de la feuille bilan ;
- au tableau (écrit / oral) ;
- poster, Présentation orale (devant les parents, fête de l’école par exemple).

La recherche

Il s’agit bien ici d’évaluer les moyens de la recherche et non la solution elle-même.

- savoir différencier : question / hypothèse / conjecture / théorème ;
- utiliser exemple et contre-exemple ;
- comprendre ce qu'on a fait, prendre du recul ;
- organiser sa recherche ;
- modéliser ;
- généraliser un résultat ;
- argumentation, notion de preuve ;
- connaissances sur les concepts en jeu (parité…).

III – LES SITUATIONS-RECHERCHE DANS LA FORMATION DES PE

Mes motivations sont à deux niveaux. En plus de l’intérêt que je vois à l’utilisation de ces situations dans les classes de primaire, les présenter en formation des professeurs des écoles permet aussi de travailler des concepts fondamentaux en mathématiques tels que la preuve, les conditions nécessaires et suffisantes, les exemples et contre-exemples…, concepts qui sont très souvent loin d’être maîtrisés par les PE. Plus j’utilise ces *Situations-Recherche* et plus je suis convaincue de leur grand intérêt pour l’apprentissage des mathématiques, que ce soit pour les élèves de primaire ou pour la formation des professeurs des écoles.

III – 1 Pour leur futur d’enseignant

- Éviter le « tout fichier »

Lors de visites de classe, je vois souvent les mathématiques réduites à un ensemble d’exercices tirés de fichier. Certains cahiers de mathématiques sont un ensemble de pages photocopiées sur lesquelles l’élève n’a plus qu’à écrire un nombre ou une réponse réduite à « oui » ou « non ». Il me paraît important d’insister sur le fait, entre autres, que les erreurs, le tâtonnement et le cahier de brouillon doivent avoir leur place dans l’apprentissage des mathématiques.

- Autre façon de voir/faire des mathématiques

Dans le même ordre d'idées, il me paraît important de montrer que les mathématiques ne sont pas réduites au calcul ou à la géométrie. Il ne s'agit pas non plus uniquement d'apprendre des formules ou des techniques. Les mathématiques doivent être des outils nous permettant de répondre à certaines questions. Dans ces Situations-Recherche, faire des mathématiques, c'est avant tout mettre en place des raisonnements et des preuves sans pour autant utiliser des « formules connues ».

- Former des citoyens

L'école affirme comme but la formation de citoyens. Il me semble que ce n'est pas par le biais des fichiers que les mathématiques peuvent y participer. Les Situations-Recherche, en permettant le débat, la contradiction, l'argumentation face à ses pairs favorisent l'apprentissage d'un esprit critique scientifique.

III – 2 Quelques difficultés en mathématiques des PE

De nombreux PE ont de grosses lacunes en mathématiques, en particulier en ce qui concerne l'argumentation et la preuve. Dans ce type de situation, ces difficultés ressortent de façon encore plus évidente. On voit aussi apparaître des « conceptions » sur les mathématiques, issues souvent d'années de mathématiques scolaires « mal vécues », très éloignées de ce qu'est réellement l'activité mathématique dans les *Situations-Recherche*. Les mettre face à ces *Situations-Recherche* permet alors de travailler avec eux de nombreux savoirs « transversaux » en mathématiques (notion de contre-exemple, démonstration…). Voici quelques exemples des difficultés rencontrées par les PE qui méritent d'être « éclairées mathématiquement » en formation.

- Démotivation très rapide

Il ne semblerait pas, a priori, que la démotivation soit une difficulté mathématique, cependant je crois que les raisons de celle-ci sont très liées à leur relation aux mathématiques. Alors que les élèves de cycle 3, pour la plupart, s'approprient le problème facilement et cherchent avec engouement, certains groupes de PE ne parviennent pas à entamer une recherche « satisfaisante ».

Je fais l'hypothèse qu'une des raisons de cela est due à leur rapport « douloureux » aux mathématiques dans leur parcours scolaire. Ayant le sentiment d'être « mauvais » en mathématiques, certains PE n'osent pas formuler une conjecture, n'accordent aucune légitimité à leurs propres idées et n'osent pas faire preuve d'esprit critique.

- Les maths sont des « formules »

Pour beaucoup de PE, les mathématiques se réduisent à l'utilisation des « bonnes » formules au « bon » moment, les formules devant contenir plusieurs inconnues de préférence. Certains PE proposent une démonstration (parfois fausse) d'une page avec plusieurs inconnues pour affirmer qu'un carré tronqué d'une case de côté pair a un nombre total de cases impair. Devant mon étonnement, ils expliquent alors qu'ils ont fait un effort pour l'écrire « en langage mathématique ». Pour eux, le rôle du langage mathématique n'est pas de clarifier un propos mais tout simplement de le symboliser.

- Quelques essais qui ne marchent pas suffisent pour conclure

On peut conclure qu'un polymino est pavable si on exhibe un pavage, alors qu'on ne peut pas conclure qu'un polymino n'est pas pavable simplement en exhibant un pavage impossible.

Dans le cas du carré de côté 5 par exemple, pour prouver que certaines cases ne peuvent être enlevées, il faut soit utiliser un argument général (coloration) soit montrer qu'aucun pavage ne peut convenir (ce qui est assez long et fastidieux). Pour beaucoup de PE, pour prouver qu'une case ne peut être enlevée, il suffit d'exhiber un pavage qui ne convient pas.

La dissymétrie entre la démonstration de l'affirmation et de la négation d'une proposition existentiellement quantifiée (il existe un pavage quand j'enlève cette case) n'est pas perçue facilement par les PE.

- Un carré de côté 13 est un polymino plus « quelconque » qu'un carré de côté 3

Pour certains PE, montrer qu'une propriété est vraie sur un exemple suffit à la démontrer. D'autres savent que cela ne suffit pas, ils cherchent alors à démontrer que la propriété est vraie pour un élément générique (ou quelconque) et c'est le choix de cet élément générique qui pose problème.

De nombreux PE commencent directement à travailler sur un polymino carré de côté assez grand (9, 11, 13…). Ils expliquent qu'ils évitent ainsi de travailler sur un polymino particulier comme le carré de côté 3 par exemple. Cependant, ils utilisent bien les propriétés du polymino de grande taille dessiné et ne s'en servent pas du tout comme de la représentation d'un élément quelconque. Il s'agit donc de mettre en évidence le fait qu'un polymino carré de côté 13 est un polymino particulier au même titre qu'un polymino de côté 3.

- Pas de distinction entre CN et CS

Au cours de cette recherche, on est amené maintes fois à distinguer *Condition Nécessaire* et *Condition Suffisante*, en particulier parce que les deux sens de l'équivalence « avoir un trou à la place d'une case noire $\Leftrightarrow$ être pavable » nécessitent deux types de démonstration distincts.

Après avoir trouvé un argument valide pour les « cases qui marchent », les PE essaient le plus souvent d'utiliser ce même argument pour les « cases qui ne marchent pas ». Il faut alors mettre ceci en débat jusqu'à arriver à trouver un contre-exemple.

- Généralisation naturelle : c'est logique, on déduit !

Après avoir trouvé les cases que l'on peut enlever sur un carré de côté 3 et sur un carré de côté 5, de nombreux PE énoncent la conjecture « pour que le polymino soit pavable il faut enlever une case noire » et arrêtent leur recherche tenant cette conjecture pour un fait mathématique établi. Ils justifient leur affirmation par des arguments du type : « c'est *logique* ! », « puisque ça marche pour 3 et 5 *on en déduit* que ça va marcher tout le temps ».

On voit là qu'ils essaient d'utiliser des arguments et un vocabulaire qu'ils associent à l'activité mathématique comme « logique », « déduire », très peu d'entre eux affirment simplement « on voit bien que » puisqu'ils ont pour la plupart intégré le fait que « ça ne suffit pas en mathématiques ». Ils ont ainsi le sentiment d'avancer un argument totalement valide mathématiquement. Il faut donc renégocier la définition d'un « vrai » argument mathématique qui permette la généralisation d'une propriété et la démonstration d'une conjecture.

- Difficultés à reconnaître une preuve

Les mathématiques étant associées pour beaucoup à des formules, une démonstration non valide mais « d'apparence mathématique » est souvent mieux acceptée qu'une démonstration valide présentée en langage courant. D'autre part, comme pour la plupart des élèves, un contre-exemple n'est pas toujours convaincant et ce n'est pas parce qu'un contre-exemple a été trouvé à telle propriété qu'on ne réutilisera pas celle-ci un peu plus tard.

Il faut donc, au cours des débats, permettre aux PE l'apprentissage d'un « esprit critique mathématique ».

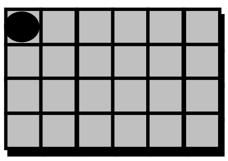
IV – D'AUTRES SITUATIONS-RECHERCHE

IV – 1 Le jeu du chocolat

Voici une Situation-Recherche que je propose parfois en 15 à 30 minutes à la fin d'une formation mais qui peut être développée sur un plus long temps en élargissant la question. Elle est présentée sous forme de jeu et il s'agit de trouver une stratégie gagnante, c'est-à-dire une stratégie qui permette de gagner *quelle que soit l'action de l'adversaire*. Ne pas oublier, avant de laisser les PE face au problème, de bien redéfinir une stratégie gagnante, il ne s'agit pas de décider de ce que doit jouer l'adversaire ! De nombreux PE donnent une solution du type : « il faut que l'adversaire joue comme ça et alors je gagne », mais seules nos actions dans le jeu peuvent avoir une incidence sur les actions de l'adversaire.

Voici une tablette de chocolat rectangulaire avec une bulle de savon dans le coin en haut à gauche. Il s'agit de manger le chocolat sans manger la bulle de savon. Deux adversaires se partagent la tablette, chacun leur tour en la coupant le long des lignes horizontales ou verticales. Celui qui est obligé de manger la bulle de savon a perdu.

Que doit-on faire pour être sûr de gagner ?



On peut facilement prolonger le problème à une tablette de chocolat à une ligne (puis deux) avec la bulle de savon qui peut être placée n'importe où.

IV – 2 La roue aux couleurs

Cette Situation-Recherche demande un peu plus de temps pour trouver des résultats significatifs. En formation PE, elle m'a paru moins appropriée, compte tenu de la durée des séances, cependant elle a donné des résultats très intéressants dans une expérimentation sur plusieurs semaines en primaire (cycle 3). Cette situation est présentée et analysée en détail dans la thèse de Karine Godot. Voici le texte du problème :

> Un forain propose un jeu constitué de deux disques de tailles différentes (la table tournante), disposés de façon concentrique. Sur le plus grand disque, il pose un certain nombre de pions, tous de couleurs différentes.
>
> Le joueur doit placer sur le petit disque le même nombre de pions que sur le grand disque. Ces pions peuvent être de une, deux, trois, quatre couleurs ou plus choisies parmi les couleurs disposées sur le grand disque par le forain.
>
> On fait ensuite tourner le petit disque, cran par cran. Le joueur gagne si, dans chaque position du petit disque, un et un seul de ses pions est de la même couleur que celui qui lui correspond sur le grand disque. Comment le joueur doit-il choisir et disposer ses pions pour gagner ?

IV – 3 Des lieux

Pour en savoir un peu plus sur les *Situations-Recherche*, des compléments dans le site de l'ERTé *Maths à modeler* :

`http://www.mathsamodeler.net/`

Pour avoir un aperçu d'autres *Situations-Recherche* et jouer en ligne (attention ça ne fonctionne pas encore très bien avec tous les navigateurs…), le site *La Valise* :

`http://www-leibniz.imag.fr/LAVALISE`

Pour voir des *Situations-Recherche* mises en place avec des chercheurs dans les classes du secondaire, le site de l'association Math en JEANS :

`http://www.mjc-andre.org/pages/amej/accueil.htm`

V – CONCLUSION

J'ai voulu présenter dans cet atelier une *Situation-Recherche* qui permet de travailler des concepts fondamentaux en mathématiques tels que les contre-exemples, les conjectures, les conditions nécessaires et suffisantes, l'argumentation, la preuve… Pour moi, ces *savoirs transversaux* « fondent » les mathématiques et me paraissent plus importants à maîtriser que n'importe quel autre savoir mathématique. Pourtant, ces savoirs sont les plus difficiles à travailler pendant la scolarité et les PE arrivent souvent à l'IUFM (ou en formation continue) avec de grosses lacunes. Plus encore, certains PE n'ont aucune idée des insuffisances qu'ils ont sur ces *savoirs transversaux*, les mathématiques se résumant pour eux à des formules et des techniques.

Utiliser ces *Situations-Recherche* en formation des professeurs des écoles, me permet donc, d'une part, de leur proposer des situations pour leur classe et, d'autre part, de (re) travailler avec eux les « fondements » des mathématiques.

Cette tâche n'est pas toujours facile. D'une part, ne mesurant souvent pas bien l'importance de ces *savoirs transversaux* en mathématiques (puisque qu'ils ne les connaissent pas toujours !), les PE ne voient pas bien l'intérêt de ces situations pour leur classe. Il me faut donc beaucoup de persuasion pour valoriser ces situations à leurs yeux. D'autre part, lorsque les PE ont des difficultés à mener leur recherche, ils concluent aussitôt que « ce sera trop difficile pour les élèves ». Or pour moi, leurs difficultés viennent en grande partie d'une relation avec les mathématiques difficile et d'un sentiment d'échec présent parfois depuis le collège. Bien des groupes d'élèves de cycle 3 trouvent (dans un temps parfois plus long) de meilleurs résultats que certains PE, mais eux n'ont pas encore cette relation aux mathématiques (et ne savent même pas qu'ils font des mathématiques !). Enfin, de nombreux PE ne se « sentent » pas capables d'assurer l'encadrement de ce type de recherche dans leur classe. Cela est normal, mais il ne faudrait pas que les mathématiques de l'école élémentaire soient restreintes à un ensemble de techniques (mieux maîtrisées par les PE). On pourrait donc peut-être imaginer que, dans une école, un professeur plus à l'aise en mathématiques, travaille sur des *situations-recherche* avec tous les cycles 3, se faisant remplacer dans sa classe par le collègue dont il prend la classe en charge. On pourrait aussi imaginer, au niveau des primaires, une organisation à l'image de Math en JEANS dans le secondaire, avec des chercheurs qui viennent dans la classe (cela est fait en partie par l'équipe CNAM sur la région grenobloise).

S'il n'est pas toujours facile de valoriser ces *Situations-Recherche* devant les PE, j'espère quand même à chaque fois « poser une graine » qui germera peut-être un jour, au grès de leur évolution par rapport à l'enseignement des mathématiques.

BIBLIOGRAPHIE

AUDIN P. & DUCHET P. (1992) *La recherche à l'école : Math en Jeans*, Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, Grenoble I, **121**, 107-131.

DELOUSTAL-JORRAND V. (2004) *L'implication mathématique : étude épistémologique et didactique. Étude sous trois points de vue : raisonnement déductif, logique formelle et théorie des ensembles. Construction d'une situation didactique qui problématise l'implication*, thèse, Grenoble I.

GODOT K. (2005) *Situation recherche et jeux mathématiques pour la formation et la vulgarisation*, thèse, Grenoble I.

GRENIER D. & PAYAN C. (1998) *Spéficités de la preuve et de la modélisation en Mathématiques Discrètes*, Recherches en Didactique des Mathématiques, **18.2**, 59-100.

GRENIER D. & PAYAN C. (2002) *Situations de recherche en « classe ». Essai de caractérisation et proposition de modélisation*, 189-203, in Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques, Paris VII.

UTILISATION DE LA THÉORIE ANTHROPOLOGIQUE DU DIDACTIQUE EN FORMATION PE1 ET PE2

Yves MATHERON
Maître de conférences, IUFM Midi-Pyrénées
GRIDIFE ERTe 46 & UMR ADEF
yves.matheron@toulouse.iufm.fr

Annie NOIRFALISE
Retraitée. IREM de Clermont Ferrand
Université B. Pascal
Annie.Noirfalise@math.univ-bpclermont.fr

Résumé
L'approche anthropologique en didactique constitue un outil intéressant pour l'analyse des organisations mathématiques et didactiques effectives, et donc des différents matériaux mis à la disposition des professeurs d'écoles.
Après la présentation de certains concepts de la théorie anthropologique et de leur usage possible en formation PE, les participants ont été invités à les faire fonctionner dans deux situations différentes.

On trouvera ci-dessous, dans le paragraphe I, la présentation des concepts utilisés, (paragraphes I – 1 et 1 – 2), suivis, pour chaque partie de cet apport, d'un exemple illustrant son usage dans le cadre d'une formation de professeurs d'école. Dans les paragraphes suivants, (paragraphe II et paragraphe III), un compte rendu est fait du travail avec les participants sur les deux situations qui leur ont été soumises.

I – DEUX CONCEPTS DE L'APPROCHE ANTHROPOLOGIQUE

Dans cet atelier, nous souhaitons montrer que l'approche anthropologique en didactique constitue un excellent outil pour les futurs professeurs d'écoles : elle permet, d'une part, de préciser et d'enrichir les réponses aux questions posées au CRPE, d'autre part, de conduire un travail d'analyse sur lequel peut s'appuyer l'évaluation et le développement de la pratique enseignante.

Nous utiliserons deux notions fondamentales, qui seront présentées et exemplifiées ci-dessous, les notions d'organisation mathématique et d'organisation didactique.

I – 1 Organisation mathématique

I – 1.1 Notion de « praxéologie » mathématique ou d'« Organisation mathématique »

Un premier examen des épreuves du CRPE (jusqu'en 2005) permet de les décrire en les termes suivants :

1) La seconde partie du premier volet : **analyse de productions d'élèves**. (sur 4 points) Des productions d'élèves sont proposées, portant sur une notion enseignée à l'école primaire. Il pourra s'agir : - de préciser la notion étudiée, - de préciser le niveau auquel se situe l'étude, - de préciser les procédures utilisées par les différents élèves pour accomplir le travail demandé, - de repérer les erreurs ou les difficultés rencontrées, les compétences mises en œuvre.	Notion mathématique étudiée Procédures
2) Le second volet : **étude de documents**. (Sur 8 points) Des extraits d'ouvrages scolaires, des documents présentant des séquences ou des comportements d'enfants sont fournis aux candidats, portant sur une notion enseignée à l'école primaire. Il pourra s'agir de : - repérer la notion étudiée, - faire des hypothèses sur les raisons ayant guidé les choix faits en matière de contenus et de gestion de la classe, - apprécier la pertinence de ces choix, - procéder à une analyse et une interprétation des productions d'élèves, - imaginer une suite à la séquence présentées, voire faire sur certains points une proposition alternative	Notion mathématique étudiée et Organisation de l'étude Analyse de séquence Evaluation de séquence Développement de séquence

La plupart des questions posées portent sur « la notion mathématique étudiée » dans les documents fournis et sur « les compétences mises en œuvre », or, en général, ceci est difficile à déterminer sans ambiguïté, comme nous allons l'illustrer ci-dessous.

Considérant que l'activité mathématique est une activité humaine comme les autres, qu'il s'agit d'étudier, la théorie anthropologique du didactique, (TAD), nous offrira des outils pour décrire certains aspects de cette complexité.

<u>Différents visages d'une même notion</u>

Imaginons que vous rentriez dans des classes d'une école primaire et que vous voyiez au tableau **:**

- dans la première classe **:**

13 + 13 = 26

26 + 13 = 39

…

143 + 13 = 156

156 + 13 = 169

162 – 156 = 6

Chaque enfant recevra 12 bonbons et il en restera 6.

- dans la seconde classe :

Part de chaque élève	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nombre de bonbons distribués	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169

162 – 156 = 6

Chaque enfant recevra 12 bonbons et il en restera 6.

- dans la troisième classe **:**

$$\begin{array}{r|l} 162 & 13 \\ \cline{2-2} -\ 130 & 10 \\ \cline{1-1} 032 & +\ 2 \\ \cline{2-2} -\ 26 & 12 \\ \cline{1-1} 06 & \end{array}$$

ou :

$$\begin{array}{r|l} 162 & 13 \\ \cline{2-2} 32 & 12 \\ 6 & \end{array} \qquad 162 = 12 \times 13 + 6$$

Chaque enfant recevra 12 bonbons et il en restera 6.

Vous pourriez aussi rentrer dans une classe de grande section de maternelle et voir des enfants devant un gros tas de bonbons (la maîtresse nous dit qu'il y en a 162, nombre qu'ils ne connaissent pas), avec comme consigne : combien les 13 enfants de la section auront de bonbons, si on en donne la même chose à chacun, et combien il en restera pour la maîtresse.

Sans familiarité avec l'enseignement primaire et les mathématiques, en première approche, vous seriez tenté de dire que, la conclusion mise à part, ce qui se passe dans ces quatre classes est bien différent d'une classe à l'autre : la disposition des calculs, les opérations mobilisées sur les trois tableaux, la nature des activités dans les trois premières et dans la dernière,… ne sont pas du tout les mêmes.

Après un minimum d'explications, ou si vous êtes par exemple un « matheux », vous reconnaîtrez, sans doute, que les quatre classes traitent de la même notion mathématique, à partir d'un même problème de partage : la division euclidienne.

Si vous êtes professeur d'école, vous y verrez sûrement des activités très différentes, pratiquées dans des cycles différents, nécessitant des pré-requis différents,… mais traitant toutes de la même notion : la division de nombres entiers avec reste.

<u>Mais alors qu'est-ce que c'est que « La notion de division euclidienne » ?</u>

On pourrait évoquer de nombreuses autres situations où on pense rencontrer « la division euclidienne » . Ce que nous allons trouver ce n'est jamais l'objet lui-même, mais des pratiques humaines où est mis en jeu cet objet avec d'autres objets.

On trouvera des déclarations sur la division que l'on rangera sous la rubrique définition : « on appelle division de l'entier a par l'entier b … », déclaration qui est une activité consistant à donner une définition. On pourra calculer, d'une façon ou d'une autre, le reste et le quotient d'un entier par un autre, étudier ou utiliser les propriétés du reste et du quotient. Mais on ne « mettra jamais la main sur l'objet lui-même ». Tout seul il n'existe pas, il n'existe qu'inséré dans des activités. Ce que nous appellerons division est, en fait, l'ensemble de toutes ces pratiques, dont on ne saurait, toutefois, faire un répertoire exhaustif.

L'étude d'une notion mathématique se fera donc à l'aide de différents types d'activités associées à cette notion, au cours desquelles on se conduira de différentes façons ; nous dirons différents types de tâches accomplies avec différents types de techniques.

Dans l'exemple précédent, on a à accomplir une tâche du type : dans une situation de partage équitable d'une quantité donnée en un nombre de parts données, trouver la valeur de chaque part et ce qu'il reste. Pour accomplir cette tâche on est amené à déterminer le quotient et le reste de la division de 162 par 13. En GS, on utilise une technique de distribution effective du gros tas de bonbons dans 13 boîtes, par exemple, jusqu'à ce qu'on ne puisse plus le faire, et l'on compte ce qu'il y a dans chaque boîte et ce qu'il reste. Dans les trois autres classes, on utilise une technique numérique, mais différente d'une classe à l'autre : additions successives dans la première, multiplications successives dans la seconde, division posée avec la potence dans la troisième (technique dite « experte »).

<u>Mais alors qu'est-ce que c'est que connaître « La division euclidienne » ou être « compétent en division euclidienne » ?</u>

Si j'observe quelqu'un en train de repasser du linge, je peux être conduit à dire qu' « il s'y connaît en repassage, ou qu'il est compétent en repassage », ou qu' « il ne s'y connaît pas » : c'est en ce sens que nous parlerons de connaissance, qu'en est-il en matière de division euclidienne ? En fait, la pratique sociale observée, dans une institution donnée, met en jeu certains objets, matériels ou immatériels, visibles ou invisibles, et le fait de « s'y connaître » revient à entretenir avec ces objets des rapports conformes à ce que l'institution attend. Donc « s'y connaître » dans une pratique donnée dépend de l'institution dans laquelle on se trouve.

Pour « s'y connaître » dans la pratique observée, y a-t-il quelque chose à savoir, des compétences à mettre en œuvre ? Ou pour le dire autrement : l'exercice réussi de cette pratique suppose-t-il des savoirs, des savoirs pertinents au regard de la pratique *sociale considérée ? Y a-t-il quelque chose à savoir pour pousser une brouette ? Pour repasser du linge ? Pour faire la vaisselle ? Pour faire la cuisine ? Quels sont les savoirs nécessaires aux élèves pour faire une division ?*

> Les réponses à de telles questions sont diverses, et elles dépendent bien sûr de l'institution dans laquelle on la pose. Si on admet en général que pour pousser une brouette il n'y a rien à savoir, encore que !, et qu'il suffit de le faire, s'il en est peut-être de même, de nos jours, pour la vaisselle ou le repassage, pour la cuisine, les professionnels reconnaissent depuis longtemps le besoin en savoirs, mais on peut très bien savoir faire la cuisine chez « Trois Gros » et ne pas savoir la faire à la cantine du lycée.

On peut dire que dans des conditions données (en G.S., en CE2, en CM2, en DEUG math, …), connaître telle notion mathématique, c'est, au moins, savoir accomplir un certain type de tâches avec une technique ou une procédure reconnue comme pertinente dans ces conditions, on parlera de savoir-faire.

> Si on se trouve en préparation au CRPE, connaître la division euclidienne, c'est connaître les différents types de tâches de division et pouvoir les accomplir avec les différentes procédures mises en œuvre tout au cours de la scolarité primaire, mais c'est aussi savoir expliquer comment ces procédures marchent, pourquoi elles sont pertinentes, c'est aussi savoir que le couple (q, r) tel que $a = b\,q + r$, est unique dans certaines conditions, et quelles sont les théories qui rendent ces procédures légitimes.

Compte tenu de ce qui précède, on voit déjà que la définition d'une « notion mathématique » recouvre de multiples éléments dont la nature dépend du lieu où l'on se trouve. Pour rendre compte de cette complexité, nous allons parler d'organisation mathématique et distinguer **quatre éléments constitutifs** de chaque organisation mathématique que nous serons amenés à étudier :

1^er^ élément

Toute activité humaine peut être repérée comme correspondant à une *tâche* ou un *type de tâches*. Dans la plupart des cas, une tâche (et le type de tâches auquel elle appartient), s'expriment par un verbe d'action : *balayer* la pièce, *monter* l'escalier, « *déterminer* le montant de chaque part ou le nombre de parts dans des situations de partage ou de distribution équitables », « *calculer* le quotient et le reste de la division euclidienne d'un nombre entier (d'au plus 4 chiffres) par un nombre entier (d'au plus 2 chiffres),… par un calcul posé ».

Remarque : une tâche, ou plutôt un type de tâches, suppose un objet relativement précis : « calculer », « dessiner », « démontrer », *etc*., sont des genres de tâches qui demandent à être précisées pour être étudiées.

2^ème^ élément

Une activité suppose une manière d'accomplir, de réaliser la tâche ou le type de tâches, à cette manière de faire on donne le nom de *technique*. Contrairement à ce que beaucoup croient, une technique ne se réduit pas nécessairement à un algorithme, bien que l'existence éventuelle d'un algorithme pour un type de tâches donné simplifie considérablement sa réalisation. Le terme de technique renvoie directement à la notion de *technè*, d'où il tire son étymologie. Pour les Anciens Grecs, elle désignait l'ingéniosité du sens pratique, évoquait l'art, l'habileté, la compétence impliquée dans la production délibérée de quelque chose ; contrairement à ce qui dérive purement et simplement de la nature ou du hasard. Ainsi, dira-t-on encore de nos jours d'un artiste qui maîtrise son art, qu'il « maîtrise sa technique » ; ce qui est loin de signifier qu'il se contente de la mise en œuvre d'algorithmes pour les tâches de son domaine. Dans les textes officiels qui utilisent à la place de « technique », et trop souvent le terme de *procédure* (« *procédure experte* », « *procédure personnelle* »), beaucoup moins pertinent pour rendre compte de l'activité mathématique, ce sens est perdu. On peut à juste raison se demander pourquoi le terme de « procédure », directement issu du droit, est mentionné pour désigner la réalisation d'une tâche ***mathématique*** ; dans un sens courant, une procédure désigne encore un ensemble de règles d'organisation à suivre, et a donné naissance au terme, plutôt péjoratif, de « procédurier ». Un certain type de tâches et une technique, c'est-à-dire une certaine manière de faire, d'accomplir les tâches de ce type, constituent ce que l'on nomme couramment un *savoir-faire*.

Remarques :

- une technique ne réussit, en général, que sur une partie des tâches du type auquel elle est relative, partie qui délimite la *portée de la technique*. Une technique peut être supérieure à une autre car couvrant un ensemble plus important de tâches d'un type donné, (avec la technique de partage évoquée en G. S., on ne réussirait pas à partager les gains du loto entre les parieurs gagnants) ;
- une technique, à propos d'un type de tâches donné, dépend de l'institution dans laquelle se déroule la pratique. Dans une institution donnée, il existe en général une seule ou un petit nombre de techniques institutionnellement reconnues pour accomplir un type de tâches, d'autres techniques peuvent exister dans d'autres institutions et seront considérées comme étranges voire contestables ou inacceptables par les sujets de cette institution (il existe plusieurs techniques de division posées).

3ème élément

Dans une institution donnée on va généralement tenir un discours rationnel sur la technique : description de celle-ci, justification du fait qu'elle permet bien d'accomplir les tâches du type concerné. Ce discours est appelé *discours technologique*. La fonction de la technologie est aussi d'expliquer, de rendre intelligible, d'éclairer la technique, et de la produire.

Remarques :

- dans toutes les institutions, pour un type de tâches institutionnellement reconnu, il y au moins un embryon de technologie, bien souvent intégré à la technique : par exemple quand on dit « Si 8 sucettes coûtent 10 francs, 24 sucettes soit 3 fois 8 sucettes coûteront *3 fois plus*, soit 3 fois 10 francs. », le discours tenu permet à la fois de trouver le résultat demandé (fonction technique) et de justifier que c'est bien là le résultat attendu. Mais comme souvent les techniques utilisées sont naturalisées dans les institutions où on les utilise la justification disparaît, la technique est la « bonne manière de faire » ;
- au-delà de s'assurer que la technique donne bien ce qu'on attend, la technologie doit permettre de préciser pourquoi il en est bien ainsi. En mathématiques, l'exigence démonstrative entraîne souvent à ce que la fonction de justification l'emporte sur la fonction d'explication ; c'est un reproche que tant Descartes que Pascal adressaient déjà à Euclide.

4ème élément

Au-delà, en général, une *théorie* permet de justifier la technologie : si le discours théorique est majoritaire dans un enseignement universitaire, il est très peu présent dans l'enseignement secondaire, et totalement absent dans l'enseignement primaire. A propos d'un certain type de tâches, le bloc technologie – théorie est souvent nommé un *savoir*.

Remarques :

- en général une même théorie justifie plusieurs technologies, dont chacune à son tour justifie et rend intelligibles plusieurs techniques correspondant à autant de type de tâches. Ceci conduit souvent à minorer les savoir-faire (plus ponctuel) par rapport aux savoirs (plus globaux) ;
- une *organisation mathématique* construite autour d'un type de tâches est constituée des quatre éléments décrits précédemment : type de tâches, technique, technologie, théorie. En général certains de ces éléments sont absents et cette absence correspond à des questions à étudier : tâches nouvelles, problématiques, à la recherche de techniques pour les accomplir ; tâches anciennes pour lesquelles les techniques classiques paraissent obsolètes ; tâches routinières, correspondant à des techniques parfaitement adaptées pour lesquelles le bloc théorique est complètement ignoré…

I – 1.2 Utilisation de la modélisation précédente à propos d'un sujet de CRPE

On trouvera en **ANNEXE 1** le texte du sujet de la deuxième épreuve du volet 1 du CRPE Aix-Marseille, Corse, Montpellier, Nice – mai 2000, sur lequel porte le travail de ce paragraphe.

Le candidat au CRPE doit, à travers cet énoncé et comme c'est très souvent le cas pour d'autres sujets du CRPE, se livrer tout d'abord à un travail d'identification, afin d'être précis et complet dans ses réponses et éviter les contresens. Tentons de suivre en quoi le modèle didactique précédemment exposé peut l'aider dans cette tâche.

Le candidat rencontre tout d'abord la question formulée en ces termes : « Quelle compétence, en termes de connaissance des nombres, est mise en jeu ? »

Les compétences citées ici se construisent pour une large part à travers la résolution de problèmes et les types de tâches qu'ils contiennent. Il s'agit donc de décrire (éventuellement d'évaluer) le rapport aux nombres dont on est raisonnablement en droit d'attendre l'établissement pour des élèves du CE2 ; donc le rapport institutionnel « aux pratiques à nombres ». Pour plus de précision, il faut donc retourner à la consultation des programmes des cycles 2 et 3, puisque le CE2 est la première classe du cycle 3.

Le terme de « connaissances » semble beaucoup plus flou et difficile à définir, même si en philosophie et en didactique des mathématiques de langue française (car la distinction n'existe pas en anglais, ce qui pose divers problèmes), il adopte un sens très précis : les connaissances sont essentiellement attachées aux personnes (rapports personnels), éventuellement aux groupes, mais ne peuvent être facilement détachées des personnes et des contextes, à l'inverse des savoirs (rapports institutionnels). Dans des expressions comme « les connaissances des élèves », « connaissances maîtrisées ou non maîtrisées » le terme de « connaissances » semble plutôt renvoyer à un savoir-faire, donc à un couple (type de tâches, technique), que l'élève possèderait ou non en propre.

Mais en même temps, on ne peut s’empêcher d’y voir certains éléments technologiques, comme c’est le cas dans l’expression « connaissance d’une notion ». Ainsi lorsque cette dernière expression est accolée à, par exemple, décimal, fraction, proportionnalité, l’expression renvoie-t-elle sans doute aux décimaux, aux fractions, à la proportionnalité qui sont certes des « notions » rencontrées à travers l’accomplissement d’activités, mais aussi grâce à des définitions et des propriétés ; c’est-à-dire grâce à des éléments technologiques. Le terme de « connaissance » utilisé dans ce genre d’énoncé est donc particulièrement riche de confusions.

La deuxième question demande : « Classez ces productions en fonction de la procédure utilisée… »

Le terme « productions » renvoie sans doute à ce qui est donné à voir lorsque a eu lieu l’accomplissement d’une ou plusieurs tâches d’un type donné. Mais lorsqu’elles sont qualifiées « d’expertes » ou de « rudimentaires », ce terme contient sans doute un sens qui renvoie à la prise en compte de la technique utilisée par l’élève pour accomplir la tâche. Quant aux termes de « procédures » ou de « démarches », ils peuvent sans doute être associés aux techniques.

Comme on l’a déjà mentionné, le terme de « procédure », qui vient de procéder (en latin *pro cedere* qui signifie « s’avancer »), est issu du droit. Ce terme juridique apparaît vers le milieu du XIV^{e} siècle. Il est associé aux termes de « formalités » à remplir, ou de « règles d’organisation judiciaire » à suivre. On voit donc qu’il est déjà particulièrement mal adapté pour la description d’une pratique relevant d’un savoir, comme le sont les mathématiques. Importé du droit par la psychologie, le terme de « procédure » a ensuite été exporté sans plus de réflexion vers l’enseignement… Il ne permet de rendre compte, ni de la complexité d’un savoir telle qu’elle a été décrite en termes d’organisation praxéologique, ni de la réalisation des tâches relevant de ce savoir par quiconque, et notamment par les élèves.

Voici par exemple ce que l’on trouve dans un glossaire de psychologie de l’Université Pierre Mendès-France de Grenoble : « Les activités de résolution de problème relèvent d’un niveau de contrôle plus élevé de l’activité, celui nécessité par l’élaboration de procédures. Elles sont dirigées par une stratégie, grâce à la mise en œuvre des méta-opérations d’élaboration d’une procédure ». Tout le problème, qui demeure entier depuis la psychologie parce qu’elle ne s’intéresse ni aux savoirs, ni aux institutions au sein desquelles on les rencontre, est de parvenir à décrire le bien mystérieux « méta »…

Ce même glossaire fournit une définition du terme de procédure : « Suite organisée d’actions permettant de réaliser un but. Dans l’analyse des procédures, il est opportun d’envisager deux distinctions. La première oppose une procédure en voie de constitution (il s’agit alors d’une situation de résolution de problème) à une procédure déjà constituée, ou savoir-faire (on parle alors de connaissances procédurales). L’organisation interne et la gestion de l’exécution varient avec le degré d'apprentissage. La seconde concerne la description que fait un individu de la procédure qu’il emploie et la réalisation effective de celle-ci... » (Grand Dictionnaire de Psychologie, Larousse). Dans ce deuxième cas encore, la description de la procédure ne peut être envisagée que relativement à l’individu qui la suit. On oublie ainsi qu’elle est portée d’une part par les communautés historiques qui ont conçu le savoir mathématique, d’autre part par la communauté sociale qui s’est chargée de sa transposition au niveau du cursus considéré, et enfin par la « communauté-classe » à laquelle appartient l’élève et où se déploient les pratiques relatives au savoir. C’est son plus ou moins grand assujettissement au contrat didactique qui garantit la mise en œuvre d'un technique plus ou moins idoine à ce que l'on attend de lui.

On voit donc que l'entrée par le *logos* d'où vient le terme de « technologie », et qui est le discours raisonné qui, dans une institution donnée, justifie, rend compréhensible et produit les « procédures », est absent de cette définition venue de la psychologie, alors qu'il constitue le cœur de l'activité mathématique. Cette activité est un construit humain chargé d'histoire, et non une activité propre à un sujet indépendamment des institutions qui lui ont fait rencontrer cette pratique sociale ; institutions au premier titre desquelles se trouve l'École. Et il en est de même de bien d'autres activités intellectuelles, et / ou scolaires, qui sont, elles aussi et avant toutes choses, des pratiques sociales dans lesquelles l'élève est convié d'entrer.

Ce détour technologique étant accompli, on pourrait donc croire que le terme de « procédure » renvoie en général, et comme on l'a déjà mentionné, au terme de « technique » utilisé en didactique des mathématiques. Ici cependant il faut discriminer plus finement car, pour s'engager dans la technique de groupement que les élèves utilisent tous, les élèves recourent à des systèmes de signes (systèmes sémiotiques) différents. Certains de ces systèmes sont de nature « strictement mathématique », d'autres relèvent de systèmes de représentation sémiotique sans doute rencontrés dans les classes précédentes, mais qui ne font pas partie de la panoplie des écritures mathématiques canoniques.

Ainsi, le terme de « procédure » utilisé dans ce sujet de CRPE doit-il encore être compris, dans ce contexte, comme signifiant « outil » ; ce qui est tout autre chose que le sens donné par la définition psychologique de « procédure » en tant que « suite organisée d'actions ». C'est effectivement grâce à des outils que l'on peut s'engager dans l'accomplissement de techniques. Ainsi, au type de tâches non mathématique consistant à « verser dans un verre le contenu d'une bouteille fermée par une capsule », est traditionnellement associée la technique consistant à commencer par la décapsuler ! L'engagement dans cette technique requiert l'usage d'outils qui peuvent être très divers : du décapsuleur lorsqu'on en a un, en passant par le tournevis, le choc sur le bord d'une table, *etc*.,… en allant pour certains jusqu'aux dents, lorsqu'ils ne disposent de rien d'autre ! On voit donc que l'engagement dans une seule et même technique qui, précisons-le une fois de plus, est loin d'être un algorithme !, peut se faire grâce à une multitude d'objets qui deviennent alors, pour le coup, des outils. Si c'est le cas dans cet exemple trivial, c'est aussi le cas en mathématiques, comme c'est encore le cas des mains du sculpteur qui « maîtrise sa technique ».

Il en est ainsi, par exemple, si l'on envisage le type de tâches contenu dans l'énoncé du problème suivant : « Sachant que 4 carambars coûtent 1,48 €, combien coûtent 7 carambars ? ». On peut, pour réaliser ce type de tâches, recourir à la technique dite du « retour à l'unité », en supposant que les prix et les nombres de carambars sont proportionnels. Pour mettre en œuvre cette technique, on dispose de plusieurs outils ; on en retiendra trois, sans prétendre pour autant qu'ils aillent du « rudimentaire » au « sophistiqué »,… sans parler de « l'expert ».

Le premier outil utilisé peut être, par exemple, le « tableau de proportionnalité » accompagné de divers autres signes ostensifs (flèches, symboles opératoires, *etc*.). On l'utilise ainsi :

÷ 4 × 7

Nombre de carambars	4	1	7
Prix des carambars	1,48	0,37	2,59

÷ 4 × 7

Le second outil est la « petite comptine » que l'on apprenait autrefois à l'école élémentaire, et sa récitation appropriée aux données du problème :

« Si 4 carambars coûtent 1,48 €, alors 1 carambar, soit 4 fois moins, coûtera 4 fois moins cher, soit 1,48 € divisé par 4, et 7 carambars, soit 7 fois plus, coûteront 7 fois plus cher, soit finalement 1,48 ¤ divisé par 4 multiplié par 7 qui font 2,59 € »

Le troisième outil est celui que fournit l'écriture fonctionnelle *f* d'une application linéaire modélisant une situation de proportionnalité :

Ainsi :

$$f(7)=f(7\times 1)=7\times f(1)=7\times f\left(\frac{4}{4}\right)=7\times f\left(4\times \frac{1}{4}\right)=7\times \frac{1}{4}\times f(4)=\frac{7}{4}\times 1{,}48=2{,}59.$$

On laisse chacun libre de juger de quel qualificatif, entre « rudimentaire » et « expert », on peut affubler les outils mobilisés dans ces trois exemples. Tout simplement, l'usage de certains outils existe à certaines époques et à certains niveaux dans le système éducatif, puis peut disparaître ; de même que d'autres usages et les outils qui leur sont associés ne vivent jamais, *etc*. Enfin, certains outils sont considérés comme plus ou moins performants que d'autres, plus ou moins ergonomiques, rapides pour l'accomplissement de la technique, *etc.* ; ce qui explique que le progrès en termes d'outils occasionne la substitution de certains outils par d'autres jugés plus efficaces, même si leur maniement est plus délicat. La transposition didactique et les choix faits au sein de la noosphère se chargent de les faire vivre ou non à certains niveaux du cursus scolaire.

Revenant à la solution du problème posé et à la question « Rangez leurs productions de la plus rudimentaire vers la plus experte », les termes de « rudimentaires » et « expertes », pour qualifier les « productions », c'est-à-dire les écrits des élèves, renvoient ici à ce qui a été dit dans la question précédente relativement aux systèmes sémiotiques dont l'écrit conserve la trace. Sans doute certains élèves ne sont-ils pas encore suffisamment à l'aise avec les systèmes sémiotiques étudiés dans des périodes récentes, dans des classes proches du niveau du CE2 ou en CE2. Aussi usent-ils des systèmes qui étaient en vigueur dans certaines classes antérieures, ou qui étaient admis « au brouillon », *etc*., en se référant, pour légitimer cet usage, à des clauses du contrat didactique qui stipulent que ce qui a été validé par l'enseignant une fois, dans le système éducatif, est valable ultérieurement, avec d'autres enseignants. Peut-être un jour, un enseignant leur fera-t-il entendre que certains usages « font bébé », que l'on attend d'eux qu'ils deviennent « grands » désormais, en adoptant l'usage en vigueur dans la classe où ils se trouvent maintenant ; c'est-à-dire qu'ils se plient à certains des termes du nouveau contrat didactique. Ces qualificatifs de « rudimentaire et experte » accolés à « production » renvoient donc à la distance au rapport institutionnel généralement attendu au CE2.

Ayant « décodé » l'énoncé, le candidat peut se lancer dans la résolution du problème,… et rencontrer peut-être alors l'incompréhension du correcteur qui ne dispose quasiment jamais de ce moyen d'analyse ! Ce qui pose le problème, non négligeable, de l'équité devant le concours et sa correction ; problème dont un début de réponse devrait passer par l'écriture de sujets rédigés dans un langage compréhensible par des candidats, au-delà du niveau de subjectivité du rédacteur de l'énoncé, c'est-à-dire un langage qui soit sous-tendu par la recherche minimale d'une certaine rigueur didactique.

I – 2 Organisation didactique

I – 2.1 Notion d'organisation didactique

Dans ce qui suit, on présente la modélisation en termes de moments didactiques, apportée par le didacticien des mathématiques Yves Chevallard. Si elle semble actuellement ignorée d'un certain nombre d'institutions qui forment à l'enseignement des mathématiques ou prescrivent, elle pourrait néanmoins devenir un outil utile pour les enseignants afin de concevoir, analyser, évaluer et développer l'enseignement des mathématiques dans leurs propres classes.

La question de départ est la suivante. Soit un type de tâches dont l'étude est programmée. Par exemple : « Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir » ou « Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée », deux types de tâches qui figurent explicitement au programme du cycle III. Comment faire pour motiver ce ou ces types de tâches ? Par « motiver », il ne faut pas entendre un vague concept qui aurait à voir avec la « motivation de l'élève », dont régulièrement les enseignants se plaignent de la faiblesse, voire de l'absence ! Il s'agit plutôt de faire rencontrer comme une nécessité, pour l'accomplissement d'une tâche problématique donnée, des raisons qui motivent le type de tâches dont l'enseignement est visé. On voit par là qu'en se préoccupant des raisons d'être de la notion mathématique à enseigner, et en les faisant vivre, à leur niveau, par les élèves d'une classe, on a ainsi de plus grandes chances de rencontrer… la motivation des élèves.

Cette question est centrale, car c'est d'elle que découlera en grande partie la qualité de l'enseignement et de l'apprentissage. C'est sans doute la question fondamentale que devrait se poser tout professionnel de l'enseignement. C'est en tout cas la problématique derrière laquelle se rangent les travaux d'« ingénierie didactique » depuis leur inauguration par Guy Brousseau.

Pour répondre à cette question, il va falloir faire rencontrer par les élèves l'une au moins des raisons d'être de ce type de tâches ; puis se bâtira, comme une nécessité, l'organisation mathématique à enseigner. Sinon l'enseignement est purement gratuit, dénué de sens, et un savoir immotivé ne résiste guère que le temps que les élèves veulent bien consacrer, par gentillesse ou soumission, à son étude. C'est-à-dire qu'il est rapidement perçu comme inutile une fois sorti de l'école. C'est ce qu'on peut relever à travers des questions telles que : « les mathématiques, ça sert à quoi au juste ? » Remarquons que ce qui est dit pour les mathématiques se transpose très facilement à d'autres disciplines scolaires : sciences, histoire, géographie, français dans toutes les déclinaisons de cette discipline (poésie, lecture expliquée, rédaction, dictée, *etc.*), éducation physique, *etc*., également menacées par une absence de visibilité des élèves des raisons d'être de ces savoirs enseignés.

Le schéma général permettant cette motivation est le suivant : on choisit une tâche d'un type familier à l'élève, mais dont l'accomplissement selon une certaine technique conduit ce dernier à rencontrer une difficulté déterminée, une tâche problématique que l'accomplissement d'une nouvelle tâche permettrait de dépasser. C'est par exemple le cas des situations désormais célèbres et élaborées par Guy Brousseau : mesurer l'épaisseur d'une feuille de papier, agrandir un puzzle, *etc*.

Le type de tâches apparaît ainsi comme permettant d'accomplir les tâches du type qui le motivent, et dont il apparaît alors comme une raison d'être. Dans l'exemple de la symétrie axiale, il est donc nécessaire de trouver une tâche qui paraît familière aux élèves, mais dont l'accomplissement nécessite de disposer d'une technique qui demeure encore problématique à ce moment.

La levée de cette problématicité amènera le savoir dont on vise l'enseignement. Néanmoins, il ne faut pas perdre de vue que se retrouver face à une situation problématique est toujours déstabilisant pour la personne, que le dépassement de cette problématicité nécessite un grand effort, personnel ou collectif, que la situation de déconcertation cognitive est coûteuse. On a alors sans doute intérêt à faire en sorte que cette recherche s'appuie sur la mobilisation de toutes les forces et les ressources disponibles dans le « collectif classe ». Pour s'engager dans cet effort, on comprend qu'il soit donc nécessaire qu'existe une forte motivation à la résolution de cette tâche problématique. Une tâche immotivée ne résiste pas à cette première épreuve : les élèves s'ennuient rapidement ou se découragent devant l'ampleur de la tâche, négligent de s'affronter à l'effort, attendent plus ou moins que le professeur, ou l'un des bons élèves, proposent la solution, *etc*.

Face à ces situations, les motivations sont alors parfois trouvées par l'enseignant ailleurs que dans le savoir mathématique proprement dit : bonbons, bons points, gratifications par des remarques encourageantes, *etc*. Cette remarque ne signifie pas que ces « techniques » soient à proscrire ! Le premier travail du professeur, peut-être un des plus difficiles, consiste donc à trouver une bonne raison de motiver le tracé d'une figure symétrique d'une figure donnée, de compléter une figure par symétrie, de déterminer si une figure possède ou non un ou des axes de symétrie. Précisons que trouver une bonne raison porte sur le savoir mais est dirigé évidemment vers l'élève : car il est nécessaire que les élèves trouvent, eux, une bonne raison de s'engager dans une activité problématique. C'est dire que le professeur a pour tâche de trouver une situation réellement motivante pour les élèves !

Il y a donc ainsi, quelle que soit l'organisation didactique adoptée (motivante et motivée, ou non), un moment où, par exemple, les élèves vont rencontrer tel ou tel type de problèmes pour la première fois. Et encore un moment où le professeur va conduire l'institutionnalisation des ingrédients techniques, technologiques et théoriques (s'ils existent) de l'organisation mathématique dans laquelle les élèves devront être entrés ; car sans cela l'apprentissage est fortement compromis. On peut ainsi distinguer six moments de l'étude :

- le moment de ***la première rencontre*** avec le type de tâches, qui doit conduire à l'émergence d'un *embryon* de technique ;

- le moment de ***l'exploration du type de tâches mathématiques*** (à l'aide d'un corpus adéquat de spécimens de ces tâches), et de l'élaboration d'une technique relative à ce type de tâches ;
- le moment de ***l'élaboration de l'environnement technologico-théorique*** de la technique ; c'est le moment où l'on va s'intéresser aux raisons pour lesquelles la technique que l'on a ébauchée « fonctionne ». Ces raisons seront, évidemment, de natures différentes, selon le niveau scolaire auquel on se place ;
- le moment du ***travail de la technique***, qui doit permettre à la fois de « faire travailler » la technique de manière à étendre sa portée, à accroître sa fiabilité, *etc.*, et de faire que les élèves puissent travailler leur maîtrise de cette technique ;
- le moment de ***l'évaluatio****n* où l'on évalue la maîtrise que l'on acquise de l'organisation mathématique ;
- le moment de ***l'institutionnalisation de l'organisation mathématique*** ainsi élaborée.

La notion de moment ne renvoie qu'en apparence à la structure temporelle du processus d'étude. Un moment, au sens donné à ce mot ici, est une dimension dans un espace multidimensionnel ; on voit donc qu'il n'y a pas, de façon abstraite et hors enseignement, d'ordre total à rechercher dans l'ensemble des moments. Bien entendu, une saine gestion de l'étude exige que chacun des moments didactiques se réalise au bon moment, ou, plus exactement, aux bons moments : car un moment de l'étude se réalise généralement en plusieurs fois, sous la forme d'une multiplicité d'épisodes éclatés dans le temps.

Ainsi, si l'on cherche à classifier ces divers moments, on arrive au schéma suivant :

Groupe I (Activités d'étude et de recherche [AER])

1. Moment ***de la (première) rencontre*** avec le type de tâches ;

2. Moment de l'***exploration*** du type de tâches et ***de l'émergence de la technique*** associée ;

3. Moment de la construction ***du bloc technologico-théorique***.

Groupe II (Synthèses)

4. Moment ***de l'institutionnalisation*** de l'organisation mathématique qui a émergé de l'activité.

Groupe III (Exercices & problèmes)

5. Moment ***du travail*** de l'organisation mathématique (et en particulier ***de la technique***).

Groupe IV (Contrôles)

6. Moment de l'évaluation.

I – 2.2 Utilisation de la modélisation précédente à propos d'un sujet de CRPE

On trouvera en **ANNEXE 2** le texte du sujet de CRPE de Bordeaux, Caen, Clermont-Ferrand, Nantes, Orléans-Tours, Poitiers, La Réunion**,** 2000, sur lequel porte ce paragraphe, ainsi qu'une reproduction d'un chapitre de l'ouvrage d'où est extrait le document sur lequel s'appuie l'ensemble des questions de cette épreuve, (extrait du livre du maître et extrait du livre de l'élève, « Pour comprendre les mathématiques », CM1, éd Hachette)**.**

L'analyse des organisations didactique et mathématique sera d'abord faite à partir des éléments mis à la disposition des candidats lors de l'épreuve, puis à partir de la fiche élève, (p. 60), et des éléments de mise en œuvre de la séquence donnés dans le guide pédagogique correspondant, (p. 82 et 83 pour cette leçon). On se centre essentiellement sur la description d'un moment de première rencontre d'une organisation mathématique.

Analyse à partir des documents donnés aux candidats

La première question porte sur l'organisation mathématique, les questions 2, 3 et 4 portent essentiellement sur l'organisation didactique.

L'étude évoque, pour trois activités sur quatre, des tâches du type : (1) dans une situation où on répartit une quantité totale connue, en tas identiques de valeur connue, déterminer le nombre de tas et ce qu'il reste après répartition. Pour l'exercice 3, il s'agit d'une tâche du type : (2) dans une situation où on répartit une quantité totale connue, en un nombre connu de tas identiques, déterminer la valeur de chaque tas et ce qu'il reste après répartition.

L'extrait que l'on a du livre élève débute par un paragraphe « Piste de recherche », contenant une narration : on évoque une tâche accomplie ailleurs, par des acteurs auxquels les élèves de la classe peuvent s'identifier – Cyril, Dorothée et Éric -, et on donne des traces de la technique utilisée par ces acteurs pour accomplir cette tâche, (représentation effective de la collection (peut-être par lignes de 10, on ne sait pas comment la représentation graphique est élaborée), et de la répartition ; soustractions réitérée ; multiplications réitérées). Ce type de tâches et les techniques évoquées ne sont pas des nouveautés à ce niveau, en revanche ce qui est certainement nouveau, c'est ce que l'on trouve dans les cinq dernières lignes du §1 de la piste de recherche et le contenu de l'encadré correspondant. Ici une nouvelle tâche est évoquée : « diviser 47 par 11 ». On peut faire l'hypothèse qu'il s'agit donc, dans ce §1, d'une première rencontre avec la division ; le vocabulaire utilisé : « *Quand on divise 47 par 11, le quotient est 4, le reste est 3* » « *dividende, diviseur, quotient, reste* » et l'écriture numérique correspondante : « *47 = (11 x 4) + 3* », sont introduits. Toutefois comment l'élève rencontre-t-il ici une tâche du type « diviser un entier par un autre » et une technique pour accomplir ce type de tâches : quand et comment sait-il que le travail fait permet d'accomplir la tâche : « diviser 47 par 11 » ? Il est écrit « *Quand on divise 47 par 11, le quotient est 4, le reste est 3* » , mais que signifie « diviser », on a ici une tâche qui est évoquée et le résultat final une fois la tâche accomplie qui est donné, qu'y avait-il précisément à faire et qu'en est-il du moyen pour arriver au résultat ? Si faire la division de 47 par 11 c'est trouver deux nombres, q et r, tels que 47 = 11 x q + r, ce que laisse supposer le texte mais n'est pas dit dans ce qui est à notre disposition, seule la technique d'Eric est réellement appropriée pour accomplir une tâche ainsi spécifiée, (éventuellement celle de Cyril), la technique de Dorothée ne permet pas de justifier simplement que 47 c'est 11 fois 4 plus 3.

En ce qui concerne la gestion de ce moment, on ne sait pas comment les élèves prennent connaissance de cette narration : individuellement, en lecture silencieuse ? , leur dévolue-t-on le problème résolu par les trois enfants fictifs avant de leur demander de prendre connaissance de ce qui est écrit sur le livret ? On peut penser que les cinq dernières lignes du §1 de la piste de recherche et le contenu de l'encadré correspondant, est le résumé d'un discours du maître tenu à la suite de la prise de connaissance de cette narration par les élèves et d'un échange collectif, mais on ne sait rien du contenu de cet éventuel échange, donc de ce qui est dit de la division au cours du travail correspondant au §1. Dans les paragraphes 2 et 3 on va proposer aux élèves d'accomplir des tâches du même type (1) et très proches de celle accomplie par les enfants fictifs. Dans ce que nous avons à notre disposition, il n'est pas question de division : on ne demande pas d'accomplir la division de 49 par 11 ou de 49 par 15, peut-être le vocabulaire et l'écriture numérique correspondante sont-ils apportés lors d'une phase collective de correction, mais il n'en n'est pas fait état.

Les éléments qui se trouvent dans le 1° paragraphe de la piste de recherche sont des éléments technologiques pouvant participer à l'élaboration d'une technique pour effectuer la division de deux entiers, on trouve aussi trace de ce qui peut être une institutionnalisation partielle, à la fin de ce paragraphe, mais la tâche et la technique ne sont pas explicitement précisés dans le document mis à disposition.

Dans les trois exercices du paragraphe « Applications » qui suit, on demande aux élèves d'accomplir des tâches du type (1) puis (2). Il n'est pas question de division ici non plus, toutefois dans les exercices 2 et 3 on demande d'écrire le résultat sous la forme emblématique $a = b \times q + r$. On ne peut pas considérer que ces moment permettent de poursuivre l'élaboration de la technique de calcul du quotient et du reste, ou de l'entraîner puisque la tâche elle-même n'est pas évoquée.

Analyse à partir des extraits du livret élève et du guide pédagogique

La lecture des documents correspondants, montre que :

- dans l'épreuve du CRPE, seule la première page du livre élève a été reproduite, sans le titre : « Division (1) » ;

- le document élève, reproduit dans l'épreuve, correspond à la « première journée » consacrée à cette leçon, décrite dans le guide pédagogique ;

- d'après les auteurs, il s'agit de : « *reconnaître une situation de division* » et de « *Calculer empiriquement le quotient et le reste* » ;

- l'organisation didactique proposée par le guide pédagogique introduit des éléments dont on ne trouve pas trace dans le document du CRPE, que nous préciserons ci-dessous.

Les auteurs de l’ouvrage annoncent donc bien un travail participant à l’étude de la division.

La gestion de la première activité est précisée : avant de prendre connaissance du contenu du §1 de la piste de recherche, le problème, « En avant la musique », ou un problème analogue, est confié aux élèves de la classe répartis en groupes, une restitution du travail de chaque groupe est faite par un rapporteur, différentes techniques pour accomplir la tâche sont attendues, les auteurs précisent que *« l’écriture de la réponse devra être examiné collectivement. La formulation 47 = (11 x 4) + 3 peut être utilisée dans tout les cas. L’enseignant précise le vocabulaire : diviseur, quotient, reste.* »

Ceci nous permet de donner un sens à ce que les auteurs entendent par : « Calculer empiriquement le quotient et le reste ». D’après le Larousse, est empirique « ce qui ne s’appuie que sur l’expérience, l’observation », on pourrait donc comprendre qu’à travers l’activité d’introduction proposée, les élèves fictifs ou réels, vont réaliser des calculs permettant d’accomplir la tâche qui leur est explicitement dévolue (chercher combien de groupes seront formés et combien d’enfants recevront un tambourin), et qui leur est familière. Ce travail fait, ils seront amenés sous la conduite du maître, à observer les résultats comme étant le quotient et le reste de ce que l’on appellera division. Il s’agit de la rencontre d’un premier exemplaire de quotient et de reste que le professeur montre et nomme, ceci à l’occasion de la résolution d’un problème de répartition en tas identiques. Que l’ont délègue ou non aux élèves réels de la classe la résolution du problème de chorale, ils seront observateurs de ce que le maître leur montre concernant la division.

L’activité « En avant la musique » est suivie d’une autre activité, une nouvelle tâche de type (1) est confiée aux élèves, là encore, la tâche accomplie, les résultats seront observés sous la conduite du maître, en particulier pour constater que le reste est plus petit que l’effectif d’un groupe, sinon « on peut encore faire un groupe ». Le maître fera remarquer aux élèves qu’il s’agit d’une propriété générale du diviseur et du reste : *« Le reste est toujours plus petit que le diviseur ».* Cette remarque sera institutionnalisée en fin de leçon, (en bas de la page 61 du livre élève). C’est sans doute elle qui permettra d’élaborer une technique, (non explicitée, du reste), pour retrouver le quotient et le reste dans une égalité numérique du type a = (b x q) + r ou disqualifier des couples de nombres comme quotient et reste de deux entiers donnés dans les exercices 4 et 5 qui suivent.

On débute, de cette façon, une étude qui sera poursuivie dans d’autres leçons, et même au-delà du primaire, sur la division euclidienne. La division euclidienne de deux nombres entiers, la recherche du quotient et du reste par la technique de la division posée, sont explicitement au programme du cycle 3. Toutefois, l’étude de la division euclidienne est, au niveau primaire liée de façon forte à l’étude des situations qui pourront se résoudre, et ceci pas nécessairement en primaire, à l’aide d’une division euclidienne : les élèves traitent, à ce niveau les situations dites de division, sans utiliser la division, et bien avant qu’ils n’entendent parler de la division et la division reste, tout au cours du primaire, une technique parmi d’autres pour accomplir ce type de tâches, comme le confirment les instructions officielles : *« A l’école primaire, les situations dites de « division » sont traitées par des procédures diverses selon la représentation que s’en fait l’élève : addition ou soustraction réitérée, …, suite de multiplications, divisions. L’étude de cette opération étant programmée sur plusieurs années, cet apprentissage se poursuit donc en sixième, le recours directe à la division devant* *devenir plus systématique.* », (extrait du document d'accompagnement des nouveaux programmes de l'école primaire : « Articulation école collège »).

Néanmoins, la division d'un nombre par un autre est un type de tâche qui devra prendre son indépendance ne serait-ce que pour élaborer une technique s'appuyant sur les propriétés des nombres et des autres opérations, (une technique de la division posée, par exemple), comme le préconisent les textes officiels. Il sera indispensable, tôt ou tard, de considérer la division comme une opération qui à deux nombres fait correspondre deux autres nombres. Quand cet objet mathématique sera-t-il présenté de cette façon ? Dans l'ouvrage de référence, dans les exercices 4 et 5, p. 61 du livret, la tâche à accomplir porte sur des nombres entiers et non sur des répartitions en tas identiques, mais ici la technique à mettre en œuvre n'est pas une technique de division mais une technique élaborée à partir de l'égalité numérique associée à la division et le résultat concernant le reste et le diviseur.

Enfin, il est étonnant de voir figurer parmi les objectifs des auteurs de l'ouvrage : « *Reconnaître une situation de division* », alors même que les élèves n'ont pas abordé l'étude de la division.

II – TRAVAIL EN ATELIER SUR LE THÈME DU CALCUL RÉFLÉCHI

II – 1 Présentation de la situation

Les étudiants de PE2, au cours de leurs stages, se trouvent en général contraints d'utiliser le fichier de la classe où ils sont nommés, et ceci à l'endroit où le maître titulaire s'est arrêté. Cette situation pose de nombreux problèmes aux débutants et nous pensons que les apports précédents peuvent leur permettre de rassembler, sur le matériel qui est à leur disposition, des informations pouvant faciliter les prises de décisions nécessaires.

Nous avons donc proposé aux participants de cet atelier, à partir d'une fiche élève et de la fiche maître correspondante, extraites d'un ouvrage de C.P., (« Place aux Maths », édition Bordas, fiche n° 38), de faire une analyse de ces documents à l'aide des outils théoriques proposés. On trouvera en **ANNEXE 3** une reproduction des documents correspondants.

Le but du travail est de voir quels types de connaissances ces outils théoriques permettent de produire, et à partir de là, quelles questions peuvent être induites et quelles décisions peuvent être prises.

II – 2 Éléments de l'analyse faite

Dans ce paragraphe, nous avons rassemblé des éléments qui participe à l'analyse, sans tenir compte de la chronologie de l'atelier.

Dans cette fiche, intitulée « Calcul réfléchi » (1) il s'agit de participer à l'étude du thème « *organiser et traiter, mentalement ou avec l'aide de l'écrit, des calculs additifs, …, en s'appuyant sur des résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations* ».

Quand les élèves abordent la fiche 38 de cet ouvrage, où en sont-ils, en terme de techniques, pour accomplir une tâche du type : « organiser et traiter, mentalement ou avec l'aide de l'écrit, des calculs additifs » ?

RAPPEL RAPIDE DU CONTENU DES FICHES PRECEDENTES

Dans les leçons précédentes l'addition a été introduite et la somme de deux nombres a été présentée comme étant le nombre d'objets de la collection obtenue par réunion de deux collections ayant ces nombres comme cardinal. Jusqu'à la fiche 38, les techniques pour trouver la somme de deux nombres sont les suivantes :

- dénombrer un à un, en récitant la comptine numérique, les objets de la collection réunion, quand effectivement on a les collections de départ ou une représentation de celles-ci ;
- utiliser la file numérique quand on a les deux nombres : on repère le premier et on avance d'un nombre de cases égal au second, cases que l'on pointe une à une.

Ces deux techniques semblent introduites dès la première leçon sur le signe + et le signe =, (fiche 11), mais les informations apportées par le fichier élève et le livre du maître dans le domaine des techniques utilisées sont peu explicites. La seconde est reprise explicitement dans la fiche 25, pour des nombres inférieurs à 10, et des sommes de deux ou trois chiffres.

Parallèlement à ces leçons, on trouve 5 leçons intitulées « Décomposer les nombres », (entre la fiche 12 et la fiche 27). Les premières travaillent sur les décompositions additives des nombres de 1 à 9, à partir de situations de répartition en deux tas, voire trois, d'une collection dont on connaît le nombre d'objets. A cette occasion l'attention des enfants est attirée sur la commutativité de l'addition, on écrit dans un tableau les décompositions, (aucun modèle de tel tableau n'est donné), que l'on a effectuées des nombres de 1 à 9. Les techniques utilisées pour trouver les nombres intervenant dans la décomposition d'un autre nombre sont là aussi peu explicitées par les auteurs, toutefois en plus et sans doute avec les techniques évoquées précédemment, on utilise, dès la fiche 12, les boîtes à compter, (boîtes avec, à droite 10 cases pour mettre des jetons et à gauche un espace pouvant recevoir jusqu'à 10 barres, cet espace est pour le moment masqué par un couvercle), pour représenter les collections totales et décomposer celles-ci en sous-collections. Ensuite on travaille sur les décompositions de 10, la boîte à compter étant ici un outil privilégié ; de nombreuses activités conduisent à trouver des compléments à 10, les décompositions additives de 10 sont écrites dans le tableau évoqué précédemment. La décomposition des nombres de 11 à 19 est amorcée par des décompositions utilisant 10, le travail s'appuyant semble-t-il sur les boîtes à compter, (on utilise deux boîtes), puis sur la file numérique et les tableaux de décompositions élaborés dans les leçons précédentes. A cette occasion l'attention est attirée sur l'écriture en chiffres de nombres comme 17, 18 et 19, leur décomposition additive utilisant 10 et leur écriture en lettres ou leur expression orale. Les activités proposées conduisent à la fois à décomposer les nombres jusqu'à 19 et à trouver le résultat de sommes de 2, 3 voire 4 chiffres, « en faisant prendre conscience de l'utilité du passage par dix chaque fois que c'est possible », (les nombres choisis facilitent ce passage par 10 : les additions à effectuer sont du type : 9 + 1 + 3 + 5 = où on fait d'abord 9 + 1, les décompositions proposées sont du type : décomposer 18 en trois nombres dont un est 8, …). Entre la fiche 27, (« Décomposer les nombres (5) »), et la fiche 38 le travail numérique porte sur les nombres de 1 à 50 : échanges un contre 10, les dizaines successives sur la file numérique, comprendre l'écriture chiffrée et le nom des nombres.

ANALYSE DU TRAVAIL CORRESPONDANT À LA FICHE 38

Le travail correspondant à la fiche 38 débute par un jeu dont le support est une file numérique, (« Le cache-nombre », phase 1, première séance), au cours duquel les élèves doivent, pour gagner, effectuer correctement le plus possible de calculs de la somme de deux entiers inférieurs à 10, tâches du type sur lequel porte l'étude. Le choix de la technique semble laissé aux élèves qui, dans cette phase, ont, à leur disposition deux boîtes à compter et la file numérique sur laquelle ils posent des jetons. Précédemment la bande numérique a été utilisée pour faire des calculs de somme, (fiche 25), mais, si les boîtes à compter ont été utilisées, (dès la fiche 12), pour faire des décompositions additives de nombres, elles n'ont pas été explicitement utilisées pour faire des calculs de sommes, les élèves ne sont pas nécessairement très performants dans un tel jeu. La synthèse doit « *mettre en évidence l'intérêt d'avoir mémorisé ces différents calculs pour retrouver l'écriture canonique d'un nombre* ». On peut donc comprendre que cette activité vise à motiver comme technique pour faire rapidement la somme de deux entiers inférieurs à 10, la mémorisation d'un maximum de décompositions.

Dans la phase 2, première séance, un seul calcul est à effectuer : 9 + 8 avec pour consigne d'utiliser deux boîtes à compter, d'utiliser le passage par 10 et de traduire sur l'ardoise les étapes du calcul. Les enfants ont des jetons à leur disposition, on peut penser que, par exemple, ils comptent 9 jetons pour faire un premier tas, puis 8 pour faire un second tas, ils remplissent une première boîte avec les 9 jetons, il reste une place, ils comblent cette place avec un jeton du tas de 8, puis logent les jetons restant dans la deuxième boite, ils comptent alors dans cette deuxième boite 7 jetons et en déduisent que ça fait 10 + 7 donc 17. Ils doivent alors, sur leur ardoise, écrire les étapes de ce calcul. On peut penser que ce qui est attendu sont des écritures du type : 9 + 8 = 9 + 1 + 7 = 10 + 7 = 17. L'exploitation collective ne donne aucun exemple d'écriture valorisée, « *toutes les procédures mises en place par les élèves sont exposées* », toutefois on relève que, au cours de ce moment, le maître doit « *faire apparaître notamment ce qui manque à 9 pour faire 10, et donc ce qu'on prend à 8 pour le donner à 9* ». On a ici un morceau de discours technologique sur la technique dont l'étude sera poursuivie dans la seconde séance correspondant à cette fiche, mais cette technique n'est pas décrite, (elle pourrait être décrite de la façon suivante : quand on a la somme de deux nombres inférieurs à 10 à calculer, on cherche ce qu'il faut ajouter au premier pour avoir 10, (le complément à 10 du premier), on retire du second cette quantité et on ajoute ce qui reste du second à 10). En fait, on fait deux sous tâches successivement : chercher un complément à 10, puis décomposer additivement un nombre en deux, un des deux nombres étant imposé.

La seconde séance débute par l'activité du fichier intitulée « *Je cherche* ». En groupe les élèves doivent relier Max ou Lola ou Maya et leurs boîtes à compter respectives, (chaque groupe se centre sur un personnage), à un arbre représentant le calcul fait par ce personnage avec ses boîtes à compter, puis finir de remplir le graphe. Pour chaque personnage des boîtes à compter sont représentées, l'une avec 9 l'autre avec 8 jetons, des flèches indiquent des mouvements de jetons de l'une à l'autre, voire de ces deux boîtes vers une troisième. En dessous trois arbres sont débutés : la première ligne est identique (9 + 8) ; dans les trois, la seconde ligne est partiellement remplie (quand il y a décomposition de 8 ou/et de 9 un seul des deux chiffres est donné, les emplacements sont prévus, ainsi que les signes +) ; dans les deux lignes suivantes, seuls les signes et les emplacements sont prévus, toutes les branches des arbres sont données. La tâche à accomplir dans chaque groupe est de :

- comprendre ce que le personnage dont il s'occupe a fait avec ses boîtes à compter, (ceci devrait être familier aux enfants) ;
- trouver dans les trois arbres celui qui correspond aux manipulations de jetons ;
- compléter la deuxième ligne du graphe ;
- remplir les deux dernières lignes du graphe.

Cela suppose, pour les trois dernières sous tâches, que les élèves comprennent comment fonctionnent les arbres. C'est, semble-t-il la première fois que les élèves rencontrent une telle représentation des opérations et on imagine mal donner un tel exercice en laissant les enfants chercher en groupe et en temps limité, sans montrer au préalable comment ça fonctionne. Pour choisir le graphe correspondant au travail de leur personnage, on ne voit pas comment les élèves peuvent faire sans cette compréhension et une certaine familiarisation avec ce mode d'organisation.

La synthèse portant sur cet exercice ne prévoit rien sur la représentation en graphe mais la reprise des « *différentes façons de décomposer un calcul en sous calculs plus abordables* », sans que d'autres détails sur la description de ces « façons » ne soient donnés. On peut donc penser que, pour les auteurs, c'est à l'occasion de cette activité que se poursuit l'élaboration de la ou les techniques à étudier. Ce sont des extensions de la technique étudiée dans la phase 2 de la séance précédente, (par exemple : quand on a la somme de deux nombres dont un est supérieur à 10 à calculer, on décompose celui-ci en 10 plus les unités, on cherche ce qu'il faut ajouter aux unités pour avoir 10, (le complément à 10 des unités), on retire de l'autre nombre cette quantité et on ajoute ce qui reste du second à 10 plus 10). Ici aussi on a dans tous les cas envisagés deux sous tâches à faire successivement : soit chercher le complément à 10 d'un des deux nombres, puis décomposer additivement un nombre en deux, un des deux nombres étant imposé, (ce qui a été fait dans la phase 2 de la première séance), soit faire la décomposition additive des deux nombres en faisant apparaître un même nombre, puis calculer le double et la somme des deux restes. On reviendra sur ces phases « d'élaboration » des techniques.

Dans la <u>phase 2 de cette deuxième séance</u>, deux exercices sont proposés. Dans le premier exercice, dans chaque item, l'un des deux nombres dont on doit calculer la somme est un nombre déjà utilisé dans l'activité précédente, certes à une place différente dans la somme à calculer, mais les élèves peuvent utiliser soit le complément à 10 soit une décomposition déjà utilisée précédemment. La place est prévue pour faire un arbre ou dessiner des boîtes à compter, le recours à la mémoire voire aux tableaux de décomposition n'est pas exclu puisque la méthode est laissée au choix de l'élève. Une correction collective est prévue, mais on ne sait pas si l'enseignant doit insister sur certains points. Pour le second, on ne sait pas si c'est un travail totalement individuel, rien n'est dit de la méthode attendue, seule la place du résultat est laissée ; dans le choix fait des nombres à additionner on retrouve 9 ou 8 sauf dans un des items.

Dans la <u>fiche intitulée « Pause 7 »</u> qui suit et clôt le travail sur les fiches de 37 à 42, on trouve un paragraphe « *Je retiens* » où le calcul du résultat de 8 + 7, sous forme d'arbres, avec trois décompositions différentes est effectué, il n'y a aucun commentaire verbal.

QUELQUES QUESTIONS À LA SUITE DE CETTE ANALYSE

Nous avions fait l’hypothèse qu’il s’agissait de participer à l’étude du thème « *organiser et traiter, mentalement ou avec l’aide de l’écrit, des calculs additifs, …, en s’appuyant sur des résultats mémorisés et en utilisant de façon implicite les propriétés des nombres et des opérations* »

On travaille bien sur l’organisation et le traitement de calculs additifs, à effectuer mentalement ou à l’aide de l’écrit, dans le champ numérique limité aux sommes de deux nombres dont l’un est inférieur à 20 et l’autre à 10.

Les techniques dont l’apprentissage semble visé sont les suivantes :

- quand on a la somme de deux nombres inférieurs à 10 à calculer, on cherche ce qu’il faut ajouter au premier pour avoir 10, (le complément à 10 du premier), on retire du second cette quantité et on ajoute ce qui reste du second à 10 ;
- quand on a la somme d’un nombre compris entre 10 et 20 et d’un nombre inférieur à 10 à calculer, on décompose le premier nombre en dizaines et unités, on pratique avec le nombre des unités du premier nombre et le second nombre comme précédemment, enfin on ajoute 10 au résultat obtenu ;
- quand on a la somme d’un nombre compris entre 10 et 20 et d’un nombre inférieur à 10 à calculer, on décompose le plus grand nombre en dizaines et unités, on décompose additivement le second en la somme de deux nombres l’un étant ce nombre des unités, on calcule le double des unités, on ajoute 10 puis ce qui reste dans le second ;
- quand on a la somme d’un nombre compris entre 10 et 20 et d’un nombre inférieur à 10 à calculer, on cherche la quantité qu’il faut ajouter au premier pour aller à 20, on décompose le second additivement en la somme de deux nombres l’un étant cette quantité et on additionne 20 et ce qui reste dans le second.

Les éléments technologiques sur lesquels on s’appuie sont les boîtes à compter qui rendent visible le rôle de 10 (le complément à 10 apparaît en cases vides dans une boîte quand on y a rangé le premier tas, et ce qu’il reste au second quand on a retiré ce complément est ce qu’il reste de jetons dans le deuxième tas quand on a rempli ces cases vides), la connaissance de certains résultats additifs. On évoque à plusieurs moments l’intérêt d’avoir mémorisé certains résultats, mais on ne sait pas précisément à ces moments quels sont les résultats dont il est question. Les résultats numériques sur lesquels s’appuient les techniques étudiées sont : les compléments à 10 puis à 20, les doubles des nombres de 1 à 9, les décompositions additives des nombres de 2 à 9 puis les décompositions additives de 10 et les décompositions des nombres de 1 à 20 en unités et dizaine. En dehors de la dernière décomposition, on ne voit pas dans cet ouvrage d’injonction à retenir tel ou tel type de résultats, on peut penser que la fréquentation et l’utilisation de ces résultats conduit progressivement à leur mémorisation. Les résultats mémorisés sont, à ce moment de l’étude, nécessairement lacunaires et les élèves doivent avoir un technique fiable pour les retrouver. Les tableaux de décomposition des nombres de 2 à 10, élaborés progressivement, ne sont pas décrits précisément : permettent-ils, connaissant un nombre de trouver simplement le deuxième nombre de sa décomposition additive faisant intervenir un nombre donné ? Les élèves se sont-ils entraînés à les utiliser ainsi ?

Plus généralement on a noté précédemment plusieurs lacunes en ce qui concerne la description des techniques utilisées, attendues ou dont on vise l'apprentissage. Les éléments technologiques sont aussi peu présents. Non seulement il n'existe pas de moments d'institutionnalisation, mais dans ce que l'on peut repérer comme moment d'élaboration des techniques la gestion didactique est telle qu'il y a grand risque que les élèves ni ne participent à l'élaboration ni ne voient les techniques en cours d'élaboration.

Revenons, par exemple, sur la phase où les auteurs introduisent des arbres dans la seconde séance correspondant à la fiche 38 : certes les arbres montrent, comme les dessins des boîtes avec des flèches dans les bulles, la technique utilisée par Théo, Lola et Max, la chronologie des gestes ou des calculs est traduite par la direction des flèches ou la succession des différentes lignes mais ce que l'on veut que les enfants voient, c'est pourquoi ces calculs sont faits dans cet ordre, en quoi ils rendent plus accessibles des calculs de sommes difficiles en s'appuyant sur des résultats qu'ils connaissent ou auxquels ils ont accès. On peut faire l'hypothèse que le manque de familiarité avec les arbres fera que, dans cette activité la plupart des enfants se laisseront guider par la structure qui leur est proposée (voire imposée), et qui est partiellement informée, sans possibilité d'attitude réflexive sur ce qui vient d'être fait, (comme quand on découvre un lieu étranger sous la conduite d'une personne d'autorité). Rien n'assure que, dans l'exercice 1 de la partie « Je m'exerce », la technique étudiée soit travaillée ni même que cet exercice participe à son élaboration. Quand à l'exercice 2, on ne sait pas comment il est prévu de le gérer. On peut se demander si la plupart des enfants ne vont travailler sur ces deux fiches en ne voyant rien des techniques visées.

On a noté plus haut que les nouveautés introduites sont complexes et multiples : il y a plusieurs sous tâches à accomplir pour accomplir chaque tâche et à chaque leçon on introduit plusieurs techniques. C'est peut-être ceci qui justifie l'introduction des graphes : leur structure, donnée aux élèves prenne en charge l'organisation des calculs.

QUELQUES PISTES DE DÉVELOPPEMENT

Il serait possible de préparer le travail sur cette fiche par un certain nombre d'activités :

- travail sur le complément à 10 : le travail sur les décompositions additives de 10 peut se prolonger par un travail de calcul sur des expressions du type 4 + 3 + 5 + 6 + 2 + 7 + 3 pour lesquelles on apprendra à rapprocher 4 de 6, 3 de 7, 5 et 3 de 2 pour trouver le résultat. Ce type de calcul pourra donner l'occasion d'utiliser des arbres à deux lignes, des plateaux ou simplement d'entourer et relier entre eux les termes à rapprocher afin de montrer l'organisation du calcul fait. L'attention des élèves peut être attirée sur le fait que dans l'addition on a le droit de déplacer les nombres et de les associer comme on veut afin de simplifier les calculs. La référence aux réunions de plusieurs ensembles pourra permettre de légitimer ceci ;

- travail sur les décompositions : ce travail peut lui aussi donner l'occasion d'utiliser des arbres à une ligne ;

- dans la conduite des activités d'introduction (le jeux du « mistinombre » et le « cache-nombre »), on pourra insister sur le fait que l'on va apprendre une technique permettant de faire de nombreux calculs en mémorisant un nombre limité de résultats de sommes de deux nombres.

A propos du travail sur les fiches elles mêmes :

- l'élaboration de la (ou les) technique(s) dont l'étude est visée peut être faite explicitement sans être « cachée » par l'utilisation imposée de graphe. Il peut être beaucoup plus clair, (au sens de visible), de montrer sur un exemple le fonctionnement de la technique en commentant ce que l'on fait, plutôt que d'amener les enfants à finir de remplir un graphe dont les éléments fondamentaux sont déjà donnés. Au fur et à mesure de l'avancement de la technique sous les yeux des enfants, on peut motiver et décrire ce que l'on fait, donner des éléments le rendant légitime. Il s'agit alors d'ostension assumée ;
- même si les graphes ont été travaillés précédemment, on pourra leur associer l'écriture en ligne du calcul, mais on pourra aussi, pour mettre en évidence les différentes étapes du calcul faire successivement plusieurs graphes à deux lignes, voire utiliser des parenthèses. Les graphes utilisés comme ils le sont ici ne vivent pas dans l'enseignement français, alors que les parenthèses seront utilisées pour structurer les calculs numériques et littéraux dans le secondaire ;
- les boîtes à compter ne sont que des échafaudages permettant de construire et/ou légitimer les connaissances visées, il faudra les abandonner, donc même si certains enfants en ont encore besoin il faudra les habituer à utiliser des calculs en lignes en rapprochant des nombres, (ce n'est pas automatiquement transposable) ;
- la (les) technique(s) étudiée(s) peu(ven)t être clairement repérée(s) dans un moment d'institutionnalisation ;
- les exercices d'entraînement peuvent être plus nombreux et organisés de façon à permettre de donner des précisions sur la(les) technique(s) aux enfants qui en ont besoin ;
- une évaluation peut être prévue.

III – TRAVAIL EN ATELIER SUR LE THÈME DE LA SYMÉTRIE AXIALE

Documents de référence en **ANNEXE 4**.

III – 1 Présentation de la situation

Dans le temps de l'atelier un extrait du second volet du CRPE des académies d'Orléans-Tours et de Poitiers 2003 (annexe IV) est donné à une partie des participants. Le thème est celui de la symétrie axiale et on ne s'intéresse, dans l'atelier, qu'aux questions relatives au « document B » du sujet. Il s'agit pour les participants, de répondre aux questions du sujet que l'on peut rapprocher de questions didactiques, en s'aidant pour cela des outils d'analyse de l'organisation didactique précédemment donnés.

III – 2 Éléments de l'analyse faite

On peut faire tout d'abord une remarque générale à propos du document B. Contrairement au document A, et à l'exception de l'exercice 4 dans l'annexe 8, tous les types de tâches demandés se rapportent à des figures dessinées sur papier quadrillé. Avant toute chose, pour pouvoir se lancer dans l'analyse de l'organisation didactique, il est au préalable nécessaire d'analyser l'organisation mathématique.

Annexe 7 du sujet

Au cours de l'activité 1, les élèves s'engagent pas à pas dans l'accomplissement du type de tâche consistant à « dessiner la symétrique d'une figure par rapport à une droite ». La technique pour son accomplissement est décrite au cours des quatre phases qui en constituent son découpage. Elle s'appuie sur le calque de la figure et le retournement du calque par son pliage le long de l'axe ; ce qu'indique la flèche du cadre c. La technologie justifiant cette technique est en grande partie implicite. Si on peut la trouver en mathématiques dans le théorème énonçant que, « dans l'espace orienté, une rotation d'axe donné et d'angle ± 180° est une symétrie orthogonale d'axe cette droite », cette assertion ne peut s'appuyer au CE2 que sur la familiarité culturelle présupposée avec des pratiques en relevant (demi-tour d'une porte autour de son axe, de la couverture d'un livre autour de sa tranche, *etc.*). Ainsi, les pratiques de pliage, qui ont sans doute été antérieurement enseignées, s'appuient-elles sur ce théorème (même s'il n'est évidemment pas mentionné, ni à plus forte raison énoncé, à ce niveau !). Un deuxième élément technologique relève de la vérification demandée dans le cadre d. En effectuant le pliage de la feuille sur laquelle sont dessinées ces deux figures, on constate qu'elles se superposent effectivement ; ceci constitue alors une preuve justifiant que la technique mise en œuvre est la bonne, c'est-à-dire un élément technologique, qui retrouve le fait qu'une symétrie axiale est une isométrie.

L'exercice 1 engage dans le même type de tâches que l'activité précédente. Cependant, on peut se demander si la technique associée qui est attendue est, ou non, la même. En effet, le texte de l'énoncé de l'exercice indique simplement « en te servant du quadrillage, trace la figure symétrique… ». Or, plusieurs techniques recourant au quadrillage permettent de réaliser ce type de tâches. Existe évidemment la première, indiquée dans l'activité, et qui nécessite aussi l'utilisation de papier calque. Mais l'on peut aussi utiliser le quadrillage sans recourir au calque. Il suffit pour cela d'utiliser les lignes horizontales perpendiculaires à l'axe et les carreaux comme unités de longueur, afin de s'appuyer sur la définition de l'axe de symétrie comme médiatrice du segment d'extrémités les points symétriques. C'est un élément technologique officiellement donné en 6^{e}, mais qui peut d'ores et déjà constituer des connaissances pratiques et empiriques d'élèves, même si manque le vocabulaire pour l'évoquer ; d'ailleurs, ce théorème est énoncé en filigrane, à travers le codage de la figure relative à « l'axe de symétrie » dans la partie du manuel intitulée « je retiens bien », et qui figure à la suite du document B.

Annexe 8 du sujet

L'exercice 2 demande deux types de tâches : T_1 : « rechercher des lettres ayant un axe de symétrie » et T_2 : « dessiner des lettres ayant un axe de symétrie ainsi que l'axe de symétrie ». À la seule lecture du manuel, on ne peut guère dire davantage sur la technique associée, si ce n'est que la perception visuelle à laquelle recourt le programme (« Percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie ») peut désormais s'aider des lignes du quadrillage.

Dans l'exercice 3, c'est le type de tâches déjà rencontré dans l'activité 1 et l'exercice 2 que l'on retrouve à travers deux tâches du type. La technique permettant l'accomplissement de ces tâches est sans doute à rapprocher de celle utilisée dans l'exercice 2 puisque, dans ce cas encore, il s'agit d'une figure dessinée sur quadrillage, et on peut donc s'en aider.

Dans l'exercice 4, le type de tâche consiste à déterminer l'axe de symétrie d'une figure. La technique pour cela est mentionnée en filigrane dans l'énoncé, sous une forme semialgorithmisée. Il reste à l'élève à l'exécuter en bon ordre : décalquer, percevoir l'axe de symétrie, plier autour de lui et enfin vérifier que les deux parties de la figure se superposent alors convenablement l'une sur l'autre.

Dans l'exercice 5, c'est encore la recherche du symétrique d'une figure et son dessin qui constituent le type de tâches demandé. Pour cette tâche, la technique est donc la même que celles rencontrées dans les exercices 1 et 3. Cependant, dans le cas de cet exercice, l'accent est mis sur l'orientation de la figure ; sans doute parce qu'elle change dans une symétrie axiale. Pour cela, un nouveau type de tâches est demandé aux élèves : « coder un chemin ». Le code qui illustre le chemin initial contient sa technique. Néanmoins, on peut se demander si sa lecture et sa compréhension seront aisées pour des élèves de CE2.

Enfin, l'encadré « je retiens bien » a pour fonction d'institutionnaliser certains objets de savoir rencontrés au cours de ce chapitre. Il a donc une fonction didactique évidente puisque c'est, comme son titre l'indique, ce qui doit être retenu de l'ensemble du travail mené. On peut noter à ce propos, que dans la figure de gauche, les distances d'un point et de son symétrique à l'axe sont notées ; mais d'une manière un peu curieuse (est-ce pour rappeler le mouvement du pliage ?). Ce point relatif aux distances n'est apparu explicitement dans aucun des exercices proposés, ni dans l'activité ; il faut donc en déduire que le professeur aura veillé à ce qu'il soit énoncé oralement pendant ce travail sous peine d'une rupture non assumée du contrat didactique. C'est donc un élément technologique qui est ainsi montré : le fait que l'axe de symétrie est la médiatrice du segment d'extrémités deux points symétriques. Dans la figure de droite, une partie de la figure est passée en couleur ; sans doute pour montrer qu'elle est symétrique de l'autre.

On voit donc que divers signes (des ***ostensifs*** non mathématiques), dont la signification reste à préciser, sont utilisés au long des travaux proposés dans ces pages de manuel. C'est un risque d'erreurs, d'interprétations erronées, que l'on fait ainsi courir aux élèves.

Cette analyse ayant été faite, on peut alors répondre plus facilement aux questions de ce volet 2. Les compétences exigées en fin de cycle III ont déjà été indiquées. On les rappelle ici :

> « – Percevoir qu'une figure possède un ou plusieurs axes de symétrie.
>
> Vérifier, en utilisant différentes techniques (pliage, papier calque, miroir) qu'une droite est axe de symétrie d'une figure.
>
> Compléter une figure par symétrie axiale en utilisant des techniques telles que pliage, papier calque, miroir.
>
> Tracer, sur papier quadrillé, la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite donnée.
>
> Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, figure symétrique d'une figure donnée par rapport à une droite, axe de symétrie. »

On demande ensuite quelles propriétés de la symétrie axiale sont utilisées dans chacun des documents. Rappelons qu'en bonne logique, une propriété, tout comme une définition ou un théorème, est un élément technologique. Les analyses des organisations mathématiques faites auparavant sont alors utiles pour répondre à la question.

Il est évident qu’à travers l’usage du calque, demandé tant dans le document A que dans le B, c’est la propriété pour une symétrie axiale d’être une isométrie qui est utilisée. Les élèves rencontrent donc, en acte, cette propriété. Le pliage, utilisé lui aussi dans chacun des deux documents, équivaut à une rotation de ±180° autour d’un axe ; celui qui sert de pli. C’est donc une deuxième propriété, ou élément technologique, rencontrée dans ces deux documents mais quant à elle de manière tout à fait implicite. Enfin, on rencontre l’élément technologique : « l’axe de symétrie est la médiatrice du segment d’extrémités deux points symétriques. » On peut noter qu’il est davantage présent dans le document B que dans le A, et qu’il est plus ou moins explicité à travers la mention de l’égalité des distances dans le cadre « je retiens bien ». Par contre, la mention de l’orthogonalité n’est pas explicitement faite. Elle est cependant présente, de manière implicite, dans l’utilisation du quadrillage qui suit, évidemment, des directions orthogonales.

Question 2.a.

Étapes de la démarche

L’analyse de l’organisation mathématique, qui a été faite précédemment, est d’un grand secours pour répondre à cette question et l’on en reprend ci-dessous les grandes lignes ; il s’agit en fait de décrire les parties de ces organisations mathématiques relevant des savoir-faire, c’est-à-dire des couples (type de tâches ; technique), et d’identifier les problèmes qui peuvent apparaître lors de la mise en œuvre de ces savoir-faire.

Au cours de l’activité 1, les élèves s’engagent pas à pas dans l’accomplissement du type de tâche consistant à « dessiner la symétrique d’une figure par rapport à une droite ». Pour cela, il leur est déjà nécessaire de reproduire à l’identique la figure dessinée : un quadrilatère non convexe et une droite, en respectant la position des sommets du quadrilatère, et de la droite, sur le quadrillage. La technique pour la suite du travail est plus explicite, et son accomplissement est décrit au cours des quatre phases qui en constituent son découpage. Elle s’appuie sur le calque de la figure et le retournement du calque par son pliage le long de l’axe ; ce qu’indique la flèche du cadre c. Enfin, les élèves ont à vérifier en pliant la feuille que les deux figures se superposent effectivement.

Difficultés prévisibles : est-il si facile de reproduire cette figure sur quadrillage en veillant au respect de la disposition des sommets et de la droite ? Si l’adhésif n’est pas exactement collé le long de l’axe, la symétrie ne s’effectuera pas par rapport à cet axe : est-ce si facile de coller exactement l’adhésif le long de l’axe dessiné pour un élève de CE2 ?

Question 2.c.

Une fois de plus, dans cet énoncé de CRPE, la formulation de la question relève d’une grande maladresse et demande une interprétation. Que sont des « étapes » ? De quelle découverte s’agit-il dans la mesure où l’on a vu que l’enseignement s’appuie sur des connaissances culturelles et sociales antérieures ? Qu’est-ce qu’une « notion » ? Pourra-t-on dire qu’on l’a découverte quand on en aura vu quelques-unes des bribes d’organisations mathématiques dont elle émerge ? Il ne s’agit pas, à travers ces questions, de « couper les cheveux en quatre », mais de souligner que l’indigence de la culture didactique des rédacteurs de tels sujets ne facilite pas la tâche des candidats qui, s’ils disposent d’un vocabulaire rigoureux car ils ont éprouvé les problèmes que l’imprécision engendre, en sont réduits à interpréter entre les lignes ce que le rédacteur du sujet a voulu dire !

Reprenons. En fait, ce que les rédacteurs de la question demandent n'est ni plus ni moins que la description succincte des divers « temps » par lesquels devrait passer un cours sur la symétrie axiale en CE2. Il est traditionnellement admis que deux grandes phases doivent être réalisées : une activité (de découverte, comme la désigne « Le nouvel objectif calcul »), mais qui serait sans doute de plus grand rendement à l'apprentissage si elle engageait réellement les élèves dans l'étude et la recherche, et des exercices et problèmes. Toute la question est : « pourquoi cela ? » et « est-ce si simple ? ». Des éléments de réponse ont été donnés dans la partie « I – 2.1 Notion d'organisation didactique » qui précède, et nous n'y revenons pas.

Si l'on retourne à la question du sujet du CRPE, et en guise de réponse, il est sans doute nécessaire de :

- ménager une première période d'activité d'étude et de recherche par les élèves, qui consiste à rencontrer une tâche problématique du type de ce que l'on souhaite enseigner (réalisation de figures symétriques, détermination d'axes de symétrie, *etc.*) ;
- laisser du temps pour l'exploration de ce type de tâches et la proposition de techniques par les élèves, sous la direction du professeur, afin de trouver un moyen de résoudre la tâche problématique (plier, décalquer, découper, superposer, *etc.*) ;
- les techniques ayant émergé, de s'engager dans une phase où l'on va tenter de comprendre pourquoi elles permettent de résoudre la tâche (discussion et détermination d'un accord satisfaisant sur la compréhension du pourquoi de ce que l'on fait, sous le contrôle du professeur évidemment) ;
- ce premier temps étant écoulé, de faire le point sur ce que l'on a trouvé, de laisser de côté ce qui paraît après-coup secondaire ou faux, bref, d'institutionnaliser l'essentiel du travail mené et que l'on aura à retenir (répondre à la question : « qu'est-ce qui est important dans ce que l'on vient de trouver ? ») ;
- de poursuivre le travail de l'organisation mathématique, ce qui passe par un certain entraînement à travers des exercices. A cette occasion, on devra répondre à des questions telles que : « la technique est-elle fiable et quelle est sa portée ? », « ai-je exploré toutes les tâches du type, ou bien certaines restent-elles encore à la marge, non travaillées ? », « ai-je acquis une bonne maîtrise de la technique ou dois-je encore la travailler ? »

On peut relever que ces moments se conjuguent pour chacun d'eux à des moments d'évaluation. C'est aussi en cela qu'ils ne correspondent pas à un cloisonnement étanche, l'un par rapport à l'autre, induit par une certaine chronologie, mais qu'il faut les traiter dans leur réalité fonctionnelle. C'est-à-dire se poser des questions telles que : « à quoi servent-ils ? » et « que risque-t-il de se produire en termes d'étude et d'apprentissage, si un moment n'est pas réalisé, ou encore seulement de manière incomplète ? »

Question 3.a.

On a déjà répondu partiellement à cette question lors de l'analyse de l'organisation mathématique.

Dans l’exercice 4, le type de tâche consiste à déterminer l’axe de symétrie d’une figure. La technique pour cela est mentionnée en filigrane dans l’énoncé. Il reste à l’élève à l’exécuter en bon ordre : décalquer, percevoir l’axe de symétrie, plier autour de lui et enfin vérifier que les deux parties de la figure se superposent alors convenablement l’une sur l’autre. On peut noter que deux difficultés risquent d’apparaître, que l’on peut facilement identifier relativement aux savoir-faire (c’est-à-dire aux couples (type de tâches, technique)) enseignés jusqu’en ce point aux élèves qui auraient suivi le document B :

- dans tous les exercices et activités, les axes de symétrie étaient parallèles aux bords de la feuille, c’est-à-dire suivaient les directions privilégiées de l’horizontale et la verticale ; or dans cet exercice l’axe de symétrie ne l’est pas, ce qui induit une adaptation de la technique préalablement enseignée et qui reste à la charge de l’élève ;

- par ailleurs, tous les autres exercices et activités étaient réalisés sur papier quadrillé et celui-ci ne l’est pas ; dans ce cas encore, la technique recourant au quadrillage (suivi des perpendiculaires à l’axe, comptage des carreaux) devient caduque et c’est à l’élève de mettre en œuvre une technique (décalque, pliage) dont les grandes lignes sont explicites dans la question, mais qu’il n’a jamais auparavant accomplie.

Question 3.b.

Une fois de plus, une question très discutable dans ce sujet ! Tout dépend de ce que l’on a choisi d’enseigner et de comment on a choisi de l’enseigner, puisque les exercices permettent de réaliser le plus souvent un moment de travail de la technique, et de l’organisation mathématique, que l’on étudie. Donc d’une organisation de savoir qui se rapporte à un type de tâches donné. Pour répondre à cette question, il faudrait savoir comment est organisée la première rencontre des élèves avec le savoir en jeu, mais surtout, avoir défini au préalable quel est le savoir, ou plutôt les savoir-faire en jeu ! Or, manifestement ces deux documents se rapportent à des organisations mathématiques différentes.

En effet, dans le document A, auquel le lecteur voudra bien se reporter dans le texte complet du sujet absent de ces actes, les types de tâches autour desquels s’organise le savoir sont essentiellement les suivants : « déterminer si une figure présente, ou non, un ou des axes de symétrie » et « réaliser par pliage une figure admettant des axes de symétrie, le choix de la figure étant libre » (c’est l’exercice 1). Tandis que dans le document B présent dans ces actes, ce sont essentiellement les types de tâches « dessiner la symétrique d’une figure donnée par rapport à une droite » et « rechercher des axes de symétrie de figures données » grâce au quadrillage, qui prédominent. Les types de tâches diffèrent donc très sensiblement. Comme indiqué auparavant, de plus les techniques pour ces types de tâches diffèrent fortement, car elles varient selon que le papier est uni ou quadrillé. Les savoir-faire sont donc différents, et demander de choisir trois exercices parmi les neuf proposés n’a pas grand sens si l’on ne s’est pas posé les questions précédentes au préalable.

BIBLIOGRAPHIE

CHEVALLARD Y. (1998) *Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique, in* Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, in Actes de l'Université d'été 4–11 juillet 1998 La Rochelle, Édition coordonnée par Robert Noirfalise – IREM de Clermont-Ferrand, 89-120.

ARTAUD M., CIRADE J., JULLIEN M., MATHERON Y., TONNELLE J. (1998) *TD associés aux cours d'Y. Chevallard, in* Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques, Actes de l'Université d'été 4–11 juillet 1998 La Rochelle, Édition coordonnée par Robert Noirfalise – IREM de Clermont-Ferrand, 121-250.

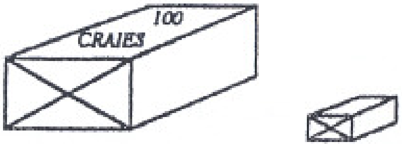
Sujet de l'Académie de Marseille
année 2000 1er Volet 2e partie.

Dans cet exercice, vous trouverez en annexe les productions de 9 élèves de CE2, en réponse au problème suivant proposé avant tout travail sur la division.

Un fabricant vend des craies par étuis de 10 et par boîtes de 100. Le magasinier doit préparer les boîtes et les étuis pour les livraisons.

Calcule combien d'étuis et combien de boîtes il doit préparer pour chaque client.

- *M. Aubin : 800 craies*
- *M. Elias : 78 craies*
- *M. Durand : 60 craies*
- *M. Créon : 254 craies*
- *M. Béal : 430 craies*
- *M. Fustier : 305 craies*



1. Quelle compétence, en terme de connaissance des nombres, est mise en jeu ?

2. Classez ces productions en fonction de la procédure utilisée, tout en faisant très brièvement les remarques importantes sur chaque production.

3. Six enfants ont trouvé la bonne réponse. Rangez leurs productions de la plus rudimentaire vers la plus experte, en montrant brièvement l'évolution de chaque procédé par rapport au précédent.

M Aubin 800 = 8 boites
M Elias 78 = 7 étuis et 8 craies dans 8 étuis
M Durand 60 = 6 étuis
M Créon = 254 = 2 boites 5 étuis et 4 craies dans 2 boite et 6 étui
M Béal = 430 = 4 boites et 3 étuis
M Fustier 305 = 3 boites et 5 étuis.

Adèle

M Aubin □ □ □ □ □ □ □ □ 8 boites
M Elias ▯▯▯▯▯▯▯ ||||||||| 7 étuis et 8 craies
M Durand ▯▯▯▯▯▯ 6 étuis
M Créon □ □ ▯▯▯▯▯ |||| 2 boites 5 étuis et 4 craies
M Béal □ □ □ □ ▯▯▯ 4 3 boites et 3 étuis
M

Benoît

Isabelle

M Aubin 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 8 boites
M Elia 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 8 étuis
M Durand 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 6 étuis
M Créon 100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 4 2 boites et 6 étuis
M Béal 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 4 boites et 3 étuis
M Fustier 100 + 100 + 100 + 5 3 boites et 1 étui

M Aubin 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 800
8 boites
M Elias
M Durand 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60 6 étuis
M Créon
M Béal 100 + 100 + 100 + 100 + 10 + 10 + 10 = 430
4 boites et 6 étuis

Elisa

---

8 × 100 = 800 8 boites
7 × 100 = 70 + 8 8 étuis
6 × 10 = 60 6 étuis
2 × 100 = 200 + 5 × 10 = 250 + 4 2 boites et 5 étuis 1 étuis
4 × 100 = 400 + 3 × 10 4 boites et 3 étuis
3 × 100 = 300 + 5 3 boites et 1 étui

Claire

M Aubin 800 = 8 c 8 boites
M Elias 78 = 7 d 8 u 7 étuis et 1 étui = 8
M Durand 60 = 6 d 6 étuis
M Créon 254 = 2 c 5 d 4 u 2 boites 5 étuis et 1 étui
M Béal 430 = 4 c et 3 d 4 boites et 3 étuis
M Fustier 305 = 3 c et 5 u 3 boites et 1 étui

Alain

M Aubin	□ □ □ □ □ □ □ □			8 boites
M Elias	▯▯▯▯▯▯▯	|||||||		7 étuis et 1 étui =
M Durand	▯▯▯▯▯▯			6 étuis
M Créon	□ □	▯▯▯▯▯	||||	2 boites et 6 étuis
M Béal	□ □ □ □	▯▯▯		4 boites et 3 étuis
M Fustier	□ □ □	||||		3 boites et 1 étuis

Mickaël

Charles.

M Aubin : 8 boites : 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 + 100 = 800

M Elias :

M Durand : 6 étuis : 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 10 = 60

M. Béal : 4 boites et 3 étuis

M Créon :

Alice

c	d	u	
8	0	0	8 boites
	7	8	8 étuis
	6	0	6 étuis
2	5	4	2 boites et 6 étuis
4	3	0	4 boites et 3 étuis
3	0	5	3 boites et 1 étui

CRPE Bordeaux … mai 2000

Second volet (5 points)

Se référer à l'annexe 2 : extrait du manuel *Pour comprendre les mathématiques*, CM1 de chez Hachette.

Questions

1. On s'intéresse à l'ensemble de l'extrait.

a) Quel est le contenu mathématique sous-jacent ?

b) Quels sont les objectifs visés ?

2. On s'intéresse à la « piste de recherche » : « En avant la musique ».

a) Quelle est la part de l'activité de l'élève ?

b) Analyser les trois procédures respectivement attribuées à Cyril, Dorothée et Éric. Sont-ce des procédures que des élèves de CM1 confrontés au problème proposeraient spontanément ?

c) Pourrait-on, à partir de la même situation de départ (animateur de chorale cherchant à constituer des groupes), envisager une autre démarche pédagogique ?

3. On s'intéresse aux « Applications » (numéros ❶, ❷ et ❸).

a) Quelle évolution du niveau de difficulté peut-on observer entre l'application ❶ et l'application ❷ ?

b) L'application ❸ présente-t-elle une difficulté particulière pour un élève de CM1 ? Si oui, laquelle ?

4. On s'intéresse à de possibles prolongements.

a) Proposer un exercice ou problème qui aiderait les enfants à prendre conscience des valeurs possibles pour le reste lors d'une division euclidienne.

b) Proposer un exercice ou problème qui permette de vérifier jusqu'à quel point les élèves ont compris l'égalité de la division.

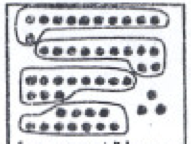
c) Si une trace écrite (cahier du jour, affiche…) devait résumer ce qui a été établi en travaillant la piste de recherche, les applications et des exercices, que pourrait-on proposer ?

Piste de recherche

En avant la musique !

1. Pour diriger les répétitions de chant, l'animateur de la chorale décide de répartir les 47 enfants en groupes de 11 chanteurs. Les enfants restants recevront un tambourin pour marquer le rythme.

Cyril, Dorothée et Éric ont cherché combien de groupes on peut former.



Cyril	Dorothée	Éric
4 groupes et 3 joueurs de tambourin	$47 - 11 = 36$ 1 gr. $36 - 11 = 25$ 2 gr. $25 - 11 = 14$ 3 gr. $14 - 11 = 3$ 4 gr. 4 groupes de 11 chanteurs et il reste 3 joueurs de tambourin.	$1 \times 11 = 11$ $2 \times 11 = 22$ $3 \times 11 = 33$ $4 \times 11 = 44$ $5 \times 11 = 55$ $55 > 47$ $47 - 44 = 3$ $47 = (11 \times 4) + 3$

Avec 47 chanteurs, on peut former 4 groupes de 11 chanteurs, et il reste 3 enfants au tambourin.
Quand on divise 47 par 11, le quotient est 4, le reste est 3.

$$47 = (11 \times 4) + 3$$

dividende, diviseur, quotient, reste

2. Deux nouveaux enfants s'inscrivent à la chorale.
Combien de groupes peut-on former ? Combien d'enfants recevront un tambourin ?

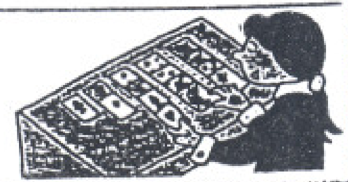
3. Le jour suivant, les 49 enfants de la chorale répètent un autre chant.
L'animateur décide de les répartir en groupes de 15.
Combien de groupes peut-il former ? Combien d'enfants auront un tambourin ?

Applications

❶ La station-service d'un centre commercial offre des points en échange d'un plein d'essence.
6 points permettent d'obtenir une tasse.
Combien de tasses obtient-on avec 50 points ?

❷ Combien peut-il y avoir de semaines entières dans un mois de 31 jours ?
Écris la réponse sur ton cahier sous la forme d'une égalité :
$31 = (7 \times \ldots) + \ldots$

❸ Un jeu de 52 cartes comprend le même nombre de piques, de cœurs, de carreaux et de trèfles.
Combien y a-t-il de cartes de chaque sorte ?
Écris cette répartition sous la forme d'une égalité :
$52 = (4 \times \ldots) + \ldots$



Extrait de l'ouvrage "Pour comprendre les Mathématiques"

22 La division (1) CM1

• Reconnaître une situation de division
• Calculer empiriquement le quotient et le reste

Prolongements
▶ exercices p. 74 - n° 1 à 4
▶ problème p. 76 - n° 6

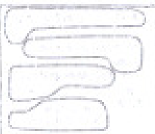
Calcul rapide
Somme de nombres de deux chiffres
28 + 35 = 63

- Un multiple de 10 est-il un multiple de 5 ?

Piste de recherche

En avant la musique !

1. L'animateur de la chorale répartit les 47 enfants en groupes de 11 chanteurs. Les enfants restants jouent du tambourin.
Cyril, Dorothée et Éric ont cherché le nombre de groupes.

Cyril	Dorothée	Éric
 4 groupes et 3 joueurs de tambourin	47 – 11 = 36 1 gr. 36 – 11 = 25 2 gr. 25 – 11 = 14 3 gr. 14 – 11 = 3 4 gr. 4 groupes de 11 chanteurs et il reste 3 joueurs de tambourin	1 × 11 = 11 2 × 11 = 22 3 × 11 = 33 4 × 11 = 44 5 × 11 = 55 55 > 47 47 – 44 = 3 47 = (11 × 4) + 3

Avec 47 chanteurs, on peut former 4 groupes de 11 chanteurs, et il reste 3 enfants au tambourin.
Quand on divise 47 par 11, le quotient est 4, le reste est 3.

$$47 = (\underbrace{11}_{\text{diviseur}} \times \underbrace{4}_{\text{quotient}}) + \underbrace{3}_{\text{reste}}$$

47 : dividende

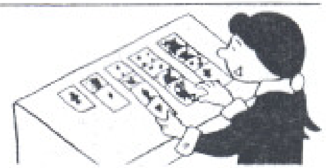
2. Deux nouveaux enfants s'inscrivent à la chorale.
Combien de groupes peut-on former ? Combien d'enfants recevront un tambourin ?

Applications

1 La station-service d'un centre commercial offre des points en échange d'un plein d'essence.
6 points permettent d'obtenir une tasse.
Combien de tasses obtient-on avec 50 points ?

2 Combien peut-il y avoir de semaines entières dans un mois de 31 jours ?
Écris la réponse sur ton cahier sous la forme d'une égalité :
31 = (7 × ....) + ...

3 Un jeu de 52 cartes comprend le même nombre de piques, de cœurs, de carreaux et de trèfles.
Combien y a-t-il de cartes de chaque sorte ?
Écris cette répartition sous la forme d'une égalité :
52 = (4 × ....) + ...



Écrire la forme canonique. Étudier le reste.

Exercices

4 Observe, reproduis et complète le tableau.

Ex. 41 = (7 × 5) + 6
41 : dividende, 7 : diviseur, 5 : quotient, 6 : reste

dividende	diviseur	quotient	reste
41	7	5	6
62	10	6	....
72	8	....	....
60	7	....	....
115	5	....	....
....	15	8	6
....	50	12	0

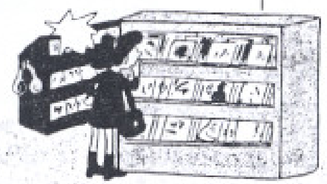
5 Chaque ligne du tableau ci-dessous correspond à une division.
Deux d'entre elles contiennent des erreurs. Trouve-les.

	dividende	diviseur	quotient	reste
A	124	10	10	24
B	72	6	12	0
C	72	6	11	6
D	94	5	18	4

6 Avec un billet de 100 €, Romane achète le plus grand nombre possible de CD à 18 €.
Cette situation peut s'écrire sous la forme d'une égalité :

100 = (18 × 5) + 10

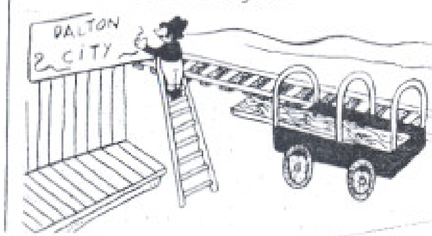
a. Combien de CD a-t-elle achetés ?
b. Combien lui a-t-on rendu ?



Problèmes

7 Ondine passe le brevet du 400 m nage libre ; sa grande sœur Muriel passe le brevet du 1 000 m.
Le bassin a 25 mètres de long.
Combien de longueurs de bassin chacune doit-elle parcourir ?

8 Pour construire la gare de Dalton-City, on transporte des poutres de 100 kg avec un chariot qui peut supporter une charge de 1 500 kg.
a. Combien de poutres peut-on transporter à chaque voyage ?
b. Combien de voyages devra-t-on faire pour transporter les 90 poutres nécessaires à la construction de la gare ?



9 Un équipage de pirates a trouvé un trésor de 82 pièces d'or.
Le chef dit à ses 30 marins :
« Partagez-vous équitablement toutes ces pièces. Je me contenterai de celles qui restent. »
a. Aura-t-il plus ou moins de pièces que ses marins ?
b. Si le trésor contenait 90 pièces, ferait-il la même proposition ?

$$\underbrace{41}_{\text{dividende}} = (\underbrace{7}_{\text{diviseur}} \times \underbrace{5}_{\text{quotient}}) + \underbrace{6}_{\text{reste}}$$

Le reste est toujours **plus petit** que le diviseur

LE COIN DU CHERCHEUR

Adrien est le fils de la fille de mon grand-père.
C'est mon ... ou mon ...

La division (1)

(livre élève pages 60 - 61)

OBJECTIFS :
- Reconnaître une situation de division.
- Calculer empiriquement le quotient et le reste.

RAPPEL DU PROGRAMME
L'élève devra maîtriser les techniques opératoires : [...] **division euclidienne de deux entiers** (avec quotient et reste) [...].

OBSERVATIONS PRÉLIMINAIRES
Au CE, les élèves ont abordé les situations de distribution, de partage qu'ils ont le plus souvent résolues de manière empirique. Cette première leçon a pour objectif initial de leur permettre d'identifier ces situations, de rechercher différentes techniques de résolution et de maîtriser une formulation mathématique adaptée. Les enfants ne parviendront pas à reconnaître toutes les situations de division, même en fin de CM1.
Cet extrait des «Commentaires des programmes de mathématiques : articulation école-collège» nous invite à la patience et à la persévérance :
«La division pose un problème particulier. Sa maîtrise, tant du point de vue de l'algorithme que du point de vue du "sens" est loin d'être assurée en fin d'école primaire. [...] L'étude de cette opération est en effet programmée sur plusieurs années, à l'école primaire et au collège. [...] Le travail sur le sens des situations dites "de division" reste un objectif important à l'école primaire, celles-ci sont résolues par des procédures diverses selon la représentation que s'en fait l'élève (additions ou soustractions réitérées, essais de produits, suite de multiples, division).
L'apprentissage systématique de l'algorithme de la division sera abordé au cours des leçons suivantes, quand cette technique sera ressentie comme utile et «économique».

PREMIÈRE JOURNÉE

CALCUL RAPIDE
Sommes de nombres de deux chiffres
Le maître dit « 28 + 35 ». L'élève écrit 63 sur son ardoise.
43 + 15 ; 26 + 16 ; 34 + 23 ; 18 + 44 ; 55 + 17 ; 68 + 12 ; 14 + 37 ; 54 + 63 ; 77 + 16 ; 36 + 64.

TRAVAIL COLLECTIF

■ ACTIVITÉ : PISTE DE RECHERCHE « EN AVANT LA MUSIQUE ! »

a) L'enseignant a écrit au tableau la situation-problème de la piste de recherche ou une situation équivalente qui peut se poser dans la vie de la classe. Exemples :
«Les 58 élèves des CE et CM organisent un tournoi de football par équipes de 11. Combien d'équipes pourront-ils former?»
«On range 62 fiches dans des pochettes de 8. Combien de pochettes faudra-t-il?»
L'enseignant demande aux enfants, regroupés par 3 ou 4, de lire la situation écrite au tableau, d'en chercher la solution et de noter les étapes de cette recherche. Si un groupe semble en panne après quelques minutes, l'enseignant lui propose de dessiner la situation.
Un rapporteur de chaque groupe vient présenter la réponse et la démarche de son groupe. Les différentes solutions sont comparées, critiquées. Plusieurs procédures seront sans doute présentées : additions ou

soustractions successives, essais de produits, dessins. Si un groupe a utilisé la division, elle sera acceptée comme les autres. L'écriture de la réponse devra être examinée collectivement.
La formulation 47 = (11 × 4) + 3 peut être utilisée dans tous les cas. L'enseignant précise le vocabulaire : diviseur, quotient, reste.
b) L'enseignant propose ensuite une deuxième situation. Par exemple :
«Combien y a-t-il de semaines dans 85 jours?»
Il propose à chaque groupe d'utiliser une démarche différente de celle qu'il avait choisie au cours de la première recherche et de formuler sa réponse sous la forme : $D = (d \times q) + r$.
Parmi les réponses proposées par les enfants, certaines ne correspondront pas à la règle : $r < d$.
L'enseignant utilisera ces réponses pour leur faire découvrir en quoi elles ne correspondent pas à une situation de division. Il les amènera à découvrir et à énoncer la règle :

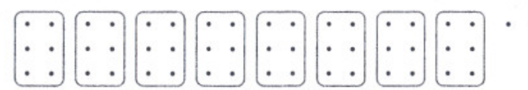
Le reste est toujours plus petit que le diviseur.

L'égalité : 85 = (7 × 11) + 8 est exacte mais correspond pas à une situation de division, car il reste 8 jours ; on peut donc avoir encore une semaine.
La bonne réponse est : 85 = (7 × 12) + 1.
Pour vérifier si cette règle est bien comprise, l'enseignant propose quelques égalités ; les enfants relèvent celles qui correspondent à des situations de division et corrigent les autres. Il convient alors de bien préciser, dans l'égalité, où est placé le diviseur. L'égalité citée ci-dessus : 85 = (7 × 11) + 8, correspondrait bien à une situation de division si l'on cherchait combien d'équipes de 11 on peut former avec 85 joueurs.

72 = (10 × 6) + 12 → 72 = (10 × 7)+2   85 = (7 × 12) + 1
56 = (8 × 6) + 8 → 56 = 8 × 7   465 = (50 × 8) + 65

TRAVAIL INDIVIDUEL

Application 1
Avec 48 points on obtient 8 tasses et il reste 2 points : 50 = (6 × 8) + 2
En cas d'erreur, faire dessiner les 50 points et entourer chaque groupe de 6 :



Application 2
Dans un mois de 31 jours, il y a 4 semaines et il reste 3 jours : 31 = (7 × 4) + 3.
L'observation d'un calendrier permet une excellente vérification. Aux élèves en difficulté, on demande de faire la même recherche pour un mois de 30 jours, voire de 28 jours.

Application 3
Dans un jeu de 52 cartes, il y a 13 cartes de chaque sorte : 52 = (13 × 4).
Dans ce cas précis, le reste est 0. L'écriture : 52 = (13 × 4) + 0 est acceptée.

DEUXIÈME JOURNÉE

CALCUL RAPIDE
Sommes de nombres de deux chiffres
Le maître dit « 54 + 25 ». L'élève écrit 79 sur son ardoise.
62 + 28 ; 58 + 23 ; 38 + 24 ; 57 + 27 ; 67 + 15 ; 34 + 37 ; 29 + 43 ; 37 + 26 ; 18 + 45.

TRAVAIL COLLECTIF

■ ACTIVITÉ : EXERCICE 4

a) Par groupes de deux, les enfants reproduisent puis complètent le tableau. Les deux dernières lignes poseront un problème, car elles proposent une situation apparemment nouvelle.
Au moment de la mise en commun, l'enseignant fait observer que cette situation a été souvent rencontrée au cours de problèmes multiplicatifs.
L'égalité (15 × 8) + 6 = … peut correspondre à la situation :
« Un commerçant a 8 cartons de 15 bouteilles et 6 bouteilles. Combien de bouteilles a-t-il ? »
L'égalité 126 = (15 × …) + … correspond aussi à la situation de division :
« Avec 126 bouteilles, combien pouvons-nous remplir de cartons de 15 bouteilles ? »
Ces deux égalités correspondent à une même situation, mais les nombres connus au départ ne sont pas les mêmes.

b) L'enseignant demande ensuite à chaque groupe d'imaginer une situation correspondant à chacune des lignes du tableau.

c) Il propose quelques situations bien connues des enfants en leur demandant d'indiquer lesquelles correspondent à des situations de division :
« Hier, à la cantine, il y avait 7 tables de 8 enfants et une table de 5… »
« Dans l'école, il y a 224 enfants dans 8 classes… » (Le partage n'est pas équitable. Ce n'est donc pas une situation de division.)

TRAVAIL INDIVIDUEL

Exercice 5 : l'enseignant peut préciser aux enfants que les erreurs à rechercher ne sont pas des erreurs de calcul. Au moment de la mise en commun, il demande à quelques enfants de justifier leurs réponses et d'indiquer quelle serait l'égalité correspondant à une situation de division.
L'exercice 1 de la banque d'exercices page 74 du livre permet un travail semblable.

Exercice 6 : cet exercice permet de vérifier si les enfants font bien le rapprochement entre chaque terme de l'égalité et la situation proposée. Toute erreur à cet exercice demande une remédiation individualisée.

Problème 7 : toutes les démarches permettant de parvenir à la bonne réponse sont acceptées et discutées. Le travail sur les multiples peut être une aide efficace, tout comme la droite graduée.

Problème 8 : pas de difficultés numériques dans ce problème qui permet surtout de vérifier si l'enfant sait bien repérer les situations de division. Dans la question **b)**, c'est le quotient de la première division qui devient le diviseur.

Problème 9 : sous forme de jeu, ce problème donne toute son importance au reste, considéré ici comme aussi important que le quotient.
À partir de cette situation, on peut faire observer l'évolution du quotient et du reste quand on augmente le diviseur. Un tableau rend ces observations plus évidentes.

Nombre de pièces du trésor (dividende)	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92
Nombre de marins (diviseurs)	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30	30
Part de chaque marin (quotient)	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3
Part du chef (reste)	22	23	24	25	26	27	28	29	0	1	2

LE COIN DU CHERCHEUR

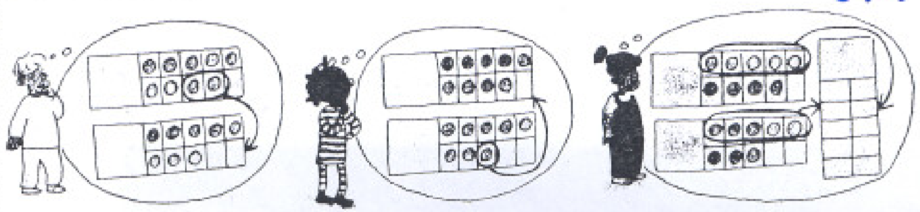
Adrien est mon frère ou mon cousin germain ; il est le fils de ma mère ou de ma tante.

38 Calcul réfléchi (1)

Extrait de l'ouvrage "Place aux maths" C.P.

CALCUL MENTAL : • La boîte à compter (1 à 10), avec deux boîtes • Donner le complément à 10

Je cherche



9 + 8
9 + 1 + ...
.... + ...

9 + 8
7 + ... + 8
.... + ...

9 + 8
5 + ... + 5 + ...
.... + ...

• **Relie** chaque enfant au calcul qu'il a fait. • **Termine** les calculs.

Je m'exerce

1. Calcule avec la méthode que tu préfères.

7 + 9

8 + 6

2. Calcule.

6 + 9 = ...
8 + 7 = ...
5 + 8 = ...
9 + 4 = ...
9 + 9 = ...
7 + 5 = ...
5 + 9 = ...

J'écris

10	12	14												

Le sais-tu ?

Combien y a-t-il d'années dans une décennie ?

OBJECTIF : Préparer le calcul réfléchi en utilisant le passage par 10

Fiche 38 Calcul réfléchi (1)

► page 59

CALCUL MENTAL (voir petit dictionnaire des jeux, fichier de l'élève p. 144) :
• La boîte à compter (1 à 10), avec deux boîtes
• Donner le complément à 10.

Objectif

Préparer le calcul réfléchi en utilisant le passage par le nombre 10.

Remarques didactiques

• Dans le cadre de cette fiche, l'enfant doit réinvestir les décompositions additives du nombre 10. Cette accoutumance au réinvestissement de ses connaissances va permettre à l'élève d'intérioriser ces résultats.

• La situation du « Je cherche » vise à mettre en place la méthode de l'arbre à calcul, qui fait apparaître des sous-sommes calculables. Celles-ci font mettre en évidence les compléments à 10 de façon à favoriser le calcul réfléchi. La manipulation de la boîte à compter permet de comprendre ce qui sera traduit ensuite par l'arbre à calcul.

Déroulement

► Séance 1 - *Activités préparatoires conseillées*

Matériel : pour chaque groupe de deux enfants : une file numérique jusqu'à 20, le matériel C photocopiable (pp. 183-184), des jetons de deux couleurs différentes (phase 1). Pour chaque groupe de deux enfants : deux boîtes à compter, des jetons et une ardoise (phase 2).

Phase 1 - Le cache-nombre

• Répartir les enfants par groupes de deux, leur attribuer une couleur de jetons et leur donner le paquet de cartes représentant les décompositions additives des nombres de 1 à 20. La pile de cartes est retournée sur la table. Chaque joueur tire à son tour une carte et cache avec l'un de ses jetons le nombre correspondant sur la file numérique. Un nombre ne peut être couvert qu'une seule fois. Lorsqu'une carte désignant un nombre déjà recouvert est tirée, le joueur la rejette et laisse jouer son adversaire.

• Quand toute la piste est couverte, l'enseignant vérifie avec les enfants si les cartes retenues par chaque joueur correspondent bien aux jetons posés. Le gagnant est celui qui a posé le plus de jetons validés.

• L'enseignant laisse les enfants démarrer le jeu. Il circule de façon à vérifier la compréhension de la règle, la mémorisation des décompositions et donc le bon déroulement de la partie.

• **Synthèse** - Faire apparaître les éventuelles difficultés rencontrées. Mettre en évidence l'intérêt d'avoir mémorisé ces différents calculs pour retrouver l'écriture canonique d'un nombre.

Phase 2 - La boîte à compter

• Donner la consigne : « Vous devez faire le calcul 9 + 8 en utilisant vos boîtes à compter et en traduisant les étapes de ce calcul sur l'ardoise. Dans ce calcul, vous utiliserez le passage par 10. »

• Laisser les enfants chercher par groupes de deux et observer les procédures utilisées.

• **Synthèse** - Confronter les résultats et les démarches choisies. Faire apparaître notamment ce qu'il manque à 9 pour faire 10, et donc ce qu'on prend à 8 pour le donner à 9. Toutes les procédures mises en place par les élèves sont exposées.

► Séance 2 - *Travail sur le fichier*

Matériel : le fichier, page 59.

Phase 1 - Je cherche

• Observer l'illustration silencieusement. Laisser les enfants faire leurs remarques.

• Engager un questionnement.

• Partager la classe en 6 groupes, chacun étant responsable d'un des calculs proposés (un même calcul peut être donné à deux groupes). Faire exécuter le travail en temps limité.

• **Synthèse** - Faire verbaliser les différentes façons de décomposer un calcul en sous-calculs plus abordables.

Phase 2 - Je m'exerce

• **Exercice 1** - Réinvestir les méthodes de calcul. L'enseignant apporte son aide aux enfants qui le sollicitent. Son rôle consiste à observer les procédures réinvesties. Cette activité fait l'objet d'une correction collective.

• **Exercice 2** - Renforcer la connaissance des décompositions additives.

Phase 3 - J'écris

Écrire la suite des nombres pairs à partir de 10. Le maître rappellera aux enfants ce qu'est un nombre pair.

► Des pistes pour la remédiation

• Utiliser deux boîtes à compter pour calculer.

• Exploiter le jeu du cache-nombre.

• Jouer à des jeux de memory des nombres, associant 9 cartes représentant les nombres de 10 à 18 en chiffres (matériel B, p. 182) à 9 cartes représentant des décompositions additives de ces mêmes nombres (sélectionnées dans le matériel C, pp. 183-184).

Académies d'Orléans-Tours et Poitiers - mai 2003
(corrigé page 263)

SECOND VOLET (8 POINTS)

Se référer :

- au document A, annexes 5 et 6, extrait du manuel "Le nouvel objectif calcul" CE2 de chez Hatier,
- au document B, annexes 7 et 8, extrait manuel "Collection Diagonale - Math en flèche" CE2 de chez Nathan.

1) On s'intéresse à l'ensemble des deux documents :
   a) Quelle est la notion mathématique étudiée ?
   b) Concernant cette notion, quelles sont les compétences exigées à la fin du cycle des approfondissements ?
   c) Quelles propriétés de la symétrie axiale sont utilisées implicitement dans les documents A et B ?

2) On s'intéresse à la partie "Découverte" du document A et à l'*annexe* 7 du document B :

a) Document A : "Découverte"
Énoncer les différentes étapes de la démarche proposée.
Quelles difficultés peuvent rencontrer les élèves travaillant sur cette activité ?

b) Document B : *annexe 7*
Énoncer les différentes étapes de la démarche proposée dans l'activité.
Déterminer la cohérence globale de *l'annexe 7* (Activité + Exercice 1) eu égard aux propriétés énoncées au 1 c).

c) À partir de ces deux extraits, énoncer les grandes étapes que vous proposeriez aux élèves pour découvrir cette notion.

3) On s'intéresse à la phase "Exercices" de chacun des documents :

a) Citer une difficulté spécifique de l'exercice 4 du document B.
b) Parmi les 4 exercices du document A et les 5 exercices du document B, choisissez-en trois.
Indiquer les raisons de votre choix.

Annexe 5 (document A)

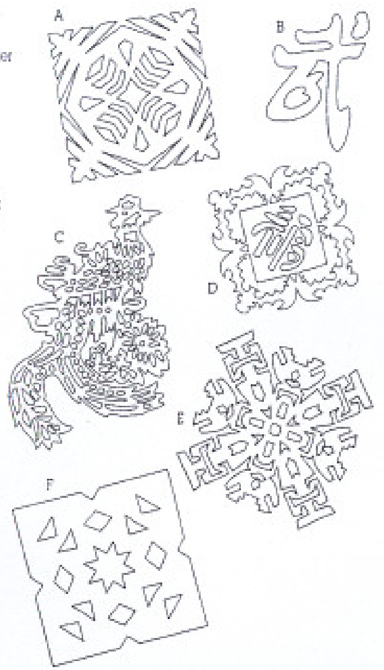
49 Pliages et symétrie

Construire par pliage des figures ayant un ou plusieurs axes de symétrie

Découverte

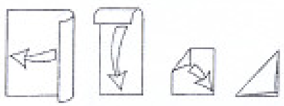
Autrefois, dans l'ancienne Chine, on s'offrait, à l'occasion du Nouvel An chinois, des sortes de « cartes de vœux » découpées dans du papier et on en décorait les murs et les portes des maisons.

Pour réaliser ces cartes, on utilisait souvent le pliage et le découpage.



1. Parmi les motifs représentés, quels sont ceux qui ont été réalisés par pliage et découpage ?

2. Prends un carré de papier de 21 x 21 cm. Plie-le en huit comme ci-dessous : c'est le pliage « rosace ».



Reporte un motif, découpe et déplie.
Les lignes de pliage sont des axes de symétrie.
Marque-les.

3. Utilise maintenant le pliage rosace pour réaliser la carte F.
Découpe, déplie, compare avec le modèle et cherche les découpages oubliés.

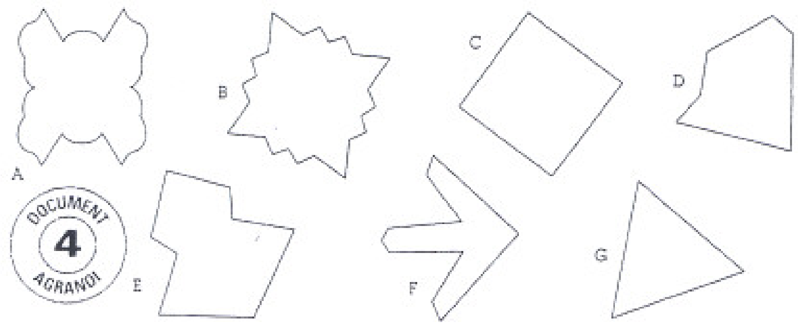
AIDE-MÉMOIRE N° 2 - PAGE 183

Exercices et problèmes

1 En pliant une feuille de papier une seule fois, trace puis découpe une forme qui, une fois dépliée, te donnera un carré. Avec une autre feuille, procède de la même manière pour obtenir un triangle. Avec une troisième feuille, fais de même pour obtenir un rectangle.

Annexe 6 (suite du document A)

2 Décalque les figures agrandies page 190. Trace sur le calque l'axe ou les axes de symétrie de ces figures, s'ils existent. Puis vérifie par pliage.

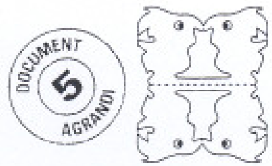


3 **Le pélican de Jonathan**

« Le pélican de Jonathan,
Au matin, pond un œuf tout blanc.
Et il en sort un pélican
lui ressemblant étonnamment... »

(R. Desnos)

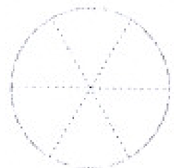
a/ Observe le pliage et le découpage réalisés par Bertrand.

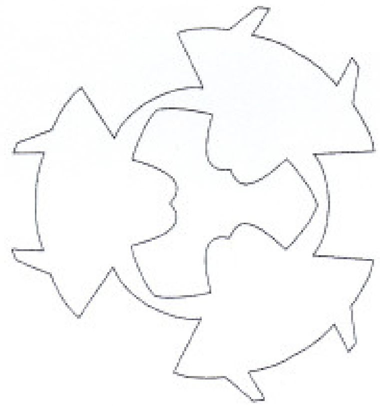


À ton tour, essaie d'obtenir un découpage identique en décalquant le modèle page 191.

b/ Laurent a fait un pliage en accordéon.
Il a obtenu une ribambelle de pélicans.
À ton tour, essaie de réaliser une ribambelle de pélicans.

4 Plie en six un disque de papier.
Utilise-le pour obtenir un découpage qui ressemble à celui-ci.





Annexe 7 (document B)

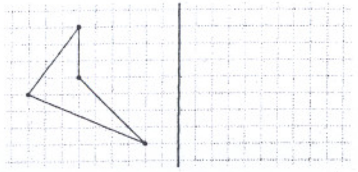
Utiliser la symétrie

Avec les nombres
Réciter des produits de la table de multiplication

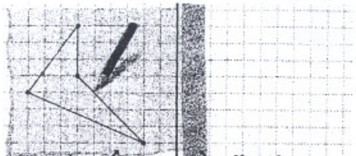
1 Activité

Matériel : feuille quadrillée, papier-calque, crayon à papier, règle, adhésif.

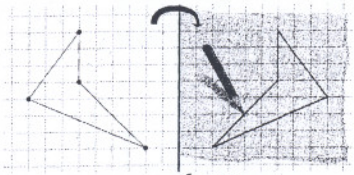
a Trace une droite en rouge pour partager en deux parties une feuille quadrillée. Sur la partie gauche, reproduis ce polygone :



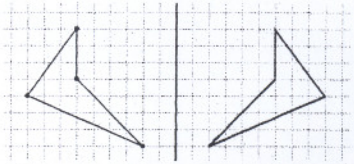
b Avec de l'adhésif, fixe un morceau de calque sur la partie gauche de ta feuille. Calque le polygone.



c Retourne le calque en le pliant le long de la droite rouge. Repasse sur les tracés du polygone.



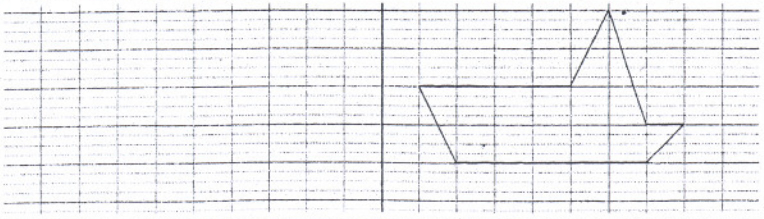
d Retire le calque et observe les deux polygones. Ils sont **symétriques** par rapport à la droite rouge.



Tu peux le vérifier en pliant la feuille le long de la droite rouge.

Exercices

1 En te servant du quadrillage, trace la figure symétrique par rapport à la droite rouge.

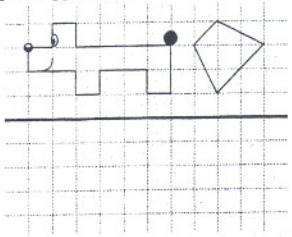


Annexe 8 (suite du document B)

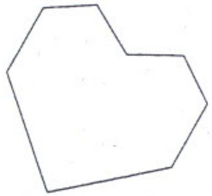
2
- Recherche les lettres de ce prénom qui ont un axe de symétrie.
- Reproduis chacune de ces lettres sur un quadrillage.

Trace en rouge les axes de symétrie.

3 Trace les deux figures symétriques par rapport à la droite bleue.



4 Reproduis cette figure sur un calque. Cherche l'axe de symétrie et vérifie en pliant.

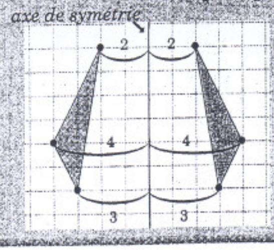


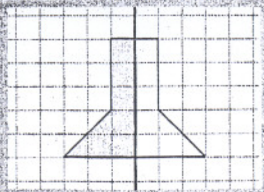
5 Reproduis le chemin rouge. Trace et code le chemin symétrique qui va de m à n.

1→ • 2↓ • 1→ • 1↑ • 1→ • 2↑ • 2→ • 4↓

Je retiens bien

Deux figures sont symétriques lorsqu'on peut les faire coïncider par pliage.





Cette figure a un axe de symétrie.

MATÉRIEL ET MANIPULATION COMME AIDE À LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Lucia GRUGNETTI
Unité de recherche en didactique des mathématiques de l'Université de Parma
lucia.grugnetti@unipr.it

François JAQUET
Ancien chercheur à l'Institut romand de recherche et documentation pédagogique (IRDP)
Rédacteur de la revue *Math-École*
fr.jaquet@wanadoo.fr

Résumé
Ce texte est le compte rendu d'un atelier, au cours duquel les participants, adultes, ont résolu eux-mêmes une dizaine de problèmes par manipulations, sans papier ni crayon, en se demandant dans quelle mesure le matériel proposé facilite ou modifie la tâche de résolution pour les élèves.
Les commentaires et remarques des participants, jointes aux nombreuses observations d'enseignants et de formateurs qui ont déjà expérimenté ce mode de résolution avec des enfants, font l'objet d'une synthèse pour quelques-uns de ces problèmes, et de propositions de gestion en classe pour l'un d'entre eux : « L'escalier des différences ». D'autres commentaires figurent pour trois autres activités.
Le travail de rédaction de notes méthodologiques pour chacun de ces problèmes est en cours, ainsi que la mise au point de nouveaux sujets. Toutes les suggestions de participants ou lecteurs seront les bienvenues (à l'adresse ci-dessus des animateurs) pour l'élaboration d'un ensemble d'activités comprenant les énoncés, le matériel et les commentaires didactiques correspondants.

I – INTRODUCTION

La manipulation ou le recours à des matériels peuvent-ils faciliter la tâche de résolution d'un problème et, par conséquent, la construction des savoirs mathématiques qui y sont liés ?

La réponse à cette question est le plus souvent affirmative lorsqu'on évoque les élèves pour lesquels le geste est nécessaire avant le passage à l'écriture, ceux qui ont besoin d'objets concrets pour se représenter les objets mathématiques, ceux qui doivent « agir pour abstraire »…

Il n'est cependant pas inutile d'examiner plus en détails les effets produits par l'apport de matériels de manipulations à un énoncé de problème sous forme de texte et d'éventuelles illustrations.

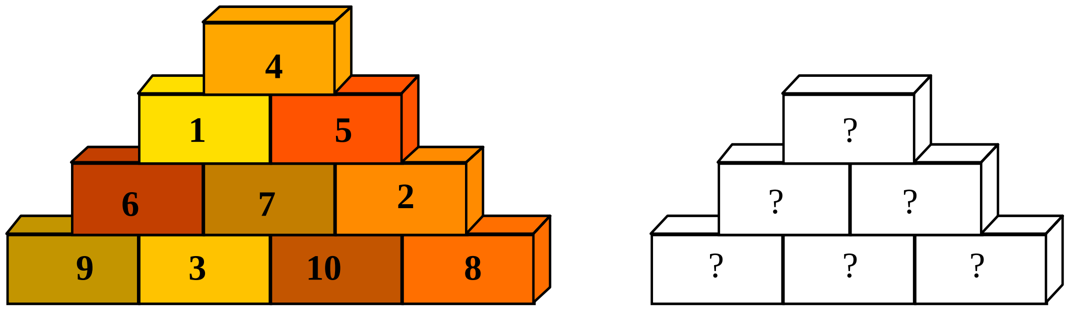
Les problèmes proposés, destinés à des classes de CE2, CM, 6^{e}, 5^{e} et 4^{e}, ont été très largement expérimentés (par des centaines ou des milliers de groupes d'élèves, dans plusieurs pays) et analysés dans le cadre du « Rallye Mathématique Transalpin ». Ils ont été ensuite transformés en « manipulations », pratiquées à leur tour par de nombreux enfants et adultes lors d'expositions, salons et autres manifestations publiques (ex. Grugnetti, Jaquet, 2005).

Voici, pour introduire le thème de l’atelier, un ensemble de questions qu’un enseignant pourrait se poser à propos de l’une de ces activités :

J’enseigne dans une classe d’élèves de 7 - 8 ans (CE1), j’ai trouvé un problème, « L’escalier des différences », qui me paraît à priori intéressant pour mon cours de mathématiques car, j’y vois :

- *une consolidation des opérations dans le champ conceptuel de l’addition ;*
- *la conduite d’une recherche individuelle ou par groupes de deux élèves, autovalidante ;*
- *un défi, susceptible de motiver mes élèves ;*
- *une activité facile à gérer et à évaluer.*

L'escalier des différences



L’escalier de gauche, de quatre étages, est construit ainsi :

Règle 1 : Chaque brique porte un nombre naturel qui est la différence des nombres des deux briques sur lesquelles elle repose.

Règle 2 : Tous les nombres de l'escalier sont différents.

Avec les mêmes règles, construisez des escaliers de trois étages, (comme celui de droite), en utilisant les nombres de 1 à 6.

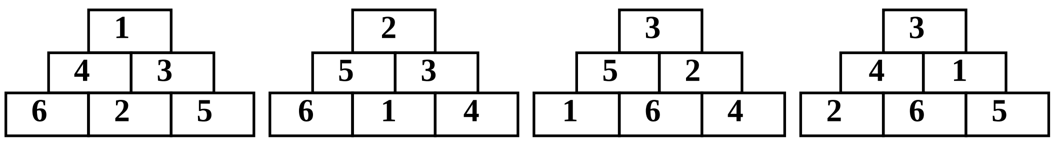
Combien en trouverez-vous de différents ?

Matériel

Six jeux (au moins) de 6 briques numérotées de 1 à 6.

Solutions

Il y a **4 solutions** (constructions) différentes, en tenant compte que les dispositions symétriques se retrouvent sur l’autre face de chaque pyramide :



Niveaux

Dès le CE1.

On propose du matériel pour cette activité, mais je ne vois pas trop ce que ça peut apporter.
Peut-être pour les élèves en difficulté ?
Pour les plus lents ?
Pour permettre une plus grande autonomie ?
Essayons tout de même et regardons d'un peu plus près.
Tout d'abord, y a- t- il un peu de mathématiques derrière cette manipulation ?
Quelle durée vais-je accorder ?
Comment organiser le travail ? Par groupes, individuellement ?
Comment vais-je savoir ce que les élèves ont fait ? Vais-je demander une trace écrite ?
Que vais-je en faire plus tard ?

II – DE LA RÉSOLUTION « PAPIER-CRAYON » À LA MANIPULATION

L'énoncé et le matériel étant donnés à l'élève, celui-ci va se lancer dans la recherche de la solution qui se décompose en plusieurs étapes :

II – 1 Phase 1. La lecture et l'appropriation

Il n'y a pas, à ce moment-là, de grande différence entre le problème et la manipulation puisque le support écrit est le même. Toutefois, le matériel permet de fixer les représentations. Dans l'exemple de « l'escalier des différences », la « brique » du texte est immédiatement concrétisée par un parallélépipède en bois avec ses caractéristiques physiques.

II – 2 Phase 2. La recherche de la solution

Le matériel permet un gain de temps considérable dans les essais et offre une représentation concrète de l'escalier. Il faut toutefois relever que la disposition verticale des briques incite à commencer par la base, alors que, sur le papier (avec les figures des escaliers à compléter), on peut aussi bien commencer par le sommet.

Les trois pièces de base placées, les suivantes sont testées très rapidement et, en cas d'insuccès, les modifications de la base sont rapides aussi.

Il arrive souvent que les élèves travaillent par triplets de briques tenues dans une main : deux dans la base et la troisième, par-dessus, correspondant à la différence. Ils cherchent à combiner ces triplets avec les trois pièces restantes.
La correspondance des gestes avec les contenus mathématiques du problème relevés lors de l'analyse a priori est évidente :

- la maîtrise de l'addition et la soustraction sur les premiers nombres naturels s'observe dans la formation des triplets, dans les contrôles permanents amenant aux changements de briques… ;
- les conjectures et leurs vérifications sont visibles dès le moment où les essais ne se font plus au hasard et qu'on voit apparaître une recherche systématique ou que des résultats intermédiaires sont atteints comme la présence obligatoire de la brique « 6 » dans la base, mais non voisine de « 3 », … ;
- l'organisation d'un inventaire et la validation s'observent au fur et à mesure que les pyramides trouvées s'alignent devant l'élève.

Au cours de l'activité, l'élève élabore donc des « règles de construction » par exemple :

a) Le « 6 » ne peut pas être une différence parmi les nombres de 1 à 6, par conséquent, il doit figurer dans la base de l'escalier ; et le « 5 » ne peut par conséquent pas figurer au sommet de l'escalier puisqu'il ne peut s'exprimer que comme la différence de 6 et 1 qui devraient se trouver au premier étage ;

b) Le « 6 » et le « 3 », comme le « 4 » et le « 2 » ou encore le « 1 » et le « 2 », ne peuvent être placés l'un à côté de l'autre ;

c) Si « 4 » était au sommet, il ne pourrait être que la différence entre 5 et 1 (car 6 est dans la base), qui seraient alors placés au premier étage, mais alors 5 ne pouvant être que la différence entre 6 et 1 placés dans la base, on arrive à une contradiction car la pièce « 1 » est déjà au premier étage ; on en conclut ainsi que le « 4 » ne peut être au sommet de la pyramide et que, vu le point a) seules les pièces « 1 », « 2 » et « 3 » peuvent y être.

Ces « règles de construction » sont des petits « théorèmes locaux » dont la validité est limitée à l'escalier mais dont certains participent à la construction de connaissances mathématiques plus générales, comme, en particulier, à prise de conscience que la différence de deux nombres naturels différents est toujours un nombre inférieur au plus grand des deux, qui peut être égal au plus petit des deux, ou inférieur…

II – 3 Phase 3. La validation

Ces règles doivent peu à peu permettre à l'élève de former tous les escaliers possibles. Le matériel a été conçu pour que la quantité des pièces à disposition ne suggère pas le nombre de solutions (Les briques permettent de construire 6 escaliers alors que 4 seulement sont différents).

La position verticale des pièces permet de voir l'escalier des deux côtés. Si les élèves trouvent deux dispositions symétriques des faces visibles, il leur suffit de tourner l'une des constructions d'un demi-tour pour s'apercevoir qu'il s'agit du même escalier.

Mais le matériel ne garantit pas l'exhaustivité des solutions, ni la formulation des règles découvertes et mises en œuvre pour y arriver.

C'est à ce moment-là qu'intervient le maître, pour organiser, s'il le souhaite, une exploitation de l'activité à des fins didactiques.

III – LA GESTION DE L'ACTIVITÉ

Pendant ou après l'atelier, le maître va devoir choisir ses types d'intervention et les développements qui lui semblent favoriser les apprentissages de ses élèves. On entre ici dans la gestion et l'exploitation de l'activité, avec une très grande variété de possibilités :

III – 1 Variante « pour occuper les élèves »

Le matériel est libre d'accès, à destination des élèves qui ont terminé le travail ordinaire de la classe et qui ont un moment à occuper. Ils s'engagent dans la recherche de la solution, créent un escalier ou deux ou abandonnent en cas d'obstacle trop important, puis remettent le matériel dans sa boîte et passent à une autre occupation.

En travaillant sur cet atelier, ils n'ont « pas fait de mal ». Ils ont peut-être : fait un peu de mathématiques, vérifié leur(s) solution(s), éprouvé du plaisir ou de l'ennui, modifié leur rapport affectif avec la discipline, toutes choses que le maître ne peut pas évaluer.

III – 2 Variante d'occupation avec « contrat » minimum

Comme dans la variante précédente, les élèves choisissent l'atelier de « L'escalier des différences » mais avec l'obligation de conserver une trace écrite de leur activité : les solutions trouvées, la date, l'heure, la durée et quelques explications éventuelles sur leur démarche.

L'examen des protocoles va permettre au maître, s'il en a le temps et l'envie, de contrôler les solutions et de demander à l'élève des compléments d'information sur ses démarches.

III – 3 Variante avec « contrat » collectif

Les élèves doivent travailler par deux au minimum, fournir un compte rendu de leurs recherches avec solutions et explications après que le maître leur ait expressément demandé de trouver toutes les solutions.

Le maître pourra alors, apprécier les solutions et provoquer une confrontation entre les membres du groupe sur les solutions et leurs explications.

III – 4 Variante « la totale »

Toute la classe est organisée en groupes qui travaillent par rotation, sur plusieurs ateliers, avec rédaction d'un rapport, comme précédemment.
Une mise en commun est organisée, sur la base des rapports de chaque groupe.
Le maître prévoit ensuite une phase d'institutionnalisation des connaissances mathématiques mises en œuvre (sur les différences, sur la certitude qu'il n'y a pas d'autre solution, sur la reconnaissance de solutions équivalentes par symétrie ainsi que le permet le matériel) et des activités complémentaires (escaliers de 4 étages).

IV – AUTRES EXEMPLES

Voici quelques autres exemples de « problèmes-manipulations » présentés lors de l'atelier, qui ont particulièrement montré l'intérêt d'une résolution par matériel et pour lesquels les participants ont formulé des remarques. (L'ensemble de ces activités, et une brochure d'accompagnement contenant des notes méthodologiques et didactiques en préparation, peuvent être obtenues, sur demande, auprès des animateurs).

IV – 1 Exemple 1

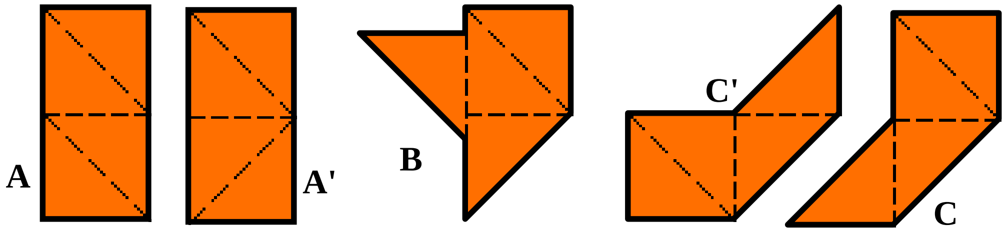
Miss Troispointe

Miss Troispointe est une passionnée de puzzles.

- Avec quatre triangles, rectangles, isocèles, égaux, elle arrive à former des polygones différents.
- Dans les polygones qu'elle forme, les quatre triangles ne se recouvrent pas et ont chacun au moins un côté commun avec l'un des autres triangles.

Dessinez les polygones différents que vous avez trouvés et classez-les selon le nombre de leurs côtés.

Exemples : **A** est une solution acceptable, c'est la même que **A'** car les deux rectangles sont égaux même si les triangles n'y sont pas disposés de la même manière. **B** n'est pas une solution acceptable pas car le triangle de gauche n'a pas de côté commun (sommets compris) avec celui d'un autre triangle. **C** et **C'** sont égaux car on peut les superposer exactement, ils ne représentent donc qu'une seule et même solution.



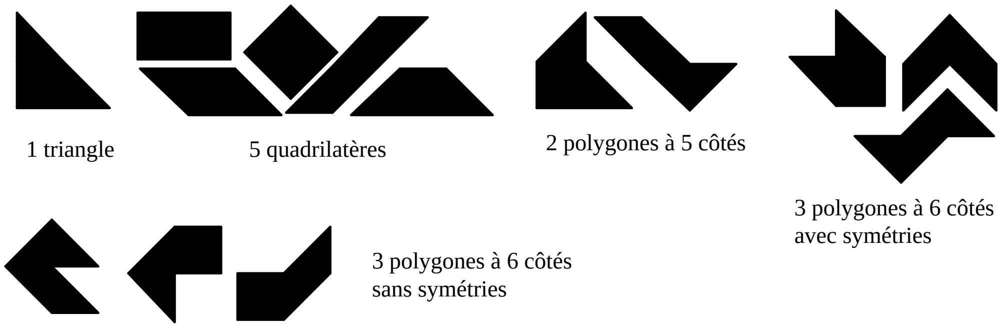
Dans « Miss Troispointe », le matériel (une centaine de triangles rectangles isocèles en bois : demi-carrés de 4 cm de côté) permet un gain de temps considérable dans les essais et simplifie la recherche en remplaçant les constructions géométriques sur papier (éventuellement quadrillé) par des déplacements d'objets.

Cette simplification est aussi une « perte » au niveau géométrique puisque la manipulation permet de rester dans l'espace des objets physiques sans passer aux « figures ». Mais la « perte » n'est que momentanée si l'on exige, après l'inventaire des constructions concrètes, de les transcrire sur papier par des figures géométriques.

Les contenus mathématiques du problème sont du domaine de la géométrie (pour autant qu'on ne se limite pas à la manipulation) :

- isométries : déplacements dans l'espace physique puis leur transcription dans le plan de l'espace géométrique par des translations, rotations et symétries axiales (retournements) ?
- reconnaissance de figures isométriques, avec analyse de leurs caractéristiques (nombres de côtés, axes de symétrie, orientation), pour éviter les répétitions dans l'inventaire ?
- construction de figures :
  - sur papier blanc, avec prise en compte des dimensions et des angles,
  - sur papier quadrillé, après la reconnaissance de la position de la figure de base (triangle isocèle rectangle) et de sa position sur le quadrillage.

L'inventaire des solutions fait encore apparaître des pistes d'exploitations pour aborder ou rappeler d'autres connaissances sur les polygones que celles qui ont été évoquées ci-dessus.

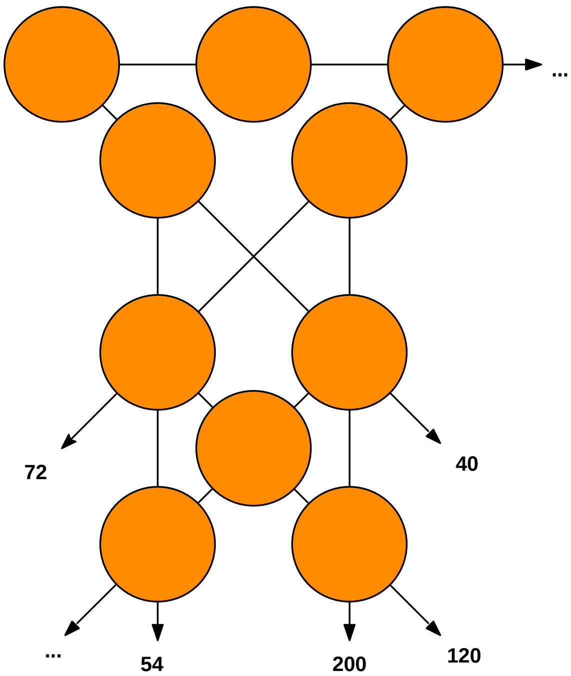


L’observation des reports de l’inventaire des objets de l’espace physique sur papier (espace géométrique du plan) donne de précieuses indications sur la maîtrise, par l’élève, de toutes les connaissances évoquées précédemment :

- si deux figures isométriques apparaissent dans l’inventaire, c’est que la capacité de les tourner ou de les retourner mentalement n’est pas mobilisable ;
- s’il manque un type de figures, les « non convexes » par exemple, c’est la notion de « polygone » qu’il s’agira d’étendre ;
- si l’inventaire est incomplet, on entre dans le domaine de la combinatoire et des méthodes permettant d’assurer l’exhaustivité ;
- …

IV – 2 Exemple 2

Produits en ligne



Disposez les dix nombres de 1 à 10 dans les cercles de cette figure, de telle manière que le produit de trois nombres alignés soit le nombre indiqué en fin de ligne.

Calculez les deux produits manquants.

Combien y a-t-il de manières de disposer ces dix nombres ?

Voici l'analyse de la tâche de « Produits en ligne » rédigée lors de l'élaboration du problème du RMT :

« …

- Vérifier qu'il y a bien dix cercles, et que chaque produit indiqué ou manquant correspond à un alignement de trois cercles, constater que chaque produit donné peut être celui de trois nombres de 1 à 10, mais qu'il y a en général plusieurs solutions;
- Commencer à placer trois nombres d'un alignement et vérifier si le choix et les emplacements des trois nombres sont compatibles avec les autres alignements, puis continuer ainsi par essais successifs jusqu'à la disposition complète (ce qui ne permet pas de déterminer le nombre de solutions).
- Travailler par décomposition des nombres en facteurs et par déductions successives sur les emplacements de certains d'entre eux. Par exemple, comme aucun des nombres donnés ne contient 7 dans sa décomposition, celui-ci est obligatoirement dans le cercle du centre de la ligne supérieure, le 9 doit être dans la ligne « 54 » qui contient trois facteurs « 3 » (3 et 6 ne suffiraient pas) et, ne pouvant être dans la ligne « 120 » ni dans la ligne « 40 », il est obligatoirement dans le cercle du bas à gauche, … »

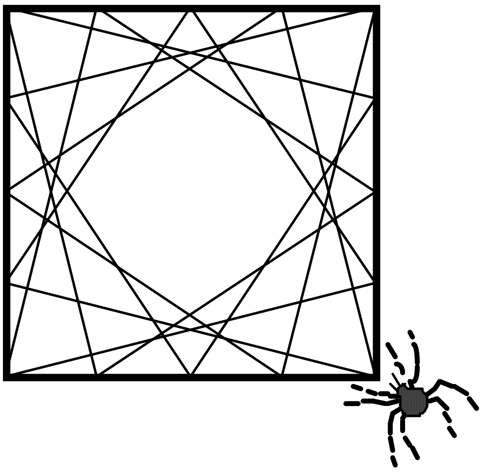
Dans cet exemple, le matériel (10 jetons numérotés de 1 à 10) n'apporte pas une grande aide à la résolution du point de vue des notions mathématiques en jeu : multiples et diviseurs, critères de divisibilité, déductions et organisation logique. Mais on a remarqué qu'il incite les élèves à essayer ou à s'engager dans le problème. Il évite aussi les répétitions de nombres puisque les 10 jetons ont déjà pris en charge la partie de la consigne : « Disposez les dix nombres de 1 à 10 … ». Il permet aussi de gagner un temps précieux dans les essais : plutôt que de dessiner des grilles et de les compléter, on déplace les jetons, mais, en contrepartie, on n'aura pas de mémoire des essais pour les phases de validation ou d'exploitation des recherches.

IV – 3 Exemple 3

Toile d'araignée

L'araignée Tipsy est très contente car sa toile est très régulière et elle n'a utilisé qu'un seul fil pour la tisser (voir figure ci-dessous).

Construisez la toile de Tipsy, de la même forme, sur le cadre.



Le matériel de « Toile d'araignée » est une plaquette de bois avec des clous disposés en carré, 17 sur chaque côté, et un long fil légèrement élastique dont l'une des extrémités est nouée sur le clou du sommet inférieur droit. La manipulation exige un peu d'habilité pour passer le fil sur les clous sans l'emmêler, mais la plupart des enfants y parviennent, dès l'âge de 7 à 8 ans.

Le même problème, sur papier, dans un cadre purement géométrique, fait intervenir la règle et la mesure. La construction de l'objet « toile d'araignée » réduit la mesure ou le mesurage à un comptage, qui n'est cependant pas facile puisqu'il y a un conflit entre le numéro d'ordre des clous sur un côté et les intervalles (le milieu d'un côté sur lequel sont plantés 17 clous est situé au 9^{e} ! et le quart au 5^{e} ! ce qui provoque un « détour » intéressant par le cadre numérique). Le modèle de la toile d'araignée est constitué d'un seul fil, il diffère en cela de la figure géométrique constituée de segments indépendants.

Il y a donc, dans le passage de la manipulation au dessin sur papier, une opportunité à exploiter pour la construction de connaissances numériques (pré-mesure) et géométriques dans les premières années de l'école élémentaire.

V – CONCLUSION

Les manipulations proposées poursuivent les mêmes objectifs que les problèmes dont ils sont tirés.

Même si la présence du matériel facilite parfois la recherche, il est toutefois nécessaire d'aller au-delà des mots et des phrases notées pour en approfondir la signification :

Les phrases « faire des mathématiques en résolvant des problèmes » et « promouvoir la résolution de problèmes pour améliorer l'apprentissage et l'enseignement des mathématiques » mettent en relation directe les mots « problème » et « mathématiques » et peuvent faire croire à une inférence logique entre « résoudre des problèmes » et « faire, comprendre ou construire des mathématiques ».

Il faudrait plutôt dire : « en résolvant des problèmes, il est plus probable que l'élève construise des connaissances mathématiques qu'en regardant la TV » ou « une part des mathématiques se construit à partir de la résolution de problèmes ».

Les mots « problème » et « résolution de problème » ne sont pas des formules magiques qu'il suffit d'invoquer pour que s'opère la construction des notions mathématiques sous-jacentes. La théorie des situations didactiques l'explique largement : il y a un jeu subtil et complexe entre l'activité de l'élève en résolution de problème et l'élaboration de ses connaissances, régi par le milieu et orchestré par le maître (Grugnetti et al., 2005).

Il faut être conscient que l'élève qui se lance dans l'une de ces manipulations va chercher, tenter de surmonter ou de contourner quelques obstacles, arriver à une solution (juste, fausse, complète ou incomplète) ou encore abandonner en cours de route. Dans un cas comme dans l'autre, il y a tout un travail à développer, où le maître a un rôle essentiel : relance en cas d'obstacle trop important, validation, évaluation, généralisation, institutionnalisation, pour s'assurer que l'activité participe à la construction d'une connaissance mathématique.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

GRUGNETTI L., JAQUET F., TIÈCHE CHRISTINAT C. (2005) Enjeux didactiques des concours mathématiques, in M.H. Salin, P. Clanché, B. Sarrazy (Eds), *Sur la théorie des situations didactiques*, La Pensée Sauvage, Editions, 243-248.

GRUGNETTI L., JAQUET F. (2005) Problemi da risolvere con materiale manipolativo/ Problèmes a résoudre par manipulations, *L'educazione Matematica*, Anno XXVI-Serie VIII-Vol. 1, n. 1, Ed. CRSEM, 36-48.

COMMENT UTILISER MATHENPOCHE EN CM2 ?

Ghislaine GUEUDET
Maître de Conférences, IUFM de Bretagne
IREM de Rennes
Ghislaine.Gueudet@bretagne.iufm.fr

Typhaine LE MÉHAUTÉ
Prag, IUFM DE BASSE NORMANDIE
Typhaine.lemehaute@wanadoo.fr

Résumé
Les bases d'exercices se multiplient sur Internet et sont de plus en plus utilisées par les enseignants. Nous avons proposé aux participants à cet atelier de réfléchir aux scenarii d'usage de ce type de ressources. Des scenarii testés en classe de CM2 pour la base d'exercices «Mathenpoche» ont constitué le point de départ de la réflexion.

Mots-clés : Proportionnalité - liaison CM2-6ème - exercices de mathématiques en ligne - ressources Internent – scénario.

A tous les niveaux scolaires, l'emploi de ressources en ligne de type «base d'exercices» dans l'enseignement des mathématiques s'est rapidement répandu ces dernières années (Cazes & al., 2005). Au collège, la base d'exercices «Mathenpoche» rencontre un succès croissant. Nous avons pu constater que certaines ressources Mathenpoche conçues pour la classe de sixième étaient même utilisées par des professeurs des écoles en classe de CM2. Nous avons par ailleurs participé, dans le cadre d'une recherche INRP, à l'élaboration d'un corpus d'exercices Mathenpoche sur la proportionnalité spécifiquement destinés à la classe de CM2.

Notre objectif dans cet atelier n'était pas de présenter Mathenpoche, ni même de discuter les choix faits pour l'élaboration du logiciel ou la pertinence de son emploi en CM2.

Nous avons souhaité adopter dans cet atelier une toute autre démarche, que l'on peut résumer de la manière suivante :

Nous partons du principe que des enseignants de CM2 vont utiliser Mathenpoche. Il ne s'agit pas pour nous d'encourager ou de nous opposer à ce choix, mais d'accompagner les enseignants qui le font en leur proposant des scénarii d'usage raisonnés de cette ressource.

Cet objectif nous a conduites à proposer aux participants la consigne suivante :

« Vous êtes enseignant en CM2, votre classe comporte 25 élèves et vous disposez de 14 postes informatiques reliés à Internet. Vous avez décidé d'utiliser la série Proportionnalité / Liaison CM2-6ème de Mathenpoche. Proposez une mise en œuvre possible en classe, en présentant un scénario d'usage adapté ».

Avant que les participants ne se penchent sur des scénarii d'usage, nous avons proposé une rapide description de Mathenpoche, présentée ici en partie I. Lors de la deuxième partie de l'atelier, nous avons également fourni en support à la discussion des exemples de scénarii d'usage possibles ; ceux-ci sont repris dans la partie II, dans laquelle nous précisons au préalable ce que nous entendons par l'expression « scénario d'usage ». Enfin dans la partie II, nous synthétisons les échanges que nous avons eus avec les participants.

I – MATHENPOCHE : RAPPEL RAPIDE DE LA STRUCTURE

Mathenpoche est avant tout une base d'exercices de mathématiques pour le collège. En juin 2005, les niveaux sixième et cinquième étaient complets ; le niveau quatrième en cours de réalisation ; des exercices expérimentaux de niveau troisième-seconde étaient en ligne ; des travaux étaient en cours pour les lycées, lycées professionnels et pour le premier degré.

La dernière version des exercices pour la sixième peut être consultée à l'adresse : `http://www.sesamath.hautesavoie.net/mathenpoche_test/6eme/pages/menu.html.`

(Pour les autres niveaux, il suffit d'adapter l'adresse).

I – 1 Mathenpoche, côté élève, pour le niveau sixième

Un élève peut librement accéder à Mathenpoche. Cependant, le plus souvent, l'élève travaille en classe, sur des séances programmées par l'enseignant (voir ci-dessous).

L'élève va rencontrer une liste d'exercices, chacun étant caractérisé par un titre. Les titres sont présentés en colonnes sur l'écran, l'enseignant choisit d'imposer ou non un ordre d'accès aux exercices. Chaque exercice comporte 5 ou 10 questions ou problèmes indépendants. Il n'est pas possible, même si on a déjà travaillé sur le logiciel, de débuter un exercice par le problème 3 ou 4 ; tous les problèmes doivent être traités dans l'ordre.

Il y a différents jeux de valeurs numériques possibles, qui sont proposés de manière aléatoire. Les différents jeux de valeurs sont évidemment soigneusement choisis par les concepteurs. Ainsi même si un élève refait un problème, il a très peu de chances de retomber sur le même jeu de valeurs. Parfois même l'ordre des problèmes au sein d'un exercice est aléatoire.

Lorsque l'élève accède à un exercice, un énoncé de problème apparaît à l'écran, problème que doit résoudre l'élève. Il doit noter sa réponse dans la (ou les) case(s) prévue(s) à cet effet puis valider sa proposition.

La plupart du temps une calculatrice basique est à disposition des élèves. Il suffit de cliquer sur "calculatrice" pour la faire apparaître et la rendre opératoire.

Prise en compte de la réponse de l'élève :

- si l'élève donne la réponse attendue, l'affichage "Bravo" apparaît et le compteur du score est mis à jour ;

- si l'élève se trompe, il en est averti et on lui propose d'utiliser une aide pour corriger son erreur. S'il parvient à donner la bonne réponse, son compteur des scores sera mis à jour (+ 1) ;
- si l'élève se trompe à nouveau, la lecture de l'aide lui est imposée et la réponse au problème est finalement donnée (dans la plupart des exercices, après un second essai infructueux).

Dans le niveau sixième, l'aide est la même pour un même exercice (plusieurs problèmes). Elle se présente comme un nouveau problème qui sera résolu petit à petit devant les yeux des élèves. Des éléments plus pertinents par rapport aux compétences visées sont mis en valeur (changement de couleur, ou de taille de police) au fur et à mesure de leur apparition à l'écran.

Pour les exercices du sous-chapitre « Liaison CM2-sixième » dans le chapitre « proportionnalité », les choix sont différents : l'aide est toujours accessible, même si l'élève ne fait aucune erreur ; des solutions rédigées (deux solutions différentes en général) sont proposées après la validation par l'élève de sa réponse. De plus, le premier problème de chaque exercice a des valeurs numériques fixes et sert de support à l'aide.

Un bref descriptif de cette série a été fourni aux participants lors de l'atelier ; il est donné en annexe.

I – 2 Mathenpoche, côté professeur

Lorsqu'un enseignant est inscrit comme « testeur », il peut utiliser la version « réseau » de Mathenpoche.

Il doit rentrer les noms de ses élèves et attribuer à chacun un login et un mot de passe. Il peut organiser les élèves inscrits en groupes.

Il peut ensuite programmer des séances, en choisissant le contenu mathématique de celles-ci parmi les exercices de Mathenpoche. Les séances peuvent être les mêmes pour un groupe, ou bien elles peuvent être différenciées selon les élèves. Par ailleurs, l'enseignant fixe la durée de la séance ; ainsi il peut choisir que les élèves accèdent à une séance qu'il a programmée seulement pendant le temps de la classe, ou aussi en dehors.

Enfin, l'enseignant peut choisir d'imposer ou non un ordre d'accès aux exercices, et de le conditionner ou non à un taux minimal de réussite à l'exercice précédent.

L'enseignant a également accès à un outil de suivi des élèves. Il peut les suivre « en direct », pendant les séances en classe : à partir du poste enseignant, il visualise le déroulement du travail de chaque poste élève.

Il peut aussi imprimer un bilan de la séance ; il y a une partie du bilan qui donne des informations sur le travail de l'ensemble de la classe, et une partie pour chaque élève, ou binôme d'élèves (en fait pour chaque poste). On sait quels exercices ont été abordés, combien de questions ont été faites, si elles ont été réussies à la première tentative, à la deuxième tentative, ou pas ; combien de temps a été passé sur l'exercice…

Bilan groupe : 4 élèves, moyenne : 2 exercices par élève, **Description des exercices**, **Imprimer**

6N1s1ex2	Quel est le chiffre des ... ?	scores : ~ 2/2 | – 2 | + 2	réussite : ~ 100 %
6G0s2ex1	Comment valider une réponse ?	scores : ~ 2/2 | – 2 | + 2	réussite : ~ 100 %
6G0s2ex2	Les aides animées	scores : ~ 3/3 | – 3 | + 3	réussite : ~ 100 %
6G0s2ex4	La calculatrice	scores : ~ 3/3 | – 3 | + 3	réussite : ~ 100 %
6G0s2ex5	Les caractères spéciaux	scores : ~ 2/5 | – 0 | + 4	réussite : ~ 40 %

LOBATO Rafael, 5 exos, moyenne :5.80/10, réussite : 88 %, temps moyen :00:01:32, Imprimer

6N6s1ex3	Proportionnalité ou pas ?	4/5	80 %	00:00:23
6N7s2ex1	Construction de diagrammes à barres.	10/10	100 %	00:05:20
6N1s1ex1	Entiers et espaces.	3/10	75 %	00:00:28
6N1s1ex1	Entiers et espaces.	5/10	83.33 %	00:01:10
6N1s1ex2	Quel est le chiffre des ... ?	3/10	100 %	00:00:17

■ : réussi dès le premier essai ■ : réussi après un essai ■ : échec ■ : non abordé

II – EXEMPLES DE SCENARII D'USAGE

Dans cette partie nous allons brièvement préciser ce que nous entendons par scénario d'usage. Nous donnerons ensuite deux exemples de scénarii possibles à partir de la ressource retenue pour l'atelier, adaptés de scénarii qui ont été utilisés lors de la discussion sur les propositions des participants en seconde partie d'atelier.

II – 1 Les scenarii d'usage

Le terme de scénario a de multiples sens. Dans le contexte informatique, il est utilisé en particulier pour décrire certains choix des concepteurs d'un logiciel : « le scénario d'apprentissage » qu'ils ont pu retenir. Ici ce n'est pas de cet aspect qu'il s'agit. Le « scénario d'usage » est pour nous l'ensemble des modalités d'utilisation d'un logiciel mises en place dans une classe.

Quels sont les éléments à prendre en compte pour décrire un scénario ? Nous nous référons ici à Cazes et al. (2005). Voici la grille d'analyse de scénario proposée dans ce texte.

Organisation : séances machine / séances classiques.	Répartition
	Contenu mathématique
	Nature des séances sans ordinateurs
	Articulation entre séances machine et autres séances
	Rôle de l'ordinateur dans l'évaluation.
Enseignant	Rôle dans le choix de scénario
	Rôle pendant les séances machine
	Rôle pendant les autres séances
	Emploi des suivis informatiques
Elèves	Traces écrites attendues en séance machine
	Travail seul / en binôme / en groupe en séance machine
	Travail sur l'ordinateur en dehors des séances

Table 1 : Grille d'analyse d'un scénario d'usage.

Cette grille propose des éléments à prendre en compte pour la description, ou la mise en œuvre, d'un enseignement de mathématiques recourant à un logiciel de type « base d'exercices en ligne ».

Un scénario d'usage peut être décrit avec plus ou moins de précisions, en particulier suivant l'échelle de temps considérée. Pour l'atelier, nous nous plaçons à l'échelle d'une séquence.

II – 2 Deux exemples de scenarii

Voici deux exemples de scénarii d'usage possibles en classe de CM2. Ceux-ci s'inspirent d'enseignements que nous avons pu mettre en place, mais ils n'ont pas été testés tels quels.

II – 2.1 Scénario d'usage 1 : diagnostic initial sur des problèmes de quatrième proportionnelle puis différenciation

<table>
<tr><td>Séance 1 : Prise en main du logiciel.</td><td colspan="2">Travail en binôme sur la fiche « Combien ». Les élèves font les deux premiers problèmes sans intervention de l'enseignant. Ensuite une mise en commun est faite sur les fonctionnalités du logiciel (emploi par l'enseignant d'un vidéoprojecteur).</td></tr>
<tr><td>Séance 2 : Évaluation diagnostique.</td><td colspan="2">Travail sur ordinateur en individuel avec la série « Combien » (un seul accès à la série). Suivant le nombre de postes disponibles, cette séance pourra être faite en plusieurs fois.</td></tr>
<tr><td>Séance 3 : Différenciée.</td><td>Pour les élèves qui ont réussi l'évaluation (ayant obtenu 4/5 ou 5/5): travail sur ordinateur en binôme en autonomie sur les séries « Recettes », «Augmentation-Réduction ».

Consigne supplémentaire : ils doivent choisir dans chaque série un exercice, en noter l'énoncé, et le rédiger soigneusement, sans le support de l'ordinateur.</td><td>Pour les élèves qui n'ont pas réussi l'évaluation (ayant obtenu 3/5 ou moins) :

travail avec l'enseignant sur des problèmes simples de calcul de quatrième proportionnelle, et sur des problèmes de comparaison.</td></tr>
<tr><td>Séance 4 : Classe entière, salle classique, avec vidéo projecteur.</td><td colspan="2">Travail sur le thème des problèmes de comparaison. Des problèmes sont donnés sur papier, puis l'enseignant utilise un vidéo projecteur avec l'aide de « comparaison ».</td></tr>
<tr><td>Séance 5 : Différenciée.</td><td>Pour les élèves qui avaient réussi l'évaluation initiale : travail sur papier avec des exercices de type « Recettes », «Augmentation-Réduction ».</td><td>Pour les élèves qui n'avaient pas réussi l'évaluation initiale: travail sur ordinateur en binôme en autonomie sur la série « Comparaison ».

Consigne supplémentaire: ils doivent choisir dans cette série un exercice, en noter l'énoncé, et le rédiger soigneusement, sans le support de l'ordinateur.</td></tr>
<tr><td>Séance 6 : Préparation des échanges.</td><td>Confection par groupes d'affiches sur les thèmes : « Résoudre de différentes façons un problème de recettes », « Résoudre de différentes façons un problème d'augmentation ».</td><td>Confection par groupes d'affiches sur le thème : « Résoudre de différentes façons un problème de comparaison ».</td></tr>
<tr><td>Séance 7 : Échanges.</td><td colspan="2">Débat sur les affiches réalisées.</td></tr>
</table>

Table 2 : Description du scénario 1.

Pendant toute cette séquence, les séries « Combien », « Comparaison », « Recettes » « Augmentation -Réduction » sont accessibles en dehors des séances en classe pour tous les élèves.

II – 2.2 Scénario d'usage 2 : Travail sur les problèmes d'agrandissements, avec une situation de découverte « classique », une institutionnalisation puis l'entraînement sur Mathenpoche

Séances 1 et 2 : traditionnelles	Travail sur la situation « Puzzle ».
Séance 3 : Synthèse/ institutionnalisation	Synthèse/institutionnalisation suite à la situation « Puzzle ».
Séance 4 et 5 : Demi-groupes, papier et logiciel	Un demi-groupe travaille en individuel sur l'ordinateur. Fiches accessibles : « Augmentation-réduction » avec une réussite minimum de trois sur cinq. Puis « Combien, Comparaison, Recettes, » sans réussite imposée. L'autre demi-groupe travaille sur des problèmes de même type sur papier, dont 4 problèmes de type agrandissement. Échange des rôles à la deuxième séance.
Séance 6 : synthèse	Synthèse suite au travail sur Mathenpoche sur le thème « problèmes d'augmentation et de réduction ».

Table 3 : Description du scénario 2.

Bien entendu il faudrait tester tous ces scénarii ! Ici notre objectif était uniquement de proposer des exemples de scénarii aux participants comme support à leur réflexion.

III – ÉCHANGES LORS DE L'ATELIER

La réflexion sur les scénarii d'usage d'une ressource ne peut pas faire l'économie d'un temps d'appropriation de cette ressource. C'est sans doute pourquoi les échanges sont restés surtout centrés sur une analyse de la base Mathenpoche, et ont abouti à de premiers conseils d'usage, sans déboucher sur un réel scénario.

Les participants ont souligné que la disponibilité individuelle des exercices lors de la séance permet de respecter le rythme de travail de chaque élève. D'autre part la possibilité pour l'enseignant testeur de proposer différentes progressions pendant une même séance (en organisant sa classe en plusieurs groupes) facilite la différenciation. Notons que les expérimentations effectuées ont montré que de nombreux élèves pouvaient travailler longuement sur Mathenpoche sans intervention de l'enseignant, ce qui facilite d'autant la prise en charge des élèves en difficulté.

Une discussion s'est engagée sur la forme choisie pour l'aide. Dans la série utilisée pour l'atelier, l'aide est la même pour tous les problèmes d'une fiche. Est-ce que cela peut réellement aider les élèves ? On sait que la question des aides à la résolution de problèmes est délicate (Julo, 1995), en particulier lorsqu'il s'agit de les prévoir *a priori* pour concevoir un logiciel (Hersant, 2001). Cependant, ici les choix de conception apparaissent discutables sur ce point. En particulier, chaque fiche comporte un problème « intrus » (nous nous sommes inspirés sur ce point de la structure du moniteur de mathématiques (Vergnaud et al., 1997)) ; or l'aide est encore accessible pour ce problème intrus, alors même qu'elle n'est évidemment pas adaptée ! Les participants ont souligné par ailleurs que cette forme d'aide ne prend pas en compte la procédure de l'élève. Ce point pose plusieurs questions :

- Quel lien l'élève peut-il faire entre son travail et l'aide proposée ?
- Sur quoi vont porter les mises en commun ?

Un autre choix des concepteurs de la série « Liaison CM2-Sixième » a suscité des avis partagés des participants. En effet, pour chaque problème nous avons choisi de proposer une ou deux solutions détaillées. Celles-ci apparaissent automatiquement après l'envoi par l'élève d'une réponse juste, ou de deux réponses erronées. Quels peuvent être les effets de la lecture attentive d'une réponse détaillée ? Un impact positif a été constaté lors d'expérimentations sur des étudiants à l'université, mais peut-on l'espérer sur des élèves plus jeunes ?

Tout ceci va plutôt dans le sens de modifications de la ressource, suggérées aux concepteurs. Étant donné l'objectif initial de l'atelier, et en particulier notre souhait d'éviter des discussions sur la pertinence de l'outil, en admettant qu'il serait certainement utilisé quoiqu'il advienne, et qu'il convenait pour nous de pouvoir accompagner cette utilisation, ces interrogations ont débouché sur les premiers conseils qui semblent devoir être respectés pour une utilisation optimale de la ressource. Dans le souci de prendre en compte les procédures de l'élève, les participants ont suggéré l'usage d'une trace écrite pendant les séances. Un carnet de bord de ce type a été introduit effectivement dans certaines classes, reprenant totalement les problèmes abordés. Après expérimentation, une version plus légère semble souhaitable, pour ne pas faire double emploi avec le logiciel.

Ces traces écrites devraient permettre des mises en commun sur les procédures utilisées par les élèves. Ce point a été reconnu comme un passage obligé pour tous les participants. Il ouvre d'autres questions : à quel moment faire ces mises en commun ? Plutôt lors d'une séance-machine ou lors d'une séance classique ? Faut-il alterner séances-machine et séances classiques ? Quel lien peut-on faire entre ce travail et l'aide fournie par le logiciel ?

Les participants ont conclu sur la nécessité d'alterner séances-machine et séances classiques, pour s'adapter aux atouts et manques du logiciel. Ainsi le logiciel ne prenant pas en compte la procédure de l'élève, on peut suggérer une mise en commun sur ces procédures lors d'une séance classique, puis une séance-machine en phase de stabilisation, pour demander à l'élève d'identifier d'une part sa procédure, et d'autre part la procédure proposée par l'aide. Un débat s'est ouvert sur la pertinence de Mathenpoche pour la mise en place d'une activité de découverte, la plupart des participants préférant une séance classique pour cette phase.

Soulignons l'importance du contenu abordé lors de ces discussions : la diversité des procédures est effectivement au centre d'un enseignement de la proportionnalité, et est difficilement prise en compte par ce type de ressource.

IV – CONCLUSION

L'atelier a débouché sur une interrogation des formateurs présents, quant à la place de telles ressources dans la formation. Doit-on présenter ces ressources et encourager leur usage ? Cette initiation aurait-elle sa place en formation initiale ou continue ? Une formation sur ce type de ressource doit-elle plutôt cibler les enseignants qui l'utilisent déjà ? Quels sont en ce cas leurs besoins ? Ces questions dépassent le cadre de notre atelier, mais ouvrent d'autres perspectives de travail…

BIBLIOGRAPHIE

BOISNARD D., HOUDEBINE J., JULO J., KERBOEUF M.-P., MERRI M. (1994) La proportionnalité et ses problèmes, *Hachette éducation, Paris.*

CAZES C., GUEUDET G., HERSANT M., VANDEBROUCK F. (2005) *Utilisation de bases d'exercices en ligne : quelles conséquences pour l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques ?*, in Actes du séminaire de didactique des mathématiques 2005, à paraître.

HERSANT M. (2001) Interactions didactiques et pratiques d'enseignement - Le cas de la proportionnalité au collège, *Thèse de doctorat de l'IREM de Paris 7.*

JULO J. (1995) Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, *Presses universitaires de Rennes.*

VERGNAUD G. ÉD. (1997) Le Moniteur de Mathématiques : résolution de problèmes Niveau 2-3 (CM1 - CM2) Cycle3, *Nathan, Paris.*

ANNEXE : PROBLÈMES SUR LA PROPORTIONNALITÉ POUR LE CM2

Choix de structure pour la série «Proportionnalité, Liaison CM2/6ème»

- Il y a pour le moment 6 fiches sur la proportionnalité. Chacune de ces fiches comporte 5 problèmes ;
- chaque fiche correspond à un type de problème, suivant la classification des problèmes de proportionnalité proposée par G. Vergnaud et par l'IREM de Rennes (voir ci-dessous le descriptif du contenu) ;
- il y a pour chaque problème au moins une solution détaillée, la plupart du temps deux solutions possibles ;
- il y a dans chaque fiche (sauf la 5) un problème « intrus », c'est-à-dire un problème qui n'est pas un problème de proportionnalité, ou bien qui relève de la proportionnalité inverse… Nous avons choisi cette solution, plutôt que de faire une fiche de type « proportionnalité ou pas » ;
- l'aide est toujours accessible, la calculatrice est toujours autorisée ;
- le premier problème de chaque fiche sert de support à l'aide. Il est donc en quelque sorte « neutralisé », en particulier il y a un seul jeu de valeurs.

Contenu des fiches

- Fiche 1 : Combien ?

Ces problèmes portent sur le calcul d'une 4ème proportionnelle. Il y a toujours en jeu exactement deux grandeurs, de natures différentes.

- Fiche 2 : Recettes

Ces problèmes portent sur des recettes de cuisine. On demande de calculer les quantités nécessaires de un ou plusieurs ingrédients, en donnant soit la quantité d'un des ingrédients soit un nombre de personnes.

- Fiche 3 : Comparaison

La tâche dans ces problèmes est d'effectuer une comparaison, portant sur la rapidité. Les grandeurs en jeu sont donc des distances, et des durées. Dans le dernier problème il y a des nombres décimaux simples.

- Fiche 4 : Augmentation, réduction.

Ce sont des problèmes de calcul d'une quatrième proportionnelle, avec deux grandeurs de même nature.

- Fiche 5 : A chacun son problème

Problèmes de proportionnalité simple composée.

- Fiche 6 : Par heure, par jour, par semaine

Ce sont des problèmes de proportionnalité double, qui font tous appel à des durées mesurées en heures ou en jour ou en semaines.

Apprenti Géomètre : un nouveau logiciel

par N. Rouche
avec la collaboration de Ph. Skilbecq

Je souhaiterais que la tête commandât la main.
Le Corbusier

Au cours des années 2003 et 2004, le CREM[1] a développé un nouveau logiciel appelé Apprenti Géomètre[2]. Celui-ci, malgré son nom, est un logiciel d'aide à l'apprentissage des mathématiques en général, et pas seulement de la géométrie. Il est destiné aux élèves de l'enseignement primaire et de la première moitié du secondaire. Son principe est qu'il permet d'amener à l'écran des figures diverses et de soumettre celles-ci à quelques opérations bien choisies. Il est un outil d'exploration et d'expérimentation. Il ne propose aucune séquence d'apprentissage pré-programmée.

À l'entrée dans Apprenti Géomètre, on peut choisir d'activer l'un ou l'autre de deux champs d'expérimentation : soit le *kit standard* qui amène à l'écran des figures de formes et de dimensions invariables, soit le *kit libre* qui mobilise essentiellement des figures déformables. Le premier est destiné à un premier apprentissage, le second vise des notions plus avancées. L'utilisation technique d'AG[3], et particulèrement du kit standard, est très simple. Elle ne devrait rebuter personne, même pas les enseignants ou les élèves qui éprouvent des réticences face à l'informatique. Le kit libre est également simple à manier. En outre, le passage du kit standard au kit libre ne provoque pas de dépaysement. En effet, la plupart des commandes sont les mêmes dans l'un et l'autre. De même qu'une géométrie avancée est un développement d'une géométrie élémentaire, le kit libre ne fait que développer les possibilités du kit standard.

AG a été conçu comme un champ d'expérimentation nouveau et original à la disposition des enseignants et des élèves. Il n'est pas du tout destiné à se substituer aux autres matériels d'aide à l'apprentissage des mathématiques. Il en est un complément, dont nous tentons ci-dessous de cerner l'originalité et l'utilité. Ajoutons que plusieurs des auteurs d'AG sont familiers du logiciel Cabri Géomètre, qu'ils apprécient beaucoup. Nous ne pensons pas qu'AG fasse d'aucune façon double emploi avec Cabri.

---

[1]Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, 5 rue Émile Vandervelde, B-1400 Nivelles, Belgique, <crem@sec.cfwb.be>.

[2]Apprenti Géomètre a été développé à la demande de Monsieur J.-M. Nollet, Ministre de l'Enfance de la Communauté française de Belgique. Le cahier des charges a été rédigé par une équipe comprenant Michel Ballieu, Marie-France Guissard, Guy Noël, Nicolas Rouche et Marie-Francoise Van Troeye. L'exécution technique a été confiée à la firme Abaque. Une brochure d'accompagnement (voir CREM [2003]) comprenant un mode d'emploi, des analyses théoriques et divers exemples d'utilisation en classe a été rédigée par Patricia Laurent, Christine Lemaître, Guy Noël, Nicolas Rouche, Philippe Skilbecq et Marie-Françoise Van Troeye, directrice du projet. Alain Desmarets et Bernard Honclaire ont été consultants pour le projet. Apprenti Géomètre ainsi que la brochure d'accompagnement sont disponibles en téléchargement libre à l'adresse internet <www.enseignement.be/geometre>.

[3]Ci-après, nous abrégeons Apprenti Géomètre en AG.

1 Le kit standard

Voyons maintenant en quoi consiste le *kit standard.* Il propose des *figures*, des *opérations* et des *mouvements.*

1.1 Des figures et des opérations

Les figures que l'on peut amener à l'écran sont groupées en trois ≪ familles ≫ : celle du carré, celle du triangle équilatéral et celle du pentagone régulier. Nous avons mis ≪ familles ≫ entre guillemets, car comme on va le voir, ce mot est pris ici dans un sens peu usuel. À titre d'exemple, détaillons la famille du carré. Ses membres sont les polygones que montre la figure 1, à savoir :

un carré ;

un triangle rectangle isocèle, celui dont on obtient deux exemplaires en coupant le carré en deux le long d'une diagonale ;

un parallélogramme, celui que l'on obtient en accolant deux demi-carrés (deux triangles rectangles équilatéraux) ; un tel parallélogramme existe en deux variétés, images l'une de l'autre dans un miroir (voir figure 2) ; une seule de ces deux figures apparaît au départ à l'écran ;

un octogone régulier avec un côté de même longueur que le carré ;

un triangle isocèle, celui que l'on obtient en coupant l'octogone en huit triangles superposables.

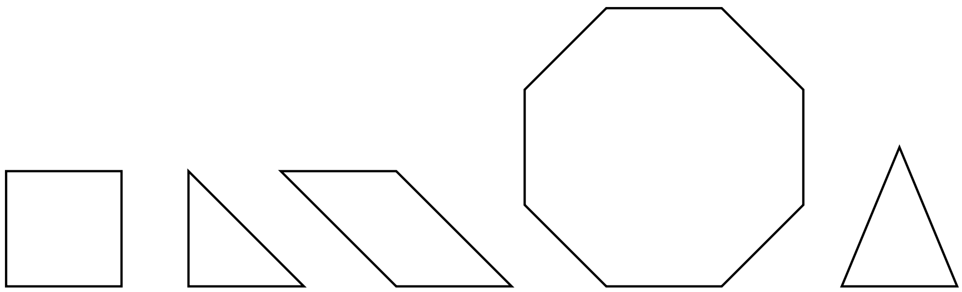


Fig. 1

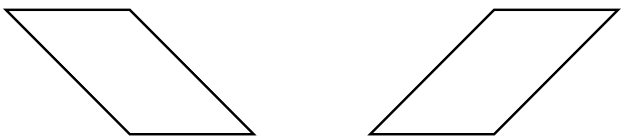


Fig. 2

Ces quelques figures sont parentes, en ce sens qu'elles ont entre elles des rapports simples de longueurs, d'angles et d'aires. Comme nous l'avons vu, on passe de certaines d'entre elles à d'autres par des opérations simples de découpage, assemblage et fusion.

Il est alors intéressant d'explorer le champ des autres figures que l'on peut créer en continuant à appliquer aux membres de la famille les mêmes opérations de *découpage, assemblage* et *fusion.* Les figures 3 et 4 donnent une idée des possibilités. Elles montrent que ces polygones s'ajustent bien les uns aux autres, et cela de multiples façons. Ces ajustements sont ce que H. Freudenthal [1973] a appelé du nom anglais de *fittings* et dont il dit : ≪ The miracles of fitting are a preparation for systematic geometry, but even if this stage is reached, they cannot be dismissed. They remain the rough material of geometric thinking. The pupil should recall them and reconsider the old problems anew at every stage. ≫[4]

À l'écran, les fittings se réalisent très bien. En effet, non seulement AG dessine des figures très précises, mais encore il les ajuste automatiquement : une fonction de *magnétisme* fait que lorsque deux figures sont amenées à être presque jointives, le logiciel les accole parfaitement.

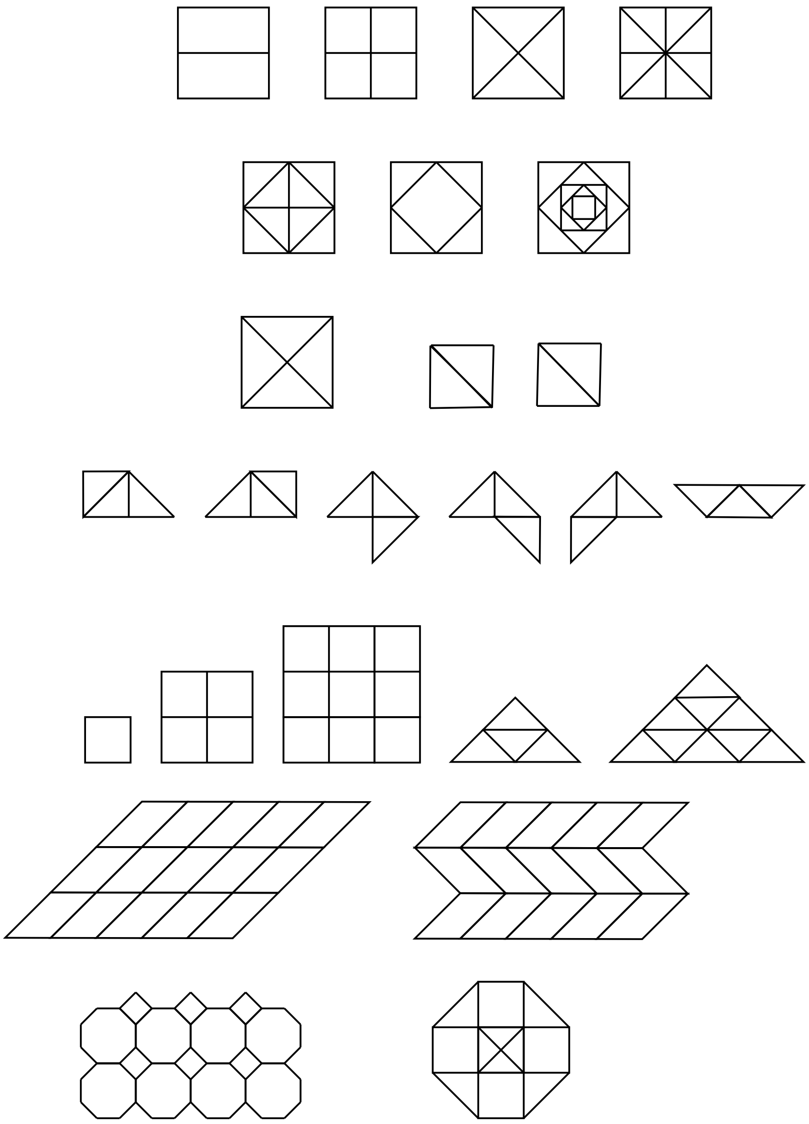


Fig. 3

[4] ≪ Les miracles des *fittings* sont une préparation pour une géométrie systématique, mais même lorsque cette étape est atteinte, ils ne peuvent pas être abandonnés. Ils demeurent le matériau brut de la pensée géométrique. L'élève devrait se les rappeler et reconsidérer à chaque étape les anciens problèmes . ≫

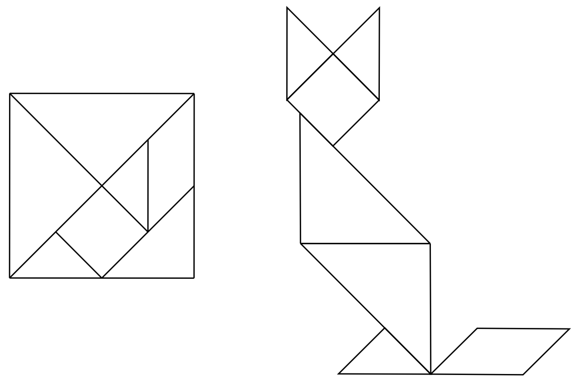


Fig. 4

1.2 Pourquoi des familles ?

La figure 5 montre la famille du triangle équilatéral et la figure 6 celle du pentagone régulier. Dans chacune de ces autres familles également, les polygones ont entre eux des rapports simples de longueurs, d'angles et d'aires qui permettent de réaliser de multiples ajustements. On laisse au lecteur le soin de les imaginer, ou mieux encore de les explorer à l'écran.

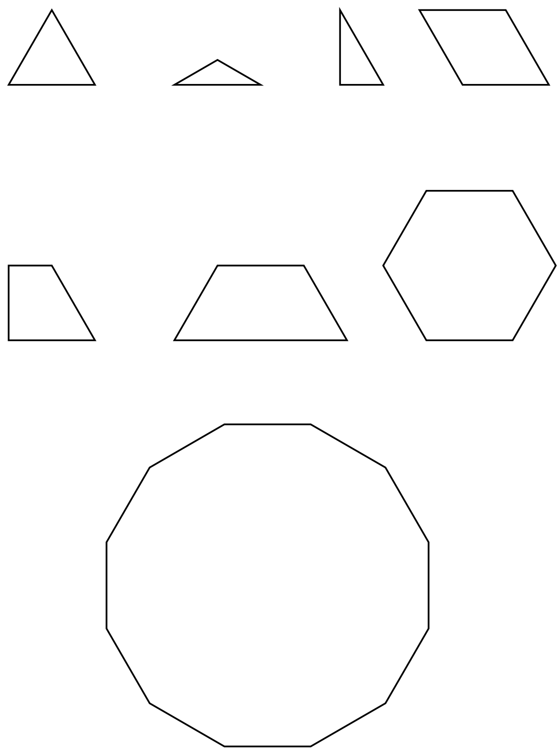


Fig. 5

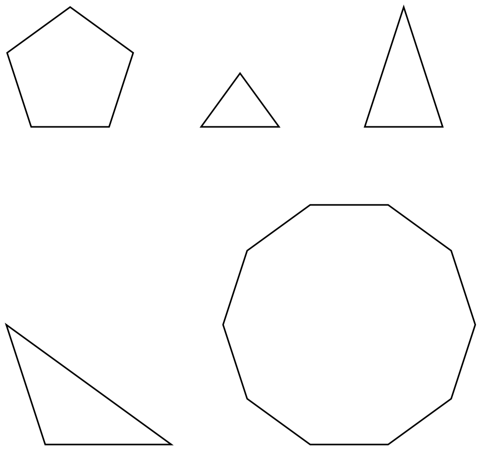


Fig. 6

Pourquoi AG propose-t-il des polygones groupés par familles, et non pas tous ces polygones ensemble, ce qui, à première vue, donnerait bien davantage encore de possibilités ? C'est que, d'une famille à l'autre, il existe beaucoup moins de ces rapports simples de longueurs, d'angles et d'aires dont nous avons montré l'existence entre les figures d'une même famille. Et donc si on met les élèves au travail dans une famille à la fois, la probabilité qu'ils découvrent une combinaison géométriquement significative est plus élevée que s'ils ont accès à tout le stock. Cette restriction n'est pas un appauvrissement, parce que d'une part les combinaisons possibles à l'intérieur de chaque famille sont très nombreuses, et d'autre part il semble difficile de parler d'appauvrissement lorsqu'on donne aux élèves davantage de chances de découvrir des phénomènes intéressants.

1.3 Des mouvements

Sur l'écran d'AG, les polygones apparaissent tous de prime abord dans la même orientation, à savoir avec un côté horizontal. Pour créer des assemblages intéressants, il faut donc les déplacer. On a prévu dans AG trois façons de déplacer une figure.

> 1) On sélectionne le verbe *glisser*[5] dans un menu déroulant. Cela permet de traîner le polygone à la souris jusqu'à un endroit quelconque de l'écran. Pendant tout le transport, le polygone conserve son orientation, avec un côté horizontal.
>
> 2) On sélectionne le verbe *tourner* dans un menu déroulant. On peut ensuite faire tourner le polygone, à la souris, d'un angle que l'on détermine à vue. Le centre de la rotation est automatiquement le centre de la figure – très exactement son centre d'inertie –, ce qui fait que celle-ci tourne en quelque sorte sur place. L'opérateur ne doit donc pas se soucier de désigner le centre.
>
> 3) On sélectionne le verbe *retourner* dans un menu déroulant, puis on clique sur la figure à retourner. Celle-ci subit alors une symétrie orthogonale. L'axe de cette symétrie est invariablement vertical, et passe par le centre de la figure. L'opérateur ne doit pas se soucier de le désigner. La figure se retourne en quelque sorte sur place.

Une combinaison appropriée de ces trois mouvements permet de soumettre la figure à un déplacement ou un retournement quelconque. Chaque mouvement est ainsi nécessairement

[5]Dans la première version du logiciel, le verbe en question était *déplacer*.

composé de mouvements élémentaires, on pourrait dire de *mouvements de base*. C'est sans doute là que se trouve la principale originalité d'AG. Comparons en effet la manipulation de polygones à l'écran, telle que nous venons de la décrire, avec ce qui lui ressemble le plus dans la pratique scolaire, à savoir la manipulation de polygones en carton sur une table. Détaillons la comparaison :

> Les cartons tombent en désordre sur la table lorsqu'on vide la boîte où on les a rangés. Les polygones d'AG apparaissent à l'écran toujours dans la même orientation.
>
> Les polygones en carton énantiomorphes[6] tombent sur la table au hasard sur une face ou sur l'autre. Dans AG, c'est toujours la même variété qui apparaît.
>
> On peut saisir plusieurs cartons à la fois, on peut les manier au petit bonheur, leur faire décrire des mouvements « sauvages », mal identifiés, parfois mal maîtrisés. Dans AG au contraire, chaque mouvement est un mouvement clair, bien identifié, appelé par son nom dans un menu déroulant. Il doit être choisi avant d'être exécuté et ne s'applique qu'à une figure à la fois.
>
> Les polygones en carton sont assemblés de façon approximative, vu les tremblements de la main, et bougent dans les courants d'air. Les polygones d'AG s'ajustent exactement entre eux grâce à la fonction magnétique, et ne peuvent quitter leur position que moyennant la commande d'un nouveau mouvement.

Ainsi, le kit standard est un champ d'expérimentation particulièrement ordonné et intelligible. Il comporte des contraintes qui n'existent pas dans l'univers réel, où la plupart des mouvements sont absolument libres. C'est un univers artificiel, accordé à la géométrie métrique. En effet, les trois mouvements de *glisser*, *tourner* et *retourner* préfigurent – jusqu'à un certain point –, les trois isométries planes de base[7] que sont la *translation*, la *rotation* et la *symétrie orthogonale*.

Les trois mouvements ne s'identifient pas aux trois isométries. Nous l'avons dit, le glissement se règle à vue, et l'opérateur ne doit nullement le définir par un vecteur désignant le point d'arrivée d'un point donné de la figure. La rotation s'effectue à vue, l'opérateur n'ayant pas à en désigner le centre et réglant son angle à l'estime. Le retournement est automatique et l'opérateur ne doit pas spécifier la position d'un axe de symétrie. Les transformations en un sens plus technique appartiennent à un stade plus avancé de la géométrie et sont, dans AG, disponibles dans le kit libre - on peut toutefois, à volonté, les activer aussi dans le kit standard -. C'est une analyse des trois mouvements qui conduit à définir les trois isométries, respectivement par un vecteur de translation, un centre et un angle de rotation ou un axe de symétrie. Les trois mouvements sont théorisés pour les besoins de la géométrie.

Il est sans doute utile d'accéder ainsi aux isométries à travers les mouvements qui les préfigurent, et en particulier d'expérimenter les enchaînements (les compositions) de ces mouvements. Notons en outre que ces enchaînements ne sont pas étudiés ici pour eux-mêmes et dans l'abstrait : ils servent à réaliser des assemblages de polygones.

Cette attention portée aux mouvements de base dans l'apprentissage de la géométrie répond bien au courant de pensée théorique et pédagogique qui, au XIX^e^ siècle et au début du XX^e^, a cherché à réhabiliter les mouvements dans la géométrie. Ce courant est représenté

[6] Rappelons qu'on appelle *énantiomorphes* deux figures planes ayant exactement la même forme et les mêmes dimensions, et que pourtant on ne peut pas superposer en les faisant glisser dans le plan sur lequel elles sont posées. Pour les superposer, il faut nécessairement retourner l'une d'entre elles.

[7] Rappelons le théorème fondamental de géométrie plane qui dit que toute isométrie directe est une translation ou une rotation, et que toute isométrie inverse est la composée d'une symétrie orthogonale et d'une translation. Ce théorème exprime une propriété de l'espace physique usuel.

principalement par Kirchhoff, Méray, Bourlet et Borel. Pour une synthèse à ce sujet, voir R. Bkouche [1991]. Sur les mouvements encore et sur la reconnaissance des figures et des symétries, on consultera utilement E. Mach [1922] ainsi que L. Lismont et N. Rouche [2001].

Notre présentation des mouvements dans le kit standard ne vise nullement à proposer ceux-ci comme supérieurs aux manipulations de polygones en carton. Au contraire, la manipulation des objets dans l'univers réel est indispensable. Elle relie les mouvements à des perceptions visuelles et tactiles, elle développe la motricité fine et elle apprend à abstraire d'un univers, complexe par nature, les éléments qui permettent de le reconstruire analytiquement dans le cadre de la géométrie. Notre espoir est que le kit standard soit un champ d'expérience original qui facilite, par des transferts appropriés, la compréhension du monde réel. L'expérience dira si cet espoir est fondé.

1.4 D'autres figures

Les figures disponibles dans le kit standard sont pour l'essentiel celles des trois familles dont nous avons parlé. On y a toutefois ajouté d'une part un cercle et de l'autre deux représentations en perspective d'un cube. Celles-ci sont les seules figures qui évoquent la géométrie de l'espace. L'écran étant plat par nature, il est en effet plus raisonnable de s'en servir pour étudier les figures planes. Les représentations de cube sont donc une exception, une petite commodité ajoutée. Ils permettent tout de même de créer de nombreux objets dont la figure 7 donne un échantillon.

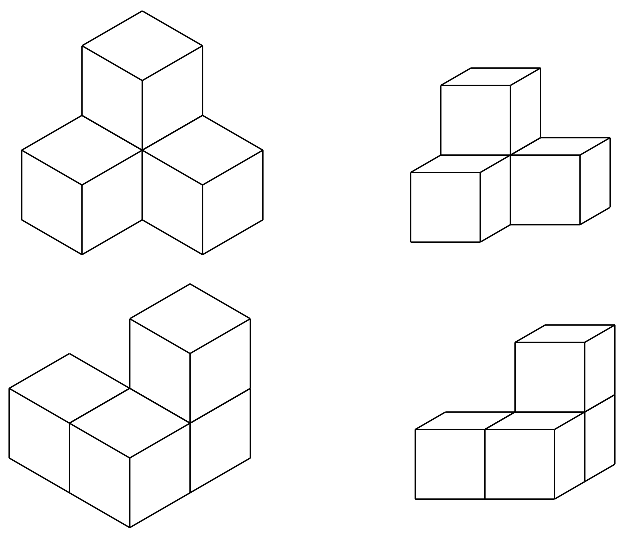


Fig. 7

1.5 Vers les fractions et les mesures

Il existe dans le kit standard une opération que nous n'avons pas encore mentionnée et qui est pourtant essentielle : en sélectionnant le verbe *diviser* dans un menu déroulant, on peut diviser un segment en 2, 3 ou 5 parties égales. En répétant cette opération, on peut obtenir des divisions en un nombre de parties multiple de 2, 3 ou 5. Les divisions sont marquées par des points. En combinant cette opération de *diviser* avec celle de *découper*, on peut créer des fractions d'une figure quelconque, tout en choisissant la forme des morceaux. La figure 8 montre ainsi une façon de couper un carré en parties possédant respectivement 1/3, 1/4, 1/6 et 1/8 de son aire totale. Ces possibilités peuvent être exploitées pour l'étude des fractions et l'introduction de la notion de mesure.

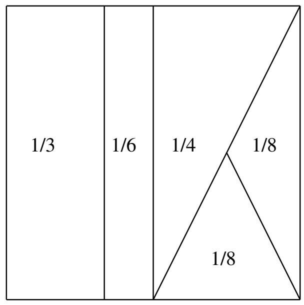


Fig. 8

2 Le kit libre

Comparé au *kit standard*, le *kit libre* permet une plus grande diversité d'expériences. Il amène à l'écran des figures variées, déformables continûment. Il permet de réaliser des isométries de figures. Il conduit à réaliser ce que nous avons appelé des fichiers dynamiques. Enfin, il met à la disposition de l'utilisateur des trames de points inspirées du géoplan. Voyons cela en détail.

2.1 Des figures continûment déformables

Pour plus de clarté, repartons du kit standard. Celui-ci amène à l'écran des figures prédéterminées. Par exemple, si l'utilisateur sélectionne *triangle équilatéral*, alors par un clic en un point quelconque de l'écran, il fait apparaître un triangle équilatéral dont il ne choisit ni la grandeur, ni l'orientation. Par contre, l'utilisateur qui a sélectionné *triangle équilatéral* dans le kit libre doit d'abord cliquer en un point A de son choix, puis en un deuxième point B, et le logiciel fait apparaître alors un triangle équilatéral dont AB est un des côtés. L'utilisateur n'a pas le choix du côté de AB où se construit le triangle, puisque ce dernier se dessine dans le sens trigonométrique. La figure 9 montre trois exemples.

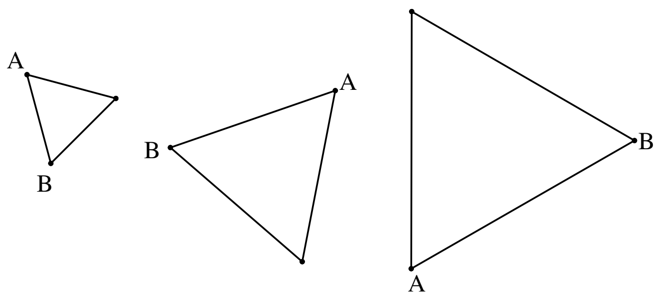


Fig. 9

Le kit libre permet d'amener à l'écran une plus grande variété de figures que le kit standard. Voyons par exemple comment se construit un parallélogramme. L'utilisateur clique en deux points A et B, qui vont donner un premier côté de la figure, puis en un troisième point C, de sorte que BC soit un deuxième côté du parallélogramme. Celui-ci, étant déterminé par la donnée de deux côtés adjacents, apparaît alors. La figure 10 montre trois exemples.

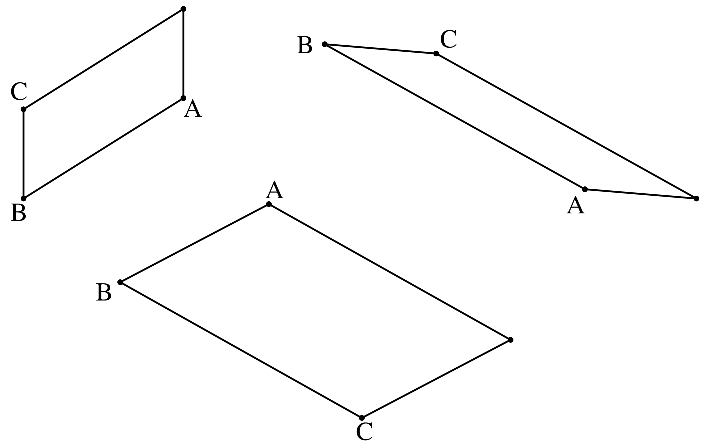


Fig. 10

En résumé, chaque figure est déterminée par sa définition et par des éléments (sommets, côtés, ...) qui suffisent à sa construction. Ce mode de construction induit des questions pédagogiquement intéressantes : par exemple, pourquoi un parallélogramme est-il déterminé par deux côtés adjacents ?

Une fois qu'une figure est tracée, on peut la modifier « à la souris » sans qu'elle cesse de répondre à sa définition. Par exemple, à partir du parallélogramme ABC de la figure 11, on peut, en tirant sur le point C, engendrer les autres parallélogrammes que montre la figure 11. On peut aussi déformer la figure en tirant sur A, B ou C, mais non sur le quatrième point. Ce type de déformation continue induit aussi des questions intéressantes : par exemple, comment se fait-il qu'en déformant un parallélogramme, on puisse obtenir un rectangle, un carré, un losange ?

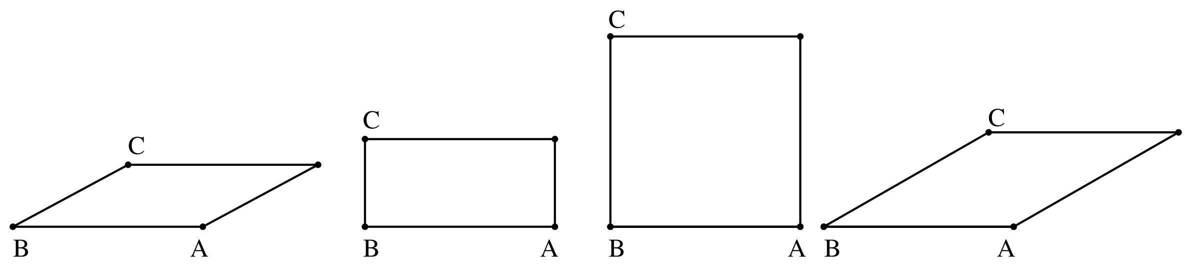


Fig. 11

Les figures disponibles dans le kit libre sont toutes les variétés classiques de triangles et de quadrilatères, les polygones réguliers depuis 5 jusqu'à 12 côtés, les polygones quelconques depuis 5 jusqu'à 10 côtés, et le cercle.

2.2 Des transformations de figures

Dans le kit libre, on peut comme dans le kit standard, glisser, tourner ou retourner les figures. Ces opérations se pratiquent au jugé, sans qu'il faille se soucier de préciser, selon le cas, une direction, un sens, une distance, un centre, un angle ou un axe. Mais le kit libre permet en outre d'appliquer à n'importe quelle figure une translation, ou une rotation ou une symétrie miroir. Voyons cela en détail.

Pour translater une figure, on doit spécifier par un segment AB la direction, le sens et la distance de la translation. La figure 12 en montre deux exemples.

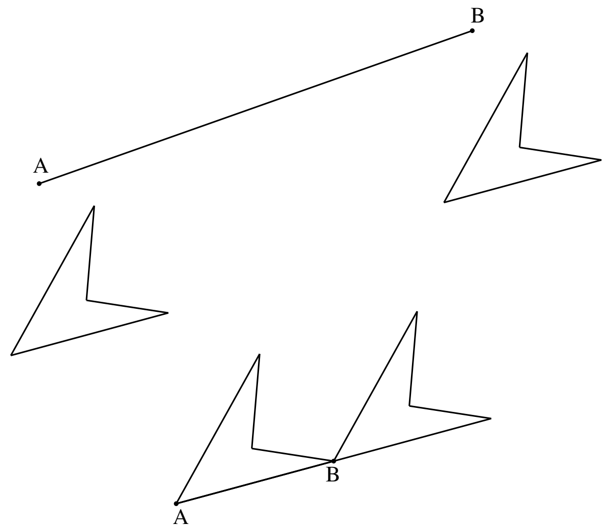


Fig. 12

Pour soumettre une figure à une rotation, on doit spécifier un centre de rotation O et un angle ABC. La figure 13 en montre deux exemples.

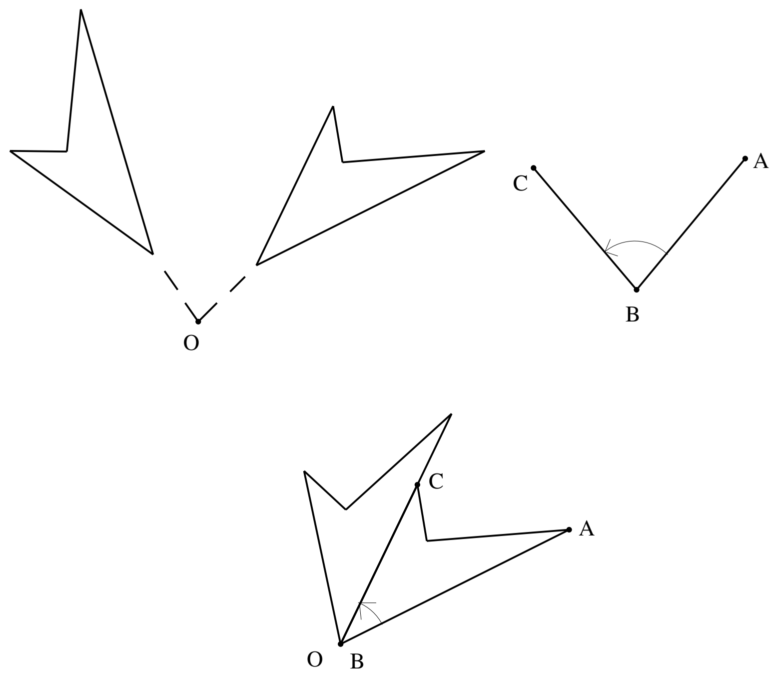


Fig. 13

Enfin, pour soumettre une figure à une symétrie miroir, on doit spécifier, par deux points A et B, l'axe de la symétrie. La figure 14 en montre deux exemples.

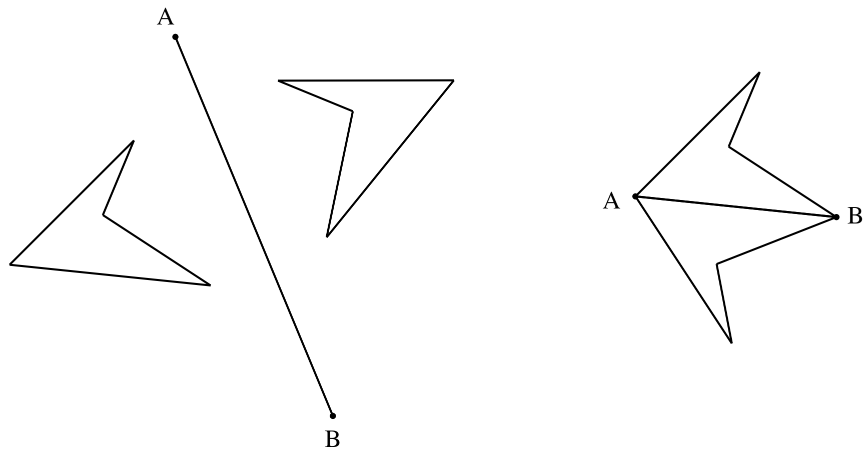


Fig. 14

Une fois qu'une isométrie a été réalisée, on peut modifier continûment, à la souris, le segment qui détermine la translation, ou le centre, ou l'angle de la rotation, ou l'axe de la symétrie. L'isométrie se modifie en conséquence. La figure 15 montre le passage, pour une figure de départ donnée (celle qui est grisée), d'un axe de symétrie AB à un autre $A'B'$ (le passage de l'une à l'autre se faisant continûment).

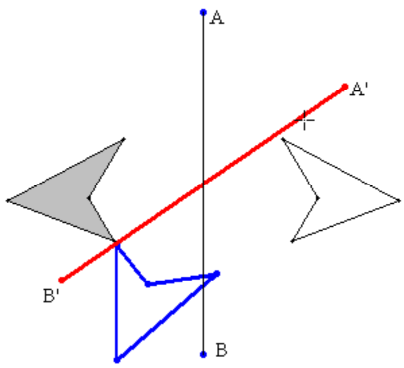


Fig. 15

La figure 16 montre par contre ce qui advient lorsqu'on ne touche pas à l'axe, mais que l'on déforme la figure en tirant le point A vers le point A'(la déformation étant elle aussi continue).

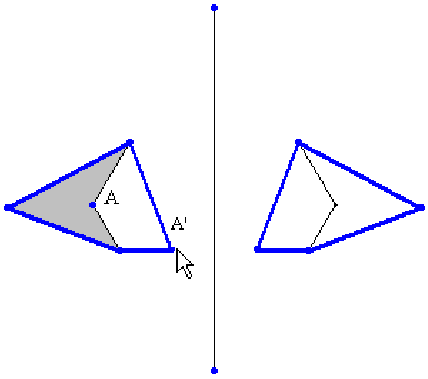


Fig. 16

2.3 Des fichiers dynamiques

Donnons un exemple de ce que l'on peut obtenir en combinant des déformations de figures et des modifications continues d'isométries. Partons d'un quadrilatère quelconque (figure 17). Par une rotation d'un demi-tour (une symétrie centrale) accolons-lui un autre quadrilatère identique. Nous obtenons ainsi un hexagone dont les côtés opposés sont parallèles et de même longueur (figure 18). Par des translations appropriées, assemblons plusieurs hexagones de ce type. Nous obtenons un pavage du plan par ces hexagones, et donc aussi par le quadrilatère de départ (figure 19).

Ceci fait, si nous déformons à la souris le quadrilatère de départ, tous les autres suivent, et le pavage entier se transforme. Les figures 20, 21 et 22 montrent trois pavages obtenus ainsi par déformation continue du pavage de la figure 19.

Nous avons appelé *fichiers dynamiques* les figures ainsi construites en enchaînant (en liant) des créations de figures et des transformations, de sorte que le résultat puisse à la fin se transformer comme un tout.

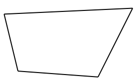


Fig. 17

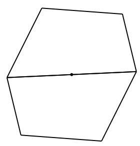


Fig. 18

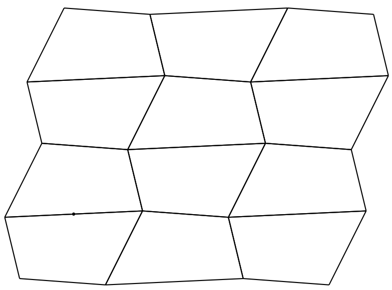


Fig. 19

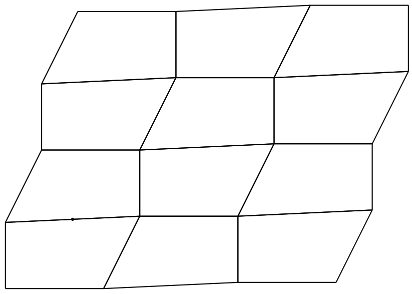


Fig. 20

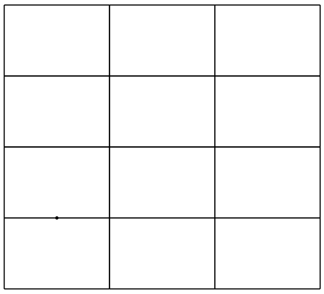


Fig. 21

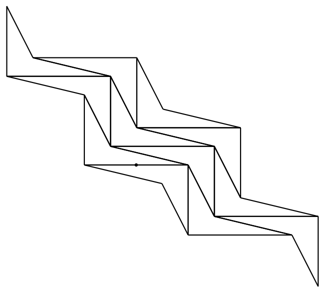


Fig. 22

2.4 Les autres possibilités du kit libre

Ajoutons enfin que les figures du kit libre peuvent, comme celles du kit standard, être découpées, assemblées et fusionnées. Le kit libre permet aussi de dessiner des perpendiculaires et des parallèles. Il permet enfin d'installer à l'écran deux trames de points, l'une à maille carrée et l'autre à maille triangulaire équilatérale. Quand ceci est fait, les sommets des polygones, grâce à la propriété magnétique, s'installent automatiquement sur des points de la trame. Ces trames réalisent à l'écran ce que l'on peut faire avec un géoplan.

3 Deux ou trois idées

Quelques mots enfin sur les principes qui ont inspiré la conception d'AG.

Le kit standard, avec ses figures invariables, aisément reconnaissables, ainsi que ses opérations et ses mouvements simples, est adapté à l'intelligence des situations (voir par exemple H. Wallon [1970]), qui correspond à ce que J. Piaget appelait le stade des opérations concrètes. En ce sens, il convient bien aux petits enfants. Néanmoins, il peut aussi être exploité beaucoup plus loin dans la géométrie euclidienne, la construction des fractions et l'élaboration de la notion de mesure.

Le kit libre par contre, avec ses figures continûment déformables, quoique répondant toujours à une définition, conduit naturellement à une mathématique raisonnée, démonstrative. Les objets qui se présentent sous une infinité d'avatars (de cas de figure) sont identifiables davantage par les propriétés qui les caractérisent que par la perception de leur forme et de leur grandeur (puisque celles-ci sont éminemment variables).

D'autre part, la constance des formes (et même des dimensions) dans le kit standard montre clairement que la géométrie qui s'y pratique est euclidienne. Le kit libre est au contraire un champ d'expérimentation des géométries affine et même projective. En ce sens, la philosophie d'AG est opposée à celle de J. Piaget et B. Inhelder [1947], pour qui l'apprentissage de la géométrie devait aller de la topologie à la projective, puis à l'affine et à la métrique. Mais cette conception de Piaget, qui mériterait pourtant d'être réexaminée en détail, semble aujourd'hui bien dépassée.

Remarquons qu'AG n'offre à l'utilisateur aucune mesure, non plus qu'aucun instrument de mesure tout fait. L'idée est que ce logiciel donne accès essentiellement aux grandeurs non encore mesurées, celles-ci étant le terrain qui motive et rend possible la construction de la notion de mesure.

Ajoutons pour terminer qu'AG est susceptible de rendre ses utilisateurs sensibles à la beauté des figures géométriques. Comme l'a si justement souligné Mach, les symétries suscitent un sentiment esthétique, élémentaire certes, mais réel, et qui est intimement associé à la compréhension des phénomènes géométriques.

3.1 La documentation

Au cours de l'année de la mise au point d'Apprenti Géomètre, l'équipe de recherche s'est aussi attachée à produire une brochure d'accompagnement qui devrait permettre de cerner correctement AG dans ses différentes dimensions. Cette brochure, comprenant trois parties, s'organise comme suit.

- La première a principalement pour but d'exposer le contexte conceptuel. Elle comprend quatre chapitres. Le chapitre 1 contient le mode d'emploi dans lequel l'utilisateur pourra aller puiser l'information nécessaire à la prise en main du logiciel. Le chapitre 2 définit le contexte informatique. Le chapitre 3 expose le champ épistémologique des grandeurs, fractions et mesures. Le chapitre 4 justifie l'existence des familles de figures dans le kit standard.
- La deuxième, comprenant trois chapitres, cerne le cadre pédagogique et comprend quelques activités à réaliser en classe. Le chapitre 5 décrit le contexte pédagogique dans lequel nous avons pensé les activités d'enseignement-apprentissage. Les chapitres 6, 7 et 8, quant à eux, proposent des activités sur base de situations-problèmes pour les classes du CE2 au Collège.
- La troisième comprend les fiches de travail correspondant aux activités. Ces fiches sont photocopiables ou peuvent être imprimées à partir des fichiers pdf disponibles sur le site.

Aux activités des chapitres 6, 7 et 8 correspondent des fichiers informatiques contenus dans trois dossiers intitulés *Initiation, Perimaire* et *Integration* (voir figure 24). Ces dossiers sont aussi à télécharger sur le site.

3.2 Le téléchargement

Le logiciel AG et ses composants (figure 23), les dossiers contenant les fichiers accompagnant les activités préparées (figure 24), ainsi que la brochure d'accompagnement (figure 25) peuvent être téléchargés gratuitement à partir du site suivant :
`http://www.enseignement.be/geometre`
Il est à noter qu'en ce qui concerne les fichiers composants le logiciel AG (figure 23), seul le fichier *Apprenti Géomètre* peut être ouvert par l'utilisateur, et ce par un double clic de souris. Les autres ne sont pas accessibles, ils permettent le fonctionnement du logiciel.
Les dossiers de la figure 24 contiennent les fichiers à ouvrir à partir d'Apprenti Géomètre et à utiliser au cours des activités décrites dans la brochure aux chapitres 6, 7 et 8.
Les fichiers de la figure 25 sont les documents au format pdf que l'on peut consulter soit au format écran, plus convivial, soit au format papier, prêt à l'impression.
On trouve sur ce même site de nouvelles activités construites au cours de la deuxième année de recherche, ainsi que des informations concernant l'utilisation du logiciel. Ce site permet de télécharger tant la version disponible pour Mac que celle fonctionnant sous Windows. Certains fichiers ont été compressés et demandent donc, pour pouvoir les ouvrir après téléchargement, d'employer des logiciels tels que *StuffitExpander* pour Mac ou *WinZip* pour Windows. De même pour la lecture de la brochure d'accompagnement, il est nécessaire de posséder le logiciel *Acrobat Reader*. Tous ces logiciels peuvent être téléchargés à partir des liens prévus sur le site.

Fig. 23

Fig. 24

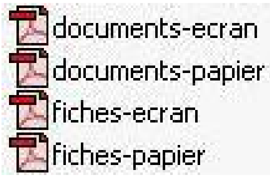


Fig. 25

4 Bibliographie

R.Bkouche [1991], Variations autour de la réforme de 1902/1905, in H. Gispert et al. coord., *La forme mathématique,* Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences et Société Mathématique de France, Paris.

CREM [2003], *Apprenti Géomètre,* Communauté Française de Belgique et Centre de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques, Bruxelles et Nivelles.

H. Freudenthal [1973], *Mathematics as an educational task,* Reidel, Dordrecht.

L. Lismont et N. Rouche coord. [2001], *Formes et mouvements, perspectives pour l'enseignement de la géométrie,* CREM, Nivelles.

E. Mach [1922], *L'analyse des sensations, le rapport du physique au psychique,* trad. de l'allemand par F. Eggers et J.-M. Monnoyer, Éditions Jacqueline Chambon, Nîmes, 1996.

J. Piaget et B. Inhelder [1947], *La représentation de l'espace chez l'enfant,* Presses Universitaires de France, Paris.

H. Wallon [1970], *De l'acte à la pensée, essai de psychologie comparée*, Flammarion, Paris.

PROBLÈMES ET ACTIVITÉS FINALISÉES DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMETRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Jean-François FAVRAT
Maître de conférences, IUFM, site de Nîmes
favrat.jf@wanadoo.fr

Sylvie MULLER - Béatrice BARBERO
Professeurs des écoles, Montpellier

Nicole BELLARD
IREM de Montpellier

Résumé
Le groupe IREM 1er degré de Montpellier s'est donné comme buts de mettre au point des séquences d'enseignement de la géométrie laissant une place importante à la résolution de problèmes et d'établir des continuités entre les divers cycles de l'école élémentaire.
L'atelier a rendu compte de la démarche suivie.
• La 1ère étape a consisté à proposer des tâches aux élèves, sans enseignement particulier préalable, pour recueillir leurs démarches. Trois ont été présentées, soumises à l'analyse des participants : une reconnaissance de carrés imbriqués dans une figure complexe (CP-CE1), deux reproductions de figures, l'une à l'aide d'une règle non graduée, sur un réseau de points (CP-CE1) et l'autre à l'aide d'une règle graduée et d'une équerre, sur papier uni (CM). Ces tâches nous ont permis d'expliciter quelques enjeux importants de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire (coordination des analyses locale et globale d'une figure, articulation des connaissances géométriques et de la maîtrise des instruments).
• Durant la 2ème étape, des séquences d'enseignement en rapport avec les observations précédentes ont été construites, conduites et analysées. Cinq séquences ont été présentées : pliages (cycle 2), alignement (cycle 2), constructions de deux solides (cycle 3), rédaction de messages (cycle 3). Plusieurs questions ont ainsi été abordées, liées au développement de l'enfant (passage des activités manipulatoires sur des formes au travail sur les figures tracées sur papier), à la gestion des activités finalisées (place des activités « décrochées », « couverture » du programme), à la cohérence entre les cycles (la reconnaissance des formes et la propriété d'alignement tout particulièrement).

Mots-clés : Géométrie - instruments - alignement - situation-problème - projet.

L'atelier avait trois buts :

- illustrer la nature et le rôle des problèmes géométriques à l'école élémentaire par des exemples d'activités conduites dans les classes ;
- montrer comment ces activités avaient été articulées à des évaluations préalables permettant de pointer des enjeux essentiels de l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire ;
- rendre compte ainsi au plus près de la démarche suivie dans le groupe Mathématiques à l'école primaire de l'IREM de l'académie de Montpellier.

L’atelier s’est déroulé en cinq temps que ce compte-rendu s’efforce de respecter.

- Mise en situation des participants : nous leur avons demandé d’analyser des tâches proposées aux élèves en guise d’évaluation (cf. les annexes n°1 à n°7). Quelles sont les compétences géométriques en jeu ? Quelles peuvent être les difficultés des élèves ?
- présentation d’une séquence conduite au cycle 2 (CP, CE1) sur l’analyse des figures planes ;
- présentation d’une séquence conduite au cycle 2 (CP, CE1) sur l’utilisation de la règle et la propriété d’alignement ;
- présentation de deux séquences conduites au cycle 3 (CM) sur le tracé de patrons de solides ;
- présentation d’une séquence conduite au cycle 3 (CE2, CM) sur la rédaction de messages géométriques.

I – EXEMPLES DE TÂCHES PROPOSÉES EN GUISE D’ÉVALUATION DIAGNOSTIQUE

I – 1 Difficultés des jeunes élèves (CP, CE1) pour analyser des figures « emboîtées »

Les fiches présentées dans les annexes n°1, n°2 et n°3, obligent les élèves à adopter deux points de vue successifs et différents sur une même figure. D’une part, ils doivent observer que chaque figure est comme une mosaïque composée de plusieurs sous-figures élémentaires (respectivement quatre carrés, deux rectangles, un carré et un rectangle), et d’autre part, ils doivent remarquer que le contour global est aussi une figure élémentaire (respectivement un carré, un rectangle, un rectangle). Le but des consignes est bien de pousser les élèves à passer, à basculer, d’un point de vue à l’autre. Or les élèves en général ne réussissent pas la tâche demandée.

Dans la fiche de l’annexe n°1, les élèves colorient à chaque fois un des quatre carrés dans les deux figures, ne respectant pas de ce fait, la contrainte que le deuxième carré soit de taille différente du premier. De même dans la fiche de l’annexe n°2, ils colorient à chaque fois un des deux rectangles intérieurs dans les deux figures. Dans la fiche de l’annexe n°3, les élèves sont encore plus bloqués : en suivant leur démarche, ils pourraient colorier un carré dans la deuxième figure, et ce serait exact puisqu’un carré est bien un rectangle, mais assez peu s’y résolvent.

La difficulté ne vient pas du mot « taille » ; il a été expliqué quand cela s’est avéré nécessaire à l’aide de plaques carrées ou rectangulaires. En fait, tout se passe comme si les élèves ne pouvaient ou ne voulaient prendre en considération que les formes simples juxtaposées. Une réponse fréquente pour la fiche de l'annexe n°4 le confirme : beaucoup d’élèves ne colorient que les trois quarts d’un des grands carrés en laissant blanche la surface du petit carré central, comme si le grand carré était en partie masqué par le petit posé par-dessus. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer ces observations.

- Les formes, à l'école maternelle, sont surtout présentées à l'aide de plaques unies, opaques ;
- dans les activités de coloriage, une règle souvent énoncée est de ne pas dépasser les lignes frontières ;
- plus probablement, nous sommes en présence de phénomènes liés à la perception qui n'ont pas totalement disparu chez les adultes même si bien sûr les adultes se montrent beaucoup plus capables de faire coexister deux points de vue sur une même figure.

Quelle que soit l'hypothèse, il nous a semblé intéressant d'amener les élèves à analyser, pour toute figure donnée, aussi bien son contour externe que les parties qui la composent en se juxtaposant, en s'imbriquant ou en se chevauchant.

I – 2 Difficultés des élèves de CM à utiliser la propriété d'alignement

La fiche utilisée, en guise d'évaluation préalable, dans les classes de CM, est celle reproduite dans l'annexe n°5, à une différence près : les sommets des carrés n'étaient pas nommés. Ils le sont ici pour faciliter la formulation de remarques.

Les élèves devaient reproduire la figure sur du papier uni. A partir des productions montrées dans l'atelier, plusieurs observations ont pu être faites.

- Il y a peu de productions précises : les erreurs dans les mesures des longueurs sont encore fréquentes ;
- les élèves semblent pour la plupart avoir tracé chacun des trois carrés successivement sans avoir perçu ou utilisé le double réseau des droites (AB), (EH), (FI) d'une part et (EF), (GA), (JB), (IH) d'autre part, structurant l'ensemble de la figure ;
- s'il arrive parfois que le segment [ED] ait été tracé d'un seul trait, c'est beaucoup plus rare pour les segments [AG] ou [BC] ;
- les segments [FG] et [JI] ne sont jamais portés par la même droite ;
- aucun élève n'a tracé la droite (FI) qui pourtant aurait permis d'asseoir la reproduction avec plus de précision.

Tout comme les élèves de CP ou CE1 ne semblent voir dans une figure complexe qu'une juxtaposition de formes simples, les élèves de CM ne semblent pas penser à chercher, par une analyse préalable de la figure à reproduire, quels tracés auxiliaires ils pourraient avoir intérêt à effectuer. Les figures réunies dans l'annexe n°6 montrent qu'il y a plusieurs manières d'envisager ces tracés auxiliaires : un rectangle KLIF ou la droite (FI) coupée orthogonalement par les droites (EF), (GA), (JB) et (IH). Ces deux manières[1] supposent que les élèves n'en restent pas à ce qu'ils voient dans un premier abord, qu'ils sachent aller chercher ce qui est caché.

[1] Ce ne sont pas, insistons bien, les seuls tracés auxiliaires possibles.

I – 3 Difficultés des élèves de CP/CE1 à utiliser la propriété d'alignement

Nous avions noté la mise en avant dans les nouveaux programmes de mathématiques (2002) de la propriété d'alignement pour le cycle 2. Nous avons cherché une situation-problème dans laquelle la notion mathématique en jeu soit l'alignement. Nous avons opté pour une tâche de reproduction de carrés sur un réseau de points. Voici de quoi il s'agit. Les fiches supports et des productions d'élèves sont reproduites dans l'annexe n°7.

Selon le niveau CP ou CE1, il a été demandé aux élèves de reproduire, à l'aide de leur seule règle, soit le premier carré soit le second, sur une feuille ne présentant que le réseau « O[2] ».

Les élèves ont été fortement déstabilisés. Nous avons pu relever plusieurs types de travaux (cf. l'annexe n°7). Certains élèves dessinent tout ou partie d'un octogone. D'autres, - c'est la démarche la plus fréquente - commencent par tracer un segment dont les extrémités sont données puis poursuivent de proche en proche, à vue ; cela les conduit à des polygones dont le nombre de côté dépasse quatre, ou à des lignes fermées dont certaines parties sont courbes. D'autres (les plus hardis ?) enfin dessinent un carré dont certains côtés passent par les points donnés et d'autres non.
Ils expriment leur désarroi de plusieurs manières : ils s'inquiètent du manque de certains points (comprendre sommets), se demandent combien ils peuvent en rajouter, critiquent ceux qui ont « dépassé les points » donnés.
En effet, tel est bien l'obstacle à la fois didactique et mathématique : la tâche exige que les élèves construisent les sommets en traçant des droites passant par des couples de points donnés. Or les élèves sont entraînés (presque exclusivement ?) à joindre des points à la règle. Ici, l'interdit de dépasser les points quand on trace des segments doit être levé.

Cette tâche[3] a fait l'objet dans l'atelier de discussions intéressantes.

- On peut noter que les points sont représentés par de petites taches rondes, au lieu des petites croix plus conventionnelles[4]. L'utilisation des petites taches rondes n'est-elle pas actuellement très répandue[5] ?
- La tâche a été donnée à réaliser sur le réseau O dans lequel les huit points utiles ne sont pas nommés. Il est apparu dans les classes que pour la discussion sur les erreurs, sur les démarches, il était commode de désigner ces points par des lettres comme sur le réseau « OL[6] ». Et même nous nous sommes demandé si ces lettres n'étaient pas intéressantes comme aides organisationnelles pendant la

2 O comme « octogone ».

3 Cette tâche et la précédente ont été construites dans le même esprit que celles proposées dans la revue Grand N, n°49, Tracés aux instruments et raisonnements géométriques : quelques exemples de consignes (J-F. Favrat, 1991).

4 C'est d'autant plus paradoxal dans ces fiches que dans nos manuels Maths CP et Maths CE1 (Delagrave, J-F. Favrat et al.) nous utilisions presque exclusivement des croix.

5 Comme par exemple dans les manuels Cap Maths CP et Cap Maths CE1 (Hatier, R. Charnay et al.).

6 OL comme « octogone avec lettres ».

reproduction. Raymond Duval[7], qui était présent dans l'atelier, nous a invités à ne pas aller trop vite sur ce terrain-là. Il préfère que les élèves fassent des gestes pour traduire et visualiser l'action de prolonger.

II – EXEMPLES D'ACTIVITÉS VISANT L'ANALYSE DE FIGURES COMPLEXES AVEC DE JEUNES ÉLÈVES (CP/CE1)

Nous avons pensé à diverses pistes de travail (planches à clous avec des élastiques, mosaïques ou Tangrams, pliages…). Nous présentons ici celle qui a suscité immédiatement l'adhésion des élèves parce qu'elle a été une succession de petits problèmes perçus comme des défis ; elle a été souvent l'occasion de mener les analyses externe (sur le contour) et interne (sur les parties) d'une même figure.

L'activité, directement inspirée de la brochure *Libres recherches en mathématiques* (n°30, ICEM) demande que chaque élève dispose d'un carré de papier (cf. l'annexe n°8), présentant quatre zones colorées en rouge, bleu, vert et jaune, zones également carrées. Le but est de réaliser, par pliage, d'autres figures colorées (cf. les annexes n°9 à n°11)[8].

La séquence principale compte quatre séances de 45 minutes ; elle s'est poursuivie sous la forme de moments plus brefs tant les élèves étaient ravis de travailler avec leur carré coloré.

• 1ère séance : introduction du carré dans la classe.
Chaque élève reçoit un carré uni blanc de 21 cm de côté et doit le plier en deux, en superposant un côté contre un autre côté pour obtenir un rectangle. L'enseignant montre comment procéder. Le but de cette séance, essentiellement « technologique », est que les élèves parviennent à un pli bien net ; des carrés supplémentaires sont nécessaires pour les élèves parfois maladroits ou empressés.

Ce premier pli est ouvert. Les élèves doivent tourner leur feuille d'un quart de tour et effectuer un second pli semblable au premier, de manière à faire apparaître les quatre carrés à colorier selon le modèle affiché au tableau (cf. l'annexe n°8). On vérifie qu'il n'y a pas d'inversion gauche / droite dans les coloriages : il s'agit pour la suite que tous les élèves aient le même outil !

• 2ème séance : réalisation des premières figures par pliage.
Le maître montre une figure qu'il a obtenue en pliant une seule fois le carré coloré. Cette figure est affichée au tableau. Collectivement ou individuellement des élèves sont sollicités pour dire ce qu'ils voient, les formes qu'ils reconnaissent aussi bien sur le contour qu'à l'intérieur de la figure. Puis chacun doit réaliser une figure identique à

---

7 Ses remarques nous ont poussés à relire le chapitre IV Figures géométriques et discours mathématique de son ouvrage Sémiosis et pensée humaine (R. Duval, 1995). Il y a beaucoup d'affinités entre nos travaux et ses réflexions sur l'articulation souvent problématique entre les registres figuraux et discursifs, sur les difficultés pour les élèves d'avoir une approche opératoire des figures, sur l'opération de reconfiguration.

8 Avant d'entendre les témoignages des activités réalisées dans les classes, les participants ont pu aussi résoudre de tels problèmes.

celle qui est affichée à partir de son carré et grâce à un seul pliage. Ensuite quelques élèves expliquent (ou montrent s'ils ne parviennent pas à expliquer) comment ils s'y sont pris. La même activité est reprise plusieurs fois de suite en changeant la figure à reproduire. L'annexe n°9 présente trois des figures utilisées dans cette séance : le lecteur remarquera qu'elles peuvent toutes être réalisées à l'aide d'un seul pliage.

• 3ème séance : réalisation de nouvelles figures par pliage.
La séance est analogue à la précédente, toutefois les figures demandent deux plis pour être réalisées : l'annexe n°10 présente quatre des figures utilisées. Avec ces figures, les élèves se rendent compte que des figures peuvent être très ressemblantes sans être identiques (cf. les deux trapèzes de cette annexe, ou encore le recto et le verso du rectangle). Ils s'aperçoivent aussi que pendant la réalisation, il vaut mieux contrôler l'agencement des couleurs, sinon gare aux erreurs d'orientation à la fin !

• 4ème séance : réalisation de nouvelles figures par pliage (suite).
Cette séance est un approfondissement des précédentes : les figures nécessitent maintenant trois pliages consécutifs (cf. l'annexe n°11). Les élèves peuvent avoir besoin de s'entraider mutuellement.

• Prolongements : d'autres figures sont proposées par le maître en guise de « gymnastique » géométrique, non plus sur des séances complètes mais à l'occasion de brefs moments (10 à 15 minutes). Parfois ce sont les élèves qui inventent une figure pour leurs camarades.

Qu'avons-nous pu observer au fur et à mesure des séances ? D'abord, le carré initial s'enrichit de nouveaux plis, la connaissance du carré, de ses axes de symétrie, nous pouvons l'espérer, s'en trouve renforcée. Si ces plis ont été bien marqués, la manipulation ne pose plus de problèmes, les élèves peuvent ainsi se concentrer sur la recherche des solutions. De même les verbalisations s'étoffent de plus en plus : sommet, côté, centre, droite, gauche, carré, triangle, rectangle sont constamment réemployés. Par ailleurs les descriptions se diversifient : ainsi il devient « naturel » de voir, dans la figure située en bas à droite de l'annexe n°11, un rectangle, deux carrés, quatre petits triangles ou encore un grand triangle. Autrement dit, ce sont les prémisses de la capacité attendue à changer de point de vue dans l'analyse d'une figure. Ce n'est guère étonnant puisque pour réussir à reproduire une figure présentée sous la forme d'un pliage, il faut tout à la fois tenir compte du contour de cette figure et des formes des zones colorées visibles.

III – ACTIVITÉS SUR L'ALIGNEMENT CONDUITES AU CYCLE 2

Le travail a été réalisé en trois étapes ; nous ne rendrons compte que de la première et la troisième, puisque la deuxième a déjà été décrite (cf. § I-3 et annexe n°7), elle a consisté à faire reproduire les figures Carré 1 et Carré 2, à analyser les erreurs produites, à mettre au point des procédés pour réaliser la tâche.

III – 1 Travaux préparatoires sur les lignes

Ces travaux ont été divers, les collègues impliqués dans la recherche, ne s'étant pas longuement concertés à leur propos ; nous nous contenterons de les énumérer sans que l'ordre de présentation soit toujours l'ordre de réalisation retenu par les collègues. D'ailleurs chacun n'a conduit qu'une partie de ces activités.

- Mise en situation dans la cour de récréation (se mettre en ligne droite, aligner des plots, *etc*.) ;
- création d'un catalogue de lignes à partir de cartes postales reproduisant des œuvres de peintres (Matisse, Delaunay, Klee, Haring, Vasarely, Wharol, *etc*.) : les élèves ont décalqué des lignes, les ont analysées, les ont classées, ont réalisé des dessins à la manière de tel ou tel peintre ;
- inventaire de noms de lignes, après un travail à partir du poème *Il était une feuille* de Robert Desnos ;
- tracés libres à la règle, ou avec de légères contraintes : par exemple, que les droites passent par un même point, qu'elles partent d'un même point, *etc.* ;
- joindre, à la règle et dans l'ordre, des points numérotés ;
- travail avec une planche à clous (ils forment un réseau carré) et des élastiques (les élèves vont reproduire ou créer des figures en tendant ces élastiques autour de certains de ces clous) ;
- compléter des figures (échelles, barrières, frises, dessins sur un réseau régulier de points, *etc*.) : soit une figure est amorcée, il reste donc des tracés à réaliser en s'appuyant sur des points alignés, soit il s'agit de reproduire le modèle donné sur un autre réseau. L'objectif est proche de celui visé dans la reproduction des deux carrés de l'annexe n°7, mais il n'y a pas de point à construire par intersection de deux lignes droites (cf. *Maths CP*, Delagrave, pp. 61, 66 ; *Maths CE1*, Delagrave, pp. 20, 21, 32 ; *Cap maths CP*, Hatier, Ex 5 p. 43, p. 50 ; *Cap Maths CE1*, Hatier, pp. 50, 51, 55 ; *J'apprends la géométrie en dessinant CP*, pp. 41, 45, 46).

III – 2 Travaux conduits après la reproduction des deux carrés

- Il s'est d'abord agi de renforcer les tracés par prolongement. Là encore il fallait compléter des figures (frises, rayons de soleil, étoiles…) non plus en joignant des points mais en prolongeant des segments donnés. Ainsi au croisement de certains prolongements, des points nouveaux apparaissent (des sommets d'étoiles par exemple). Les élèves avaient la possibilité bien sûr d'effacer les tracés dépassant les points nouvellement construits par intersection (cf. *Maths CE1*, Delagrave, p.11 et p. 32 du guide pédagogique, *J'apprends la géométrie en dessinant CP*, pp. 43, 51)[9] ;
- ensuite nous sommes revenus à des activités de reproduction de figures sur le réseau pointé OL, celles de l'annexe n°12. Elles contiennent moins de sommets à construire, un, deux ou trois au lieu de quatre comme dans les carrés n°1 et

---

[9] En repensant à ces activités, nous nous apercevons qu'elles sont essentiellement dirigées. Il y aurait sans doute intérêt à proposer des tâches plus ouvertes, plus créatrices aussi, à partir toujours de figures inachevées mais que les élèves complèteraient plus librement (cf. *Cap Maths CP*, pp. 37 Ex 3 ; 43 Ex 4) ou de manière à faire apparaître des figures connues (cf. *Maths CE1*, Delagrave, p. 116, ainsi que les situations Etoile, Carré, X, Barres dans l'article déjà cité, Favrat, 1991).

n°2. Leur nombre permet l’individualisation ainsi que l’entraînement sans la répétition. Leur utilisation fut étalée dans le temps.

IV – EXEMPLES D’ACTIVITÉS VISANT L’AMÉLIORATION DES TRACÉS AUX INSTRUMENTS (CM)

Nous avons cherché des activités de reproduction qui aient du sens pour les élèves, qui soient finalisées, c’est-à-dire inscrites dans un projet. Nous pensons ainsi obtenir la motivation des élèves pour une production de qualité et donc aussi leur adhésion à des exigences de précision, pas toujours nécessaires à leurs yeux dans les activités non finalisées. Nous avons choisi des projets de fabrication.

IV –1 Premier projet

L’objet à fabriquer est une boîte de chocolats (vide !). Elle ne tient que grâce à son couvercle. Quand on l’ôte, elle s’entrouvre, telle une fleur à la corolle dorée (même quand il n’y a plus de chocolats). Aplanie, elle a la forme d’un octogone (cf. les figures a, b et c de l’annexe n°13). On le comprend, les particularités géométriques et esthétiques de cette boîte nous ont bien intéressés.

Les intentions didactiques sont claires. La fabrication de cette boîte doit être l’occasion

- de retravailler les propriétés du cube et de construire quelques-uns de ses patrons ;
- de mieux maîtriser les instruments de tracé tels que la règle et l’équerre, cela sur papier uni ;
- de chercher les moyens géométriques de garantir la fidélité d’une reproduction par rapport à son modèle, et donc d’obtenir une bonne précision.

Pour réaliser l’octogone, compte tenu de ce qui a été observé lors de l’évaluation préalable, on peut prévoir que les élèves vont tracer les cinq carrés successivement. L’un des buts de la séquence sera donc d’amener les élèves à trouver d’autres manières de faire (cf. les figures d, e et f de l’annexe n°13) :

- soit construire le carré central IJKL de côté c (c est la mesure de l’arrête du cube), tracer les droites (IJ), (JK), (LK) et (IL) en prolongeant les côtés de ce carré, placer sur ces droites les huit sommets A, B, C, D, E, F, G et H de l’octogone, à la bonne distance des sommets I, J, K et L ;
- soit tracer un rectangle de largeur égale à c et de longueur égale à $3c$, par exemple ABEF, placer les points I et L sur [AF] et les points J et K sur [BE], tracer les droites (IJ) et (LK), placer les points H, C, D, G et H sur ces droites à la bonne distance des points I, J, K et L ;
- soit tracer un carré QRST dont le côté mesure $3c$, placer sur les côtés de ce carré les points A, B, C, D, E, F, G et H à la bonne distance des sommets Q, R, S et T.

La séquence au CM1 s’est déroulée sur sept séances ; elle peut être plus brève au CM2. Pour ne pas allonger le compte rendu, nous décrivons la succession des étapes sans rentrer dans le détail de l’organisation pédagogique de chaque séance.

• 1ère séance : observation de la boîte.
La boîte de chocolats est suspendue à une ficelle, une seule pour toute la classe. Les élèves doivent décrire la boîte individuellement puis à l'oral collectivement. Le but est de garder sur une affiche la trace des observations qui ont été vérifiées, en particulier que cette boîte a la forme d'un cube.

• 2ème séance : réalisation d'un patron de cube.
Après avoir résumé la liste des observations précédentes à ce qui est juste nécessaire pour construire un cube, les élèves sont invités à réaliser un patron de cube. L'observation des patrons spontanés conduit à éliminer ceux qui sont erronés, à remarquer qu'il y en a de plusieurs sortes (en fait les classiques en forme de Té ou de croix sont les plus fréquents à ce niveau), à énoncer des exigences de qualité (précision dans les mesures des côtés et des angles droits), à rechercher des moyens de les construire plus fiables ou plus rapides que celui qui consiste à juxtaposer les six carrés (procédé systématiquement utilisé par les élèves).

• 3ème séance : activités décrochées sur les patrons de cubes.
Il s'est agi de consolider les connaissances sur les patrons de cubes (par exemple dire sur un patron si deux faces sont voisines ou non, opposées ou non, etc.) et de gagner en précision dans leurs tracés, la séance précédente en a parfois montré la nécessité pour les CM1 surtout.

• 4ème séance : réalisation du fond octogonal de la boîte.
Après que le maître a demandé, afin de créer la curiosité, comment le fond de la boîte peut tenir alors qu'il n'y a pas de colle, le couvercle de la boîte est enfin enlevé. Devant cette fleur dorée qui s'épanouit, la magie opère immédiatement : les élèves sont pressés de réaliser le patron du fond. Il en circule quelques-uns dans la classe pour observation, puis un exemplaire est fixé au tableau.

Comme dans la 2ème séance, les élèves construisent en général cinq carrés les uns après les autres et complètent la croix obtenue en traçant les hypoténuses des quatre triangles rectangles isocèles ; ils tâtonnent ensuite pour placer les pointillés de la figure c de l'annexe n°13.

Comme à la 2ème séance encore, l'examen collectif de ces productions spontanées vise essentiellement à rappeler la nécessaire précision dans la mesure des côtés et à trouver des procédés moins longs, plus économiques en manipulations de l'équerre, mais aussi à mettre au point un moyen sûr pour positionner correctement les pointillés : le maître doit indiquer qu'ils sont dans le prolongement des diagonales du carré central ou le confirmer, il se peut tout à fait que des élèves en fassent la remarque. Dans les classes observées les trois procédés cités plus haut ont été rencontrés, le troisième sans doute un peu fortuitement car dans une classe, le modèle s'est trouvé fixé sur un tableau quadrillé dont la maille était d'une taille proche de celle du carré central. Ainsi de leur place, lors de la phase collective, certains élèves ont évoqué la pertinence de construire le grand carré nommé QRST sur la figure f de l'annexe n°13.

Les élèves dessinent ensuite chacun un nouveau patron sur papier uni en s'essayant si possible à l'un des procédés décrits et après validation par le maître,[10] ils le réalisent sur du carton bristol coloré et le découpent.

• 5ème séance : réalisation du couvercle.
Il se trouve que le pliage du couvercle est relativement complexe à cause de la présence de plusieurs replis intérieurs garantissant la rigidité de l'emballage. Les élèves peuvent être simplement invités à réaliser le patron d'un pavé droit dont une face est carrée en faisant bien attention de prendre des dimensions adéquates : comme il faut que le couvercle s'ajuste sur le fond, les côtés du carré doivent être un peu plus grands que les arêtes du cube déjà construit. Certains élèves ont réalisé le classique patron d'un pavé droit (privé d'une face) complété par des languettes ; d'autres ont cherché à conserver le principe d'un patron octogonal semblable à celui du fond : ici un carré, quatre rectangles et quatre triangles sont nécessaires.

Après cela, il ne reste plus qu'à décorer l'objet et à le remplir.

• 6ème séance : activités décrochées sur les tracés de précision.
Après ces séances, les élèves ont sans doute encore besoin de s'entraîner à la maîtrise précise des instruments, de l'équerre en particulier. Ils en comprennent mieux la nécessité. Il s'agit de leur demander de reproduire des figures – carrés isolés dans diverses positions, carrés juxtaposés de mêmes dimensions ou non – d'analyser avec eux les sources d'erreurs, de rappeler les moyens de les éviter. Ces activités peuvent être différenciées.

• 7ème séance : évaluation.
Elle porte sur la maîtrise des tracés aux instruments (règle, équerre) sur papier uni et sur les patrons de cubes (tracés et relations entre les faces). Nous avons projeté dans l'atelier des productions d'élèves, la comparaison avec les travaux initiaux a bien montré les progrès réalisés. Ils sont dus tout à la fois aux nombreuses occasions que les élèves ont eues, non seulement d'effectuer des tracés, mais aussi d'affiner leurs analyses en vue de les améliorer (cf. les séances n°2, n°4, n°5), ainsi qu'à la bonne acceptation par les élèves des activités décrochées. L'on voit ainsi que l'enseignement basé sur des projets n'exclut pas la systématisation, ne s'y oppose pas.

IV – 2 Deuxième projet

Le travail précédent privilégie certains contenus d'enseignement : la maîtrise de la règle et de l'équerre, les carrés, les cubes. L'année suivante nous nous sommes intéressés au compas comme instrument de report de longueurs et de construction de triangles. Cela nous a conduits à proposer la fabrication d'un lampion octaédrique (cf. la figure a de l'annexe n°14) au CM2.

Les huit faces sont des triangles équilatéraux de même taille, réalisés en papier Canson noir ; le patron est d'un seul tenant (cf. la figure b). Huit formes géométriques (une par face : deux disques, deux triangles, deux trapèzes isocèles, deux rectangles) ont été

---

[10] Pour qu'un tel patron tienne dans une feuille de papier de format A4, on peut prendre 6 cm comme mesure des côtés des carrés. Il faut discuter aussi avec les élèves des questions de mise en page.

découpées dans les faces. Elles ont été obturées avec du papier vitrail de diverses couleurs.

Le canevas de la séquence est assez proche de celui qui a été suivi pour le projet précédent.

• 1ère séance : présentation de l'objet, description écrite sans possibilité de manipulation, vérification collective des observations, tri des informations à caractère géométrique.
Les élèves décrivent souvent ce solide comme un « losange à huit faces ».

• 2ème séance : recherche de patrons sur papier uni ou sur papier pointé (les points forment un réseau triangulaire équilatéral (cf. la figure c). Les élèves peuvent découper.
Cette recherche crée bien des surprises aux élèves (ils s'en sortent grâce au papier pointé), et à nous aussi. Certains élèves en effet proposent des bi-pyramides (cf. la figure d) ou des losanges simplement réunis par des sommets (cf. les figures e et f).

• 3ème séance : tracé de triangles équilatéraux à l'aide d'un compas.

• 4ème séance : nouvelle recherche de patrons sur papier uni.
Les élèves recherchent des patrons à main levée, ils peuvent découper s'ils le souhaitent pour contrôler. Ensuite, par groupes, ils conservent ceux qui sont différents. Chaque élève en choisit un à redessiner au propre sur papier uni. Cinq patrons différents ont été produits (cf. les figures g, h, i, j et k de l'annexe n°14). Pour les construire au propre, les élèves procèdent souvent de proche en proche ; ils n'exploitent qu'occasionnellement les propriétés géométriques de ces patrons comme l'alignement de certains côtés ou le parallélisme.

• 5ème séance : analyse géométrique des patrons trouvés par la classe.
Les élèves disposent d'une fiche sur laquelle sont reproduits les cinq patrons cités ci-dessus. Ils doivent colorier des figures géométriques connues, une par patron, autre qu'un triangle élémentaire correspondant à une face de l'octaèdre, et donner son nom. Cette séance est l'occasion d'apporter le lexique relatif aux quadrilatères particuliers : losange, trapèze, parallélogramme.

• 6ème séance : tracés de parallèles, de parallélogrammes, de trapèzes au compas et à la règle sur papier uni.

• 7ème séance : affinement des procédures de reproduction de patrons.
Les élèves reçoivent à nouveau la fiche avec les cinq patrons. Ils doivent choisir celui qu'ils estiment le plus commode à reproduire et expliquer pourquoi par écrit. C'est le patron g qui est majoritairement retenu par les élèves. Certains dessinent les deux grands triangles ABC et DEF puis les triangles intérieurs ; d'autres dessinent le parallélogramme GHIJ qu'ils pavent de triangles en utilisant le compas pour reporter la longueur de l'arête, ils complètent en prenant l'intersection de la droite (LK) avec les droites (IJ) et (HG).

• 8ème séance : production terminale.
Les élèves la réalisent d'abord sur une feuille de papier et passent au canson après validation. Selon la mesure de l'arête donnée aux élèves, il se peut que le patron choisi par l'élève ne tienne pas dans la feuille. Le maître alors aide cet élève pour la mise en page et/ou l'invite à changer de modèle de patron. Il ne reste plus que la décoration.

• 9ème séance : évaluation.
Celle-ci a porté sur les quadrilatères et les triangles particuliers (reconnaissance, vocabulaire, dessin), sur les patrons d'octaèdres (reconnaissance, tracé), sur la construction de deux droites parallèles et de deux droites perpendiculaires.

V – ECHANGES INTER–CLASSES À PROPOS DE PUZZLES GÉOMÉTRIQUES AU CYCLE 3

On connaît tout l'intérêt des puzzles géométriques comme le tangram pour l'entraînement à l'analyse de figures et la mobilisation d'images mentales géométriques : pour réussir à reconstituer une silhouette donnée avec les pièces imposées, il faut en analyser le contour, les proportions, il faut aussi avoir mémorisé quelques assemblages de base. Mais nous visions également la maîtrise des instruments et du langage géométrique. L'idée est alors venue de plusieurs projets de communication inter-classes. Nous rendons compte de deux tels projets, l'un adapté au CE2, l'autre pour les CM.

Nous n'avons pas utilisé le tangram carré classique car nous voulions pouvoir travailler sur les arcs de cercle et le compas. Notre choix s'est donc porté pour les CM sur le « Cœur brisé » et le « Cercle problématique » (cf. la brochure APMEP Jeux n°6, p. 73), pour les CE2 sur le Cœur brisé et la « Goutte d'eau », puzzle que nous avons créé pour l'occasion (cf. l'annexe n°16). Voici les deux démarches succinctement présentées en parallèle.

Au CE2 : la Goutte d'eau, le Cœur brisé	Au CM : le Cercle problématique, le Cœur brisé
1ère étape : découverte du puzzle. Observation et analyse géométrique du puzzle (reconnaissance de figures, vocabulaire). Présentation du projet. Découpage des différentes parties du puzzle ; reconstitution. Jeu : invention de silhouettes.	1ère étape : découverte du puzzle. Donner le modèle, faire nommer les figures géométriques reconnaissables. Découper les différentes parties. Assembler les pièces pour obtenir un dessin, une silhouette.
2ème étape : reconstitution de silhouettes en utilisant toutes les pièces du puzzle. Donner des silhouettes à l'échelle 1 (cf. l'annexe n°16) sur papier uni ; les faire reconstituer sans la superposition. NB : pour aider certains, autoriser la superposition ou donner quelques traits de séparation entre les pièces.	2ème étape : composer d'autres figures géométriques. Défi : trouver toutes les figures géométriques connues qui soient l'assemblage de deux (ou plus) pièces du puzzle. Réalisation d'affiches collectives récapitulatives. Reconstitution d'un puzzle complet sans modèle.
3ème étape : composer des figures géométriques à partir de quelques pièces du puzzle. Composer des figures connues (carré,	3ème étape : fabrication d'un puzzle sur papier uni. Les élèves disposent du modèle reconstitué, ils doivent le reproduire sur

rectangle, triangle, trapèze) à partir d'au moins deux pièces élémentaires ; reproduire les figures obtenues sur une feuille (contour) et les nommer ; dresser un catalogue collectif (affiche) des figures obtenues.	papier uni. Premier travail au brouillon, et après discussion, travail sur bristol.
4ème étape : activités décrochées sur le cercle. Manipulation du compas, introduction du vocabulaire lié au cercle, tracés.	4ème étape : jeux avec le puzzle. Les élèves ont leur puzzle, une silhouette leur est proposée. S'ils ne trouvent pas, le maître leur montre la solution pendant dix secondes puis ils retournent à leur place.
5ème étape : reproduction du puzzle sur papier quadrillé. Pour que cette tâche ne soit pas trop complexe, le puzzle est disposé sur le quadrillage de telle manière que les côtés du grand carré soient portés par les lignes du quadrillage et d'autre part, le côté de la maille du quadrillage a la même mesure que le rayon des arcs de cercle (4 cm au moins).	5ème étape : rédaction de textes géométriques. Rédaction de textes (programmes de construction) à partir de figures assez simples (cf. l'annexe n°15) dans lesquelles on retrouve des configurations présentes aussi dans les puzzles travaillés. Rédaction individuelle, échange, discussion sur les difficultés, rédaction d'un nouveau texte (à partir d'une figure semblable aux précédentes).
6ème étape : échange inter-classe. Dans un premier temps les élèves disposent d'une silhouette et la reproduisent (traits de séparation apparents) sur du papier quadrillé (cf. ci-dessus), à main levée puis aux instruments. Le maître fait attention de ne pas donner n'importe quelle silhouette, certaines sont plus faciles que d'autres à reproduire (ne pas chercher la difficulté). Une fois au propre, les élèves décalquent la silhouette (contour uniquement) sur du papier uni. Le modèle du puzzle et ces silhouettes sont envoyés à l'autre classe.	6ème étape : échange inter-classe. Classe émettrice : rédiger le programme de construction du puzzle pour l'autre classe ; choisir quelques silhouettes décalquées par les élèves (contours uniquement) ; les envoyer à la classe destinataire avec le texte (avec le modèle pour la vérification). Classe réceptrice : réaliser le puzzle à partir d'une dictée du texte reçu (à main levée, vérification tracé au propre) ; reconstituer les silhouettes.
7ème étape : évaluation. Elle porte sur le vocabulaire géométrique (carré, rectangle, centre, cercle, rayon, sur la reconnaissance de figures, sur le tracé de cercles, sur la reproduction de figures sur quadrillage.	7ème étape : évaluation. Elle porte sur le vocabulaire géométrique (triangles particuliers, segment, diagonale, centre, cercle, rayon, parallélogramme), sur la reconnaissance de figures, sur la lecture et la rédaction de programmes de construction de figures.

EN GUISE DE CONCLUSION

Nous voudrions lister les points de convergence entre les diverses séquences présentées ici, aussi bien au niveau des démarches pédagogiques :

- utilisation d'évaluations préalables ;
- obligation pour les élèves de résoudre des problèmes répétés et variés ;
- va et vient constant entre les actions, la réflexion, la verbalisation,

qu'au niveau des finalités de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire : s'il est classique d'affirmer que la géométrie de l'école primaire est celle de l'observation, ces travaux montrent que l'observation n'est pas le simple enregistrement de ce qui perçu spontanément, elle consiste à aller chercher au delà, elle est bien l'engagement de savoirs à des fins de résolution de problème.

Pour reprendre le titre de l'ouvrage de Roger N. SHEPARD, n'est-elle pas plutôt « l'œil qui pense ?»

BIBLIOGRAPHIE

APMEP (2002) *Jeux 6 ; des activités mathématiques pour la classe*, brochure n°**144**, Paris.

CHARNAY R., DUSSUC M-P. & MADIER P. (2000) Cap maths CP, *Hatier, Paris*.

CHARNAY R., DUSSUC M-P. & MADIER P. (2001) Cap maths CE1, *Hatier, Paris*.

DESNOS R. (1975, réédition) Fortunes, **42**, p. 134, *Poésie/Gallimard, Paris*.

DUVAL R. (1995) Sémiosis et pensée humaine ; registres sémiotiques et apprentissages intellectuels, *Peter Lang, Berne*.

FAVRAT J-F. (1991) *Tracés aux instruments et raisonnements géométriques : quelques exemples de consignes*, Grand N, **49**, IREM de Grenoble, 11-35.

FAVRAT J-F. & LAGANNE J. (1999) Maths CP, *Delagrave, Paris*.

FAVRAT J-F. & VASSELON J. (1999) Maths CE1, *Delagrave, Paris*.

FAVRAT J-F. & VASSELON J. (2000) Maths CE1, *guide pédagogique, Delagrave, Paris*.

ICEM, *Libres recherches en mathématiques*, **30**, PEMF, Mouans Sartoux.

Ministère de la jeunesse, de l'éducation, de la recherche (2002) *Documents d'application des programmes ; mathématiques, cycle 2*, Direction de l'enseignement scolaire, SCEREN/CNDP, Paris.

PAPADOPOULOS J. (1993) *J'apprends la géométrie en dessinant, CP*, CDDP de Perpignan.

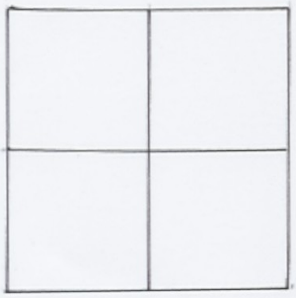
SHEPARD R-N. (1992) *L'œil* qui pense. Visions, illusions, perceptions, *Collection Science ouverte, Seuil, Paris.*

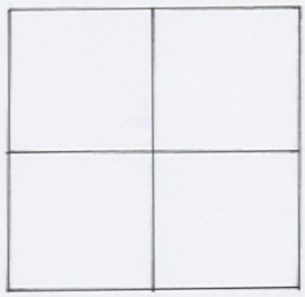
ANNEXES

Atelier de géométrie

Reconnaissance de formes

Matériel : *feutres ou crayons de couleur*





1. Colorie un carré.

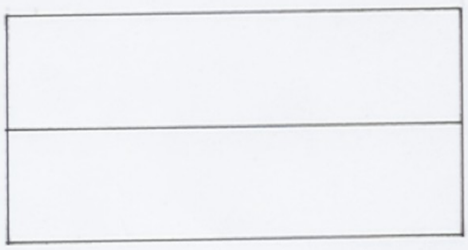
2. Colorie un autre carré de taille différente.

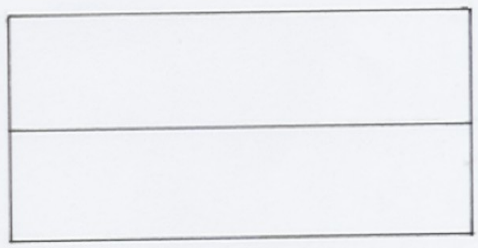
Annexe n°1

Atelier de géométrie

Reconnaissance de formes

Matériel : *feutres ou crayons de couleur*





1. Colorie un rectangle.

2. Colorie un autre rectangle de taille différente.

Annexe n°2

Atelier de géométrie

Reconnaissance de formes

Matériel : *feutres ou crayons de couleur*

1. Colorie un rectangle.

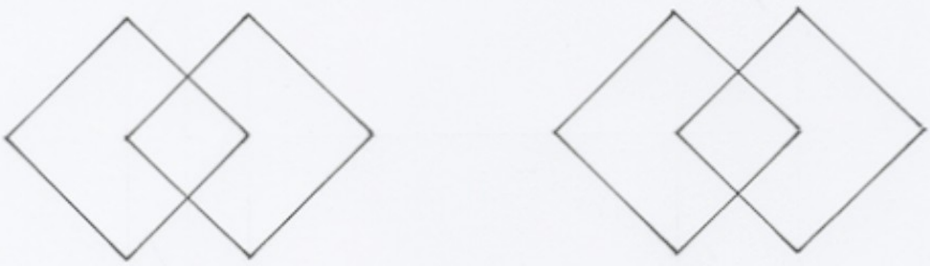
2. Colorie un autre rectangle de taille différente.

Annexe n°3

Atelier de géométrie

Reconnaissance de formes

Matériel : *feutres ou crayons de couleur*



1. Colorie un carré.

2. Colorie un autre carré de taille différente.

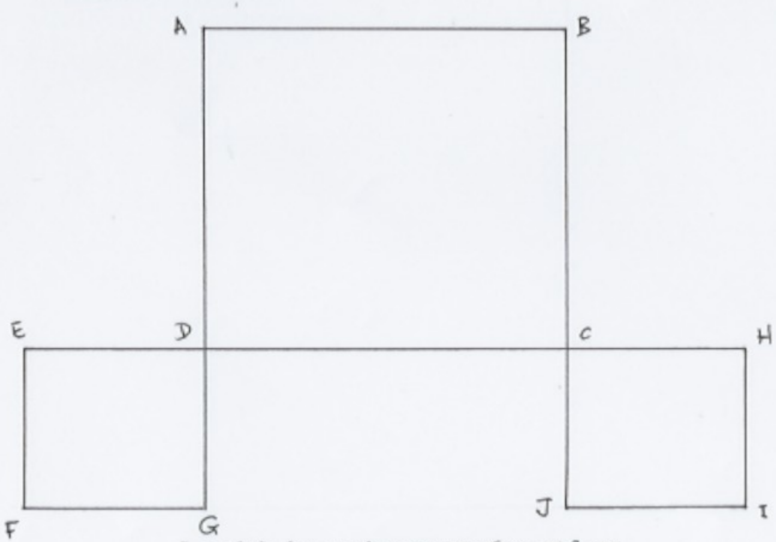
Annexe n°4

Atelier de géométrie

Reproduction de figures

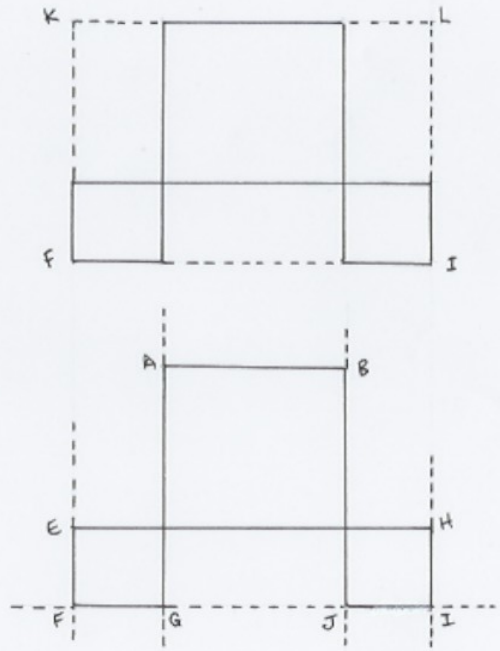
Matériel : *règle, équerre, papier blanc*

Reproduis cette figure.



Les côtés des carrés mesurent 6 cm et 3 cm.

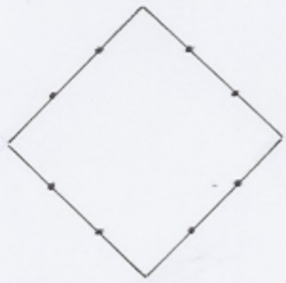
Annexe n°5



Deux exemples de tracés auxiliaires, en pointillés, permettant de reproduire plus facilement la figure de l'annexe n°5

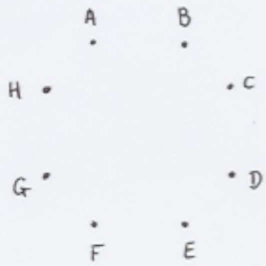
Annexe n° 6

Carré 1

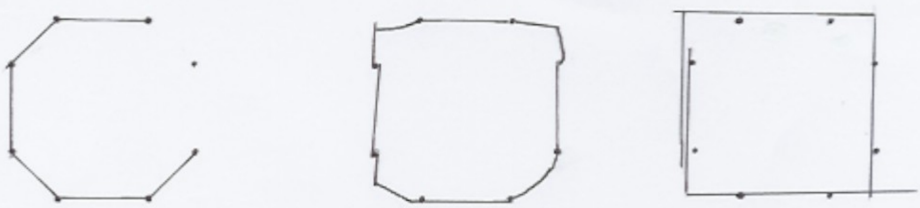


Carré 2

Réseau O

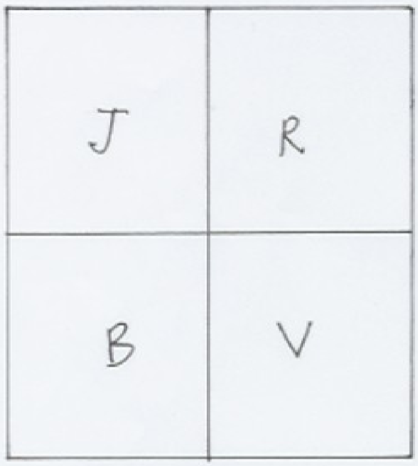


Réseau OL



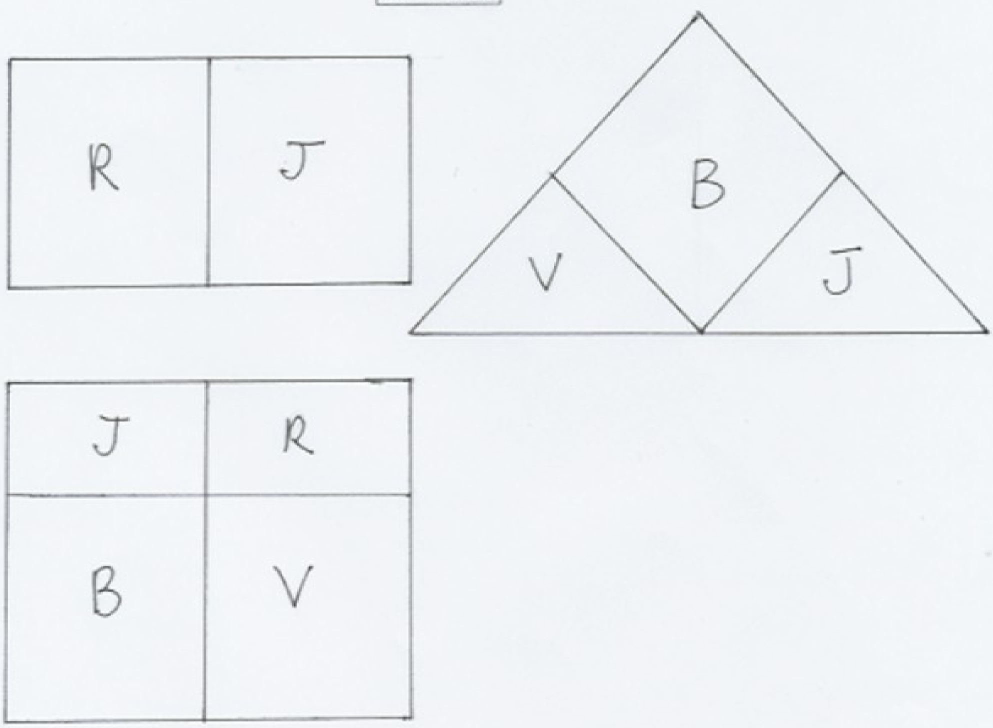
Reproduction de trois travaux d'élèves (CP)

Annexe n°7



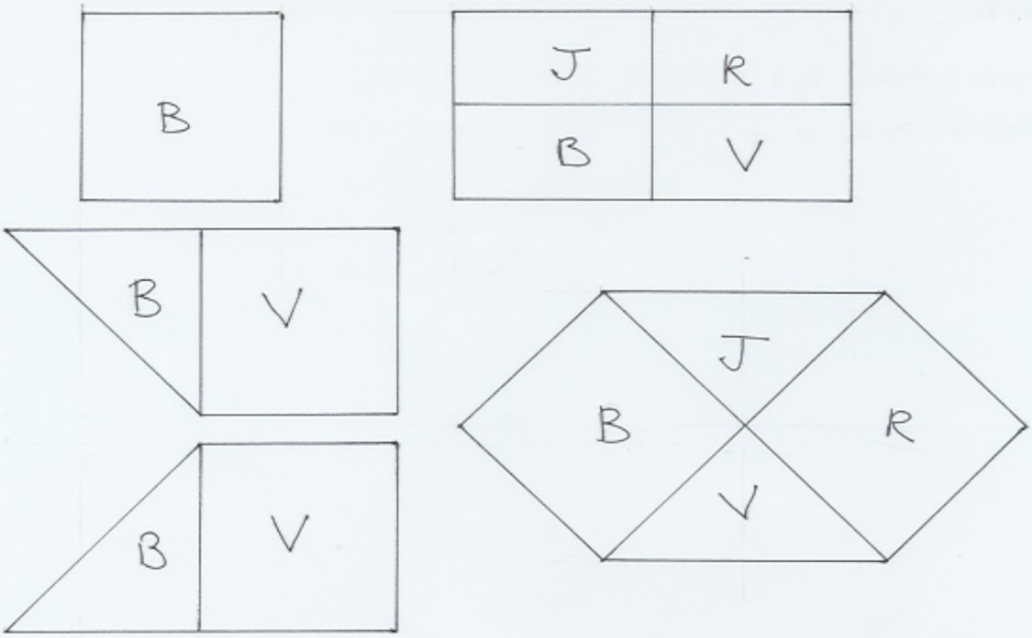
Les quatre zones colorées ont été délimitées par pliage puis coloriées par les élèves (R est mis pour rouge, V pour vert, J pour jaune, B pour bleu). Le côté du carré utilisé en classe mesure 21 cm ; l'échelle prise ici est égale à 1/3.

Annexe n°8.



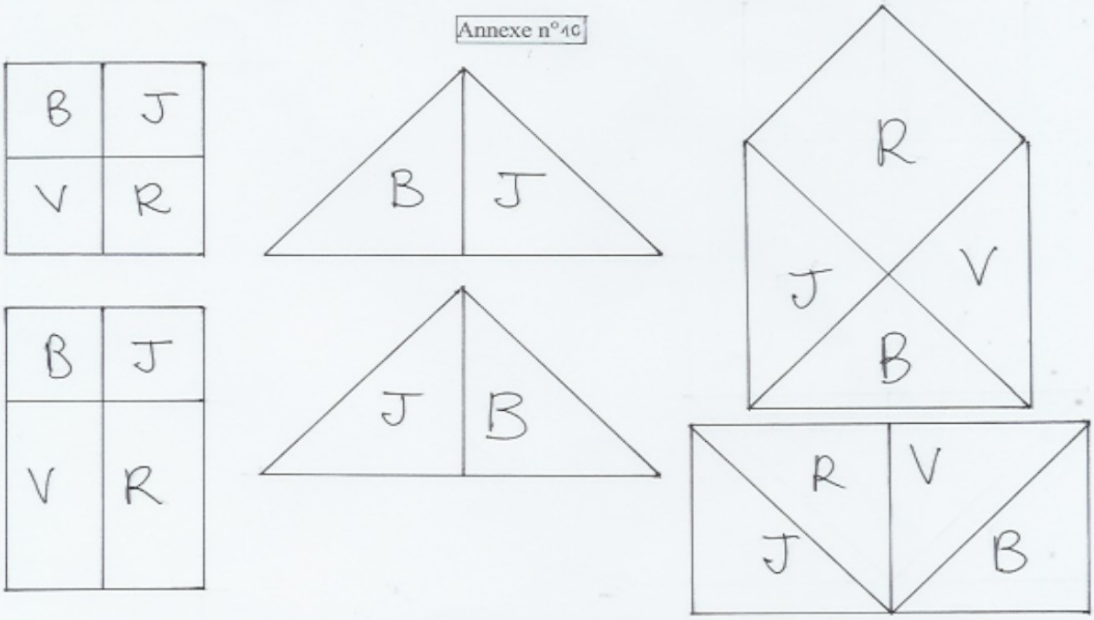
Première série de figures à réaliser par pliage à partir du carré initial. (Echelle 1/3).

Annexe n°9



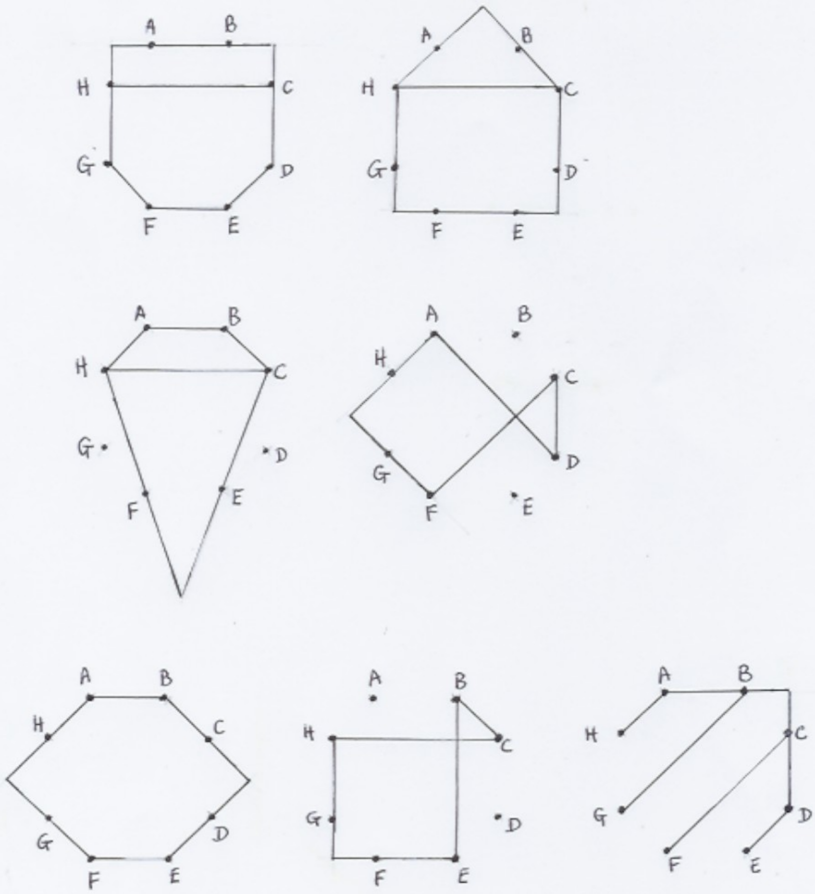
Deuxième série de figures à réaliser par pliage à partir du carré initial. (Echelle 1/3).

Annexe n°10



Troisième série de figures à réaliser par pliage à partir du carré initial. (Echelle 1/3).

Annexe n°11


A B C D E F G H
A B C D E F G H
A B C D E F G H
A B C D E F G H
A B C D E F G H
A B C D E F G H
A B C D E F G H

Annexe n°12

Figure a

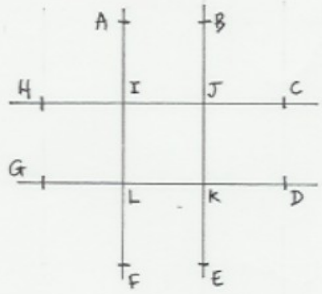


Figure d

Figure b

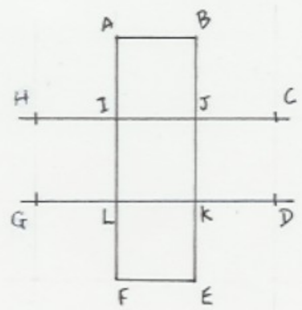


Figure e

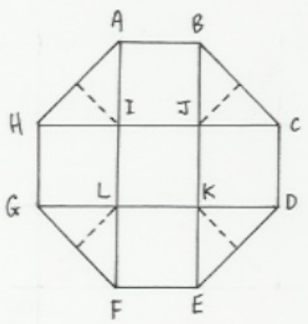


Figure c

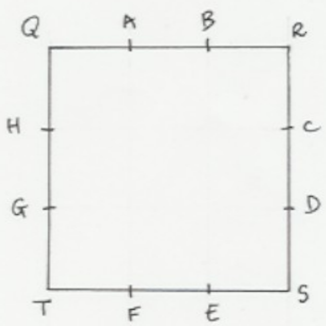


Figure f

Annexe n°13

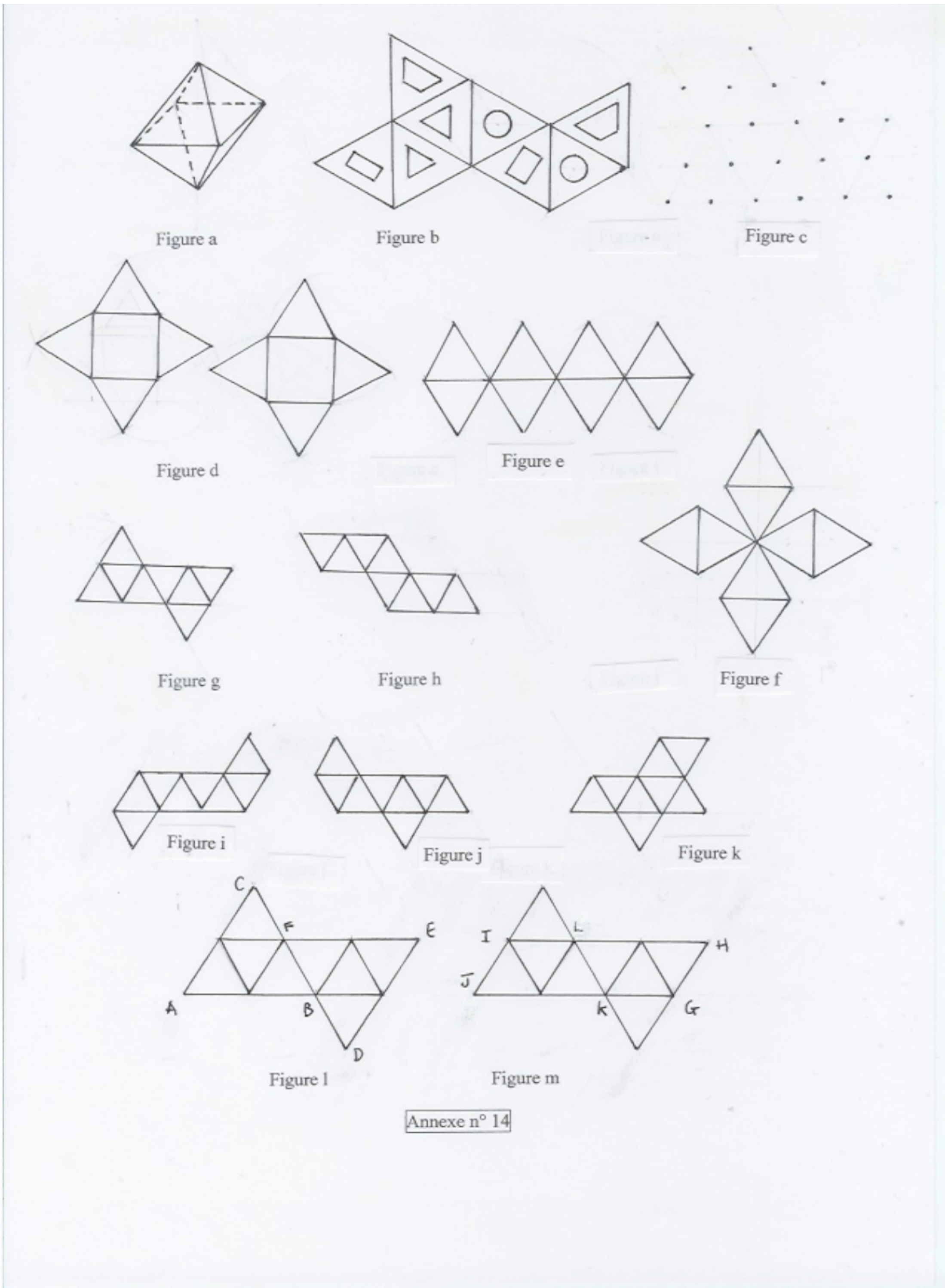


Figure a
Figure b
Figure c
Figure d
Figure e
Figure f
Figure g
Figure h
Figure i
Figure j
Figure k
C
F
E
A
B
D
Figure l
I
L
H
J
K
G
Figure m

Annexe n° 14

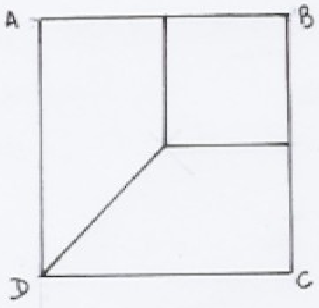


Figure a

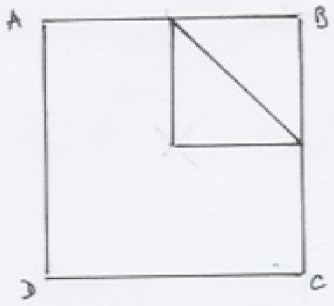


Figure b

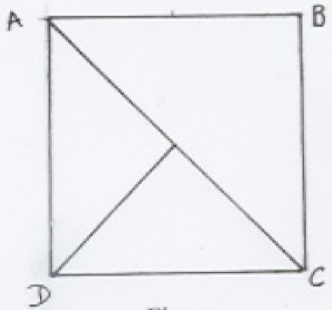


Figure c

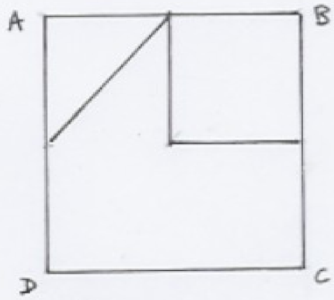


Figure d

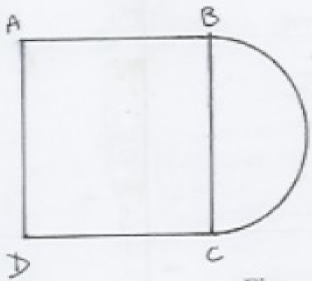


Figure e

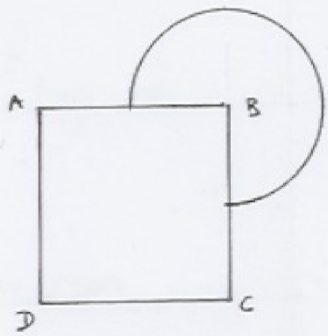


Figure f

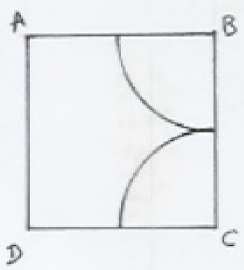


Figure g

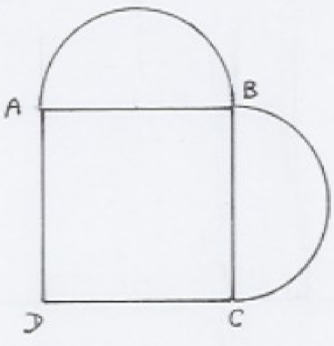
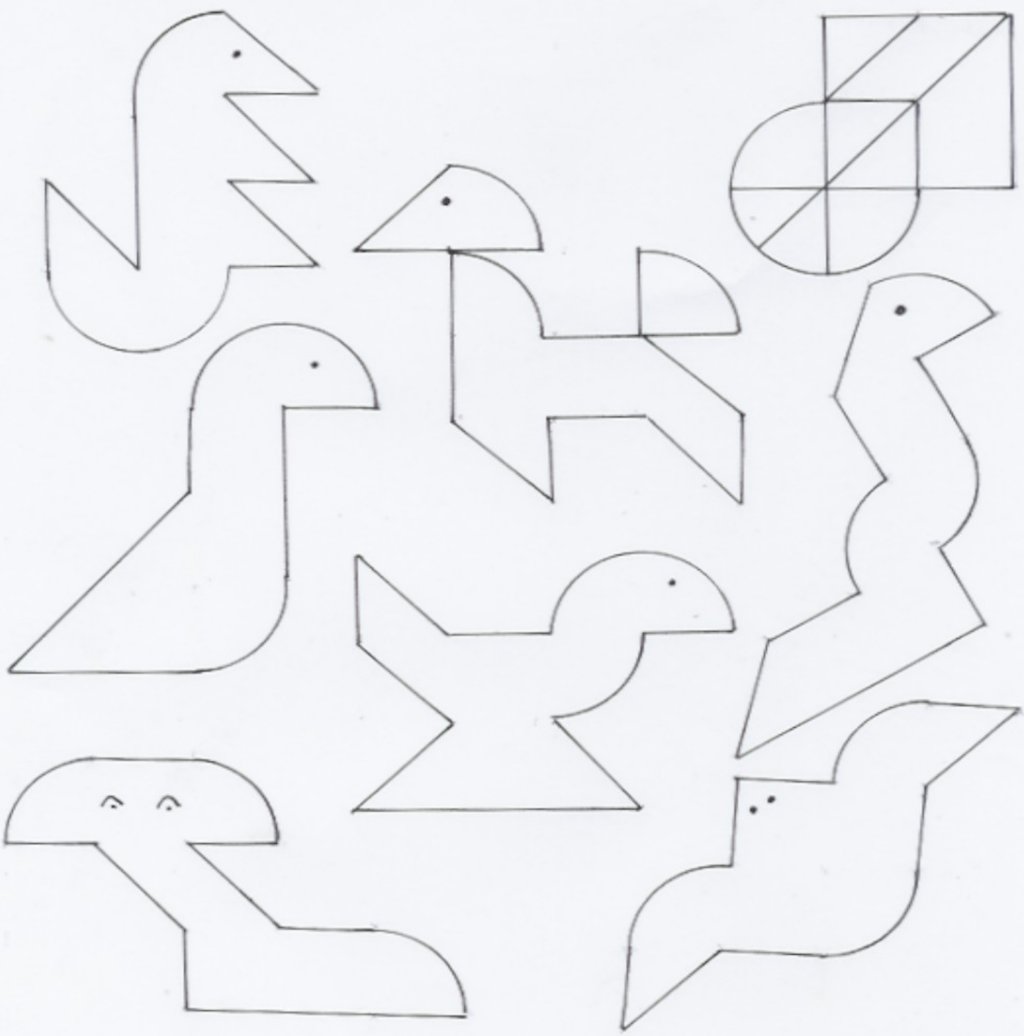


Figure h

Annexe n° 15



Puzzle géométrique « La goutte d'eau » et quelques silhouettes à reconstituer

Annexe n° 16

PARALLÉLISME AU CYCLE 3

Marie-Paule DUSSUC
Formateur IUFM de Lyon Centre de Bourg-en-Bresse
Equipe ERMEL - INRP
mpdussuc@wanadoo.fr

Gérard GERDIL- MARGUERON
Formateur IUFM de Grenoble
Equipe ERMEL - INRP
gerard.gerdil-margueron@wanadoo.fr

Michel MANTE
Formateur IUFM de Lyon, Professeur au collège C. Marot – Lyon
Equipe ERMEL - INRP
michelmante@free.fr

Résumé
Dans le cadre de la recherche INRP « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 », l'équipe ERMEL a analysé les articulations entre savoirs et problèmes spatiaux et géométriques, expérimenté des dispositifs complets d'enseignement fondés sur la résolution de problèmes, s'appuyant sur une continuité dans l'étude des relations géométriques et une évolution des procédures de résolution et de validation.

Nous présentons dans ce texte le travail que nous avons mené sur le thème du parallélisme.

L'Équipe de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole Elémentaire est composée de formateurs en mathématiques venant de 8 IUFM (d'une vingtaine de départements à une dizaine aujourd'hui…), d'un formateur en philosophie, de maîtres-formateurs et de conseillers pédagogiques.

I – OBJECTIFS, MÉTHODE DE TRAVAIL

I – 1 Objectifs

Nos objectifs ont été de :

- préciser pour le cycle 3 les enjeux, les contenus et les objectifs d'un enseignement visant le développement des compétences spatiales et géométriques ;
- élaborer, expérimenter, analyser des dispositifs complets d'enseignement (situations, modalités de mise en œuvre, analyses didactiques) cohérents pour l'ensemble du cycle 3 ;
- dans le cadre de ces dispositifs, conduire des investigations plus précises sur l'utilisation de phases argumentatives et les capacités des élèves qui y sont sollicitées.

Nous ne rendons compte ici que d'une partie du travail visant les deux premiers objectifs.

I – 2 Méthode de travail

Durant les six années qu'a duré notre travail, l'ensemble de l'équipe s'est retrouvée 3 à 4 fois par an pour concevoir l'ingénierie (réflexion sur les aspects théoriques, élaboration des situations) et pour analyser a posteriori les situations mises en oeuvre.

La progression complète a été expérimentée dans les classes. Aussi, pour cela, avons nous mené des réunions régulières dans les équipes de sites pour l'analyse préalable des situations, l'observation et le recueil des données.

Environ 80 situations pour le cycle 3 ont été expérimentées plusieurs fois dans des versions successives.

II – DES ÉLÉMENTS DE NOTRE PROBLÉMATIQUE

II – 1 L'espace et la géométrie

Nous sommes convaincus qu'au Cycle 3, les connaissances spatiales des élèves doivent être consolidées. Mais la conduite d'activités dans le méso-espace ou le macro-espace est coûteuse, et la description des situations liées à un espace particulier difficile. Nous avons conçu quelques situations reproductibles dans des espaces construits qui ont les caractéristiques du méso-espace ou du macro-espace, l'objectif principal de ces situations étant l'élaboration de systèmes de repères par les élèves.

Pour la construction des connaissances géométriques, nos travaux nous ont amené à mesurer l'importance du domaine spatio-graphique.

L'espace que nous appelons ainsi, à la suite de Colette LABORDE, peut être conçu comme un espace où les objets graphiques sont des représentations d'objets théoriques ou des modélisations d'objets spatiaux usuels.

La majorité des problèmes sont posés dans cet espace, sur des objets graphiques, pris pour eux-mêmes, ou dans une modélisation de l'espace physique fournie par l'enseignant, ou bien encore en référence à des objets théoriques.

II – 2 Les objets et les relations

Les objets sont de deux types du point de vue de l'élève :

- des objets premiers perçus dans leur globalité ;
- des objets composés d'objets premiers et de relations.

Au cours de la scolarité un même objet, comme le carré, d'abord perçu comme tel, puis conçu comme formé de quatre segments de même longueur perpendiculaires deux à deux, peut apparaître comme premier ou comme composé du point de vue des connaissances supposées de l'élève. Souvent, la conception première fait obstacle à l'apprentissage de savoirs « plus théoriques ».

Les relations sont les liens entre les objets ; dans le plan, ce sont l'alignement, la perpendicularité, le parallélisme, l'égalité de longueurs, et ce que nous appelons le « pareil/pas pareil » (superposabilité, agrandissement/réduction), l'incidence et le repérage. Ce sont ces relations qui structurent notre ingénierie.

Nous avons décidé de commencer par travailler sur les relations pour les raisons suivantes :

- étudier un objet, c'est étudier les relations qui le constituent ou qui le distinguent des autres ;
- c'est un moyen d'inciter les élèves, dans la résolution d'un problème, à passer du global à l'analytique ;
- les relations sont des éléments moins « apparents » pour les élèves que les objets d'où le recours à une représentation langagière ;
- les « évidences » spatiales sont moins présentes pour les relations, ce qui oblige à des jugements plus « théoriques ».

II – 3 Différentes significations d'un concept

« Le concept se réfère à plusieurs catégories de situations qui elles-mêmes se réfèrent à plusieurs concepts » (G. Vergnaud).

Pour un concept donné, comme la relation « parallélisme », les situations que nous avons conçues permettent de développer ce que nous appelons des « *significations différentes* » du concept qui renvoient :

- à des propriétés mathématiques ;
- à des procédures qui sont opérationnalisées par les propriétés mathématiques et qui permettent de tracer et ou de reconnaître ;
- à des images mentales ;
- à des formes langagières ;
- des difficultés spécifiques pour l'élève.

Ce point sera largement illustré plus loin.

II – 4 Les instruments

Nous nous sommes appuyés sur l'approche de Rabardel. Un instrument est une entité mixte à plusieurs composantes qui se construit. Les différentes composantes sont :

- l'artefact : le dispositif matériel conçu dans un but déterminé ;
- des éléments du concept en jeu ;
- des schèmes d'utilisation.

Ainsi, pour la construction de droites parallèles, un instrument possible est donc :

- artefact : la paire « équerre -règle graduée » ;
- éléments du concept en jeu : « deux droites parallèles sont deux droites d'écart constant, cet écart étant mesuré le long d'une direction fixe » ;
- schèmes :
  - placer l'équerre : un bord sur le trait fourni (trait 1), l'autre passant par le point fourni,
  - tracer un trait 2 le long de ce second bord de l'équerre,
  - mesurer le long de ce trait la distance entre le trait 1 et le point,
  - faire glisser l'équerre de quelques centimètres le long du trait 1,
  - tracer un trait 2 le long du second bord de l'équerre,
  - marquer un point sur le trait 3, en reportant la distance mesurée le long de ce trait, à partir du trait 1, du même côté que le point fourni,
  - joindre les deux points.

Nous avons fait le choix de donner systématiquement l'ensemble des instruments (dans « la boîte à outils ») à chaque élève, de façon à l'amener à mobiliser l'un ou l'autre en fonction du problème à résoudre. Dans certaines situations, des instruments sont enlevés de la « boîte » de façon à empêcher certaines procédures.

II – 5 Les situations

A la suite des choix faits pour les apprentissages numériques, chaque situation d'apprentissage proposée s'appuie sur un problème à résoudre, comporte une possibilité de validation pratique, dans un contexte porteur de la signification visée. Le contexte permet la dévolution du problème sans utiliser le vocabulaire correspondant au concept visé ; il sert de référence dans les situations ultérieures.

III – UN EXEMPLE LE PARALLÉLISME

III – 1 Les différentes significations du parallélisme

Deux droites « qui ne se rencontrent jamais »

- Référence mathématique « deux droites du plan sont soit sécantes, soit parallèles » ;
- signification permettant une reconnaissance perceptive dans de nombreux cas mais la distinction « parallèle / presque parallèle » est difficile ;
- signification qui ne peut être rendue opératoire pour la construction de droites parallèles ;
- difficultés pour l'élève :

- distinction trait / droite,
- confusion « ne se coupent jamais / ne se coupent pas dans la feuille de papier ».

Deux droites « d'écart constant »

- Référence mathématique : « l'ensemble des points situés à une distance donnée d'une droite est une droite qui lui est parallèle » ;
- opérationnalisation possible pour contrôler ou produire du parallélisme ;
- difficultés pour l'élève : nécessité de mesurer l'écart le long d'une direction fixe (parallèle à un bord de la feuille, perpendiculaire à la droite donnée ou le long d'un gabarit d'angle). Or l'élève ne perçoit pas toujours cette contrainte car une mesure à l'aide de la règle, le long d'une direction « à peu près fixe », contrôlée au jugé, suffit souvent.

Deux droites « penchées pareil »

- Référence mathématique : « deux droites sont parallèles si elles déterminent avec une sécante des angles correspondants égaux » ;
- opérationnalisation possible pour reconnaître que des droites sont parallèles car des droites de même inclinaison par rapport à une droite donnée correspondent à des images mentales facilement accessibles. Par contre l'opérationnalisation pour tracer des droites parallèles est plus délicate car elle nécessite l'utilisation de gabarit d'angle qui n'est pas naturelle pour les élèves.

Deux droites obtenues par « glissement sans tourner »

- Référence mathématique : « l'image d'une droite par une translation est une droite qui lui est parallèle » ;
- le glissement de la règle contrôlé par rapport à une direction physique fixe (bord de la table, bord droit de la feuille de travail) apparaît comme le moyen le plus spontané pour tracer un parallélisme acceptable au jugé ;
- aspect dynamique favorisé ;
- accès rapide à un réseau de droites parallèles (outil de contrôle du parallélisme) et mise en évidence de la transitivité du parallélisme ;
- support de la technique la plus courante (glissement de l'équerre le long d'une règle), l'équerre n'étant alors qu'un gabarit d'angle particulier ;
- difficultés pour l'élève : une opérationnalisation rigoureuse nécessite un moyen pour empêcher la règle de tourner (gabarit d'angle, équerre). Mais un glissement de la règle, contrôlé au jugé, peut suffire dans de nombreux problèmes pratiques.

Deux droites supports de côtés opposés de formes familières

- Référence mathématique : « Le carré, le rectangle, le trapèze… ont des côtés opposés parallèles » ;
- la règle graduée aussi !

- opérationnalisé en utilisant la transitivité du parallélisme par le biais de la règle ;
- difficultés pour l'élève : technique de tracé facile à concevoir mais difficile à mettre en œuvre car non adaptable aux écarts multiples.

Deux droites parallèles sont deux droites perpendiculaires à une même troisième

- Nécessite un premier apprentissage de la perpendicularité d'une part, du parallélisme d'autre part ;
- relève davantage du collège, peut apparaître spontanément à l'école.

III – 2 Les situations

Nous avons choisi de :

- faire rencontrer les quatre premières significations évoquées en visant dans un premier temps des identifications perceptives avec une entrée relevant plutôt de « glissement sans tourner » ;
- favoriser les contextes de référence, de façon à ne pas avoir besoin d'un vocabulaire préalable ;
- construire assez rapidement un outil de reconnaissance : le réseau de droites penchées pareil,
- aller très progressivement vers une technique de construction faisant appel à l'écart constant ;
- approcher la double perpendicularité en fin de cycle 3.

Nous décrivons ci-dessous les principales situations que nous avons expérimentées tout au long du cycle 3. Nous les présentons dans l'ordre chronologique. Par contre nous ne présentons pas les situations d'accompagnement.

III – 2.1 Les feuilles qui coulissent CE2 (ou CM1)

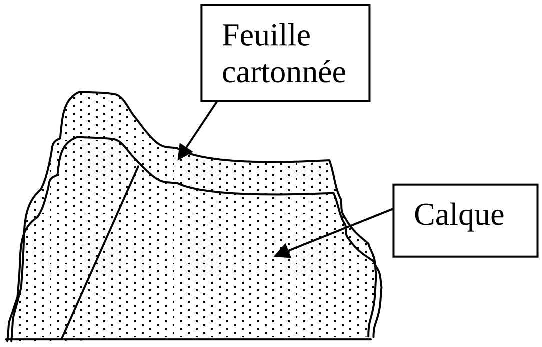
C'est la 1ère situation que nous proposons aux élèves sur le parallélisme.

Description

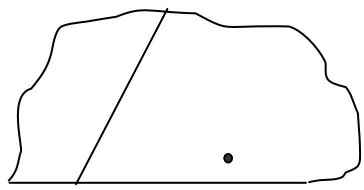
Matériel

- Boîte à outils contenant : règle, équerre, réquerre, compas ;
- des guides (environ un pour 6 élèves, voir dessin ci - dessous) constitués d'une feuille cartonnée à bords non réguliers (format A4) et d'un calque scotché à la feuille cartonnée, de forme voisine. Le calque se replie sur la feuille cartonnée pour constituer une sorte de "feuille double" dans laquelle vont coulisser les feuilles. (voir schéma ci-dessous). Sur le calque, on a tracé un trait penché assez épais ; il indique la direction du réseau de droites parallèles à construire. Il faut éviter les angles de 30°, 45° ou 60° car l'équerre pourrait alors fournir des gabarits, ce qui risquerait d'entraîner des confusions avec l'usage de l'équerre pour la perpendicularité !

- des feuilles de travail comportant un bord droit, un trait de même direction que celui du calque par rapport au bord droit, un point situé à environ 2,5 cm de la droite ou bien plus loin à environ 15 cm de la droite ;
- un guide et deux feuilles de travail de format plus important pour afficher au tableau au moment de la présentation de la situation.



Le guide


La feuille donnée aux élèves

$1^{\text{ère}}$ phase : Le maître présente les consignes et donne le matériel.

Le maître montre un guide et une feuille de travail. On observe et décrit collectivement le guide. Il explique ensuite le fonctionnement du dispositif : "*Cette feuille coulisse dans ce guide, le bord droit de la feuille bien plaqué contre le bord droit du guide.*"

Il le fait fonctionner et on constate qu'à un moment donné, le trait de la feuille est exactement sous le trait du guide : « *quand ça coulisse, à un moment, on ne voit plus qu'un trait !* » On continue le mouvement et on constate que c'est ensuite le point qui passe sous le trait du guide.

« *Vous allez recevoir une feuille comme celle-ci. Sur la feuille, vous allez tracer un trait qui passe par le point et qui sera caché par le trait du guide, comme le premier trait, quand vous ferez coulisser la feuille dans le guide. Attention, vous n'aurez pas le guide pour tracer* »

Travail individuel puis présentation des productions soumises à la critique des autres. Puis validation en utilisant le guide.

$2^{\text{ème}}$ phase : Travail individuel.

$3^{\text{ème}}$ phase : Mise en commun au cours de laquelle des productions sont présentées à la classe. Chacun doit commencer par dire si le trait tracé convient ou non à vue d'œil dans un 1^{er} temps puis avec instruments dans un $2^{\text{ème}}$ temps. Ensuite les élèves explicitent leur procédure et enfin on passe à la validation pratique.

$4^{\text{ème}}$ phase : La situation est proposée à nouveau avec d'autres variables didactiques en fonction de la réussite des élèves.

Procédures

P1 : Tracé du trait sans mettre en jeu le parallélisme même de façon implicite.

P2 : Tracé du trait, au jugé, avec utilisation implicite du parallélisme.

P3 : Tracé du trait par glissement de la règle.

P4 : Tracé du trait avec un ou plusieurs traits intermédiaires.

P5 : Tracé du trait en cherchant même de manière implicite à construire un écart constant entre les deux traits.

P6 : Tracé du trait à l'aide d'un gabarit d'angle construit par pliage.

P7 : Tracé du trait à partir d'une double perpendicularité instrumentée.

Les principales variables didactiques

- Distance entre le point et la droite ;
- nombre de traits à tracer ;
- instruments disponibles (règle plate, règle non graduée, équerres, ficelle, papier non quadrillé…).

Nos choix

Dans un 1er temps le point est à environ 4 cm de la droite, dans un 2ème temps il est à environ 8 cm, puis on propose aux élèves dans un 3ème temps une feuille avec une dizaine de points. Cela permet aux élèves de percevoir un réseau de droites parallèles.

Avec ce choix de variables les élèves dans le 1er temps utilisent principalement les procédures P2, P3 et P5. La validation pratique fait « tomber » la procédure P1. Le passage au 2ème temps (point plus éloigné) amène des élèves à utiliser P4. La procédure P6 n'a jamais été rencontrée (le matériel dans la boîte à outil ne s'y prête pas). Quant à P7, elle est utilisée parfois par des élèves qui ont (chez eux, en étude) déjà rencontré cette procédure. A l'issue de cette activité un nouvel outil est proposé aux élèves : le réseau de droites parallèles sur un transparent au format A6.

Le vocabulaire mathématique peut être introduit mais on peut aussi accepter le vocabulaire plus familier des élèves par exemple « traits penchés pareils » ou « traits qui ne se rencontreront pas »…

Cette situation permet donc de travailler sur deux significations du parallélisme : « des droites d'écartement constant » et « deux droites obtenues par glissement sans tourner ». A noter que dans la phase de jugement à vue d'œil des productions, la signification « des droites qui ne se rencontrent jamais » est assez souvent utilisée.

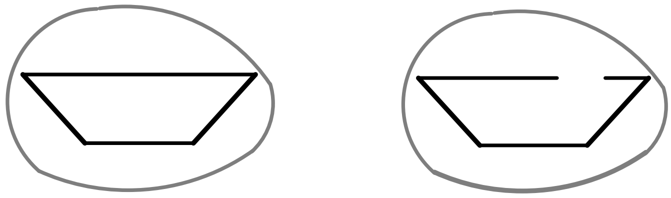
III – 2.2 Trapèze à terminer CE2 (ou CM1)

Nous proposons cette situation aux élèves à la suite de « Les feuilles qui coulissent ».

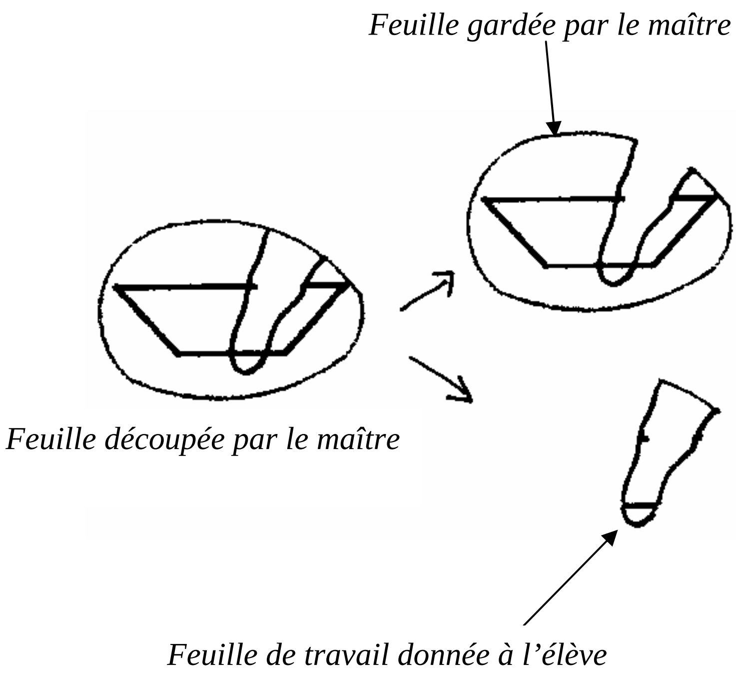
Dans cette situation, nous mobilisons les connaissances implicites des élèves sur la relation de parallélisme entre les côtés opposés d'un trapèze. Le problème posé est un problème spatial que l'élève va résoudre de manière perceptive.

Problème

Terminer un trapèze dessiné sur une feuille à bords arrondis comme indiqué ci-dessous :



trapèze de référence *trapèze à terminer*



- Les élèves travaillent par deux. Chaque équipe est désignée par une lettre A, B, C... Les « trapèzes à terminer » (voir ci-dessus) préparés au préalable, sont désignés du nom des équipes A, B, C... écrit au recto sur le bord de chacune des deux parties,
- le maître montre le « trapèze de référence » (voir ci--dessus) puis le fixe au tableau dans une position quelconque, ses bases n'étant pas parallèles aux bords du tableau,
- puis, il montre un « trapèze à terminer » (voir ci-dessus) en disant : *«On a commencé à reproduire le trapèze affiché sur cette feuille. Ce côté* est *déjà dessiné. Il reste ce côté à terminer. »* ;
- le maître découpe au vu de tous ce trapèze suivant une ligne courbe passant par les points indiqués : *Voici la partie 1 (c'est la feuille gardée par le maître)* et *voici la partie 2 (c'est la feuille donnée à l'élève)»*. Remarque très importante : sur la partie donnée à l'élève il doit rester un « petit bout » du côté à terminer ;

- le maître fixe au tableau les deux parties, en faisant en sorte que les bases ne soient pas en position horizontale ou verticale. Les autres trapèzes ayant été découpés auparavant par le maître pour gagner du temps, leurs parties 2 sont présentées aux élèves puis distribuées : *«J'ai fait la même chose pour d'autres trapèzes à terminer. Voici le dessin à terminer ».*

Une variable didactique de cette situation est évidemment la position relative du trait que l'élève doit tracer avec le trait qui est tracé sur sa feuille de travail : les deux traits peuvent être en face ou « légèrement » décalés ou « totalement » décalés.

Étape 1 : Les deux traits sont bien en face

Communication du problème : Le maître fixe le trapèze de référence au tableau dans une position quelconque. Puis, il montre le trapèze à terminer en disant : *«On a commencé à reproduire le trapèze affiché sur cette feuille. Ce côté* est *déjà dessiné. Il reste ce côté à terminer. ».*
Les élèves travaillent par deux.
Bilan rapide : Le maître affiche les productions en demandant aux élèves de repérer celles qui conviennent. Puis il les passe en revue en demandant à leurs auteurs de se prononcer sur leur production sous le contrôle de la classe. **On ne vise là que des réponses établies perceptivement du type "c'est bon !","c'est pas bon !", "on ne peut pas dire, c'est presque bon !"…** Une vérification pratique est ensuite organisée.

Étape 2 : Les deux traits sont légèrement décalés

Même conduite que dans la phase 1.
Bilan : Le maître demande à différents élèves de venir mettre de côté toutes les productions qui ne conviennent pas. La mise en commun reste centrée sur la détermination « réussi/non réussi ». Le contrôle de la classe et les désaccords sur les productions litigieuses doivent amener un débat et une argumentation basés sur les procédures utilisées. L'explicitation de toutes les procédures et des réussites ou non réussites associées n'est pas un objectif de cette phase.

Étape 3 : Les deux traits ne sont plus du tout en face

Comme précédemment, la mise en commun a pour objectif de déterminer les productions qui correspondent à un tracé réussi et les autres, avant de passer à la validation pratique. Ce débat doit faire ressortir que : *on ne peut placer le côté sans précaution ; c'est une position particulière du côté (direction) que l'on cherche* ; *la règle glissée avec une grande précaution pour garder la même direction (ou la garder « penchée pareil ») ou le tracé de traits intermédiaires en utilisant les deux bords de la règle aident au tracé du bon segment.*

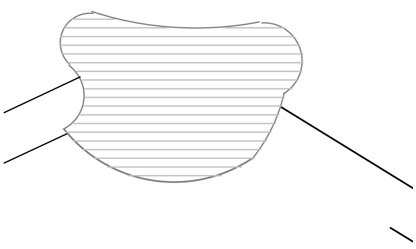
III – 2.3 Traces des roues CM 1

Description

Matériel

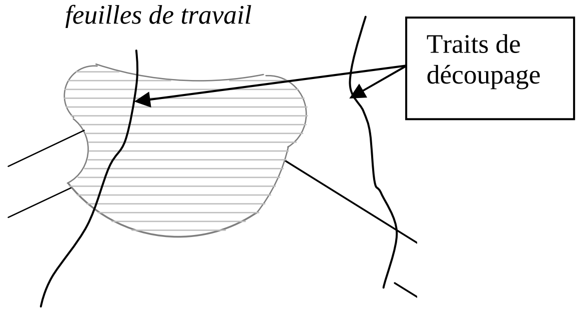
- La boîte à outils ;
- par groupe de 2 les élèves reçoivent la partie 2 du document 2 ci – dessous.

feuille de présentation



Document 1

feuilles de travail



Partie 1 *Partie 2* *Partie 3*

Document 2

Étape 1 : Présentation de la situation et des consignes et distribution du matériel

Les élèves sont répartis par groupes de 2.

Le maître montre le document 1 (agrandi au format A3 ou même A2) pendant qu'il présente le problème. *« Nous nous imaginons sur le rallye Paris-Dakar... La tâche représente un marigot (mare, plan d'eau, étang...) et les deux bords de la bande correspondent aux traces laissées par les roues d'un camion dans le sable. Celui-ci a traversé le marigot, mais le vent a effacé une partie des traces qu'il a laissées en sortant. Vous devrez dessiner le trait représentant la trace effacée.».*

Le maître affiche au tableau le document 2 préalablement découpé selon les traits de découpage : « *Attention, les plans dont nous disposons sont partagés en trois parties comme ceci ".*

" Je vais distribuer un exemplaire de la partie 2 à chaque groupe ; c'est sur cette feuille que vous devrez dessiner le trait représentant la partie effacée. Si vous en avez besoin, vous pourrez consulter les exemplaires de la partie que je vais répartir dans la classe, mais vous ne pouvez transporter ni ces feuilles, ni les vôtres. Je garde les exemplaires de la partie 3 ; ils serviront plus tard. »

Étape 2 : Réalisation par binômes

Étape 3 : Mise en commun –Cf. mise en commun de feuilles qui coulissent

Procédure

P1 : au jugé.

P2 : par glissement, en conservant la direction, la largeur de la bande étant estimée au jugé.

P3 : utilisation de la propriété des écarts et glissement : mesure sur le bord du marigot, report sur l'autre bord et direction déterminée par glissement.

P4 : utilisation de la propriété des écarts avec mesure selon une direction fixe estimée au jugé.

P5 : utilisation de la propriété des écarts avec mesure selon la direction perpendiculaire à celle d'un bord de chaque bande et reports en deux points.

P6 : utilisation de la double perpendicularité pour le tracé avec mesure et report de l'écart (selon une perpendiculaire à l'un des bords tracée sur chacune des deux bandes).

Dans cette situation l'utilisation des écarts est indispensable.

Les variables didactiques sont principalement la longueur de l'écart entre les deux droites et la longueur du trait à tracer. Si cet écart est important, si la longueur du trait est importante, alors les procédures au jugé et les procédures qui ne prennent pas en compte qu'approximativement l'écart entre les deux droites ne permettent pas d'aboutir.

Ici on travaille évidemment sur la signification : deux droites parallèles sont « Des droites d'écartement constant ». D'autre part à la fin de cette situation la terminologie "droites parallèles" apparaît.

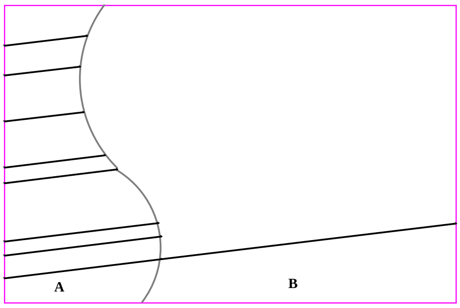
III – 2.4 D'autres situations

Nous décrivons ci-dessous trois situations qui complètent le travail amorcé à travers les situations précédentes :

Parapuzzle

Dans cette situation les élèves ont à reconstituer un réseau de droites parallèles à partir de l'une d'entre elles.

Pour prendre de l'information sur la feuille où le réseau de parallèles est tracé, certains mesurent les écarts entre les droites perpendiculairement aux traits, d'autres en privilégiant une direction moins précise, d'autres en prenant un écart approximatif. Les instruments utilisés pour cette prise d'information sont aussi variables (règles, quelquefois équerre, mais aussi compas…).



Pour la réalisation, les deux parties de la feuille sont séparées et éloignées.
La partie A sert à prendre de l'information, la partie B est le lieu du tracé.

Pour le tracé aussi les choix effectués sont multiples. Ils portent sur le nombre de points perçu comme nécessaire pour tracer la droite[1] (de un à une demi-douzaine), le report de l'écart…

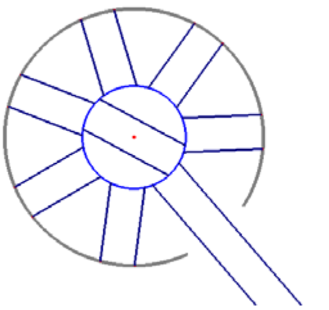
Dans cette situation on travaille encore sur la signification « Deux droites d'écart constant », la signification « Deux droites perpendiculaires à une même 3ème » est souvent rencontrée, mise en œuvre de manière totalement empirique car elle facilite les tâches de mesurage des écarts.

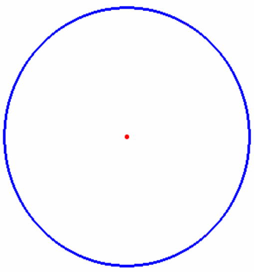
Les techniques de tracé de parallèles en prenant un écart perpendiculaire peuvent alors être institutionnalisées.

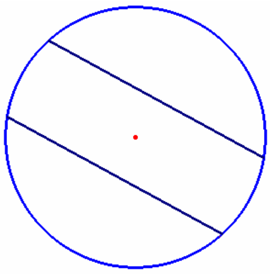
Rotonde[2] CM2

Il s'agit de produire deux droites parallèles dont l'écart est fixé par des données graphiques du problème : les élèves doivent installer les rails, sur la plaque tournante de la rotonde, connaissant les voies fixes et le centre de la plaque. Cela revient à tracer deux cordes d'un cercle, symétriques par rapport au centre, dont la distance au centre est déterminée. Deux relations sont identifiables perceptivement sur le dispositif fourni : le parallélisme et l'égalité de distance. Pour les élèves il s'agit donc de construire deux droites parallèles dont l'écart est déterminé par la distance de chacune à un point fixe. Ils doivent ensuite écrire un « texte géométrique » correspondant à un protocole finalisé.

dispositif *feuille de travail de l'élève* *production attendue*







---

1 Cette question peut faire l'objet d'un débat argumenté (cf. chapitre Validation).

2 Les premières locomotives, qui étaient des machines à vapeur, avaient un sens de marche imposé. Il fallait donc un dispositif leur permettant de faire demi-tour dans les gares terminus. Il s'agissait de très grandes plaques tournantes souvent situées à l'intérieur de bâtiments appelés ROTONDES.

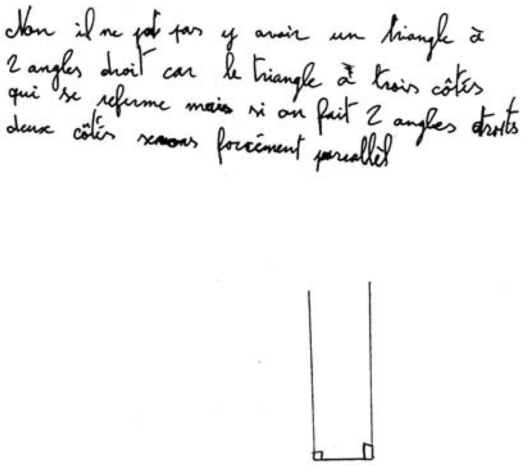
Dans cette situation, les élèves réinvestissent les significations mises en place dans les activités précédentes.

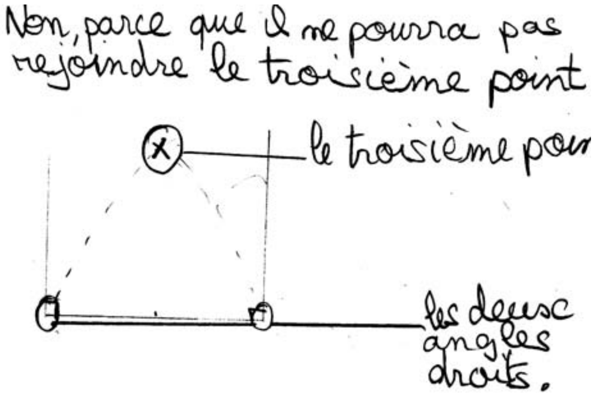
Triangles, quadrilatères et angles droits

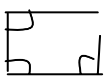
Cette situation est bâtie autour de deux problèmes simples dans leur énoncé :
- *Est-il possible de construire un triangle à deux angles droits ?*
- *Est-il possible de construire un quadrilatère à trois angles droits ?*

Il s'agit de problèmes théoriques dont la résolution peut se faire soit dans le domaine théorique (*si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième alors elles sont parallèles et ne peuvent se rencontrer pour donner le troisième sommet du triangle*) soit dans le domaine spatio-graphique (*production d'un schéma commenté*).

Exemples de productions obtenues :





Non,
Car s'il y a 3 angles droits  et si je continue le trait il y aura 4 angles droits.

IV – CONCLUSIONS : NOS INTERROGATIONS

Au cours de ce travail de recherche, nous avons donc analysé les articulations entre savoirs et problèmes spatiaux et géométriques et construit un dispositif complet d'enseignement de la géométrie au cycle 3, fondé sur la résolution de problèmes

IV – 1 Les liens entre les significations

La technique la plus courante de glissement de l'équerre le long de la règle relève-t-elle de « droites penchées pareil » ou de « glissement sans tourner » ?

La signification « droites penchées pareil » permet de construire une technique de tracé fiable en utilisant n'importe quel gabarit d'angle ; faut-il investir du temps pour construire cette technique qui a l'avantage d'être indépendante de l'équerre mais l'inconvénient d'être non usuelle ?

Au delà du parallélisme nous constatons que les élèves mettent spontanément en œuvre différentes significations spontanément dans une même situation ; comment s'établissent les liens entre elles ?

IV – 2 Les problèmes liés aux mises en commun

La procédure ne laisse pas de trace de résolution et n'est pas visible sur les productions. Les élèves ont des difficultés à formuler ce qu'ils ont fait ; ils montrent leurs méthodes avec des gestes.

Les productions sont souvent petites pour une exploitation collective ce qui conduit à des difficultés dans la diffusion des procédures et leur appropriation par d'autres élèves. En conséquence, le plus souvent, nous demandons de montrer, à l'aide du rétroprojecteur, la procédure par une production réalisée par un élève devant la classe.

IV – 3 Les problèmes de validation

Une validation pratique est prévue dans toutes les situations. Dans les premières phases des situations, elle est souvent mise en place dès la réalisation ; elle participe à la dévolution du problème. Nous avons rencontré deux difficultés :

- la relation souvent difficile entre validation pratique de la production et validation de la procédure (la production peut être correcte alors que la procédure n'est pas valide, et inversement) ;
- la tolérance acceptable par rapport aux imprécisions de tracé.

Ensuite, cette validation pratique est en général différée pour laisser place à un débat sur les productions et sur les procédures, où souvent l'instrument apparaît nécessairement comme argument en raison des limites du contrôle perceptif.

BIBLIOGRAPHIE

ARGAUD H-Cl. (1998) Problèmes et milieux a-didactiques, pour un processus d'apprentissage en géométrie plane à l'école élémentaire, dans les environnements papier-crayon et Cabri-géomètre, *Thèse, Université Joseph Fourier-Grenoble 1.*

BERTHELOT R. et SALIN M-H. (1992) L'enseignement de l'espace et de la géométrie dans la scolarité obligatoire, *Thèse, Université Bordeaux 1.*

ERMEL (à paraître) L'enseignement de la géométrie au cycle 3, *Ed. HATIER.*

LABORDE C. (1989) L'enseignement de la géométrie entant que terrain d'exploitation de phénomènes didactiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **9/3**, La Pensée Sauvage Éditions.

RABARDEL P. (1995) Les hommes et les technologies, approche cognitive des instruments contemporains, *Paris, Armand Colin.*

VERGNAUD G. (1991) La théorie des champs conceptuels, *Recherches en Didactique des Mathématiques,* **10 2/3**, La Pensée Sauvage Éditions.

LE LOGICIEL MATHENPOCHE À LA LIAISON CYCLE 3/6ÈME

Sébastien HACHE
Professeur de Mathématiques, Collège Villars (DENAIN 59)
Président de l'association Sésamath
sebastien.hache@sesamath.net

Katia HACHE
Professeur de Mathématiques, Collège Voltaire (LOURCHES 59)
Katia.hache@sesamath.net

Résumé
Le logiciel Mathenpoche connaît actuellement un déploiement très rapide dans les collèges et suscite beaucoup d'attentes chez les professeurs des écoles. L'objet de l'atelier était de mieux comprendre le fonctionnement du logiciel, ses forces, ses faiblesses, mais aussi ses perspectives de développement pour voir comment des partenariats peuvent se construire pour la réalisation d'un mathenpoche cycle 3.

Nous tenons à remercier la COPIRELEM qui nous a permis d'exposer une partie des travaux de l'association Sésamath à des spécialistes de l'enseignement des Mathématiques en primaire à l'occasion de son colloque à Strasbourg. Ces contacts furent riches et nombreux, dans l'atelier même mais aussi lors des autres ateliers et conférences.

L'association Sésamath (`www.sesamath.net`) rassemble des professeurs de mathématiques désireux de publier sur Internet des ressources libres en Mathématiques, ressources issues de la mutualisation de centaines de professeurs en exercice ou d'un travail collaboratif à distance. Depuis 2004, Sésamath a noué un étroit partenariat avec l'ADIREM qui s'est en particulier concrétisé par la création d'une commission Inter-Irem Mathenpoche : `http://cii.sesamath.net/index.php`

I – MATHENPOCHE : LE PRINCIPE

Le logiciel Mathenpoche est développé par des professeurs de Mathématiques en exercice (collège et lycée) dans le cadre de l'association Sésamath. Ce logiciel peut être utilisé en ligne : `www.mathenpoche.net` ou téléchargé pour une utilisation en local. Mathenpoche est sous licence libre (GPL) et gratuitement téléchargeable sur le site ad hoc. Actuellement les 3 premiers niveaux de collège (6ème, 5ème, 4ème) sont terminés, soit plus de 1000 exercices intéractifs, ainsi qu'un chapitre de seconde.

I – 1 Génèse du projet

Le projet Mathenpoche a débuté en 2001, à la suite de premières expériences de mutualisation (Mathadoc). Le constat de départ était qu'aucun exerciseur ne répondait réellement à l'attente des professeurs de collège, puisque ces logiciels étaient avant tout tourné vers le périscolaire. La première exigence du projet Mathenpoche a donc été d'intégrer le professeur au cœur du logiciel. En particulier cela s'est traduit par un mode de développement dans lequel n'interviennent (à différents niveaux de spécialisation) que des professeurs de Mathématiques en exercice. Très vite, par ailleurs, la version Monoposte de Mathenpoche a été complétée par une version réseau qui est actuellement utilisée chaque jour par des dizaines de milliers d'élèves en France (en constante et régulière augmentation).

Par « Exerciseur » il faut entendre que le logiciel propose des exercices à l'élève et qu'il valide et propose une réponse ou une aide à l'élève. Le type de réponse attendu dans Mathenpoche est assez varié (réponse numérique, réponse à choix multiple, sélection d'un élément à la souris, construction virtuelle...) mais également relativement fermé : cette fermeture s'explique par la difficulté d'analyser une réponse complexe. Mathenpoche n'a pas recours à l'intelligence artificielle, ce qui limite évidemment l'ouverture des questions.

I – 2 Les aides de Mathenpoche

Les aides de Mathenpoche sont des petits « dessins animés » qui ont pour objectif d'aider un élève en échec devant une question. L'élève peut dérouler ces exercices à son rythme et revenir en arrière (tel un magnétoscope). En général, ces aides présentent une technique pour résoudre un exercice. Elles sont décontextualisées, mais ne dépendent pas actuellement du type d'erreur de l'élève. Une réflexion est actuellement en cours pour déterminer dans quel cas il est pertinent d'avoir une aide indexée sur un champ d'erreurs répertoriées et quand il est pertinent de proposer une correction animée de la question (dans ce cas, la correction dépend des données aléatoires de l'exercice). Cette réflexion résume à elle seule la complexité du développement de Mathenpoche puisqu'elle intègre simultanément une réflexion didactique et une optimisation technique (il est évidemment très long de faire une aide animée intelligente ou une correction animée).

Ces aides sont en particulier disponibles indépendamment de l'exerciseur à l'adresse : `http://cii.sesamath.net/montpellier/aides_animees/index.htm`

Lors de l'atelier, la différence entre les attentes d'un professeur de collège (en 6$^{\text{ème}}$) et celles d'un professeur des écoles (cycle 3) pour de telles aides animées ont été soulignées. Ces différences concernent en particulier le formalisme de ces aides, leur longueur et parfois même leur pertinence.

I – 3 Mathenpoche en réseau

Toutes les explications sur la version réseau de Mathenpoche sont accessibles à l'adresse : `http://mathenpoche.sesamath.net/?option=utilisation`

En particulier, la version réseau de Mathenpoche met le professeur au centre du logiciel puisque celui-ci peut programmer à l'avance des séances d'exercices (en différenciant au besoin suivant les élèves) et récupérer tous les résultats des élèves (temps passé, nombres d'erreurs...) depuis tout poste connecté à Internet, par exemple le soir depuis son domicile s'il est équipé. Il est également possible de suivre les résultats des élèves en direct depuis son poste maître (dans une salle en réseau), ce qui ouvre aussi la porte d'un suivi à distance pour un élève hospitalisé qui peut de cette façon apparaître dans le suivi en temps réel comme s'il se trouvait dans la salle informatique. Il est clair que l'utilisation de Mathenpoche réseau demande des équipements informatiques conséquents qui font souvent défaut dans le primaire (et même encore parfois dans les collèges).

La version réseau de Mathenpoche permettra sans doute aussi de sortir du cadre trop fermé de l'exerciseur. En effet, à partir du moment où le professeur peut récupérer et analyser lui-même via le réseau les réponses complexes des élèves, il devient possible d'ouvrir beaucoup plus largement le spectre des questions. En particulier, des concepts comme celui de l'ardoise virtuelle ou même d'un tableau virtuel collaboratif (construit simultanément par les contributions des élèves) sont actuellement à l'étude, de même que la constitution d'une mémoire complémentaire de classe via la mémoire des travaux. Une fois encore, les questions posées sont techniques, pédagogiques mais aussi organisationnelles et ergonomiques : comment éviter de noyer l'enseignant sous un flot de données qu'il in fine ne pourrait pas gérer ?

II – LES OUTILS MATHENPOCHE

Alors que d'autres logiciels (type Wims) partent des potentialités d'outils pour générer des exercices (les exercices utilisant les outils en sous-main), Mathenpoche a suivi un parcours totalement inverse : c'est le développement des exercices qui a conditionné la création d'outils indépendants (un peu comme les élèves qui, au fur et à mesure de leurs manipulations, élaborent des objets plus génériques et généraux qui deviendront alors des outils pour la résolution de problèmes plus complexes). Cette démarche est à relier typiquement au mode de développement retenu, proche des besoins des enseignants et inscrit dans le quotidien de la classe.

II – 1 Suite de logiciels intégrés

Les exercices de Mathenpoche ont donc permis la création d'outils qui à leur tour permettent d'envisager la génération d'exercices dans Mathenpoche. Ainsi l'utilisation ponctuelle d'instruments de géométrie virtuels a conduit à la création du module Instrumenpoche (`www.instrumenpoche.net`) : y sont rassemblées tous ces instruments permettant la construction de figures complexes en mode ouvert, c'est à dire sans procédure de validation par le logiciel. De la même façon, le module Tracenpoche (`www.tracenpoche.net`) a vu le jour, permettant d'introduire de la géométrie dynamique (sur le modèle de Cabri ou Geoplan ou …) au cœur des exercices de Mathenpoche. A noter également le développement actuel de Casenpoche, le tableur mathématique de cette suite logicielle.

Mais comme ces outils sont par ailleurs développés par la même équipe, ils préfigurent le noyau d'une suite de logiciels mathématiques compatibles et même interconnectés (par exemple, le croisement entre Tracenpoche et Instrumenpoche soulève de nombreuses interrogations).

II – 2 Exercisation des outils

En plus de leur usage autonome, il existe actuellement 2 modes d'exercisation des outils Mathenpoche : l'outil peut être totalement intégré dans l'exercice (exemple : les exercices 3,4 et 5 à l'adresse :
(`http://meptest.sesamath.net/4eme/pages/geometrie/chap5/serie3/index.html`) ou être exercisé dans le cadre de Mathenpoche réseau ; dans ce dernier cas, le professeur

propose un exercice faisant intervenir par exemple Tracenpoche. La figure construite avec Tracenpoche par l'élève est alors renvoyée directement au professeur via le serveur.

II – 3 Les cahiers Mathenpoche

Intégrer l'utilisation des TICE dans l'enseignement des mathématiques demande aussi d'imaginer une conception globale de l'enseignement dans laquelle ces outils ont leur place. C'est dans cet esprit qu'ont été développés les cahiers Mathenpoche. Il s'agit de fiches d'exercices en tous points complémentaires du logiciel exerciseur :
`http://lescahiersmep.sesamath.net/index.php`

Dans le même esprit, une expérience de rédaction collaborative d'un manuel en 5$^{\text{ème}}$ est actuellement tentée au niveau de Sésamath : `http://www.sesamath.net/livre5`

III – MATHENPOCHE AU SERVICE DE LA LIAISON INTER-CYCLE

Après un développement centré sur le collège, Mathenpoche se tourne vers le cycle 3 d'une part, la seconde générale et professionnelle d'autre part. Cette extension répond à une demande très forte et s'explique en partie par le fait que très peu d'outils sont actuellement communs aux différents acteurs des liaisons inter-cycles. Comment bien se parler si on ne parle pas des mêmes choses ? Très modestement, l'utilisation d'un même logiciel dans les différents cycles peut être le catalyseur d'échanges entre enseignants. C'est particulièrement vrai pour la liaison école/collège. Mais le risque est grand aussi d'importer les mathématiques du collège vers l'école ; ainsi Mathenpoche cycle 3 ne doit pas être une simple extension de Mathenpoche 6$^{\text{ème}}$, ce qui ne servirait nullement la liaison, tout au contraire. La demande est forte mais la réponse doit être adaptée et mûrement réfléchie : c'est le sens actuel de la démarche adoptée par les développeurs et des contacts avec la COPIRELEM.

III – 1 Scénarisation collaborative

Actuellement, Mathenpoche 6 fait l'objet d'une nouvelle scénarisation. Ce changement est motivé par la modification des programmes de 6$^{\text{ème}}$ mais aussi par les avancées techniques réalisées par l'équipe de développement : il est désormais possible d'envisager des types d'exercices impossibles à programmer il y a seulement 3 ans. Contrairement au mode de scénarisation actuel où deux professeurs sont plus particulièrement chargés de bâtir les scenarii avant de les éprouver avec les professeurs-développeurs, le choix s'est porté sur une scénarisation collaborative. Il s'agit de rassembler à distance (via internet) un certain nombre d'enseignants volontaires (une dizaine actuellement) pour élaborer les scenarii. Pour cela il faut d'abord trouver un modèle de scénario à la fois précis et évolutif, puis mettre en place l'espace de débat nécessaire autour de certains exercices. Il est important de noter que l'équipe qui travaille actuellement sur ce projet est composée de professeurs des écoles (CM2) et de professeurs de collèges, afin de favoriser les échanges inter-cycles et sans doute de préfigurer le développement d'un Mathenpoche cycle 3.

III – 2 Intérêts et perspectives d'un travail avec la COPIRELEM

Parmi les huit groupes IREM travaillant sur Mathenpoche, Deux groupes IREM sont plus particulièrement positionnés sur la liaison cycle 3/6ème : les groupes de Rennes et de Lille. Le groupe IREM de Rennes a élaboré des scenarii relatifs à la proportionnalité tandis que le groupe de Lille a travaillé sur les fractions et décimaux.

Il n'est pas évident de mettre en place un partenariat constructif entre l'équipe de Mathenpoche et la COPIRELEM, car les façons de travailler, les rythmes, les contraintes sont a priori très différentes. Il est évident que le regard de la COPIRELEM est bien plus vaste qu'une simple problématique de scénarisation, mais il est clair aussi que le déploiement massif de Mathenpoche est une opportunité pour faire passer certaines idées ou conceptions sur l'enseignement des Mathématiques. L'année qui s'annonce sera donc un test pour voir comment allier le dynamisme des deux démarches, dans le respect des approches de chacun.

CRÉATION D'UN ATELIER DE DÉCOUVERTE MATHÉMATIQUE SUR LE THÈME DES PONTS DE KOENIGSBERG

Bénédicte AUTIER
Professeur, Collège Kleber, Strasbourg
autiernegrier.benedicte@wanadoo.fr

Muriel CRON
Professeur des écoles, Ecole primaire d'Andlau
cron@wanadoo.fr

Anne-Céline MITTELBRONN
Professeur, La Providence, Strasbourg
anne-ce@noos.fr

Nathalie WACH
Maître de conférences, Département de mathématiques
Université Louis Pasteur, Strasbourg
wach@math.u-strasbg.fr

Marc WAMBST
Maître de conférences, Département de mathématiques
Université Louis Pasteur, Strasbourg
wambst@math.u-strasbg.fr

Résumé
Sur un thème important tant par son aspect historique que mathématique (les ponts de Koenigsberg et les graphes), il s'agit de réfléchir à la conception d'une activité de vulgarisation scientifique destinée à des enfants de huit à douze ans, de préférence en intégrant une partie ou tout d'un théorème avec sa démonstration.

La Mission Culture Scientifique et Technique (M.C.S.T.) de l'Université Louis Pasteur de Strasbourg propose des activités de découverte scientifique à destination d'enfants de huit à douze ans. Nous avons créé un groupe I.R.E.M. «atelier mathématique » qui s'est donné pour tâche de concevoir de telles activités sur des thèmes mathématiques. Il est composé d'enseignants-chercheurs de l'université, d'enseignants du second degré et d'une professeur des écoles. Ce groupe a pour l'instant conçu quatre activités mathématiques et les a testées dans le cadre scolaire et dans celui des activités de l'Université. Les thèmes abordés sont les suites de Fibonacci (cf. [1]), le théorème d'Euler-Poincaré (cf. [3]), la combinatoire des dominos (cf. [2]) et les systèmes de numération (cf. [3]).

Le but de l'atelier animé par notre groupe IREM lors du colloque de la COPIRELEM est de concevoir une activité mathématique avec les contraintes que nous nous sommes fixées ou qui sont imposées par le public auquel elle est destinée sur le thème des Ponts de Koenigsberg. Nous espérions, par cet atelier, faire part de notre expérience quant à la réalisation de telles activités et recueillir les remarques des participants.

I – EXPOSÉ DES CONTRAINTES ET DU PROBLÈME

I – 1 Contraintes

Notre ambition est de présenter des thèmes historiques et scientifiquement importants dans l'esprit de ce qui peut être fait dans le domaine des sciences expérimentales par *La main à la pâte*. Dans le cadre de la M.C.S.T., nos ateliers doivent s'adresser à des enfants de huit à douze ans sans pré-requis particuliers.

Ils doivent se dérouler en un temps imposé de quatre heures, éventuellement fractionné en deux séances de deux heures. Il est nécessaire que les ateliers soient clos dans le sens qu'une solution au problème étudié est donnée à la fin des quatre heures et nous souhaitons que les enfants emportent avec eux une réalisation matérielle. Ces dernières contraintes nous éloignent des expériences dites de *narration de recherche* où des problèmes ouverts sont traités sur une longue période.

Nous essayons de présenter des problèmes de manière relativement approfondie faisant appel à la notion de démonstration plus qu'à celle de résolution. Ces problèmes sont généralement issus de notions fondamentales des mathématiques et sont par là même d'un intérêt culturel et historique. Nous ne nous situons pas dans une démarche d'apprentissage à long terme, qui s'inscrirait dans un programme, cependant le programme scolaire est notre outil de référence pour préjuger du niveau de connaissance et de compétence des enfants. Ceci nous permet de proposer nos ateliers au plus grand nombre. De plus, ce type d'activité se place dans le fil du document d'application des programmes (cf. [4]) où la résolution des problèmes est mise au centre des activités mathématiques du cycle 3 de l'école primaire.

Nous avons essayé de donner aux activités un aspect ludique afin de pouvoir les proposer dans des cadres différents de celui de l'école, mais aussi pour qu'ils soient perçus dans les classes comme une activité différente du travail scolaire habituel.

I – 2 Déroulement pratique des activités

Nos activités sont toutes régies par le schéma général suivant. Nous commençons par faire observer un phénomène ou posons une question simple. Dans l'atelier sur les suites de Fibonacci (cf. [1]), nous faisons observer des pommes de pins, dans l'atelier sur le théorème d'Euler-Poincaré (cf. [3]), nous faisons faire des comptages d'éléments de figures, dans l'atelier dont le thème est les dominos (cf. [2]), nous posons la question « *combien y a-t-il de dominos dans une boîte ?* ».

Après cela, nous demandons aux enfants d'énoncer des conjectures. Au cours d'un même atelier, il peut arriver qu'il y ait plusieurs stades où les enfants soient amenés à en faire. Nous proposons ensuite une activité permettant de valider ou d'invalider les conjectures émises. Celle-ci est suivie par une autre qui ébauche la démonstration de la proposition qui a été reconnue par tous ou au moins explique un phénomène.

Nous avons organisé les ateliers par petits groupes d'enfants. Nous alternons les activités personnelles, les discussions au sein de binômes, au sein des petits groupes et les mises en commun et confrontation des résultats avec l'ensemble des enfants. Le travail reste guidé, les enfants sont placés face aux difficultés pas à pas. En fin d'atelier, nous proposons de réinvestir le résultat dans une activité annexe, comme la réalisation de devinettes, de dessins, d'un jeu ou la résolution d'un problème pratique.

I – 3 Le problème mathématique proposé à l'atelier de la COPIRELEM

Le thème que nous avions choisi est celui des ponts de Koenigsberg.

Rappelons le problème historique.

Dans la ville de Koenigsberg en Prusse orientale, un jeu consistait à chercher un chemin de promenade qui passe une et une seule fois par chacun des sept ponts de la ville. On dispose d'une carte relief de la ville (figure 1) qui peut se simplifier en une carte schématique (figure 2).

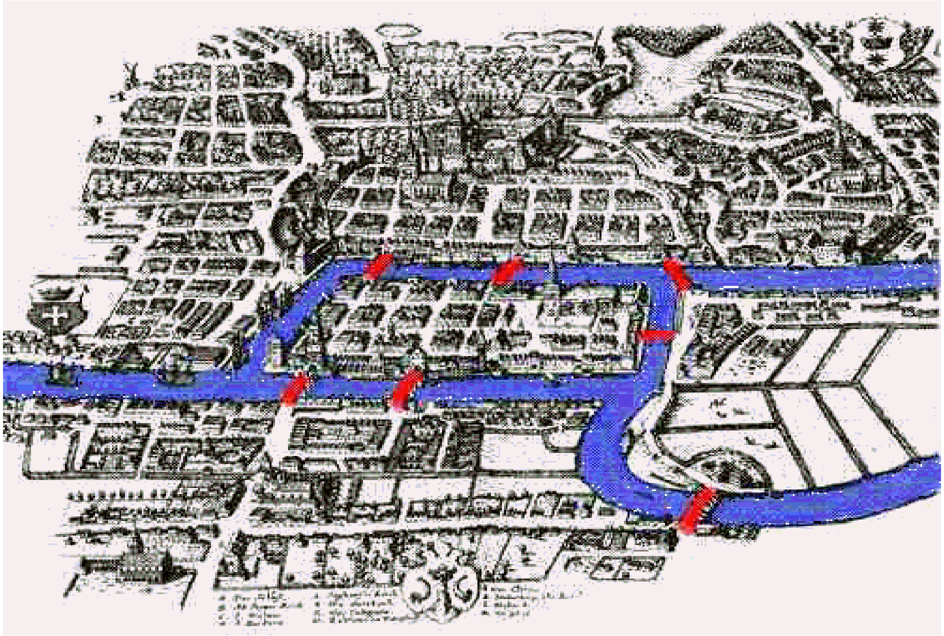


Figure 1

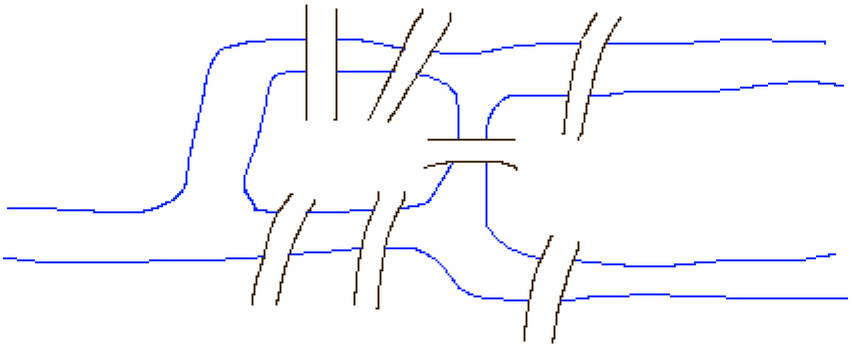


Figure 2

Le problème a été résolu au XVIII^{e} siècle par Leonhard Euler qui montra qu'un tel chemin n'existe pas. Il s'agit en fait d'un problème de théorie des graphes.

Le chemin cherché est un chemin eulérien dans le sens suivant : une **chaîne eulérienne** est un chemin parcourant un graphe et passant une et une seule fois par chacune des arêtes du graphe. Lorsque le sommet d'arrivée se confond avec le sommet de départ, on parle de **cycle eulérien**.

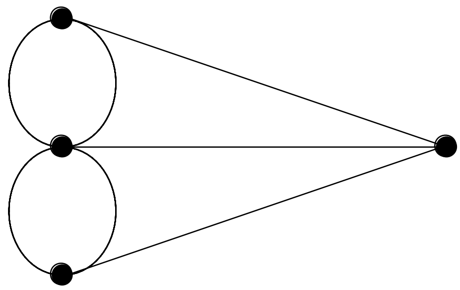
Un théorème permet de décider si un graphe possède ou non des chaînes ou des cycles eulériens (on trouvera plus de détails dans [5]). Pour l'énoncer, il faut encore introduire la notion de degré d'un sommet.

Le **degré** d'un sommet d'un graphe est le nombre d'arêtes incidentes à ce sommet.

Théorème : *Un graphe admet une chaîne eulérienne si et seulement s'il est connexe à des points isolés près et le nombre de sommets de degré impair est 0 ou 2.*

La démonstration du sens direct est simple. Si l'on considère le parcours du graphe par le chemin eulérien, chaque fois que l'on arrive à un sommet on doit obligatoirement en repartir et donc le degré du sommet est pair à l'exception près, s'il ne sont pas confondus, des sommets de départ et d'arrivée, dont les degrés sont donc impairs.

Par exemple le graphe associé au problème des ponts est celui-ci :



Il y a trois sommets de degré trois et un sommet de degré cinq. Il n'existe donc pas de chemin eulérien pour ce graphe.

La démonstration de la réciproque se fait par récurrence sur le nombre d'arêtes. On parcourt le graphe en choisissant un sommet de degré impair, s'il y en a deux, ou un sommet quelconque s'il n'y en a aucun. Comme tous les sommets intermédiaires sont de degré pair, le parcours doit obligatoirement s'arrêter à l'autre sommet impair ou au point de départ. On considère alors les composantes connexes du graphe obtenu en enlevant les arêtes parcourues du graphe de départ. Par hypothèse de récurrence, chacune de ses composantes peut être parcourue par un cycle eulérien. Ces cycles complètent le chemin déjà tracé donnant ainsi une chaîne eulérienne.

II – DÉROULEMENT DE LA DISCUSSION

L'atelier proposé lors du colloque de la COPIRELEM consistait à réfléchir à la conception d'une activité satisfaisant aux contraintes citées ci-dessus, de préférence en intégrant une partie ou tout le théorème avec sa démonstration. Nous rendons compte ici du travail de réflexion du groupe. Il va de soi que nous n'avons eu le temps que d'ébaucher les grandes lignes et différentes options possibles d'une activité pour les enfants. Le fait de réfléchir sur un thème concret a permis de mettre en évidence les problématiques inhérentes à la conception de ce type d'activités.

Il a rapidement été convenu qu'il serait raisonnable de n'aborder le théorème que dans le sens direct : si un chemin existe, alors le graphe ne possède que des sommets de degré pair sauf éventuellement deux d'entre eux. Cet énoncé est la forme contraposée de celui qu'il faut utiliser pour répondre au problème des Ponts de Koenigsberg.

Nous nous sommes également mis d'accord sur le fait de proposer au moins deux séances de deux heures : la première consistant à étudier le problème non modélisé avec émission de conjectures sur la possibilité de trouver un chemin, de manière à énoncer le théorème en fin de séance, la deuxième se concentrant sur le problème modélisé avec la démonstration de la partie directe du théorème. L'activité se terminerait par l'application du théorème à des situations pratiques, soit à la fin de la deuxième séance, soit éventuellement au cours d'une troisième séance.

II – 1 Comment introduire le problème aux enfants ?

Le principal sujet de discussion a été de savoir quel support présenter aux enfants et quelle question leur poser, l'objectif clairement défini étant que ceux-ci doivent parvenir à dessiner un graphe à partir du document fourni et en compter les degrés des sommets.

II – 1.1 Choix de la question à poser

Au fil de la discussion, plusieurs points ont été soulevés.

A quel moment introduire le plan de Koenigsberg ?

Il s'agit du problème historique qui apporte la dimension culturelle à l'atelier et il faut le mettre en valeur, sans le noyer parmi d'autres exemples, par ailleurs nécessaires à l'émission de conjectures. S'il est présenté avant d'autres figures, il risque de perdre de son intérêt et les enfants n'auront pas nécessairement l'envie d'y revenir au moment de la conclusion de l'atelier. Il est envisageable de ne le présenter qu'au moment de la conclusion, comme application de l'activité à un problème historique.

Quel plan faut-il présenter ? Et combien ?

Les enfants doivent s'approprier le problème. Pour cela, il parait préférable de leur distribuer le plan d'une ville qu'ils connaissent.

On a évoqué le fait qu'une question dont la réponse est ou « oui » ou « non » n'a plus d'intérêt une fois qu'on y a répondu. Même si l'atelier commence par la distribution d'un seul plan, pour lequel il n'y a pas de chemin possible, il faut induire le besoin d'explications en proposant d'autres situations où la réponse est différente une fois que les enfants sont d'accord sur la réponse. On peut prévoir de présenter des plans où la chose est possible, pour que la réponse « on n'y arrive pas » ne ferme pas la discussion. Une possibilité consisterait à présenter d'abord une situation possible puis le problème de Koenigsberg en précisant son intérêt historique.

II – 1.2 La modélisation

La seconde étape consiste à modéliser le problème et à passer du schéma ou du plan de ville à un graphe.

La façon de procéder à cette étape a donné lieu à une longue discussion. Nous sommes confrontés à un choix : soit axer l'atelier sur la modélisation et le problème des ponts de Koenigsberg n'est plus qu'un habillage, soit construire un outil qui sera appliqué par la suite. Dans les deux cas, la difficulté est d'inciter à modéliser la situation par un graphe sans l'imposer d'emblée.

Le plan de la figure 1 peut présenter de réelles difficultés de lecture : il comporte beaucoup trop d'informations et incitera vraisemblablement les enfants à sillonner des rues différentes ce qui éloignerait du problème de départ. De nombreuses idées ont surgi à ce moment : par exemple, certain ont proposé d'introduire la contrainte de passer par une maison particulière sur chaque îlot de la ville, d'autres de faire colorier ces îlots, de les nommer. Il s'agit de faire apparaître les sommets du graphe. D'autre ont proposé d'assumer complètement l'imposition du modèle aux enfants, en l'introduisant par exemple à l'aide d'un papier calque.

Nous n'avons pas obtenu de consensus satisfaisant sur ce point : si l'on respecte la contrainte de temps *énoncer une conjecture en deux heures*, malgré tous les efforts fournis par l'animateur pour faire induire le graphe aux enfants, il y aura certainement de l'arbitraire à ce moment.

II – 2 Emissions de conjectures

Dans un second temps il faut aborder l'énoncé du théorème. Là encore tout le jeu consiste à inciter à la découverte sans en déposséder l'enfant. Il faut que les enfants fassent le maximum d'expériences pour parvenir à conjecturer le théorème, c'est-à-dire qu'ils observent de nombreux graphes, certains « impossibles» et d'autres « possibles » afin de les comparer.

Là encore les propositions ont été nombreuses :

- leur distribuer des graphes déjà préparés à étudier ;
- leur faire dessiner des graphes : le côté aléatoire peut être contenu en imposant un nombre réduit de sommets et d'arêtes ou en distribuant des feuilles où seuls les sommets sont tracés. Si l'une de ces deux options est choisie, se posera très certainement le problème du statut des intersections des chemins que les enfants auront tracés ;
- leur proposer de soumettre des graphes inventés à leurs camarades sous forme de jeu.

La question qui se pose au cours de la phase de comparaison est de savoir si les enfants vont compter naturellement le nombre de chemins partant de chaque sommet ou s'il va falloir l'induire. On peut leur proposer de nommer les sommets par des lettres A, B, C. et de faire écrire les parcours sous forme de chaînes du type (AB) (BC)... Le nombre d'apparitions des différentes lettres étant le degré des sommets.

A partir du moment où les degrés des sommets sont connus, il ressort de la discussion que l'idée d'étudier la parité devrait émerger assez vite. Les enfants sont rapidement en moyen de dégager le fait que les points de passage sont de degré pair et les points de départ et d'arrivée de degré impair.

Nous n'avons pas eu le temps d'aborder la démonstration du théorème. Il a simplement été rappelé que la nécessité de la démonstration générale apparaît naturellement lorsque l'on veut se convaincre qu'il est impossible de trouver un chemin répondant aux conditions : le « oui » est une réponse qui est sûre, alors que le « non » est une réponse qu'on est obligé de nuancer par un « peut-être ». De plus, l'enfant est confronté à énoncer une contraposée.

III – CONCLUSION

Au cours de cet atelier, même si nous ne sommes pas parvenus, faute de temps, à l'élaboration d'une activité mathématique, nous avons esquissé diverses pistes pour la construire. Les difficultés de réalisation de ce type d'activité ont bien été mises en évidence. Il s'agit du jeu constant et subtil entre les activités induites ou non, et l'importance des supports matériels pour le mener à bien. C'est pourquoi, il faut proposer une démarche pas-à-pas. En toile de fond transparaît la question de comment les enfants se forgent eux-mêmes leur savoir.

L'importance du côté culturel de ces activités a également été largement évoquée tout au long de la discussion. Le thème choisi doit permettre d'aborder des notions ou un théorème fondamental en mathématiques et l'élaboration de l'activité est un processus de vulgarisation de la culture mathématique.

BIBLIOGRAPHIE

[1] AUTIER B., MITTELBRONN A.C., CRON M., WACH N. & WAMBST M. (2004) *Spirales végétales et suite de Fibonacci : un atelier mathématique pour les enfants*, Bulletin de l'APMEP, **455**, 759-778.

[1'] AUTIER B., MITTELBRONN A.C., CRON M., WACH N. & WAMBST M. (2004) *Un atelier mathématique : Spirales Végétales et suite de Fibonacci*, Cahiers de la Mission Laïque Française.

[2] AUTIER B., MITTELBRONN A.C., CRON M., WACH N. & WAMBST M. (2004) *Combinatoire des dominos, un atelier mathématique pour les enfants*, L'Ouvert, **110**, 57-74, IREM de Strasbourg.

[3] AUTIER B., MITTELBRONN A.C., CRON M., WACH N. & WAMBST M. (en préparation) Des ateliers mathématiques pour les enfants, *Brochure, IREM de Strasbourg*.

[4] Document d'application des programmes (2003) Mathématique, Cycle 3, *Collection Ecole, SCEREN (CNDP)*.

[5] BERGE C. (2000) La théorie des graphes, *Birkhäuser, Bâle*.

DE LA LECTURE D'ÉNONCÉS AU SENS DES OPÉRATIONS

Michèle MUNIGLIA - Philippe LOMBARD

Article non communiqué

À PROPOS DE L'ENSEIGNEMENT DES SOLIDES : QUELLES MATHÉMATIQUES FAIRE VIVRE À L'ÉCOLE ? QUELS OUTILS POUR LA FORMATION DES MAÎTRES ?

Jean-Claude AUBERTIN

Yves GIRMENS

Claude MAURIN

Louis ROYE
Formateurs en IUFM, membres de la Copirelem

Résumé
Cet atelier prolonge la réflexion de la Copirelem sur les finalités de l'enseignement des mathématiques à l'école qui s'est concrétisée par un atelier proposé lors du colloque du XXXI^{e} colloque à Foix.
Ce premier travail avait permis de dégager trois orientations autour desquelles s'organise l'enseignement des mathématiques : rationalité et raisonnement, culture, intégration sociale et citoyenne.
Cette fois-ci, l'atelier a pour objectif d'étudier comment il est possible d'intégrer ces orientations dans les actions de formation des maîtres afin qu'elles participent à la construction de leur rapport aux mathématiques. La réflexion s'appuie sur deux situations de formation concernant les solides qui peuvent être transposées en cycle 3.

Mots-clés : Rationalité - argumentation - référent culturel - modèle.

I – INTRODUCTION

L'atelier s'inscrit dans la continuité d'une réflexion engagée par la Copirelem sur le questionnement « Quelles mathématiques faire vivre à l'école ? Quels outils pour la formation des maîtres ? ». Cette réflexion a déjà donné lieu à deux ateliers lors du colloque précédent de Foix, l'un à propos de l'enseignement de la soustraction, l'autre, animé par les mêmes formateurs présents, à partir des solides.
Cette première étape a conduit à mettre en évidence trois grandes orientations de l'enseignement des Mathématiques à l'école : La rationalité et le raisonnement, la culture, l'intégration sociale et la formation du citoyen.
L'atelier a pour objectif d'étudier de quelle manière on peut faire intervenir ces trois orientations en formation à propos de situations de formation sur les solides, afin que les personnes en formation prennent en compte ces orientations pour faire vivre à leurs élèves des situations analogues.
L'atelier se déroule en deux temps : la première partie vise à permettre aux participants de s'approprier deux situations susceptibles d'être proposées en formation des professeurs des écoles : « le solide caché » proposé par Louis Roye, puis « le cube Soma » présenté par Claude Maurin ; en deuxième partie, il est proposé aux participants de réfléchir à la manière dont on peut les exploiter en formation, en mettant en évidence les orientations évoquées plus haut - pour qu'elles puissent servir d'appui à ces maîtres quand ils proposeront ces situations à leurs élèves.

II – ÉTUDE DES SITUATIONS

II – 1 Le Solide Caché

II – 1.1 Description de la situation

Un solide est caché dans une boîte. Afin de le reproduire à l'identique, il s'agit, par groupes de 4, d'en réaliser un patron par un jeu de questions fermées posées à un groupe auquel le solide a été préalablement remis. Les questions sont fermées dans le sens où les réponses ne peuvent être que "oui", "non" ou un nombre. Si les questions sont imprécises ou incompréhensibles, la réponse sera "on ne peut pas répondre".
Il est convenu que l'enseignant écrit au tableau, en abrégé, les questions et les réponses pour une étude ultérieure.
Quand les indications recueillies par le jeu "questions–réponses" sont jugées suffisantes ; dans chaque groupe, chacun tente de construire un patron correspondant aux informations afin de réaliser le solide envisagé. Les différentes productions sont d'abord comparées entre elles puis au solide modèle.
On procède alors à l'examen critique du questionnaire : questions imprécises qui n'ont pas reçu de réponses, questions superflues, *etc*.

II – 1.2 Mise en situation et recherche

Trois groupes « Questions » sont constitués (GQ) formés de trois ou quatre personnes. Les groupes « Questions » ne connaissent pas le solide caché et se concertent pour choisir des questions à poser en vue de le déterminer.
Un groupe « Réponses » (GR), composé de deux personnes qui disposent du solide a comme tâche de prévoir les questions qui pourraient leur être posées et de préparer des réponses à donner à ces questions.

II – 1.3 Phase de questions – réponses

Les groupes « questions » (GQ) posent, à tour de rôle, des questions au groupe-réponse qui répond par oui ou par non. L'animateur a écrit les questions et réponses au tableau :

GQ1 : *Le solide a-t-il des faces ?*	*Oui*
GQ2 : Est-*ce un polyèdre ?*	*Oui*
GQ3 : Quel *est le nombre de faces ?*	*5*
GQ1 : *Combien y a-t-il de natures de faces différentes ?*	*3*
GQ2 : *Comprend-il des faces triangulaires ?*	*Oui*
GQ3 : *Comporte-t-il des faces polygones réguliers ?*	*Oui*
GQ1 : *Quel est le nombre maximal de côtés pour une face ?*	*4*
GQ2 : *Ne comprend-il que des triangles et des quadrilatères ?*	*Oui*
GQ3 : *Tous les polygones sont-ils réguliers ?*	*Non*

GQ1 : *Possède-t-il un plan de symétrie ?*	*Oui*
GQ2 : *Y a-t-il des triangles non équilatéraux ?*	*Oui*
GQ3 *: Est-il concave ?*	*Non*
GQ1 : *Combien a-t-il d'arêtes ?*	*8*
GQ3 : Combien *a-t-il de sommets ?*	*5*
GQ3 : *Y a-t-il un rectangle non carré ?*	*Non*

Il décide, après sondage des groupes-questions pour savoir s'ils ont recueilli assez d'informations pour trouver la solution, d'interrompre le questionnement.

II – 1.4 La solution de chaque groupe

Chaque groupe GQ propose sa solution et dit s'il peut, avec les informations recueillies, construire un patron du solide ou s'il lui manque des informations.

Voici les réponses fournies par les trois groupes :

GQ3 : *C'est une pyramide avec des triangles rectangles. Il manque le modèle, la nature des triangles, les dimensions.*

GQ2 : *C'est une pyramide à base carrée avec des arêtes perpendiculaires au plan du carré. Il manque les dimensions.*

GQ1 : *C'est une pyramide à base losange ou trapèze isocèle ou carré. Il manque les dimensions et la position du sommet par rapport à un axe de symétrie de la base.*

Le solide est ensuite dévoilé par l'animateur, ce qui permet à chaque groupe de valider ou d'invalider sa solution.

II – 2 Le Cube Soma

II – 2.1 Description de la situation

L'animateur présente le « cube Soma » : un ensemble de pièces permettant de reconstituer un cube et formé de 6 tétracubes et 1 tricube, soit l'équivalent de 27 cubes élémentaires en 7 pièces toutes différentes.

Il présente ensuite la situation telle qu'on peut la proposer à des élèves de cycle 3.

Les élèves ont construit les différentes pièces lors de séances précédentes. Ils sont maintenant répartis en groupes et disposent des pièces qu'ils ont réalisées. Le problème leur est alors posé : peut-on réaliser un cube avec ces 7 pièces ?

Lorsque les groupes ont réussi, non sans difficulté, à obtenir un cube, le maître leur propose de chercher un moyen pour se rappeler comment les pièces ont été assemblées pour pouvoir remonter le cube une autre fois.

La situation a comme objectif d'amener les enfants à « inventer » un moyen de représenter par un dessin sur un plan une configuration spatiale.

II – 2.2 Mise en situation et recherche

Deux cubes Soma (non assemblés) sont distribués à chacun des trois groupes formés dans l'atelier (G1, G2, G3).

G1 réalise le cube très vite, G2 y parvient après 7 à 8 minutes de recherche et G3 ne réussit pas.

Ce travail est loin d'être simple et reste difficile, même après un succès et ce, tant que l'on n'a pas élaboré une méthode que l'on peut contrôler et reproduire. L'animateur rappelle la suite de l'activité, telle qu'elle est prévue en cycle trois : le maître demande alors aux élèves (qui s'insurgent) de démonter le cube qu'ils viennent de réaliser et précise qu'il leur faut trouver un moyen de se rappeler comment le construire ; il s'agit pour eux de trouver un moyen de conserver la mémoire de la construction.

La première partie de l'atelier avait pour objectif de permettre aux participants de s'approprier deux situations sur les solides qui vont servir de support à l'élaboration d'une séance de formation des maîtres.

III – RÉFLEXION RELATIVE AUX TROIS ORIENTATIONS

Les animateurs proposent aux participants d'engager une réflexion autour de la question : comment peut-on exploiter ces deux situations en formation des maîtres pour faire intervenir les trois orientations en rapport avec l'enseignement des mathématiques à l'école (voir annexe 2) ?

Ils suggèrent d'utiliser ces deux situations en mettant en œuvre un processus « par homologie », en référence à l'un des modèles décrits par Alain Kuzniak dans le cadre de ses travaux sur l'étude des stratégies de formation (annexe 1).

Alain Kuzniak définit une stratégie d'homologie comme une situation dans laquelle le formateur cherche à « transmettre sa propre conception de l'enseignement des mathématiques, en la mettant en œuvre dans son enseignement, et des habiletés de gestion d'un groupe classe ; il construit des séances à visée mathématique ou didactique ; il attend que les étudiants utilisent dans leurs classes, des mises en œuvre proches de celles des séances qu'ils ont vécues comme élèves ».

Pour ce travail, les participants sont répartis en quatre groupes de trois personnes : G1, G2, G3 et G4.

La consigne suivante est alors donnée aux participants :

« *Imaginez de quelle(s) manière(s) vous proposeriez ces deux situations en formation (initiale / continue), en essayant de définir des modalités qui fassent intervenir les trois grandes orientations et qui les mettent en évidence pour les personnes en formation* ».

Il est précisé aux participants que les modalités qu'ils vont proposer doivent viser à faire apparaître les trois orientations comme un référent pour les maîtres en formation, qui leur permettra d'organiser la situation pour leurs élèves de manière à favoriser certains apprentissages en rapport avec les trois orientations.

Après avoir pris connaissance des descriptifs complets des deux situations, distribuées sous la forme d'un document écrit (annexe 3), il était prévu que les groupes G1 et G2 travaillent à partir de la situation du solide caché et les groupes G3 et G4 à partir de la situation du cube Soma. Devant le manque de temps, afin d'étudier la question de manière suffisamment approfondie, il est décidé que tous les groupes travailleront seulement sur la situation du solide caché. Chaque groupe présentera le compte-rendu de ses réflexions à l'aide d'un transparent lors de la mise en commun.

De manière générale, dans leurs propositions, les divers groupes ont conservé certaines phases dans les scénarios des situations qui étaient fournis et en ont modifié certaines autres en relation avec les trois orientations repérées.

La plupart des suggestions faites visent à mettre en place, lors des différentes phases de la situation, des moyens d'observation et d'enregistrement afin de pouvoir faire remonter, lors d'une phase de retour sur la situation à prévoir en fin de séance, des éléments d'analyse et de questionnement sur les trois orientations.

Rapport du groupe G1

En s'appuyant sur le scénario décrit dans le document (annexe 3), les aménagements suivants sont proposés :

- lors de la phase 1 : une question concernant l'orientation « rationalité et raisonnement » pourrait être confiée au groupe-réponses, par exemple « Quelles connaissances seront mises en jeu dans le raisonnement ? ». Ce groupe aura pour tâche de reconstituer le raisonnement mis en œuvre au fil du questionnement et d'en rendre compte lors du moment de retour ;
- lors la phase 2 : pour chaque groupe-questions, un observateur est désigné dont le rôle est d'enregistrer les modifications qu'apportent les questions des autres groupes sur la position de son propre groupe.
  Lors d'un moment de retour, chaque observateur pourra ainsi faire l'historique du cheminement du groupe ;
- concernant les phases 3 et 4 : lors du moment de retour, il est suggéré d'interroger les participants sur l'intérêt et la légitimité du travail de groupes. Pour illustrer l'orientation culturelle des mathématiques, on pourra questionner les participants sur les référents culturels, les méthodes et les instruments qui leur ont été utiles pour construire un patron d'un solide ;
- concernant la phase 5 : un débat pourra être engagé sur le choix du solide en rapport avec la dimension culturelle : pourquoi avoir choisi une pyramide ? pourquoi pas une pyramide régulière ?

Rapport du groupe G2

- Pour les phases 1 et 2 : Le groupe pense qu'il faut s'interroger sur la place que l'on peut donner à cette activité en formation des Professeurs des Écoles 2^{e} année, pour un groupe « standard » et sur les pré- requis nécessaires ?
  A l'issue de la phase 2, il est possible, lors d'une pause, de susciter un échange pour savoir si le groupe-réponses a pu répondre à toutes les questions posées. Cela peut

permettre ensuite d'aborder la notion de référents culturels mathématiques communs à tous (vocabulaire, caractérisation…)

- Pour la phase 3 : il est proposé de demander la « réalisation du solide » au lieu de la « réalisation du patron ».
- Pour la phase 4 : lors du moment de validation, en cas d'échec, on peut demander à chaque groupe de débattre pour trouver les raisons de l'échec et pour identifier les manques.

Remarques : les orientations « raisonnement et méthodes » et « apprentissage de l'esprit critique et du discernement » peuvent – elles être abordées en même temps ?
Cela ne dépend-il pas de l'objectif choisi pour cette activité : est-il de faire construire le solide ou de se centrer sur le processus d'acquisition ?

Rapport du groupe G3

Le groupe met en avant la nécessité de faire vivre la situation aux maîtres en formation et simultanément, tout au long de son évolution, de ménager des temps de prise de recul pour analyser les moments vécus, en rapport avec les trois orientations. Il s'agit de développer chez les maîtres en formation une attitude réflexive afin qu'ils prennent conscience des aspects en jeu rattachés aux trois orientations, pour, à leur tour, les investir dans leur propre enseignement. Il est alors nécessaire que le formateur aborde la question de la transposition des éléments repérés dans une situation analogue proposée à des élèves. On retrouve le principe d'une stratégie de formation par homologie-transposition (annexe1).

Rapport du groupe G4

Le groupe ne propose pas de modalités nouvelles de la situation dans le cadre d'une formation des maîtres mais expose des questions en débat.

1) Est-ce qu'il est pertinent de donner la grille présentant les trois orientations aux maîtres en formation ? Peut-être pas, puisqu'il n'est pas concevable que les stagiaires, donnent à leur tour, la grille à leurs élèves !
2) Serait-il intéressant de faire échanger aux groupes leur codage, afin qu'ils en mesurent l'efficacité ?
3) Avec des stagiaires, comme on peut le faire avec des élèves, ne peut-on pas prévoir au terme de l'activité, un moment de bilan où on leur demandera ce qu'ils ont appris ? Cela pourra permettre d'aborder avec eux les trois dimensions, raisonnement, culture commune et esprit critique.
4) Peut-on choisir de mettre des stagiaires en retrait pour observer leurs collègues ? En les extrayant de l'action ne risque-t-on pas de provoquer chez eux une frustration ? De plus, un groupe qui se sait observé fonctionne-t-il comme un groupe non observé ?
5) Est-il raisonnable de viser les trois orientations en même temps ? Ne convient-il pas de privilégier l'un des aspects que l'on va développer lors du moment d'analyse réflexive ?

En conclusion, les animateurs soulignent la nécessité, évoquée par tous les participants dans leurs propositions, une fois que chaque situation a été proposée à des enseignants en formation, d'organiser un moment pour faire un « pas de côté » dans la logique d'un processus par homologie, tel qu'Alain Kuzniak l'a défini.

Ce moment sera d'abord l'occasion d'analyser et d'expliciter quels apprentissages, rattachés aux trois orientations repérées, cette situation favorise et met en œuvre. Il sera nécessaire ensuite d'étudier avec les enseignants en formation, de quelle manière ces apprentissages peuvent être privilégiés chez les élèves en leur faisant vivre la même situation. Cela permettra d'aborder des questions relatives au contenu, aux modalités, à la gestion dans tous les aspects concernant ces apprentissages. Il sera nécessaire d'expliciter avec eux les conditions de la transposition de la situation dans une classe et de préciser que les trois orientations constituent, pour le maître, un référent qui lui permet de prévoir et de mettre en œuvre la situation avec les élèves, mais qu'il ne saurait être question d'aborder ces orientations directement avec les élèves.

BIBLIOGRAPHIE

AUBERTIN J-C., MAURIN C., GIRMENS Y., ROYE L. (2003) *A propos de l'enseignement des solides, quelles mathématiques faire vivre à l'école ?,* in Actes du Colloque COPIRELEM de Foix.

KUZNIAK A. (2003) *Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématique*, 7-22, in Carnet de route de la COPIRELEM, Concertum Tome 3, COPIRELEM.

CRDP de Lille (2000) *Travaux géométriques au Cycle 3*, Brochure de l'Irem de Lille.

ANNEXE 1

STRATÉGIES DE FORMATION REPÉRÉES PAR ALAIN KUZNIAK

- **Stratégies culturelles** : le formateur diffuse une information ; il veut accroître le savoir mathématique (ou éventuellement didactique) de l'étudiant, sans se préoccuper de la mise en œuvre ultérieure par l'étudiant dans les classes.

- **Stratégies de « monstration »** : le formateur cherche à transmettre une pratique d'enseignement, en montrant sa mise en œuvre effective dans les classes, soit in vivo, soit via une vidéo…L'étudiant regarde un maître qui fait la classe en visant un objectif mathématique.

- **Stratégies d'homologie** : le formateur cherche à transmettre sa propre conception de l'enseignement des mathématiques, en la mettant en œuvre dans son enseignement, et des habiletés de gestion d'un groupe classe ; il construit des séances à visée mathématique ou didactique ; il attend que les étudiants utilisent dans leurs classes, des mises en œuvres proches de celles des séances qu'ils ont vécues comme élèves.

- **Stratégies de transposition** : le formateur cherche à transmettre un savoir de référence sur l'enseignement et tente de maîtriser le phénomène d'adaptation opéré par les étudiants.

ANNEXE 2

« Quelles mathématiques faire vivre à l'école ? »

Référent d'analyse

ORIENTATIONS	TYPES D'APPRENTISSAGES
1) Rationalité et Raisonnement	Apprentissage de raisonnement. Apprentissage de modèles. Apprentissages de méthodes.
2) Culture	Apprentissage de référents culturels mathématiques. Acquisition d'une culture commune. Acquisition d'une compréhension du monde. Développement du plaisir de chercher, de la capacité à produire des efforts.
3) Intégration sociale et formation du citoyen	Apprentissage de l'argumentation avec des pairs. Développement de l'esprit critique et apprentissage au discernement. Développement de compétences ouvrant des perspectives d'avenir. Construction d'outils. Acquisition de méthodes pragmatiques.

ANNEXE 3

Le Solide Caché (Situation proposée par Louis Roye)

1. ***Description de la situation***

Un solide est caché dans une boîte. Afin de le reproduire à l'identique, il s'agit, par groupes de 4, d'en réaliser un patron par un jeu de questions fermées à destination d'un groupe auquel le solide a été préalablement remis. Les questions sont fermées dans le sens où les réponses ne peuvent être que "oui", "non" ou un nombre. Si les questions sont imprécises ou incompréhensibles, la réponse sera "on ne peut pas répondre". Il est convenu que l'enseignant écrit au tableau, en abrégé, les questions et les réponses pour une étude ultérieure...Quand les indications recueillies par le jeu "questions–réponses" sont jugées suffisantes, dans chaque groupe, chacun tente de construire un patron correspondant à ces indications afin de réaliser le solide envisagé. Les différentes productions sont d'abord comparées entre elles puis au solide modèle. On procède alors à l'examen critique du quesionnaire : questions imprécises qui n'ont pas reçu de réponses, questions superflues…

2. ***Description du scénario***

<u>Première phase : préparation</u>

Après la présentation de l'activité**,**

- un groupe de 4, que nous appelerons "groupe réponses", GR, reçoit le solide qui doit rester caché aux autres groupes. Un premier travail pour ce groupe va consister à étudier les propriétés du solide afin de savoir répondre aux questions qui vont être posées, (le solide n'est plus visible pendant le questionnement).
- Les autres groupes de quatre, que nous appelerons "groupes questions", GQ, préparent par écrit les questions qui vont être posées au GR afin d'obtenir les indications en vue de la production d'un patron du solide caché.

<u>Deuxième phase : recherche d'informations</u>

Le jeu des questions-réponses commence. Chaque GQ pose, à tour de rôle, une question au GR, afin d'obtenir des renseignements permettant de construire un patron du solide caché. Chacun des GQ profite donc des informations recueillies à partir des questions des autres groupes.

Des moments-bilan sont décidés par l'enseignant pour que chaque groupe puisse faire le point et éventuellement réajuster son questionnement.

Le rôle de l'enseignant est ici de gérer le déroulement du jeu, sans intervenir sur les contenus sauf en cas de litige. Il note au tableau dans un style télégraphique les questions et les réponses.

<u>Troisième phase : résolution</u>

L'avancée dans le questionnement amène l'enseignant à la question : "Pensez – vous avoir assez de renseignements ? ". Si un consensus se dégage, on passe à la construction du patron. Si un groupe est en difficulté, l'enseignant demande à ce groupe de désigner un représentant qui pourra aller voir le groupe GR et lui demander de le laisser regarder le solide dans la boîte pendant quelques instants. Le rôle de ce représentant sera alors de communiquer aux autres le fruit de sa brève observation et ce, afin de débloquer le situation.

<u>Quatrième phase : communication et validation</u>

Il s'agit d'abord d'obtenir le solide par pliage à partir du patron, puis de confronter sa réalisation à celles des autres au sein du groupe.

Il se peut qu'un seul patron ait été réalisé dans tel ou tel groupe car il a été produit collectivement par fabrication des différentes faces et collage selon une arête par essais successifs. Dans ce cas, la confrontation se fait avec un autre groupe.

Ces confrontations ont pour objectif de provoquer les justifications, de prendre en compte les erreurs : renseignements insuffisants, mauvaise interprétation des informations, erreurs dans les calculs de longueurs, tracés incorrects…

On compare alors les productions à l'un des patrons que le GR a pu réaliser du solide-modèle. (Plusieurs patrons sont possibles).

<u>Cinquième phase : examen du questionnaire</u>

Collectivement on procède à l'analyse critique du questionnaire relevé au tableau par l'enseignant : Pourquoi le GR n'a pu répondre à telle ou telle question ? Est-ce que toutes les questions posées étaient nécessaires ? On peut décider alors de rechercher un nombre minimal de questions.

LES ANALYSES DE VIDÉOS : OUTILS DE RECHERCHE ET MOYENS DE FORMATION

Éric RODITI
Maître de conférences, IUFM Nord Pas-de-Calais
Équipe DIDIREM de l'Université Paris 7
eric.roditi@free.fr

Résumé
Sur un extrait de vidéo tournée en classe, l'atelier a présenté diverses analyses qui ont été confrontées. Il a ainsi été montré comment la vidéo sert d'outil de recherche pour analyser les pratiques d'enseignement, puis sur la même vidéo, comment les mêmes outils – éventuellement transformés – ou d'autres types d'analyses servent en formation.
Les recherches qui servent de référence aux formations présentées et discutées dans l'atelier portent sur les pratiques des enseignants en classe en relation avec les activités mathématiques des élèves qui nous permettent d'émettre des hypothèses sur leur apprentissage. La construction des connaissances mathématiques des élèves en situation scolaire dépend en effet de facteurs très variés, pris en compte différemment selon les recherches en didactique des mathématiques : le fonctionnement du système éducatif, y compris les programmes ; les situations d'enseignement proposées en classe et les activités mathématiques effectives des élèves ; les interactions professeur/élèves et élèves/élèves ; le projet de l'enseignant, avec ses conceptions, ses expériences, ses connaissances, sa représentation du métier, etc. Les recherches dont il est question amènent à préciser les activités que les enseignants organisent pour les élèves et à étudier les déterminants de leurs pratiques (les contraintes, fixées par l'institution ou liées à l'exercice du métier, mais aussi les conceptions personnelles des mathématiques et de leur enseignement).
Ce qu'on cherche à transmettre en formation concerne essentiellement deux aspects. D'une part des moyens d'analyser, à partir de vidéos, même sommairement, les activités des élèves à partir de ce que provoque le professeur, et d'autre part les moyens d'aborder les alternatives, avec à la fois les contraintes qui pèsent sur chaque enseignant et les marges de manœuvre qui comportent une dimension individuelle essentielle.

Cet atelier a été construit à partir d'une conférence donnée à quatre voix au colloque
“ Former des enseignants – professionnels, savoirs et compétences ”
qui s'est tenu à Nantes en février 2005.
Les quatre voix étaient celles de :

Christophe Hache, maître de conférences, Université Paris 7,

Julie Horoks, doctorante, Équipe DIDIREM de l'Université Paris 7,

Aline Robert, professeur d'université, IUFM de Versailles

Éric Roditi, maître de conférences, IUFM Nord Pas-de-Calais.

INTRODUCTION

Sur l'exemple d'une vidéo, nous avons présenté des outils d'analyse des pratiques d'enseignement qui ont été utilisés dans des recherches en didactique des mathématiques. Nous avons indiqué ensuite des résultats que ces recherches ont permis d'obtenir. Nous avons aussi présenté des formations d'enseignants et de formateurs où la vidéo analysée précédemment a été utilisée. Ces différentes présentations ont été l'objet de discussions avec les membres de l'atelier.

Le texte ci-dessous possède une structure qui ne rend pas compte de ces discussions : celles-ci ont permis à la fois d'éclaircir les outils et de discuter des recherches et des formations, avec de nombreux allers et retours entre les parties qui composent ce texte.

L'introduction présente la diversité des dimensions des pratiques d'enseignement qui sont convoquées dans les recherches en didactique des mathématiques, puis elle précise les recherches et les formations qui ont été présentées durant l'atelier. Le texte les développe ensuite en deux parties : les outils et les résultats de recherche sur les pratiques qui ont été montrés et discutés d'une part, les inférences qui en ont été tirées sur la formation d'autre part. Dans la conclusion, en tenant compte des discussions de l'atelier, nous proposons des pistes de travail qui concernent les chercheurs et les formateurs, principalement sur l'articulation entre la recherche et la formation.

1 – La diversité des dimensions convoquées en didactique

La construction des connaissances mathématiques des élèves en situation scolaire dépend de facteurs très variés qui sont pris en compte différemment selon les recherches en didactique des mathématiques. Nous les présentons ici sommairement.

En amont de ce qui est proposé aux élèves, le système éducatif contraint l'enseignement, particulièrement les savoirs mathématiques enseignés : ceci se marque notamment dans les programmes et dans des phénomènes liés à la transposition didactique (cf. Y. Chevallard).

En classe, en partie au moins, l'apprentissage des élèves découle de leur activité. Cette activité dépend – mais pas seulement – des choix de présentation du savoir par l'enseignant et des mises en fonctionnement de ce savoir qui sont proposées aux élèves[1]. L'activité mathématique des élèves dépend donc de l'enseignant, notamment par les dynamiques qu'il choisit entre le cours et les exercices, et par la variété des exercices qu'il propose[2]. Elle dépend également de l'organisation du travail des élèves en classe car cette organisation compte de façon importante dans la caractérisation des situations réellement rencontrées. Ainsi, la répartition du travail entre l'enseignant et les élèves, les validations et les corrections apportées, sont autant de facteurs qui influencent l'activité des élèves. Cette activité dépend encore de la classe elle-même, de son hétérogénéité : celle-ci pèse notamment sur le temps didactique, dont on sait bien qu'il diffère du temps d'apprentissage de chaque élève.

---

[1] G. Brousseau distingue ainsi plusieurs types de situations dans la classe, notamment les situations d'action, de formulation, de validation.

[2] Y compris ce qui n'est pas enseigné.

Plus finement, les interactions qui ont lieu en classe – entre pairs ou entre le professeur et les élèves – et hors la classe, peuvent aussi contribuer aux apprentissages ainsi que le langage, qui joue un rôle à la fois dans l'étiquetage des connaissances, dans la mise en acte des méthodes et des techniques, et dans les jeux de communication. De même, les représentations (signes, symbolisme, registres variés) et leurs transformations qui interviennent dans l'activité mathématique, et cela dès l'école primaire, donnent un rôle particulier à l'écrit dans l'apprentissage.

Ainsi, globalement, le professeur – avec ses conceptions, ses expériences, ses connaissances, sa représentation du métier – définit son projet d'enseignement et modèle ce qui se passe en classe ; il donne en particulier une empreinte à l'enseignement sur le long terme. Ce qui se passe dans telle séance de telle classe est donc partiellement déterminé par le professeur, avant et pendant la séance, et par les élèves durant la séance. Mais partiellement seulement, car compte aussi ce qui s'est passé en classe avant cette séance, et ce qui se passe hors de la classe. Les conceptions des élèves, leurs rapports au savoir, leur héritage social et culturel, interviennent indéniablement dans les processus scolaires ; tout comme les conceptions des enseignants, elles aussi, modèlent leurs pratiques en classe.

Partiellement aussi car des composantes plus psychologiques et psychanalytiques, comme la mémoire ou l'affectif, sont autant de facteurs qui conditionnent évidemment les apprentissages. Ces facteurs ne sont généralement pas pris en compte directement par les didacticiens. Des travaux co-disciplinaires, par exemple ceux que C. Blanchard-Laville (2003) a coordonnés, montrent tout l'intérêt de prendre en compte la composante psychanalytique, et plus généralement l'espace psychique de la classe.

2 – Les recherches qui ont servi de référence à l'atelier

Les recherches en didactique des mathématiques qui servent de référence aux formations que nous avons présentées dans l'atelier, ont les pratiques des enseignants comme objet central d'analyse. Les pratiques des enseignants principalement en classe, et essentiellement en relation avec les activités mathématiques des élèves, en classe comme à la maison. Ces recherches amènent donc à étudier les pratiques enseignantes, mais aussi les déterminants de ces pratiques : des contraintes sociales ou fixées par l'institution, et des conceptions personnelles des enseignants, notamment liées à l'exercice du métier. Et nous tenons compte de ces déterminants en formation.

Les analyses menées dans le cadre de nos recherches sont organisées à partir des séances de classe qui ont été enregistrées, et d'entretiens avec les professeurs. Elles croisent des facteurs extérieurs à la classe concernant le professeur, les élèves, l'établissement, *etc.* à des observables qui sont relevés en classe ou à partir des enregistrements : observables des pratiques de l'enseignant d'une part, des activités des élèves d'autre part. Ces analyses peuvent amener de nouvelles questions, notamment sur des alternatives éventuelles – leur viabilité et leurs effets potentiels.

Les indicateurs retenus pour décrire les observables dépendent des recherches, - et notamment du nombre de séances analysées - et du niveau scolaire. La nature des indicateurs à choisir, tout comme le grain à retenir pour les analyses sont même des questions en partie encore ouvertes. Par exemple, on peut se demander jusqu'où étudier le discours de l'enseignant, et ce qu'on gagne à croiser des analyses sémantiques avec d'autres analyses, par exemple sur certains marqueurs linguistiques.

3 – Les formations qui ont été présentées et discutées dans l'atelier

Les formations présentées et discutées dans l'atelier sont des formations que nous avons organisées nous-mêmes, en relation avec nos recherches. La sélection des vidéos analysées est sans doute une variable importante des dispositifs. Néanmoins, indépendamment des vidéos elles-mêmes, ce qu'on cherche à transmettre aux enseignants et aux formateurs concerne précisément deux aspects. D'une part on cherche à transmettre des moyens d'analyser les activités des élèves à partir de ce que propose le professeur et à engager une réflexion des participants au stage à ce propos, en sachant que les analyses portent, non pas exactement sur ce qui se passe en classe et après, mais seulement sur une vidéo. D'autre part, on travaille les moyens d'aborder les alternatives, c'est-à-dire à la fois les contraintes qui pèsent sur les enseignants et les marges de manœuvre dont ils disposent, avec la part incompressible de l'individuel dans les choix effectués réellement. Cependant, même si ce sont les vidéos des participants qui sont étudiées, nos analyses ne sont pas directement des analyses réflexives de pratiques, au sens de M. Altet[3] par exemple ; il nous semble qu'elles en sont complémentaires. Nous reviendrons sur le type de formation où peuvent être mis en place ces objectifs.

En ce qui concerne la formation des formateurs, nous pensons que ces derniers, comme les professeurs, doivent avoir des moyens pour analyser les pratiques d'enseignement et déterminer des alternatives, mais ils doivent aussi appréhender les problèmes de transmission de pratiques. C'est pourquoi nous essayons de leur donner accès aux inférences que les chercheurs peuvent engager sur la formation à partir des recherches sur les pratiques. En outre, nous pensons que les formateurs, indépendamment des formations que nous leur proposons, doivent savoir accéder à ces résultats de recherche, doivent savoir se les approprier de manière critique et les adapter à différents publics. Ces dernières compétences n'apparaissant pas comme un développement direct des recherches que nous présentons, elles n'ont pas été abordées dans l'atelier et ne seront pas reprises dans ce texte.

I – LES PRATIQUES ENSEIGNANTES : RECHERCHES ET RÉSULTATS

Les travaux présentés dans l'atelier concernent des analyses de pratiques et de formation du second degré. Cela mérite quelques éclaircissements puisque le colloque vise les formateurs des enseignants du premier degré. Comme il a été dit, cet atelier est inspiré d'une communication faite au colloque « Former des enseignants – professionnels, savoirs et compétences » qui s'est tenu à Nantes en février 2005. Il nous a été demandé par des organisateurs du colloque d'adapter cette communication, charge aux participants de l'atelier d'effectuer les éventuelles transpositions nécessaires si possible. Le pari des organisateurs a été gagné : les discussions qui ont nourri l'atelier ont montré l'intérêt de ces travaux dans un colloque centré sur l'enseignement du premier degré.

[3] Cf. M. Altet (2004).

I – 1 Rappels sur les premières recherches en didactique

En ce qui concerne les apprentissages des élèves en mathématiques, des résultats spécifiques ont été obtenus depuis une trentaine d'années en didactique, à différentes échelles et avec des objectifs variés, de la modélisation du système d'enseignement à la compréhension de phénomènes qui surviennent en classe. Certains acquis sont liés à des aspects épistémologiques des mathématiques, ils conduisent à une meilleure connaissance des contraintes des programmes, ils montrent aussi que les notions mathématiques ne sont pas toutes équivalentes [4] et qu'il est nécessaire de le prendre en compte dans l'enseignement. D'autres acquis concernent des aspects didactiques : l'« inégalité » de différents types d'activités d'élèves pour leur apprentissage, l'importance du contrat par exemple pour comprendre et relativiser certains apprentissages, l'importance du jeu ancien/nouveau, des jeux de cadres, etc. Des domaines des mathématiques ont été étudiés plus particulièrement, comme les nombres et les opérations, l'algèbre élémentaire, la géométrie ou encore les démonstrations. Il y a aussi des travaux liés aux difficultés spécifiques en ZEP, mais les recherches y sont très difficiles, notamment car les approches seulement didactiques ou seulement ergonomiques ou seulement sociales ne sont satisfaisantes : une pluralité d'approches simultanées semble nécessaire pour obtenir des résultats stables.

Des « ingénieries » ont été conçues pour mieux diagnostiquer les apprentissages. Les observations de classe qui y étaient développées étaient outillées par des enregistrements audio dont l'écoute et l'analyse, indispensables pour la recherche, étaient trop fastidieuse pour être proposées en formation à l'analyse des pratiques. Ces ingénieries peuvent en revanche être utilisées dans l'enseignement pour aider les élèves à apprendre certains notions : elles s'appuient sur des problèmes adéquats qui conduisent une mise en œuvre de ces notions par les élèves avant l'exposition du savoir, les interventions de l'enseignant qui a conduit l'expérimentation en classe sont indiquées.

I – 2 Une diffusion limitée des recherches

Cependant d'autres recherches ont montré[5], au moins sur des sujets précis comme les décimaux par exemple, que ces ingénieries n'étaient pas adoptées par les enseignants. Pourquoi ? Quatre facteurs au moins peuvent l'expliquer pour le second degré :

- la difficulté d'adaptation pour un professeur donné qui peut avoir des représentations en contradiction avec celles des concepteurs des ingénieries, ou bien, même s'il y a convergence de représentations, différences entre l'idéal didactique et le possible dans une classe ordinaire ;
- le manque de travail de « transposition » de la part des chercheurs : tout n'est pas à transmettre de l'ingénierie et il y a des adaptations à prévoir. Par exemple quelles analyses d'énoncés, et respectivement de déroulements en classes, adopter parmi toutes celles qui sont proposées en didactique ?

---

[4] A. Robert distingue les notions qui répondent à un problème et pour lesquelles il existerait des situations fondamentales au sens de G. Brousseau, de celles qui sont fondatrices, unificatrices ou généralisatrices et qui nécessiteraient d'autres modes d'enseignement.

[5] J. Bolon, 1996 et E. Roditi, 2001, 2005.

- dans les premières recherches au moins, le manque de prise en compte des pratiques effectives (notamment leur complexité, leur stabilité et leur cohérence) et de leur formation (notamment le rôle du collectif enseignant, du métier et des contraintes) ;
- et pour la transmission : la formation hétérogène des formateurs, la non cohérence des équipes de formation, la faible collaboration en acte des chercheurs et formateurs.

I – 3 Nouvelles recherches sur les enseignants et leurs pratiques

Depuis une dizaine d'années certaines de ces recherches ont évolué et ont aussi abordé les pratiques des enseignants : ce qu'ils font et ne font pas, disent et pensent, avant, pendant et après la classe. Beaucoup de ces recherches ont utilisé des analyses de vidéo.

Les analyses de vidéo ont permis à la fois d'établir des diversités et des régularités dans les pratiques, notamment dans les choix de contenus et de gestion des enseignants, et de commencer à en chercher des explications.

Citons quelques exemples de recherches menées au sein de notre équipe DIDIREM de l'Université Paris 7.

Sur des séances en classe de seconde et sur des contenus analogues, C. Hache (2001) a montré une diversité des choix des enseignants. Il a ainsi dégagé ce qu'il appelle l'« univers mathématique » d'une séance : c'est la recomposition, originale pour chaque professeur, de cinq indicateurs tenant à des choix de contenus (plus ou moins riches en termes d'activités élèves), à des choix de gestion (laissant plus ou moins de travail autonome aux élèves et de discussion entre eux), à des choix de discours de l'enseignant (selon l'ouverture par rapport à ce qui est en jeu), à des choix d'intervention relatifs aux productions des élèves (nature et modalité) et à des choix de modes de questionnements des élèves. Il met ainsi en évidence un certain nombre d'univers rencontrés dans les séances et illustre le fait qu'un enseignant donné ne provoque pas tous ces univers.

A. Robert et F. Vandebrouck (2002) ont montré des résultats analogues sur l'utilisation du tableau en classe : plusieurs modalités existent (le tableau utilisé comme un lieu de savoir, comme un lieu d'écriture, ou comme un brouillon public). Mais encore une fois un enseignant donné ne les emprunte pas toutes. En revanche, E. Roditi (1997) avait montré qu'un même professeur pouvait, pour un même enseignement, utiliser le tableau différemment dans deux classes, l'une étant composée d'élèves plus faibles que ceux de l'autre. En outre, ces recherches ont montré qu'une grande cohérence s'observe entre les utilisations du tableau et le reste de la gestion de la classe de mathématiques.

Afin de mieux comprendre les déroulements, E. Roditi (2001) a croisé deux séries d'analyses du travail de l'enseignant, les premières permettent d'étudier le travail que l'enseignant effectue pour répondre à des objectifs d'apprentissage des élèves, les secondes s'attachent à l'étude du travail que l'enseignant effectue pour répondre à des contraintes propres, professionnelles ou personnelles. Dans un deuxième temps, ce type de travail a été théorisé par A. Robert et J. Rogalski qui ont introduit une « *double approche des pratiques enseignantes* » pour analyser les pratiques enseignantes non seulement à partir de caractéristiques liées à ce qui est proposé aux élèves, mais aussi à partir de caractéristiques liées au fait qu'enseigner est un métier, une activité sociale, personnalisée, rémunérée, comportant de nombreuses contraintes, avec des habitudes

(A. Robert, 2001, A. Robert et J. Rogalski, 2002). E. Roditi (2004) a montré l'importance des *règles de métier* (cf. Y. Clot, 1999) et le rôle du collectif dans les pratiques des enseignants à partir d'une recherche effectuée dans un même collège et qui portait sur la gestion du travail à la maison des élèves de sixième.

C'est cette prise en compte imbriquée des deux points de vue, celui des apprentissages par l'intermédiaire des activités provoquées, et celui du métier par l'intermédiaire des contraintes et marges de manœuvre, qui a nécessité l'incursion de la didactique des mathématiques dans le cadre de l'ergonomie et de la psychologie du travail.

I – 4 Nouvelles hypothèses sur les pratiques enseignantes

Dans la lignée des travaux menés autour d'Aline Robert, nous admettons qu'assez rapidement, pour un enseignant donné, les pratiques sont <u>stables</u> (c'est-à-dire qu'il prend des décisions analogues dans des situations analogues). Cela nous autorise des analyses limitées à quelques séances. Cette stabilité est expliquée et renforcée par une grande <u>cohérence</u> individuelle des pratiques[6], basée sur une <u>complexité</u> certaine, que nous restituerons par une analyse en composantes devant être imbriquées. Cela peut expliquer – en partie – les échecs de transmission « brute » des ingénieries.

Ainsi les pratiques en classe des enseignants dépendent de contraintes incontournables :

- liées à l'institution (programmes scolaires par exemple) ;
- liées au métier (habitudes, établissement, collectif des enseignants) : il y a des réponses optimales du milieu enseignant à un moment donné.

Mais elles dépendent aussi des individus, de leurs expériences, de leurs connaissances et de leurs représentations.

Plus précisément, interviennent, pour une séance :

- des objectifs d'apprentissage en fonction des programmes, des contraintes horaires globales et des objets mathématiques visés ;
- la représentation qu'a le professeur de l'enseignement de ce contenu et de son rôle, sa représentation de l'apprentissage des élèves de la classe concernée ;
- les expériences précédentes que le professeur a de cet enseignement ;
- le scénario précis de la séance et les improvisations pendant son déroulement ;
- les connaissances et les représentations des mathématiques (en cause dans cette séance) de l'enseignant et des élèves ;
- les contraintes sociales qui pèsent sur l'enseignant dans son établissement.

En particulier :

- <u>« Tout » n'est pas possible</u> à un niveau scolaire donné. Même si certains choix semblent très propices aux apprentissages des élèves, il y a à la fois des contraintes, des tensions et des réponses du milieu enseignant très partagées,

[6] Cf. Montmollin, 1984.

quelquefois subreptices, qui peuvent amener un enseignant à préférer d'autres choix (A. Robert, 2002). Ainsi, A. Robert reprend de manière métaphorique l'idée de *genre* introduite par Y. Clot (1999), qui traduit le fait que se créent dans une profession des réponses communes aux acteurs (ou à un grand groupe d'acteurs) qui se transmettent presque implicitement. À un moment donné ces réponses peuvent être économiques, mais il se peut qu'elles perdurent alors même qu'un changement dans l'environnement pourrait amener à des modifications utiles. Souvent les ingénieries amèneraient à sortir de ces habitudes collectives élaborées pour répondre économiquement à des contraintes du métier et transmises de génération en génération, ce qui peut aussi jouer dans leur rejet. Il en est de même de l'intégration des TICE dans une certaine mesure ;

- tout n'est pas possible pour un même enseignant (à cause de sa cohérence, de la stabilité des pratiques). Il y a certainement nécessité **d'adaptation individuelle** (difficile à cause de la complexité). Par ailleurs, il peut y avoir des logiques contradictoires entre enseignement et apprentissage.

I – 5 La méthodologie des cinq composantes

Nous analysons les pratiques en classe à partir de transcriptions et/ou de vidéos. Un dispositif peu contraignant pour les professeurs et les élèves est utilisé depuis peu : les vidéos proviennent de prises de vue tournées par l'enseignant lui-même dans sa classe, la caméra face au tableau posée sur un trépied. C'est ce dispositif qui a été utilisé pour réaliser la vidéo analysée durant l'atelier.

Pour résumer, cinq composantes sont retenues pour mener nos analyses. Recomposées, elles renseignent à la fois sur les activités des élèves et sur certains déterminants des activités des enseignants, elles permettent de les replacer dans la gamme des possibles, de les interpréter, de réfléchir aux variables de la situation :

- les composantes cognitive et médiative : elles permettent des descriptions du scénario mathématique (comprenant les descriptions des contenus abordés avec la gestion globale prévue) et de son déroulement (comprenant les formes de travail effectives et tous les accompagnements, avec la nature des discours, la gestion du tableau, les aides, les échanges…) ;
- les composantes institutionnelle, sociale et personnelle : elles permettent de préciser certains déterminants, y compris extérieurs à la classe, mais indispensables pour comprendre les choix : par exemple, les programmes concernés, les habitudes professionnelles de l'environnement (que l'on peut appeler « genre » en suivant métaphoriquement Y. Clot), les conceptions de l'enseignant, *etc*.

De la recomposition de ces composantes se déduisent des logiques qui caractérisent un enseignement donné.

I – 6 Des nouveaux résultats, partiels, à partir d'analyses de vidéo

À propos de l'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième et à partir de quatre enseignants différents, E. Roditi explicite certains « principes » qui, de la même manière que les « règles de métier » d'Y. Clot, semblent bien traduire des décisions communes à beaucoup de professionnels, ici des enseignants de lycée et collège, et qui tiennent autant du métier que du projet strict d'apprentissage. Ainsi le principe de clôture du champ mathématique (ce qui est traité à un moment doit être une partie « auto-close » du champ conceptuel), le principe de la nécessité de succès d'étapes (qui amène à une fragmentation de l'enseignement permettant des évaluations), le principe de respect de l'attente des élèves…

A. Robert et M. Rogalski (A. Robert 2003b, A. Robert et M. Rogalski 2002) ont montré, dans de nombreux cas, des régularités sur le démarrage des exercices[7]. Nous les résumons ci-dessous, dans la mesure où la vidéo analysée durant l'atelier présente certaines de ces caractéristiques.

I – 6.1 Une prise en main précise et rapide de l'activité des élèves

Si la tâche proposée aux élèves n'est pas simple et isolée[8], le professeur la décompose immédiatement[9] en sous-tâches en posant des questions intermédiaires. Ces sous-tâches correspondent à des applications isolées que le professeur simplifie encore si les élèves n'arrivent pas très vite à les réaliser.

De ce fait il n'y a pas d'hésitation pour les élèves sur le démarrage : la question « quoi faire » est posée immédiatement par l'enseignant et les élèves peuvent « faire quelque chose » tout de suite, il n'y a pas de flou, pas d'incertitude.

I – 6.2 Du temps laissé aux élèves mais pour des tâches simples

Le temps laissé aux élèves (il y en a toujours dans les séances étudiées et il y en a dans la séance étudiée durant l'atelier) permet à certains de répondre brièvement à des questions « bien posées » ; dans ce cas l'enseignant attend généralement une dizaine de secondes. Ou bien il permet aux élèves (tous, si possible) d'effectuer les « derniers » calculs, précisés par ce qui a précédé ; dans ce cas le silence de l'enseignant peut dépasser une minute. Quelquefois ce sont les dessins pour lesquels l'enseignant laisse un peu de temps. Dans tous les cas, il s'agit de tâches simples et isolées, ou qui le sont devenues.

I – 6.3 Une orientation univoque de l'activité des élèves

Puisqu'il faut que les élèves apprennent, et vite, à se servir de la nouvelle notion enseignée, le professeur oriente l'activité des élèves, au moins dans les premiers exercices sur cette notion. Cette orientation est maintenue même si elle ne correspond pas aux propositions ou aux démarches initiales des élèves pour résoudre ces premiers exercices ; en outre, ces propositions ou démarches initiales ne sont pas reprises. Le professeur engage ainsi très vite les élèves à recourir au savoir décontextualisé, celui qui est en train d'être appris et qu'il va falloir mémoriser. Il ne laisse généralement pas les élèves refaire, sur un exercice donné, un raisonnement qui serait adapté au cas particulier de cet exercice : il les engage au contraire à appliquer les ressources du

---

[7] Les travaux concernent davantage les exercices que les cours.

[8] D'après A. Robert, une tâche simple met en jeu une application immédiate d'une propriété du cours ; une tâche est isolée si une seule propriété doit être utilisée. Ces analyses des tâches proposées aux élèves sont relatives à un niveau scolaire donné.

[9] Par une prise de parole qui suit immédiatement la donnée ou la relecture de l'énoncé.

cours, en évitant que les élèves mélangent ces ressources à des procédures particulières, qu'ils mélangent une nouvelle méthode avec d'anciennes connaissances qui ne seraient pas indispensables. En conséquence, en classe, le générique est souvent vite éliminé au profit du général, même s'il finit par se réintroduire subrepticement.

En seconde par exemple, pour résoudre $|x + 2| < 5$, on identifie le modèle $|x - c| < r$ donné en cours, on remplace c par -2 et r par 5 dans le résultat lui aussi donné en cours : $S = \left]c - r\,;c + r\right[$ et l'on écrit finalement l'ensemble des solutions de l'inéquation.

Il est laissé peu d'occasions aux élèves de tâtonner en classe, de mélanger leurs connaissances, de les éprouver. D'une certaine manière on ne laisse pas se développer des mathématiques qui mobilisent des méthodes pas encore optimales ou dont la mise en œuvre est encore en cours d'élaboration, on n'accepte pas non plus, même de manière transitoire, une rédaction pas parfaite avec un formalisme encore approximatif.

Mais, au moins, on a appris quelque chose aujourd'hui[10]… peuvent dire les enseignants.

De plus, cela engage davantage la mémorisation.

I – 6.4 Une gestion qui permet d'aller vite

L'enseignant anticipe sur ce que l'élève va dire, ou n'a pas compris. Il ne le laisse pas aller jusqu'au bout, il lui coupe la parole ou le double en terminant la phrase à sa place. Il peut y avoir un « effet Jourdain » (cf. Brousseau, 1998) : l'enseignant faisant comme si l'élève avait découvert ce qu'il attendait.

Souvent l'enseignant provoque des acquiescements de surface par des questions qui n'attendent pas toujours de réponses, comme « *d'accord ?* » ou « *c'est compris ?* ». Ces acquiescements peuvent témoigner d'un certain suivi mais aussi provenir de l'impossibilité pour les élèves de pointer précisément leurs incompréhensions.

I – 6.5 Synthèse sur ces déroulements (cf. A. Robert et M. Rogalski)

En classe, souvent, tout se passe comme si…

Les contraintes de temps[11], rendues encore plus lourdes par les restrictions d'horaires actuelles, amènent à privilégier en classe le travail sur le « nouveau ». Un travail sans beaucoup d'exploration[12], avec peu d'entretien de l'ancien, pas ou peu de réorganisation entre l'ancien et le nouveau, un travail avec une orientation univoque de l'activité des élèves vers ce nouveau, orientation obtenue par une prise en main précise et rapide (voire immédiate) de ces activités.

---

[10] E. Roditi a montré dans sa thèse qu'il y a là un principe en actes très fort chez les enseignants.

[11] Elles sont toujours évoquées pour justifier ces faits.

[12] Qualitative notamment.

En termes d'activités, cela correspond à la réalisation de tâches isolées, voire simples et isolées, sans beaucoup d'adaptations des connaissances à utiliser[13]. C'est ainsi le chapitre « organisation des connaissances » qui est une des premières victimes de ce manque de temps, et avec lui le développement de la dynamique entre cours et exercices. On ne peut pas être sûr qu'il en résulte chez les élèves un morcellement des connaissances[14] car des élèves apprennent aussi ce qui ne leur est pas enseigné explicitement, mais on peut se demander tout de même si la plainte du manque de « connaissances sûres » chez les élèves, réitérée par beaucoup d'observateurs, n'est pas due, entre autres origines, à ce type de travail en classe.

Les auteurs des recherches constatent également le peu d'exploration du champ des problèmes qu'il serait possible de traiter avec les outils disponibles. Vu la nécessité d'avancer, les professeurs préfèrent proposer des tâches relativement proches du cours, qui demandent des mises en fonctionnement standardisées et qu'il faut bien avoir vues.

Il apparaît donc, et cela pourrait renforcer le manque d'organisation des connaissances déjà pointé, une « séquentialisation » des activités sur une même notion en moments relativement indépendants : les élèves font fonctionner les outils les uns après les autres, ils n'ont besoin que des connaissances outils correspondant au cours et soufflées par le découpage organisé par l'enseignant. Il y a, *in fine*, beaucoup de tâches simples et isolées. Il y a aussi, en classe, majoration des calculs. Dans de telles conditions, il n'y a pas besoin de dévolution des moyens de contrôle aux élèves, il n'y a pas besoin non plus de structuration des connaissances en acte : c'est le professeur qui s'en charge.

Cela revient finalement à privilégier le sens « décontextualisé → contextualisé » et à minorer les tâches conduisant les élèves à effectuer des mises en relation, des explorations qualitatives du champ des possibles, et une organisation de leurs connaissances.

I – 6.6 Dernières questions : alternatives, effets des pratiques…

Diverses questions se posent ici. Des questions de recherche, bien sûr, par exemple au niveau du choix des indicateurs retenus pour les analyses ou de leur échelle : jusqu'où aller dans le détail ? Quel type d'analyse utiliser pour étudier les discours en classe ?

Mais d'autres questionnements, déjà cités en partie, intéressent aussi le formateur : peut-on et doit-on changer les pratiques d'enseignement ? Autrement dit, y a-t-il des alternatives réelles pour un enseignant ou un groupe d'enseignants ? Si oui, comment les mettre en évidence et comment les mettre en place ? Comment en saisir les effets sur les élèves et suivant les élèves ?

Une question théorique concerne la stabilité des pratiques, la question est liée à leur cohérence et à la prise en compte du métier dans la *double approche* : qu'est-ce qui peut changer, à quel prix, et grâce à quelles modalités ? Par exemple, « comment permettre

---

[13] Les auteurs ont étudié, pour établir ces constats, des séances de troisième ou de seconde, essentiellement en algèbre. Les énoncés proposés ne sont pas des exercices d'application immédiate, mais ils interviennent juste après un cours, ou juste avant et ne sont pas très éloignés du cours

[14] C'est en tout cas un des constats les plus forts qui ont été faits sur les connaissances des étudiants de CAPES.

une prise de conscience des alternatives par un enseignant, notamment lorsqu'il s'agit de ses propres cours ? » est une vraie question. Alors même que dans nos analyses, nous utilisons comme variable le couple énoncé/déroulement, on peut se demander si en formation, au contraire, il ne serait pas nécessaire d'effectuer un travail séparé sur chacun des termes. Cela pourrait permettre au professeur de se dégager de la combinatoire choisie dans le cas particulier analysé. Cette combinatoire réalise souvent un optimum entre l'ambition du professeur, ses objectifs, ses représentations concernant l'enseignement/apprentissage des mathématiques, et les diverses conditions et contraintes qui s'exercent sur son enseignement. En outre certains choix pour réaliser cette combinatoire sont naturalisés, ils ne sont pas explicites, il est alors très difficile de s'en dégager. Tout cela contribue à stabilité des pratiques. Nous pensons en outre que tout n'est pas possible dans l'enseignement, et encore moins pour un enseignant donné, dans une classe donnée. Néanmoins, un des enjeux de nos formations est d'envisager des alternatives, notamment grâce au travail collectif, afin d'obtenir des alternatives réalistes pour certains. Cela pose de nouvelles questions : jusqu'à quel point le travail initialisé par une vidéo doit-il être poussé pour concerner chaque enseignant, compte tenu des contraintes, de la pression du métier, et de la composante personnelle de ses pratiques ? Est-ce plus efficace de faire ce travail sur une vidéo de ses propres cours ou sur une vidéo des cours d'un collègue ?

II – INFÉRENCES SUR LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Les recherches menées sur les pratiques à partir de films tournés en classe et les formations qui reposent sur des analyses de vidéos, nous ont conduit à des inférences sur la formation elle-même. Parallèlement se développent des questions quant à l'évaluation des dispositifs de formation. Ces inférences et ces questions ont nourri la discussion durant l'atelier, c'est ce que nous abordons dans cette seconde partie.

La littérature est riche sur les formations professionnelles et les formations d'enseignants[15], néanmoins le cas de la formation des enseignants en mathématiques est moins abordé dans des recherches spécifiques.

Nous avons travaillé à partir des divers travaux et articles mis à disposition dans les ouvrages, et à partir des recherches menées au sein de l'équipe DIDIREM par le groupe qui travaille sur les pratiques des enseignants. Nous avons ainsi dégagé, notamment avec Aline Robert, un certain nombre d'hypothèses sur les formations d'enseignants de mathématiques du second degré que nous présentons ci-dessous. Ne sont concernées que les formations professionnelles ayant une relation explicite avec les pratiques.

II – 1 Travailler les pratiques

Nous admettons l'hypothèse forte suivante, qui n'a rien d'original et qui n'est pas spécifique aux enseignants de mathématiques : il ne s'agit pas seulement de faire acquérir des connaissances exclusivement mathématiques ou exclusivement pédagogiques. Par exemple, il s'agit de travailler sur et avec les pratiques effectives, il

[15] Quelques ouvrages de références : M. Altet, M-M. Cautermann, L. Paquay ; on pourrait citer aussi presque tous les articles de la revue *Recherche et formation* !

s'agit d'articuler en formation les apports du terrain[16] et les apports plus théoriques[17], à la fois comme **moyen de formation** et comme **objectif de formation**.

Nous pourrions évoquer une expérience à outiller, ou nous référer aux concepts pragmatiques (Pastré, 1996, 1999), ou encore à la conceptualisation de l'action (Vergnaud, 2002).

C'est cette idée de **moyen de formation** que nous allons illustrer dans le cas particulier de la formation des professeurs de mathématiques. En tout état de cause, nous faisons l'hypothèse qu'on ne peut laisser à la charge du formé, la recomposition de composantes des pratiques qui auraient été travaillées séparément, qu'on doit travailler sur des éléments « ressemblant » suffisamment aux pratiques effectives. Nous proposons pour cela de travailler sur plusieurs composantes à la fois : travail simultané sur le contenu et la gestion, le contenu pour la classe et les programmes...

Cela amène à imaginer des **modalités de formation** comportant une articulation des apports du terrain et des apports théoriques, et une imbrication d'au moins deux composantes des pratiques. Nous proposons, par exemple, une alternance organisée entre passage sur le terrain et apports plus théoriques, des analyses mixtes comme des analyses de vidéo, etc.

II – 2 Tenir compte explicitement du collectif et du personnel

Une des caractéristiques importantes des pratiques des enseignants[18], qui doit intervenir dans leur formation, est qu'il co-existe, d'une part des contraintes extérieures aux enseignants, explicites ou plus cachées, qui limitent les variables et les marges de manœuvre à l'échelle de chaque individu, et d'autre part des styles individuels forts qui permettent à chaque professionnel d'assurer, pour lui, un bon exercice de la profession. Il faut aussi tenir compte, en formation, du fait que les pratiques individuelles sont stables, après quelques années d'exercice, et que leur stabilité est déjà en germe chez les débutants. Cette stabilité s'appuie sur des cohérences individuelles et sur le fait que les pratiques sont complexes.

Cela nous amène à proposer de travailler avec les professeurs en explicitant les contraintes et les habitudes professionnelles d'une part, et en recherchant d'autre part les alternatives possibles et les marges de manœuvre de chacun. Cela implique des prises de conscience, des adaptations individuelles, en tenant compte du fait que les cohérences interviennent comme un facteur de stabilité. Cela demande certainement du temps au sein d'une formation donnée ! Et bien des inconnues demeurent sur ces sujets qui doivent être explorés davantage.

Soulignons que la nécessité de ce travail d'adaptation est pour nous une hypothèse qui implique d'avoir des formateurs qui ne soient pas seulement des « bons enseignants ». Ils doivent être bien sûr aptes à analyser des activités d'élèves et le travail d'un enseignant autrement qu'en référence à leurs propres choix, mais ils doivent aussi

[16] C'est à dire les apports relevant d'expériences effectives en classe.

[17] Relevant de formation regroupée en centre par exemple.

[18] Cela fait partie des résultats de nos recherches en collaboration avec des ergonomes.

acquérir une relative familiarité avec les diversités et les régularités des pratiques enseignantes. Ils doivent encore avoir des connaissances sur les formations des pratiques et les moyens à développer pour y arriver. Ils doivent enfin pouvoir accéder aux ressources pour les enseignants, notamment les travaux de recherches en didactique, et doivent être capables de les critiquer et les adapter. Il est difficile de rentrer dans cette problématique en restant à l'échelle de quelques classes dans un établissement donné. Par ailleurs, la collaboration entre formateurs et chercheurs semble indispensable pour alimenter les nouveaux travaux.

II – 3 Tenir compte du fait qu'on forme des adultes en exercice

Pour tenir compte du public, adulte, en exercice (même les débutants ont des classes en responsabilité, dans le second degré comme dans le premier, mais avec des modalités différentes), nous nous appuyons notamment sur des travaux sur la conceptualisation de l'activité et l'importance du collectif en formation.

Nous proposons que cette mise en jeu du collectif se fasse par l'intermédiaire de mots pour dire l'activité professionnelle, pour la décrire, l'étudier et la discuter, grâce à des situations de formation adéquates, **signifiantes pour les formés**, qui ne se passent pas seulement sur le terrain où le travail est celui de l'action plutôt que celui de son analyse. Les situations que nous avons expérimentées et auxquelles nous pensons sont l'analyse de vidéo, la résolution de problèmes professionnels, l'accompagnement du travail sur le mémoire professionnel, le suivi de néo-titulaires, etc. Le caractère collectif de certains moments de la formation nous apparaît nécessaire pour qu'elle engendre certains changements[19].

II – 4 La nécessité du temps long

Enfin nous faisons une dernière hypothèse forte qui nous semble s'imposer compte tenu de tout ce qui précède : la nécessité du temps long. C'est contraire à bien des habitudes actuelles, notamment en formation continue.

II – 5 Un travail spécifique de conception de scénario de formation

L'importance de modalités adéquates des formations nous amène à proposer de travailler sur des scénarios de formation. Il s'agit de concevoir, **à partir de choix de contenus explicites,** une suite d'activités réelles, **signifiantes**, où les formés s'investissent et acquièrent du nouveau, proches de leur expérience[20], mobilisant à la fois deux composantes au moins des pratiques d'enseignement (cognitive et médiative par exemple).

Il ne s'agit pas pour nous de former les professeurs sans apport extérieur, au contraire, mais l'exposition de connaissances doit être accrochée aux besoins : si elle est nécessaire, elle n'est pas un préalable aux activités.

---

[19] Cf. Y. Clot, 1999.

[20] En amont et en aval.

II – 6 Des questions ouvertes pour la formation initiale

Des travaux menés en formation initiale de professeurs d'école indiquent l'intérêt d'apprentissages limités, très personnalisés, de certains gestes professionnels. Nous nous posons la question pour le second degré de l'identification de tels gestes, notamment en ZEP, et plus généralement de l'intérêt de faire vivre aux débutants des expériences cruciales, à partir de séquences très balisées qu'on leur propose.

De plus, la formation initiale amène les débutants à rencontrer plusieurs formateurs et la cohérence entre eux est une vraie question : est-elle nécessaire ou la diversité est-elle plus importante encore ?

CONCLUSION : CONCEPTION DE SCÉNARIOS ET ÉVALUATION

Ces travaux nous conduisent à une problématique qui concerne pour partie les chercheurs et pour partie les formateurs : élaborer des scénarios de formation qui permettent de relier les expériences sur le terrain à d'autres modalités d'intervention, et qui puissent être évalués par des recherches.

Concevoir de tels scénarios implique à la fois :

- un travail explicite de transposition de certaines recherches : tant sur les apprentissages des élèves que sur les pratiques et leur formation ;
- un travail d'ingénierie longue, avec la mise au point des modalités de ces formations ;
- une réflexion sur les formateurs et peut-être une certaine formation de ces derniers ;
- des expérimentations et des évaluations mises au point soigneusement ;
- et tout un travail réflexif à partir des premiers résultats…

Les évaluations restent très difficiles à imaginer dans la mesure où elles impliquent un triple chantier : les scénarios de formation et les formateurs, les effets sur les pratiques en classe, et enfin les effets sur l'apprentissage des élèves. En tout état de cause, la proposition d'une évaluation intégrée à un travail sur un problème réel faisant intervenir chercheurs, formateurs et participants nous semble à retenir.

BIBLIOGRAPHIE

ALTET M. (1994) La formation professionnelle des enseignants, *PUF, Paris.*

ALTET M. (2004) *L'analyse de pratiques en formation initiale des enseignants : développer une pratique réflexive sur et pour l'action*, Éducation permanente, **160**.

ARSAC G. (2003) *Que peuvent retirer les enseignants des travaux didactiques sur la démonstration ?*, Conférence donnée à Saint-Étienne.

BEZIAUD P., DUMORTIER D., ROBERT A., VANDEBROUCK F. (2003), *Un questionnaire sur l'utilisation du tableau noir en classe de mathématiques (collège et lycée) : portée,* *limites, perspectives en formations,* Document n°1 pour la formation des enseignants, Université Paris 7.

BOLON J. (1996) *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique ?,* Thèse de doctorat, Université Paris 7.

BROUSSEAU G. (1988) Théorie des situations didactiques, *La pensée sauvage, Grenoble.*

BUTLEN D., MASSELOT P., PEZARD M. (2003) *De l'analyse de pratiques effectives de professeurs d'école débutants nommés en ZEP-REP à des stratégies de formation,* Recherche et formation, **44**, 45-61.

CAUTERMANN M-M., DEMAILLY L., SUFFYS S., BLIEZ-SULLEROT N. (1999) La formation continue des enseignants est-elle utile ?, *PUF, Paris*.

CLOT Y. (1999) La fonction psychologique du travail, *PUF, Paris*.

CHEVALLARD Y. (1999) *L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique*, Recherches en didactique des mathématiques, **19/2**, 221-265.

CRAHAY M. (1989) *Contraintes de situation et interactions maître-élève : changer sa façon d'enseigner est-ce possible ?,* Revue Française de Pédagogie, **88**, 67-94.

HACHE C. (2001) *L'univers mathématique proposé par le professeur en classe*, Recherches en didactique des mathématiques, **21/1-2**, 81-98.

MERCIER A., LEMOYNE G., ROUCHIER A. (2001) Le génie didactique, usages et mésusages des théories de l'enseignement, *De Boeck, Bruxelles*.

MONTMOLLIN (de) M. (1984) L'intelligence de la tâche, *Peter Lang, Berne*.

PAQUAY L., ALTET M., CHARLIER E., PERRENOUD P. (Eds) (2001) Former des enseignants professionnels, quelles stratégies, quelles compétences ?, *De Boeck, Bruxelles.*

PASTRÉ P. (1996) *Représentations sur le développement des adultes et leurs représentations*, Éducation permanente, **119**, 33-63.

PASTRÉ P. (Ed) (1999) *Apprendre des situations*, Éducation permanente, **139**.

PELTIER-BARBIER M.-L. & al (2004), Dur d'enseigner en ZEP, *La pensée sauvage, Grenoble.*

ROBERT A. (2001) *Les recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant*, Recherches en didactique des mathématiques, **21/1-2**, 57- 80.

ROBERT A. (2003) *De l'idéal didactique aux déroulements réels en classe de mathématiques : le didactiquement correct, un enjeu de la formation des (futurs) enseignants (en collège et lycée),* Didaskalia, **22**, 99-116.

ROBERT A. (2003b) *Tâches mathématiques et activités des élèves : une discussion sur le jeu des adaptations introduites au démarrage des exercices cherchés en classe de collège,* Petit x, **62**, 61-70.

ROBERT A. et ROGALSKI J. (2002) *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche,* Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, **l2-4**, 505-528.

ROBERT A. et ROGALSKI M. (2004) *Problèmes d'introduction et autres problèmes au lycée*, Repères IREM, **54**, 77-103.

ROBERT A. et VANDEBROUCK F. (2003) *Des utilisations du tableau par des professeurs de mathématiques en classe de seconde*, Recherches en didactique des mathématiques, **23/3**, 389-424.

RODITI É. (1997) *Le tableau noir, un outil pour la classe de mathématiques*, Cahier DIDIREM n°30, Université Paris 7.

RODITI É. (2001) *L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires*, Thèse de doctorat d'Université, Didactique des Mathématiques, Université Paris 7.

RODITI É. (2003) *Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de la multiplication des nombres décimaux en sixième*, Recherches en didactique des mathématiques, **23/2**, 183-216.

RODITI É. (2004) *Former par la résolution de problèmes professionnels*, Cahier de Didirem n°48, Université Paris 7.

RODITI É. (2005) Les pratiques enseignantes en mathématiques. Entre contraintes et liberté pédagogique, *L'Harmattan, Paris*.

VERGNAUD G. (2002) *La conceptualisation, clef de voûte des rapports entre pratique et théorie*, in Actes de l'université d'automne « Analyse de pratiques et professionnalité des enseignants », *DESCO & CRDP de Versailles,* collection *Les actes de la DESCO*.

LA GESTION D'UNE SITUATION « OUVERTE » EN MATHÉMATIQUES : QUESTIONS D'EXPERIENCE ET DE RAPPORT AU SAVOIR

Magali HERSANT
Maître de conférences, IUFM des Pays de la Loire
CREN
magali.hersant@paysdelaloire.iufm.fr

Résumé
Cette communication qui est issue d'un travail dans le cadre d'une recherche INRP concerne l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire et se situe dans le cadre de la didactique des mathématiques. Son objet est de comparer la gestion effective d'une même situation ouverte par deux enseignants d'expérience inégale : un instituteur maître formateur et un professeur des écoles stagiaire. L'étude comparative s'effectue selon plusieurs axes relatifs à la menée de la séance par les deux enseignants : problème mathématique posé, organisation du travail dans la classe, situation mathématique réellement proposée aux élèves et traitement des propositions des élèves, gestion du tableau. Elle permet finalement de questionner le rôle de l'expérience et celui du rapport au savoir dans l'organisation du débat dans la classe.

En mathématiques, à l'école élémentaire, les situations « ouvertes », dont les situations de débat, constituent des lieux privilégiés pour travailler à la fois la résolution de problèmes et les activités langagières. Les programmes actuels incitent d'ailleurs, après les travaux du groupe ERMEL (ERMEL, 1999), à proposer aux élèves des « problèmes pour chercher » qui conduisent entre autres les élèves à exposer et argumenter leur réponse. Mais il est reconnu que la gestion de ces situations encore peu habituelles en classe de mathématiques est relativement difficile, en particulier pour les jeunes enseignants (Douaire et al., 2003). De ce fait, ces situations interrogent la didactique des mathématiques à plusieurs titres. Les questions portent d'abord sur les apprentissages mathématiques des élèves. D'autres questions concernent les pratiques effectives et la formation d'enseignants : comment les professeurs gèrent-ils ces situations en mathématiques ? En quoi leur gestion dépend t-elle de l'expérience d'enseignement du professeur ? Comment former des enseignants à la pratique du débat en classe ?

Dans cette communication, nous abordons ces questions à partir de l'étude comparative de deux séances relatives à une même situation « ouverte » en mathématiques au cycle 3. L'une est menée par un instituteur maître formateur et l'autre par un professeur des écoles stagiaire. L'objet de la comparaison est de comprendre comment les deux enseignants gèrent l'avancée de la situation et de questionner le rôle éventuel de leur expérience dans les décisions qu'ils prennent. La situation étudiée et le cadre de l'analyse sont présentés dans la première partie de ce texte. La comparaison du déroulement effectif dans les deux classes à partir de l'analyse de certains épisodes des séances, en termes d'apprentissage des élèves et de gestion du débat dans la classe, fait l'objet de la seconde partie. En conclusion, nous questionnons les pratiques observées au regard des expériences d'enseignement et du rapport aux mathématiques des deux enseignants.

I – LA SITUATION ÉTUDIÉE ET LE CADRE DE L'ANALYSE

Nous proposons une analyse didactique qui vise d'une part à comprendre la façon dont les deux professeurs gèrent l'avancée de la situation dans la classe et, d'autre part, à envisager les effets de cette gestion sur l'activité mathématique des élèves et leurs apprentissages. Les références théoriques sont principalement celles de la théorie des situations (Brousseau, 1998), notamment la notion de contrat didactique et de répartition de responsabilité entre le professeur et les élèves dans la construction des savoirs et connaissances dans la classe et celle de milieu (Brousseau, 1996 ; Perrin-Glorian & Hersant, 2003).

I – 1 La situation proposée aux élèves

Le problème étudié, dit « Des trois nombres qui se suivent », est extrait de ERMEL (ERMEL, 1999) et conçu pour des élèves de cycle 3. Etant donné un nombre entier naturel *n* quelconque il s'agit de déterminer s'il peut s'écrire comme la somme de trois nombres qui se suivent. L'ensemble des nombres qui vérifient cette propriété mathématique que nous noterons P par la suite est l'ensemble des multiples de trois.

I – 1.1 Le déroulement prévu

Le problème a été choisi d'un commun accord entre les deux enseignants et le chercheur. La préparation de la situation a aussi été commune. Pour la première séance, l'objectif est que les élèves résolvent le problème pour les nombres 15, 96 et 46, argumentent et débattent à propos des preuves proposées. Les élèves n'auront pas de calculatrice à disposition. Pour les élèves les plus en difficulté lors de la recherche pour 96, il est convenu de proposer le nombre 36. Le déroulement prévu est le suivant. D'abord, poser le problème pour le nombre 15 de façon à s'assurer que les élèves ont bien compris la consigne et en faire une résolution collective, principalement orale. La consigne choisie est « Le nombre 15 peut-il s'écrire comme la somme de trois nombres qui se suivent ? Oui ? Non ? Pourquoi ? ». Ensuite, individuellement et par écrit, les élèves résolvent le problème pour 96 (éventuellement 36), avec une consigne identique. Après la correction de cette question, les élèves cherchent par groupe une solution pour 46 et réalisent une affiche reprenant leur réponse. S'il reste du temps, le professeur demande aux élèves de trouver d'autres nombres « qui marchent » et éventuellement d'émettre une hypothèse sur l'ensemble des nombres (« tous les nombres ») qui vérifient la propriété. Il est plutôt prévu que ces questions fassent l'objet des séances suivantes, conformément à la situation telle qu'elle présentée dans ERMEL.

I – 1.2 Analyse a priori de la situation

L'objet de cette analyse est double : étudier les procédures de résolution possibles pour les élèves ; déterminer les potentialités adidactiques de la situation et les interventions nécessaires de l'enseignant.

La situation de la première séance est composée d'une suite de trois petites situations semblables. Dans les deux premières, les nombres vérifient la propriété P, ce qui n'est pas le cas de la troisième.

Lorsque les nombres vérifient la propriété

Raisonnons d'abord sur le cas du nombre 15. Il est assez simple de trouver une décomposition correcte en procédant par essais successifs en partant de la suite 1, 2, 3.

Pour résoudre le problème les élèves peuvent :

a) Établir une conjecture de type “ oui ” et chercher une décomposition par essais successifs ;

b) Chercher une décomposition (par essais successifs) sans véritablement établir de conjecture ;

c) Établir une conjecture de type “ non ” et en chercher une preuve.

Lors du travail individuel, la validation d'une solution va venir essentiellement du contrôle du respect des contraintes. Les élèves n'ont pas de calculatrice à disposition, des erreurs peuvent donc subsister à ce niveau. Par ailleurs, pour un élève qui s'engagerait dans la procédure c, la seule rétroaction possible de la situation elle-même serait qu'il trouve (par hasard) la décomposition correcte. Cela suppose donc qu'il n'a pas réellement établi de conjecture “ non ”. Lors de la mise en commun, les rétroactions vont par contre pouvoir venir des autres élèves qui peuvent proposer des arguments contre les propositions faites. Il est donc possible que la situation soit résolue avec un minimum d'interventions de l'enseignant.

Pour 96, il devient plus laborieux de procéder par essais successifs. Cependant, on peut penser à trouver la suite correspondante en effectuant une division par 3 de 96. Pour traiter ce cas, il devient un peu plus important d'établir une conjecture.

I – 1.3 Lorsque les nombres ne vérifient pas la propriété

Le cas de 46 est plus compliqué que les précédents, en particulier car la preuve fait appel d'une part au caractère discret de l'ensemble des entiers naturels et d'autre part à la croissance de la fonction somme sur les entiers naturels. Or ces propriétés sont à la fois subtiles, transparentes et intuitives pour les élèves. Cela peut nuire à l'instauration d'un débat dans la classe. En effet, au niveau du cycle 3, les élèves vont pouvoir prouver que 46 ne se décompose pas en la somme de trois nombres consécutifs en indiquant que :

- la somme de 14, 15 et 16 vaut 45 ;
- celle de 15, 16, 17 vaut 48 ;
- 46 est compris entre 45 et 48 et on ne peut pas l'atteindre.

La preuve consiste donc non plus à exhiber un triplet correct mais à mettre en relation des arguments pour effectuer, finalement, un raisonnement par l'absurde.

Si un élève conjecture que 46 peut se décomposer en la somme de trois nombres consécutifs et produit un triplet qui permet, à son avis, de le montrer, il est assez facile prouver que le triplet ne convient pas car il ne respecte pas une des contraintes. Dans ce cas, les rétroactions peuvent facilement venir soit de l'élève qui contrôle son résultat, soit des autres élèves de la classe. Dans le cas où l'élève fait la conjecture correcte mais produit une preuve erronée, il sera peut être plus difficile pour les autres élèves de la classe de réagir aux arguments proposés. Des interventions de l'enseignant sont donc à prévoir à ce moment.

I – 2 Les enseignants et les classes

La situation a été menée et filmée dans deux classes de cycle 3 de la même école, en ZEP, par deux enseignants d'expérience très inégale. Le professeur A est maître formateur et mène la séance dans la classe A qui est le CM1 – CM2 d'une de ses collègues. Le professeur B est une stagiaire de l'IUFM qui mène la séance dans une classe de cycle (CE2-CM1-CM2) qui est la classe habituelle du maître formateur et que nous appellerons classe B. La stagiaire a une licence de mathématiques, ce qui n'est pas le cas du maître formateur. La classe B est réputée plus « difficile » que la classe A, les élèves sont un peu plus en difficulté.

La séance est d'abord réalisée dans la classe A, puis dans la classe B. Le professeur A assiste à la séance menée par le professeur B et réciproquement.

I – 3 Outils d'analyse des interactions observées

Pour l'analyse des interactions didactiques nous considérons deux niveaux (Hersant, 2004). Un niveau global qui correspond à la fonction didactique de l'interaction dans le déroulement du débat, du point de vue du professeur. Un niveau local qui correspond à la façon dont l'interaction est gérée entre les interlocuteurs.

Parmi les interactions observées celles qui correspondent aux propositions formulées par les élèves pour répondre à la question mathématique sont essentielles puisque les objectifs de la séance concernent la formulation de propositions et l'argumentation. Pour l'analyse des propositions d'élèves nous prenons en compte les caractéristiques suivantes qui sont indépendantes :

- conjecture : est-ce que l'élève a établi une conjecture mathématique ? Est-ce qu'il l'explicite ? Cette conjecture est-elle correcte ?
- justification : est-ce que l'élève donne explicitement une justification de sa réponse ? Cette justification prend-t-elle en compte explicitement une, deux, trois ou quatre contraintes ? Est-ce que l'élève propose une décomposition possible ? Si oui, cette décomposition est-elle correcte ?

La proposition d'une décomposition n'implique pas que l'explicitation des trois contraintes (ni même le respect de la contrainte somme). Ainsi proposer une décomposition ne peut pas vraiment avoir valeur de preuve mathématique tant que le respect des contraintes n'est pas explicité. Pour autant, dans certains cas il peut apparaître évident pour les élèves que ces contraintes sont respectées.

La façon dont les propositions des élèves sont traitées par l'enseignant correspond entre autres à une répartition des responsabilités entre le professeur et les élèves et va refléter certains aspects du contrat didactique mis en place dans la classe. Pour chacune des caractéristiques, le professeur peut choisir de l'évaluer, de renvoyer l'évaluation à la classe, à certains élèves de la classe ou à l'élève qui fait la proposition.

II – ÉLÉMENTS DE COMPARAISON DES DEUX SÉANCES

L'étude linéaire comparative des deux séances permet de repérer des différences et des similitudes dans la gestion de la situation par les enseignants A et B. Globalement, il n'y a pas d'écart majeur par rapport à la préparation. Cependant, dans la classe A, la séance va au-delà de ce qui était prévu puisque l'idée que les nombres multiples de trois pourront toujours admettre une décomposition est donnée, tandis que dans la classe B, la séance se clôt sur l'exemple de 96. Les séances ont la même durée (1 h 10 environ) mais le nombre de tours de parole observés dans la classe B est beaucoup plus important que celui observé dans la classe A (plus de 800 contre environ 500). Cet écart est réparti régulièrement au cours des différences phases de la séance. Intéressons nous maintenant plus précisément à certains moments du déroulement pour préciser ce qui différencie les deux enseignants et le questionner du point de vue de l'expérience, du rapport au savoir mathématique et des apprentissages des élèves.

II – 1 La dévolution du problème

La première intervention des enseignants, qui a un rôle clé dans la dévolution du problème aux élèves, est assez différente à plusieurs niveaux.

II – 1.1 L'enrôlement des élèves dans la résolution mathématique

B n'implique pas vraiment personnellement les élèves dans le problème qui va être donné, elle s'adresse rarement directement à eux (au début, utilisation du " *il faudra* ", puis du " vous " et enfin du " on ", " nous ") :

*le problème aujourd'hui, **il faudra** bien, bien faire attention. **Faudra** toujours justifier, dire pourquoi **on** fait quelque chose, alors **faudra pas** répondre au problème en disant seulement oui, non. D'accord ? **Faudra** toujours dire oui parce que quelquehhhh quelque chose ou alors non parce que quelque chose quelque chose. D'accord ? donc aujourd'hui, je vais vraiment **vous** demander de faire ça. C'est bien, à chaque fois que **vous** répondez à quelque chose…. (inaud) c'est toujours de faire des phrases en disant parce que quelque chose. D'accord ? alors **notre** petit problème aujourd'hui, ça va être … de écrire alors écoutez bien là ça va être un petit peu compliqué au début…d'écrire des nombres d'accord ? comme une somme, une somme c'est comme une addition, de trois nombres qui se suivent. Alors là **ça paraît** un petit peu difficile. **On va… on va** se faire un exemple tous ensemble d'accord ? … alors l'exemple **tous ensemble** ça va être avec le nombre 15.*

A l'opposé, A s'adresse directement aux élèves dès le début (en gras), puis utilise une fois ou deux le " on " à la fin de la présentation. Il précise aussi clairement que le rôle des élèves s'inscrit dans une double logique (souligné) : logique d'apprentissage (apprendre à résoudre un problème), logique d'aide (aider un PE à apprendre son métier, aider un prof de maths de l'IUFM) :

*Donc, <u>**vous votre** rôle il est … triple</u> : d'abord, ben, <u>**vous** allez apprendre quelque</u> chose, hein, **vous** savez, **vous** savez des choses sur les nombres, **vous** savez faire des opérations, et bien aujourd'hui et puis deux autres fois, mais là ce sera avec Valérie votre maîtresse, <u>**vous** allez apprendre à résoudre un problème en utilisant ce que **vous** savez sur les nombres et sur les opérations</u>. Je peux pas en dire plus pour l'instant, donc ça c'est… <u>**vous** allez apprendre</u> quelque chose, j'espère en tout cas. Deuxième* *rôle, heu… **<u>vous</u>** <u>allez aider heu … les étudiantes</u> ben… heu … à apprendre puisque ces étudiantes vont devenir… institutrices l'année prochaine et puis heu… dans deux ans pour heu.. toi je le souhaite. Et dernière chose, et bien **pour nous**, donc Magali qu'est une professeur de maths, à l'iufm, là où on forme les maîtres et bien ce que **vous** ferez <u>nous apprendra pour savoir comment on peut faire faire des maths aux élèves</u>. Voilà. Aujourd'hui….. **on va**…. Certains nombres écoutez bien. Certains nombres se décomposent en une somme de trois nombres qui se suivent et d'autres pas. **On va** expliquer tout ça. Et bien aujourd'hui, **on va** apprendre à trouver ces nombres, à en trouver certains et surtout expliquer pourquoi. Je vais vous donner un exemple. … Par exemple, le nombre 15… 15 il écrit il se décompose en la somme de trois nombres qui se suivent.*

II – 1.2 La place du problème dans les apprentissages

B indique aux élèves qu'il va falloir faire attention, expliquer, justifier, dire pourquoi, faire des phrases. Le problème est " d'écrire des nombres comme une somme de trois nombres consécutifs " (B ne rappelle pas à la fin que ce qui est important est de justifier). Elle n'indique pas que cela va servir à apprendre à résoudre des problèmes. Elle place les élèves dans une logique du " faire " (cf. supra).

Au contraire, A situe le problème dans la continuité des apprentissages des élèves et leur indique clairement qu'ils vont apprendre à résoudre des problèmes et en particulier qu'il s'agit d'apprendre à trouver les nombres qui se décomposent en la somme de trois nombres consécutifs, en expliquant pourquoi (cf. supra).

II – 1.3 Le problème mathématique posé

B ne précise pas que certains nombres peuvent se décomposer comme la somme de trois nombres consécutifs et d'autres pas. Elle propose d'écrire " des " nombres comme la somme de trois nombres consécutifs. Ce choix nous amène à envisager deux conséquences opposées concernant l'activité mathématique future des élèves :

1) En parlant " de " nombres, B donne un caractère local au travail et peut laisser penser qu'on va travailler sur des nombres pris au hasard, sans s'intéresser au cas général, voire que la décomposition est possible pour tout entier. Cela est contradictoire avec la suite du problème où les élèves auront à trouver un critère qui permet de savoir si un nombre peut se décomposer ou pas comme la somme de trois nombres consécutifs ;

2) De cette façon B laisse le problème très ouvert puisqu'elle n'indique pas que qu'il y a une partition entre les nombres qui vérifient la propriété et ceux qui ne vérifient pas. Il est donc possible que cela permette finalement de mieux poser le problème pour les élèves qui " découvriront " d'eux mêmes que tous les nombres ne vérifient pas la propriété.

La suite du déroulement montre que cela n'empêche pas les élèves de penser que certains ne peuvent pas se décomposer comme la somme de trois nombres consécutifs.

L'enseignant A indique clairement que seulement certains nombres vérifient la propriété et précise que l'objet de la séance est de les trouver. Il donne ainsi un caractère plus général au problème (trouver “ ces ” nombres). Mais il ferme aussi le problème en écartant tout doute chez les élèves.

Ainsi, les deux enseignants donnent aux élèves des perspectives mathématiques différentes et induisent ainsi une activité mathématique différente. Dans un cas, il s'agit de “ faire ” sur des cas particuliers, sans se soucier de dégager des critères généraux ou bien de “ faire ” avec une assez grande ouverture ; dans l'autre cas, le problème est présenté comme un travail sur des exemples pour dégager un critère général.

II – 1.4 La difficulté du problème

B présente à plusieurs reprises le problème comme un problème difficile et “ petit ” alors que A ne donne aucune précision là-dessus au départ. Plus tard, pour le cas de 15, il précisera que c'est “ simple en fait ”.

II – 1.5 Discussion

Le caractère local que B donne au problème peut peut-être s'expliquer par le fait qu'elle n'est que de passage dans la classe. On peut aussi penser que cela est lié à une professionnalisation en cours, à une difficulté à décider de ce qui est essentiel dans une situation et à percevoir les apprentissages comme une continuité. Au contraire, A, qui est aussi de passage dans la classe de CM1/CM2, implique d'emblée plus les élèves et donne une dimension plus générale au problème en le situant dans les apprentissages. Son expérience lui permet peut être de mieux situer le problème dans la perspective d'apprentissages à long terme pour les élèves. Cependant, il semble que B laisse plus d'ouverture au problème que A, ce qui n'est pas sans conséquence sur le contrat didactique mis en place et l'argumentation à venir.

II – 2 La gestion des cas 15 et 96

II – 2.1 Le cas de 15

Le travail sur ce nombre doit permettre aux élèves de comprendre la consigne et la nécessité de respecter les critères suite (les nombres se suivent), somme (leur somme vaut 15) et termes (avoir 3 termes dans la somme). Des différences apparaissent dans la gestion de cette phase au niveau de l'organisation du travail dans la classe, de ce qui est en jeu à ce moment-là, de la façon d'expliciter et de respecter la contrainte “ les trois nombres se suivent ”, du traitement des propositions des élèves.

L'organisation du travail dans les deux classes

B donne les feuilles aux élèves et leur demande un travail individuel rapide. Ce travail est suivi d'un travail collectif et oral plus long. La recherche individuelle devrait permettre à chacun des élèves de “ rentrer ” dans le problème, mais ce moment est si court que ce n'est pas sûr. A propose directement un travail oral.

La situation réellement proposée dans les deux classes et ses enjeux

A annonce clairement que 15 se décompose comme la somme de trois nombres qui se suivent. Il ferme ainsi le problème : les élèves n'ont plus à établir de conjecture, l'enjeu est de travailler sur la justification (exhiber une décomposition de 15 et montrer qu'elle convient). Les propositions des élèves vont être du type : “ 15 se décompose en la somme des trois nombres suivants ”. Ces propositions d'élèves devront être acceptées ou rejetées par les autres élèves de la classe avec des arguments du type “ je suis d'accord / j'accepte la proposition car les trois nombres se suivent et leur somme est 15 ”.

B laisse la question ouverte (“ on essaie de l'écrire comme une somme … ”). Le problème va vraiment correspondre au traitement d'un premier cas, simple, qui sera l'occasion de s'intéresser particulièrement au respect des contraintes.

Explication de la contrainte “ les trois nombres se suivent ”

A travaille sur l'expression « trois nombres qui se suivent » à partir de la décomposition de 15 proposée par une élève, Sidonie (interaction 1) :

P : heu… Sidonie.
Si : heu .. 5×3 3 ×5.
P : j'entends pas.
Si : 3 ×5.
P : comment tu écris ça avec une somme ? 3 ×5 ?
Si : 5 +5+5.
P : 5+5+5. En effet, 15…
E : inaud[1].
P : alors pourquoi ?
Si : 3 ×5 ça fait 15.
P : en effet, 15 ça se décompose en la somme de trois nombres, mais est-ce que 5 5 5 se suivent ?
Pe : non.
P : Sidonie, regarde bien. Est-ce que 5 5 5 se suivent ?
Si : comment ça ?
E : non.
P : j'ai trois nombres … ici qui se suivent. Donc là on a bon, on a trois nombres mais ces trois nombres ne suivent pas. Donc ça ne va toujours pas. Mais on commence à comprendre déjà.

Il n'indique pas explicitement ce que signifie “ trois nombres qui se suivent ”, bien que l'élève ne semble pas comprendre. A la suite de cette interaction, il rejette la proposition d'un autre élève qui ne respecte pas cette contrainte (« Je ne prends pas 5+8+2 ») et en indiquant que c'est comme pour Sidonie. La signification de ce que sont “ trois nombres qui se suivent ” est laissée en grande partie aux élèves. Ce n'est apparemment pas un enjeu pour le professeur, ce qu'il vise plutôt c'est le respect des contraintes.

---

[1] Inaud signifie inaudible.

Dans la classe B, un élève propose à voix intelligible mais sans être interrogé la même décomposition que Sidonie. B ne relève pas cette réponse et demande de “ donner 3 nombres qui se suivent ”. Elle va alors travailler, à partir d'un exemple 1 2 3, explicitement sur la signification de l'expression “ nombres qui se suivent ” et le respect simultané des deux contraintes : ici on a trois nombres qui se suivent mais leur somme ne fait pas 15 ”, donc ça ne va pas. La façon dont B gère la parole à ce moment peut permettre de signifier qu'il faut lever le doigt pour pourvoir être interrogé. Par ailleurs, faut-il interpréter le travail spécifique sur le vocabulaire comme un préalable nécessaire pour la stagiaire ?

Le traitement des propositions des élèves

Le tableau suivant indique la façon dont A traite les différentes propositions des élèves.

Propositions		Traitement (dans l'ordre où il est effectué)
3-14	Guillaume :5 10 15	Contrainte somme : A pose la question et les autres élèves rejettent→ Rejetée. A note qu'il y a le respect de la contrainte termes. Contrainte suite : non traitée.
15-30	Sidonie 1 : 3×5	Contrainte somme : A demande à Sidonie d'écrire sous la forme d'une somme .
	Sidonie 2 : 5 5 5	Contrainte somme : A évalue. Contrainte suite : A pose la question, les élèves évaluent.
31-36	Salah : 5 8 2	Contrainte suite : A évalue et rejette la proposition. Contrainte somme : non traitée.
37-42	Coralie : 4 5 6	Contrainte somme : traitée par Coralie, spontanément. Acceptée par les autres élèves. Contrainte suite : A pose la question (Coralie ne le précise pas d'emblée) et les autres élèves valident.

Lorsqu'une proposition d'élève est erronée l'enseignant va :

- soit évaluer la contrainte respectée et demander aux autres élèves de la classe de se prononcer sur le respect de la seconde contrainte (2) ;
- soit demander directement aux élèves d'évaluer la contrainte non respectée et ne pas traiter la seconde contrainte (1) ;
- soit évaluer lui-même la contrainte non respectée et rejeter la proposition (3).

En termes de répartition de responsabilités, on peut donc dire que pour cette phase l'enseignant garde une grande part de responsabilité. Du point de vue des mathématiques, la façon dont il gère cette phase montre implicitement que pour rejeter une proposition, il suffit qu'une des contraintes ne soit pas respectée. Dans la classe B, l'étude aboutit au tableau suivant :

Propositions		Traitement
	Jeffry : 1 2 3	A la demande de B, donner 3 nombres consécutifs. Contrainte suite : donnée. Contrainte somme : traiter par les élèves.
	Mallaury : 5 5 5	Contrainte suite : des élèves évaluent spontanément cette contrainte. B n'en tient pas compte et interroge sur la contrainte somme. Contrainte somme : évaluée à la demande de B. Contrainte suite : nouvelle évaluation à la demande de B.
	E : 5 6 7	Pas traité. Temps de travail personnel.
	E : 4 5 6	Pas traité. Temps de travail personnel.
	Naïm : 4 5 6	Contrainte suite : B pose la question. Plusieurs élèves valident. Contrainte somme : plusieurs élèves valident, B décompose le travail.

Dans cette classe, une part plus importante de responsabilité est laissée aux élèves dans le traitement des propositions faites. En effet, B demande le plus possible aux élèves de valider, quelquefois même quand c'est très simple (pour la somme par exemple). Par ailleurs, B s'attache à vérifier systématiquement le respect des deux contraintes et la contrainte respectée est toujours sollicitée en premier, de façon à ne pas tuer l'intérêt de regarder le respect de l'autre contrainte.

Conclusion

Au cours de cette phase, A ferme à plusieurs niveaux la situation, sans que cela apparaisse lié à une nécessité de gestion (il le fait dès le début) : au niveau mathématique (les élèves n'auront finalement à se prononcer que sur le respect des contraintes), au niveau de la prise de décision des élèves (il évalue certaines propositions et dirige le traitement des autres). Il laisse par contre une ouverture sur la signification de l'expression “ nombre qui se suivent ” qu'il traite implicitement à travers des exemples et contre-exemples.

B laisse la situation ouverte au niveau mathématique. Elle dirige le travail sur le respect des contraintes à travers un jeu de questions mais n'évalue pas directement les réponses proposées par les élèves et demande toujours la vérification des deux contraintes. Elle laisse aussi une certaine ouverture pour ce qui concerne le travail mathématique.

A semble être essentiellement sur l'objectif “ comprendre la consigne ” tandis que B semble considérer ce moment déjà comme un moment de recherche et un entraînement à la méthode de vérification des propositions.

II – 2.2 Le cas de 96

Dans les deux classes, le travail est organisé d'abord avec une phase de travail personnel et individuel puis une phase de mise en commun.

La gestion du travail individuel

Dans la classe A, les interventions de l'enseignant concernent :

- des aspects d'organisation liés à l'utilisation d'une feuille, au début du travail surtout (6 interventions sur 27) ;
- la poursuite de la dévolution du problème (19/27) qui est soit individuelle, soit collective (renvoi à la classe la question d'un élève) ;
- l'évaluation des réponses des élèves qui représente le tiers des interventions de l'enseignant à ce moment (5/15). Cette évaluation concerne soit la valeur de vérité (2/5) mathématique de la réponse, soit la justification de la réponse (3/5). Elles sont en général associées à la poursuite de la dévolution du problème.

Ces interventions risquent de restreindre l'activité de l'élève à la recherche d'une réponse de type oui / non sans justification. De plus, elle n'incite pas à travailler sur les aspects contrôle du résultat et organisation du travail. Par ailleurs, elles " tuent " aussi le suspens sur la valeur de vérité des réponses et donc sur la source du débat.

Dans la classe B, les interventions de l'enseignante concernent la gestion du bruit dans la classe, l'organisation du travail sur feuille, la dévolution du problème. La dévolution du problème se fait notamment avec :

- un rappel à l'initiative de B sur la façon dont on répond à un problème et sur les exigences de B ;
- une précision de la façon dont on peut organiser le travail : B conseille de faire des essais.

Les interventions individuelles de B auprès des élèves n'ont pas pour fonction d'évaluer les réponses des élèves (du moins dans ce qui a pu en être retranscrit) mais de poursuivre la dévolution ou d'inciter à la validation par des questions. Lorsqu'elle circule auprès des élèves, B leur indique s'ils peuvent passer au travail sur le nombre 46 mais il ne semble pas qu'elle évalue pour autant la validité de leur réponse pour 96. Elle regarde plutôt s'ils ont produit une réponse conforme à ce qu'elle leur a rappelé au début. Ainsi, B met en place les éléments nécessaires au débat et favorise probablement la problématisation de la question.

Dans les deux classes le contrat didactique établi n'est pas le même. Dans la classe A les élèves ont la responsabilité d'une première production et peu celle de la validation tandis que dans la classe B les élèves ont la responsabilité de la première production et celle de la validation (contrôle). Ces deux contrats renvoient à des règles du débat mathématique différentes.

La gestion des mises en commun

Dans la classe A, la mise en commun consiste essentiellement en une interaction duale entre l'enseignant et l'élève Jonathan qu'il interroge. Sa proposition est : “ Oui car 96 = 31 + 32 + 33 ”. Elle est correcte mathématiquement mais l'argument suite n'est pas explicité. La fonction didactique de l'interaction semble être pour l'enseignant de conclure sur le cas de 96. En effet, A évalue la justesse de la proposition (par répétition puis en précisant “ t'as juste, tu as raison ”, “ ça marche, c'est clair ”) puis demande à l'élève d'expliciter ses arguments. Comme il n'y parvient pas, c'est un autre élève qui explicite l'argument suite qui sera validé par répétition par l'enseignant.

Dans la classe B, Jordy qui est interrogé fait d'abord une proposition erronée : 31 + 32 + 32. Des élèves réagissent sans être interrogés et B n'évalue pas la proposition de Jordy. Une fois l'erreur corrigée, B dirige l'évaluation de la proposition en demandant explicitement aux élèves de se prononcer sur le respect des contraintes suite et somme (« est-ce c'est bien des nombres qui se suivent ? » ; « est-ce que la somme ça fait bien 96 ? »). La façon dont elle pose ces questions à la classe induit un peu la réponse, mais il nous semble essentiel que la stagiaire laisse aux élèves une part de responsabilité dans la validation de la proposition.

II – 2.3 La gestion du cas 46

Dans les deux classes, plusieurs élèves ont réfléchi individuellement au problème pour 46 avant la mise en commun pour 96. Un début de résolution orale du problème pour 46 débute naturellement dans la continuité de la mise en commun sur 96.

Dans la classe B, plusieurs élèves prennent la parole pour faire des propositions ou donner d'arguments. B ne prend pas position. Elle s'affaire à permettre la circulation des idées entres les élèves en rappelant par exemple aux élèves d'écouter ce que dit un autre élève, à relancer le problème (par exemple : « on a trouvé pour 15 pour 96 … mais pour 46 on a un problème ») ou à rapprocher des propositions d'élèves (par exemple « regarde on l'a déjà fait »). Elle tient le rôle de mémoire des échanges entre les élèves et de répartiteur de la parole dans la classe. Au moment où B interrompt le débat pour lancer le travail en groupes, deux types d'arguments ont été émis dans la classe : 14 + 15 + 16 = 45 et 15 + 16 + 17 = 48 donc on ne peut pas et on ne peut pas car 46 est un nombre impair[2]. Lors de la mise en commun, les élèves qui justifient l'impossibilité de décomposer 46 en la somme de trois nombres consécutifs par le fait que 46 est impair prennent une place importante. B renvoie d'abord à la classe la possibilité de poser des questions à propos de cet argument, puis précise ce qu'est un nombre impair mais, dans le feu de l'action, se trompe ce qui ne facilite pas la suite du débat. Pour autant, il faut noter qu'elle évalue rarement les propositions des élèves, qu'elle privilégie l'échange entre les élèves. Elle facilite d'ailleurs le débat à plusieurs reprises en exploitant les cas précédemment traités comme exemple ou contre-exemple.

Dans la classe A, la première phase de travail collectif sur le nombre 46 ne permet pas d'aller aussi loin que dans la classe B. Les arguments avancés sont moins bien explicités et sont tous du type « on peut faire 45, on peut faire 48, mais on ne peut pas faire 46 ».

---

[2] Les élèves n'ont pas appris précédemment ce qu'est un nombre impair, mais c'est un argument qui a été donné par Victor et qui est repris par les autres élèves.

Lors de la mise en commun, les élèves réagissent peu aux différentes propositions et A évalue les réponses des élèves. Il n'y a pas vraiment de débat. L'attitude moins réactive des élèves dans cette classe peut être liée au contrat didactique instauré au début de la séance par le professeur A. Mais il nous semble aussi que le contrat didactique habituel de la classe où les élèves sont peu habitués à débattre joue un rôle important.

II – 3 Des aspects moins didactiques de la gestion

L'analyse comparative des deux séances fait aussi apparaître des différences dans la gestion d'aspects moins directement didactiques de la séance.

Le professeur A observe et mémorise les productions des élèves lorsqu'il circule dans la classe. Il choisit d'ailleurs ensuite les élèves qui vont aller au tableau sur la base de cette observation et sur des critères plus sociaux (place de l'élève dans le groupe classe). La stagiaire observe les productions des élèves mais ne les mémorise pas. Cela la conduit dans cette séance à envoyer au tableau en premier lieu pour la correction de 96 une élève très en difficulté qui n'a pas réussi le problème pour 96 et à qui elle a demandé de traiter le cas plus simple de 36.

A n'organise pas son tableau comme le fait B avec un coin « brouillon » où les élèves écrivent leurs propositions et un coin « propre » où elle note clairement les conclusions pour chacun des cas sous la forme « Oui on peut décomposer … en la somme de trois nombres qui se suivent car … ».

CONCLUSION

Cette étude de cas montre que l'expérience d'un enseignant n'est pas le seul élément qui intervient au niveau de l'instauration des conditions favorables à un débat en mathématiques dans une classe. Il nous semble en effet que la stagiaire par l'ouverture qu'elle laisse à la situation dès le début et le contrat didactique qu'elle instaure favorise plus l'émergence d'une discussion entre les élèves que l'enseignant A. Cette différence de gestion est-elle liée à un rapport aux mathématiques différent chez les deux enseignants ?

RÉFÉRENCES

BROUSSEAU G. (1996) L'enseignant dans la théorie des situations didactiques, in *Actes de la 8ème Ecole d'Eté de didactique des mathématiques*, in Perrin-Glorian, Noirfalise (ed), I.R.E.M. de Clermont-Ferrand, 3-46.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*, La pensée Sauvage.

DOUAIRE J. & AL. (2003) Gestion des mises en commun par les maîtres débutants, *Faire des maths en classe ?*,53-69.

ERMEL (équipe de didactique de mathématiques), DOUAIRE Jacques (Dir.), HUBERT Christiane (Dir.) (1999) *Vrai ? Faux ? … On en débat ! De l'argumentation vers la preuve au cycle 3*, INRP.

HERSANT C. (2004) Caractérisation d'une pratique d'enseignement des mathématiques, le cours dialogué, *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies*, **4(2)**, 241-258.

PERRIN-GLORIAN M. J. & HERSANT C. (2003) Milieu et contrat didactique, outils pour l'analyse de séquences ordinaires, *Recherches en didactique des mathématiques*, **23(2)**, 217-276.

UTILISATION, EN FORMATION DES PE, DU DVD « ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES AU CYCLE 2. DEUX SITUATIONS D'APPRENTISSAGE EN IMAGES»

Muriel FENICHEL
PIUFM
IUFM de Créteil
muriel.fenichel@creteil.iufm.fr

Catherine TAVEAU
PIUFM
IUFM de Créteil, IREM Paris 7
catherine.taveau@creteil.iufm.fr

Résumé
Cette communication a pour objectif de présenter le contenu d'un outil multimédia conçu pour la formation des enseignants du premier degré. Des pistes pour son utilisation dans le cadre de la formation initiale et continue des Professeurs des Écoles sont exposées.
La démarche d'élaboration de ce DVD, complété par un Cdrom, a pour ambition d'illustrer :

- d'une part certains concepts didactiques et pédagogiques à partir de situations de classe,
- d'autre part de fournir aux formateurs tous les outils pour la compréhension de la situation et aux enseignants tous les outils pour la mise en œuvre dans les classes.

Les deux séquences d'apprentissage présentées dans le DVD concernent respectivement un travail autour de la numération dans une classe de CP/CE1 et un autre autour de l'introduction du cercle au CE1.

I – PRÉSENTATION DU PROJET

Dans le cadre de l'IUFM de Créteil, en partenariat avec le CRDP de la même académie, nous travaillons sur l'élaboration d'outils multimédia pour la formation en mathématiques, initiale et continue, des Professeurs des Écoles.

Ce projet est né de la nécessité de renouveler les supports vidéo dont dispose le réseau national des formateurs de mathématiques en IUFM. En effet les anciens supports comportant des séances filmées dans les classes ne peuvent plus être diffusés (les copies de copies étant maintenant de mauvaise qualité) ou commercialisés puisque la réglementation concernant le droit à l'image a évolué.

La formation des Professeurs des Écoles est courte et condensée dans le temps, or elle doit permettre de développer rapidement chez les stagiaires des gestes professionnels dans des domaines où ils ne sont pas nécessairement experts : peu d'entre eux ont reçu une formation scientifique. D'autre part, le rapport qu'entretiennent ces stagiaires à la lecture de documents didactiques et/ou pédagogiques semble difficile, d'où la nécessité d'exemplifier des situations d'apprentissage par l'image afin d'essayer d'éviter le risque de dénaturation didactique des situations proposées.

Nous avons donc besoin d'outils adéquats pour rendre plus compréhensibles les enjeux de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire aussi bien pour les futurs Professeurs des Écoles que pour les enseignants déjà titulaires.

Nous avons réalisé un premier DVD illustrant deux séquences d'apprentissages mathématiques pour des enfants de cycle 2 de l'école primaire. Ce DVD est accompagné d'un Cdrom comportant des éclairages théoriques en mathématiques et en didactique sur les thèmes abordés, des programmations possibles pour la classe, des analyses didactiques a priori et a posteriori des séances filmées ainsi que des travaux d'élèves. Dans le DVD, chaque séance filmée en classe est suivie d'un entretien avec l'enseignant.

Cet outil est élaboré de manière à pouvoir être utilisé principalement par les formateurs dans le cadre de leur travail de formation. Il est aussi accessible par des stagiaires en formation ainsi que par des enseignants titulaires, au même titre que n'importe quels autres ouvrages didactiques.

Ce premier produit multimédia présente deux séquences d'apprentissages filmées : l'une concerne l'apprentissage de l'objet géométrique « cercle » en relation avec l'utilisation du compas en CE1 et l'autre porte sur l'apprentissage de la numération, plus particulièrement sur la notion de groupement par dix dans la numération écrite chiffrée au CP et au CE1.

II – UN PRODUIT AU SERVICE DE LA FORMATION INITIALE ET CONTINUE

Afin d'élaborer un produit répondant à nos interrogations de formateurs mais aussi aux préoccupations de l'ensemble des formateurs, nous avons présenté notre projet au colloque National de la COPIRELEM de 2004 afin de constituer un cahier des charges en étroite relation avec la communauté des formateurs de mathématiques des IUFM. Nous présentons en annexe ce cahier des charges. Lors de l'élaboration du DVD et du Cdrom nous avons essayé de répondre au plus près à ces demandes.

Voici les principaux points que nous faisons émerger à partir des séances filmées :

- le concept de dévolution,
- la notion de variables didactiques ;
- la notion de situations problèmes ;
- la place de la validation ;
- l'importance et le rôle des séances d'entraînement dans les moments d'apprentissage ;
- les différents types de difficultés rencontrées par les élèves ;
- le rôle du langage dans la construction des objets mathématiques.

Nos choix concernant les deux situations filmées sont les suivants :

Deux domaines différents sont abordés

Combien de bûchettes ? Issue de la situation des fourmillons de ERMEL traite du nombre et de sa désignation écrite chiffrée.

Le petit moulin présente une approche du cercle et du disque en illustrant le lien entre l'objet technologique qu'est le compas et l'objet géométrique qu'est le cercle.

Deux situations différentes d'apprentissage sont illustrées

- *Combien de bûchettes* ? est construite comme une situation problème ;
- *Le petit moulin* est un exemple d'apprentissage en situation, mené autour d'un projet.

Des dispositifs différents, réfléchis selon les situations d'apprentissages sont présentés

- *Combien de bûchettes ?* nécessite une alternance entre travail collectif et travail de groupe ;
- *Le petit moulin* nécessite une alternance travail collectif et de travail individuel.

La variété de ces approches mathématiques, didactiques et pédagogiques doit favoriser, nous l'espérons, l'appropriation d'un bon nombre de concepts chez les stagiaires et les enseignants. Nous espérons que les formateurs, à leur tour, trouveront les ressources nécessaires dans cet outil multi média pour illustrer leurs séances de formation[1].

Nous travaillons dans le même sens à l'élaboration d'un deuxième DVD concernant l'apprentissage des mêmes notions mathématiques (la numération, le cercle) mais pour des élèves de cycle 3 de l'école primaire. Ce produit permettra de d'illustrer la nécessité de travailler sur la continuité des apprentissages.

III – UN EXEMPLE D'UTILISATION EN FORMATION DES PROFESSEURS DES ÉCOLES

Nous avons utilisé ce DVD en formation des futurs professeurs des écoles (PE2) à différents moments de la formation et notamment pour préparer leurs stages dans les classes. Voici la forme que nous avons retenue pour ce travail :

1) *Visionner la chronologie d'une séance après avoir proposé, par exemple, le questionnement suivant aux stagiaires :*
    - *Repérer les différentes phases de la séance ;*
    - *Caractériser ces phases en définissant leur rôle ;,*
    - *Préciser la tâche de l'élève, le rôle de l'enseignant ;*
    - *Repérer les difficultés des élèves ;*
    - *Repérer et analyser les dispositifs pédagogiques mis en œuvre.*

2) *La mise en commun avec les stagiaires permet ensuite de traiter, selon le choix du formateur, une notion ou un concept didactique.*

3) *Le visionnement de l'entretien avec l'enseignant dont la séance de classe a été présentée, peut enrichir les apports effectués par le formateur.*

Pour ce faire, le formateur trouvera beaucoup d'éléments dans le Cdrom[2] (qui contient l'équivalent d'un ouvrage didactique de 200 pages) :

- la chronologie détaillée de chaque séance ;
- la fiche de préparation de l'enseignant ;
- des productions d'élèves et leur analyse ;
- l'analyse didactique de la séance ;
- un éclairage pédagogique différent selon les séances.

De plus, des compléments plus théoriques permettent d'approfondir une question didactique ou pédagogique. Une bibliographie accompagne ces documents.

---

[1] Voir en annexe 2 l'arborescence des situations filmées du DVD.

[2] Voir en annexe 3 le contenu du Cdrom.

IV – PERSPECTIVE DE TRAVAIL

Les premiers retours de l'utilisation de ce produit par les formateurs sont très encourageants. Le produit multimédia est d'une grande souplesse d'utilisation. Le formateur peut choisir exactement la partie qu'il souhaite faire voir à ses stagiaires. Il peut construire le questionnement adapté à ses objectifs de formation et se servir de la vidéo pour illustrer ses propos.

Pour le formateur de mathématiques en IUFM, l'usage de situation d'homologie est assez fréquent pour aborder à la fois des contenus mathématiques et des notions didactiques et pédagogiques. Mais il ne dispose pas toujours de situations riches qui puissent être proposées dans une démarche d'homologie ; de plus le temps de formation lui est compté.

Le produit multimédia peut efficacement avoir sa place comme outil de formation, mais ses contenus doivent être réfléchis. Que souhaite-t-on montrer ? Comment ? Et pourquoi ?

Dans notre travail, nous avons essayé de porter un éclairage sur l'activité réelle des élèves et leurs difficultés, tout en présentant aussi la pratique de leur enseignant. Nous analysons l'écart entre ce que le maître avait prévu et la réalité de la séance.

Nous apportons des « zooms » sur des sujets comme « la motricité fine pour la construction du cercle », « la mise en place du tutorat », « l'aide personnalisée de l'enseignant », tous ces gestes peu imaginables ou/et peu visibles dans une classe.

L'outil multimédia illustre des notions que le seul discours ne permet pas d'appréhender. Il aide ensuite à l'analyse a priori.

Un travail approfondi par un formateur à partir du DVD et du Cdrom peut faire que certaines situations deviennent des situations de référence pour un groupe de stagiaires ; on pourra s'y référer tout au long de l'année.

Ainsi il sera peut être plus facile de pouvoir mesurer la capacité de transposition des stagiaires face aux situations d'enseignement qu'ils doivent construire et mener.

ANNEXE 1

Voici les aspects principaux que les participants du colloque de la COPIRELEM ont souhaité retenir concernant ce cahier des charges :

a) Le support (DVD et Cdrom) doit permettre une exploitation en miroir ou en simultané des trois aspects didactique, pédagogique et mathématique. Le montage des séances filmées doit en tenir compte.

Concernant la didactique, les participants souhaiteraient voir apparaître :

- les différents types de situation : apprentissage, référence, entraînement ;
- la démythification de l'enseignement « héroïque » : le rôle des différentes situations dans la gestion des apprentissages mathématiques ;
- la dévolution de la situation ;
- l'appropriation de la consigne par les élèves, ce qui va leur permettre d'entrer dans la tâche ;
- le point de vue du maître, celui des élèves ;
- ce que dit le maître, ce qu'entendent les élèves : les interactions ;
- le temps du maître, celui des élèves. Prendre en compte le temps réel de l'apprentissage (présence de l'affichage du temps réel dans le montage) ;
- le découpage de la séance : enchaînements, interactions, fonction des différents moments : possibilité de « zoom » sur les moments clés ;
- le traitement de l'erreur ;
- les différents types d'aides : comment sont-ils donnés, sur quels critères ?
- entretiens a priori, a posteriori ;
- la prise en compte de la durée dans la construction d'un concept ;
- les limites d'une analyse essentiellement didactique.

Concernant la pédagogie, les participants ont retenu les points suivants :

- la gestion de la différenciation ;
- la gestion des moments de mise en commun ;
- la prise en compte des productions des élèves pour adapter sa progression ;
- les gestes, les postures et les paroles de l'enseignant ;
- la gestion de la parole dans les moments collectifs, fonction de la parole, relance, circulation de la parole ;
- le passage de l'écrit privé à l'écrit partagé, exploitation de la parole dans les mises en commun ;
- les prises d'information par le maître à travers l'observation des élèves, ses prises de décisions ;
- les limites d'une analyse uniquement pédagogique.

b) Le support DVD doit permettre de mettre en regard les actions de l'enseignant et celles des élèves en simultané ou en décalé. En utilisant la technologie permise par le support DVD il est plus aisé de mettre en évidence, et assez finement, la gestion des interactions (élèves/élèves ou élèves/maître) dans la classe.

Pour prendre en compte les liens qui existent entre la didactique et la pédagogie et pour amorcer la réflexion sur la reproductibilité d'une situation, les participants ont proposé de filmer la même situation dans des classes différentes.

D'autre part, les participants ont attiré notre attention sur le fait qu'un tel outil ne doit pas uniquement montrer des situations « modèles » mais aussi des situations dont l'analyse critique permet d'avancer dans la réflexion de la gestion des apprentissages mathématiques à l'école primaire.

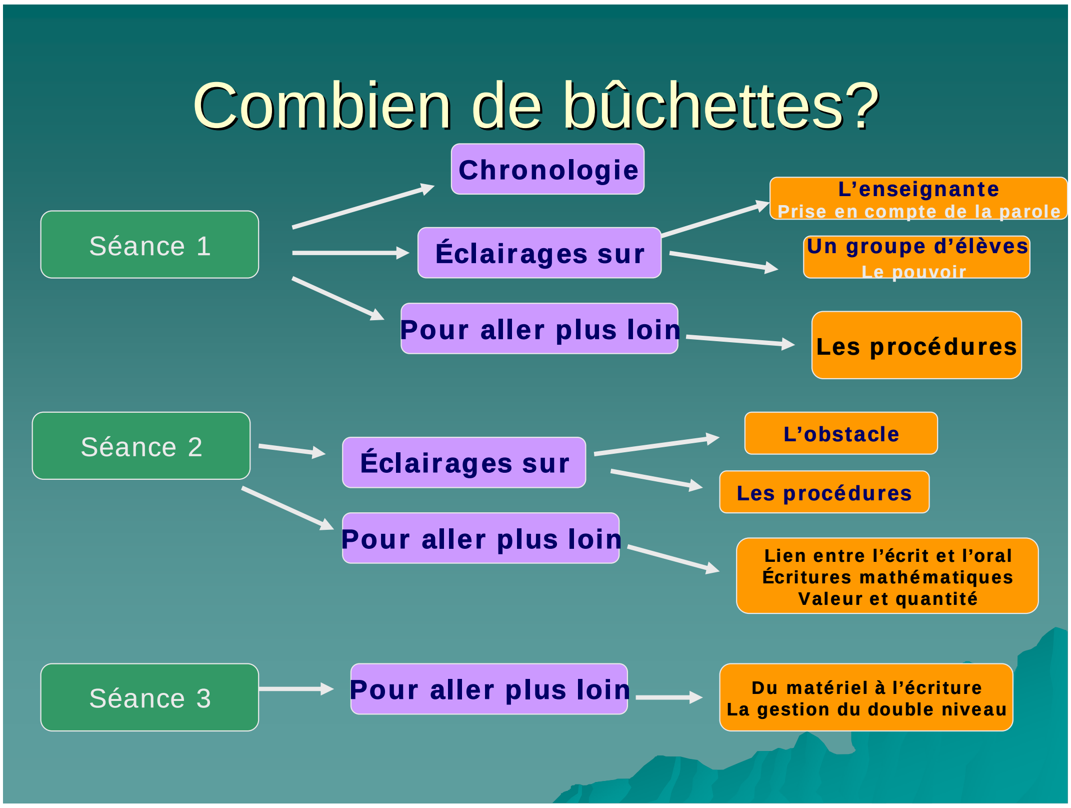
<u>Les contenus mathématiques que les participants aimeraient voir traités</u> :

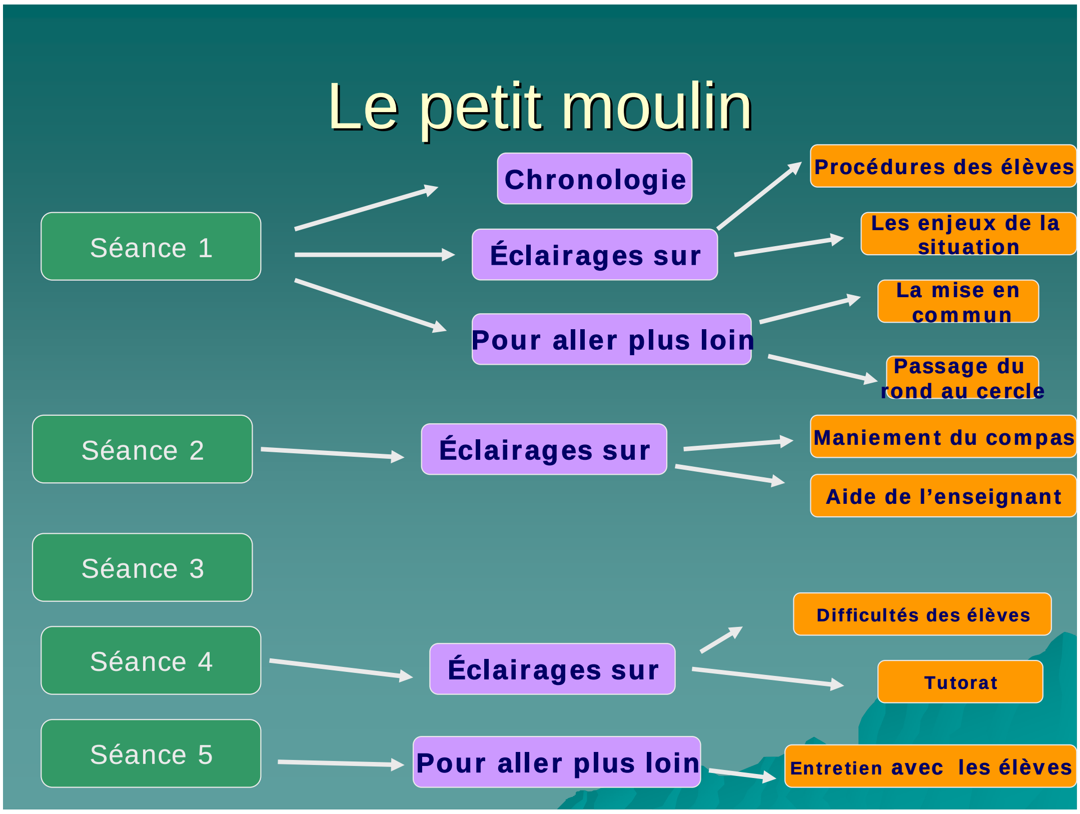
- La numération ;
- Des situations de partage ;
- Aires/grandeurs mesurables ;
- Espace et géométrie ;
- Calcul mental/calcul réfléchi ;
- Introduction des écritures symboliques ;
- Les interactions verbales dans une activité mathématique en maternelle ;
- Le moment de synthèse d'une activité mathématique.

Dans le Cdrom, les participants ont proposé de prendre en compte les points suivants :

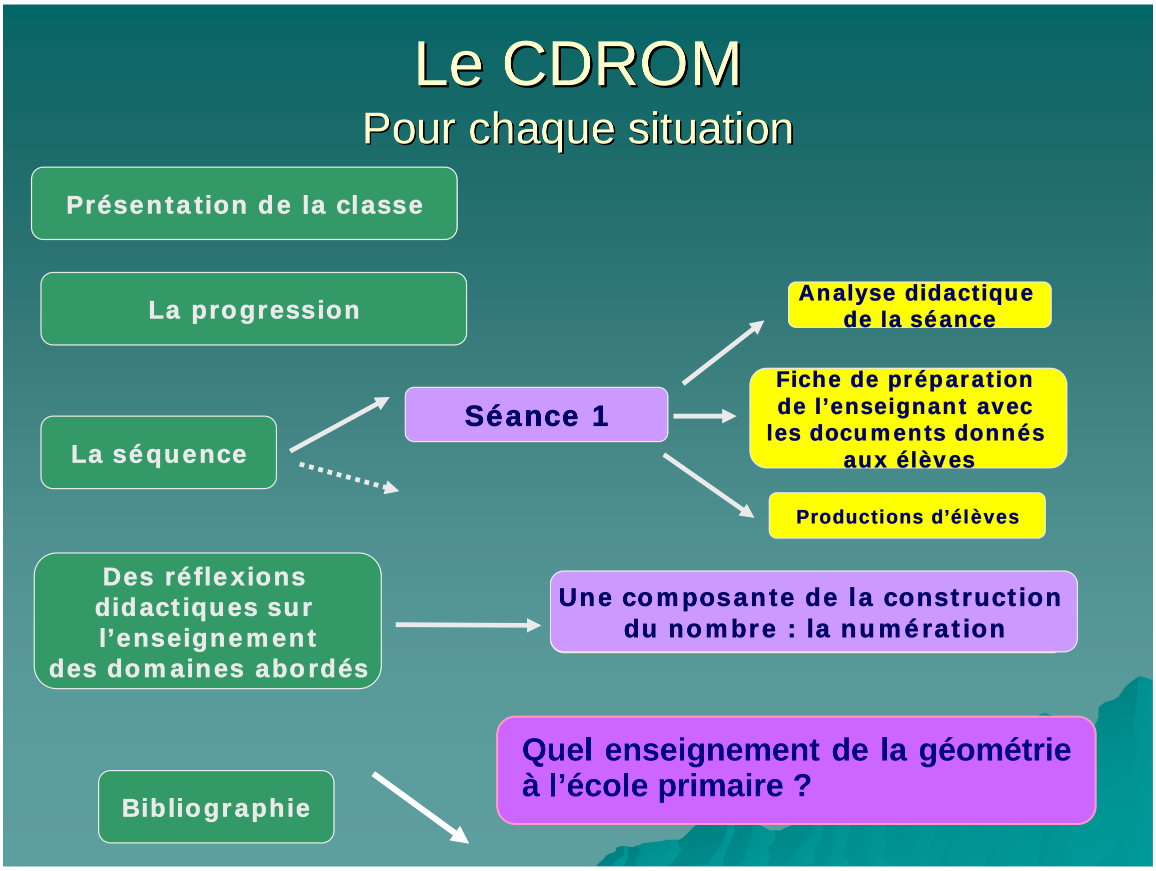
- les mises en perspective historique, épistémologique, théorique des connaissances traitées, la prise en compte de leur spiralité dans la scolarité, et son importance dans la construction du savoir mathématique ;
- le rôle du langage dans l'acquisition des connaissances mathématiques ;
- des productions d'élèves ;
- des progressions ;
- les pré-requis ;
- des alternatives de points de vue, d'approches ;
- des compléments possibles, différents prolongements possibles (jeux, entraînements,…) ;
- une bibliographie.

ANNEXE 2 : ARBORESCENCE DES SÉANCES FILMÉES DANS LE DVD





ANNEXE 3 : CONTENU DU CDROM



Tous les documents mis sur le CDROM sont imprimables en pdf, et la navigation est facile et agréable.

L'ÉTAYAGE DU MAÎTRE DANS LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES AU CE1

Jean-François FAVRAT
Maître de conférences, IUFM, site de Nîmes
LIRDEF, IUFM de Montpellier
favrat.jf@wanadoo.fr

Résumé
Les documents d'accompagnement des programmes de mathématiques pour le cycle 2 (SCEREN / CNDP, 2002, p 13 et 14) décrivent largement la place que pourraient occuper les problèmes dans l'enseignement des mathématiques et proposent une liste rénovée de compétences méthodologiques à travailler. Ils incitent fortement les maîtres à chercher des dispositifs d'enseignement dans lesquels les élèves sont conduits à résoudre des problèmes par eux-mêmes et à communiquer sur leurs solutions (démarches et résultats).
La mise en œuvre de tels dispositifs peut poser problème aux maîtres débutants (stagiaires de deuxième année IUFM, nouveaux titulaires), partagés entre le souci d'aider les élèves en difficulté et celui de les laisser chercher seuls ; ils sont surpris par certaines productions, voire inquiets des écarts qu'elles peuvent présenter avec leurs attentes, *etc*. Ils se posent beaucoup de questions sur les manières de créer des espaces de communication mathématique entre les élèves, sur leur positionnement dans la classe en tant que maître, sur la gestion des événements imprévus, *etc*. A la recherche de documents pédagogiques pouvant servir de témoignages pour la formation, nous avons enregistré des enseignants d'un même niveau dans des séances qu'ils avaient préparées ensemble.
Cette communication prend donc appui sur des extraits de deux séances de résolution de problèmes au CE1, enregistrés chez deux maîtres, à propos du même énoncé soustractif. Ces maîtres sont à la fois proches – ils assument les présupposés didactiques des documents d'accompagnement – et différents dans leur manière de concevoir l'étayage du maître. Le but est de comparer leur gestion contrastée de deux phases (appropriation de l'énoncé par la classe, discussion sur les solutions) et d'analyser les interactions orales dans la classe (place des échanges entre les élèves, contenus explicites, *etc*.).
Ce faisant nous pensons pouvoir contribuer à l'analyse tout à la fois des pratiques professionnelles réelles des enseignants et des conduites langagières de jeunes élèves en mathématiques.

Mots-clés : Résolution de problèmes - débat - oral - étayage - début de cours.

Le travail a été réalisé dans le cadre d'une recherche de l'Institut National de Recherche Pédagogique sur l'oral, conduite avec l'équipe des professeurs de l'IUFM à Nîmes (Micheline Cellier, Martine Dreyfus) et trois maîtres gardois engagés dans cette recherche (Soizic Bozec, Ingrid Roudil, Alain Bouzin). Ces collègues, s'interrogeant alors sur les enjeux et les modalités d'un éventuel enseignement de l'oral à l'école élémentaire (cf. leur problématique dans la revue Repères INRP *Enseigner l'oral*, n°24/25, coordonné par Claudine Garcia-Debanc et Isabelle Delcambre), souhaitaient analyser des pratiques d'enseignement accordant une large place à l'oral.

Avec cette équipe, nous avons donc mis au point et enregistré trois séquences de trois séances consacrées à la résolution de problèmes, séances dans lesquelles les élèves de CE1 avaient à communiquer oralement leurs démarches et débattre de leurs solutions. Ce travail sur la durée a permis à l'équipe d'analyser les échanges entre les élèves, leurs contenus, les types d'arguments, finalement leur appropriation des objets mathématiques visés dans ces séances de résolution de problèmes (cf. l'article dans le numéro de Repères cité, J-F. Favrat, 2003).

Une partie de ce corpus a été reprise et analysée avec l'équipe[1] coordonnée par Dominique Bucheton (LIRDEF) pour faire apparaître les gestes professionnels déployés par les maîtres lors de la présentation d'un problème dans une classe. Sylvie Coppé (2000) s'était déjà intéressée à cette question, avec un maître débutant, en montrant qu'une conception séquentielle, linéaire, de la résolution de problèmes, pouvait conduire à des pratiques privant les élèves d'un temps de réflexion autonome sur l'énoncé de problème. Grâce au visionnage mutuel de leurs enregistrements, les maîtres ont pu prendre conscience de leur gestion contrastée, dès les premiers instants, de séances qu'ils avaient pourtant dans le détail préparées ensemble. Ils ont pu ainsi découvrir ce qui restait personnel dans leur interprétation de discours didactiques partagés.

I – LES CHOIX EFFECTUÉS

Il s'agit d'une séance de résolution de problèmes posés à l'écrit. Les maîtres organisaient régulièrement de telles séances avec des objectifs tant méthodologiques que notionnels, dans l'esprit des « ateliers de résolution de problèmes » proposés par Rémi Brissiaud (1992) dans son manuel *J'apprends les maths*, utilisé et suivi dans ces classes.

I – 1 L'énoncé

L'énoncé[2] choisi par l'équipe (maîtres impliqués et chercheurs) est le suivant. Il y a deux versions, chaque maître ayant légèrement adapté son texte pour sa classe. Pour la communication dans ce colloque, nous ne nous sommes appuyés que sur les séances réalisées dans les classes n°1 et n°3, situées dans une zone d'éducation prioritaire de Nîmes.

> Pour la classe n°1 :
> *Sébastien et François comparent leurs collections de voitures.*
> *Sébastien en a 17, François en a 22.*
> *Combien de voitures François a-t-il de plus que Sébastien ?*
>
> Pour la classe n°3 :
> *Sébastien et Maxime comparent leurs collections de voitures.*
> *Sébastien en a 17, Maxime en a 22.*
> *Combien de voitures a-t-il de plus que Sébastien ?*

[1] Équipe de recherche technologique (ERT) dont le thème de travail s'intitule « Conditions et difficultés de l'entrée dans les situations d'apprentissage : les langages, vecteurs de la construction des savoirs ».

[2] Tiré du manuel *Maths CE1*, p 114, (cf. J-F. Favrat, 1999).

C’est la première fois que les élèves ont à résoudre un tel type de problème, dit de « comparaison de deux états », selon la terminologie de Gérard Vergnaud (1981). La question y est formulée avec l’expression « de plus » inductrice d’une addition, inappropriée ici si elle est appliquée aux nombres 17 et 22[3]. Cette particularité constitue l’une des difficultés principales et prévisibles de cet énoncé. L’intention des maîtres est que les élèves la repèrent, la dépassent ou du moins participent à son dépassement.

I – 2 Le déroulement

Le scénario commun prévu pour la séance comporte cinq phases :

- appropriation de l’énoncé : lecture individuelle silencieuse, lecture à haute voix, réponse à d’éventuelles questions de compréhension soulevées par la lecture ; le maître veille à ce que ni les démarches ni les réponses ne soient dévoilées à cette étape ;
- résolution individuelle : chaque élève écrit sa démarche et sa solution sur sa feuille de recherche en vue de communiquer ensuite avec les camarades de son groupe ; cette phase est assez courte, le maître n’aide pas les élèves, il les relance éventuellement ;
- travail de groupe : les élèves se mettent d’accord sur une démarche que chacun a comprise et la reportent sur une affiche ; le maître s’assure avant de donner l’affiche que tous les membres dans chaque groupe sont d’accord ; il n’y a pas de rapporteur désigné[4] ;
- mise en commun : les élèves commentent oralement, critiquent, valident ou invalident les démarches affichées ; le maître gère les tours de parole, recentre, fait avancer les débats ;
- synthèse : le maître dresse sur une affiche le catalogue des démarches correctes ; cette affiche restera dans la classe pour les séances ultérieures.

Les maîtres conviennent a priori de ne pas aider individuellement plus particulièrement tels ou tels élèves. Ils espèrent, grâce surtout au travail de groupe, depuis longtemps instauré, et aussi pendant la mise en commun des solutions, que certains élèves assumeront ce rôle. D’autres séances consacrées aux mêmes types de problèmes seront organisées, avec des aides individualisées, si besoin. Cette séance est conçue comme la première rencontre avec ce type de problèmes et comme la première séance d’une séquence plus complète.

---

[3] Dans son manuel cité, R. Brissiaud propose d’abord des problèmes dits « d’égalisation ». Sur ce thème des collections de voitures, il est possible de rédiger un problème d’égalisation : *Sébastien a 17 voitures, François en a 22.*
Combien de voitures Sébastien doit-il acheter pour en avoir autant que François ?

[4] C’est la fonction des affiches de présenter les démarches ; il est inutile de prévoir un défilé de rapporteurs venant lire au tableau ce que chaque élève peut lire de sa place. Le démarrage de la mise en commun, sans ces rapporteurs, implique davantage les élèves par l’obligation qu’ils ont de prendre connaissance des affiches, par la possibilité aussi bien sûr de poser des questions aux auteurs d’une affiche en cas d’incompréhension.

I – 3 Raisons du dispositif

Ce canevas de séance tente de répondre aux recommandations formulées dans les textes officiels. Les plus récents (Ministère de l'éducation nationale, 2002) indiquent une liste de compétences[5] à travailler dans la résolution de problèmes.

> *Au cycle 2, les compétences suivantes sont particulièrement travaillées :*
>
> - *s'engager dans une procédure personnelle de résolution et la mener à son terme ;*
> - *rendre compte oralement de la démarche utilisée, en s'appuyant éventuellement sur sa feuille de recherche ;*
> - *admettre qu'il existe d'autres procédures que celle qu'on a soi-même élaborée et essayer de les comprendre ;*
> - *rédiger une réponse à la question posée ;*
> - *identifier des erreurs dans une solution.*

On y lit toute la place que peut prendre la maîtrise de la langue à l'oral, articulée avec la production d'écrits de travail. C'est l'accent mis sur la communication, sur la réflexion à propos des démarches, qui nous a guidés et fait écarter un certain nombre d'activités ritualisées (souligner la question, rechercher les informations utiles, schématiser, *etc*.) souvent considérées comme un préalable indispensable à la résolution[6].

II – COMPARAISON DES DÉBUTS DE SÉANCE

Au colloque nous avons pu visionner les deux débuts de séance dans les classes n°1 et n°3, depuis l'installation des élèves jusqu'à la mise en route du travail individuel. Ils sont retranscrits dans les annexes n°1 et n°2.

II – 1 Les contrastes

Ils apparaissent sur plusieurs points.

- Leur longueur : soixante tours de parole pour la classe n°1 contre quarante pour la classe n°3 ;
- la répartition des tours de parole, leur contrôle par le maître, leur contenu ;

---

[5] Les textes officiels antérieurs (Ministère de l'éducation nationale, 1991, 1995) proposaient la liste bien différente qui suit :
- *analyser des problèmes de recherche simples ;*
- *choisir les données nécessaires à leur résolution ;*
- *mobiliser des connaissances déjà acquises ;*
- *exposer clairement des résultats.*

[6] Ces activités, cohérentes avec les textes officiels antérieurs (cf. la note précédente) qui insistaient davantage sur la lecture de l'énoncé, ont été critiquées soit pour leur manque d'efficacité (B. Sarrazy, 1997) soit à cause du moment où elles se placent, c'est-à-dire séparées et trop en amont de la résolution (J. Julo, 2002 ; S. Coppé & C. Houdement, 2002).

Classe n°1	Classe n°3
- L'alternance maître / élève dans les interventions est très régulière : il est rare qu'il y ait la place pour deux interventions d'élèves entre deux prises de parole du maître ; - le maître donne la parole individuellement, - le maître pose des questions (quatorze tours de parole nettement interrogatifs), reprend les réponses, les reformule, les complète, donne son accord, explique ; - les élèves répondent aux questions du maître lors du rappel sur l'organisation du travail (on observe une grande coopération maître / élève pendant cette sous-phase) ou pendant la recherche d'explications ; - les élèves ne posent pratiquement aucune question : une seule, inaudible, à propos du verbe comparer, est reprise par le maître.	- L'alternance maître /élève dans les interventions est moins régulière : il peut y avoir plusieurs tours de parole pris par des élèves différents entre deux tours du maître ; - les élèves prennent la parole parfois sans y avoir été invités (tours 8, 20, 24), posent des questions (tours 8, 32, 35), se répondent parfois sans que le maître intervienne (tours 34 à 37 ; - le maître présente le travail, l'organise, pose très peu de questions (aucune ne vise le rappel du dispositif, deux portent sur la compréhension de l'énoncé).

- le contenu des explications apportées par le maître.

Classe n°1	Classe n°3
- Cette demande d'explication porte sur la signification du verbe « comparer » ; - le maître (tour 56) répond à la demande d'explication après avoir cherché des éléments de clarification dans la classe (tours 42 à 55) ; - on peut interpréter les interventions du maître (tour 48 et surtout tour 59) comme des mises en garde contre de possibles procédures erronées, comme des perches tendues dont on ne peut dire, à ce moment du déroulement, si elles seront saisies. Il fait allusion à une ferme école car peu de temps auparavant il a conduit sa classe dans cette ferme école.	- la demande d'explication porte sur le fragment « a-t-il de plus », extrait de la question ; - l'explication est fournie par une élève (tour 34) ; - le maître entend cette explication mais ne la répète pas, il ne la fait pas répéter. Il n'intervient pas sur le fond : il se contente de rappeler que Maxime est un garçon (tour 38) à propos du pronom « elle » utilisé par des élèves (tours 34, 35, 37) ; - on peut interpréter la question (tour 39) apparemment ouverte, posée par le maître à l'élève qui est à l'origine de la demande d'explication comme une manière de clore la discussion, de la renvoyer aux élèves, aux groupes.

II – 2 Les analogies

Malgré ces différences frappantes, les deux maîtres s'acquittent tous les deux d'un certain nombre de tâches communes, constituant une check-list pour cette phase, un agenda[7].

Faire entrer dans la séance *Étiqueter la séance (c'est-à-dire signifier qu'il s'agit de mathématiques, et plus précisément de résoudre des problèmes de mathématiques)* *Relier avec l'avant* *Présenter le dispositif* *Donner l'énoncé du problème* *Faire lire l'énoncé* *S'informer des incompréhensions* *Gérer les incompréhensions* *Clore le début de la séance* *Veiller au bon fonctionnement* *Gérer le temps*

Cette liste n'induit pas une chronologie, certaines tâches sont nécessairement successives, d'autres sont réalisées en même temps ou assumées tout le long du déroulement de cette phase. Elle n'impose pas non plus, on l'a vu, un seul mode de faire.

II – 3 Commentaires

La retranscription à l'écrit de ces débuts ne rend évidemment pas compte d'aspects importants (gestes vers les élèves ou vers les affiches réalisées auparavant lors des synthèses des séances analogues, intonations, position du maître dans la classe, regards, *etc*.) qui montreraient que la posture du maître de la classe n°3 n'est pas un retrait sur tous les plans. Ce retrait se réduit à la décision de ne pas intervenir publiquement sur le fond dès le début de la séance. Cela peut paraître paradoxal, puisque c'est lui (cf. l'annexe n°2, tour 29) qui cherche à s'informer publiquement de l'éventualité d'incompréhensions dans des termes d'ailleurs assez proches de ceux employés par le maître n°1 (cf. l'annexe n°1, tours 38, 40). Une telle demande crée logiquement la demande de réponses. En fait, il ouvre un espace de parole, laisse des élèves s'exprimer, mais ne relaie ni ne valide expressément l'explication fournie que les élèves peuvent néanmoins avoir entendue. On peut certes se demander si cet espace pouvait être ouvert par une autre question plus neutre, moins centrée sur les incompréhensions, plus orientée vers la formulation de remarques, mais le maître ayant conservé cette manière de faire lors de toutes les séances précédentes, les élèves en ont admis le principe.

La confrontation de ces deux débuts montre, et c'est essentiel, que le maître dispose, pour la gestion des explications initiales, de plusieurs possibilités : chercher les explications dans la classe (cas du maître n°1), laisser s'installer un débat entre des élèves (cas du maître n°3), proposer l'interprétation attendue en s'appuyant sur les réactions des élèves, leurs formulations (cas du maître n°1), ne pas intervenir

---

[7] Au sens de « ce qui doit être fait ».

publiquement sur le fond (cas du maître n°3), *etc*. Le choix qui existe entre ces possibilités, dont le retrait dans les conditions décrites plus haut, lui revient. Au moment de prendre la décision, il peut considérer que durant les autres phases du déroulement (cf. le canevas plus haut), les élèves vont avoir d'autres occasions d'interagir, de s'entraider, de lui demander à nouveau des explications et donc qu'il sera encore temps de prendre de nouvelles décisions.

Est-il possible de prédire les effets de la décision prise par chaque maître ? Pour répondre à cette question, les productions des élèves peuvent nous éclairer. Dans la classe n°1, toutes les procédures affichées sont correctes (le maître de cette classe disait qu'il en était ainsi à chaque séance de résolution de problème), 80% des solutions individuelles sont exactes. Dans la classe n°3, une des solutions présentées sur une affiche est inexacte et il y a moins de réponses individuelles correctes (50%). Ce constat résulte-t-il de cette seule prise de décision ? En fait nous pensons qu'il ne peut être étranger à la différence de gestion de la phase d'explications mais qu'il résulte aussi de l'ensemble des décisions prises par le maître au début et par la suite, et de bien d'autres facteurs liés à la classe et aux élèves.

Nous venons de décrire la manière avec laquelle le maître de la classe n°3 évite de prendre en charge les explications que certains élèves réclament dès le début de la séance. Nous allons présenter comment il gère la mise en commun[8], phase non seulement destinée à valider les réponses mais aussi à clarifier l'interprétation de la question du problème.

III – ANALYSE DU DÉBAT DANS LA CLASSE N°3

Avant l'analyse, les questions qui se posent sont multiples.
Des élèves de CE1 peuvent-ils entrer dans un débat de validation à propos de leurs démarches de résolution ? Si oui, sur quels aspects de leurs démarches centrent-ils leurs échanges et quels types d'arguments utilisent-ils ? Quelles conditions doivent être réunies pour qu'un débat apparaisse ? En particulier, quels rôles le maître doit-il privilégier ? La pratique des débats a-t-elle des effets sur les apprentissages ?

Un montage vidéo de quelques extraits (pour les retranscriptions, voir l'annexe n°3) du débat qui a eu lieu pendant la phase de communication sur les démarches a pu être projeté lors de la communication au colloque. Ces démarches étaient présentées sur des affiches fixées au tableau, face au groupe-classe (cf. les annexes n°4 et n°5 pour connaître la composition des groupes et leur disposition dans la classe).

III – 1 Quels sont les protagonistes (du moins ceux qui s'expriment) ?

Shoriane et Dorsaf (du groupe B) : elles défendent une solution fausse, celle qui consiste à ajouter les nombres 17 et 22.

---

[8] Faute de temps, il n'était pas possible, pendant ce colloque, de comparer les mises en commun dans les deux classes n°1 et n°3. Pour connaître un peu ce qui s'est passé dans la classe n°1, le lecteur peut se reporter à l'article de Repères déjà cité (J-F. Favrat, 2003).

Leila et Sanae (du groupe A) : elles décrivent des procédés permettant de trouver l'écart entre 17 et 22. Elles s'opposent longuement : Sanae compte à rebours sur ses doigts à partir de 22, alors que Leila compte de 17 à 22.
Jordan (du groupe C) : il soutient que la réponse exacte est 5 et que le calcul de la somme 17 + 22 ne répond pas à la question du problème.

III – 2 Que disent les élèves ?

Ils explicitent des procédés de calcul. C'est ce qui apparaît de prime abord : Shoriane (tours 43, 45) ; Dorsaf (tours 47, 50) ; Sanae (tours 64, 67, 69, 73, 75) ; Leila (tours 66, 68, 70, 72, 74).

Leurs énoncés sont articulés entre eux : il est fréquent qu'un élève reprenne une expression utilisée par un intervenant antérieur. Ainsi par exemple

Shoriane *(venant au tableau)* : Nous on a fait dix-sept plus trente-deux euh vingt-deux après euh on a compté on a fait la calc on a fait on a on a fait la calcul.

Des élèves : Le calcul !

(…)

Leila : Mais nous on dit pas que dix-sept plus vingt-deux.

(…)

Jordan (du groupe C) : On demande pas de calculer *(inaudible)* on demande combien Maxime a a de plus que Sébastien de voitures on nous dit pas de calculer.

(…)

Leila : Nous dans le schéma on dit combien Maxime a de de plus que Sébastien. Mais eux, ils ont fait dix-sept plus vingt-deux égalent trente-neuf. Si on aurait fait dix-sept plus trente-deux égalent euh dix-sept plus vingt-deux égalent trente-neuf eh ben ce serait juste le résultat mais on n'a pas dit ça on n'a pas dit dix-sept plus vingt-deux.

Ils affinent leurs arguments. Les mêmes tours de paroles montrent que Leila et Jordan abandonnent la description des procédés de calcul pour inviter Shoriane à se centrer sur la question posée. On voit que Leila distingue la justesse d'un calcul de sa pertinence (compétence indiquée pour le cycle 3 dans les documents d'application des programmes de mathématiques). En faisant une remarque positive sur le travail du groupe de Shoriane, elle adopte une attitude conciliatrice et cherche en même temps à l'amener davantage à examiner sa démarche plutôt que son calcul.

Ils y parviennent sans que le maître intervienne sur le fond ni pour reprendre des expressions maladroites. Il écoute, donne la parole, remercie, reste neutre sur la valeur des explications fournies par les élèves, il ne veut pas clore trop vite les échanges. Il est frappant de constater qu'il ne saisit pas l'occasion des remarques de Jordan (tour 52) et de Leila (tour 61). On sait en effet, que certains maîtres – ce n'est pas le cas de celui-ci – craignant la longueur des débats ou leur confusion s'appuient très vite sur les remarques pertinentes de quelques élèves pour reprendre la parole ; comme ce sont souvent les mêmes élèves, cela leur confère un rôle d'assistants du maître.

Par ailleurs ce maître croit les élèves capables de trouver des arguments (ce n'est pas sans raison on vient de le montrer), d'évoluer (ce n'est pas le cas ici de Shoriane). De son propre aveu, il pensait qu'elle pourrait changer d'avis parce qu'il avait observé qu'elle avait les deux réponses 5 et 39 sur sa feuille de travail ; il s'en était déjà étonné auprès de son groupe avant la mise en commun.

Les élèves ne se sont pas mis d'accord tout seuls. C'est le maître qui a permis de conclure : il a écrit au tableau deux questions : celle de l'énoncé et cette autre : « Combien Maxime et Sébastien ont-ils de voitures en tout ? » Les élèves ont alors pu associer à chaque question sa bonne réponse, 5 ou 39.

La confiance que porte ce maître à ses élèves et au dispositif n'a pas été déçue. Ils ont bien détecté l'origine des erreurs et grâce aux interactions ils ont évolué dans leurs propos, ils ont su dépasser certaines difficultés d'expression sans être guidés. Cette confiance n'est pas banale, car bien des maîtres à qui nous avons montré ces extraits trouvent que l'étayage de ce maître n'est pas suffisant : le débat leur paraît long, ils l'auraient interrompu plus tôt, dès la première intervention de Jordan (tour 52). La question de l'étayage est donc souvent posée.

III – 3 L'étayage : un enjeu professionnel

On peut considérer que l'étayage est l'affaire du maître et l'envisager de trois façons.

- ici il est plutôt relationnel : le maître crée et maintient un espace de parole ouverte et centrée sur les enjeux d'apprentissage ;
- il aurait pu être matériel. On aurait pu imaginer qu'à un moment donné, les élèves soient invités à simuler la situation évoquée dans l'énoncé, à l'aide de matériel, voitures ou images ;
- il aurait pu être intellectuel. Bien des malentendus entre les élèves ont leur origine dans des emplois personnels et peu précis des verbes compter, calculer, ajouter, enlever. Ces élèves omettent d'expliciter les compléments de ces verbes. Par ailleurs, le débat, forcément oral, ne prend plus appui sur les affiches, même si elles en ont été le point de départ. On peut se demander si les traces écrites ne sont pas sous-estimées dans leurs effets structurants (à cours terme pour la communication dans le débat, à long terme pour la mémorisation des diverses démarches possibles).

Mais l'étayage est-il bien uniquement l'affaire du maître ? Nous pouvons penser que, dans cette classe, le fait d'avoir travaillé en groupe n'a pas produit d'effets d'entraide ni de structuration. En effet Shoriane a manifestement imposé son point de vue aux camarades de son groupe, Leila et Sanae qui s'opposent longuement pendant le débat ont pourtant travaillé dans le même groupe. Il nous semble donc qu'une partie de l'étayage pourrait être déléguée aux élèves dans les groupes.

C'est par cette question sur l'étayage, ses diverses modalités, ses divers moments à l'intérieur d'une même séance, que notre recherche est relancée puisqu'il s'agit en effet de mieux décrire les conditions d'émergence de la prise de parole mathématique du maximum d'élèves et de garantir l'efficacité des interactions pour les apprentissages. Mais nous ne pouvons conclure sans dire qu'une des conditions se trouve chez les élèves eux-mêmes : qu'ils s'engagent dans les relations d'entraide mutuelle, dans les espaces de parole. Manière de rendre hommage à tous ceux qui l'ont fait dans cette séance.

BIBLIOGRAPHIE

BRISSIAUD R. et AL. (1992) J'apprends les maths, CE1, (manuel et livre du maître), *Retz, Paris*.

COPPÉ S. (2000) *Différents types de savoir en jeu dans l'activité professionnelle des professeurs. Etude de cas d'un jeune professeur des écoles dans la tâche « Présentation du problème aux élèves »*, in Actes du XXVIe colloque COPIRELEM, IREM de Grenoble.

COPPE S., HOUDEMENT C. (2002) *Réflexions sur les activités concernant la résolution de problèmes à l'école élémentaire*, Grand N, **69**, IREM de Grenoble.

FAVRAT J-F et al. (1999) Maths CE1, (manuel et guide pédagogique), *Delagrave, Paris*.

FAVRAT J-F. (2003) *L'oral dans les séances de résolution de problèmes de mathématiques à l'école primaire : des exemples de débats au CE1*, Repères, **24/25**, INRP, Paris.

GARCIA-DEBANC C., DELCAMBRE I. (2003) *Enseigner l'oral*, Repères, **24/25**, INRP, Paris.

JULO J. (2002) *Des apprentissages spécifiques pour la résolution de problèmes ?* Grand N, **69**, IREM de Grenoble.

Ministère de l'éducation nationale (1991) Les cycles à l'école primaire, *Direction des écoles, CNDP/Hachette, Paris*.

Ministère de l'éducation nationale (1995) Programmes de l'école primaire, *Direction des écoles, CNDP/Savoir livre, Paris*.

Ministère de la jeunesse, de l'éducation, de la recherche (2002) Documents d'application des programmes ; mathématiques, cycle 2, *Direction de l'enseignement scolaire, SCEREN/CNDP, Paris*.

SARRAZY B. (1997) *Sens et situation : une mise en question des stratégies métacognitives en mathématiques*, Recherches en didactique des mathématiques, **17/2**, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

VERGNAUD G. (1981) *Quelques orientations théoriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques*, Recherches en didactique des mathématiques, **2.2**, La pensée sauvage éditions, Grenoble.

ANNEXE N°1 : DÉBUT DE LA SÉANCE, CLASSE N°1

…

1. Le maître :…*Donc, comme d'habitude. Qu'est-ce que ça veut dire comme d'habitude ? Qu'est-ce qu'on fait d'habitude ?*
2. Une élève : *On lève le doigt.*
3. Le maître : *Ah ! On lève le doigt.* (inaudible) *tu m'expliques. Maéva ?*
4. Maéva : *On discute.*
5. Le maître : *Ah ! Ben, est-ce qu'on discute de suite ? Nathalie ?*
6. Nathalie : *On chuchote.*
7. Le maître : *+ On chuchote. Mais + On lève le doigt. + Leila ?*
8. Leila : inaudible.
9. Le maître : *fort.*
10. Leila : inaudible.
11. Le maître : *Oui mais, avant de se mettre d'accord, Elodie ?*
12. Elodie : *On se met + On se met d'accord.*
13. Plusieurs élèves à la suite : *On s'explique. On s'explique.*
14. Le maître : *On s'explique.*
15. Sébastien : *On est seul. On travaille.*
16. Le maître : *D'abord, voilà, le premier temps, si on se met tout seul et on travaille tout seul, on va résoudre + le problème + tout seul et ensuite + ce que vous avez dit+ ensuite à quatre + et donc à quatre +.*

Le maître attend que les élèves poursuivent.

17. Le maître : *Qu'est-ce qu'on fait à quatre ?*
18. Un élève : *On s'explique !*
19. Le maître : *On s'explique, oui. Ouahiba ?*
20. Ouahiba : *Il faut qu'on se met d'accord.*
21. Le maître : *Qu'on se mette d'accord, bien sûr. + Dorian ?*
22. Dorian : *On chuchote pour pas déranger les autres.*
23. Le maître : *On chuchote pour pas déranger les autres, oui.+ Nadia ?*
24. Nadia : *On discute.*
25. Le maître : *On discute, voilà et on ne se dispute + surtout + pas, d'accord ? Puis on regarde pas non plus sur le groupe voisin. Pasque à quoi ça sert de regarder sur le groupe voisin ?*
26. Plusieurs élèves en même temps : *A copier.*
27. Le maître *: Voilà ! Audrey ?*
28. Audrey : *Ou si on fait des fautes, et ben, le voisin, il peut le recopier, il aura* (à peine audible) *faux des choses.*
29. Le maître : *une faute donc ça sert à rien de recopier non plus le++.*
30. Maéva (à peine audible) : *On calcule comme on pense.*
31. Le maître : *Voilà ! On fait ce que l'on pense, très bien. Donc, pour l'instant+ je vous le donne, vous le lisez, d'accord ?+ Pour l'instant, vous ne faites rien.*

Le maître distribue les énoncés, les élèves chuchotent, commencent à lire l'énoncé, le maître les y engage.

32. Le maître : *On le lit* (inaudible).

Les élèves lisent leur énoncé, pendant ce temps, le maître le recopie au tableau.

33. Khader : *Maîtresse, j'ai trouvé, j'ai trouvé la réponse.*
34. Le maître : *Ah ! Est-ce qu'on dit la réponse ?*
35. Les élèves chuchotent (on entend): *Il l'a dit.* Puis : *Non.* Puis *: Si.*
36. Le maître : *Quelqu'un lit à haute voix ? Khader, s'il te plait ?*
37. Khader : *Sébastien + Sébastien et François compa comparent leur + collection de voitures, Sébastien en a dix-sept, François en a vingt-deux. Combien de voitures François a-t-il de plus que Sébastien ?*
38. Le maître *: Voilà ! Est-ce que vous avez tous compris les mots ?*
39. Les élèves : *Oui ! Oui !*
40. Le maître : *Que vous avez des difficultés sur quelque chose ? + Des questions ? ++ Bon ! Alors vous faites.*
41. Le maître : *Ah ! Tu sais pas ce que ça veut dire comparer ?*
42. Le maître : *Qu'est-ce que ça Ah ben, je vous demande s'il y en a qui ne savent pas les mots et vous ne dites rien et j'entends comparer. + Heureusement que j'ai l'oreille fine ! Hé ? Maéva ? Qu'est-ce que ça veut dire comparer ?*
43. Maéva : *Pasque y a Sébastien il a dix-sept.*

44. Le maître (l'interrompant) : *Ah non ! Tu expliques pas qu'est-ce que ça veut dire comparer*
45. Inès : *Ca veut dire qu'ils mettent ensemble.*
46. Le maître : *Ah non ! Est-ce que ça veut dire mettre ensemble comparer ?*
47. Sébastien (peu audible, plusieurs élèves parlent). : *Ils rajoutent.*
48. Le maître : *Non ! Justement pas qu'ils rajoutent.*
49. Audrey : *Ils enlèvent*.
50. Le maître : *Ah non ! Comparer*.
51. Sophie : *Ca veut dire combien François a de voitures.*
52. Sébastien : *De plus que Sébastien.*
53. Le maître : O*ui mais, qu'est-ce que ça veut dire quand on compare ?*
54. Sébastien : *Qu'on les sépare.*
55. Le maître : *Ah et bé, qu'est-ce que ça veut dire comparer ? + Alors ?*
56. Le maître : *Bé+ Mettons si y a + euh + tant de + Mettons à la ferme école, tiens ! Il y a tant de poules et tant de coqs, si on compare le nombre de poules, ça veut dire qu'on regarde. + On compare, ça veut dire qui en a le plus, qui en a le moins, c'est ça, comparer.*
57. Audrey : *C'est ce que j'ai dit.*
58. Le maître : *C'est ce que tu avais dit aussi + plus ou moins.*
59. Le maître : *Mais, comparer, c'est pas ajouter, attention ! Voilà. C'est bien compris ?*

Pas réponse de la part des élèves.

60. Le maître. *Très bien. Alors vous y allez !*

ANNEXE N°2 : DÉBUT DE LA SÉANCE, CLASSE N°3

1. Le maître : *Bien. Ca y est ?*
2. Des élèves : *Oui.*
3. Le maître : *Donc aujourd'hui nous accueillons à nouveau dans la classe monsieur Favrat + madame Bompard.*
4. Des élèves : *On les avait déjà reconnus.*
5. Le maître : *Nous allons refaire + faire à nouveau un travail en + de mathématiques*
6. Des élèves (en même temps que le maître): *Oh.*
7. Le maître (qui continue sa phrase) : *comme on a fait d'ailleurs l'autre jour. ++ Voilà + donc on va commencer par les mathématiques ce matin.*
8. Des élèves (peu audibles) : *Oh la dictée ?*
9. Le maître : *La dictée on la fera après la récréation*
10. Le maître : *Leila, mets-toi là.+ Tu es prête ?*
11. Le maître : *Alors Tayeb, tu nous lis le problème qui est au tableau.*
12. Tayeb : *Là ?*
13. Le maître : *Oui.*
14. Tayeb : *Sébastien et + Maxime + Sébastien et Maxime compa + com + comparant.*
15. Le maître : *Non.*
16. Des élèves : *comparent* D'autres : *comparent.*
17. Tayeb : *comparent leurs collections de voitures Sébastien en + en a dix-sept, Maxi en a vingt-deux. Combien de voitures a-t-il de « plu » que Sébastien ?*
18. Des élèves : *Plus que.*
19. Tayeb : *Plus que Sébastien.*
20. Un élève (voix basse) : *J'ai rien compris à ce problème.*
21. Le maître : *Bien. Sabrina, tu veux nous relire ce problème.*
22. Sabrina : *Sébastien et Maxime comparent leurs collections de voitures. Sébastien en a dix-sept, Maxime en a vingt-deux. Combien de voitures a-t-il de plus que Sébastien ?*
23. Un élève : *Bastien.*
24. Des élèves (plusieurs parlent à la fois, entre voisins, mais certains propos sont audibles): …*de plus ++ cinq de plus.*
25. Le maître : *Chut + Vous ne donnez pas de réponse, hein !*
26. Le maître : *Vous allez travailler,* vous *travaillez d'abord individuellement.*
27. Un élève : *seuls.*
28. Le maître : *Tout seuls vous chercherez une solution, chercherez une réponse + et après vous travaillez à quatre + d'accord ?*
29. Le maître : *Est-ce qu'il y a des mots que vous ne comprenez pas dans le problème ? Il y a quelque chose que vous ne comprenez pas ?.*
30. Shoriane : *Oui.*
31. Le maître : *Shoriane ?*
32. Shoriane : A-*t-il de plus que Sébastien ? A-t-il de plus, je ne comprends pas.*
33. Des élèves (plusieurs en même temps, confus) :….
34. Une élève : *Ben oui + « pasque » Sébastien il en n'a que dix-sept et Maxime elle a que vingt-deux, elle a vingt-deux, ça veut dire elle a plus que Sébastien.*
35. Shoriane : *Pourquoi y a –t-il écrit a-t-il de plus que Sébastien + a-t-il de plus qu'elle*
36. Un élève : *Combien a-t-il de plus que Sébastien ?*
37. Un élève : *Combien a-t-elle de plus ?*
38. Le maître : *Maxime, c'est un garçon.*

Il accueille ensuite un élève en retard.

39. Le maître : *Shoriane, tu as un peu mieux compris ?*
40. Le maître : *Chacun va chercher une réponse pour le problème.*

Le maître distribue les feuilles pour la recherche.

ANNEXE N°3 : Débat dans la classe n°3

[….]

1. Shoriane *(venant au tableau)* : Nous on a fait dix-sept plus trente-deux euh vingt-deux après euh on a compté on a fait la calc on a fait on a on a fait la calcul.
2. Des élèves : Le calcul !
3. Shoriane : Le calcul après eh ben on a trouvé euh *(propos confus)* trente-neuf après eh ben on a écrit on a fait Sébastien et Maxime après après eh ben euh Sébastien il avait dix-sept eh Maxime eh ben il avait vingt-deux alors on a compté après ben on a écrit on a écrit euh l'égal+ non *(Jordan du groupe C lui souffle « l'égalité »)* Sébastien et Maxime a trente-neuf voitures après eh ben après eh ben on a fait euh.
4. Le maître : Merci Shoriane. Jordan, je te donnerai la parole mais + d'abord Dorsaf + qui est du même groupe que Shoriane. Elle va nous expliquer autre chose.
   D'autres élèves demandent la parole.
5. Dorsaf (du groupe B) : Nous on a pris les vingt de vingt-deux ça nous a fait vingt plus les dix de dix-sept ça fait trente plus les sept trente-sept plus les deux trente-neuf.
6. Leila : Mais nous on dit pas que dix-sept plus vingt-deux.
7. Le maître : Jordan ? Tu prendras la parole, Leila.
8. Dorsaf *(commentant les dessins de son affiche, inaudible)* : Sébastien il en a dix-sept là et Maxime il il en a vingt-deux et ça le total ça nous a fait trente-neuf.
9. Le maître : Merci, Dorsaf. Jordan ?
10. Jordan (du groupe C) : On demande pas de calculer *(inaudible)* on demande combien Maxime a a de plus que Sébastien de voitures on nous dit pas de calculer.

[…]

1. Leila : Nous dans le schéma on dit combien Maxime a de de plus que Sébastien. Mais eux, ils ont fait dix-sept plus vingt-deux égalent trente-neuf. Si on aurait fait dix-sept plus trente-deux égalent euh dix-sept plus vingt-deux égalent trente-neuf eh ben ce serait juste le résultat mais on n'a pas dit ça on n'a pas dit dix-sept plus vingt-deux.
1. Sanae (du groupe A): Maître.
2. Le maître : Sanae.
3. Sanae *(venant au tableau)* : Nous le nôtre à nous alors on a fait on a fait cinq on a fait cinq parce que on a compté sur les mains on a compté sur les mains ça nous a fait ça nous a fait cinq alors on a écrit cinq euh on a écrit une phrase.
4. Dorsaf : Pourquoi vous avez écrit dix-sept plus cinq ?
5. Leila : Eh oui parce qu'il en a cinq de plus que Sébastien. Parce que regarde dix-sept euh non dix-sept dix-huit vingt vingt et un vingt-deux.
   Quelques élèves parlent en même temps, Sanae attend les bras croisés puis reprend.
6. Sanae *(en montrant les nombres sur ses mains)* : On a compté sur les mains. Alors on a fait vingt-deux on a fait vingt-deux sur les mains, après on a fait vingt et un.
7. Leila : C'était pas vingt-deux c'était vingt dix-sept.
8. Sanae : Ah oui *(interrompue).*
9. Leila : Dix-sept dix-huit vingt vingt et un.
10. Un élève : Vingt dix-sept ?
11. Leila : Non dix-sept plus cinq ça fait vingt-deux alors on a on a on a compté que Maxime elle en avait cinq de plus que Sébastien.
12. Sanae : Oui mais on a fait sur les mains on a fait sur les mains on a fait vingt-deux sur les mains après on a fait vingt et un, après vingt et un, vingt après dix-neuf dix-neuf dix-huit dix-sept et +et + et quand on a fait sur les mains tout ça ça nous fait sur les mains *(elle montre les cinq doigts décomptés).*
13. Leila : ça nous a fait vingt-deux.
14. Sanae : ça nous a fait cinq + alors on a écrit on a fait cinq oui mais *(se tournant vers l'affiche B)* y en a des autres qui-s-ont eu faux+ dans celui-là + ils ont eu faux dans celui-là + dans celui-là.
    Plusieurs élèves tentent d'intervenir en même temps pour contester ou approuver Sanae.
15. Leila : Je leur ai expliqué *(inaudible)* on doit dire combien Maxime a de plus que Sébastien + mais eux ils ont fait dix sept plus vingt deux égalent trente-neuf.

16. Sanae : Vous avez eu faux parce que regarde vous avez pensé ça ça fait trente-neuf. Non il faut enlever.
17. Leila : Non il faut pas enlever il faut pas enlever il faut faire il faut compter combien elle en a de plus que Sébastien.
18. Sanae : Oui je sais. Dans eux ça fait trente-neuf, en réalité ça fait cinq + cinq.
19. Le maître : Bien. Merci Sanae. Merci. Alors euh elles ont essayé de nous expliquer pourquoi elles pensent que c’est cinq voitures que Maxime a de plus que Sébastien. Alors attends Leila. J’aimerais qu’il y ait d’autres élèves aussi qui donnent leur explication. + Shoriane ?

[…]

1. Jordan : Le tien il est faux, de ce groupe. N’empêche que la question, c’est Combien de voitures a-t-il de plus que Sébastien ? Il en a cinq de plus, oui cinq de plus.
2. Shoriane : Il faut ajouter ! Il faut ajouter !

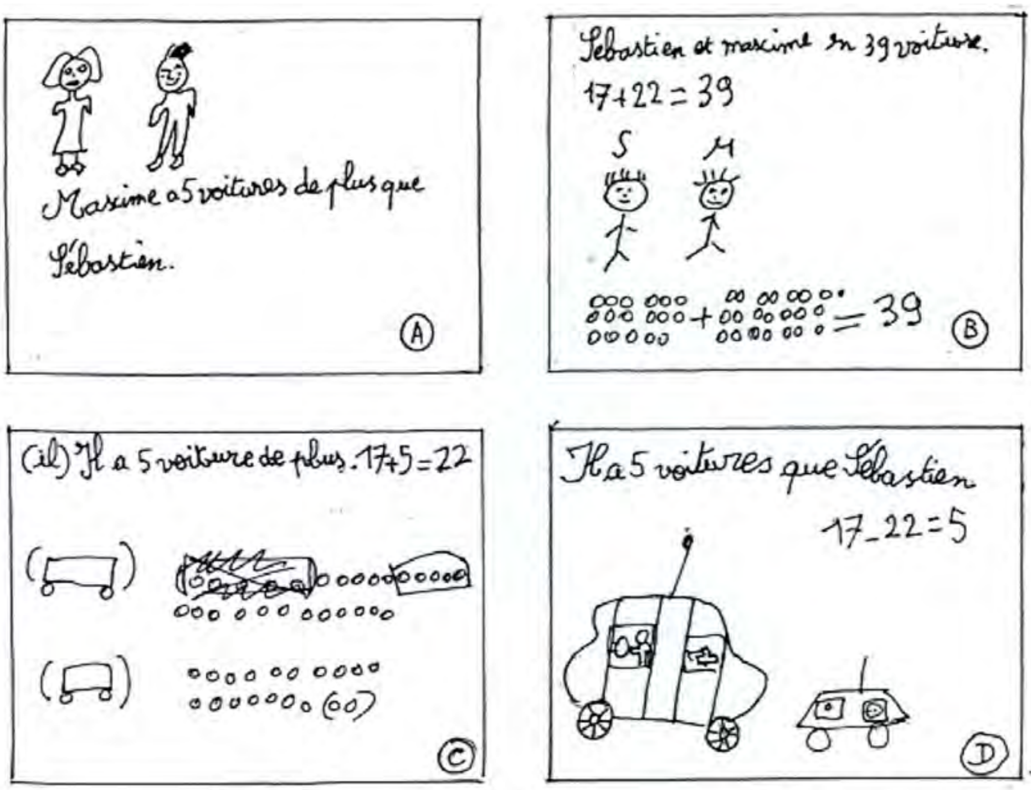
Plusieurs élèves parlent en même temps et quelques paroles plus fortes se détachent sur un fond animé.

3. Jordan : Eh non, il faut pas ajouter.

[…]

1. Sanae : Sébastien. Combien il a de plus que Sébastien. On a compté, ça nous a fait cinq. Il faut pas rajouter. Il faut pas rajouter.
2. Leila : Si on n’ajoute pas, qu’est-ce qu’on doit faire ? On doit enlever ?
3. Sanae : Non.
4. Leila : On doit compter.
5. Sanae : Voilà, on doit compter.
6. Shoriane : Oui eh ben moi, nous on a compté. On a bien réfléchi. *(Bruits)* On a réfléchi bien, si !

ANNEXE N°4 : Affiches, classe n°3



ANNEXE N°5 : REPARTITION DES ÉLÈVES DANS LA CLASSE N°3

Groupe B

Dorsaf Shoriane
Fouad Aïcha
Kamel

Groupe C

Jackie Sarah
Jordan Mahmoud

Groupe A

Tayeb Sabrina
Leila Sanae

Groupe D

Naouel Anissa
Soraya Mohamed

USAGE DE POLYDRONS POUR UNE INITIATION À LA GÉOMETRIE EN MATERNELLE

Anne BERTOTTO
PEMF, école maternelle du Pileu-Massy (91)
IUFM d'Étiolles (91)
Anne.bertotto@ac-versailles.fr

Résumé
Cette communication a pour objectif de réfléchir sur l'incidence de la manipulation problématisée d'objets géométriques, en l'occurrence d'un matériel qui se compose de polygones pouvant s'articuler pour réaliser des polyèdres, contribuant à la construction de savoirs géométriques et ce, dès l'école maternelle.
Bien que la géométrie ne figure pas explicitement dans les programmes, les jeunes élèves sont-ils capables de développer les connaissances mathématiques en relation avec la géométrie ?

Après avoir profité depuis plusieurs années des apports de la COPIRELEM, j'ai pensé qu'il était temps d'apporter, à mon tour, ma contribution. Je suis PEMF, attachée à l'École Maternelle et aux Mathématiques. En effet, les formateurs en maternelle se raréfient et la discipline mathématique n'apparaît plus explicitement en tant que rubrique dans les nouveaux programmes.

Penser la géométrie dès l'école maternelle est concevable. En effet, les instructions officielles évoquent un travail possible en maternelle menant vers les mathématiques (document d'accompagnement des programmes). C'est dans la rubrique « découverte du monde » que des propositions d'activités trouveront les prolongements dans les apprentissages mathématiques ultérieurs : « *En effet, les enfants n'attendent pas le cycle 2 pour utiliser un mode de pensée mathématique et commencer à l'élaborer leurs premières connaissances dans ce domaine.* (1) » On peut alors se poser la question de savoir comment penser la géométrie à l'école maternelle ? Ce sujet a fait l'objet d'une recherche-action sur plusieurs années avec une équipe se composant d'une PEMF, un PIUMF, une IEN, une CPC autour de la problématique énoncée dans la présentation de cette communication.

Est-il possible de faire de la géométrie à l'école maternelle ? Pourquoi est-ce si difficile ? Quelle géométrie est envisageable au cycle 1 ? Nous essaierons de répondre à ces questions. Depuis plusieurs années nous avons essayé de construire un parcours dans la géométrie sous forme de situations-problèmes « à rebondissements » et pour lesquelles la manipulation et l'expérimentation sont nécessaires. Nous espérons que ce chemin incitera les enseignants à oser la géométrie à l'école maternelle. Nous tenterons d'être source de propositions face à ce vaste sujet et nous proposerons une progression de démarches de séances de géométrie avec un matériel donné : les « polydrons » *(POLYDRON Didacto www.didacto.fr ou CAMIF « volumes à construire »).* C'est le fruit d'un travail de plusieurs années, sur plusieurs écoles et sur plusieurs niveaux : MS, GS, CP, CE1. Il ne s'agit pas d'un modèle, ni d'une quelconque méthode. Nous essaierons de montrer qu'il est possible de poser des assises en géométrie à l'école maternelle.

I – GÉOMÉTRIE AU C1 : ENJEUX D'APPRENTISSAGES ET PRATIQUES D'ENSEIGNEMENT

I –1 Difficultés et enjeux de l'enseignement de la géométrie à l'école primaire

La géométrie serait elle la mal aimée de l'enseignement des mathématiques ?

La géométrie est un domaine des mathématiques qui « laisse peu de souvenirs dans la mémoire des anciens élèves et des futurs professeurs ; elle est enseignée avec réticences à l'école… » (Boule, 2001). C'est un domaine des mathématiques dont l'enseignement à l'école primaire voit des pratiques très différentes d'une école à l'autre et, bien souvent c'est la matière qui est laissée aux PE2 lors des stages en responsabilité et notamment ce qui concerne l'étude des solides.

A ceci, rien d'étonnant puisque l'enseignement de la géométrie est difficile car « sa compréhension se situe au carrefour du sensible et de l'intelligible » (Bkouche, Charlot, Rouche, 1991).

Pourtant, on s'accorde aujourd'hui à souligner le rôle fondamental de l'enseignement de la géométrie qui contribue à la formation de la pensée scientifique et « *préparerait les élèves à aborder d'autres théories mathématiques* » (Brousseau, 2000).

Se pose alors la question de savoir comment aborder la géométrie avec les élèves.

Notre quotidien est rempli de sollicitations qui nous renvoient à des connaissances liées au domaine de la géométrie : lire une carte, repérer un trajet, mesurer des distances, évaluer des grandeurs, faire un plan….
Dès leur plus jeune âge, les enfants appréhendent l'espace à travers leurs découvertes motrices : monter, descendre, passer d'un endroit à un autre, se repérer dans l'école, courir longtemps pour aller plus loin, courir vite mais moins loin…. Ils manipulent les objets avec une précision croissante : faire un puzzle, encastrer un cube dans un autre, construire une maison en lego, démonter et remonter un objet… C'est à travers ces expériences que se construisent des représentations, des repérages, une familiarisation avec les formes et les grandeurs…

Le champ de ces expériences est prépondérant et trace déjà le chemin et du raisonnement : chercher, essayer, tester, anticiper, justifier, prouver, valider… Elle est le résultat d'un travail de la pensée, comme celle des mathématiciens à travers l'histoire et celle de l'enfant à travers ses apprentissages.

Lismont, Rouche (2002) en font même l'analyse suivante : « *Assembler et construire sont des modalités d'une pensée géométrique qui se manifeste d'abord dans l'action. Il s'agit bien d'une pensée, car ces actions comptent des enchaînements que l'enfant maîtrise, adapte, garde en mémoire et peut répéter. Lorsque le langage apparaît, il fait plus qu'accompagner l'action : par son pouvoir d'évocation, il aide à la concevoir et à la corriger en cours de route. Quand les situations de compliquent, il étend son rôle jusqu'à devenir l'instrument du raisonnement. Cette évolution aboutit aux théorèmes qui fondent les constructions géométriques*. »

Il s’agit là d’une perspective à laquelle nous adhérons et que nous avons essayé de mettre en pratique dans notre expérience qui aborde le problème de l’enseignement de la géométrie dès la maternelle.

I – 2 Le problème de l’initiation à la géométrie en maternelle

La spécificité de l’école maternelle tient au fait qu’il s’agit d’une École qui accueille de très jeunes enfants et ce, pour une première scolarisation. Pour la plupart d’entre eux c’est le temps des premières séparations, la découverte d’un nouveau statut, celui d’élève. Les enseignants de maternelle doivent jongler entre la nécessité de poser les premiers apprentissages tout en préservant l’enfant.

C’est dans ce souci de bien être et de bien faire que les classes maternelles sont dotées de matériels pédagogiques : puzzles, jeux de constructions (cubes, duplo, meccano), blocs logiques, jeux d’encastrements, jeux de plateau avec déplacements sur échiquier…Les connaissances sollicitées visent à la structuration de l’espace et plus particulièrement vers le « méso-espace » (4). Ces jeux sont aussi utilisés pour manipuler mais, le terme « manipuler » renvoie plutôt à des objectifs au service de la « psychomotricité fine» plutôt qu’un sens mathématiques. C’est plutôt la prouesse motrice et la performance qui sont repérées plutôt que les opérations mentales effectuées sur les objets.

Au fur et à mesure que l’enfant grandit, les manipulations (citées ci-dessus) disparaissent peu à peu au profit des activités papier/crayon/fichiers. C’est l’espace feuille qui est alors privilégié, vers le « micro-espace ». Malheureusement, ces pratiques arrivent bien trop vite (parfois dès la petite section) et données dans la précipitation c’est à dire, sans activités de repérage, de mise en situation de recherche dont le sens est identifié. Par exemple, on demande aux enfants de colorier tous les carrés qu’ils voient dans un dessin sans avoir eu d’activités de tris de formes et sans savoir ce que ce coloriage va leur apporter.

Le problème de l’initiation à la géométrie à l’école maternelle se révèle donc complexe. Le nouveau programme nous donne des indications à ce sujet, indications qui paradoxalement peuvent déstabiliser les enseignants de maternelle :

- le terme « géométrie » n’apparaît pas. La géométrie est identifiée comme telle à partir du cycle 2. Les documents d’accompagnement des programmes abordent la question de l’enseignement des mathématiques à l’école maternelle « ***vers** les mathématiques, quel travail en maternelle ?* » (1) par une approche transversale visant à installer les fondements « *d’une pensée scientifique et logique* » tout en pensant « *les apprentissages sur le long terme* » ;
- les instructions insistent alors dès la maternelle sur l’importance de proposer aux élèves des « problèmes pour chercher » Pourquoi des problèmes pour chercher et quels problèmes ? Telles sont les questions auxquelles les enseignants de l’école maternelle sont confrontés. Est- ce à dire qu’il ne faut pas « faire des maths » à l’école maternelle ? Les formateurs ont là un travail d’accompagnement, de lisibilité, d’interprétation, de compréhension à mettre en chantier. Il ne peut pas y avoir d’ambiguïtés sur ces questions sinon, les enseignants pourraient croire à des intentions de pervertir les objectifs de l’école maternelle. Il nous faut pouvoir apporter des réponses, prouver que les problèmes de recherche sont

justement le moyen pour les élèves de prendre des initiatives, faire face à des situations inédites, prendre conscience de la puissance de ses connaissances, partager des savoirs…. Et, il n'y a pas d'âge pour cela !

II – COMMENT MENER UNE INITIATION À LA GÉOMÉTRIE ?

Les situations problèmes sont déclencheuses d'apprentissages. L'histoire de la géométrie montre comment les hommes ont été capables de partir de problèmes posés par la vie quotidienne (mesurer, se déplacer, construire…) et structurer ces observations en une théorie logique mais complètement déconnectée de cette réalité (géométrie euclidienne). Cette évolution a demandé plusieurs siècles et nos élèves ont une scolarité pour en intégrer les grands principes ! Ce renvoi à l'histoire de la géométrie nous interpelle sur le rapport des hommes à l'appropriation des savoirs. Il s'agira donc bien de faire de la géométrie, de la construire, de la manipuler, de la fabriquer, de la produire : *« les mathématiques n'ont pas à être produites mais à être découverte »* (5). Nous n'allons pas demander pour autant aux élèves de reconstruire l'histoire des mathématiques là où il s 'agit pour l'enseignant de construire **des situations aménagées qui engagent l'activité intellectuelle de l'élève.**

Si certaines connaissances peuvent se transmettre formellement d'une personne à l'autre, d'une génération à une autre, d'un maître à un élève…. d'autres demandent la construction ou reconstruction d'opérations mentales et doivent se situer dans une réelle intention d'apprendre à travers des actions qui apparaissent finalisées pour les élèves : c'est à dire que l'enseignant doit construire des situations aménagées qui engagent l'activité intellectuelle. On confond souvent pédagogie active et pédagogie concrète, on confond activité intellectuelle de l'élève avec l'activité physique (manipulation). C'est une des difficultés de l'école maternelle.

N'y a-t-il pas un champ de situations problématisées avec des jeux de construction permettant de poser des assises en géométrie et ce, dès la maternelle ? Nous appelons une situation de manipulations finalisées, une situation qui nécessite un apport de matériel que l'enfant peut « triturer » pour atteindre un but (par exemple construire un objet) en opérant des mouvements comme tourner, retourner, déplacer, retourner, ajuster, pivoter. Ces situations sont problématisées lorsque l'élève peut envisager des procédures, les éprouver, les confronter à celles de ses pairs, identifier les procédures mobilisables. Il peut ainsi construire ou consolider ses connaissances.

Assembler, construire, représenter, décrire sont des composantes d'une pensée géométrique qui se manifeste dans l'action : agir et penser.

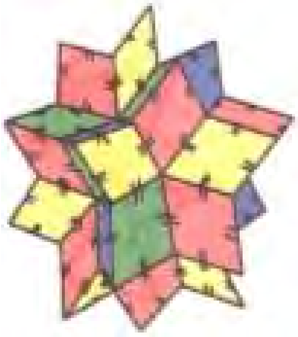
Bien souvent, les écoles disposent de matériels dits pédagogiques qui pourraient servir de point d'ancrage pour des situations didactiques. Il existe, dans bien des écoles maternelles, des jeux construction (cubes, duplo, meccano, moisson des formes, tangram, volumes à construire….). Malheureusement ces jeux ont souvent une vocation occupationnelle (atelier libre ou atelier de délestage). Au regard de ce que nous avons évoqué précédemment, l'enfant peut apprendre en manipulant des objets à condition d'y introduire une dimension didactique. C'est pourquoi, nous nous sommes attachés à travailler dans ce sens et c'est ce que nous allons essayer de montrer avec le matériel « Polydron ». Nous espérons apporter des éléments de réponse liés à la problématique de l'enseignement de la géométrie aux cycles 1 et 2.

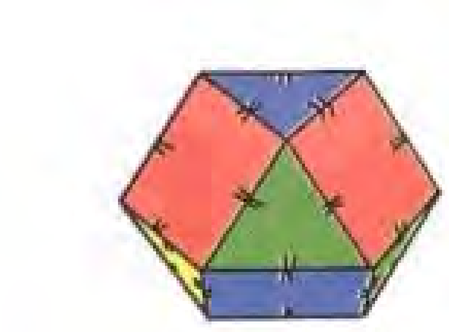
Toutes les activités présentées ci-dessus se sont situées sur du long terme (période de novembre à avril). Nous allons donc nous intéresser à cette approche en articulant espace et géométrie avec la résolution de problèmes.

III – MISE EN PRATIQUE : USAGE DE POLYDRONS POUR DÉVELOPPER UNE INITIATION A LA GÉOMÉTRIE

III – 1 le matériel

« Polydron » est un matériel qui se compose de polygones pouvant s'articuler pour réaliser des polyèdres.





Un choix qui se justifie par les qualités du matériel :

- facilement utilisable, pratique à presque tous les niveaux de l'école primaire ;
- pouvant se pratiquer seul ou en grand groupe ;
- suffisamment attractif et évolutif.

Un inconvénient néanmoins : c'est un matériel qui est cher à l'achat.

Un choix se justifiant surtout du point de vue didactique :

Le fait qu'il s'agisse d'un matériel qui se compose de polygones pouvant s'articuler pour réaliser des polyèdres permet aux enfants de s'engager dans des activités ludiques d'assemblages, de constructions, de destructions et reconstructions motivantes en elles-mêmes, soit en dimension 2, soit en dimension 3. Ces activités sont propices aux échanges entre paires ou avec l'enseignant qui par ses interventions et suggestions peut mener les élèves naturellement vers des activités de tris, de classements, vers des problèmes de construction *etc.*

Nous avons aussi utilisé un appareil photo : L'appareil photo est en effet un outil très utile pour accompagner le matériel « Polydron ». En effet la photo permet de restituer dans le plan un objet en 3D et sous différents points de vue. C'est aussi la mémoire vivante de la classe et du travail de recherche des élèves. Elle est aussi un support pour des fabrications de jeux de type Mémory, Loto…

III – 2 De problèmes en problèmes : les différentes phases de la progression réalisée

Pour créer un objet en 3D, l'élève va réaliser des actions comme *tourner, retourner, pivoter,* déplace, *superposer,ajuster* qui vont lui permettre d'opérer des va-et-vient espace/ plan et concrétiser sa pensée par réalisation d'un polyèdre.

La question est maintenant de savoir comment développer avec les élèves le potentiel qu'offre le matériel. Nous allons présenter la progression que nous avons élaborée avec les élèves en faisant part :

- des consignes introductives de chaque phase ;
- du comportement des élèves : en particulier nous noterons les problèmes spontanés que se sont posés les élèves ;
- du rôle et des interventions de l'enseignant : en particulier nous noterons les interventions qui mènent les élèves vers de nouveaux questionnements et de nouveaux problèmes à résoudre à partir des productions élaborées par les élèves.

Nous aurons l'occasion de montrer chaque fois en quoi les élèves ont progressé dans leur repérage dans l'espace et leur découverte des formes et des grandeurs. Nous rencontrerons ainsi des élèves qui auront eu l'occasion de :

- réaliser un polyèdre ;
- réaliser un polyèdre autre que ceux exposés ;
- nommer un polyèdre (cube, pyramide) ;
- nommer les polygones qui le constitue (carré, triangle, rectangle, losange) ;
- distinguer un carré d'un triangle ;
- utiliser les propriétés des polygones ;
- comparer des polyèdres (celui qui est le plus haut, le plus long, le plus gros ou celui qui est fait avec le plus petit nombre de pièces, celui qui prend le plus ou le moins de place),
- utiliser un vocabulaire approprié.

III – 3 Découverte et appropriation du matériel

Quelque soit le niveau des élèves, cette mise en situation a pour objectif d'appréhender les représentations des élèves, ce qu'ils perçoivent de l'espace à travers des assemblages de polygones. Bien entendu, cette phase fait l'objet de plusieurs séances. Le temps consacré est variable suivant le niveau et les compétences des élèves. Avec ce matériel chacun peut aller à son rythme sans gêner ses pairs.

Consigne : *Que peut-on construire avec les « polydrons »* ?

Chaque élève pourra, **quand il juge qu'il a** terminé, exposé ce qu'il a construit.

Le maître se positionne en **observateur et évalue**, en cours de séance, les niveaux de formulation, *ce que disent les élèves*, avec *quels mots*, *ce qu'ils font* et comment *ils le font.*

Ce qui permet d'évaluer en cours de situation les niveaux de formulation, les capacités des élèves à s'organiser, anticiper.

Productions observées

Des réalisations « à plat » plus ou moins organisées (formes, couleurs). Seuls les mouvements « déplacer » et « retourner » sont observés sur des polygones réguliers.

Procédures supposées

On peut supposer que l'élève utilise des critères « *même forme que* » avec ou sans validation (superposition), fait références à des images connues (ici, l'étoile).

L'intention de faire est parfois exprimée oralement avec anticipation : « Je v*ais faire une étoile.*

III – 4 Construire des polyèdres : 1ère phase

Cette phase a pour but d'inciter les élèves à construire en 3D, donc à « lever » les pièces et à établir des relations entre l'espace et le plan. Les productions précédentes sont en vue de tous les élèves dans un espace réservé à cet effet qui peut s'appeler « musée », il est la mémoire vivante de la classe.

Consigne : *Rechercher d'autres idées.*

Tout comme les séances précédentes le maître se positionne en **observateur et évalue**, en cours de séance, les progrès des élèves sur les formulations utilisées, les relations opérées pour effectuer des va et vient entre l'espace et le plan.

Productions observées

Procédures supposées

Ce sont souvent des procédures personnelles qui sont observées.

- l'enfant se pose la question de « qu'est-ce que je **vais** pouvoir faire ? », pendant que d'autres procèdent par imitation ;
- certains continuent à construire à plat en faisant « des plus grands », qui prennent « plus de place », qui sont « plus beaux », qui sont « tordus »… ;
- persistance du hasard. Les pièces sont prises aléatoirement. Dans certains cas, ces choix fortuits donnent des idées.

On notera que dans ces moments de tâtonnements, le langage mathématiques commence à se traduire sur divers registres : carré, plus grand que, à côté, devant… ou, font état d'un début de raisonnement : parce que, si, alors, et, ou… Les échanges entre pairs sont de plus en plus explicites. Ils se traduisent par des explications avec anticipation et projection. L'entraide s'organise, la rivalité aussi !

La synthèse est absolument nécessaire pour confronter les productions, faire émerger les procédures et ainsi **confronter des points de vue**. Par exemple, deux façons de concevoir une maison (voir photos ci-dessus). Il s'agit maintenant d'enclencher une dynamique de relance par des choix obligés : *le musée s'est agrandit, il n'y a plus beaucoup de place et les pièces de Polydron viennent à manquer. Il faut retirer des constructions, lesquelles ?...* Moment de débat qui doit permettre de retenir des arguments d'ordre mathématiques comme celui de reconnaître les constructions en volume et de retirer celles qui sont « à plat » par exemple).

III – 5 Construire des polyèdres : 2ème phase

L'enseignant suppose que l'élimination des objets à plat incite les élèves à penser l'espace.

Consigne : *Chercher ce que l'on peut faire, mais attention, on ne peut plus exposer d'objet à plat.*

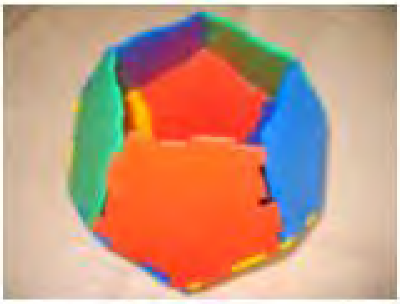
Procédures observées

- Des essais, des échecs avec l'acceptation de recommencer en rectifiant des paramètres comme « changer de forme » ou « positionner autrement »… recommencer en cherchant une autre idée… ;

- certains continuent de construire à plat et s'imaginent que pour « fermer » il suffit de rajouter une pièce.

Le cheminement de la pensée se précise : « *Il me faut deux carrés ; celui là ne va pas à côté…* ». Mise en relation des longueurs des côtés de deux pièces de Polydron de nature différentes (carré et triangle), superposition de pièces pour vérifier qu'elles sont identiques, superposition d'angles…

Pour fermer la boîte, la dernière pièce est identifiée ou elle est posée par tâtonnement. Une fois fermée, l'objet devient « boîte». La notion de « fermé » est validée par l'élève. Pour cela, il met un objet à l'intérieur, le ferme et secoue. Si rien ne tombe, l'objet est considéré comme fermé.



Vient la question : faut-il dire le mot « polyèdre » lorsque l'on s'adresse à de jeunes élèves. Personnellement, j'ai choisi cette idée, sans pour autant en faire un objectif d'apprentissage ou une compétence remarquable ! En contexte, la nécessité d'énoncer « polyèdre » prend tout son sens.

La synthèse, encore une fois, fait émerger des points de vue sur ce que l'enfant sait d'un objet. Ce moment valide les productions pour ne garder que les objets fermés, donc les polyèdres. Ce temps de confrontation a pour but de mettre toute la classe d'accord sur ce que l'on garde et pourquoi on le garde. La décision se prend d'un commun accord sur des critères mathématiques.

III – 6 Vers d'autres polyèdres

L'idée de cette phase est de donner à tous les élèves la possibilité de construire un polyèdre et d'identifier des propriétés qui les caractérisent.

Consigne : *Construire des objets fermés.*

Productions observées

Le musée des objets fermés s'agrandit conformément à ce qui est attendu : beaucoup de polyèdres réguliers (cubes de différentes tailles, pyramides à base polygonales, pavés plus ou moins long…)

Procédures supposées

<u>Procédure avec intention</u> : l'enfant sait déjà ce qu'il **va faire :** « *Je VAIS faire une maison* ». Il met son énergie au service de son projet.

<u>Procédure adaptable</u> : À partir de quelque chose de fortuit, des idées apparaissent et se concrétise.

<u>Procédure inattendue</u> : Production « à plat ». L'enfant imagine qu'il suffit d'ajouter une autre pièce « plat » pour fermer l'objet.

<u>Procédure par imitation</u> : L'enfant choisit un polyèdre du musée, sans le déplacer et reproduit « à distance ». Cet exercice est parfois difficile et requiert des qualités étonnantes. Elles ne sont pas celles attendues, certes mais prouvent que l'élève est capable d'identifier les positions relatives des polygones les uns par rapport aux autres. A ce stade, on passe par des procédures personnelles qui commencent à devenir expertes dans la mesure ou, pour construire, les élèves mettent en relation des propriétés, émettent des hypothèses, anticipent, comparent, déduisent.

La synthèse sert à valider les productions. Tout ce qui n'est pas un polyèdre sera retiré du musée. Les élèves donnent des noms pour authentifier leurs polyèdres : boîte, tambour, tente, pyramide, maison, bateau…Certaines propriétés sont identifiées implicitement comme les caractéristiques d'un cubes (faces carrées), les pyramides (faces triangulaires), les prismes …

On peut se poser la question du vocabulaire mathématique. Faut-il évoquer les termes de « pyramide, pavé, cube… » ? Il en est de même que précédemment, quand le besoin ou le contexte le justifie.

III – 7 Trier les polyèdres

L'idée est de conduire les élèves à identifier des propriétés des polyèdres par élimination des doubles.

Consigne : *De nouveau, nous n'avons plus de place dans le musée et nous n'avons plus de Polydron. Essayons de faire du tri !*

Ce sont d'abord des critères d'ordre affectifs : le beau, celui du copain….

Puis, ils commencent à construire des critères qui s'apparentent à l'identification de certaines propriétés mathématiques : *même forme, même longueur que, même taille que,* plus *petit ou plus grand que, plus haut, plus gros….* Ces comparaisons conduisent à conclure que des polyèdres sont en plusieurs exemplaires : ***« ils sont pareils ».***

Problème : Quels sont ceux qui sont pareils ?

a) **Pas de conflit** pour les polyèdres réguliers comme le cube, la pyramide à base triangulaire.

b) **Ambiguïté** (voir photos ci-dessous).

Débat : Le doute s'installe entre **petit cube et grand cube**. Doit-on les garder ou doit-on en retirer un. Si oui, lequel ?

S'agit-il des « mêmes » cubes ?

S'agit-il du « même » objet ?

Identique ou semblable : C'est un peu par hasard que les élèves se trouvent confrontés à ce vrai problème. Il ne s'agit pas d'en faire un objectif d'apprentissage. Cependant, les élèves cherchent une réponse en juxtaposant les faces des polyèdres, l'un faisant le tour de l'autre. Constatant les différences de grandeurs des surfaces, ils considèrent qu'il s'agit bien de deux cubes : un est grand, l'autre est petit : « ***Ils se ressemblent comme des frères mais pas comme des jumeaux*** ». On garde donc le grand cube et le petit cube.

La position des deux pavés, laisse supposer qu'il s'agit de deux objets différents : Certains élèves hésitent entre deux objets identiques dans des positions différentes. Ils pensent que lorsqu'un polyèdre change de position, il devient alors un **autre objet**. Cela les trouble. Peut-on parler du même objet ? La validation par la mise en position sur la même base ne suffit pas, les élèves éprouvent le besoin de mettre deux pavés, faces contre faces : « ***Ils sont pareils comme deux jumeaux,*** il ne faut en garder qu'un seul ».

III – 8 Réalisation de polyèdres de plus en plus complexes

Il s'agit maintenant de faire évoluer les productions et d'inciter les élèves à utiliser des critères de plus en plus mathématiques pour améliorer les constructions.

Consigne : *Construire un objet qui n'est pas dans le musée.*

Productions observées

Les élèves se lancent maintenant des défis, celui qui fait le plus long, le plus gros, le plus tordus….

Procédures supposées

a) Certains supposent qu'il suffit d'augmenter le nombre de pièces. Plus il y en aurait, plus le polyèdre deviendrait difficile à réaliser ;
b) La nature des polygones devient un choix. Recherche de réaliser un polyèdre qu'avec certains polygones comme le ballon de football, par exemple ;
c) Recherche de polyèdres non convexes appelés *« tordus »*.

A noter : Affinement du langage mathématique qui se précise et se contextualise.

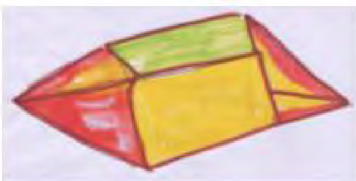
III – 9 Représenter un polyèdre

L'objectif de cette séance est d'identifier ce que les élèves perçoivent de l'objet pour en faire sa représentation.

Consigne : *Dessiner un* objet *du musée.* Attention : C'est l'enfant qui choisit le polyèdre.

Procédures observées

- Il est étonnant de constater que déjà, certains élèves choisissent un polyèdre *facile à dessiner* ! Que faut-il interpréter de cette initiative ? Peut être l'idée que ces élèves anticipent, ajustent, identifient des propriétés caractéristiques : angle droit, convexe, arêtes, faces… Pendant que d'autres élèves prennent un polyèdre au hasard, sans se poser de questions ;
- représentation du polyèdre par contour de l'empreinte d'une des bases du polyèdre ;
- repérage de polygones connus (carré, tringle…) et dessin à *main levée ;*
- la couleur sert de repaire pour marquer que l'enfant ne peut pas dessiner : ce qui est derrière ou sur les côtés.



III – 10 Décomposer un polyèdre

Cette phase est la dernière et s'achève par la nécessité d'établir la fiche technique. En effet, l'élaboration de la fiche technique présente plusieurs intérêts :

- elle est une trace écrite, mémoire de travail. Elle permet de faire la synthèse du travail engagé – photo(s), nom, famille… ;
- elle assurera son rôle de fiche technique : construire un polyèdre ;
- elle permet de faire le point avec l'enfant sur des compétences : nommer des figures simples, expliciter ses choix, décrire un polyèdre nombre et nature des faces)…

Nous allons proposer aux élèves de réfléchir sur la composition d'un polyèdre. Pour cela, nous leur mettons à disposition une fiche photocopiée (fiche technique ci-après) représentant les modèles réduits des pièces de Polydron. Les pièces du musée sont mises à disposition des élèves ainsi que leurs photos.

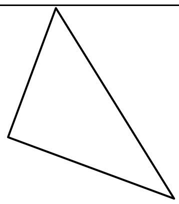
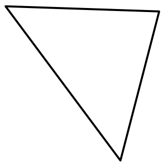
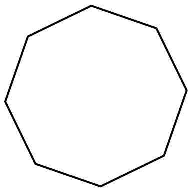
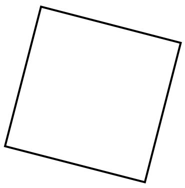
Consigne : « *Il nous faut pouvoir expliquer comment sont faits les polyèdres du musée. Ainsi, nous pourrons les refaire même si on ne les a plus. Pour cela, vous choisissez un polyèdre avec sa (ses) photos et vous essayez de remplir la fiche.* »

Remarque : La dictée à l'adulte peut être envisagée pour des élèves qui ne maîtrisent pas encore l'écriture. C'est l'enfant qui colle la photo après vérification qu'il s'agit bien de celle(s) correspondant au polyèdre choisi. De même, c'est lui qui annonce et qui écrit le nom de ce polyèdre (qui a été validé par la classe dans les activités précédentes).

Validation : Échange des fiches entre élèves.

Consigne : *Construire un polyèdre uniquement à partir de la fiche technique*.

	Je l'ai appelé : « *tente* »
Famille des : « *pointus* »	Je l'ai choisi parce que : ----------------------------

	Nombre	Nom
		
		
		
		

Procédures observées

La plus experte : Le polyèdre est cassé. Ainsi, l'identification des polygones est plus aisée, le nombre plus facile à dénombrer, pas d'oubli sur la nature des polygones. Validation par superposition.

Par tâtonnement : Le polyèdre reste en état. Encore une fois, des élèves choisissent des polyèdres faciles à reconnaître parce qu'ils sont élaborés à partir de figures connues. D'autres se posent des défis : Je prends le plus tordu, le plus gros… Quoiqu'il en soit, le repérage à vue nécessite un pointage qui est rarement perçu. A ce sujet, pour réaliser cette fiche technique il est nécessaire **d'avoir recours au nombre,** ce que les élèves font rarement d'emblée. Ce n'est qu'après plusieurs essais que **le nombre est perçu comme moyen de résolution.** Il semblerait que le nombre ne soit pas reconnu dans une situation à priori non numérique. Ce problème est récurrent dans d'autres situations. Or, les activités de comptage pullulent en maternelle ! Il y a là, un champ à travailler en C1 et C2.

IV – CONCLUSION

A travers cette communication, nous avons essayé de montrer comment il était possible de faire entrer la géométrie par la grande porte de l'école maternelle tout en préservant l'enfant et l'élève. Pour cela, à charge de l'enseignant de construire des situations pensées, finalisées avec des matériels permettant des manipulations. C'est donner la possibilité à chaque élève, avec l'aide de ses pairs, de construire des représentations qui s'apparentent déjà à la géométrie.

Penser l'enseignement de la géométrie dès l'école maternelle semble possible si cela s'inscrit dans une dynamique didactique appropriée et clairement définie.

Il semble que la géométrie effraie encore des enseignants et le fait d'en évoquer son existence à l'école maternelle alarme encore plus. Et, pourtant, après plusieurs années d'expérimentation, nous avons pu observer des jeunes élèves intéressés, concentrés, coopérants, attentifs sur des questions mathématiques.

Nous espérons que ce travail puisse servir de support pour les formateurs d'IUFM et de terrain dans les formations initiales et continues et soit un prétexte à échanges constructifs avec les autres acteurs ou chercheurs.

BIBLIOGRAPHIE

BERTHELLOT ET SALIN (1992) L'enseignement de l'espace et la géométrie dans la scolarité obligatoire, *Thèse 7-11-1992, Université de Bordeaux I.*

BERTOTTO A., HELAYEL J. (2003) enseigner la géométrie cycle 2, *Bordas*.

BKOUCHE R., CHARLOT B., ROUCHE N. (1991) Faire des mathématiques : le plaisir du sens, *Armand COLIN*.

BOLON J (1993) *Les mathématiques à l'école maternelle,* COPIRELEM, **Tome 3**.

BOULE F (1979) *Espace et géométrie pour les enfants de trois à onze ans,* CEDIC.

BOULE F (1985) Manipuler, organiser, représenter, Prélude aux Mathématiques, *Armand COLIN*.

BOULE F (2001) *Questions sur la géométrie et son enseignement,* Math-École, **199**, Institut de Mathématiques, Neuchâtel.

BROUSSEAU G. (2000) *les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire : l'étude de l'espace et de la géométrie,* conférence de Crète, séminaire de didactique des mathématiques.

CHERQUETTI, ABERKANE (1992) Dossier JDI n°2.

DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SCOLAIRE, BUREAU DU CONTENU DES ENSEIGNEMENTS (2004) *Documents d'accompagnement des programmes Mathématiques* www.eduscol.education.fr

LISMONT L., ROUCHE N. (2002*) Construire et représenter, un aspect de la géométrie de la maternelle à 18 ans*, CREM de Belgique *(téléchargeable sur* www.profor.be/crem*).*

ENGAGER LES PE DANS UNE PRATIQUE DE CLASSE INTERDISCIPLINAIRE EPS/MATHS : DISCUSSION AUTOUR D'UN DISPOSITIF DE FORMATION CONTINUÉE

Aline BLANCHOUIN
PIUFM EPS, IUFM de Créteil
aline.blanchouin@creteil.iufm.fr

Nathalie PFAFF
PIUFM Mathématiques, IUFM de Créteil
Nathalie.pfaff@creteil.iufm.fr

Résumé
Cette communication concerne les résultats d'une recherche[1] portant sur la formation des professeurs des écoles (PE) à l'interdisciplinarité Maths/EPS dans le cadre de la formation continuée.
Tout d'abord, nous contextualiserons la question de l'interdisciplinarité à l'école primaire et proposerons une méthodologie pour construire des liens entre l'EPS et les mathématiques. Puis le commentaire de la grille de notre dernier stage (proposé en janvier 2005) permettra de présenter nos conclusions pour engager les PE dans une interdisciplinarité Maths/EPS. Enfin, celles-ci seront discutées à la lueur d'une étude de cas, une enseignante que nous avons suivie au mois de mars, dans son « réinvestissement en classe » du lien « longueur – saut en longueur ».

I – ÉLÉMENTS DE CONTEXTUALISATION DE NOTRE RECHERCHE

I – 1 Une double légitimité à lier les deux disciplines qui met à jour des difficultés

Les programmes de l'école élémentaire[2] proposent aux enseignants de ne pas cloisonner les disciplines, sans pour autant spécifier ce que cela engage réellement : « L'enseignant met à profit sa polyvalence[3] pour multiplier les liaisons et les renvois d'un domaine à l'autre. Il évite ainsi l'empilement désordonné des exercices (…) » (p. 49). En ce qui concerne l'EPS et les mathématiques plus particulièrement, l'injonction institutionnelle est présente à plusieurs occasions. La plus éclairante se trouve dans les documents

[1] Cette recherche est soutenue par l'IUFM de Créteil depuis 2 ans.

[2] IO 2002, Qu'apprend-on à l'école élémentaire ? les nouveaux programmes, CNDP 2002.

[3] Le rapport 97 de l'Inspection Générale Enseignement primaire, la polyvalence des maîtres à l'école élémentaire, définit la polyvalence comme « la maîtrise simultanée des disciplines, de leurs connexions et des compétences transversales qu'elles mettent en œuvre » (p. 19). C'est ainsi, entre autres, assurer la cohérence et des « ponts » entre toutes les disciplines à enseigner (seul ou à l'aide d'intervenants extérieurs).

d'application des programmes d'EPS (C2 et C3) qui précisent que « certaines notions mathématiques peuvent trouver un support dans les activités d'orientation et d'athlétisme (mesure et comparaison de distances, de longueurs…) ou de jeux collectifs (classement de résultats, notion de score) *etc*. » (p. 3).

Les représentations et pratiques des enseignants du 1er degré relatives à l'exercice de leur polyvalence, appréhendées par les enquêtes successives du GRPPE[4] représentent une deuxième source de légitimité pour approfondir la question de l'interdisciplinarité. Elles laissent apparaître qu'il existe un paradoxe entre le discours « conventionnel » d'attachement déclaré à la polyvalence (86%) et les « pratiques qui s'en éloignent ». En effet, les enseignants aiment leur polyvalence, sont convaincus qu'elle est « bénéfique pour les élèves » et qu'elle leur « permet de pratiquer l'interdisciplinarité » mais émettent de multiples doutes relatifs tout d'abord à « leur compétence à enseigner toutes les disciplines », puis « à la possibilité et la signification d'un enseignement interdisciplinaire ».

Ainsi, si à la quasi-unanimité, les enseignants affirment que la polyvalence permet de faire des « ponts », seulement 21% adhèrent sans réserve à cette assertion. Les doutes transparaissent à travers la diversité des ponts déclarés réalisés (13% n'ont rien répondu tout de même) que Baillat regroupe en 7 catégories : Outil (34% : 1 discipline utile pour une autre) ; thème (25%) ; juxtaposition (21%) ; prétexte (20%, le travail dans une discipline est justifié pour réaliser un apprentissage dans une autre discipline) ; activité commune, vie réelle (réutilisable en dehors de l'école). En fait, seulement 8% des exemples correspondent à l'éclairage d'un concept à travers différentes disciplines. Pour terminer, il est à noter que lorsque les enseignants citent des ponts, les disciplines les plus fréquemment présentes sont le « français » (63%) puis les maths (46%) et l'EPS (29,5%). En outre, en C1 et C2, les maths sont le plus souvent associées avec l'EPS (à 52,4% et 37,5% respectivement) même si cette dernière discipline voit son volume horaire d'enseignement non respecté (en C2, - 30%, par exemple) et se présente comme déléguée à plus de 73% en école élémentaire.

« Globalement, on a l'impression que les enseignants sont convaincus de l'utilité de faire des ponts mais qu'ils éprouvent des difficultés, des réticences et aussi des doutes théoriques »[5] (p. 17). Les obstacles à penser l'interdisciplinarité se révèlent donc multiples comme le suggère Richon (2001) : le flou conceptuel qui accompagne le terme d'interdisciplinarité à l'école primaire, est un frein pour la concevoir réellement mais pas seulement :

- <u>Le sentiment d'incompétence des PE</u> dans certaines disciplines ne sert pas la mise en relation de disciplines à partir d'un concept commun. D'ailleurs, « les conditions d'une réelle polyvalence dans l'activité professionnelle » apparaissent extrêmement exigeantes, « notamment sur le plan de la maîtrise épistémologique des savoirs »[6].

---

[4] Groupe de Recherche sur les Pratiques Professionnelles des Enseignants dirigé par Baillat, IUFM Champagne Ardenne.

[5] Rapport de recherche du GRPPE.

[6] Revue n °3 Contre-pied, l'école primaire interroge l'EPS, p. 7.

- Le discours institutionnel sur la « maîtrise de la langue » et les évaluations nationales centrées exclusivement sur les maths et le français n'invitent pas à prendre le temps de la conception et de la mise en œuvre de connexions entre disciplines.

- La délégation ou l'évitement de l'EPS en élémentaire rend délicate une interdisciplinarité s'appuyant sur elle.

- Le manque d'outils / manuels relatifs à une démarche interdisciplinaire semble un obstacle important quand on sait que les enseignants s'aident beaucoup des manuels pour préparer leurs séances. De plus, les pratiques des enseignants sont fortement marquées par celles qu'ils ont reçues en tant qu'élèves et peu d'entre eux ont été confrontés, dans leur scolarité, à un enseignement interdisciplinaire.

I – 2 Animer le concept d'interdisciplinarité

I – 2.1 Définir le concept d'interdisciplinarité

Le flou autour de ce concept nécessite de le clarifier et pour asseoir le cadre de notre réflexion, nous optons pour la proposition de Lenoir (1999), qu'il qualifie de large et souple : « Il s'agit de la mise en relation de deux ou plusieurs disciplines scolaires qui s'exerce à la fois aux niveaux curriculaire, didactique et pédagogique et qui conduit à l'établissement de liens de complémentarité ou de coopération, d'interpénétration ou d'actions réciproques entre elles sous divers aspects (finalités, objets d'études, concepts et notions, démarches d'apprentissages, habiletés techniques…) en vue de favoriser l'intégration des processus d'apprentissages et des savoirs chez les élèves »[7].

La définition des enjeux pour les apprentissages disciplinaires des élèves peut se formuler de façon générale, a priori :

Pour l'EPS, les apprentissages moteurs, dans cette convocation interdisciplinaire, peuvent conquérir une légitimité (établir de réelles progressions) et les habiletés motrices, être indirectement renforcées à travers :

- l'identification et l'appropriation des caractéristiques du dispositif matériel de la situation pédagogique ;
- l'élaboration de principes d'actions, fondements de la définition des règles d'action[8].

Pour les mathématiques, la construction du sens des apprentissages est favorisée. En trouvant un ancrage dans un domaine d'expérience défini par une APSA[9], les notions mathématiques peuvent plus facilement émerger de contextes réels afin de conforter leur sens[10].

---

[7] Lenoir Y. (1999) : p. 300.

[8] Grehaigne (1990 et 1999).

[9] Activité Physique Sportive et Artistique.

[10] Douek N. et Sachs A. (2004).

I – 2.2 Traduire le concept en lien(s) EPS/Maths

Il s’agit à présent de donner « corps » à une interdisciplinarité EPS/Maths à l’école primaire. Pour ceci, trois étapes nous semblent nécessaires. Elles constituent pour nous une méthodologie ouvrant sur l’élaboration de contenus d’enseignements, s’appuyant sur la spécificité du curriculum français et sur la nécessité de mettre en parallèle deux progressions.

Déterminer des binômes APSA / notion mathématique possibles

La lecture des programmes permet de repérer (au-delà des compétences transversales communes), trois concepts communs à l’EPS et aux mathématiques (ceux de longueur, d’espace et de durée) et une notion commune, celle de score qui, en convoquant le nombre, intervient directement, dans les jeux et sports collectifs.

APSA	Notion ou concept commun	Domaine mathématique	Cycle concerné
Jeux collectifs Athlétisme	Score	Connaissance des nombres entiers (Numération)	C1, C2
Athlétisme (saut en longueur, lancer, course de durée)	Longueur	Grandeur et mesure (longueur)	C1, C2, C3
Jeux collectifs Athlétisme (Danse)	Durée	Grandeur et mesure (durée)	C1, C2
Course d’orientation (Gymnastique) (Danse)	Espace	Espace et géométrie (Repérage dans l’espace)	C1, C2, C3
Acrosport Lutte	Espace	Espace et géométrie (Repérage sur un quadrillage)	C2, C3
Sports collectifs	Score	Exploitation de données numériques (Proportionnalité)	C3
Athlétisme (saut en longueur, lancer)	Longueur	Connaissance des fractions simples et des nombres décimaux	C3

Identifier la nature des liens

Définir des liens, c’est également pour nous, identifier ce qu’ils peuvent apporter aux deux disciplines engagées. Aussi, l’approche didactique autorise à définir, pour chaque discipline, les différentes raisons pour lesquelles une interdisciplinarité est à convoquer.

<u>Les mathématiques servent les apprentissages en EPS car elles</u>

- permettent d’identifier les effets de l’action en les évaluant (et aident plus ou moins directement à la formulation de principes d’actions) ;
- facilitent la compréhension des dispositifs matériels des situations proposées ;
- placent les élèves dans des projets individuels ou collectifs de performances à partir de contrats.

<u>L’EPS sert les apprentissages mathématiques pour</u>

- découvrir une notion ou une procédure ;
- réinvestir dans un autre contexte une notion ou une procédure identifiée en classe.

Programmer la fréquence et l'agencement des liens

Enfin, lier une progression en EPS et une progression en mathématiques, exige de définir le nombre de « ponts » et leurs « moments ». A priori, plusieurs variables peuvent être retenues :

- nombre de liens au cours des deux progressions liées (fréquence) : un ou plusieurs ;
- moment dans les progressions de chacune des deux disciplines où interviennent les liens : début, milieu, fin ;
- similarité ou non de ce moment pour les deux progressions (début pour toutes les deux, début pour l'EPS et fin pour les maths) ;
- Immédiateté ou décalage de la réciprocité du lien.

Deux propositions de liens entre le saut en longueur et la longueur différentes par la fréquence et l'agencement des liens sont données en annexes (n°1 et n°2).

Néanmoins, former à l'interdisciplinarité EPS/Maths dans le 1er degré, exige, outre de répondre à la question des outils, de prendre en compte les travaux actuels sur les pratiques enseignantes.

I – 3 Former les enseignants : deux axes à emprunter

I – 3.1 Partir des représentations et des pratiques des enseignants

Selon Perrenoud (2001), le fait de ne pas prendre en compte les pratiques existantes empêchent leur modification, « les innovations proposées par des tiers ne peuvent être accueillies et assimilées qu'au prix d'une analyse de leur congruence avec les pratiques en vigueur » (p. 46). Aussi, l'écart entre ce qui est proposé en formation et ce que font les enseignants ne doit pas être trop important. D'ailleurs, Cauterman et al. (1999) précisent que « le stage de formation et les projets individuels de formation qui « marchent », procèdent par « petits pas », « petits projets », « petits changements » (...), et proposent « des schémas pas trop ambitieux, pas trop idéaux, pas trop prescriptifs et s'appuyant largement sur l'expérience des formés, en les aidant à verbaliser cette expérience » (p. 212).

En fait, pour Robert (2002), « les pratiques des enseignants sont complexes, stables et cohérentes et résultent de recompositions singulières (personnelles) à partir de connaissances, représentations, expériences, et de l'histoire individuelle en fonction de l'appartenance à une profession » (p. 508). L'enjeu de la formation est alors de proposer des contenus qui ne poussent pas l'enseignant à rentrer en conflit avec « le système de pratiques cohérent » qu'il s'est construit.

D'ailleurs, Peltier-Barbier et Ngono (2003) ayant noté peu d'effet de transformation des pratiques après une formation essentiellement « didactique » concluent à l'indispensable nécessité de travailler en formation à l'analyse des pratiques des stagiaires.

I – 3.2 Faire prendre conscience aux enseignants de leurs représentations et pratiques

Les différents travaux sur l'analyse de pratiques montrent cette nécessité de la réflexion dans et sur l'action. Les constats de Cauterman et al. (op. cit.) renforcent ce propos puisqu'ils précisent que « par l'existence du travail collectif, les formations interactives - réflexives sont bien les plus efficaces, quand des formateurs - médiateurs, ouvrant un espace de reconnaissance mutuelle et de tâtonnements, proposent des activités immédiatement applicables mais inscrites dans une perspective à long terme » (p. 210). De même, Montandon (2002) affirme que pour qu'un dispositif de formation favorise la mise en place de « dispositifs innovants », aide à construire un « dispositif d'apprentissage », il doit permettre aux enseignants d'appréhender leur propre rapport au savoir, à eux-mêmes, aux collègues, aux élèves…

Ainsi, à la lueur des éléments développés ci-dessus, pour nous, mobiliser l'interdisciplinarité EPS/Maths, dans le primaire, c'est raisonner en termes de liens, quels que soient leurs natures et fréquences, en respectant les deux règles suivantes :

1. Au minima, le lien ne doit pas nuire aux apprentissages visés dans une discipline (en l'occurrence très souvent l'EPS) ;

2. La réciprocité est à rechercher mais elle ne l'est pas forcément par la voie la plus ambitieuse (situation de découverte pour les maths).

II – ENGAGER DES PE DANS UNE INTERDISCIPLINARITÉ EPS/MATHS : PREMIERS ÉLÉMENTS DE CONCLUSIONS

II – 1 Commentaires des plages d'enseignements, de notre dernier stage «liens EPS/Maths » [11]

Les bien-fondés du dispositif de formation proposé sont issus des travaux de recherches évoqués précédemment et des bilans tirés d'une dizaine de stages (conçus et vécus entre décembre 2002 et octobre 2004) à l'aide d'entretiens informels, de questionnaires distribués aux stagiaires en début et fin de stage et d'une quinzaine de questionnaires « post stage » récupérés.

Les hypothèses émises, au cœur de la conception de la grille de formation présentée, ont été confrontées aux bilans individuels de fin de stage des stagiaires (en les comparant à ceux des précédents). A présent, nous pouvons donc apprécier et justifier les choix réalisés pour les 66h de stage[12].

[11] Annexe n° 3 : grille du stage « liens EPS/Maths en C2 » proposé en janvier 2005.

[12] Les éléments précis de justifications n'apparaîtront pas ici faute de place.

II – 1.1 Objet, fréquence et placement des « séances » les unes par rapport aux autres

Les séances de maths (7 ,5) et d'EPS (7) sont au nombre de 14,5 sur 22 (2/3) au cours desquelles sont traitées respectivement 5 notions et 4 APSA. Elles ont lieu avant la « séance lien » qui implique la notion mathématique et l'APSA traitées.

Commentaire : il s'agit de rendre le PE familier avec la didactique de la discipline dans l'un de ses champs pour qu'il s'y sente « à l'aise » avant de lui demander de réfléchir et de proposer concrètement un lien entre un objet de chacune des deux disciplines car le premier obstacle à l'interdisciplinarité est celui de la maîtrise disciplinaire. Aussi, un sentiment de « sécurité » développé quant à l'enseignement de contenus disciplinaires nous semble un gage pour entrer dans une démarche interdisciplinaire réelle.

> « Ça me semble assez complexe de mêler les deux disciplines car il faut être à l'aise en EPS et en maths. Je préfère essayer d'abord de mettre des choses en place séparément »[13].

Les «séances liens » représentent 5,5 séances sur 22 (le quart) et sont relatives à six projets qui s'avèrent mobiliser deux à deux une même APSA ou une même notion mathématique. Ainsi, les jeux collectifs et l'athlétisme sont à la source de deux projets tout comme la durée et la notion d'espace. Seule la notion de longueur en mathématiques et les APSA « gymnastique et CO » ont été convoquées pour un seul lien, ne permettant pas alors de les mobiliser de nouveau dans ce cadre.

Commentaire : Un nombre important de séances et une redondance dans les objets disciplinaires sélectionnés, nous semblent primordiaux pour sensibiliser les PE au travail de réflexion autour d'une liaison entre les deux disciplines, sachant qu'elle n'est pas habituelle et qu'elle peut même être en rupture avec les pratiques de classe de certains.

Enfin, l'ordre d'apparition des «objets disciplinaires » (en EPS, les jeux collectifs (3 séances), l'athlétisme (2), la gymnastique (1) puis la CO (1) et en maths, successivement la numération (2), addition et soustraction (1), la durée (0,5), la longueur (2) et l'espace (2)) renvoie à la logique avec laquelle nous abordons, les uns après les autres, les liens suivants : jeux collectifs / numération ; jeux collectifs / durée ; durée / course de durée ; saut en longueur / longueur ; espace / gym – CO.

Commentaire : Les pratiques et représentations « interdisciplinaires » des PE étant très souvent thématiques ou de « prétextes » (ce qui a été vérifié lors des séances d'accueil de nos stagiaires), nous avons opté pour présenter en début de stage les liens qui nous semblent le plus en adéquation avec cet état de fait. En effet, il s'agit d'être vigilant sur la graduation des projets proposés aux stagiaires pour ne pas les heurter et pouvoir les faire accéder petit à petit à d'autres possibles qui exigent un déplacement de point de vue et des connaissances pointues disciplinairement. De plus, il s'agit également, dans notre discours, de veiller à diffuser une représentation large du lien EPS/Maths, ne le réduisant pas à deux progressions intriquées régulièrement et qui se fécondent mutuellement à chaque fois (ce qui a bloqué nos premiers stagiaires, décembre 2003 et janvier 2004).

---

[13] C., répondant au questionnaire de fin de stage « SPC2 nov04 ».

II – 1.2 Regard sur les contenus même de formation : une triple préoccupation

Montrer que le lien est bénéfique pour les élèves

Sans rentrer dans le détail, la comparaison des réinvestissements annoncés des PE des 2 stages « LiensC2 » (5/19 pour 2004 et 17/19 pour 2005) sur le projet « numération – jeux collectifs », nous a permis de pointer l'influence de cet élément. En effet, lors du 1er stage, les PE n'avaient pas pu prendre conscience (à partir des contenus de formations proposés) de l'intérêt pour les élèves de la progression proposée en mathématiques sur la numération, comme S. l'explique lors d'un entretien (6 mois après) : *« ça (la numération) passe bien en maths (elle a des outils pédagogiques qui la satisfont pour faire manipuler les élèves), alors pas la peine de l'EPS (…) ça ne pose pas de soucis, j'ai pas besoin du recours de l'EPS pour leur faire comprendre les maths ».* A l'opposé, lors du second stage, les PE ont pu accéder à l'idée qu'ils ne faisaient pas réfléchir les élèves sur le sens de la quantification d'une collection et que l'EPS pouvait les y aider (comme point de départ et de réinvestissement).

Faire apparaître le lien comme faisable d'un quadruple aspect

« Matériel », du double point de vue, EPS et « situation-problème de mathématiques » :

<u>En EPS</u>, il s'agit d'évoquer la question du petit matériel en aiguillant pour commander du matériel mais aussi pour en fabriquer à moindre coût (draps pour des dossards ; bouteilles remplies de sables pour des haies...), la question des infrastructures étant rapidement évincée (les APSA proposées pouvant en général se dérouler dans la cour).

<u>Pour les séances de « maths » et de « liens »,</u> la lourdeur ressentie : S., lors de notre entretien, lance : *« vous les Piufms, vous avez toujours de bonnes idées mais y'a toujours une tonne de matériel à préparer, on peut pas fabriquer du matériel pour toutes les séances. On n'a pas qu'une seule discipline nous ! En plus fabriquer, ça prend du temps »…*, impose de confronter les PE à l'expérience de « fabrication ». Il s'agit de les « rassurer » doublement : à propos de la pertinence et de la viabilité de la proposition mais aussi de leur compétence à construire ce matériel (notamment pour les sabliers). Plus encore, repartir du stage avec ce dernier « prêt à l'emploi » est apparu comme une demande.

« Sécuritaire », relativement à l'EPS :

C'est un obstacle réel en EPS qui s'accentue dès que les élèves investissent un espace vaste et plus ou moins connu. Les échanges de pratiques et les vidéos de « vrais » élèves (projets avec MF) en activité constituent les principaux moyens privilégiés pour travailler la question et amener les PE à d'autres « pratiques possibles » : enseignements de nouvelles APSA, modalités de travail en acceptant la composition de plus de deux groupes d'élèves...

« Organisationnel », c'est à dire sur le plan de la mise en œuvre des séances de « liens » :

Il s'agit, pour nous, d'aborder, en rapport avec « des scénarii de liens testées avec des MF ou non », des items relatifs à la gestion du groupe, du temps des activités... Ainsi, lors du dernier stage, pour le lien « longueur – saut en longueur », nous avons été conduites naturellement à évoquer, « à l'invitation des stagiaires », des questions relevant de la gestion :

- du groupe classe : Comment imaginer le fonctionnement en ateliers ? Quelles activités athlétiques à côté des ateliers sauts ? Combien d'ateliers saut ? Combien d'élèves par atelier ? Comment s'organisent-ils au sein des ateliers ?
- de l'alternance des phases EPS / Maths : Quand introduire la « manipulation » en maths pour ne pas nuire à l'activité physique ? Quels outils (écrits, de mesure) pour consigner les performances, et quand ? Dans la séance ? Quels observables en Maths pour évaluer l'activité des élèves ?

« Expérientiel », concernant une pratique interdisciplinaire :

Nous pensons que l'expérience joue doublement : aux niveaux de la pratique générale de la mise en relation de différentes disciplines et de la pratique de celle plus spécifique de la liaison Maths / EPS. Les moments d'échanges proposés aux stagiaires autour de l'élaboration et la mise en œuvre des liens sont à ce jour les moyens privilégiés pour prendre en compte cette dimension qu'il nous reste à éclairer.

Répondre à des interrogations de préparation et de mise en œuvre du lien

Pour cela, le déroulement d'une séance « lien » comporte quatre phases : travail de groupes pour élaborer des propositions de liens à partir ou non d'une « mise en situation » ; vécu des situations le plus souvent en gymnase ; discussion des propositions des PE et présentation d'un lien possible par les Piufms ; échanges à partir de moments vidéos quand cela est possible.

De plus, nous cherchons, à la suite d'une telle séance, à associer les PE à la rédaction de scénarii de liens : l'écriture des propositions des stagiaires est réalisée soit par les Piufms, soit par un PE « volontaire » pour retranscrire le travail de son groupe.

II – 2 Conclusions générales pour engager les PE dans un lien réciproque

En se basant sur les déclarations de réinvestissements et quelques entretiens menés, nous pensons que pour faciliter une transformation de la pratique (ici, la mobilisation d'une interdisciplinarité EPS-Maths minimale, c'est-à-dire au moins un lien réciproque sans dommage pour l'une des deux disciplines), tout dispositif de formation doit autoriser une « mémoire et une représentation d'un possible » de cette nouvelle pratique pour :

- qu'elle puisse devenir une partie du « réel de l'activité de l'enseignant » au sortir du stage ;
- qu'elle trouve les conditions de s'exprimer à minima (ne pas nuire à une discipline) lors du retour en classe.

Ceci passe par deux incontournables :

Les contenus de formation « disciplinaires » proposés doivent prendre en compte les représentations et pratiques des enseignants pour qu'ils puissent :

- « Se sentir à l'aise » dans la notion mathématique et l'APSA mobilisées. Reste à établir ce que cela revêt et la part sur laquelle la formation peut agir, pour tout PE ;
- Penser que réaliser un lien apporte quelque chose à leurs élèves du point de vue motivationnel (raccrocher les élèves en difficulté) ou / et des apprentissages.

Les moyens de formation sur lesquels nous jouons pour respecter cette double injonction sont : le traitement des contenus d'enseignement, le nombre de séances par « objet disciplinaire » et le choix de « l'objet disciplinaire ».

Les contenus de formations « interdisciplinaires » proposés doivent prendre en compte les représentations et pratiques des enseignants. Il s'agit de :

- partir de leurs représentations et de leurs pratiques qui sont largement pluridisciplinaires lorsqu'elles existent (l'expérientiel est ici) ;
- les engager dans des projets qui leur semblent acceptablement « coûteux » des points de vue : matériel, sécuritaire, organisationnel ;
- donner des outils de préparation et de mise en œuvre afin d'asseoir un sentiment de faisabilité et d'expertise minimal.

Les moyens de formation que nous avons retenus pour obéir à cette triple demande sont le nombre, le choix, la redondance et la place dans le stage, des séances « lien » ainsi que leur déroulement en quatre phases, ponctuées par la co-écriture de scénarii.

Pour asseoir ces conclusions, il nous faut aller voir du côté des pratiques car si les PE de janvier 2005, à la fin du stage, déclarent tous vouloir réinvestir au moins un projet[14], nous ne pouvons nous contenter d'intentions et de déclarations de réinvestissement que nous recueillons depuis début mai grâce au passage d'un questionnaire « post stage ».

En effet, si la mise en mouvement des PE est réelle d'après les bilans de stages ou les retours de questionnaires des stagiaires de « janvier 04 » (1/2 des PE y déclarent avoir réinvesti un lien), de quelles natures sont les réinvestissements ? Quelles sont ces redéfinitions de liens ? Que signifient-elles ? De plus, nous avons vu que la part de l'expérientiel et le sentiment de compétence sont des données à prendre en compte mais mal circonscrites. Dans quelles mesures peuvent-elles expliquer partiellement l'engagement ou non d'un PE dans une pratique interdisciplinaire ?

Aussi, cherchons-nous à présent, à collaborer avec des PE au moment de la conception et de la mise en œuvre d'un lien expérimenté en FC. Le suivi « en classe » complété d'entretiens et du recueil des outils de préparation devrait permettre d'avancer dans notre questionnement.

[14] Taux de réponses positives à 76%. Sur les 6 projets, 87 OUI / 114 occurrences possibles, ce qui fait une moyenne de 4,6 projet par PE !

III – LE RÉINVESTISSEMENT RÉEL DES PE : UNE ÉTUDE DE CAS

III – 1 Contextualisation de la rencontre

III – 1.1 Présentation de la PE

J. a été rencontrée au cours du stage « Liens EPS/Maths C2 » de janvier 2005. C'est sa deuxième année d'exercice et nous apprenons qu'elle sera inspectée en « mars 2005 »...

Elle a suivi une formation en PE1 au cours de laquelle, en mathématiques, elle a connu N. Pfaff ; elle ne se souvient plus, dans un premier temps, avoir eu des cours de maths en PE2 ! Elle se dit « nulle en maths » et n'aime pas cette matière. D'ailleurs, elle n'a pu suivre des études de médecine comme elle le souhaitait à cause de ses résultats en maths. Issue d'un bac F8, elle a une maîtrise de biologie. En revanche, elle aime l'EPS et se considère bonne ; elle a pratiqué le hand-ball jusqu'à l'université puis a continué un exercice physique régulier (musculation, piscine, footing). Quant à sa formation, cela ne l'a pas marquée...

Pendant le stage, enceinte, elle n'a jamais pratiqué en EPS mais a pris des notes assidues. En maths, elle a construit une progression sur la « mesure de longueur » qu'elle a montré au PIufm pour discuter d'éventuelles modifications qui ont abouti à proposer des situations-problèmes qui n'étaient pas prévues au départ. Parallèlement, elle a affirmé son envie de faire un lien EPS/Maths « longueur / mesure de longueur » mais n'a rien proposé au Piufm EPS. Le dernier jour de stage, au cours du « bilan », elle a réédité sa demande et nous avons convenu de la date du début du projet (14 mars).

III – 1.2 Présentation de la collaboration PE – PIufm pendant la réalisation du « lien »

La collaboration a été continue : Par entrevues, en aval du « lien » (entretien compréhensif puis discussion de travail) et en amont (entretiens d'autoconfrontation et compréhensif) et au cours « du lien », par téléphone et par tournages lors des séances « gymnase ».

Il faut préciser également que si nous avons impulsé l'idée de situation-problème découlant de l'activité physique pour l'unité étalon, pour le reste du projet, nous avons répondu à ses questions sans les devancer et nous n'avons effectué aucune des régulations qui nous semblaient importantes... Il est à noter que si, en maths, la PE se pensait « autonome » grâce à la progression construite lors du stage à partir des contenus de formation, cela n'a pas été le cas ni pour l'EPS (la demande explicite lors du premier entretien), ni pour les liens.

III – 2 Lien réalisé par J. avec son CE1 / CE2 : compte rendu

III – 2.1 L'articulation des deux progressions, présentation des liens réalisés

Description rapide (annexe n°4)

Les progressions ont débutées en décalé de façon autonome, les mathématiques puis l'EPS. Quatre liens ont scandé l'avancée des deux progressions, sachant qu'à l'inverse des maths, l'EPS n'a fonctionné qu'une seule fois « seule » : toutes les séances « EPS », hormis la première, étaient aussi des séances de liens.

La 1$^{\text{ère}}$ séance de lien est intervenue à la 2$^{\text{ème}}$ séance d'EPS alors que les élèves avaient vu en maths l'objet intermédiaire, l'EPS a ainsi servi à contextualiser une situation-problème en maths relative à la découverte de l'objet «étalon » et à la nécessité d'une unité étalon commune. Ensuite, l'EPS a permis de réinvestir l'objet étalon en maths. Le 3$^{\text{ème}}$ lien a concerné l'utilisation de différents instruments de mesure puis la découverte de la conversion m/cm. Le dernier lien a offert la possibilité de réinvestir la conversion m/cm.

Déroulement chronologique des séances

Dates	Maths	EPS[15] (gymnase 1h)
Lu 07.03	Comparaison perceptive de longueurs Découverte de la notion d'origine.	
Ma 08.03	Réinvestissement de la comparaison perceptive de longueurs.	
Je 10.03	Découverte de l'utilisation d'un objet intermédiaire.	
Ma AM 22.03	Réinvestissement de l'utilisation d'un objet intermédiaire.	Différencier bond et enjambement (1). Découverte de 3 ateliers.
Ma 29.03 AM	**Lien 1** : *Maths, découverte de l'objet étalon & EPS, différencier bond et enjambement (2)* Les élèves se voient proposer différentes bandes pour mesurer leurs performances à partir d'atelier EPS connus (vus en S1).	
Je M 31.03	Institutionnalisation de l'objet étalon ET introduction de la notion d'étalon commun.	
Ve 01.04	Réinvestissement de la notion d'étalon commun (1).	
Lu 04.04	Réinvestissement de la notion d'étalon commun (2).	
Ma M 05.04	Réinvestissement de la notion d'étalon commun (3) pour les CE1 seulement.	

[15] Annexe n°5 pour le contenu des ateliers proposés en séances n°1, 2 & 3 d'une part, et 4 & 5, d'autre part.

Ma 05.04 AM	**Lien 2** : *Maths, réinvestissement d'un objet étalon commun & EPS, différencier bond et enjambement (3)* Les élèves manipulent l'étalon commun pour identifier leurs performances aux 3 ateliers et désigner le meilleur de la classe sur chacun des ateliers. Les ateliers EPS sont ceux des séances 1 et 2.		
Je 07.04 M	PREVU : Réinvestissement de la notion d'étalon commun (4) pour les CE1 seulement.		Bilan EPS prévu sur « le meilleur saut du groupe » sans évoquer les « actions »...
Ma 12.04 AM	**Lien 3** : *Maths, les unités usuelles avec différents outils & EPS, asseoir la notion de bond (1)* Les élèves manipulent des outils de mesure divers pour identifier leurs performances aux 3 ateliers et désigner le meilleur de la classe sur chacun des ateliers. Les ateliers EPS sont nouveaux.		
Je 14.04 M	Travail de conversions à partir des fiches de scores en posant le problème de comparer des performances en cm et d'autres en m.		
Ve M 15.04 Lu M 18.04 Ma M 19.04	Ces 3x ½ j , les élèves ont pu réinvestir les maths en parallèle à une autre activité (la BD). 3 « exercices » ont été proposés : 1. Conversions m-cm et cm-m. 2. Mesure d'un segment à l'aide d'une règle graduée. 3. Tracer un segment d'une longueur déterminée		
Ma 19.04 AM	**Lien 4** : *Maths, réinvestir la conversion cm / m & EPS, asseoir la notion de bond (2)* Les élèves manipulent un mètre ruban pour identifier leurs performances aux 3 ateliers, effectuent des conversions pour désigner le meilleur de la classe sur chacun des ateliers. Les ateliers EPS sont ceux de la séance précédente.		

III – 2.2 Contenus de séances et apprentissages des élèves

Les sources pour entreprendre ce bilan sont multiples et croisées. Il s'agit des documents recueillis de planification de l'action de la PE, de traces écrites du travail réel des élèves et de documents vidéo pour toutes les séances liens.

Les apprentissages des élèves

Les apprentissages en Maths sont réels et ont été favorisés (si nous les comparons à ce qu'elle avait fait l'année d'avant).

Du côté EPS, au niveau des apprentissages moteurs, à part la 1ère séance strictement EPS où les élèves se sont exercées pendant environ 30', les trois autres séances, de part leurs conceptions, ne leur ont permis de sauter qu'une fois à chacun des trois ateliers. La dernière séance les a sollicités un peu plus car elle s'est ponctuée par un concours. Malgré le peu de pratique, les élèves (sauf deux) savent enchaîner course - impulsion 1 pied - réception 2 pieds. Cependant, l'entrée des élèves dans un projet individualisé athlétique n'a pas été atteinte ainsi que l'explicitation des moyens d'agir (principes d'actions) pour sauter loin, J., dans son questionnement, ne les conduisant jamais à comparer leurs performances sur les trois ateliers mais les invitant à identifier le « meilleur saut » de la classe ou d'un groupe (malgré des fiches de performances individuelles). De plus, si pour mesurer la distance d'un saut, ils ont compris la notion d'origine (le début du tapis), ils ne connaissent pas la règle relative au choix de la marque d'arrivée faite par l'athlète : en général, ils prennent la pointe des pieds au lieu du talon (et plus généralement de l'appui le plus proche de l'origine).

En ce qui concerne l'autonomie de fonctionnement au sein d'un travail de groupe, les élèves ont réinvesti lors du système de « binômes, athlète - observateur » des compétences déjà mobilisées en classe. De plus, ils ont pris en charge la gestion d'un matériel (plinth, tapis) relativement conséquent pour de jeunes enfants.

Au niveau du contenu des « séances interdisciplinaires », deux grands écueils

Tout d'abord, les séances de lien se sont réduites à des séances de mathématiques en gymnase, il n'y a pas eu de « temps strictement » EPS permettant une durée de pratique et un nombre d'essais suffisant suivi par un temps « strictement » maths, de mesure. Les élèves, immédiatement après leur saut, manipulaient un outil de mesure pour évaluer la longueur de l'essai. Comme ceci se faisait sur le tapis, les autres athlètes devaient patienter. Lorsque, dans un binôme, chacun avait sauté, les deux élèves changeaient d'atelier. A la fin des 3 ateliers, les élèves regardaient leurs fiches de résultats puis rangeaient le matériel. Parallèlement, J. s'est toujours et exclusivement attelée à aider les élèves à mesurer mais jamais à s'organiser pour sauter plus loin.

Ensuite, les deux séances de « découverte » en mathématiques au gymnase ont été introduites en divulguant, avant le départ sur les ateliers de sauts, la procédure pour pouvoir mesurer. Que ce soit au niveau du lancement ou lors de la phase de recherche, les élèves ont été trop tôt guidés par J. L'exemple le plus frappant est la séance n°1, lors du regroupement initial et du début de séance[16].

III – 3 Analyse du lien réalisé[17]

III – 3.1 L'engagement de J. dans la réalisation de ce lien, quatre principaux facteurs

Un bénéfice pour les élèves

En EPS, ce n'est pas la question des apprentissages moteurs mais le besoin physique des élèves et leur motivation pour l'activité qui sont à la source de sa préoccupation. En maths, elle s'est aperçue au cours de l'année que les élèves de CE2 qu'elle avait l'année dernière n'avaient pas compris la séquence sur les longueurs qu'elle avait faite à l'aide du fichier.

[16] De courts extraits vidéo mettant en scène J. et une MF avec qui nous avons testé notre projet ont permis d'illustrer notre propos.

[17] L'analyse s'appuie sur des extraits de trois entretiens menés avec J. : un « 1er entretien » compréhensif d'une heure avant le projet, un entretien d'auto confrontation à la fin du projet ainsi qu'un dernier entretien compréhensif.

J : Ah, j'ai vu que ça a changé de l'année dernière. L'année dernière c'est pas du tout passé. Ceux que j'avais cette année, ils savaient toujours pas se servir de la règle alors que j'avais fait la longueur avec eux.

Quant à l'interdisciplinarité, pour elle, cela apporte de la motivation aux élèves.

A : C'est important pour toi de faire des liens ?
J : Non mais en fait ça peut toucher à tout. Comme ça ils travaillent tout sans s'en rendre compte surtout. [..] (à propos du lien arts plastiques/français qu'elle réalise, J. ajoute : Eux ils savent même pas qu'ils sont en train de faire du français. C'est ça qui est bien. C'est ça l'intérêt. Donc qu'ils le voient pas. Donc c'est bien pour eux).

Un sentiment nouveau de compétence en mathématiques

En effet, en maths, elle a compris la progression proposée lors du stage ce qui lui a permis d'identifier les raisons de l'échec de ses actuels CE2 (CE1 de l'an passé) : les notions de grandeur et mesure étaient confondues, des étapes indispensables à la construction de la notion de mesure avaient été omises dans la progression établie.

Aussi, elle a immédiatement, au cours même du stage, retravaillé la progression afin de se l'approprier.

Une envie d'outils nouveaux et personnels pour enseigner

En EPS, elle ne pouvait plus s'appuyer sur les « jeux » du CPC-EPS (elle ne participait plus aux rencontres) et avait besoin de « contenus » pour faire quelque chose. Ainsi, elle trouve dans cette proposition l'opportunité et l'obligation de faire de l'EPS, en accord avec ses convictions (il est important que les enfants bougent). De plus, cela lui permet de travailler autrement qu'avec des situations toutes préparées.

> *J : En EPS, vu que je fais les projets que fait M. donc en fait on n'a pas beaucoup à faire ; on a juste à prendre la fiche et à faire les jeux et après à participer. Donc je voulais faire quelque chose de plus personnel.*

En maths, il lui restait la notion de longueur à aborder avec les élèves. Cette adéquation avec sa programmation annuelle vient servir le souci de travailler autrement qu'avec le fichier.

> *J : Ah l'année dernière, j'ai été vite, sur le fichier c'est deux pages*
> *A : Tu aurais pu recommencer cette année*
> *J : Ben justement je me suis dit non. Là j'ai toute la progression qui était faite, tous les jeux donc je me suis dit : je vais essayer de le faire, d'appliquer, pas de faire juste les deux pages du fichier, d'appliquer du début jusqu'à la fin pour voir si ça leur faisait du bien aux élèves et la preuve que oui puisqu'ils savent faire.*

De même, travailler en liens, lui permet de tenter « quelque chose de nouveau ».

> *J : Ben, en étant nouvelle enseignante, on a pas spécialement d'expérience sur les liens et mêmes sur les classes nous on applique bêtement ce qu'il y a dans les livres. On nous dit de faire ça, on le fait et c'est vrai que là avec tout ce qu'on a fait, on peut voir autre chose que le fichier, que le livre. Donc d'autres méthodes quoi.*

Aussi, la motivation à « tester », « expérimenter » est visible dans les trois registres de préparation. Nous la mettons en relation avec des traits de caractère qui se sont dégagés au fil des entretiens : ses côtés espiègle, joueuse, exploratrice et « altruiste / humaniste ».

Un sentiment de faisabilité nourri à plusieurs sources

L'adéquation avec ses pratiques (ce qui relève de l'expérientiel) joue dans trois registres : **en maths**, dans **sa pratique d'interdisciplinarité** et dans **le type de contrat didactique** qu'elle a établi avec les élèves.

Aussi, en maths, les « jeux proposés » lors du stage correspondent à sa pratique et à son envie en maths qui est de proposer des jeux !

> *J : Ben en fait avec tous les jeux qu'on avait vu donc en fait je les ai tous faits, pour voir si ça marchait. Donc je les ai tous faits.*
> *N : Les jeux ? Tu parles*
> *J : En classe. Ceux qu'on avait faits en stage*
> *N : Les jeux de maths*
> *J : Oui. Je les ai tous faits pour voir si ça marchait mais non ça va. Non j'aimais bien.*

Plus généralement, l'entrée par les jeux vue en stage correspond bien à ce qu'elle veut proposer à ses élèves.

> *A : Par rapport au stage, qu'est–ce qui t'a le plus marqué ?*
> *J : Les jeux. Les jeux en maths et les jeux en sport. Oui, ça ils m'ont marquée.*

De plus, elle cherche à effectuer des liens même si jusqu'à présent c'était autour du français.

Enfin, la modalité de travail des séances « interdisciplinaires en gymnase » rentre en adéquation avec le contrat didactique établi avec ses élèves : responsabilisation des élèves pour s'occuper du matériel, travail de groupe avec l'enseignant intervenant au fur et à mesure auprès des groupes.

> *A : Et les élèves, tu leur demandes quoi ?*
> *J : Ben d'installer le matériel.*
> *A : Et c'est une habitude ?*
> *J : Ah, ils le font souvent. C'est une habitude.*
> *A : Quand tu travailles en EPS, quand tu fais des groupes, tu fais toujours à peu près comme ça. Tu les fais au moment de la séance.*
> *J : Oui au début de la séance. Des fois c'est eux qui choisissent l'équipe ; des fois c'est moi ; des fois je prends 3 élèves et c'est eux qui choisissent.*

Le sentiment de faisabilité est également assis car la préparation matérielle et la manipulation du gros matériel n'apparaissent pas comme des soucis.

Pour le matériel, elle a l'habitude d'en construire (questionnaire de début de stage) et en plus, dans ce projet, il ne paraît pas conséquent à préparer. Pour ce qui concerne la sécurité en EPS, si elle ne s'imagine pas sortir de l'école avec ses élèves, dans le lieu connu et fermé du gymnase, elle ne voit pas le problème principal, le déplacement des tapis !

A : Par rapport au tapis qui s'est décroché là, ça t'a posé souci ça, en règle générale ou pas. Tu sais là.
J : Non pas spécialement, non
A : Parce que là, par rapport à la sécurité là
J : Par rapport à la sécurité, non, ça a été. Ça a été parce que dans les autres jeux ça a été coincé un peu. Non parce qu'on a l'habitude de travailler avec les tapis. Depuis l'année dernière, je travaille avec les tapis. Non, ça va. J'ai pas eu
A : Ça t'a pas déstabilisé ?
J : Non

III – 3.2 La redéfinition, par J., du lien, quatre pistes d'élucidation

Une pratique habituelle et une représentation de l'enseignement de l'EPS proches de « l'animation ».

En fait, J. n'a jamais véritablement élaboré de progression en EPS. Elle ne construit pas de contenus d'enseignements, elle propose uniquement les « jeux » du CPC – EPS pour préparer les rencontres inter - écoles et n'a donc jamais enseigné le saut en longueur.

A : D'accord. Bon alors habituellement quand tu as le gymnase, qu'est-ce que tu fais dans le gymnase, quand tu fais pas quelque chose autour du saut en longueur ?
J : Ben en fait je fais des jeux pour, pour participer au tournoi de sport inter écoles. C'est des jeux qui sont fait par Michel M.

De plus, lors des séances d'EPS, elle est « juste animatrice, organisatrice » :

A : Oui, quels jeux par exemple ?
J : Ben en fait, il y a des thèmes donc il y a les jeux collectifs, les jeux d'opposition
A : D'accord. Et toi, à quoi tu sers pendant la séance, qu'est-ce que tu fais ?
J : En, en fait j'explique juste la règle du jeu et puis ils jouent
A : Et puis ils jouent, d'accord. Mais pendant qu'ils jouent, qu'est-ce que tu fais ?
J : Ben je suis l'arbitre

En fait, elle ne se positionne pas en tant qu'enseignante possédant des savoirs et devant aider les élèves à les construire. Aussi, pour le saut en longueur, si notre premier entretien l'a invitée à identifier la notion de réception en regroupant les pieds, à aucun moment, elle a éprouvé le besoin d'élucider un point fondamental de l'activité relatif à la mesure du saut.

A : Donc c'était quoi la règle dans ce cas là ?
J : Ben en fait qu'ils devaient poser là où celui qui saute s'arrête
A : Là où il s'arrête
J : Voilà là où il y a les deux pieds
A : Oui mais s'il y a un pied décalé
J : Ben ils prennent le 1er pied
A : D'accord et par rapport au pied c'est où ?
J : Devant. Moi j'ai dit devant
A : Devant c'est à dire ?
J : Aux doigts de pied
A : Aux doigts de pied, d'accord. Tu penses que c'est l'idée, je sais pas, comme ça d'un point de vue théorique entre guillemets sur l'activité, tu penses que c'est exact ?
J : Ben il y en avait qui le mettaient derrière mais
A : Ah, il y en avait qui le mettaient derrière, les élèves qui mettaient derrière

J : Oui mais je pense que c’était réduire la distance du copain donc. Ils sont un peu malins. C’est pour ça que je les ai aidés. Parce que je voyais qu’il y en avait qui réduisaient.
A : Il n’y avait pas de règle pour toute la classe alors sur ça ?
J : Pour toute la classe ?
A : Ben chacun faisait ce qu’il voulait finalement
J : Ben, au début je leur ai dit de poser le bâton à l’endroit où ils s’arrêtent mais j’ai pas indiqué si c’était devant ou derrière. J’ai pas donné d’indication

Enfin, à ces deux éléments (absence d’habitude dans l’élaboration de progressions en EPS et de nécessité de posséder des connaissances pour enseigner cette discipline) s’ajoute le fait qu’elle n’a jamais pratiqué lors du stage (étant enceinte) pour expliquer qu’elle ne s’est pas appropriée les différentes étapes de la progression du saut. C’est ainsi que lors du premier entretien, elle propose de commencer par le pied d’appel, dernière situation vue en stage.

L’ensemble de ces points pourrait permettre de comprendre pourquoi J. même en ayant visionné la vidéo de la première séance de lien en gymnase quelques jours plus tard, ne prend pas conscience du problème. La question de la quantité de travail (nombre de passages, d’essais) lui sera en quelque sorte imposée par la réflexion d’un élève, « déçu de pas avoir beaucoup sauté aujourd’hui ». Si elle en est désappointée, elle ne cherche pas de solution pour autant, la déception de l’élève plus que la nature de sa remarque semble l’avoir touchée. Ce n’est qu’au cours de l’entretien d’auto-confrontation à la fin du projet, qu’elle prend conscience de ce qui s’est passé.

A : On va s’arrêter là par rapport à l’EPS. Mais finalement par rapport à l’EPS, qu’est-ce qu’ils ont appris ?
J : Ben rien (rires). Non mais c’est vrai parce que toutes les séances, elles se sont passées comme ça. En fait, en plus ils étaient plus pressés d’aller dans l’autre jeu pour sauter que se prendre la tête à mesurer. Non en EPS parce que j’ai rien expliqué en EPS. Je leur ai pas dit comment sauter. On a juste fait à cette séance là, quelle est la différence entre les jeux.

Une représentation de la séance « interdisciplinaire » basée sur la prédominance des matières fondamentales

J. précise, lors de l’entretien n°1, un des projets menés avant le stage autour de la bande dessinée. A cette occasion, nous comprenons que les arts visuels ont été utilisés comme contexte « pour faire du français sans s’en apercevoir ». De la même manière, J. conçoit le lien EPS/Maths uniquement au service des apprentissages mathématiques.

N : Ça te tente de recommencer
J : Ah oui. Le saut ?
N : Un lien
J : Ah oui. Je pense que le prochain que je vais faire c’est avec les durées pour l’année prochaine
A : Ah oui, la durée. Pourquoi la durée ?
J : Je ne sais pas (rires)
[…]
A : Et la durée avec quoi ? Avec quelle activité physique ?
J : Faut que je cherche (rires)

Du coup, elle focalise son attention sur la procédure mathématique et ne s'aperçoit des principes d'action en saut qu'au cours de l'auto - confrontation finale.

> *J : Elle vient de sauter pieds joints parce qu'en fait elle s'est arrêtée, elle était dans le cerceau, elle s'est arrêtée et puis après elle a pas repris de l'élan mais elle a repris.*
> *A : Et ça tu l'as noté sur le coup ? Tu t'es dit, ben qu'est-ce que tu t'es dit ?*
> *J : Mais en fait je l'ai vu en regardant la cassette, je l'ai pas vu au gymnase. Je l'ai vu quand j'ai visionné la cassette.*
> *A : Pourquoi tu penses que tu n'as pas pu le voir au gymnase ?*
> *J : Parce que j'étais trop occupée par la façon dont on mesurait, j'ai pas prêté attention à comment ils sautaient.*
> *(...)*
> *J : En fait, je me rends compte que j'ai pas fait du tout attention à leurs sauts. Je m'occupe uniquement de savoir s'ils mesurent et j'ai fait ça dans toutes les séances en fait. Dans toutes les séances qu'on a fait au gymnase, on se préoccupe pas du saut quoi*
> *A : Et toi, tu penses que c'est dû à quoi ça ?*
> *J : Ben, j'étais trop dans l'unité, dans la mesure. Il fallait qu'ils sachent absolument mesurer*

Une mémoire insuffisante de la logique interdisciplinaire proposée au cours du stage

La logique qui est d'introduire quand il n'est pas maîtrisé, l'outil de mesure après le moment d'activité physique des élèves, n'est pas intégrée. Elle n'arrive pas à retrouver, recréer la proposition faite en stage.

> *A : Donc finalement, les élèves ils ont pas beaucoup sauté. Donc l'année prochaine comment on pourrait améliorer le truc quoi ? quelle idée tu avais ?*
> *J : Ben en fait de tout séparer quoi*
> *A : Tout séparer*
> *J : Ben c'est pas la peine de leur faire mesurer puisque, en fait, quand ils mesurent en plus, je me prends plus la tête sur comment ils mesurent que comment ils sautent.*
> *A : Mais à ce moment là, tu pourras plus faire le lien*
> *J : Ben oui, c'est ça (rires). Donc l'année prochaine je fais que le saut en longueur (rires). Maintenant qu'ils ont bien compris les conversions !*

La nature des liens est également une source d'appropriation parcellaire des contenus du stage pour J. : c'est ainsi que lors du 1er entretien, elle ne conçoit le lien « longueur » qu'à partir de séances de réinvestissement où le saut sert de contexte pour réinvestir la procédure mathématique découverte précédemment en séance de maths.

> *A : Pourquoi tu commences pas tout de suite en EPS par introduire l'unité étalon ?*
> *J : Ah commencer tout de suite ? Ben oui. […] Ah ben je sais pas. Dans ma tête, j'avais déjà programmé ça. Moi pour faire le sport je me disais que je vais déjà faire l'unité étalon et après je vais attaquer. Pour moi, pour que ce soit clair dans ma tête quoi.*

Un enseignement en mathématiques qui ne s'appuie pas sur une démarche de résolution de problèmes

En mathématiques, elle n'a enseigné qu'à partir du fichier et avant le stage, elle ne proposait pas de situations-problèmes. Le stage lui ouvre une nouvelle perspective, permettre aux élèves de découvrir par eux-mêmes mais elle n'anticipe pas du tout sur comment ils vont le faire. Elle mise sur le fait que l'un d'entre eux découvrira pour ainsi montrer aux autres.

> *A : Alors qu'est-ce qu'on vient de voir ? Qu'est-ce que tu as fait pendant ce moment ?*
> *J : Ben, en fait, j'en ai fait sauté deux ; j'en ai fait sauté une et puis l'autre elle a mesuré et puis il y en a un qui a réussi à expliquer à quoi servait le petit carton. Donc ils devaient tous observer pour voir comment on faisait.*
> *A : d'accord. Par rapport à ce que tu m'as dit tout à l'heure ; tu me dis : je voulais qu'ils découvrent, c'est ça ?*
> *J : Ben, en fait, il y en a un qui a montré, quoi, comment on faisait. Les autres, ils ont juste regardé, juste observé. Et c'est après qu'ils vont mettre en application s'ils ont vraiment compris comment on faisait pour mesurer.*
> *A : Ils vont mettre en application. Alors, ils vont plus découvrir.*
> *J : Oui, ils vont plus découvrir, c'est sûr puisqu'ils ont déjà vu Kamel montrer comment on faisait.*
> *A : Et Kamel, il savait ça comment ?*
> *J : Ah, je ne sais pas. Il a deviné. Oui, je pense qu'il a deviné.*
> *A : Et toi, ton intention, dans ta tête qu'est-ce que tu avais au moment où tu viens de leur expliquer qu'ils vont partir avec des petits cartons, que tu les amènes devant cet atelier et que tu fais sauter une élève, qu'est-ce que tu as dans la tête à ce moment là ? Tu penses, ton idée, c'était que ça se déroule comment ?*
> *J : Bah, qu'ils trouvent d'eux-mêmes comment on fait, que ce soit pas moi qui leur dise qu'il faut poser le carton.*

Aussi, elle n'anticipe pas les actions (procédures) pouvant être réalisées par les élèves :

> *J : Et ils vont me dire mais pourquoi et je vais leur dire de réfléchir*
> *A : Et tu vas leur dire de réfléchir. Pour les aider à réfléchir, tu avais pensé à quelque chose ?*
> *J : Non, j'ai juste mis les cartons pour qu'ils les voient*
> *A : D'accord. Donc c'est ça que tu avais dans la tête quand tu lances l'activité et donc toi ton job c'était quoi finalement ?*
> *J : Ben d'attendre qu'ils trouvent*
> *(...)*
> *A : Est-ce que tu t'étais anticipée, tu t'es dit, comment tu allais t'y prendre quoi, comment ?*
> *J : Non mais je me suis dit que j'allais leur laisser les cartons devant les yeux et qu'ils allaient essayer de trouver.*

Elle n'a donc pas les moyens d'accepter réellement qu'ils cherchent, sans qu'elle les guide. A cela s'ajoutent, malgré sa maîtrise globale de la progression, des difficultés en maths qui l'empêchent d'identifier les notions impliquées dans certaines procédures. Par exemple, lors de séance n°1, elle considère les notations 8,5 et 8 et demi comme similaires même pour les élèves.

Le suivi de J. dans sa « ré – élaboration » du lien « Longueur – Saut en longueur » proposé lors de notre stage de formation continue en janvier 2005, vient enrichir nos conclusions sur la formation des PE à l'interdisciplinarité EPS/Maths. Plus particulièrement, les points suivants nous semblent des leviers incontournables d'approfondissements pour la suite de notre recherche :

- l'importance du sentiment de compétence en mathématiques et de l'expérientiel dans l'enseignement de l'EPS et dans la mobilisation d'une démarche pédagogique par résolution de problèmes doivent être encore davantage cernés ;

- la difficulté pour les PE à dépasser une représentation « de dominance ou de prétexte » d'un lien entre disciplines doit conduire à interroger nos outils de formation et les scénarii produits.

Enfin, il nous paraît aujourd'hui que l'espace de la formation initiale pourrait offrir la levée de certains obstacles...

BIBLIOGRAPHIE

BAILLAT G. (2003) *Polyvalence, conceptions didactiques et partage du travail chez les enseignants du 1er degré,* in Rapport de recherche 2000-2003, *IUFM Champagne Ardenne.*

CAUTERMAN M.M., DEMAILLY L., SUFFYS S., BLIEZ-SULLEROT N. (1999) La formation continue des enseignants est-elle utile ?**,** *Presses Universitaires Françaises.*

DOUEK N. ET SACHS A. (2004) *Danse et mathématiques un objet de recherche*, Revue EPS1, n°116.

GRÉHAIGNE J.F., CADOPI M. (1990) *Apprendre en éducation physique* in Education physique et didactique des APS, *AEEPS.*

GRÉHAIGNE J.F., BILLARD M., LAROCHE J.Y. (1999) L'enseignement des sports collectifs à l'école conception, construction et évaluation, *De Boeck Université.*

LENOIR Y. (1999) *Interdisciplinarité,* in Encyclopédie historique, questions pédagogiques coordonnée par J. Houssaye, *Hachette.*

MONTANDON C. (2002) Approches systémiques des dispositifs pédagogiques, *L'Harmattan.*

PELTIER-BARBIER M.L., NGONO B. (2003) *Modifier sa pratique, c'est difficile,* Recherche et formation, **44**, *INRP*.

PERRENOUD P. (2001) Développer la pratique réflexive dans le métier d'enseignant, *ESF.*

RICHON H.G. (2001) *La polyvalence : des réactions identitaires aux projets refondateurs,* in Interdisciplinarité, polyvalence et formation professionnelle en IUFM, *CRDP Champagne –Ardenne*.

ROBERT A. (2002) *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche,* in La revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, **2-4**, *Cirade université de Québec*.

ANNEXE 1 : PROPOSITION 1, UN LIEN RÉCIPROQUE DIFFÉRÉ

Séances en EPS		Séances en maths
		Séance n°1 Faire apparaître la notion de longueur. Faire apparaître la notion d'origine.
Séance n°1 Découvrir la nécessité pour franchir une grande distance d'enchaîner 3 actions successivement : courir, sauter sur 1 pied dans une zone particulière et arriver dans le sable.		**Séance n°2** Découvrir l'utilisation d'un objet intermédiaire pour comparer des longueurs.
Séance n°2 Prendre en compte une zone pour poser son pied « d'appel », sans arrêt après une course d'élan.	*Utilisation d'une bande pour comparer les sauts* →	**Séance n°3** Réinvestir l'utilisation d'un objet intermédiaire pour comparer des longueurs.
Séance n°3 Identique à S2.		**Séance n°4** Découvrir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
Séance n°4 Découvrir la nécessité pour franchir une grande distance d'effectuer un regroupé lors de la réception au lieu d'enjamber.	*Comparer les sauts pour comprendre le principe d'action* ←	**Séance n°5** Réinvestir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
Séance n°5 Identique à S4.		**Séance n°6** Découvrir la nécessité d'une unité étalon commune pour introduire l'unité usuelle (cm).
Séance n°6 Identique à S5.		**Séance n°7** Mesurer avec l'unité usuelle (cm).
Séance n°7 Enchaîner une course, un appel un pied dans une zone déterminée (large de 30 cm) et un regroupé pour sauter loin.		

ANNEXE 2 : PROPOSITION 2, DES LIENS RÉGULIERS LORS DES DEUX PROGRESSIONS

Séances en EPS		Séances en maths
Séance n°1 Découvrir la nécessité pour franchir une grande distance d'enchaîner 3 actions successivement : courir, sauter sur 1 pied dans une zone particulière et arriver dans le sable.	*Le jeu est inégalitaire au niveau des distances puis du placement des rivières (espace à franchir) par rapport au départ* →	**Séance n°1** Faire apparaître la notion de longueur. Faire apparaître la notion d'origine.
Séance n°2 Prendre en compte une zone pour poser son pied « d'appel » après une course d'élan et sans arrêt.	*Utilisation d'une bande pour comparer les sauts et en déduire les principes d'action pour sauter loin* → ←	**Séance n°2** Découvrir l'utilisation d'un objet intermédiaire pour comparer des longueurs.
Séance n°3 Identique à S2.	*Utilisation d'une bande pour comparer les sauts* →	**Séance n°3** Réinvestir l'utilisation d'un objet intermédiaire pour comparer des longueurs.
Séance n°4 Découvrir la nécessité pour franchir une grande distance d'effectuer un regroupé lors de la réception au lieu d'enjamber.	*Utilisation d'une bande étalon pour comparer les sauts et mettre en place un projet de performance* ← →	**Séance n°4** Découvrir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
Séance n°5 Identique à S4.	*Utilisation d'une bande étalon pour comparer les sauts et identifier les progrès réalisés* → ←	**Séance n°5** Réinvestir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
Séance n°6 Identique à S5.	*Utilisation de plusieurs bandes étalons différentes pour comparer les sauts* →	**Séance n°6** Découvrir la nécessité d'une unité étalon commune pour introduire l'unité usuelle (cm).
Séance n°7 Enchaîner une course, un appel un pied dans une zone déterminée (large de 30 cm) et un regroupé pour sauter loin.	*Utilisation de la mesure en cm pour comparer les sauts et mesurer ses performances* → ←	**Séance n°7** Mesurer avec l'unité usuelle (cm).

ANNEXE 3 : GRILLE DU STAGE « LIENS EPS/MATH AU C2 »

Objectifs retenus

- Identifier des liens possibles entre l'EPS et les Mathématiques.
- Proposer des pistes concrètes de projets autour d'une APSA particulière et d'une notion mathématique.
- Éléments didactiques en EPS, sur plusieurs APSA (couramment rencontrées en milieu scolaire) et en mathématiques, sur quelques notions.

Les interventions ont tourné autour de 3 types de séances

1. La notion de projet :

2 séances en salle pour appréhender la notion et les pratiques des stagiaires (début et fin de stage) & 1 séance par « projet spécifique », en salle et/ou au Cosec.

2. Préciser le « champ conceptuel » de la notion mathématique abordée :

Les séances permettront de réaliser un point sur une notion servant d'appui privilégié pour l'élaboration d'un projet avec l'EPS.

3. Apporter des éléments de didactique spécifique à une APSA (E.P.S) **:**

Les séances seront prétextes à préciser les compétences à construire par le débutant et l'élève expérimenté, les principales variables didactiques et enfin quelques caractéristiques de l'enseignement de l'APSA appréhendée (gestion du groupe, de l'espace ; gestion, caractéristiques & fonctions du matériel utilisé ; place de la verbalisation...).

Grille de stage

Semaine du 10 janvier au 14 janvier : « Jeux collectifs – numération & durée »

journée	Matin	Après-midi
Lundi 10	*Salle Iufm,* N. Pfaff (A.Blanchouin) : Accueil et cadre du stage.	*Salle Iufm,* N. Pfaff : Numération orale
Mardi 11	*Salle Iufm,* N. Pfaff : Numération écrite	*Grande salle du Cosec,* A. Blanchouin : Didactique Jeux collectifs de poursuite
Jeudi 13	*Salle Iufm,* N. Pfaff : Additions et soustractions	*Grande salle au Cosec,* A. Blanchouin : Didactique Jeux co. de balles (1)
Vendredi 14	*Grande salle au Cosec,* A. Blanchouin : Didactique Jeux collectifs de balles (2)	*Salle Iufm,* A. Blanchouin & N. Pfaff : « Projet numération / Jeux collectifs »

Semaine du 17 au 21 janvier : « APEX-espace (suite) & athlétisme-longueur »

	Matin	Après-midi
Lundi 17	*Salle Iufm,* N. Pfaff : La durée 1 / Fin « Projet numération / Jeux collectifs »	*Grande Salle,* A. Blanchouin : Didactique courses (durée et vitesse)
Mardi 18	*Salle Iufm,* A. Blanchouin & N. Pfaff : « Projet durée / Jeux collectifs » + Longueur 1	*Grande Salle,* A. Blanchouin : Didactique sauts et lancers *Salle Iufm,* N.Pfaff : Longueur 1bis
Jeudi 20	*Mouvement de grève dans l'éducation nationale*	
Vendredi 21	*Salle Iufm,* N.Pfaff : « Projet durée / Courses »	*Salle Iufm,* N. Pfaff : Pfaff Longueur 2

Semaine du 24 au 28 janvier : « Autour de l'espace »

	Matin	Après-midi
Lundi 24	*Grande Salle,* A. Blanchouin & N. Pfaff : « Projet Saut en longueur / longueur » + fin « Projet durée / Courses ».	*Petite salle Cosec,* A. Blanchouin : Didactique Gymnastique (+ Fin du matin)
Mardi 25	*Parc de Sevran,* A. Blanchouin : Didactique CO	*Salle Iufm,* N. Pfaff : Espace 1
Jeudi 27	*Salle Iufm,* N. Pfaff : Espace 2	*Salle Iufm* N. Pfaff & A. Blanchouin : Projet Espace 1
Vendredi 28	*Petite salle Cosec + Salle Iufm* N.Pfaff & A. Blanchouin : « Projet Espace »	*Salle Iufm,* N. Pfaff (A. Blanchouin) : « Retour sur la notion de projet + Bilan de stage ».

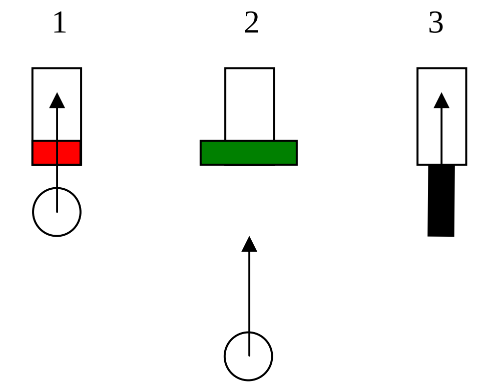
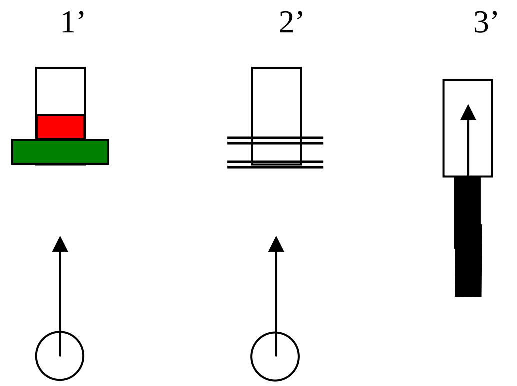
ANNEXE 4 : PROGRESSIONS REALISEES PAR J.

Séances en EPS		Séances en maths
		Séances 1 à 2 Faire apparaître la notion de longueur et la notion d'origine.
Séance 1 Différencier bond et enjambement (1). Découverte des 3 ateliers & institutionnalisation.		**Séances 3 à 4** Découvrir et réinvestir l'utilisation d'un objet intermédiaire pour comparer et reporter des longueurs.
Séance 2 Différencier bond et enjambement (2).	*Utilisation de bandes pour comparer les sauts*	**Séance 5 (gymnase)** Découvrir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
		Séance 6 Découvrir la nécessité d'une unité étalon commune pour comparer des longueurs.
		Séances 7 à 9 Réinvestir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer et reporter des longueurs.
Séance 3 Différencier bond et enjambement (3).	*Utilisation d'une bande pour comparer les sauts*	**Séance 10 (gymnase)** Réinvestir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
		Séance 11 Réinvestir l'utilisation d'un objet étalon pour comparer des longueurs.
Séance 4 Asseoir la notion de bond (1) Nouveaux ateliers.	*Utiliser différents instruments pour mesurer les sauts*	**Séance 12 (gymnase)** Découvrir l'utilisation d'outils de mesure (règle graduée, mètre ruban..) pour comparer des longueurs.
	Comparer les sauts mesurés en cm ou en m et cm	**Séance 13** Découvrir la conversion entre le m et les cm pour comparer des longueurs.
		Séances 14 à 16 Réinvestir l'utilisation des outils de mesure pour comparer et reporter des longueurs.
Séance 5 Réinvestissement de la notion de bond (1). Évaluation (concours à chaque atelier).	*Utiliser le mètre ruban pour mesurer les sauts*	**Séance 17 (gymnase)** Réinvestir la conversion entre le m et les cm pour comparer des longueurs en mesurant avec un mètre ruban.

ANNEXE 5 : PRESENTATION DES ATELIERS D'EPS

Précisions générales

- Les sautoirs sont constitués de 2 ou 3 tapis de sol (type « sarneige ») d'environ 1m de longueur mis bout à bout.
- Les 3 ateliers sont disposés dans un ½ gymnase (espace de 20m x 20m). Ils sont donc espacés les uns des autres de façon relativement importante. Cependant, J. les a alignés.

Séances n°1, 2 & n°3	**Séances n°4 & n°5**
	
Atelier n°**1** : le cerceau de départ est situé à 1m du sautoir dont la zone rouge est « interdite » (tapis léger et plastifié d'environ 60 cm de largeur). Atelier n°**2** : Une poutre basse de gymnastique (élément vert) est placée au début du sautoir. Le départ est donné à environ 10 mètres du sautoir. Atelier n°**3** : Les élèves partent depuis un plinth (élément noir).	Atelier n°**1'** : le cerceau de départ est situé à 10 mètres du sautoir dont la zone rouge est « interdite » (tapis léger et plastifié d'environ 60 cm de largeur).Une poutre basse de gymnastique (élément vert) est placée au début du sautoir. Atelier n°**2'** : 2 haies basses espacées d'environ 50 cm sont placées au début du sautoir. Le départ est donné à environ 10 mètres du sautoir. Atelier n°**3'** : Les élèves prennent un élan sur deux plinths mis bout à bout (élément noir).

LES TIC DANS LA FORMATION ET L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE

Richard CABASSUT
Formateur en mathématiques, IUFM d'Alsace
Didirem, Paris 7
richard.cabassut@alsace.iufm.fr

Pascal RIMLINGER
Professeur des écoles, Ecole du Ziegelwasser, Strasbourg

Marc TRESTINI
Chargé de mission TICE, IUFM d'Alsace
LSEC, ULP Strasbourg 1
marc.trestini@alsace.iufm.fr

Résumé : On rend compte de deux dispositifs d'enseignement impliquant les TIC[1] dans l'enseignement de la géométrie à l'école élémentaire : une formation continue à distance pour des professeurs d'école et une mise en oeuvre en classe de CM1 d'une séance sur le cercle. On propose l'éclairage de ces situations par un cadre théorique issu des sciences de l'éducation et de la communication avec une approche instrumentale. On formule ainsi des questions dont on conjecture des réponses.

Mots-clés : Formation à distance – FOAD - TICE - apprentissage collaboratif - enseignement des Mathématiques.

Décrivons le contexte institutionnel national de ces deux dispositifs d'enseignement. Présentons ensuite chacun des dispositifs : le contexte institutionnel local et le déroulement de ces dispositifs, illustrés de quelques exemples. Enfin proposons un cadre théorique pour questionner ces dispositifs.

I – LE CONTEXTE INSTITUTIONNEL NATIONAL

I – 1 Le (C2i)® niveau 2 « enseignant »

La rapide évolution des technologies de l'information et de la communication a engendré au cours des dernières années une progression notable des équipements et des applications informatiques disponibles dans la vie courante et dans la vie professionnelle. Toute personne est aujourd'hui concernée par l'usage désormais banalisé d'outils informatiques.

[1] Technologies de l'Information et de la Communication.

Dans ce contexte nouveau, les exigences relatives à la maîtrise des technologies de l'information et de la communication sont doubles et se concrétisent par la mise en place de deux niveaux d'acquisition de compétences.

Un (C2i)® niveau 1 d'exigence applicable à tous les étudiants et stagiaires de formation continue. Il vise à attester de la maîtrise d'un ensemble de compétences nécessaires à l'étudiant pour mener les activités qu'exige aujourd'hui un cursus d'enseignement supérieur.

Un (C2i)® niveau 2 fait l'objet d'exigences plus élevées et plus ciblées qui sont fonction des orientations professionnelles que prennent les étudiants. Actuellement deux orientations professionnelles sont à l'étude : il s'agit des métiers du droit et ceux de l'enseignement. Concernant ces derniers, les compétences spécifiques à l'exercice de ces métiers, dans le nouveau contexte pédagogique et éducatif, sont identifiées dans ce qu'il est convenu d'appeler le (C2i)® niveau 2 « enseignant ». Ces compétences devront permettre à toute personne engagée dans cette voie d'évoluer et de continuer à se former tout au long de sa carrière. Elles devront être acquises non seulement par les stagiaires IUFM entrant dans la profession mais aussi, progressivement, par les enseignants déjà titulaires dans le cadre de la formation continue.

« Ce niveau 2 vise à attester des compétences professionnelles communes et nécessaires à tous les enseignants pour l'exercice de leur métier dans ses dimensions pédagogique, éducative et citoyenne. Cet ensemble de compétences se déclinera dans les domaines suivants, à la fois pour des utilisations individuelles et pour des usages à mettre en œuvre avec les élèves ou les étudiants :

- les problématiques et les enjeux liés aux TIC en général et dans l'éducation en particulier ;
- les gestes pédagogiques liés aux TIC ;
- la recherche et l'utilisation de ressources ;
- le travail en équipe et en réseau ;
- les espaces numériques de travail ;
- l'évaluation et la validation des compétences TIC dans le cadre des référentiels inscrits dans les programmes d'enseignement » (Circulaire N°2004-46 du 2-3-2004).

Le (C2i)® niveau 2 « enseignant » sera mis en place à partir de la rentrée universitaire 2006 selon les modalités indiquées dans le cahier des charges ministériel après une phase expérimentale durant cette année universitaire 2004-2005 dans les IUFM[2] qui se sont portés volontaires.

L'expérimentation porte sur la définition des contenus de formation, d'évaluation et de validation dont les modalités sont choisies par les IUFM. Elle doit permettre de recenser et mutualiser les différents types d'activité mises en place ainsi que les modalités de formation et de validation et les difficultés rencontrées. Les IUFM expérimentateurs devront fournir un descriptif des dispositifs mis en œuvre (constitution et choix des groupes de stagiaires, tests d'évaluation, équipes de formateurs engagés, *etc*.). L'IUFM

[2] Institut Universitaire de Formation des Maîtres.

d'Alsace s'étant portée volontaire, c'est dans ce contexte expérimental que s'est inscrite cette formation.

II – 2 Le B2i niveau 1 : Le brevet informatique et Internet des écoliers

Dans le but de soutenir et de valoriser les efforts éducatifs appliqués aux technologies de l'information dès l'école élémentaire, il est instauré un brevet informatique et Internet (B2i).

« L'objectif de ce brevet est de spécifier un ensemble de compétences significatives dans le domaine des technologies de l'information et de la communication et d'attester leur maîtrise par les élèves concernés. Le niveau 1 a pour objet de vérifier l'acquisition de compétences que les élèves peuvent maîtriser à l'issue de l'école primaire. Il concerne donc principalement la scolarité élémentaire» (*Ibid*.).

I – 3 Les programmes de mathématiques

Les nouveaux programmes de mathématiques de l'école primaire mis en place progressivement à partir de 2002 évoquent dans les termes suivants les TIC.

Document d'application : « Mathématiques - Cycle des approfondissements.

Enseignement des mathématiques et technologies de l'information et de la communication »

1) Comme on l'a évoqué précédemment, les moyens modernes de calcul (calculatrices et, dans une moindre mesure, tableurs) doivent devenir d'usage courant pour les élèves. Outre l'allégement de la charge de travail qu'ils permettent pour traiter des données tirées de “ vraies situations ”, ils offrent l'occasion d'une approche plus expérimentale des mathématiques. D'autres produits, comme les logiciels de “ géométrie dynamique ”, favorisent également, pour la géométrie, une telle approche et permettent de varier les points de vue sur un même concept ;
2) Le monde Internet constitue une autre piste d'utilisation, en mathématiques comme dans d'autres disciplines, à travers la recherche de documentation (banque de problèmes, documents relatifs aux mathématiques ou à leur histoire, par exemple) ou les échanges entre classes (problèmes résolus en interaction, élaboration collective d'une documentation sur un thème donné, …) ;
3) Des logiciels plus spécifiquement consacrés à l'entraînement de savoir faire peuvent également être utilisés, sous le contrôle de l'enseignant. Ils permettent de varier les exercices proposés et favorisent un travail en autonomie, tout du moins pour ceux qui sont bien conçus, dans la mesure où ils signalent à l'élève les erreurs rencontrées et l'orientent vers d'autres exercices qui lui permettront de progresser. Dans ce domaine, il convient d'être particulièrement vigilant sur la pertinence et la qualité des produits utilisés ;
4) Il faut enfin souligner, en marge de ces réflexions, le bénéfice qui peut être tiré de l'usage du rétroprojecteur pour faire travailler tous les élèves sur un même support (document, production d'un élève ou d'un groupe d'élève, explication de l'utilisation de certains instruments, …) ou pour favoriser, en géométrie, la perception d'une figure présentée dans plusieurs positions ou encore pour résoudre des problèmes de déplacement de surfaces (réalisation de puzzles, par exemple). »

Programmes de mathématiques : « Cycle 3 : contenus, compétences, commentaires ».

1 Exploitation de données numériques

1.3 Organisation et représentation de données numériques
Les situations de construction de diagrammes ou graphiques se limiteront à des cas simples ou utiliseront l'outil informatique (une première initiation au tableur peut être envisagée).

5 Géométrie
Les logiciels de dessin assisté par ordinateur ou de géométrie dynamique pourront, en particulier, faire l'objet d'une première utilisation, mais elles ne remplacent pas les activités papier- crayon.

5.2 Relations : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale
L'utilisation de l'ordinateur (logiciels de dessin, imagiciels) permet d'enrichir le champ d'expériences des élèves.

Décrivons d'abord les deux dispositifs d'enseignement impliquant les TIC. Le premier dispositif concerne une Formation Organisée à Distance (FOAD) concernant des professeurs d'école titulaires, en charges de classes en cycle 2 ou 3.

II – FORMATION CONTINUE À DISTANCE À L'UTILISATION DES TICE DANS L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

Rappelons le contexte local cadré par l'Inspection Académique du Bas-Rhin et par l'IUFM d'Alsace.

II – 1 Le contexte institutionnel local

II – 1.1Lettre de l'inspection académique pour la préparation de la formation continue

« Les actions de formation que vous proposerez devront intégrer deux paramètres : la transversalité des apprentissages et les Tice dans les modalités de formation proposées […] Je souhaiterais qu'en matière de modalités de formation vous utilisiez au mieux la formation à distance, les formations avec retour et la production de documents pédagogiques ».

II – 1.2 Cadrage proposé par l'IUFM

Entre décembre 2004 et février 2005, dix stages de formation continue ont été proposés « à distance » par l'IUFM d'Alsace aux professeurs des écoles dans le cadre de la formation continue du Bas-Rhin. Parmi ces dix stages, deux d'entre eux seulement ont été annulé par manque de candidats inscrits. Pour chaque stage, douze enseignants du primaire pouvaient s'inscrire et se former au sein d'un environnement virtuel d'apprentissage.

Les formations à distance proposées par l'IUFM devaient intégrer plus précisément quatre modalités de travail différentes : un temps en présentiel qui permet à chacun de se rencontrer, de s'approprier les outils de formation à distance, d'entrer dans la problématique du stage (ici utiliser les TICE dans l'enseignement de l'espace et de la géométrie à l'école élémentaire) ou de dresser le bilan de la formation; un temps en formation synchrone (à distance), le plus souvent sous forme discussion en ligne en temps réel (« chat ») ; un temps en formation asynchrone (à distance), où chacun dépose librement sur la plate-forme le fruit de ses réflexions et vient récupérer les productions disponibles, et enfin, une expérimentation (à distance) dans l'école qui permet de mettre en œuvre l'objet de la formation. Elle offrait une grande flexibilité puisqu'elle se déroulait sur quatre mois pour une durée totale de 33h. Deux journées de travail en présentiel, de 6h chacune, précédaient un travail à distance évalué à 15h environ. Une journée de bilan de 6h conclut la formation. Cette organisation qui alterne deux modalités différentes de travail (présentiel/à distance) permet de travailler à la fois l'approche pédagogique et le contenu visé sans trop alourdir le temps en mode présentiel que nous savons non extensible.

12h	15 h sur une période de 4 mois	6h
présentiel	À distance	présentiel

Dans le cadre de l'UNERA (Université Numérique en Région Alsace) nous avons, à cet égard, pu bénéficier du soutien et du savoir-faire du département ULP-Multimédia de Strasbourg qui a mis à notre disposition, puis hébergé sur leur serveur, un environnement virtuel d'apprentissage (ou plate-forme de formation) fondé sur ce principe à savoir celui l'Apprentissage COLaboratif A Distance dont l'acronyme est ACOLAD.

L'environnement ACOLAD est basé sur une métaphore spatiale reproduisant un modèle d'enseignement universitaire structuré en plusieurs lieux (voir document 1) : un bureau personnel, un amphithéâtre accessible à tous, un séminaire accessible à 12 apprenants au maximum, composé de trois salons d'équipes de quatre apprenants chacune, un foyer, et une salle des professeurs, accessible uniquement aux enseignants.

Dans l'amphithéâtre, les stagiaires ont accès à un cours ainsi qu'à des ressources qui viennent l'enrichir : textes complémentaires (articles, références littéraires, *etc.*), simulations, dessins, schémas, photographies, vidéo, URL).
Dans le séminaire et l'espace de chaque équipe, divers outils d'aide à la collaboration sont proposés : agenda, espace de dépôt de documents (lesquels peuvent être discutés grâce à des forums qui lui sont attachés), courrier électronique, causerie *chat*. L'enregistrement des discussions synchrones est possible dans un espace appelé « causerie » situé dans le séminaire et dans l'espace de chaque équipe. Il permet en outre un retour sur les échanges qui ont eu lieu à des dates choisies.
La fonction de *chat* existe également dans le foyer mais elle assure cette fois, pour des raisons évidentes, la confidentialité des échanges synchrones en interdisant leurs enregistrements. Les différentes traces dans ACOLAD, composées de ces discussions synchrones et asynchrones, formeront une partie de notre corpus d'étude.
D'un point de vue pédagogique : « ACOLAD […] privilégie les apprentissages en groupes. Par groupe on entend un ensemble institué d'apprenants et d'enseignant(s) en interaction. La plate-forme est l'environnement virtuel par lequel et dans lequel ces interactions se produisent. L'apprenant est placé dans un contexte d'apprentissage collaboratif, de soutien mutuel, de partage des méthodes de travail et d'observation entre

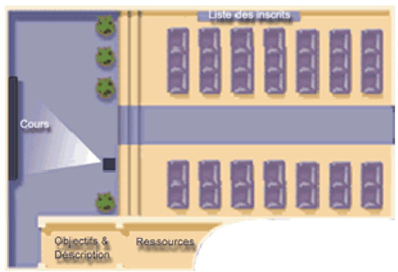
pairs. Pour que le groupe puisse avancer, l'apprenant est dans l'obligation de s'essayer à des méthodes de travail proposées par les autres, ou d'en proposer lui-même. Il est confronté aux représentations des autres et peut par ce biais faire évoluer les siennes. Il devient non seulement actif, il devient acteur de la formation »[3].

Il va sans dire qu'en faisant le choix d'ACOLAD nous inscrivons clairement notre formation dans des courants pédagogiques de type socioconstructivistes (Doise & Mugny, 1997) : « Ils nous incitent à ne plus penser les processus pédagogiques uniquement dans les relations qu'entretiennent apprenants et enseignants mais à considérer le groupe d'apprentissage comme un concept particulièrement fécond pour la formation à distance » (Faerber, 2003).

Document 1 : métaphore spatiale de la plate-forme collaborative acolad

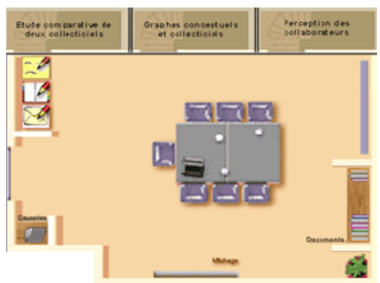
Bureau personnel :

Amphithéâtre :



Foyer des étudiants :

Séminaire :



II – 1.3 Stage proposé par le formateur

Le formateur de mathématiques a proposé au PAF[4] un stage aux caractéristiques suivantes.

Intitulé du stage : utiliser les TICE dans l'enseignement de l'espace et de la géométrie à l'école élémentaire.

Niveau : cycle 2 et cycle 3.

---

[3] Tiré du site de présentation de la plate-forme : http://acolad.u-strasbg.fr/ .

4Plan académique de Formations.

Objectifs

- savoir utiliser des logiciels de géométrie dynamique lors d'activités de géométrie à l'école élémentaire et produire des activités de géométrie impliquant des logiciels de géométrie dynamique ;
- savoir utiliser de la documentation sur Internet (banques de problèmes, documents relatifs à la géométrie et produire des informations sur des sites proposant cette documentation ;
- savoir utiliser des logiciels ou des sites plus spécifiquement consacrés à l'entraînement de savoir-faire de géométrie, savoir être vigilant sur la pertinence et la qualité des produits utilisés, et produire des informations sur ces logiciels ou ces sites ;
- savoir utiliser le vidéoprojecteur pour faire travailler tous les élèves sur un même support ou pour favoriser, en géométrie, la perception d'une figure et produire des exemples d'activités utilisant le vidéoprojecteur.

Contenus

1ère partie présentielle (12h)

- présentation des modalités de la FOAD ;
- analyse des besoins et échanges entre participants sur l'utilisation des TICE ;
- présentations de logiciels et de sites intéressants pour l'utilisation des TICE dans les activités de géométrie ;
- études d'exemples d'activités de géométrie utilisant les TICE ;
- programmations d'activités en classes et modalités du tutorat à distance.

2ème partie à distance (15h)

- réalisation des activités en classe, vers des fiches d'activités ;
- tutorat et échanges à distance ;
- rapports d'étape.

3ème partie présentielle (6h)

- compte rendu des activités, analyse, discussion ;
- productions de fiches d'activités ;
- perspectives de poursuite du travail de mutualisation.

Organisation de la Foad

- Modalités d'accompagnement : dates et rythmes des rencontres à distance à définir avec les stagiaire ;
- contrat de productions : Productions d'exemples d'activités de géométrie utilisant les TICE ;
- candidatures : 17 candidatures et 12 candidats retenus d'après des critères non connus du formateur.

II – 2 Le déroulement du stage

Une première phase en présentiel est constituée de quatre demi-journées successives (début novembre) dont les contenus respectifs de formation sont les suivants :
Organisation de la formation. Connaissances instrumentales (matériels, logiciels, plate-forme acolad, serveur ftp[5], généralités sur les connaissances didactiques (espace et géométrie).
Etude des logiciels « Apprenti Géomètre » et « Déclic » : prise en main, étude de progressions en classe.
Etude d'exerciseurs, de cours en ligne, de sites. Analyse des besoins. En groupe productions pour la classe : fiches pour professeurs, fiches pour des séances avec les élèves.
Suites des productions précédentes. Présentation des productions. Programmation du travail à distance et évaluation des deux jours de formation.
Une seconde phase (quatre mois successifs) est une formation à distance constituée par :

- des rencontres synchrones : quatre rendez-vous d'une heure sont fixés dans le salon de discussion de la plate-forme acolad (causerie-chat) ;
- des échanges par courriers électroniques entre stagiaires et formateur ;
- des mises à disposition de documents par l'intermédiaire de la plate-forme acolad ou du serveur de fichiers ftp ;
- des mises en oeuvre de situations impliquant les TICE en géométrie par chaque enseignant stagiaire dans son école.

Une troisième phase en présentiel d'une journée (fin février) avec compte rendu des activités réalisées en classe, évaluation et réflexion, évolution et prolongement des activités, productions d'autres activités, évaluation du stage, projet de formation.

III – SÉANCE EN CLASSE

Le second dispositif d'enseignement concerne une séance d'enseignement de la notion de cercle, mise en oeuvre par un professeur titulaire d'une classe de CM1, et ayant participé au stage.

III – 1 Le contexte institutionnel local

L'école élémentaire est située dans une zone d'éducation prioritaire de la ville de Strasbourg, Elle est équipée d'une salle d'informatique de 12 postes de travail, mis en réseau et disposé en L le long de deux murs consécutifs. Le logiciel Déclic a été implanté sur chaque poste et chaque élève dispose sur le réseau d'un dossier personnel de rangement, accessible de tout poste. La direction de l'école et l'équipe éducative sont ouverts à l'utilisation des TIC dans l'enseignement.

La classe de CM1 est composée de 19 élèves. Le professeur a la possibilité de dédoubler la classe : un groupe « sciences » pris en charge par un autre professeur et un groupe « mathématique » qui fréquentera la salle d'informatique. Les élèves sont

[5]Un serveur de fichier (FTP) est mis à la disposition du personnel de l'IUFM à partir du portail pour le transfert et l'échange par Internet de fichiers importants.

habitués à fréquenter la salle d'informatique et à utiliser le logiciel Déclic en géométrie. Le professeur était habitué, avant de participer au stage, d'utiliser avec ses élèves.

Document 2 : fiche de préparation de séquence sur le cercle

Titre de la séquence : Le cercle.

Fiche de préparation : cycle3, niveau CM1.

Domaine : Education scientifique.

Champ disciplinaire : Mathématiques.

Objectif général : Reconnaître et construire des cercles à l'aide de données diverses.

Compétences [transversales (dire, lire, écrire), méthodologiques, disciplinaires] :

1. Reproduire une figure complexe à l'aide d'un logiciel de géométrie et sur support papier ;
2. Identifier un cercle représenté, à partir d'une description : centre et rayon, centre et un point du cercle, centre et diamètre ou diamètre ;
3. Construire un cercle (à l'aide d'un logiciel de géométrie, sur support papier) à partir : du centre et du rayon, du centre et d'un point du cercle, du centre et du diamètre, du diamètre.

Déroulement	Travail de l'élève	Support, matériel
Rappels sur les fonctions cercles dans le logiciel de géométrie. 1. Compétence 1 : Présentation de la fiche de travail Cercle [1]. Lecture des consignes des 3 parties de la fiche. Phase de recherche individuelle pour la partie 1. Mise en commun collective rapide. Phase de recherche individuelle pour les parties 2 et 3 puis correction individuelle. Même démarche pour la fiche de travail Cercle [2]	Décrire les deux fonctions du logiciel pour créer des cercles. Reformulation des consignes. Identifier des figures de base (cercles) dans une figure complexe. Tracer des cercles sur support papier et avec l'ordinateur	Salle informatique. Déclic sur chaque PC. Compas, règle, … Fiche Cercle [1] Fiche Cercle [2]

2. Compétence 2 : Présentation de la fiche de travail Cercle [3]. Phase de recherche individuelle pour la partie 1. Mise en commun collective.	Identifier des figures de base (cercles) dans une figure complexe.	Fiche Cercle [3] Rétroprojecteur avec correction en couleur
3. Compétence 3 : Présentation de la partie 2 de la fiche de travail Cercle [3] : « Construire les cercles donnés à l'aide du logiciel de géométrie. » [ind] ; « Construire les cercles données à l'aide du compas et du papier quadrillé. » [ind].	Construction de cercles à l'aide du logiciel Déclic et sur un support papier quadrillé.	(Figure C4 et C5)
4. Entraînement compétences 2 et 3 : Fiche Cercle [4] à réaliser individuellement.		Fiche Cercle [4]

III – 2 La séance observée

La séance observée développe les compétences de reconnaissance et de construction de cercles. Elle s'effectue avec un groupe demi-classe de 9 élèves. Elle dure environ une heure. Chaque élève occupe un poste de travail et reçoit une fiche de travail (voir document 3 ci-dessous). Le professeur explique collectivement la fiche de travail puis chaque élève travaille individuellement à son poste. Le professeur circule pour donner des aides individuelles ou collectives. Les élèves peuvent collaborer entre eux.

Document 3 : Fiche élève Cercle [3]

1. Ouvrir le fichier C4 situé dans Bureau/Pascal/Figures Déclic

Observe bien la figure et réponds aux questions suivantes. (1 carreau = 1 cm)

1 Quel est le cercle de centre A et de rayon 3 cm ?……………

2 Quel est le cercle de centre B et de rayon 3 cm ? ……………

3 Quel est le cercle de centre H et de rayon [HB] ?……………

4 Quel est le cercle de centre G et de rayon [GC] ?……………

5 Quels sont tous les points situés sur le cercle de centre B et de rayon 6 cm ? ………

6 Quels sont tous les points situés sur le cercle de centre A et de rayon [AP] ? ………

7 Quels sont tous les points situés sur le cercle de centre H et de rayon 3 cm ? ………

8 Quel est le cercle dont un diamètre est [PH] ? ……………

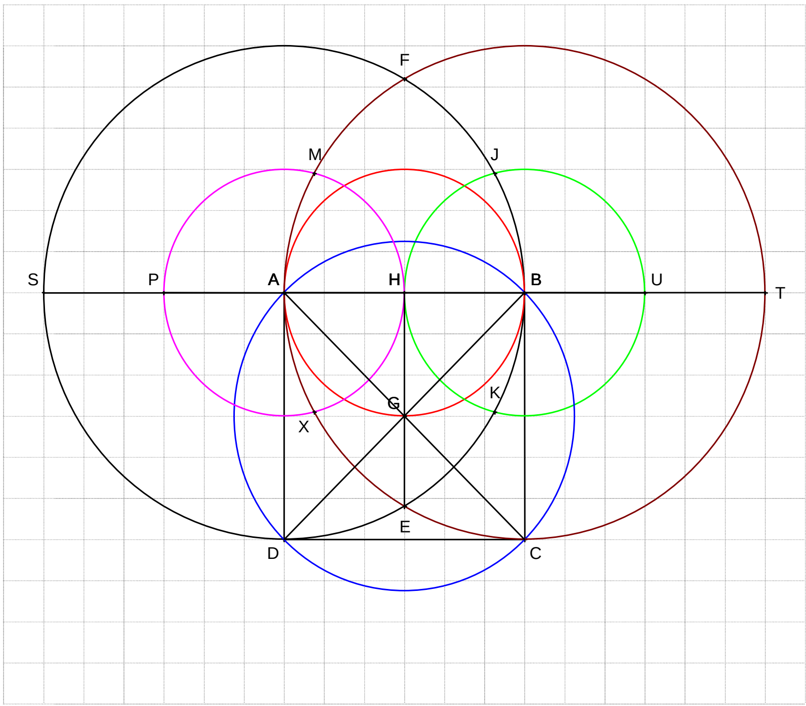
9 Quel est le cercle dont un diamètre est [AC] ? ……………

10 Quel est le cercle de diamètre [AT] ? …………… Quel est son centre ? …..

11 Quel est le cercle de diamètre [HU] ? …………… Quel est son centre ? …..

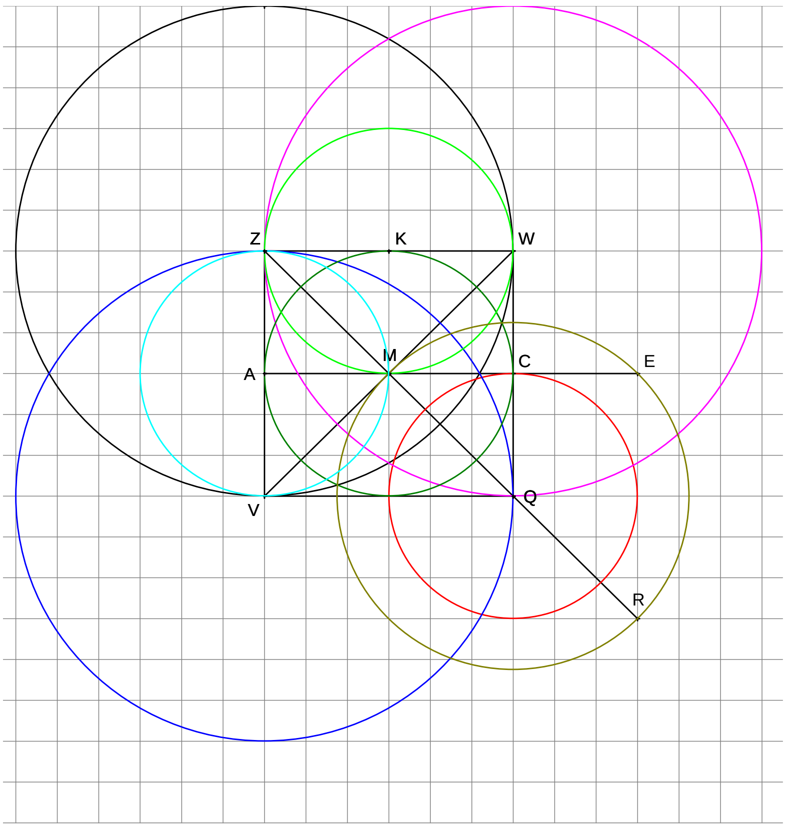
13 Quel est le cercle de diamètre [BS] ? …………… Quel est son centre ? …..

La figure ci-dessous est chargée : les différents cercles sont de couleurs différentes ce qui permet de les caractériser par leur couleur.



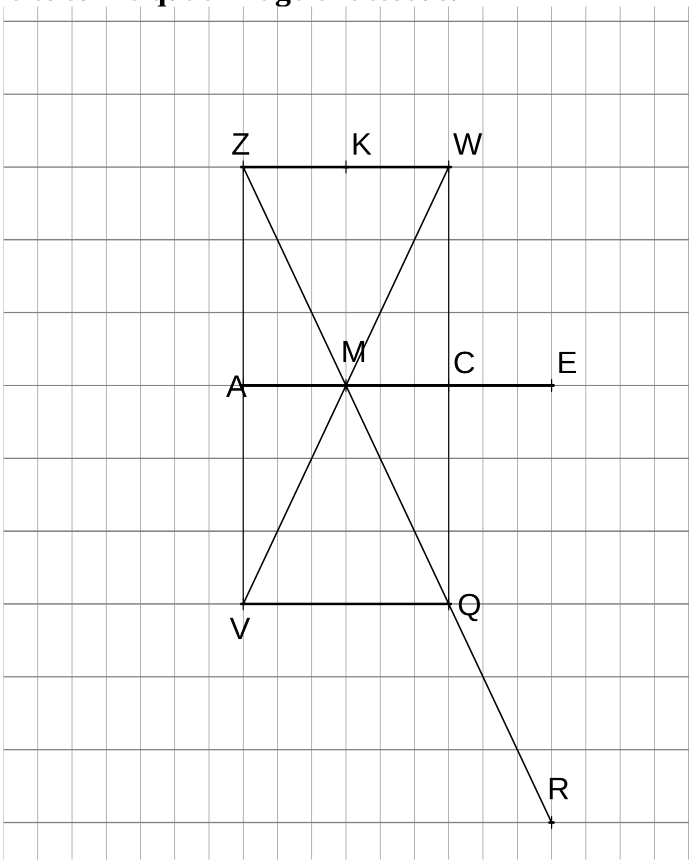
2. Ouvrir le fichier C5 situé dans Bureau/Pascal/Figures Déclic

On charge la figure suivante où les cercles sont tracés avec des couleurs différentes.



Construis les cercles sur ton ordinateur. Utilise des couleurs différentes pour chaque cercle.
Le cercle de centre Z et de rayon 6 cm.
Le cercle de centre Q de rayon 3 cm.
Le cercle de centre V et de rayon [VQ].
Le cercle de centre W et qui passe par le point Z.
Le cercle de centre M et qui passe par le point K.
Le cercle de centre K et de diamètre [ZW].
Le cercle de centre Q et de diamètre [MR].
Le cercle de diamètre [ZV].

Construis les cercles sur le quadrillage ci-dessous.



Nous allons maintenant présenter deux approches théoriques qui permettront de formuler des observations et des questions que nous illustrerons par quelques exemples issus des dispositifs décrits précédemment.

IV – CADRE THÉORIQUE

L'approche instrumentale va nous permettre d'observer et d'analyser la manière dont les stagiaires en formation et les enfants mis en situation d'apprentissage vont s'approprier et/ou éventuellement détourner les « instruments » mis à leur disposition. Cette approche instrumentale repose sur les concepts *d'artefact* et *d'instrument*.

L'artefact est un objet ayant subi une transformation par l'homme, même minime, et qui se distingue ainsi de tout objet dont la modification serait due à un phénomène naturel. Ce peut être un objet matériel (un objet technique tel un ordinateur par exemple) ou idéel (un objet de connaissance, une idée pédagogique, un contenu d'enseignement construits par l'homme) Cet objet est modifié par celui-ci dans un but donné ; il est donc prêt à être utilisé par un sujet tel qu'il a été conçu. Néanmoins, l'usage que ce dernier en fera ne correspondra pas forcément à celui envisagé par le concepteur de l'objet : le sujet pourra détourner la fonction initiale de celui-ci. « Par cette activité, les utilisateurs contribuent d'ailleurs à la conception des usages des instruments » (P. Rabardel, 1995 in G.L. Baron et E. Bruillard, 1996, p. 267).

Le concept d'instrument formalise cette idée d'appropriation et/ou de contournement. Il est défini précisément par P. Rabardel (1995) qui s'inspire de la méthode instrumentale de Lev S. Vygotski et de l'approche constructiviste de J. Piaget. Il considère l'instrument comme une entité mixte, composée d'un artefact et d'un schème d'utilisation. C'est un objet matériel ou symbolique externe au sujet, construit socialement, qui possède un ou plusieurs schème(s) d'utilisation et qui doit être reconstruit de façon interne par le sujet. Il se constitue lors d'un processus *de genèse instrumentale* qui concerne aussi bien l'artefact que le sujet. « La genèse de ces opérations relève de deux processus : un processus *d'instrumentalisation* qui rend compte de l'attribution de fonctions à l'artefact par le sujet en prolongement de ses fonctions initialement prévues ; un processus *d'instrumentation* qui rend compte de la construction d'habiletés par le sujet par adaptation, recomposition à partir d'anciennes et création de nouvelles » (P. Marquet & J. Dinet, [2003]). Ces deux dimensions sont à la fois conjointes et distinctes. P. Rabardel (1995) considère en outre que « l'un d'eux peut être plus développé, dominant, voire le seul mis en œuvre ».

Dans les deux dispositifs d'enseignement présentés (la formation à distance et la séance en classe), différentes catégories[6] d'artefacts coexistent :

- des artefacts techniques constitués d'objets matériels comme la plate-forme d'apprentissage collaboratif, les micro-ordinateurs et leurs logiciels spécifiques ;
- des artefacts pédagogiques qui sont des objets idéels, médiateurs du savoir ; comme par exemple la « scénarisation » de la séance de classe ou la « médiatisation » (qui est une forme de scénarisation) du dispositif de formation à distance ;
- des artefacts didactiques constitués principalement de contenus d'enseignement, d'objets disciplinaires enseignés. Les cas traités ici s'inscrivent dans le champ de l'enseignement des mathématiques et plus précisément dans celui de la géométrie.

L'approche instrumentale permet d'étudier la manière dont vont s'articuler (vont être orchestrés) ces différents artefacts dans un dispositif d'enseignement.

Le processus de genèse instrumentale (passage du statut d'artefact au statut d'instrument) ainsi que les bénéfices ou les complications qui peuvent surgir de la coexistence des ces différents artefacts soulèvent d'inévitables questions : Pourquoi introduire des artefacts dans un dispositif d'enseignement et lesquels choisir ? Comment les articuler pour en tirer le meilleur profit ? Comment et pourquoi sont-ils utilisés ? Examinons ces questions et montrons comment l'approche instrumentale nous aide à y répondre.

[6]Certains auteurs (Marquet, 2004) envisagent des artefacts sociaux.

IV – 1 Pourquoi introduire des artefacts dans un dispositif d'enseignement ?

Si la communauté éducative est au moins d'accord sur un point, c'est que l'on ne peut pas construire de véritables situations d'enseignement-apprentissage sans y introduire un minimum d'artefacts pédagogiques, didactiques, voire technique. La question plus controversée qui se pose a trait au bénéfice que l'on peut tirer de l'introduction des TIC (considéré comme une nouvelle génération d'artefacts techniques comparés aux compas ou à la règle par exemple) dans l'enseignement et à la manière dont elles s'articulent profitablement avec les autres artefacts en présence. Certains se demandent plus précisément dans le cas qui nous préoccupe ici, quels sont les « apports potentiels des TIC dans l'enseignement des mathématiques, notamment au vu des difficultés d'intégration que les TICE semblent poser »[7]. D'autres à propos de la disparition progressive d'artefacts didactiques s'interrogent sur les « allègements successifs des programmes en mathématiques : une légèreté didactique ? »[8] . Il est difficile de vérifier que tel ou tel artefact, et selon quel « dosage », améliore ou non l'enseignement. Nous ne sommes pas dans le domaine des sciences exactes (les systèmes éducatifs sont des systèmes très complexes où interviennent beaucoup de variables qui ne sont pas toutes maîtrisées). Tentons néanmoins de répondre à cette question d'abord en regard des attentes institutionnelles.

Comme nous l'avons montré en explicitant les contextes institutionnels nationaux et locaux, l'introduction d'artefacts techniques relatifs aux TIC répond à une demande de différentes institutions (ministère, inspection d'académie, IUFM) exprimée dans différents documents prescriptifs (C2i, B2i, lettres de cadrage, programmes d'enseignement). Interrogeons-nous maintenant sur la pertinence de ces recommandations. Pour se faire, considérons les possibilités d'amélioration que pourraient apporter ces nouveaux artefacts techniques.

Considérons d'abord la situation particulière où le sujet maîtriserait parfaitement l'emploi d'un artefact dont il a l'habitude de se servir. Cet artefact remplirait, en outre, complètement la fonction attendue par le sujet. L'ajout ou la substitution d'un nouvel artefact qui assurerait *a priori* la même fonction impliquerait de la part du sujet un nouvel apprentissage, lequel nécessiterait un effort supplémentaire. Cet effort doit pouvoir être justifié, à défaut de quoi le sujet aurait le sentiment de n'avoir rien gagné à ce changement, voire même d'avoir perdu un temps précieux. C'est ce que l'on appelle en langage familier « faire du vieux avec du neuf ». La sagesse nous conduirait alors à n'introduire de nouveaux artefacts que lorsque nous aurions la preuve qu'ils apportent une plus-value à la situation d'apprentissage considérée ; plus-value que les anciens artefacts ne pourraient assurer.

Par exemple, il peut paraître artificiel de demander à des stagiaires de suivre un stage à distance alors que la distance n'est pas effective (cas de stagiaires pouvant être présents sur un site de formation). Pourtant, des études portant sur des adultes en formation continue ont montré que l'apprentissage collaboratif à distance est plus efficace que l'apprentissage collaboratif en présence[9]. En effet, le rythme n'est pas imposé dans le cadre d'un apprentissage collaboratif et les apprenants peuvent alterner différentes

---

[7]Réunion de juin 2005 du laboratoire Didirem autour des recherches sur les TICE.

[8]Question posée par Rémy Brissiaud sur le site de la SMF (société mathématiques de France) : http://smf.emath.fr/Enseignement/TribuneLibre/EnseignementPrimaire/CahiersBrissiaud.pdf, lu le 1/09/05.

[9] Cf. Note du Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche ; Direction de l'Enseignement scolaire - 29 avril 2002 ; Actes de l'université d'été - La formation continue ouverte et à distance ; http://www.eduscol.education.fr/D0126/acte_foad2.htm

formes de travail, soit en collaboration, soit de façon individuelle. Le travail à distance permet dans ce cas d’apporter de la valeur ajoutée par rapport au travail en présence.

Dans le cas de la séance de classe, on peut être surpris d'utiliser le logiciel de construction géométrique « Déclic » pour tracer des cercles alors que l'élève dispose déjà d'un compas. On peut même craindre que l'utilisation de ce nouvel artefact « Déclic » amoindrisse la maîtrise de l'ancien artefact « compas ». On pourra objecter que « Déclic » présente des qualités d'utilisation que le compas ne permet pas (comme par exemple un tracé plus rapide, plus précis ...), ou apporte des fonctionnalités nouvelles (comme la fonction « historique » qui permet d'enregistrer les différentes étapes d'une construction.
Cependant dans l'articulation ancien/nouveau, la nécessité que le nouvel artefact soit plus performant que l'ancien ne doit pas être un critère impératif. Il est important d'habituer les sujets à maîtriser différents artefacts, à rompre avec l'illusion que ce qui est familier est naturel et plus simple, à valoriser l'effort d'adaptation à un nouvel artefact pour gérer les situations nouvelles.
L'articulation avec d'autres artefacts pour justifier ou accompagner l'introduction de nouveaux artefacts techniques peut-être déterminant dans la difficulté ou la motivation que peut rencontrer un sujet pour l'utilisation d'un nouvel artefact. Par exemple, les logiciels gratuits (Déclic et Apprenti-Géomètre) mis à disposition sur la plate-forme de formation sont des artefacts techniques qui motivent les stagiaires à utiliser la plate-forme pour les récupérer à des fins d'utilisation dans leurs écoles dont les budgets pour l'acquisition de logiciels sont limités. Le travail en petit groupe (12 stagiaires pour le stage FOAD et 9 élèves pour la séance de classe) est un artefact pédagogique facilitant le travail avec le nouvel artefact (plate-forme en FOAD ou logiciel déclic en classe). La mise à disposition sur la plate-forme des artefacts pédagogiques ou didactiques (scénario d'utilisation du logiciel Déclic pour des séances en classe conformes aux programmes de mathématiques de l'école primaire) est un élément également motivant pour l'utilisation de la plate-forme et rassurant pour la mise en œuvre en classe.
Examinons maintenant les utilisations possibles de l'artefact.

IV – 2 Comment utiliser un artefact ?

IV – 2.1 Instrumentalisation

Nous avons vu que l'approche instrumentale distingue deux grandes utilisations d'un artefact.
L'instrumentalisation constitue le cas où le sujet attribue des fonctions (prévues ou non à l'origine) à l’artefact qui lui permettra de s'en servir.
Dans le cadre de la formation initiale à l’utilisation de la plate-forme de formation à distance, le stagiaire doit apprendre à maîtriser les différentes fonctions proposées telles qu’elles ont été définies par le concepteur. Les métaphores proposées (l'amphithéâtre dans lequel le cours est disponible, le séminaire, le lieu de causerie, *etc*.) correspondent à des représentations propres à l’Université et sont fidèles à son mode de fonctionnement. Elles sont néanmoins assez éloignées du paysage dans lequel évolue les stagiaires de notre IUFM (nous n’avons pas actuellement d’amphithéâtre !). Cette remarque vaut également pour les cours mis en ligne et les outils proposés. A titre d’exemples, nos stagiaires sont davantage habitués à des formations professionnelles pratiques qu’à des cours magistraux (artefacts pédagogiques différents). Il n’est donc pas surprenant que l’ensemble des fonctionnalités proposées par la plate-forme ne soit pas utilisé de la même manière que ne le ferait un universitaire. Durant cette formation, nous avons également observé que certaines fonctionnalités n'ont pas été utilisées par le

formateur : comme l'agenda, la salle des professeurs, ou le foyer. Par ailleurs, le formateur IUFM serait peu enclin à produire un cours tel qu'il est attendu sur la plate-forme. Pourtant, d'une manière générale, stagiaires et formateur investiront certains espaces et utiliseront plusieurs outils proposés mais souvent de manière différente que celle attendue (un pieds de table peut servir à soutenir la table ou à battre un tapis !). Ils auront eux-mêmes attribué de nouvelles fonctions à ces différents artefacts par un processus d'instrumentalisation : ils auront construit leurs propres *instruments* de travail.
L'utilisation faite ici est une utilisation détournée : pour la formation continue de douze professeurs d'école sur un temps limité (18h en présentiel et 15 h à distance) le formateur a jugé, plus précisément, que les artefacts tels que « la salle des professeurs », « de salon d'équipe » ou « de foyer » n'étaient pas utiles à sa formation et n'a pas souhaité utiliser du temps (restreint) de formation pour les présenter. De plus pour un certain nombre d'artefacts comme l'agenda, la fiche d'identité ou le dépôt des cours en amphithéâtre, la saisie des données peut être assez lourde au vu des services rendus, ce qui explique la sous-utilisation des fonctionnalités de ces artefacts.
On remarquera que certains artefacts ont été détournés de l'utilisation prévue initialement par les concepteurs de la plate-forme. A propos du séminaire, « Acolad » prévoit que : « Cet espace permet de réunir toutes les personnes inscrites au séminaire et d'accéder aux salons des équipes. Les membres du séminaire s'y réunissent pour : (i) une présentation des situations-problèmes par le tuteur ; (ii) une phase de régulation ; l'exposition et la comparaison des productions des équipes ; (iii) une réflexion commune sur les méthodes de chaque équipe ou sur les obstacles rencontrés ; (iiii) un échange entre les porte-paroles des équipes ». Dans le cas du stage étudié, cet espace a été utilisé uniquement comme un espace d'échanges de documents (le formateur et les stagiaires y déposant les documents à échanger), comme un espace de communication synchrone *(chat)* ou de consultation de l'historique des « causeries », et enfin comme un espace d'échanges asynchrones (courriers électroniques).
On retrouve, par ailleurs, ce processus d'instrumentalisation dans les différentes séances en classe où le logiciel « Déclic » devient un instrument utilisé par les élèves dans des activités de géométrie. Mais dans l'ensemble, l'utilisation des fonctionnalités prévues par le logiciel ont été respectées : nous n'avons pas observé d'importants détournements d'artefacts dans ce cas. Seulement, certaines fonctionnalités nécessitant des artefacts didactiques non disponibles en CM1 (comme la fonction projection orthogonale du menu transformation) n'ont pas été utilisées.
Rendons compte maintenant de l'autre aspect de l'approche instrumentale à savoir celui *l'instrumentation*.

IV – 2.2 Instrumentation

L'**instrumentation** est donc une habileté à utiliser l'artefact à partir des connaissances du sujet : le sujet construit ou adapte ses connaissances pour utiliser l'artefact.
Pour illustrer cette notion citons comme exemple le temps qui a été accordé à la formation des stagiaires pour qu'ils maîtrisent des fonctionnalités de la plate-forme. Mais cela suppose naturellement que le formateur en maîtrise également l'usage. La formation est donc double. « Il est important que les enseignants sachent utiliser les instruments et qu'ils apprennent aux élèves à les utiliser. Pour cela, ils doivent acquérir des compétences réelles de résolution avec les instruments. L'objectif à poursuivre est certainement, un problème étant donné, de choisir l'outil adapté puis de l'utiliser convenablement » (Baron G. - L., Bruillard E. [1996, p. 266]). Partons d'une compétence précisée dans le C2i niveau 2 « enseignant » : « Mise en œuvre pédagogique en présentiel et à distance […] Prendre une décision pédagogique pertinente face à un incident technique ». Le formateur du stage FOAD a donc prévu le

cas où la plate-forme ne serait plus momentanément opérationnelle pour une raison quelconque (et cette situation est effectivement arrivée). Dans ce cas, il a prévu d'utiliser le serveur « ftp » de l'IUFM pour l'échange de documents et le courrier électronique classique pour remplacer les fonctionnalités telles que « le forum sur document » ou « le courrier électronique » existant sur la plate-forme. Le formateur est parti de ses connaissances de la plate-forme et les a adaptées au « ftp » et au courrier électronique qui ont été « instrumenté » comme « plate-forme collaborative de secours ».
Nous n'avons pas eu le temps d'observer des processus instrumentation au niveau de l'utilisation du logiciel Déclic.

IV – 2.3 Des artefacts pédagogiques et didactiques pour favoriser l'appropriation (instrumentalisation et l'instrumentation) d'un nouvel artefact technique

Pour favoriser l'instrumentalisation et l'instrumentation de la plate forme, autrement dit pour qu'elle devienne un véritable *instrument* de formation, un scénario de formation (artefact pédagogique) et des contenus spécifiques (artefacts didactiques) ont été proposés selon la déclinaison suivante :
Une phase d'initiation à la plate-forme où sont présentées les principales fonctionnalités de cet artefact (bureau, fiche d'identité, séminaire, documents du séminaires, causerie, ...). Ensuite une phase d'intégration avec une prise en main de la plate-forme s'intégrant à des activités de documentation ou de discussion autour de ressources, d'une part pour motiver les stagiaires en traitant des notions utilisables en classe, et d'autre part pour optimiser le temps du stage en fréquentant d'autres artefacts (sites ressources, textes officiels) qui seront utiles par la suite. La fiche suivante décrit ces activités visant à familiariser les stagiaires à l'usage d'un artefact nouveau : la plate-forme de travail collaboratif. Ce sera à eux par la suite à construire de habiletés et à assigner des fonctions propres à leur besoin qui s'écarteront peut-être de celles prévues initialement.

Document 4 : activités de prise en main de la plate-forme

Vous allez accomplir les tâches suivantes dans l'ordre proposé. Ces tâches ont deux objectifs distincts :

1. Améliorer vos connaissances instrumentales : par la prise en main de la plate-forme « acolad », vous devriez améliorer vos connaissances de cet instrument et la réflexion (que l'on espère critique) sur son utilisation dans la formation ;

2. Améliorer vos connaissances didactiques : par la consultation des textes officiels et de différentes ressources proposées sur la toile, vous devriez améliorer vos connaissances didactiques sur l'enseignement de l'espace et de la géométrie, et la réflexion (que l'on espère critique) sur cet enseignement.

Renseignement de votre identité
Compléter la fiche d'identité se situant dans votre bureau.
Vous remplirez impérativement la ligne « e-mail » qui permettra la participation aux salons de discussion et à la messagerie électronique. Les autres informations sont facultatives et pourront être complétées de chez vous (par exemple la photo facultative).
Charger parmi les documents du séminaire le document « Présentation des participants ». Compléter le. Le sauvegarder comme documents du séminaire, sous le même nom de document.

Textes officiels et sites ressources
Consulter les différents textes officiels proposés dans les documents « Textes officiels » du séminaire.

Consulter les différents sites ressources suivant : Attention le but n'est pas de s'approprier les connaissances ou les instruments développés sur ces sites mais de vous permettre de développer une discussion à partir des observations et des questions que ces sites susciteront.
http://pcolleu.free.fr/maths/Maths-Index.html
http://perso.wanadoo.fr/m-aime-m/memoirePE2/
http://maths.paris.iufm.fr/cabri/
http://www.onlineformapro.com/espaces/formateur/pedago/peda/signetmath8.asp

Aller au salon de discussion (causerie) et participer à une discussion en essayant de répondre aux questions suivantes :

1. Quels sont les éléments des connaissances et des compétences des textes officiels que vous avez déjà mis en œuvre à l'aide des TICE ou que vous estimez mis en œuvre dans les exemples ci-dessus ?
2. Quels sont les éléments des connaissances et des compétences des textes officiels qui vous paraissent facile à mettre en œuvre avec les TICE ? Difficile ? Pourquoi ?
3. Quels sont les conséquences de la mise en œuvre des TICE dans le domaine de l'espace et de la géométrie sur :
    - les modalités de travail (travail en classe entière avec téléviseur ou vidéo-projecteur relié à l'ordinateur, travail en salle équipée de plusieurs postes, …) ;
    - la gestion du temps et de l'espace ;
    - l'évaluation de l'acquisition des connaissances et des compétences ;
    - la gestion de l'hétérogénéité des élèves ?

Sauvegarde des données
Créer un dossier à votre nom sur le bureau et sur la plate--forme ftp : dans le dossier « USAGERS » puis le sous-dossier « FORM_CONTINUE », puis le sous-dossier « XXXXX FOAD TICE 2005 08 ». Sauvegarder l'historique de la discussion dans le dossier du bureau et sur le ftp.

On retrouve ces deux phases d'initiation et d'intégration des artefacts relatifs à l'utilisation des logiciels Déclic et Apprenti Géomètre, comme l'illustre l'extrait de (Apprenti Géomètre, documents-papier, p. 79) : « *Le chapitre 6, Initiation, expose un ensemble de quatre activités qui ont deux objectifs. Le premier est de découvrir Apprenti Géomètre et de se familiariser avec ses fonctionnalités. Le second est de rencontrer des concepts mathématiques de base tels que la superposition de figures, l'addition, la multiplication et le fractionnement de grandeurs dans un contexte nouveau, constituant un complément utile aux activités papier-crayon et aux manipulations d'objets réels [...] Le chapitre 7, Activités d'intégration, expose trois manières d'intégrer Apprenti Géomètre dans les pratiques quotidiennes de la classe ou de l'école, l'ordinateur n'étant pas, et de loin, le seul outil d'apprentissage*». (*Ibid*., p. 84) répartit les activités dans le tableau ci-dessous suivant une entrée instrumentale (artefacts techniques) et une entrée mathématique (artefacts didactiques).

ACTIVITÉS	CONNAISSANCES INSTRUMENTALES	ENJEUX MATHÉMATIQUES
Découvrir Apprenti Géomètre	Rencontrer l’interface et les fonctionnalités d’Apprenti Géomètre.	Les noms des figures représentant les familles, la différenciation carré – cube.
Comparer deux figures	Déplacer, tourner, retourner, ajuster. Avant-plan – arrière-plan.	Discerner les grandeurs. Être de même grandeur, plus petit, plus grand. Utiliser les termes qualitatifs relatifs aux grandeurs : plus...que, moins...que, aussi...que. La superposition comme moyen de comparaison.
Assembler des figures	Déplacer, tourner, ajuster, fusionner.	Additionner deux grandeurs de même nature. Multiplier une grandeur par un nombre naturel. La superposition comme moyen de comparaison. Le dessin sur papier pointé.
Découper et assembler des figures	Déplacer, tourner, ajuster, diviser, découper, fusionner.	Additionner deux grandeurs de même nature. Couper une grandeur en parts égales. Fractionner une grandeur. Somme de deux grandeurs fractionnées. Composition de deux fractionnements. La superposition comme moyen de comparaison. Les figures de forme différente mais de même aire. La conservation d’une grandeur.

On voit donc qu'il y a un emboîtement de plusieurs artefacts. Ces emboîtements peuvent donner lieu à de possibles interférences que nous allons étudier maintenant.

IV – 2.4 Articulations et conflits instrumentaux

Nous venons de voir que des interférences entre des artefacts pédagogiques et didactiques liées à l'utilisation d'un artefact technique pouvaient survenir. Plus généralement des interférences peuvent se produire entre différents artefacts, par exemple entre un ancien artefact et un nouvel artefact qui peut se substituer à l'ancien comme instrument. Examinons quelques exemples dans lesquels nous avons observé d’abord une assez bonne articulation entre eux et ensuite des tensions ou conflits.
Dans le premier cas, l'observation de la séance de classe avec utilisation de Déclic sur la notion de cercle nous a montré qu’une relative concordance entre les artefacts techniques (souris, écran, logiciel pour tracer et construire) et des artefacts anciens (papier, crayon, compas, règle) pouvait se produire réellement. Les élèves peuvent passer de l'un à l'autre sans problèmes, notamment lorsque la fiche élève invite le passage de l'un à l'autre.
Cependant des conflits peuvent apparaître entre les différents artefacts. (Marquet, 2005, pp. 386-387) précise : « *À chaque fois que l’on fait intervenir un système technique, on prend le risque que les différents niveaux de genèse instrumentale interfèrent entre eux et privent l’apprenant de l’accès à l’instrument didactique sur lequel repose la mesure de l’acquisition de connaissances. Nous désignons donc par* ***conflit instrumental*** *les conséquences d’une interférence qui pourrait survenir entre un ou plusieurs artefacts en jeu dans la situation* ».
Illustrons ce deuxième cas par un exemple issu de notre expérience durant cette formation à distance.
Dans cette formation à distance rappelons et précisons les différentes catégories d'artefacts en présence :

- Des artefacts techniques liés à l'utilisation de la plate-forme collaborative ;
- des artefacts techniques liés à l'utilisation des TIC dans l'enseignement. Bien que d'autres utilisations des TIC ont été abordées lors du stage, pour la suite nous nous limiterons aux seuls exemples de l'utilisation des logiciels Apprenti Géomètre et Déclic en situation d'enseignement en classe ;
- des artefacts pédagogiques, ici scénario d'utilisation des logiciels Apprenti Géomètre et Déclic en classe de mathématiques ;
- des artefacts didactiques concernant l'enseignement de la géométrie à l'école primaire.

On a observé que les échanges à distance étaient dominés dans l'ordre décroissant par des difficultés liées aux artefacts techniques (de la plateforme collaborative en tout premier, des artefacts liés aux matériels où les logiciels utilisés étaient implantés ensuite et des artefacts liés aux logiciels utilisés). Les échanges liés aux artefacts pédagogiques ou didactiques étaient très minoritaires. On peut conjecturer ici un conflit instrumental entre des artefacts techniques qui dominent ou marginalisent le processus de genèse instrumentale des artefacts pédagogiques ou didactiques. On remarque également une très grande hétérogénéité des stagiaires quant aux compétences « avant-stage » sur le maniement des outils informatiques. Nous faisons l'hypothèse que l’instrumentation des artefacts techniques ralentit l’effet souhaité des artefacts pédagogiques ou didactiques. C'est pourquoi nous tenterons une nouvelle expérience de formation à distance sur « la résolution de problèmes en mathématiques ». Fort de notre expérience, nous comptons d'une part alléger le poids des artefacts techniques (les artefacts techniques liés à l'utilisation de logiciels en classe peuvent être supprimés si on choisit des problèmes à résoudre sans recours à des logiciels) ; d'autre part le thème de la résolution de problèmes est plus favorable à la collaboration et pourrait favoriser le processus de genèse instrumentale des artefacts pédagogiques et didactiques.
Dans les échanges à distance les seuls thèmes pédagogiques et didactiques évoqués de manière anecdotique concernent le passage des constructions en environnement papier-crayon aux constructions en environnement logiciel de géométrie, la fonction historique du logiciel de géométrie et la notion de programme de construction, la possibilité de progressions individualisées à l'aide du logiciel. Ce qui frappe c'est la centration sur les problèmes relatifs aux instruments techniques et la faible collaboration entre stagiaires. La motivation des stagiaire est très hétérogène : de la maîtrise des seuls instruments techniques à l'intérêt pour les instruments pédagogiques et didactiques.
Pour ce qui concerne la mise en œuvre en classe de géométrie, on observe que les élèves pratiquent des dispositifs variés : travail individuel ou collaboration à plusieurs autour d'un poste de travail, articulation artefacts environnement papier-crayon et artefacts en environnement ordinateur. Nous n'avons pas observé de conflit instrumental entre artefacts techniques et artefacts didactiques.

V – CONCLUSION

La demande institutionnelle pour l'introduction des TIC dans l'enseignement des mathématiques est forte. Depuis plusieurs années l'enseignement secondaire a répondu à cette demande : modification des programmes de l'enseignement secondaire avec (utilisation de tableurs, de calculatrices, de logiciels de géométrie ...). Dans les manuels scolaires de lycée édités à la suite des nouveaux programmes de 2000, des situations d'enseignement impliquant les TIC sont proposées. Pour une épreuve orale du concours de recrutement du CAPES de mathématiques les candidats sont équipés d'une

calculatrice où sont implantés des logiciels de calcul formel et de géométrie, et des sujets de leçons, impliquant l'utilisation des TIC, peuvent être proposés.
L'enseignement des mathématiques à l'école primaire est en train de connaître la même transformation mais avec quelques années de retard. L'édition scolaire n'a pas encore intégré cette transformation. Le concours de recrutement des professeurs d'école précise pour la première fois en 2006 : « Les questions complémentaires trouvent obligatoirement leur origine dans les exercices proposés. Elles peuvent porter sur [...] des scénarios possibles pour des séances faisant appel aux T.I.C.E ». (Bulletin officiel n° 21 du 26 mai 2005, 1076).
Pour répondre à cette transformation, la formation des enseignants, la mise en œuvre à l'école primaire de situations impliquant les TIC, la réflexion et la recherche sont indispensables. Dans cette communication nous avons voulu illustrer la complexité de cette réponse, en proposant une approche instrumentale qui montre la variété des articulations entre technique, pédagogique et didactique. Comme le souligne (Marquet 2005, 388) « l'introduction de l'informatique perturbe le fragile équilibre que les méthodes d'enseignement ont su trouver pour que les artefacts didactiques s'accommodent des artefacts pédagogiques et pour que les uns et les autres soient instrumentalisés et instrumentés de sorte que les apprenants en fassent les instruments socialement utiles que leur communauté a voulu leur transmettre ». L'enjeu est donc bien dans la construction d'un nouvel équilibre entre technique, pédagogique et didactique.

BIBLIOGRAPHIE

BARON G.L., BRUILLARD E. (1996) *L'informatique et ses usagers dans l'éducation*, collection l'éducateur, PUF, 267 p.

DOISE W. & MUGNY G. (1997) Psychologie sociale et développement cognitif, *Colin, Paris*.

FAERBER R. (2003) Groupements, processus pédagogiques et quelques contraintes liés à un environnement virtuel d'apprentissage in DESMOULINS C, MARQUET P. & BOUHINEAU D. (Eds) (2003), *Environnements informatiques pour l'apprentissage humain*, Avril 2003, Strasbourg, France.

MARQUET P. (2004) Informatique et enseignement : progrès où évolution, *Mardaga, Liège*.

MARQUET P. & DINET J. (2003) *Un cartable numérique au lycée : éléments de sa genèse instrumentale chez les enseignants et élèves*, in Actes de la conférence EIAH 2003, 15, 16 et 17 avril, Strasbourg.

RABARDEL P. (1995) Les hommes et les technologies. Approches cognitives des instruments contemporains, *Colin, Paris*.

MARQUET P. (2005) *Intérêt du concept de conflit instrumental pour la compréhension des usages des EIAH* lu sur http://hal.ccsd.cnrs.fr/docs/00/03/19/23/PDF/ac9.pdf .

Sites internet au 1/09/05 :

ACOLAD : http://acolad.u-strasbg.fr/ présente la plate-forme collaborative Acolad.

APPRENTI GÉOMÈTRE : http://www.agers.cfwb.be/geometre/telechargAP.asp pour télécharger le logiciel et ses documents d'accompagnement.

DÉCLIC : http://emmanuel.ostenne.free.fr/declic/index_.htm présente le logiciel.

ARGUMENTATION EN MATHÉMATIQUES ET DANS D'AUTRES DISCIPLINES : PRÉSENTATION DE RÉSULTATS DE RECHERCHES RÉCENTES

Jacques DOUAIRE
PIUFM, IUFM de Versailles
Chercheur associé à l'INRP, équipe ERMEL
jacques.douaire@wanadoo.fr

Résumé
L'argumentation joue un rôle important dans les apprentissages, notamment dans les phases de validation. Plusieurs recherches récentes conduites à l'INRP abordent cette question principalement au cycle 3 en mathématiques. Cette intervention présente certains résultats sur les compétences des élèves et les fonctions de l'argumentation, en mathématiques et dans d'autres disciplines, et précise aussi des questions posées par la gestion de ces phases de débat par les enseignants.

I – PROBLÉMATIQUES

Les interactions orales jouent un rôle croissant dans les apprentissages à l'école primaire. Les derniers programmes mettent en évidence leur fonction dans de nombreuses disciplines. En mathématiques, les questions posées par des élèves permettent à d'autres d'expliciter leurs propres méthodes et de prendre conscience des insuffisances de celles-ci, de reformuler des méthodes plus performantes pour se les approprier. Les interactions langagières vont aussi contribuer à la validation des productions par l'explicitation et la critique des preuves produites. Cette validation s'effectue selon des critères mathématiques, parfois en constitution, lors de mises en commun, comportant des débats argumentatifs. Ces phases sont souvent difficiles à gérer par les enseignants. Sur ces questions, plusieurs recherches récentes conduites à l'INRP, en didactique des mathématiques mais aussi d'autres disciplines, ont permis de préciser les fonctions dévolues à l'argumentation, les compétences argumentatives des élèves du cycle 3 ou du début du collège et les raisonnements auxquels ils peuvent accéder. Des conditions sur les situations didactiques, qui ne seront pas développées dans ce texte, et sur la gestion de ces phases de mise en commun par les enseignants ont été mises en évidence dans ces recherches.

Cette communication propose un regard sur ces différents apports.

II – L'ARGUMENTATION DANS LE DOMAINE NUMÉRIQUE

L'équipe ERMEL s'est intéressée au rôle de l'argumentation dans les apprentissages numériques au cycle 3. Nous sommes partis de l'hypothèse que la prise en charge par les élèves de la critique de propositions produites préalablement peut jouer un rôle important dans les apprentissages et dans l'accès à une rationalité mathématique. Les premières situations expérimentées dans le cadre de la recherche «Argumentation et apprentissages numériques au cycle 3 » (conduite entre 1994 et 1997) avaient pour buts de repérer si, et sous quelles conditions, les élèves pouvaient « argumenter pour apprendre » et « apprendre à argumenter ».

En fait, si nous avons pu préciser quelles étaient les possibilités des élèves de débattre ou de critiquer des propositions, nous nous sommes rapidement rendu compte que plutôt que d'« apprendre à argumenter », la question était de développer des situations qui leur permettent d'apprendre à prouver (ERMEL, 1999).

En effet, au cycle 1 et au début du cycle 2, la validation des solutions personnelles, élaborées lors de la résolution de problèmes, est, en dernier recours, une validation pratique : l'élève vérifie par l'action le résultat de sa procédure numérique : par exemple pour contrôler la validité d'un partage, l'élève pourra recourir, si nécessaire, à une distribution. Cette validation suit la reformulation, souvent sollicitée par le maître, des caractéristiques de la situation. A partir de la fin du cycle 2, la validation est progressivement basée sur la confrontation par l'élève lui-même de sa production aux contraintes de l'énoncé : par exemple pour un problème de partage, l'élève pourra vérifier que tout a été distribué et que chacun en a autant. Puis, à partir du cycle 3, coexistent à ces types antérieurs de validation, des processus de preuve qui s'appuient sur des raisonnements produits à cette occasion et se détachent de la validation pratique : par exemple pour prouver au début du CM1 qu'un nombre donné n'est pas la somme de trois nombres qui se suivent, il est possible de l'encadrer entre deux nombres solutions en justifiant que ces solutions sont successives.

Cette recherche a permis un repérage des compétences des élèves du cours moyen ; ceux-ci sont capables de prendre en compte les arguments des autres élèves, d'entrer dans un dialogue argumentatif élaboré (Golder, 1996). Nous avons aussi constaté que les débats pouvaient s'établir sur des objets et selon des critères mathématiques. sous réserve de l'existence d'un enjeu de preuve relatif à des productions (résultats, propositions) produites précédemment par les élèves. L'argumentation en mathématique va donc contribuer au passage, pour une proposition, d'une valeur épistémique (cf. Duval) privée à une valeur de vérité publique.

Plus précisément, au cycle 3, les expérimentations conduites nous montraient que les élèves intégraient la nécessité de prouver, de ne pas en rester à un simple constat (« ce n'est pas possible parce que je n'ai pas trouvé ») ou à une évidence, et que le niveau de preuve auxquels peuvent recourir les élèves était en général au moins du type "exemple générique", qui consiste selon Balacheff (1988) à décrire un processus de preuve en s'appuyant sur les transformations d'un élément particulier, notamment lorsque l'élève ne dispose pas d'un langage permettant la formulation de solution générale.

Les principales composantes de la rationalité appréhendées au cycle 3 sont :

- une proposition est soit vraie, soit fausse, elle ne peut être les deux à la fois ;
- le rôle du contre exemple semble admis comme réfutation d'une proposition, mais son apprentissage n'est pas, au primaire, un objet d'étude ;
- des exemples vérifiant un énoncé ne suffisent pas à prouver qu'il est vrai.

II – 1 Deux types de critères

Nous avions aussi distingué deux types de débats. Certains ont pour but de prouver la vérité ou la fausseté d'une proposition, d'autres visent à porter un jugement sur les qualités de méthodes. Dans le premier cas, la production soumise à la validation peut prendre les valeurs « vrai » ou « faux », même si sa valeur de vérité peut être provisoirement indéterminée. Dans le second cas, les critères de jugement sont des critères techniques portant sur l'efficacité d'une méthode, sa fiabilité, l'économie qu'elle représente, sa transférabilité à d'autres contextes ou problèmes. Les enjeux ne portent donc pas sur des questions de vrai ou de faux. De plus, dans une situation de jugement portant sur la validité d'une méthode, les connaissances sollicitées et les méthodes valorisées évolueront probablement au cours de la scolarité de l'élève. Non seulement elles ne présentent pas toujours une forme définitive, mais nombre d'entre elles risquent d'être abandonnées au profit de techniques plus performantes abordées dans la suite du cursus scolaire, ou universitaire, ou simplement de développements techniques ultérieurs n'existant pas ou méconnus.

A la suite de cette recherche nous nous sommes intéressés à la place tenue par l'argumentation dans les apprentissages géométriques, mais aussi à la comparaison des fonctions de l'argumentation dans plusieurs disciplines, ainsi qu'à la gestion des phases de mises en commun par des enseignants débutants.

III – L'ARGUMENTATION EN GÉOMÈTRIE

Les preuves développées en géométrie au cycle 3 sont de différents types : validation pratique (superposition de figures pour constater une symétrie par exemple), vérification par le recours à des mesures, recours à des raisonnements.

III – 1 Les limites de la validation pratique

La validation pratique ne suffit pas toujours à une remise en cause des méthodes ou des connaissances. En effet, les élèves en restent parfois à l'évidence de la perception visuelle ou interprètent des erreurs comme n'étant que des imprécisions de mesure ou de tracé. Des procédures simplement graphiques peuvent donc conduire à des productions satisfaisantes d'un point de vue perceptif et des procédures basées sur des propriétés à des productions erronées selon ce même point de vue : par exemple, pour compléter le tracé d'un rectangle, des élèves peuvent réussir sans recours explicite à l'angle droit ou au contraire produire un dessin peu précis malgré l'utilisation d'instruments. Face aux limites des contrôles perceptifs, l'explicitation et la critique des méthodes sont donc souvent nécessaires. Le premier choix que nous proposons est souvent de différer la validation pratique.

III – 2 Les difficultés de formulation et de critique des procédures de résolution

En géométrie, l'explicitation des procédures n'est pas toujours suffisante pour valider, car celles-ci s'appuient sur des techniques mais aussi des composantes plus fugaces (gestes, images mentales…) dont l'élève n'a pas toujours conscience ni gardé la trace.

De plus, cette critique des procédures ne présente pas toujours un enjeu réel pour les élèves, plus centrés sur la réalisation de la production. Aussi les débats ne peuvent se dérouler comme dans le domaine numérique pour trancher systématiquement entre plusieurs méthodes.

III – 3 L'émergence de nouveaux critères

Un intérêt essentiel des débats en géométrie a cycle 3 est de permettre la prise de conscience chez les élèves des différents types de validation ou de preuve qui coexistent parfois. Par exemple, à la question posée en CM1 de combien de points a-t-on besoin pour tracer une droite, deux types de réponses ont pu être recueillies : certains élèves affirment que deux points suffisent, d'autres, qu'il est utile de prendre au moins trois points. Le débat permet alors d'expliciter les critères, mathématiques, dans le premier cas, technique, pour la précision du tracé selon ses contraintes propres, dans le second.

L'acquisition des propriétés géométriques montre qu'il y a un décalage dans le temps entre leur utilisation en acte, leur reconnaissance, et leur disponibilité sous forme de savoir dans des processus de preuve.[1]

IV – L'ARGUMENTATION DANS DIFFERENTES DISCIPLINES

La question des interactions langagières et plus particulièrement celle du rôle de l'argumentation est au cœur des problématiques d'apprentissage et d'enseignement. La recherche INRP « Argumentation et démonstration dans les débats et discussions en classe » (2000-2003) a été conduite, à l'école et au collège, par une équipe provenant de cinq IUFM, d'une université et de l'INRP [2].

Cette recherche pluridisciplinaire proposait d'analyser des situations de débat pour voir quelles modifications l'introduction d'un travail argumentatif entraîne sur le statut des savoirs et des raisonnements caractérisant la discipline. Elle a permis une comparaison des fonctions de l'argumentation dans les différentes disciplines, ainsi qu'une appropriation par les disciplines, autres que le français, d'outils d'analyse des interactions verbales et leur mise à l'épreuve dans les processus de construction de connaissances par les interactions verbales.

En mathématiques, il s'agissait notamment de préciser comment l'élève distingue au début du collège, les différents types de preuves rencontrées au cours de sa scolarité et évoqués dans les paragraphes précédents (recours à la perception, appui sur les mesures, élaboration de raisonnements).

---

[1] Les résultats de cette recherche INRP « Rôle de l'argumentation dans les phases de validation en géométrie au cycle 3 » seront publiés dans « Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3». Cf. aussi le compte-rendu de l'atelier conduit par Marie-Paule Dussuc, Gérard Gerdil-Margueron et Michel Mante présenté dans ces Actes du colloque COPIRELEM de Strasbourg.

[2] IUFM d'Aquitaine, de Bourgogne, des Pays de la Loire, de Caen, d'Amiens et Université de Haute Alsace. Disciplines : Français, Mathématiques, SVT, Physique, Technologie, Histoire-Géographie. Les résultats de cette recherche sont publiés dans : « Argumentation et disciplines scolaires » (INRP, 2004).

Cette recherche nous a permis de préciser le statut différent donné à l'argumentation selon les disciplines. Dans certaines disciplines, comme en technologie, par exemple, les pratiques discursives favorisent plus l'explication que l'argumentation tant dans les réflexions épistémologiques sur les sciences de l'ingénieur, que sur les pratiques professionnelles, ou dans les textes officiels, et aussi dans les pratiques effectives dans les classes.

IV – 1 Fonctions de l'argumentation dans les différentes disciplines

Dans les disciplines concernées par cette expérimentation des caractéristiques communes de l'argumentation ont pu être explicitées : l'argumentation a pour but de convaincre, de faire comprendre et non de persuader ou de faire simplement agir. Pour nous, en accord avec certaines approches théoriques (notamment celle de Perelman), l'argumentation a une double finalité : convaincre un auditoire, ici constitué par la classe, selon des critères rationnels, et établir la justesse d'une affirmation, selon des critères partagés et compatibles avec les exigences des mathématiques. Elle ne se réduit pas à une « dispute », à une confrontation de points de vue déjà constitués où chacun s'appuie sur des justifications bien rôdées ; elle constitue une co-élaboration, une co-construction de positions qui évoluent au cours du débat.

Elle avance et critique des raisons, qui ne sont pas seulement construites pour un auditeur particulier, mais qui visent un degré de généralisation ; elle oblige à négocier des significations, elle favorise l'inscription dans le domaine de référence ainsi que des déplacements vers des concepts « plus scientifiques », comme nous l'avons vu pour la géométrie.

Les débats argumentatifs peuvent avoir différentes fonctions selon les disciplines :

- expliciter des représentations, des choix, identifier les obstacles liées au savoir en jeu ;
- produire un questionnement, construire un problème ;
- expliquer un phénomène, un événement, trouver des causes, décrire un fonctionnement, ouvrir le champ des possibles ;
- produire un objet, concevoir une expérience ;
- critiquer une solution, une conception selon sa pertinence, sa cohérence, son efficacité ou sa nécessité ; élaborer une preuve, en termes d'impossibilité ou de nécessité ; valider un savoir, une démarche…

Or, selon les disciplines, certaines fonctions sont privilégiées :

- dans des disciplines qui acquièrent un nouveau statut au collège, comme l'histoire ou la géographie, l'argumentation va permettre l'émergence de « postures disciplinaires » : les élèves appréhendent progressivement les raisonnements spécifiques ou licites pour chaque discipline par des débats ;
- dans des disciplines expérimentales, elle va permettre l'articulation entre ce qui est observé et ce qui est déduit, afin de réduire, par exemple, le champ des possibles faisant l'objet d'une expérimentation ultérieure ;

- dans des disciplines plus « anciennes », comme les mathématiques ou la grammaire, elle va permettre d'établir la validité de propositions.

IV – 2 Compétences des élèves : outils d'analyse commun

Les argumentations produites dans des débats en petits groupes ou avec l'ensemble de la classe ont été analysées en fonction d'outils communs portant sur :

- l'articulation entre les prises de parole des élèves qui traduisent la prise en compte des propos antérieurs et un étayage des propositions avancées ;
- les raisonnements produits : les relations entre la proposition et sa justification, l'enchaînement de plusieurs propositions entre elles ;
- les connaissances, sollicitées ou construites.

Cette recherche a mis en évidence la grande capacité des élèves à argumenter, sans confusion de leur part sur les critères de validité des raisonnements propres à chaque discipline. Les limites à cette argumentation, qui ne visait pas la construction de compétences « transversales », réside dans la faiblesse du recours à des connaissances pour certains élèves, en particulier dans les expérimentations conduites dans des ZEP : les raisonnements leur permettant de critiquer des propositions erronées mais non d'en élaborer de nouvelles s'appuyant sur des savoirs qui n'ont pas été n'auraient pas été réactivés au cours de la séance.

L'appel à des raisonnements trop exclusivement « logiques » masque souvent une faiblesse d'appui sur des savoirs disciplinaires ; comme le disait l'un d'entre nous : "lorsque le raisonnement est essentiellement logique, c'est que l'on a raté quelque chose". En particulier, la mise en évidence de contradictions chez un interlocuteur (formulation de deux propositions contradictoires à quelque temps d'intervalle par exemple) ne s'accompagne pas toujours de critiques relevant spécifiquement de la discipline.

V – LA GESTION DES MISES EN COMMUN PAR LES ENSEIGNANTS

V – 1 Le cas des mathématiques

En parallèle à ces recherches, les interrogations sur l'appropriation par les enseignants des ingénieries didactiques produites par les recherches de l'équipe ERMEL nous ont conduits (entre 1999 et 2002) à proposer une analyse de la gestion des mises en commun par des enseignants ayant quelques années d'exercice. La question centrale étant celle des relations entre l'organisation didactique et l'activité mathématique réelle de l'élève.

Ces phases sont souvent complexes à concevoir et à gérer pour les maîtres. En effet, l'enseignant doit analyser les productions issues des recherches préalables, mettre en place les conditions du débat, prendre en compte les compétences ou les difficultés de communication de chacun pour permettre la formulation, la compréhension, la critique des productions, garantir que les critères d'accord émergeant lors de ces échanges soient compatibles avec ceux propres à chaque discipline. Il doit prendre des décisions à l'issue des échanges : relance de la recherche, choix d'une institutionnalisation…

Nous avions constaté que ces jeunes enseignants, qui proposaient donc des activités de recherche à leurs élèves, étaient à l'aise dans la conduite des échanges. Ils analysaient de façon adéquate les productions des élèves préalablement à la mise en commun, et avaient, lors d'un entretien mené après la séance, une vue lucide sur les échanges.

Deux critères nous semblaient intéressants pour l'analyse de ces séquences :

- l'existence d'enchaînements des prises de paroles entre les élèves (et non une alternance maître/élève dans les échanges) ;
- la formulation de critiques par les élèves eux-mêmes aux propositions d'autres.

Si, dans les classes observées, les élèves pouvaient formuler leurs solutions et leurs méthodes, des différences apparaissaient relativement à leur rôle dans la formulation des critiques. Dans certaines classes, celle-ci relevait du maître, dans d'autres, les élèves en étaient responsables.

Mais, dans toutes ces classes, les enseignants affirmaient procéder de la même façon quelles que soient les mises en commun ; celles-ci ne faisaient pas l'objet de décisions préalables, de choix conscients, et pouvaient varier d'une situation à l'autre. Elles étaient gérées selon une « coutume » pédagogique propre à chaque maître. (cf. Douaire, Dussuc, Hubert, Argaud, 2003)

V – 2 Une étude pluridisciplinaire

A la suite de cette recherche, une équipe de l'IUFM de Versailles a comparé les fonctions et la gestion des mises en commun dans trois disciplines : français, mathématiques et SVT, dans le cadre de l'Équipe en projet INRP/IUFM « Pratiques langagières et construction de savoirs ». Il s'agissait pour nous, en nous centrant sur une pratique scolaire à laquelle on puisse associer des pratiques de formation :

- d'expliciter ce qui, dans cette pratique, est commun et ce qui est spécifique aux disciplines étudiées ;
- d'analyser les compétences professionnelles requises, les difficultés et les choix effectués par les enseignants débutants en liaison avec des connaissances mobilisées, mobilisables ou lacunaires ;
- d'identifier les éléments pouvant être pris en charge par la formation, en explicitant des critères.

Dans ce but, nous avons notamment étudié des mises en commun gérées par une même enseignante au CM2. Dans cette classe, une place importance est donnée aux interactions langagières. Par exemple, quand un élève vient au tableau, présenter des résultats, commenter des affiches, il donne la parole aux autres, qui lui posent des questions. Il y a une réelle circulation de la parole. Dans le cas où le dispositif le permet, les élèves expriment des critiques ou des questions et leurs interventions ne sont donc pas limitées à des formulations de leurs méthodes. Ces comportements semblent installés depuis le début de l'année et correspondent à des choix, ce que confirme l'entretien : il y a des exigences de socialisation au moyen de débats où la parole de chacun est respectée.

Les différences repérées tiennent en premier lieu à la clarté des contenus disciplinaires visés dans les situations expérimentées et à l'existence d'enjeux explicites dans les débats. Elles relèvent des qualités propres des dispositifs didactiques, plus qu'à la nature même de la discipline : le déroulement en mathématiques montre que pour qu'un dispositif didactique laisse toute sa place au travail critique des élèves, cela suppose non seulement un enjeu suffisant et donc un réel écart entre leurs productions, mais aussi que le professeur puisse faire l'analyse a priori des procédures attendues. En revanche, si le professeur ne dispose pas d'une grille de lecture des propositions que peuvent faire les élèves, il est plus démuni pour gérer le débat. En fait, la qualité des débats est fonction de la conception des ingénieries didactiques : permettent-elles l'activité réelle des élèves, la production de propositions différentes et l'anticipation des procédures qui sont en jeu. (cf. Douaire, Elalouf, Pommier, 2005).

V – 3 Quelques pistes pour la formation

Le maître doit s'interroger, d'une part sur ce qui relève de sa responsabilité et de celle des élèves dans ces phases, d'autre part sur les fonctions mêmes de ces débats et les conditions pour qu'ils soient cohérents avec des exigences disciplinaires.

Si, dès la formation initiale, une sensibilisation aux enjeux cognitifs de l'oral est une condition favorable à la conduite de véritables débats, celle-ci est fonction des outils que s'approprie l'enseignant pour remettre en cause ses choix didactiques.

Compte tenu de l'ensemble des compétences professionnelles qu'un stagiaire doit appréhender en formation initiale, il est difficile pour lui de mettre en œuvre des mises en commun où il ne se contenterait pas de faire formuler aux élèves leurs réponses et expliciter leurs méthodes, mais demanderait aussi de produire des critiques (surtout dans une classe peu habituée à ces pratiques).

Toutefois, sans chercher à simplifier, quelques points peuvent être abordés dès la PE2 :

- distinction entre des mises en commun, et des corrections ou des échanges où chaque élève présenterait les résultats de sa recherche ;
- distinction entre des mises en commun et des synthèses ou des conclusions ;
- nécessité de fixer un objectif à la mise en commun ;
- nécessité de prendre le temps d'analyser les productions avant la mise en commun.

Nous avons aussi essayé différents dispositifs de formation s'appuyant sur la préparation par les PE2 de mises en commun, à partir de productions d'élèves, suivis de l'analyse de mises en commun sur ces mêmes situations enregistrées dans des classes. Ces dispositifs visaient notamment à mettre en évidence :

- des fonctions de la mise en commun : valider des productions et non seulement de formuler des résultats ;
- des choix du maître dans la gestion des prises de paroles (relances, reformulations…).

Mais nous avons bien conscience que les principaux choix du maître, tant dans la préparation, que la conduite de la mise en commun ne peuvent s'appréhender réellement que par l'analyse de sa propre pratique.

C'est pour cela que les formations destinées aux enseignants lors de leurs premières années d'exercice du métier paraissent aussi appropriées pour ce travail en privilégiant, par exemple, des mises en commun effectuées par ces enseignants durant le stage devant leurs collègues, afin de pouvoir discuter entre pairs notamment des organisations pédagogiques de chaque classe et l'effet des attitudes et des interventions du maître en situation sur l'activité de l'élève.

Indissociable de l'appréhension des finalités citoyennes de l'argumentation, l'analyse des conditions du débat est en elle-même un objet de formation continue : elle appelle une réflexion sur le savoir, les propositions, les contradictions suscitant un enjeu, le recours à des connaissances ou des raisonnements « cohérents » avec le champ disciplinaire concerné. Des compétences langagières relatives à l'expression, l'argumentation, les recours à un langage scientifique, se construisent dans ces débats.

VI – EN CONCLUSION

Un axe commun à l'ensemble de ces recherches concerne donc la production de preuves par les élèves et leur critique selon des critères en évolution leur permettant d'appréhender progressivement la rationalité mathématique. Mais la prise en compte des potentialités des élèves suppose une réelle dévolution du travail de preuve. La conduite effective des phases de validation comportant des mises en commun, qui sont souvent difficiles à gérer par les maîtres, pose des questions de recherche et de formation.

Les expérimentations citées ont montré que l'appropriation par des enseignants de ces situations didactiques sollicite des compétences tant disciplinaires que professionnelles qui ne sont pas toujours explicites. Les difficultés rencontrées dans l'exploitation de ces dispositifs peuvent, comme nous l'avons vu, provenir de différentes causes (conception des mathématiques, de l'apprentissage, de l'enseignement…). L'étude d'une part de ces obstacles et d'autre part des outils que le maître peut s'approprier pour analyser ou remettre en cause ses choix didactiques est nécessaire.

Des questions relatives à la formation supposeraient d'être approfondies, notamment dans le contexte de l'articulation de la formation initiale en PE2 et de celles liées à l'accompagnement dans les premières années d'exercice du métier : les compétences disciplinaires et professionnelles liées à l'analyse et la mise en œuvre de ces situations ne concernent pas que les mathématiques et supposent que le maître s'interroge d'une part sur ce qui relève de sa responsabilité et de celle des élèves dans ces phases, d'autre part sur les fonctions même de ces débats et les conditions pour qu'ils soient cohérents avec des exigences disciplinaires.

BIBLIOGRAPHIE

BALACHEFF N. (1988) Une étude du processus de preuve en mathématiques chez les élèves du collège, *Université Joseph Fourier,Grenoble*.

DOUAIRE J., HUBERT C. (2001) *Mises en commun et argumentation en mathématiques*, Grand N, **68**, 29-40.

DOUAIRE J., DUSSUC M.P., HUBERT C, ARGAUD H.C. (2003) *Gestion des mises en commun par des maîtres débutants*, in Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes, 53-69 (dir. COLOMB J., DOUAIRE J., NOIRFALISE R.), *ADIREM / INRP*.

DOUAIRE J (dir) (2004) Argumentation et disciplines scolaires, *INRP*.

DOUAIRE J, ELALOUF M.L., POMMIER P. (2005) *La gestion des mises en commun en mathématiques, en sciences et en observation réfléchie de la langue au cycle 3 : savoirs professionnels et spécificités disciplinaires*, Grand N, **75**, 45-57.

DUVAL R. (1992-1993*) Argumenter, démontrer, expliquer : continuité ou rupture cognitive*, Petit x, **31**.

ERMEL (Équipe de didactique de mathématiques) (1999) Vrai ? Faux ?… On en débat ! De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3, *INRP*.

ERMEL (Équipe de didactique de mathématiques) (à paraître en 2006) Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3, *Hatier*.

GOLDER C. (1996) Le développement des discours argumentatifs, *Delachaux et Niestlé.*

PERELMAN C. et OLBRECHTS-TYTECA L. (1958) Traité de l'argumentation, *Ed. Université de Bruxelles*.

GRIZE J.B. (1990) Logique et langage, *Orphys*.

PRENDRE EN COMPTE LA DIMENSION PERSONNELLE DES PROFESSEURS EN FORMATION : ENJEU OU IMPASSE ?

Nathalie SAYAC
MCF, IUFM de Créteil (93)
Didirem
nsayac@5miranda.com

Résumé
La question des liens entre pratique et individus a toujours été centrale dans mes recherches. Après avoir exposé mon travail de thèse autour de cette question dans le second degré, je serai amenée à réfléchir à sa transposition dans le premier degré et à m'interroger sur des questions centrales pour ma problématique : a-t-on des pratiques d'enseignement différentes à l'école selon qu'on soit homme ou femme ? Quelles sont les conséquences, en formation et dans les pratiques, des études suivies par les PE ? Les PE2 issus d'un cursus scientifique sont-ils *a priori* plus aptes à enseigner les mathématiques à l'école ? Quelle est l'incidence de l'âge sur les pratiques des PE et instituteurs ?…*etc*.

Mots clés : Pratiques - 1er degré - cursus - variables - dimension personnelle.

Dans notre pratique de formateur, nous avons tous été amenés, un jour ou l'autre, à émettre des opinions empiriques liées à la personnalité des professeurs que nous rencontrons en formation : « les STAPS sont comme si…. », « Les PE2 plus âgés sont comme ça…. ».

Les questions que l'on pourrait se poser dans le cadre d'une recherche sur les pratiques enseignantes sont les suivantes : ces liens sont-ils partagés par d'autres collègues ? Correspondent-ils à des vérités reconnues ou bien n'ont-ils aucun fondement réel ? L'enjeu est de taille, car s'il s'avérait que des liens pouvaient être établis entre des caractéristiques personnelles et des pratiques d'enseignement, il serait opportun d'en tenir compte en formation.

Cette communication se présente en deux temps : un temps de présentation d'un travail de thèse autour de cette problématique dans le second degré, puis un deuxième temps relatif à la transposition de ce travail dans le premier degré.

I – PRÉSENTATION D'UN TRAVAIL SUR LES PRATIQUES DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES ENSEIGNANT EN LYCÉE

I – 1 Problématique

Dans le cadre de ma thèse en didactique des mathématiques, soutenue en décembre 2003, j'ai été amenée à m'intéresser aux pratiques des professeurs de mathématiques enseignant en lycée. Mon travail s'est articulé autour de trois questions principales :

- **diversité des pratiques** : qu'est-ce qui varie ou ne varie pas dans les pratiques des professeurs de mathématiques enseignant en lycée ?
- **recherche de variables individuelles** ayant potentiellement une influence sur les pratiques des professeurs, choix de 3 variables spécifiques : est-ce que le sexe, l'âge et le cursus (concours) des professeurs ont une influence sur leurs pratiques ? Dans quelle mesure et à quel(s) niveau(x) ?
- **détermination d'une typologie** de professeurs en fonction de caractéristiques personnelles et d'invariants dans les pratiques : est-ce qu'il existe des types de professeurs correspondant à des pratiques communes et de caractéristiques personnelles partagées ?

I – 2 Cadre de recherche

Le cadre théorique de ce travail est celui de la « double approche », élaboré par Aline Robert et Janine Rogalski, qui permet non seulement d'analyser les pratiques à partir de caractéristiques liées à ce qui est proposé aux élèves, mais aussi à partir de caractéristiques liées au fait qu'enseigner est un métier, une activité sociale rémunérée, personnalisée, comportant de nombreuses contraintes et habitudes.

Pour mieux appréhender les pratiques enseignantes, on tient compte de plusieurs composantes imbriquées les unes aux autres :

- **une composante cognitive** (qui prend en compte les itinéraires cognitifs que les enseignants adoptent pour leurs élèves à travers les contenus et les scénarios proposés) ;
- **une composante médiative** (qui prend en compte les accompagnements pendant le déroulement des séances et les interactions entre élèves et professeurs) ;
- **une composante personnelle** (relatives aux conceptions des enseignants, à leur histoire personnelle, à leur expérience professionnelle, à leur psychisme, même si nous n'explorerons pas ce paramètre) ;
- **une composante sociale** (relative à un « habitus », à un métier, à l'environnement social fréquenté par les professeurs) ;
- **une composante institutionnelle** (relative aux programmes et aux instructions officielles).

Pour analyser les pratiques des professeurs, il faut reconstituer l'imbrication et les hiérarchies de ces composantes. Ma préoccupation était « d'entrer » par la composante personnelle pour essayer de comprendre l'organisation des composantes entre elles.

I – 3 Méthodologie

Pour répondre aux questions posées, une étude qualitative ne m'a pas semblé adaptée, dans la mesure où je souhaitais appréhender la diversité des pratiques dans son ensemble, et que compte tenu de la complexité établie des pratiques, il me fallait en appréhender un certain nombre pour pouvoir dégager des points communs, des différences, tester des hypothèses relatives à mes variables spécifiques et ainsi, espérer dégager une typologie. Une étude quantitative m'a donc semblé plus adaptée à ce que je souhaitais étudier. Par ailleurs, les résultats émanant d'une étude quantitative devaient impérativement, à mon avis, être confrontés à des résultats liés à une étude qualitative des pratiques de professeurs de mathématiques pour évaluer la pertinence de cette étude quantitative, la confronter au « réel » mais aussi pour compléter les informations recueillies par voie indirecte.

I – 3.1 Investigation

J'ai donc conçu un questionnaire, assez dense, en deux parties pour me permettre d'obtenir des informations multiples concernant les professeurs. Une première partie était conçue pour récolter des données objectives sur les professeurs (une trentaine de questions relatives à des informations personnelles, au parcours des professeurs, à leur formation) et une deuxième partie était davantage axée sur les pratiques de ces professeurs (choix d'énoncés, type d'aides préconisées, réactions face à un incident fictif).

255 questionnaires ont ainsi été recueillis dont environ 200 dans l'académie de Versailles, ce qui correspond environ à 18% des professeurs de lycée de cette académie.

Pour compléter cette étude quantitative, j'ai été amenée à visiter[1] cinq professeurs qui avaient répondu au questionnaire. Ces professeurs ont été choisis en fonction de caractéristiques spécifiques, correspondant à des modalités différentes de mes trois variables spécifiques[2]. Des entretiens ont également été menés auprès des cinq professeurs choisis, mais leur exploitation a été assez restreinte.

I – 3.2 Exploitation

Une exploitation des questionnaires a été faite à partir d'un logiciel de traitement statistique[3] (tris à plat, tableaux croisés, caractérisation des variables saillantes par modalités, analyses factorielles). Pour les séances observées, j'ai utilisé une grille d'analyse présentant la situation de la séance, une analyse *a priori* des tâches, le déroulement de la séance, des critères d'analyse des pratiques : ancien/ nouveau, activité des élèves, mode d'explication collectif/ individuel, gestion du tableau, commentaires méta.

I – 4 Résultats

Pour ne pas alourdir cette communication, je présenterai ici les résultats principaux concernant la composante personnelle des pratiques à partir des trois variables spécifiquement étudiées.

---

[1] Les visites ont eu lieu au cours du troisième trimestre de l'année scolaire 2002-2003, dans 2 classes de 1^{e} S, 2 classes de T^{e} S et 1 classe de T^{e} ES. Elles n'ont eu pour point commun que le type de séances (exercices) et le moment (plutôt en fin de chapitre).

[2] Il y avait 3 femmes et 2 hommes, agrégés par concours externe ou interne ou bien certifiés par concours externe, appartenant aux 3 tranches d'âges considérées (moins de 36 ans, entre 36 et 46 ans, plus de 46 ans).

[3] SPAD.

I – 4.1 variable sexe

- Les femmes seraient plus soucieuses que les hommes d'avoir des pratiques en conformité avec l'institution ;
- les hommes seraient davantage enclins à transmettre des savoirs disciplinaires alors que les femmes seraient plus attachées à transmettre des savoir-faire disciplinaires ;
- les femmes seraient plus « sociables » professionnellement parlant ; les hommes travailleraient davantage de façon personnelle ;
- les hommes auraient tendance à prendre en compte le paramètre « élèves » en amont des séances alors que les femmes le feraient plutôt durant le déroulement.

I – 4.2 variable âge

- Les professeurs les plus âgés sont plus libres dans l'exercice de leur métier (expérience plus grande). Les conseillers pédagogiques sont plus nombreux à appartenir à la tranche d'âge la plus élevée. En fin de carrière, les professeurs ont parfois tendance à travailler de façon plus personnelle ;
- les professeurs les plus jeunes sont prioritairement préoccupés par l'acquisition de gestes professionnels de base (prudence pragmatique) ;
- la prise en compte du paramètre « élèves » fluctue suivant les âges. Au début de leur carrière, les professeurs semblent ne pas le prendre en compte prioritairement puis, il devient très prégnant dans leurs pratiques, pour finalement perdre un peu d'importance.

I – 4.3 variable concours

- Les professeurs agrégés par concours externe se positionnent davantage en tant qu'arbitres du savoir dans leurs pratiques d'enseignement et ont une pratique plus autonome dans l'exercice de leur métier ;
- les conseillers pédagogiques se trouvent plus nombreux parmi les professeurs agrégés par concours interne (38% contre 18% de l'ensemble) ;
- les professeurs ayant passé un concours interne sont, soit plus investis dans l'exercice de leur métier, soit plus isolés dans leurs pratiques.

I – 4.4 typologie

À partir de cette enquête, nous avons également pu dégager une typologie constituée de quatre types différents de professeurs correspondant à des caractéristiques personnelles partagées et des pratiques homogènes.

Type 1 : professeurs qui résistent aux contraintes institutionnelles et aux adaptations sociales, estimant certainement que leur niveau de connaissances en mathématiques leur permet de les enseigner légitimement.

Type 2 : professeurs dont les pratiques peuvent être qualifiées de « banales » avec une distinction suivant qu'ils enseignent dans des établissements « difficiles » ou non.

Type 3 : professeurs, plutôt jeunes, contraints par leur manque d'expérience à ne pas trop se disperser et à se focaliser sur des pratiques d'enseignement qui leur permettent d'assurer « convenablement » leurs fonctions.

Type 4 : professeurs, plutôt expérimentés, dont les pratiques recèlent des adaptations sociales de toutes sortes (collègues, élèves). Est associée à ce type l'idée de plus grande « ouverture pédagogique ».

En conclusion, nous pouvons retenir que globalement, les pratiques des professeurs de mathématiques enseignant en lycée, même si elles sont variées, ne sont pas disparates. Confrontés à des contraintes institutionnelles et sociales équivalentes, les professeurs adoptent des comportements assez proches. Néanmoins, lorsque l'on s'attache à considérer les professeurs en fonction de certains déterminants personnels (et notamment le sexe, l'âge et le cursus), il s'avère que l'on peut appréhender des différences de pratiques plus marquées.

II – TRANSPOSITION AU NIVEAU DES PROFESSEURS DES ÉCOLES

II – 1 Points communs et divergences

Quand on travaille comme je le fais depuis quelques années maintenant à la formation des maîtres en mathématiques, la question de la transposition de ce travail apparaît comme une suite logique, une évidence à laquelle le chercheur que je suis ne saurait se soustraire. Néanmoins, même si mon objet d'étude concerne une nouvelle fois les pratiques de professeurs enseignant des mathématiques, il convient de bien différencier les caractéristiques de cette nouvelle enquête.

II – 1.1 points communs

Le cadre théorique de la double approche reste indubitablement un cadre adapté pour une étude concernant les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques puisque ces professeurs, même s'ils appartiennent institutionnellement à un autre corps, exercent formellement le métier d'enseignant. Par ailleurs, les apprentissages en jeu, même s'ils se situent à un autre niveau d'enseignement, sont bien des mathématiques.

Deux des variables spécifiques de l'étude précédente gardent leur pertinence :

- la distinction homme/femme est un élément qui pourrait s'avérer discriminant pour étudier les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques, même si la proportion d'hommes enseignant dans le premier degré est moindre que dans le second degré ;
- l'âge est également un facteur à prendre en compte indubitablement quand on s'intéresse aux pratiques des enseignants car il est généralement lié à l'expérience professionnelle (même si dans le premier degré, il se trouve un nombre croissant de personnes intégrant l'enseignement après avoir déjà eu une première expérience professionnelle). Les résultats de l'enquête précédente ont bien mis en évidence l'influence de ce paramètre dans les pratiques des

professeurs, établissant une distinction entre les professeurs débutant et les professeurs plus expérimentés.

II – 1.2 Divergences

- La troisième variable étudiée précédemment ne correspond plus au cadre de cette nouvelle enquête. En effet, les professeurs des écoles intègrent leurs fonctions à partir d'un unique concours de recrutement, même si des voies annexes sont également envisageables (interne, second ou troisième concours). Les conditions requises pour passer le CERPE sont les mêmes que celles requises pour passer le CAPES, puisque il suffit de posséder une licence mais, la différence majeure entre ces deux catégories de professeurs est que les professeurs des écoles sont issus de parcours très différents[4], alors que les professeurs de mathématiques ont tous un cursus intégrant des études en mathématiques.

On pourrait néanmoins opposer les deux corps de professeurs coexistant actuellement dans le premier degré, les instituteurs et les professeurs des écoles. Cette distinction ne se réduit pas à une différence de statut, elle induit surtout des différences liées à la formation, à l'âge et au niveau d'études des enseignants.

- Un autre point de divergence concerne l'enseignement dispensé par les professeurs des écoles qui intègrent obligatoirement une dimension pluridisciplinaire alors que les professeurs de mathématiques du second degré n'enseignent que les mathématiques. Cette distinction n'est pas négligeable, à mon avis, dans la mesure où le fait d'enseigner plusieurs disciplines peut avoir une influence sur les pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques ;
- le temps institutionnel d'apprentissage est également différent suivant que l'on enseigne dans le premier ou le second degré, et cela n'est certainement pas sans incidence sur les pratiques des professeurs. À l'école, une séance de mathématiques peut être prolongée et dépasser le temps prévu si le maître en ressent l'opportunité alors que dans le second degré, les séances ne peuvent dépasser le temps imparti par l'organisation des enseignements généraux ;
- les formations initiale et continue des professeurs sont également différentes dans les deux corps d'enseignement, on peut donc naturellement penser que cela peut avoir une influence sur les pratiques des enseignants, même s'il semble difficile d'appréhender le lieu où cette distinction pourra être perceptible ;
- le cadre d'exercice du métier est également un paramètre qui peut avoir une influence sur les pratiques des professeurs. Une école a rarement la dimension d'un lycée, même s'il se trouve des « grosses » écoles et des lycées de taille réduite. Des lieux d'enseignement plus restreints peuvent inciter les professeurs à travailler ensemble alors que des établissements importants par leur taille incitent peut-être moins à collaborer ;

---

[4] Sciences humaines ; sciences économiques, gestion ; Langues vivantes ; Droit ou sciences politiques ; Lettres ou sciences du langage ; EPS ; Arts ; Maths ou chimie ou statistiques, *etc.*

- l’encadrement institutionnel des professeurs des deux catégories ne semble pas être de même nature. Dans le premier degré, les inspecteurs sont attachés à une circonscription et peuvent donc exercer une pression plus forte sur les professeurs qui dépendent de cette circonscription. Dans le second degré, les inspecteurs sont, de même que les professeurs, liés à la discipline qu’ils représentent. Ils ont à charge un plus large terrain d’exercice, ce qui ne leur permet pas d’être aussi présents que dans le premier degré ;
- le dernier point que je souhaitais relever concerne les élèves associés aux deux types de professeurs. Au lycée, les professeurs sont confrontés à des élèves d’au moins 14 ans alors qu’à l’école primaire, les professeurs ont à charge des élèves âgés de 3 à 11 ans. Cette différence d’âges peut influencer les pratiques des professeurs à travers la représentation que ces derniers ont de leurs élèves et de la fonction qui leur incombe compte tenu de l’âge de leurs élèves.

II – 2 Hypothèses

Les trois variables étudiées pour appréhender les pratiques des professeurs de mathématiques enseignant en lycée paraissent toujours intéressantes pour étudier les pratiques des professeurs dans le premier degré, avec néanmoins une adaptation en ce qui concerne la variable « cursus ». En effet, il semble plus pertinent de différencier le cursus des professeurs à travers les études qu’ils ont suivies qu’à travers le concours qu’ils ont passé.

Les résultats obtenus précédemment concernant les variables « sexe » et « âge » gardent, à mon avis, une certaine validité même si des nuances pourraient apparaître compte tenu des divergences relevées ci-dessus.

- Concernant la variable « sexe », on pourrait peut-être approfondir les résultats concernant la prise en compte de paramètre « élèves » dans les pratiques des professeurs. L’organisation des enseignements à l’école primaire (journée continue) et l’âge réduit des élèves pourraient permettre de mieux appréhender cette dimension. De même que le résultat concernant le souci plus grand des femmes à avoir des pratiques en conformité avec l’institution pourrait être modifié par la confrontation à un encadrement institutionnel différent, plus étroit ;
- concernant la variable « âge », les résultats obtenus dans l’étude précédente me semblent directement transposables dans le premier degré. Le poids de l’expérience reste essentiel pour étudier les pratiques des professeurs, quel que soit leur niveau d’enseignement. La seule différence que l’on pourrait introduire concerne la formation initiale des deux types de professeurs. L’année de formation à l’IUFM, pendant laquelle les professeurs stagiaires ont soit, trois séries de stages en responsabilité durant trois périodes distinctes en ce qui concerne les professeurs des écoles soit, une classe à l’année en ce qui concerne les professeurs du second degré introduit-elle des différences au niveau de l’entrée dans le métier ?
- concernant la variable « cursus », les résultats sont totalement à revoir puisque le paramètre pris en compte n’est plus le même. La question essentielle qu’il convient d’étudier est celle de l’impact des études suivies sur les pratiques des professeurs des écoles. Est-on plus apte à enseigner les mathématiques à l’école

primaire suivant que l'on a suivi un cursus scientifique ou pas ? Y a t-il des cursus qui préparent mieux les professeurs à enseigner cette discipline ? Si oui, lesquels et pourquoi ? Quelle influence un niveau de connaissances en mathématiques a-t-il sur les pratiques des professeurs ? L'exploration de cette variable permettra, je l'espère, de répondre à des questions essentielles pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et pour la formation des maîtres.

Le dernier point qu'il convient de soulever concerne la typologie dégagée de l'étude sur les pratiques des professeurs de mathématiques enseignant en lycée. Est-elle toujours adaptée aux professeurs des écoles ? Sinon, quels ajustements peut-on envisager compte tenu de l'introduction des modalités « études suivies » pour caractériser les professeurs ?

Il faudrait également confronter ces résultats aux i-genres et e-genres élaborés par D. Butlen et son équipe concernant les professeurs des écoles enseignant en ZEP.

II – 3 Dispositif envisagé

Cette communication avait pour objectif d'exposer l'ébauche de mon travail à des collègues formateurs et chercheurs afin qu'ils réagissent et m'interrogent sur son fondement et me permettent d'avancer dans ma réflexion en cours. Il est difficile d'être à la fois, à l'extérieur d'un objet d'étude en tant que chercheur et à l'intérieur en tant que formateur, c'est pourquoi j'ai souhaité partager ce moment dans le cadre d'un colloque COPIRELEM, toujours propice aux échanges et à la réflexion.

J'ai donc conçu deux types de questionnaires : l'un à destination des formateurs[5] pour confronter des points de vue empiriques sur la formation, l'autre à destination des instituteurs et professeurs des écoles[6] pour envisager une étude similaire à celle menée auprès des professeurs de mathématiques enseignant en lycée. Ces deux questionnaires sont joints en annexe.

Tout commentaire ou point de vue relatif à mon questionnement sera le bienvenu.

[5] Annexe 1.

[6] Annexe 2.

BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU G. (1988) Théorie des situations, *Editions la pensée Sauvage*, *Grenoble*.

BUTLEN D. PELTIER M.L. PEZARD M. (2002) *Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : cohérence et contradictions*, Revue Française de Pédagogie, **140**, 41-52, Paris.

HUBERMAN M. (1989) La vie des enseignants : évolution et bilan d'une profession, *Delachaux & Niestle*.

ROBERT A. (1999) : *Recherches didactiques sur la formation professionnelle des enseignants de mathématiques du second degré et leurs pratiques en classe*, Didaskalia, **15**, 123-157.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche*, Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et des technologies, **2**-**4**, 505-528.

RODITI É. (2001) L'enseignement de la multiplication des décimaux en sixième. Étude de pratiques ordinaires ?, *Thèse de doctorat d'Université, Paris 7*.

ROGALSKI J. (2003) « *Y a-t-il un pilote dans la classe ? Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant.* » In ARDM, Actes du Séminaire National de Didactique des mathématiques, La Pensée Sauvage, Grenoble.

SAYAC N. (2003) *Les pratiques des professeurs de mathématiques de lycée : une approche croisée des influences du sexe, de l'âge et du cursus. Étude globale à partir de 255 questionnaires et locale à partir de 5 professeurs*, Thèse de doctorat d'Université, Paris 7.

ANNEXE 1 : QUESTIONNAIRE FORMATEURS 1ER DEGRÉ

1) Pensez-vous qu'il soit important ou irréaliste de prendre en compte la dimension personnelle des professeurs en formation ?

2) La majorité des PE qui nous est confiée sont des femmes. Il arrive cependant que quelques hommes viennent enrichir nos groupes en formation initiale ou continue : avez-vous remarqué des différences ? Si oui, de quelle nature ?

3) Vous avez certainement constaté, que certains PE s'engagent dans le métier d'enseignant en ayant déjà eu une expérience professionnelle ou assez tardivement. Pensez-vous que cela ait un impact sur la manière dont ils appréhendent la formation ?

4) Les PE que l'on a en formation sont issus de cursus totalement différents. Avez-vous remarqué une incidence de ce cursus sur leur positionnement professionnel, sur leur rapport à l'enseignement des mathématiques ou sur la façon dont ils perçoivent la formation ?

5) Quelle est votre opinion sur les affirmations suivantes :

❶ Les PE2 issus d'un cursus « sciences de l'éducation » sont plus aptes à appréhender la formation :

☐ Plutôt d'accord

☐ Plutôt pas d'accord

☐ Sans avis

<u>Commentaires</u>

❷ Les PE2 issus d'un cursus « STAPS» sont plus aptes à appréhender l'enseignement des mathématiques :

☐ Plutôt d'accord

☐ Plutôt pas d'accord

☐ Sans avis

<u>Commentaires</u>

❸ Les PE2 issus d'un cursus scientifique sont plus aptes à enseigner les mathématiques:

☐ Plutôt d'accord

☐ Plutôt pas d'accord

☐ Sans avis

<u>Commentaires</u>

❹ Les PE2 ayant eu des difficultés en mathématiques lors de leur scolarité rencontrent également des difficultés lors de leur formation en mathématiques :

☐ Plutôt d'accord

☐ Plutôt pas d'accord

☐ Sans avis

Commentaires

❺ Avez-vous repéré, en tant que formateur, des liens entre une certaine catégorie de PE2 et leur rapport à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ?

ANNEXE 2 : QUESTIONNAIRE ENSEIGNANT 1ER DEGRÉ

PREMIÈRE PARTIE : **Qui êtes-vous ?**

1) Madame ☐ Monsieur ☐

2) L'année de votre naissance : ……….

3) Êtes-vous :

☐ Professeur des écoles

☐ Instituteur

☐ Professeur des écoles anciennement instituteur

Quelle est l'année de votre 1er poste à ce titre ? ……………….

4) Depuis combien de temps enseignez-vous à l'école élémentaire ? ………… années

Avez-vous déjà enseigné en Maternelle ? ☐ Oui ☐ Non

si oui, combien d'années ? ………..

5) Dans quel type d'école enseignez-vous actuellement ?

☐ ZEP

☐ École d'application

☐ École « banale »

☐ École de « centre ville »

Avez-vous déjà enseigné dans une école en ZEP ? ☐ oui ☐ Non

si oui, combien d'années ? …………

6) Êtes-vous ou avez-vous déjà été :

☐ MAT

☐ DEA

☐ Maître formateur (envisagez-vous de le devenir ? oui / non)

☐ Maître formateur en service partagé

☐ Directeur d'école

7) Êtes-vous :

☐ Titulaire de votre poste (depuis combien d'années ? ………..)

☐ ZIL

☐

8) Avez-vous exercé un autre métier avant de devenir enseignant ?

Si oui, lequel ? ……………………………..

9) Lisez-vous des revues professionnelles type JDI, Education enfantine….

☐ Rarement

☐ Occasionnellement

☐ Régulièrement

10) Votre rapport aux mathématiques :

☐ Plutôt mauvais

☐ Plutôt bon

☐ Normal

11) Avez-vous un intérêt particulier pour :

☐ Les sciences

☐ La littérature

☐ Les arts

☐ La musique

☐ Le sport

☐ Autre, à préciser ………………………………………………..

Votre formation ?

12) De quel type de formation initiale avez-vous bénéficié ?

☐ École normale	☐ IUFM	☐ aucune	☐ autre
	(PE1 : oui / non)	Laquelle ? …………	

13) Quel est votre cursus ?

a- Quel baccalauréat avez-vous passé ?..........................

b- Dans quel domaine avez-vous fait des études ?..

☐ Sciences humaines	☐ sciences économiques, gestion
☐ Langues vivantes	☐ Droit et sciences politiques
☐ Lettres et sciences du langage	☐ EPS
☐ Maths, chimie, statistiques, *etc*.	☐ Arts

☐ Autre, à préciser : ………………………………………………………………...

c- Quel niveau de diplôme avez-vous ?

☐ DEUG ☐ Licence ☐ Maîtrise/ DEA ρ doctorat

14) Quelle est votre implication en formation continue :

☐ Un stage occasionnellement

☐ Un stage tous les ans

☐ Un stage régulièrement

☐ Un stage très rarement

15) Quelles sont vos attentes en formation :

☐ Renouvellement de pratique

☐ Distance par rapport à sa classe

☐ Compléments disciplinaires

☐ Rencontres professionnelles

☐ Autres, à préciser : ………………………………………………………………

Votre pratique ?

16) Travaillez-vous en équipe au sein de votre école ?

☐ rarement ☐ régulièrement v occasionnellement

Quand vous le faîtes, c'est à quelle occasion ?

☐ Élaboration de progressions communes

☐ Élaboration du projet d'école

☐ Élaboration de situations d'enseignement

☐ Échanges de services

☐ Évaluations

☐ Autre, à préciser : ....

17) Faites-vous travailler vos élèves en groupes :

☐ jamais ☐ rarement ☐ occasionnellement ☐ régulièrement

18) Comment concevez-vous la progression annuelle de votre classe ?

☐ Selon une progression établie par vous-même

☐ En collaboration avec d'autres enseignants

☐ En suivant le plan du manuel

☐ Autrement, à préciser :...

19) Suivez-vous les instructions officielles :

☐ scrupuleusement ☐ globalement ☐ pas toujours

20) Terminez-vous le programme de mathématiques que vous vous êtes fixé pour l'année :

☐ toujours ☐ généralement ☐ pas toujours ☐ rarement

21) Pour concevoir l'organisation de vos séances de mathématiques :

☐ Vous utilisez essentiellement le manuel de votre classe

☐ Vous utilisez plusieurs manuels ou livres de votre choix

☐ Vous suivez une organisation personnelle

☐ Autrement, à préciser : ....

22) Rencontrez-vous des difficultés pour élaborer vos séances de mathématiques ?

☐ oui ☐ non ☐ parfois

Si oui, à quel niveau se situent ces difficultés :

☐ Adaptation au niveau des élèves

☐ Choix des situations

☐ Gestion de l'hétérogénéité

☐ Contenu mathématique

23) Vos séances de mathématiques se déroulent-elles généralement comme vous l'avez prévu ?

☐ jamais ☐ rarement ☐ à peu près ☐ exactement

Sinon, d'après vous, de quels problèmes relèvent ces écarts :

☐ Gestion du temps

☐ Évaluation du travail donné aux élèves (trop facile ou trop difficile....)

☐ Gestion de la classe (hétérogénéité, mode de travail.....)

☐ Comportement des élèves

☐ Autres, à préciser : ....

24) Pensez-vous que votre pratique ait évolué depuis que vous enseignez ?

☐ oui ☐ non ☐ je ne sais pas

Si oui, à quoi imputez-vous ces changements :

- ☐ Expérience plus grande
- ☐ Rencontres professionnelles
- ☐ Évènement particulier (stage, changement d’école, de statut...)
- ☐ Raisons personnelles
- ☐ Autres, à préciser : ....

DE L'ANALYSE DE PRATIQUES EFFECTIVES DE PROFESSEURS D'ÉCOLE DÉBUTANTS NOMMÉS EN ZEP/REP À DES STRATÉGIES DE FORMATION

Pascale MASSELOT
Maître de conférences, IUFM de Versailles
DIDIREM Paris 7
PMasselot@aol.com

Monique PEZARD
Maître de conférences, IUFM de Créteil
DIDIREM Paris 7
Monique.Charles@creteil.iufm.fr

Résumé
Nous développons des stratégies de formation permettant de mieux préparer les futurs professeurs d'école à enseigner en milieu difficile. Elles concernent la formation initiale et un dispositif d'accompagnement des nouveaux titulaires lors de leur première affectation en ZEP / REP. Elles s'appuient sur des résultats de recherche portant sur les pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques dans ces milieux socialement défavorisés, résultats que nous rappelons au début de la communication.

En tant que formateurs IUFM en mathématiques dans des académies comportant beaucoup d'écoles classées ZEP/REP, nous sommes amenées à tenir compte, dans nos dispositifs de formation, des nombreuses affectations de professeurs d'école débutants dans ces classes difficiles. Après avoir précisé le cadre théorique dans lequel nous inscrivons nos analyses de pratiques, nous rappelons brièvement des résultats de recherches précédentes sur les pratiques enseignantes. Nous présentons ensuite des stratégies de formation susceptibles de mieux préparer les professeurs d'école à enseigner en ZEP/REP.

I – UN CADRE THÉORIQUE POUR L'ANALYSE DE PRATIQUES

Nous retenons l'idée que les pratiques enseignantes sont stables, complexes et cohérentes. De nombreuses recherches reprennent et développent ces caractéristiques qui semblent être des conditions internes à l'exercice du métier (Robert, 2001 ; Blanchard – Laville, Nadot, 2000 ; Goigoux 2002).

Notre recherche s'inscrit dans une double approche ergonomique et didactique. Pour analyser les activités proposées aux élèves, les itinéraires cognitifs potentiels ou effectivement mis en place par les professeurs, nous utilisons les concepts de la didactique des mathématiques. Pour restituer la complexité des pratiques enseignantes, nous avons repris la méthodologie élaborée par Robert (2001), notamment une analyse selon cinq composantes de l'activité du professeur (cognitive, médiative, personnelle, sociale et institutionnelle). Ainsi, la composante cognitive concerne l'organisation des savoirs, à court, moyen ou long terme prévue par l'enseignant, les scénarios associés, les itinéraires cognitifs, *etc*. La composante médiative concerne le discours du professeur et ses actes, les interactions dans la classe, les médiations (dévolution des tâches, discours d'accompagnement, modalités d'aides, *etc*.).

II – CE QUE NOUS SAVONS DES PRATIQUES DES PROFESSEURS D'ÉCOLE DÉBUTANTS EN ZEP/REP

Indépendamment des classes dans lesquelles le professeur est nommé, l'analyse des pratiques de professeurs d'école débutants a mis en évidence la cohérence de ces pratiques ainsi que des manques dans la formation généralement dispensée en IUFM (Masselot 2000). Il est apparu qu'une formation qui cherche d'abord à agir sur la composante cognitive des pratiques doit être enrichie par des dispositifs aidant le futur enseignant à gérer la mise en actes de son projet. La maîtrise de la gestion d'une séance s'appuie sur des connaissances relevant de la discipline enseignée et de la didactique de cette discipline mais doit également prendre en compte d'autres aspects qui relèvent de la composante médiative des pratiques.

Par ailleurs, nous avons analysé les pratiques de dix professeurs d'école enseignant les mathématiques dans des écoles de ZEP/REP scolarisant des élèves issus de milieux socialement très défavorisés[1]. Trois de ces professeurs sont des débutants affectés en première nomination en ZEP ; les sept autres enseignent depuis plus de cinq années en zone difficile. Les observations de leurs pratiques effectives ont mis en évidence que ces professeurs étaient confrontés à plusieurs contradictions (Butlen, Peltier, Pézard, 2002). Les systèmes de réponses qu'ils apportent dans l'exercice quotidien de leur métier sont cohérents et correspondent à des catégories de pratiques différentes. Cette cohérence ne semble pas dépendre du degré d'ancienneté. Des contraintes institutionnelles, sociales et personnelles marquent les pratiques et déterminent des normes que tout professeur doit respecter s'il ne veut pas être marginalisé. Un éventail limité de possibles est ainsi ouvert. Pour le décrire et pour expliquer les choix effectués par le professeur, nous avons emprunté à Clot (1998, 1999) la notion de genre en l'adaptant à notre objet d'étude. Nous avons notamment pris en compte la double nature de l'activité du professeur d'école enseignant les mathématiques à l'école primaire : transmettre des contenus disciplinaires (instruire) et former le futur citoyen (éduquer). Cela nous a permis d'élaborer une première catégorisation des pratiques observées. La prise en compte de déterminants de l'activité d'instruction du professeur d'école enseignant les mathématiques a permis de définir trois i (instruction)-genres caractérisés à partir de déterminants relevant de chacune des composantes évoquées ci-dessus. Pour décrire et comprendre comment un i-genre se révèle dans l'activité du professeur, nous identifions les gestes professionnels mobilisés (Butlen, 2004[2]) au cours de la mise en actes du projet d'enseignement. Nous rendons ainsi compte, au-delà des singularisations, des régularités observées dans les pratiques enseignantes.

Un des trois i-genre~~s~~ est très majoritaire ; il regroupe en effet sept des dix professeurs observés (deux débutants et cinq confirmés). Il se caractérise par des scénarios

---

[1] Il s'agit d'une recherche soutenue par le Centre Alain Savary de l'INRP regroupant des chercheurs de l'IUFM de Créteil (Butlen D., Masselot P., Pézard M.) et de Rouen (Barbier-Peltier M.L., Ngono B. et Dubut N.).

[2] Butlen D (2004) Deux points de vue pour analyser les pratiques observées (Première partie, chapitre 2) et Des exemples de difficultés liées à l'appropriation de gestes professionnels attachés à un enseignement de mathématiques en formation initiale de professeurs d'école (Partie 2, chapitre 6) In Peltier M-L (Ed) *Dur, dur, dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble, La Pensée Sauvage.

d’enseignement faisant une part importante à la présentation collective des activités, par des phases de recherche individuelle très courtes, voire inexistantes, par une individualisation très forte des parcours cognitifs et des aides apportées par le professeur. Cette individualisation systématique des activités proposées comme du traitement des comportements se traduit par des activités algorithmisées, parcellisées, par un découpage des tâches en tâches élémentaires et s’accompagne au quotidien d’un abaissement des exigences de la part du maître. Les phases de synthèse, de bilan et d’institutionnalisation sont quasi inexistantes. Un deuxième i-genre regroupant deux enseignants (confirmés) est proche du précédent mais s’en distingue notamment sur les présentations collectives des activités : elles sont quasi absentes. Un troisième i-genre, très minoritaire (un professeur débutant) se distingue des deux autres par des scénarios basés sur des problèmes engageant les élèves dans une réelle recherche et comportant quasi systématiquement des phases de synthèse, de bilan et des institutionnalisations locales ou plus générales. Les apprentissages comme les comportements sont traités collectivement.

La comparaison des pratiques des professeurs débutants et plus anciens observés montre que les équilibres établis par les différents enseignants le sont très rapidement et ne semblent pas étroitement liés à leur degré d'ancienneté. Tout se passe comme si les contraintes auxquelles sont assujettis tous les professeurs de ZEP/REP uniformisaient leurs pratiques dans les premières années d’exercice du métier, en réduisant les marges de manœuvre et donc les possibilités de réponses individuelles. Les professeurs débutants recherchent rapidement des pratiques rassurantes, supposées efficaces car mises en œuvre par des collègues plus anciens. D’autre part, l’analyse de leurs pratiques ainsi que les entretiens que nous avons menés avec eux confirment l’existence de manques dans la formation initiale reçue à l’IUFM.

III – DES RECHERCHES SOULEVANT DES QUESTIONS DE FORMATION

Nous avons élaboré des stratégies de formation qui s’appuient sur les résultats de nos recherches sur les pratiques enseignantes en ZEP/REP. Celles-ci concernent la formation initiale mais aussi l’accompagnement des nouveaux titulaires pendant leurs deux premières années d’enseignement. Il s’agit de contribuer à l’amélioration des apprentissages des élèves issus de milieux défavorisés mais aussi à l’amélioration des conditions d’exercice du métier au quotidien des maîtres concernés. A partir des constats effectués lors de nos recherches, nous avons défini plusieurs axes de formation : prendre en compte les contraintes spécifiques des ZEP/REP, inscrire les interventions des formateurs dans la cohérence (en cours de construction) des pratiques des professeurs, créer les conditions d’une appropriation de gestes professionnels efficaces.

IV – DES PISTES POUR MIEUX PRÉPARER LES PROFESSEURS D’ÉCOLE À ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES EN ZEP/REP

Les pratiques de la très grande majorité des enseignants observés se caractérisent notamment par une baisse des exigences et un choix de scénarios risquant de priver les élèves d’apprentissages collectifs. L’existence de pratiques différentes (très minoritaires) laisse penser que d’autres alternatives sont possibles.

IV – 1 Entrer en résonance avec la logique du futur enseignant

Nous avons mis en évidence que les pratiques d'un enseignant débutant s'inscrivent très tôt dans un système cohérent propre à chaque enseignant. Cela nous amène à nous poser la question de l'étanchéité de certains de ces systèmes par rapport au contenu de la formation. Il semble en effet qu'un enseignant qui s'inscrit dans une logique différente de celle du formateur ne puisse intégrer les éléments de la formation qui lui sont proposés, même localement, en raison justement de la nécessaire cohérence du système qu'il se construit. La complexité des pratiques est ainsi à la fois une cause de résistance et de cohérence.

Il nous paraît donc nécessaire de réfléchir à la manière dont le contenu et les stratégies de formation peuvent entrer en résonance avec les conceptions personnelles des futurs enseignants afin de faciliter l'évolution de ces conceptions et la construction d'un ensemble plus flexible de pratiques, susceptible d'évolution comme d'adaptation. En formation initiale comme dans l'accompagnement des nouveaux titulaires, le formateur doit donc essayer d'identifier des éléments de la logique qui sous-tend la pratique de l'enseignant pour pouvoir entrer en résonance avec cette logique. Pour cela, on ne peut se restreindre au seul recueil de témoignages, une observation de pratiques effectives nous semble incontournable.

D'autre part, il nous paraît important d'inclure dans la formation une description précise des écoles de ZEP/REP et de leurs élèves afin d'enrichir les représentations que les enseignants débutants peuvent avoir de ce public. Souvent cette information existe dans les IUFM mais elle est ressentie comme trop générale dans sa description sociologique et trop technique dans sa présentation du fonctionnement du réseau REP. Le plus souvent, les enseignants débutants ont déjà une certaine représentation des élèves fréquentant les écoles de ZEP/REP et de leurs difficultés. Cette représentation est construite à partir des images plutôt caricaturales transmises par les médias. S'ils ne proposent pas de situations de recherche « consistantes », c'est en partie parce qu'ils pensent que leurs élèves ne disposent pas des connaissances nécessaires pour réussir, voire pour s'engager dans l'activité. Ces doutes sont souvent confirmés par les déclarations de leurs collègues plus anciens. Ils semblent identifier élèves de ZEP et élèves en difficulté. La formation gagnerait donc en efficacité en donnant une information plus précise comportant davantage d'éléments de diagnostic sur les difficultés d'apprentissage des élèves. Cela aiderait à distinguer ce qui relève du comportement de ce qui relève du cognitif dans les difficultés des élèves.

Ce pourrait être l'occasion de décrire les contraintes auxquelles les professeurs d'école de ZEP/REP sont assujettis et leurs effets sur les pratiques au quotidien, notamment les contradictions qu'elles engendrent. Une explicitation s'appuyant sur des exemples pouvant servir de références pourrait être développée avec profit, en particulier dans le cas de la contradiction opposant une logique de la socialisation et une logique des apprentissages disciplinaires. Nos travaux précédents montrent que cette dernière est particulièrement sensible en ZEP/REP. (Butlen, Peltier, Pézard, 2002).

IV – 2 Présenter des alternatives cognitives adaptées au public de ZEP/REP

Un des objectifs de la formation est d'aider les futurs enseignants dans le choix des situations d'apprentissage à proposer aux élèves. Il nous paraît important de leur apprendre comment adapter les situations présentées en formation aux élèves de ZEP/REP. Il s'agit de ne pas se limiter a priori dans le choix des situations mais de montrer qu'il est possible, tout en gardant leur richesse, de les modifier pour ce public.

Cette adaptation doit être guidée par la prise en compte de différents critères explicitement définis.

Nous donnons quelques exemples de critères guidant l'adaptation de situations construites pour un public standard (complexité, durée, découpage et planification des tâches) ou la mise en place de situations élaborées pour prévenir ou remédier à certaines difficultés spécifiques (contexte, lien entre connaissances anciennes et connaissances nouvelles).

La durée et le degré de complexité des situations : lors d'entretiens, les trois professeurs débutants reprochent à la formation de proposer des situations faites pour des classes standard. En effet, ces situations sont souvent issues ou inspirées par des ingénieries didactiques construites à l'occasion de recherches testées dans des classes « ordinaires »[3]. Il s'agit de travailler avec ces professeurs les outils nécessaires pour repenser ces situations en vue d'un enseignement prenant en compte les spécificités de leur public, afin qu'ils puissent proposer des situations suffisamment complexes pour que la notion abordée puisse prendre du sens mais suffisamment simples pour que les élèves puissent mobiliser les connaissances nécessaires pour s'engager dans l'activité. De plus, nous avons observé une usure rapide des situations devant des élèves en difficulté. Les professeurs doivent en tenir compte sans pour autant oublier que tout apprentissage demande du temps.

Le découpage de la tâche : dans les pratiques dominantes du genre majoritaire observé, nous avons souvent relevé un découpage quasi systématique de la tâche de l'élève en tâches élémentaires le plus simplifié possible. Si les activités algorithmisées se justifient dans les phases d'entraînement, les situations d'apprentissage, notamment de notions nouvelles, doivent laisser à l'élève une part d'initiative, en particulier un temps de recherche réel.

Le contexte des situations : elles peuvent être choisies dans des contextes variés non nécessairement proches du vécu des élèves contrairement à une pratique assez répandue, notamment en ZEP. Cette pratique se fonde sur l'idée que le choix d'un contexte proche du vécu des élèves va faciliter la dévolution du problème et montrer l'utilité des mathématiques dans la vie courante. Or nous avons pu constater à plusieurs reprises des effets pervers de cette pratique (Ngono, 2003) : les élèves se situent dans un domaine de rationalité autre que les mathématiques et l'enseignant se trouve alors confronté à une difficulté supplémentaire. Souvent il ne peut résister aux malentendus ainsi créés et à défaut d'anticipation, il ne réussit pas à revenir au problème mathématique initial.

L'ancrage du nouveau dans l'ancien : les élèves de ZEP présentent souvent un manque de confiance en leurs capacités et un manque d'assurance dans leurs compétences déjà acquises. Des phases de rappels plus nombreuses et plus régulières (Perrin-Glorian, 1993, Butlen, Pézard, 2003) permettent alors de rassurer les élèves, de leur donner des repères et de les aider à prendre du recul par rapport à leurs connaissances. Il s'agit de mettre en relation les différentes activités et d'ancrer les connaissances nouvelles dans les connaissances anciennes.

---

[3] Il s'agit de classes ne présentant pas de complexité particulière : effectif raisonnable, un seul niveau, non classement en ZEP …

IV – 3 Prendre davantage en compte les questions relatives au médiatif

Il nous semble que, pour prendre sens, les différents apports explicités ci-dessus doivent être mis en perspective avec les pratiques effectives. Sans une mise en œuvre, même limitée, de projets d'enseignement, ils risquent de rester trop éloignés des réalités quotidiennes de l'exercice du métier. Sans ancrage dans des pratiques, ils ne peuvent être complètement appréhendés par des professeurs en formation qui n'ont pas encore rencontré les contraintes du milieu en question. C'est pour cela que nous pensons indispensable de les intégrer dans une formation initiale spécifique comportant un dispositif adapté à l'analyse des pratiques, c'est-à-dire qui fasse le lien entre les apprentissages disciplinaires dispensés à l'IUFM et les apprentissages « pratiques » effectués lors des différents stages (responsabilité ou tutelle). Ces deux volets de la formation restent encore trop étanches. Nous présentons maintenant les modalités et les contenus de ce dispositif appelé « ateliers d'analyse de pratiques professionnelles ». Nos situations, sous une forme adaptée, nous semblent aussi pouvoir être intégrées au dispositif d'accompagnement à la prise de fonction des nouveaux titulaires.

Elles s'appuient sur des résultats de recherches portant sur l'analyse des pratiques enseignantes effectuées en didactique des mathématiques et plus largement en sciences de l'éducation (Goigoux, 2002 ; Blanchard-Laville, Nadot, 2000 ; Perrenoud, 1994). Elles prennent aussi en compte les travaux effectués sur le micro-enseignement (Altet, Britten, 1983 ; Crahay, 1979) et sur l'utilisation de l'outil vidéo dans la formation des enseignants (Mottet, 1997). Elles visent à favoriser l'acquisition et la construction de gestes professionnels. Elles peuvent par la suite constituer une référence pour l'analyse de pratiques. L'outil vidéo permet une analyse réflexive des pratiques à partir d'échanges entre pairs mais aussi avec différents formateurs. Nos situations sont indépendantes des différents types de stages (en pratique accompagnée ou en responsabilité) prévus dans la formation de tous les professeurs d'école et sont menées dans le respect de la personnalité de chaque stagiaire.

IV – 3.1 Une observation de gestes professionnels experts

Le dispositif de formation peut être initialisé par une observation et une analyse fine de gestes professionnels experts. Par exemple, cela peut se faire à partir de protocoles de séances menées par le professeur du i-genre minoritaire et de productions d'élèves correspondantes. La présentation de cette pratique ne doit pas être interprétée comme une « norme » mais doit permettre d'élargir le champ des possibles, d'envisager des alternatives entre ce qui est dit en formation et ce que le professeur débutant en ZEP/REP pense pouvoir faire dans sa classe.

IV – 3.2 Une résolution de problèmes professionnels restreints

Le professeur stagiaire est confronté à l'exécution de certaines tâches limitées de gestion, la gestion globale de la classe étant provisoirement laissée de côté. Il ne s'agit pas d'assurer l'enseignement de toutes les disciplines pendant plusieurs semaines mais au contraire de réaliser des activités élémentaires à l'occasion de la mise en œuvre de projets d'enseignement limités dans le temps.

IV – 3.3 Une mise en œuvre de gestes professionnels contextualisés, marqués par des contenus mathématiques et permettant de réaliser un projet d'enseignement proche de ceux exposés en formation

Les gestes professionnels étudiés sont marqués par les contenus mathématiques enseignés. Il s'agit d'amener les professeurs stagiaires à mettre en œuvre des séquences de mathématiques visant l'apprentissage d'une notion nouvelle à partir de la résolution d'un problème « consistant ». Le déroulement d'une telle séance doit comporter des phases de recherche autonome (individuelle ou collective) et des phases de bilan et de synthèse des productions des élèves. Ces dernières conduisent à des institutionnalisations locales ou plus générales. Elles se prolongent par des activités de réinvestissement plus ou moins décontextualisées. Le but est de confronter les professeurs novices aux difficultés de mise en œuvre et de leur permettre de s'approprier les gestes professionnels qui permettent de les dépasser. Pour les formés, il s'agit de réaliser une séquence d'enseignement dans un milieu « protégé » toutefois proche de la réalité scolaire. Le stagiaire n'a pas à assumer les conséquences de ses éventuelles maladresses et n'est pas évalué.

IV – 3.4 Une analyse réflexive, partagée avec des pairs, fondée sur un dispositif audiovisuel

Nous reprenons l'idée d'un retour réflexif sur les pratiques effectives du stagiaire s'appuyant sur un document audiovisuel et une observation précise de l'acte d'enseignement. Chaque séance fait l'objet d'une analyse en deux temps s'appuyant sur des échanges entre pairs mais aussi sur les interventions d'un ou plusieurs formateurs de statuts différents (spécialiste d'une discipline ou maître-formateur) : une analyse « à chaud » et une analyse différée dans le temps à partir du document filmé, débouchant sur la préparation de la séance suivante ou sur les adaptations à apporter au scénario initialement élaboré par les stagiaires.

IV – 3.5 Des passages obligés

Il semble que le cycle précédent doit être reproduit au moins deux fois. En effet, des stagiaires peuvent se révéler capables d'analyser sur un document audiovisuel des erreurs ou maladresses professionnelles et pourtant les reproduire dans l'action. Ce type d'analyse permet cependant au stagiaire de se constituer des premières « références » pour son action future et pour un retour sur sa propre pratique. L'analyse de la pratique d'un pair ne suffit pas toujours, la réitération d'erreurs peut être parfois indispensable à une réelle prise en compte, dans l'action, des changements de pratiques à effectuer.

C'est dans les moments d'élaboration du projet et d'analyse réflexive des séances réalisées que le formateur peut avoir accès à des éléments de la logique du futur professeur d'école. Il s'agit pour lui de repérer les priorités de l'enseignant débutant, ce qui motive ses choix et ce qui sous-tend son projet. Il peut prendre des indices sur la manière dont l'enseignant novice identifie et explicite les décisions prises spontanément au cours de la séance. Il peut aussi évaluer la capacité du futur professeur d'école à prendre du recul par rapport à sa pratique, par exemple dans sa manière d'analyser les écarts entre son projet et sa mise en actes. Le formateur est ainsi amené à trouver des moyens adaptés pour entrer en résonance avec des éléments de la logique de l'enseignant débutant qui ont pu être identifiés.

IV – 4 Prendre en compte les aspects institutionnels

L’enseignement en ZEP/REP implique des contraintes spécifiques. Le travail en équipe y est incontournable pour au moins deux raisons. D’une part, l’enseignant est nécessairement amené à collaborer avec ses collègues de l’école et de la circonscription, à échanger avec d’autres partenaires (psychologues, enseignants du RASED[4], parents, …). De nombreuses rencontres sont régulièrement organisées par l’institution. Cela impose une certaine transparence dans le travail : « il faut dire ce que l’on fait, entrer dans des projets »… D’autre part, le travail en équipe avec les collègues des autres classes de l’école s’avère indispensable pour « résister » au quotidien. Il nous parait important que l’enseignant ne se sente pas seul pour affronter les problèmes de gestion de classe ainsi que ceux posés par les comportements des élèves.

Il semble également important de mettre en garde les futurs enseignants de ZEP/REP à propos de certaines dérives possibles découlant d’une interprétation caricaturale de certaines orientations ministérielles. En effet, les professeurs de ces écoles sont souvent amenés à mettre en place des projets « innovants » ayant pour objectifs de socialiser et de motiver davantage les élèves. Ces projets ont souvent peu de liens avec l'« ordinaire » de la classe et ne sont pas évalués en termes d’apprentissages pour les élèves. Cette course à l’innovation risque donc de se révéler finalement dommageable pour la réussite scolaire. Il en est ainsi de la différenciation pédagogique. Nécessaire, cette différenciation est souvent institutionnalisée dans les classes de ZEP/REP de manière un peu caricaturale. Par exemple, la présence dans l’école d’un ou de plusieurs maîtres exclusivement affectés au soutien des élèves, en général très appréciée des enseignants de ZEP/REP, ne doit toutefois pas déboucher sur une trop grande individualisation des apprentissages dont nous avons par ailleurs souligné les risques.

IV – 5 Travailler sur la durée : accompagner les premières années d’exercice

La formation des enseignants doit s’inscrire dans la durée : la formation initiale ne peut pas aborder toutes les spécificités qui risquent de poser problème aux débutants. Les pratiques de ces professeurs se caractérisent par la recherche d’un équilibre fragile fait de contradictions et de cohérence. La première année d’exercice est délicate, particulièrement en ZEP/REP où les débutants sont confrontés à de multiples problèmes. Nous avons constaté que tout élément extérieur, toute intervention mal pensée peut accroître les difficultés de ces professeurs. De même des innovations, même limitées, mais trop éloignées des pratiques usuelles peuvent avoir des effets négatifs. Un accompagnement à la prise de fonction aurait pour but d’aider les enseignants à dépasser leurs contradictions et à se construire un système personnel cohérent de réponses aux contraintes qui pèsent sur eux sans augmenter l’inconfort déjà existant. Les interventions peuvent reprendre des éléments du dispositif de formation initiale précédemment décrit visant à enrichir les pratiques. Elles doivent tenir compte des demandes immédiates des débutants et contribuer à élargir le champ des possibles sans déstabiliser. Les apports fournis devraient alors trouver chez les nouveaux titulaires un écho positif, sans doute plus difficile à obtenir chez des stagiaires en formation initiale.

[4] RASED : Réseau d’Aide à la Scolarisation des Élèves en Difficulté.

V – NOTRE RECHERCHE ACTUELLE

Les résultats accumulés sur les pratiques enseignantes nous conduisent à construire, expérimenter et évaluer (d'un point de vue qualitatif dans un premier temps) les effets d'un dispositif d'accompagnement des nouveaux titulaires en ZEP/REP sur les pratiques effectives des professeurs d'école et sur les apprentissages des élèves concernés. Notre objectif est double : mieux préparer les professeurs d'école débutants à enseigner en REP/ZEP mais aussi mieux comprendre la formation des pratiques enseignantes.

Ce dispositif a donc pour objet d'accompagner les professeurs des écoles affectés en première nomination en ZEP lors de leurs deux premières années d'exercice. Il comporte quatre types de situations de formation.

V – 1 Situation d'Information et de Questionnement (S.I.Q.)

Ce premier type de situation comporte trois volets.

Un premier volet concerne l'adaptation de situations et de programmations en vue d'un enseignement en ZEP, en prenant en compte un double point de vue cognitif et médiatif. Il nous semble que ces deux aspects doivent sans cesse être liés car l'action sur la composante cognitive seule ne suffit pas : il faut aider le futur enseignant à gérer la mise en actes de son projet et donc prendre en compte la composante médiative. La question de l'adaptation des scénarios à un public de ZEP doit être particulièrement travaillée (notamment par un jeu sur les variables didactiques) ainsi que celle de l'aide aux élèves. Les scénarios étudiés doivent être facilement réinvestissables par les enseignants débutants. Cette étude peut se faire à partir de certains contenus mathématiques qui nous semblent emblématiques pour l'apprentissage des élèves. Pour notre part, nous avons choisi le calcul mental, la géométrie et la résolution de problèmes classiques.

Le calcul mental est en général une activité motivante pour les élèves. Les exercices proposés dans les manuels ne sont pas toujours très variés, aussi avons-nous proposé aux stagiaires un document ressource présentant différentes activités de calcul mental à différents niveaux. De plus, le calcul mental demande une gestion particulière de la classe : organisation rituelle, nécessité de moments collectifs d'explicitation des procédures, moment de négociation du contrat didactique… Notre choix est aussi guidé par les nouveaux programmes de l'école élémentaire où le calcul mental est présenté comme une activité fondamentale en liaison avec le calcul réfléchi. Enfin, en ZEP, les élèves rencontrent souvent des difficultés de lecture. La résolution de problèmes formulés oralement peut alors être l'occasion d'éliminer ces difficultés et de travailler directement des notions mathématiques.

La géométrie est un domaine mathématique souvent mal maîtrisé par les professeurs des écoles qui ont en majorité une formation antérieure peu scientifique. Au cours de leur formation initiale, ils n'ont pu observer de séance de géométrie en classe que très rarement car les maîtres formateurs laissent souvent ce domaine aux maîtres qui les remplacent pendant leur service à l'IUFM. De plus beaucoup de fichiers présentent des activités géométriques assez pauvres. Notons qu'il est sans doute plus difficile dans ce domaine de cerner la difficulté des tâches proposées, de hiérarchiser les activités, d'anticiper sur les connaissances des élèves, sur leurs procédures. La géométrie peut être l'occasion de « revaloriser » certains élèves de ZEP, de mettre en évidence de réelles capacités. Comme pour le calcul mental, nous avons fourni aux enseignants débutants un document ressource présentant différents types d'activités géométriques empruntées à différents manuels de l'élève : mise en évidence des variables didactiques ou autres dans des activités de reconnaissance, description, reproduction et construction de figures planes, variété des supports et évocations de diverses modalités de gestion.

La résolution de problèmes classiques est intéressante à travailler avec les nouveaux titulaires car les élèves de ZEP ont beaucoup de difficultés dans ce domaine. Nous appelons problèmes classiques des problèmes ne présentant pas de difficulté particulière, mettant en jeu une (ou éventuellement plusieurs) opérations et pour lesquels une automatisation est visée. Un des objectifs principaux d'un professeur de ZEP doit être que ses élèves sachent résoudre ces problèmes standards faisant intervenir les opérations arithmétiques connues au niveau où il enseigne. Comme pour les autres thèmes, un document ressource est fourni. Nous insistons sur la nécessité de construire le sens, sans en faire un préalable à une automatisation : sens et techniques sont pour nous dialectiquement liés (Butlen, 2005). Avant d'utiliser et de maîtriser la procédure experte, l'élève peut passer par des procédures personnelles de plus en plus élaborées.

A partir des documents fournis par les chercheurs, mais aussi à partir d'autres ressources disponibles en mathématiques (livres de l'élève et du maître, documents pédagogiques sur papier ou informatiques (sites internet), matériels divers pour la numération, la géométrie, les jeux…), chaque enseignant débutant peut ainsi se constituer des éléments de programmation contextualisés par rapport à ses propres élèves.

Le second volet est centré sur les gestes professionnels. A partir de protocoles, de vidéos témoignant de pratiques effectives « externes » (mises en œuvre par d'autres professeurs de ZEP que les professeurs accompagnés), il s'agit de s'interroger sur des gestes et routines professionnels, en liaison avec différents genres de pratiques. On pourra en particulier expliciter certains gestes mis en évidence lors de notre recherche précédente et supposés « efficaces » pour l'enseignement en milieu difficile. Une information sur les pratiques existantes en ZEP et sur certaines dérives possibles (individualisation trop importante, absence de phases collectives, notamment d'institutionnalisation, réduction des exigences…) nous semble indispensable. Cette information doit s'appuyer sur un questionnement en direction des formés.

Le troisième volet comporte une information sur les contraintes spécifiques aux ZEP, sur les contradictions vécues quotidiennement par les professeurs de ces classes. L'accent peut être mis sur la contradiction entre logique de socialisation et logique d'apprentissage dont le dépassement est un enjeu décisif pour l'enseignement en ZEP.

V – 2 Situation de Compagnonnage (S.C.)

Elle consiste à observer les classes des enseignants accompagnés et à répondre individuellement aux questions posées. Pendant cette phase de compagnonnage, le chercheur est une personne « ressource ». Les échanges peuvent se faire directement, par téléphone, par courrier papier ou électronique. Les réponses apportées sont alors complètement contextualisées par rapport à la classe de l'enseignant débutant. Par ailleurs, nous essayons de répondre sans être trop précis, de manière à laisser une marge de manœuvre au professeur. Par exemple, pour l'apprentissage de certaines notions, nous donnons des lignes directrices et fournissons plusieurs exemples de situations qui nous paraissent suffisamment « riches ».

V – 3 Situation d'Échanges visant une Mutualisation des pratiques (S.E.M.)

Sur la base de témoignages des enseignants débutants, il s'agit de mettre en place une pratique réflexive à partir d'échanges entre pairs et avec les chercheurs. Ces échanges sur les pratiques effectives, sur leur efficacité et leurs limites, permettent de mettre en commun les expériences de chacun et de les analyser collectivement. Cette situation peut aussi comporter des entretiens (à partir d'un questionnaire préalablement défini) entre les professeurs accompagnés d'une part et les chercheurs d'autre part.

V – 4 Situation d'Information, d'Échange et de Questionnement plus Contextualisée (S.I.E.Q.C.)

Il s'agit de reprendre le premier type de situation (S.I.Q.), en particulier le travail sur l'adaptation de situations (privilégiées par la formation, caractéristiques du i-genre minoritaire) à un public de ZEP, mais de manière encore plus contextualisée. Ce quatrième type de situation est l'occasion d'initialiser chez les professeurs accompagnés une pratique réflexive, notamment à partir de l'analyse de pratiques effectives d'un enseignant confirmé de l'école (proche du i-genre minoritaire).

De façon générale, le dispositif d'accompagnement doit prendre en compte l'institution. Les situations du premier type (S.I.Q.) sont proposées lors du stage de prise de fonction des nouveaux professeurs des écoles qui se déroule soit sur trois semaines en début d'année soit sur trois fois une semaine au cours du premier et du second trimestre. Les situations de compagnonnage, d'échanges et de mutualisation des pratiques (S.C. et S.E.M.) supposent des observations de classes et des regroupements réguliers entre enseignants accompagnés et chercheurs. Les situations de type S.I.E.Q.C. peuvent être proposées au cours d'un stage d'école concernant tous les enseignants d'une école, en particulier des débutants en seconde année d'exercice (NT2). Ce dernier type de situation n'est réalisable que si la demande de stage, liée à un projet pour l'école, est impulsée et fortement soutenue par la direction de cette école et par l'inspecteur de la circonscription. Elle suppose qu'il y ait déjà dans l'école une habitude de travail en équipe.

Les situations de type S.C. et S.E.M. peuvent être reprises après une situation de type S.I.E.Q.C. Il s'agit alors d'amener les enseignants accompagnés vers une analyse réflexive individuelle et / ou collective de plus en plus poussée de leurs pratiques effectives.

V – 5 Mieux comprendre la formation des pratiques enseignantes

Qu'est-ce qui amène un professeur d'école débutant à s'inscrire dans un i-genre plutôt qu'un autre ? Comment s'installent les pratiques ? Y a t il des moments cruciaux au cours de la formation ou des premières années d'exercice ? A cette étape de notre recherche, nous pouvons donner quelques constats.

Pour certains professeurs d'école débutants en ZEP, le i-genre est affirmé très tôt, indépendamment du dispositif d'accompagnement. C'est le cas d'un professeur qui s'inscrit d'emblée dans le i-genre minoritaire. Pour les autres, on peut, dès la première année, pressentir une ébauche d'inscription dans un i-genre, mais cela demande une analyse plus détaillée. De façon générale, il y a nécessité de prendre en compte plusieurs facteurs : le contexte social et institutionnel de l'école (la direction de l'école peut jouer un rôle important dans l'impulsion de tel ou tel type de pratique), les manuels (il semble que les manuels utilisés en mathématiques lors des deux premières années aient un rôle déterminant dans la construction des pratiques des débutants), le niveau scolaire de la première classe dans laquelle on enseigne (on ne construit pas forcément la même pratique si on commence par un CP ou par un CM2).

BIBLIOGRAPHIE

ALTET M., BERBAUM J. (1982) Micro-enseignement, *Pressse Universitaires Françaises, Paris*.

ALTET M., BRITTEN J.D. (1983) Le micro-enseignement. Une méthode rationnelle de formation des enseignants, *Paris. Dunod*.

BLANCHARD- LAVILLE C., NADOT S. (2000) Malaise dans la formation des enseignants, *L'Harmattan, Paris.*

BROUSSEAU G. (1986) *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*, Recherches en didactique des mathématiques, **7/2**, La pensée Sauvage, Grenoble.

BUTLEN D., PELTIER-BARBIER M-L., PEZARD M. (2002) *Nommés en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP. Contradictions et cohérence*, Revue Française de Pédagogie, **140**, Paris, 41-52.

BUTLEN D., PELTIER-BARBIER M.L., PEZARD M. et al. (2002) *Pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en REP : Cohérences et contradictions*, Cahier DIDIREM n° 44, IREM de Paris 7, Paris.

BUTLEN D., PEZARD M. (2003) *Etapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques*, Recherches en didactique des mathématiques, **2/3**, La pensée Sauvage, Grenoble, 41-78.

BUTLEN D., MASSELOT P., PEZARD M. (2004) in PELTIER M-L. (Ed) Dur , dur, dur d'enseigner en ZEP, *La Pensée Sauvage, Grenoble*.

CLOT Y. (1999) La fonction psychologique du travail, *Presses Universitaires Françaises, Paris*.

CRAHAY M. (1979) *Un essai de micro-enseignement. Une perspective fonctionnelle*, Revue Française de Pédagogie, **48**, Paris.

CRAHAY M. (1989) *Contraintes de situations et interactions maître-élève : changer sa façon d'enseigner, est-ce possible ?* Revue Française de Pédagogie, **88**, 67-94, Paris.

GOIGOUX R., (2002) *Analyser l'activité d'enseignement de la lecture : une monographie***,** Revue Française de Pédagogie, **138**, Paris, 125-134.

MASSELOT P. (2000) De la formation initiale en didactique des mathématiques (en centre IUFM) aux pratiques quotidiennes en mathématiques, en classe, des professeurs d'école (une étude de cas), *Doctorat de didactique des mathématiques, IREM Paris 7, Université Denis Diderot - Paris 7.*

MOTTET G. Ed. (1997) La vidéo-formation, Autres regards, autres pratiques, *L'Harmattan, Paris*.

NGONO B. (2003) Étude des pratiques des professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans les classes difficiles – Étude de l'impact éventuel de ces pratiques sur les apprentissages, *Doctorat de didactique des mathématiques, IREM de Paris 7, Université Denis Diderot - Paris 7.*

PERRENOUD P. (1994) La formation des enseignants entre théorie et pratique, *L'Harmattan, Paris*.

PERRIN-GLORIAN M.J. (1993) *Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles*, Recherches en didactique des mathématiques, **13/1.2**, La pensée sauvage, Grenoble, 5-118.

ROBERT A. (1999) *Pratiques et formation des enseignants*, Didaskalia, **15**, 23-157.

ROBERT A. (2001) *Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant,* Recherches en Didactique des Mathématiques, **21/1.2**, La pensée sauvage, Grenoble, 57-80.

ROBERT A., ROGALSKI J. (2002) *Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche*, Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education (La Revue Canadienne de l'Enseignement des Sciences des Mathématiques et des Technologies), **2-4**, 505-528.

ROBERT A. (2004) *Des analyses d'une séance en classe (à partir d'une vidéo) aux analyses des pratiques des enseignants de mathématiques : perspectives en formation d'enseignants*, *Documents pour la formation des enseignants*, Cahier n° 3, IREM de Paris 7, Paris.

DIRE OU ÉCRIRE ? ACTIVITÉS D'ÉCRITURES RÉFLEXIVES DANS UNE SITUATION DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES DE PROPORTIONS EN CYCLE 3

Jean-Claude RAUSCHER
Maître de conférences, IUFM d'ALSACE
LISEC ULP Strasbourg
IREM de Strasbourg
`Jean-Claude.Rauscher@Alsace.iufm.fr`

Résumé
Quelle contribution peut apporter le recours à la production « d'écrits réflexifs » par les élèves au développement de leurs connaissances ? C'est la question qui est envisagée ici dans le cadre d'une expérimentation menée en fin d'école primaire à propos de la résolution de problèmes relevant de la notion de proportionnalité. Les problèmes considérés sont des problèmes de comparaison de mélanges proches de ceux de Noelting (1980). Inspirées par les travaux de Duval (1998), nos observations repèrent un obstacle dans l'exploitation des écrits des élèves en classe pour passer d'une situation de formulation à une situation de validation : une « pratique orale » de l'écrit par les élèves. Spontanément, les élèves écrivent comme ils parlent, sans retour sur ce qu'ils écrivent. Le dispositif élaboré et mis à l'épreuve a alors le but d'initier les élèves à une « pratique écrite » par l'objectivation de leurs écrits. Nous analysons dans quelle mesure cette initiation est réussie et quelles sont ses conséquences, d'une part sur la nature des validations possibles par les élèves, et d'autre part sur le développement de leurs connaissances.

Mots clés : Résolution de problèmes - proportionnalité - écrits réflexifs - dire - écrire - valider.

I – INTRODUCTION

Dans le cadre d'une expérimentation menée en fin d'école primaire à propos de l'initiation à la notion de proportionnalité, nous nous posons la question de la contribution que peuvent apporter des écrits dans le cas de la résolution de problèmes destinés à développer des connaissances chez les élèves à propos de cette notion.

Notre projet initial était d'utiliser les écrits produits par les élèves à la suite d'une comparaison de plusieurs problèmes à résoudre comme base d'une situation de validation en classe.

Mais dans cette entreprise nous nous sommes heurté au fait que les écrits, majoritairement incomplets ou incompréhensibles, n'étaient pas immédiatement utilisables pour cela. Spontanément, les élèves ont recours à une « pratique orale » de l'écrit (Duval, 1998). Néanmoins ces écrits témoignaient de pensées balbutiantes qui méritaient d'être prises en compte.

Dans ce but, nous avons réorienté le projet initial. Au lieu de faire travailler les élèves directement sur les procédures de résolution, nous avons mis en place un dispositif de comparaisons de leurs écrits initiaux qui permettait d'attirer leur attention sur la structure des écrits produits. Pour cela nous avons choisi de centrer les élèves sur les écrits initialement produits à propos d'un problème qui ne nécessitait pas de travail heuristique important pour être résolu et, qu'à juste titre, les élèves avaient estimé « facile ».

Dans la nouvelle perspective, les écrits demandés aux élèves n'avaient plus comme fonction principale d'être immédiatement des outils au sein de la classe pour communiquer ou débattre. Ils entraient dans le cadre d'activités d'écritures réflexives personnelles permettant un contrôle et un développement de la pensée par chacun.

Nous expliquerons plus précisément comment nous sommes arrivé au dispositif mis en place. Il vise à faire passer les élèves d'une posture orale dans leurs écrits à une posture d'écriture réfléchie. Nous examinerons ensuite à partir des écrits produits par quelques élèves représentatifs les évolutions constatées et les progrès réalisés dans le domaine des apprentissages mathématiques en jeu. Nos observations nous amènent à affirmer que ces dispositifs d'écritures réflexives recèlent un potentiel de progrès importants pour les élèves en mathématiques.

II – LA PERSPECTIVE INITIALE DU DISPOSITIF : DES ÉCRITS RÉFLEXIFS EN APPUI À L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

II – 1 Le contexte de l'expérience

La classe de CM1/CM2 de 24 élèves où s'est déroulé l'essai pris en considération ici était la classe de Mme Régine Baltz, PEMF à l'école Karine de Strasbourg Hautepierre. L'école est située dans une « zone d'enseignement prioritaire » où des difficultés sociales dans l'environnement des élèves sont donc reconnues par l'Éducation Nationale. L'expérience s'est déroulée en novembre 2001 sur 4 séances d'une heure chacune espacées de 2 à 4 jours chaque fois.

II – 2 Le contenu de l'enseignement

Le projet visait à initier les élèves à la notion de proportionnalité. En accord avec les indications des programmes nous considérions qu'il ne s'agissait pas d'étudier cette notion pour elle-même. Cette étude, plus formelle, relève du collège. Il s'agissait ici de l'aborder par la résolution d'un ensemble de problèmes mettant en jeu des traitements relevant de cette notion, les élèves étant pour cela libres de développer les rhétoriques qui leur semblent appropriées.

II – 3 Un dispositif initial s'appuyant essentiellement sur les interactions sociales en classe

La classification proposée dans la rubrique « Écrire en mathématiques » des documents d'application des programmes (Ministère de la jeunesse, de l'Éducation nationale et de la Recherche, 2002, p. 9) distingue trois types d'écrits qui peuvent étayer les apprentissages en mathématiques :

- *les écrits de type « recherche » correspondant au travail privé de l'élève pour mener sa recherche ;*

- *les écrits destinés à être communiqués et discutés qui peuvent prendre des formes diverses (affiches, transparents...). Ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées ;*
- *les écrits de référence élaborés en vue de constituer une mémoire du travail de l'élève ou de la classe.*

Dans cette présentation, on peut repérer les types de situations définies dans la théorie des situations (Brousseau, 1998) pour conduire graduellement les élèves à préciser les connaissances utilisées pour résoudre un problème. Le premier type d'écrit accompagne la situation d'action où les élèves sont en recherche. Les « écrits destinés à être communiqués et discutés » correspondent à une situation de formulation pour préparer une situation de validation. Enfin par « écrits de référence » on peut comprendre des phases de décontextualisation et d'institutionnalisation.

En première approximation nous nous situions globalement dans cette approche. En effet, la perspective dans laquelle s'inscrivait *a priori* notre démarche était de proposer des problèmes abordables par les élèves avec leurs conceptions initiales. Des situations de communication entre pairs au sein de la classe devaient alors permettre aux élèves d'une part de formuler leurs raisonnements, puis de remanier leurs conceptions en fonction des défaillances et des contradictions qui peuvent se révéler dans une phase de débat qui se fait classiquement à l'oral.

II – 4 Un accompagnement par des écrits réflexifs

Mais dans notre cas, ce dispositif s'appuyant sur les interactions sociales au sein de la classe se spécifiait par un accompagnement explicite de la situation de formulation par des « écrits réflexifs » produits par les élèves. Nous nous référions ainsi à Vygotski (1934/1997) qui analyse la spécificité de l'écrit par rapport à l'oral et pointe le fait que les activités de production d'écrits sont porteuses d'une prise de distance réflexive par rapport au geste, à l'expérience ou à la pensée immédiate. C'est dans cette perspective que nous avions déjà développé des expériences qui avaient pour but de favoriser chez les élèves la prise de conscience de leurs connaissances (Rauscher, 2001).

Dans le cas présent, nous pensions que l'étayage de la situation de formulation par des activités d'écriture réflexive permettrait de développer au sein de la classe un milieu (au sens de la théorie des situations) qui faciliterait le passage de la situation de formulation à la situation de validation.

Pour créer une distance réflexive nous avons recouru à « une pratique d'écrits comparés par écrit » : nous ne faisions pas uniquement résoudre les problèmes proposés immédiatement mais nous demandions aussi aux élèves de qualifier par écrit individuel, après discussion en binômes, ces exercices de « facile » ou « difficile » et de justifier leurs qualificatifs. Nous voulions ainsi créer une « distance réflexive » entre l'élève et son action, une distance qui l'amènerait à objectiver ce qu'il faisait pour résoudre l'exercice ou à tenter de rendre compte des impasses qu'il rencontrait. Dans une séance suivante, un échantillon d'écrits d'élèves serait proposé à toute la classe à fin de comparaison et de débats. L'échantillon sélectionné que nous envisagions devait permettre de mettre en lumière des points de vue divergents ou des procédures variées pour nourrir les échanges et le débat. Nous émettions l'hypothèse que ce passage par l'examen d'un échantillon d'écrits produits par les élèves permettrait à l'ensemble des élèves de prendre en considération les points de vue des autres et d'autre part éviter la trop grande sensibilité aux arguments de pouvoir entraînée par les relations sociales au sein de la classe. La pratique des écrits comparés se proposait de développer ici un contexte qui favoriserait l'approche scientifique idéalement peu sensible aux effets de pouvoir.

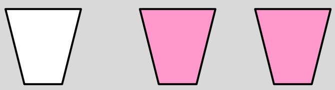
Le scénario initialement prévu au départ était donc le suivant :

	Corpus proposés à la réflexion des élèves	Tâches à effectuer par les élèves
Phase 1 Voir annexe 1	Énoncés de 5 problèmes. Contenus sous jacent : la notion de proportionnalité.	Après lectures individuelles et discussions par binômes, classement par écrits individuels des problèmes en facile/difficile et justifications.
Phase 2 (3 jours après)	Des écrits sélectionnés de la phase 1.	Comparaison et confrontation à l'oral, au sein de la classe.

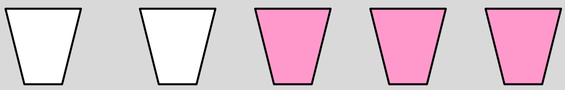
II – 5 Les problèmes choisis

Dans une séance antérieure à la phase 1 nous avions proposé un échantillon de problèmes aux élèves mettant en jeu la notion de proportionnalité. Nous avions choisi des problèmes susceptibles de provoquer un questionnement suffisamment riche pour que les élèves puissent adhérer à l'idée d'écrire sur leur façon d'appréhender ces problèmes. En l'occurrence pour choisir les problèmes dans cet accompagnement à l'initiation à la notion de proportionnalité en cycle 3, nous nous sommes appuyés sur les travaux de Adjiage (2001). Dans ce lot de problèmes, nous avions remarqué un grand engouement qui se manifestait par des discussions animées au sein des binômes pour un problème de comparaison de mélanges. Il est construit sur le modèle des problèmes analysés par Noelting (1980) et repris par Alarcon (1982) et Adjiage (2003) :

On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec un verre d'eau.
N°1



On mélange dans une grande cruche ces trois verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau



N°2

Quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?

Les réponses d'importants échantillons d'élèves devant de tels problèmes de comparaison de mélanges ont été analysées par Noelting (1980) en fonction des rapports en jeu et de l'âge des élèves. Le problème tel qu'il a été proposé ici est difficile pour des élèves de 9/10 ans car il ne peut se résoudre par la comparaison de quantités absolues mais fait intervenir de façon sous-jacente la comparaison des rapports 1/3 et 2/5. Malgré la difficulté apparente de ce problème pour des élèves de cet âge nous avons voulu profiter de l'engouement qu'il a suscité chez bon nombre d'élèves pour les faire progresser sur l'idée de proportion. En cela nous avons suivi l'enseignante qui avait le souci constant de proposer à ses élèves de relever des défis importants pour les faire progresser avec beaucoup de réussite comme nous avons pu le constater dans divers domaines en mathématiques. Restait à savoir si l'on pouvait s'appuyer sur les premières démarches des élèves pour développer leurs connaissances à propos des traitements en jeu sur des problèmes de proportionnalité.

Les élèves qui se sont exprimés à propos de ce problème pour le qualifier de facile ou difficile se classent en trois catégories :

- ceux qui ont produit la justification erronée suivante : « *Cet exercice est facile. Pour la première ligne, je prends le verre d'eau et le mets dans le premier verre de grenadine pour en enlever le goût, il reste un verre de grenadine dont on n'a pas enlevé le goût. Dans la deuxième ligne, je prends les deux premiers verres d'eau pour enlever le goût des deux premiers verres de grenadine, donc dans deux lignes, c'est le même goût.* » ;
- ceux qui ont été séduits par ce raisonnement : « *Il est facile, Noémie m'a expliqué* » ;
- ceux qui ne sont pas convaincu et qui rejoignent ceux qui n'ont pas évoqué le problème : « *Problème de la grenadine : je n'ai toujours pas compris*. »

En fait une exploitation immédiate de cette situation s'est révélée impossible. Comment faire mettre en question un raisonnement erroné qui suscitait une forte adhésion ou l'incompréhension ? Il était difficile de renvoyer ces écrits à toute la classe en vue d'un débat pour avancer sur la notion de proportion. Le risque était grand de voir se rallier aux procédures erronées un grand nombre d'élèves au départ silencieux devant le problème. La tâche proposée aux élèves était visiblement trop éloignée de leur zone proximale de développement. Pour profiter néanmoins de l'engouement des élèves pour ce problème de mélange, nous n'avons néanmoins pas renoncé à exploiter ce genre de problèmes. Mais l'entreprise se révélait délicate.

Notre idée fut alors de replacer pour la phase 1 ce problème de comparaison de mélanges dans un échantillon de problèmes de même type mais pouvant se résoudre par des raisonnements plus accessibles aux élèves. L'échantillon de problèmes choisis devait donc offrir des possibilités de traitements variés accessibles aux élèves. Voici les problèmes proposés (le 1er nombre désigne le nombre de verres d'eau, le 2ème celui de sirop) :

	Problème n°1	Problème n°2	Problème n°3	Problème n°4
1er mélange	1 pour 2	2 pour 1	2 pour 2	2 pour 2
2ème mélange	2 pour 3	4 pour 2	3 pour 3	3 pour 2

Remarque : les problèmes étaient bien sûr proposés avec la présentation figurative vue précédemment.

Voici une analyse *a priori* des procédures possibles :

- le problème n°1 est le même que celui proposé initialement et revient en terme de rapports à comparer 1/3 et 2/5. Dans la classification de Noelting (1980) se référant aux stades du développement logique de Piaget ce problème est placé à un niveau assez élevé (opérations formelles). Néanmoins il y discernerait la facilité suivante : les deux premiers termes de chaque paire sont dans un rapport entier. Cela veut dire ici que par exemple on pourrait doubler les quantités du premier mélange pour avoir deux verres d'eau dans chacun des mélanges et comparer ensuite les quantités de grenadine ;
- le problème n°2 revient à comparer 2/3 et 4/6. Il permet *a priori* d'obtenir et de confronter des avis différents résultant soit de procédures multiplicatives correctes (par exemple *« prendre deux fois le premier mélange pour obtenir le deuxième mélange »*), soit de procédures additives erronées (par exemple *« au deuxième mélange il y a deux verres d'eau de plus qu'au premier mélange et seulement un verre de grenadine de plus »*). Dans la classification de Noelting, ce problème trouverait sa place dans les opérations concrètes avec la spécificité de mettre en jeu des rapports équivalents ;
- les troisième et quatrième problèmes permettent *a priori* aux élèves de se situer par rapport au rapport 1/2 à l'intérieur de chaque mélange (*« moins ou plus que la moitié »*) et le problème 4 peut à vraie dire se traiter par une procédure additive (*« il y a deux verres de grenadine dans chaque mélange mais il y a un verre d'eau de plus dans le deuxième mélange »*. Dans la classification de Noelting, ces problèmes trouveraient leur place dans les opérations concrètes mais de moindre niveau que le problème 2 parce que mettant en jeu des rapports équivalents à 1.

III – LE REMANIEMENT DU DISPOSITIF ET LA NOUVELLE PERSPECTIVE : DES ÉCRITS RÉFLEXIFS AU CENTRE DE L'ACTIVITÉ MATHÉMATIQUE

III – 1 La posture naturelle des élèves par rapport à l'écriture : un obstacle

Les problèmes de l'échantillon se différenciant par les traitements possibles qu'ils offrent pour les résoudre, nous émettions l'hypothèse que dans la phase 1 du dispositif initialement prévu les élèves auraient l'occasion de repérer certains de ces traitements possibles et de les formuler par écrit. Nous émettions aussi l'hypothèse que dans la phase 2 un échantillon d'écrits individuels que nous aurions sélectionnés pourrait servir de support à une discussion en classe mettant en lumière les différents traitements et leur validité. Dans les faits, la phase 1 du dispositif initialement présenté a été effectuée mais nous avons estimé que les écrits, très incomplets ou incompréhensibles, recueillis à l'issue de cette phase ne permettaient pas d'entamer la phase 2. Nous avons ainsi été amenés à réorienter le projet. Dans les écrits produits, on trouvait bien quelques raisonnements complets sur le modèle de l'exemple 1 qui suit ou quelques repérages assez précis des difficultés rencontrées comme pour l'exemple 2.

Exemple 1 : « Le problème n°4 est *plutôt facile car il y a 2 verres d'eau et 2 verres de grenadine donc on sent encore la grenadine et au 2ème mélange il y a 3 verres d'eau et 2* *verres de grenadine alors maintenant on ne sent plus le goût alors c'est le premier mélange qui sent la grenadine ».*

Exemple 2 : « Le problème n°3 est plutôt difficile *parce qu'il y a le même nombre de verre de grenadine et d'eau et je n'arrive pas à comparer.* »

Ces productions auraient pu éventuellement servir de support pour amorcer une confrontation de points de vue entre élèves. Mais dans la grande majorité des cas les raisonnements et les informations sur lesquels ils étaient basés n'étaient pas décelables comme le montre les trois exemples 3, 4 et 5.

Exemple 3 : « Le problème n°4 est *le plus facile car le 1^er^ mélange a deux verres d'eau et de grenadine ».*

Exemple 4 : « Le problème n°1 est facile : *parce que on a mis un peut de l'eau ».*

Exemple 5 : *«* Le problème n°4 est *difficile parce qu'il faut faire un petit calcul ».*

Nous étions devant le fait que les productions des élèves étaient trop disparates et incomplètes pour pouvoir en extraire des éléments qui permettraient d'amorcer un travail sur la comparaison des problèmes et les différents traitements possibles dans les situations de comparaison de mélanges.

A propos *« des écrits destinés à être communiqués et discutés »* les documents d'applications des programmes (2002) indiquent *« qu'ils peuvent prendre des formes diverses (affiches, transparents) »* et *« qu'ils doivent faire l'objet d'un souci de présentation, de lisibilité, d'explicitation tout en sachant que, le plus souvent, ils seront l'objet d'un échange entre les élèves au cours duquel des explications complémentaires seront apportées ».*

Mais ici, pour résumer, on pouvait dire que la situation de formulation mise en place par la comparaison écrite des problèmes ne permettait pas l'entrée dans une situation d'explicitation, de comparaison et de validation des traitements possibles. Pour autant, allions nous abandonner ce travail ? L'abandonner revenait à abandonner des élèves qui avaient déployé une activité d'écriture réflexive non négligeable. Il est d'ailleurs à noter que dans plusieurs productions écrites apparaissaient des indices certains d'un travail de réflexion et d'objectivation de la pensée de la part de ces élèves comme le montre l'exemple suivant.

Exemple 6 : « Le problème n°2 est plutôt difficile *:~~Parce que~~ c'est plus facile que le 4^ème^ parce que c'est là où j'ai le mieux compris entre le 4 et le 2 il y a plus d'eau que de grenadine au 1^er^ mélange.* »

Nous étions prêts à continuer avec eux l'aventure du développement de leurs connaissances dans le domaine considéré. Mais de quelle façon ? De fait, si nous avons été amenés à abandonner l'idée de travailler immédiatement avec les élèves sur les divers traitements possibles dans les problèmes de mélanges, nous avons en revanche pensé à leur faire comparer les structures de leurs écrits.

En fait par leurs écritures bien incomplètes, on pouvait comprendre deux choses. La première c'est que certains élèves étaient loin d'avoir prise sur les traitements possibles pour réaliser ces comparaisons de mélange. La deuxième est que les élèves qui avaient une idée de ces traitements étaient dans une posture de communication de type orale qui laisse implicite des éléments de leurs raisonnements (Duval, 1998). Certaines tournures produites par les élèves montrent que l'effort des élèves ne s'est pas centré sur la correction grammaticale et syntaxique mais que « le dire » a prévalu. Pour distinguer l'oral de l'écrit Vygotski (1934/1997) analyse que dans les communications orales habituelles les sous-entendus se produisent parce qu'ils s'appuient sur le contexte partagé de la conversation et qu'il y a toujours un interlocuteur qui peut demander des précisions sur ce qui a été dit. En revanche, lorsqu'on écrit pour être compris, il faut donner ces précisions d'emblée sans interlocuteur pour vous relancer. L'écriture a donc des exigences que l'oral n'a pas. Ici, dans un premier jet, l'écrit des élèves est un reflet de leurs pensées avec toutes les incomplétudes non gênantes quand on pense habituellement pour soi mais rédhibitoires lorsqu'on veut être compris. En anticipant sur la suite de notre expérience, on peut ici rapporter les propos de deux élèves qui situent bien cette différence. Une élève voyant sa voisine écrire de façon scrupuleuse tous les éléments d'un raisonnement à propos de la comparaison de deux mélanges lui dit : *« Mais la maîtresse n'est pas bête, elle comprendra sans que tu parles du deuxième mélange. »* La voisine a répondu *: « Il faut faire comme si elle n'avait pas compris ! »* Cette élève avait bien compris le changement de posture qu'implique l'approche scolaire des expériences (Bucheton, Chabanne, 2002). Cette identité d'élève ne va pas de soi. Elle est pourtant une condition nécessaire pour qu'un travail d'élaboration de connaissances puisse s'amorcer.

III – 2 Les enjeux d'un changement de posture par rapport à l'écriture

Dans notre perspective, on comprend qu'on ne peut pas s'appuyer sur les écrits produits dans une posture orale pour faire comparer aux élèves leurs raisonnements. On peut penser que dans la plupart des cas, c'est ce qui fait que les enseignants renoncent alors à l'idée de s'appuyer sur les écrits des élèves en classe. En revanche si l'on ne veut pas renoncer à ce projet, il se dégage la nécessité d'envisager une nouvelle dimension dans les activités proposées aux élèves : celle de la possibilité ou de l'initiation au passage d'une « posture orale » par rapport à l'écriture à une « posture écrite » qui permettra aux élèves de produire des écrits compréhensibles par autrui. Écrire pour être compris dans le développement d'un raisonnement en mathématiques nécessite une prise en compte des contraintes de l'expression écrite. Mais non seulement le scénario remanié que nous avons alors élaboré va les prendre en compte par nécessité d'être compris mais il va en faire un point d'appui pour l'élève pour se comprendre par le contrôle de sa propre écriture.

En effet en référence aux travaux de R. Duval, nous avons été amené à penser que cette nécessaire prise en compte des contraintes de l'écriture amènerait les élèves non seulement à être compris mais surtout et essentiellement à se comprendre soi-même et ainsi évoluer dans la compréhension des traitements mathématiques en jeu dans les résolutions de problèmes proposés.

R. Duval développe cette perspective dans la compréhension de ce qu'est une démonstration en mathématiques. Pour lui, ce n'est pas dans la recherche que se nouerait et se dénouerait la compréhension de la démonstration (Duval, 1998, p. 184) mais dans l'écriture. C'est parce que l'expression écrite donne accès au discours (à son organisation, à ses opérations, à la portée de ses questions ou de ses assertions) (Duval, 1998, p. 193) que les élèves peuvent comprendre la différence entre une argumentation à laquelle ils ont spontanément recours pour convaincre un interlocuteur en géométrie et une démonstration qui possède une structure sous-jacente radicalement différente et qui n'est pas subordonnée à une situation d'interaction sociale. En l'occurrence pour permettre l'accès à cette compréhension, M.A. Egret et R. Duval (1989) proposent une objectivation par les élèves de leurs propres discours à l'aide d'une représentation par réseau : « Je me rends compte que je n'avais pas compris ce que j'avais écrit » déclare une élève après ce travail découvrant ainsi les secrets de la structure ternaire d'un pas de démonstration. A travers ce moyen les élèves accèdent ainsi progressivement à la compréhension de la structure d'une démonstration, compréhension qui déclenche la « jubilation » des élèves qui ont le moyen de valider de façon autonome leur raisonnement grâce au contrôle de leurs écrits.

Il est *a priori* hardi de faire une transposition de cette situation relative aux démonstrations en géométrie à notre situation relative aux problèmes relevant de la notion de proportion. Nous avons pourtant retenu de cette étude l'idée d'élaborer et de mettre à l'épreuve un dispositif qui amènerait les élèves à objectiver et à contrôler la structure de leurs écrits. L'hypothèse était que non seulement ils pourraient ainsi progresser sur la forme de leurs écrits mais aussi dans la découverte et la compréhension des traitements en jeu dans les problèmes de comparaison des mélanges.

Alors que dans le dispositif initial l'écrit ne pouvait intervenir qu'en appui à l'activité mathématique comme matériau d'échanges entre élèves, cette fois-ci nous faisions l'hypothèse qu'elle pouvait y occuper une place centrale.

III – 3 Le scénario remanié

Pour passer d'une posture orale dans l'écriture à une posture d'écriture, l'idée était de faire passer les élèves d'un *« j'écris »* qui est équivalent au départ à un *« je dis »* à un *« qu'est ce que j'écris ? »* et ceci non pas sur le fond de ce qui est dit mais sur la forme. Il s'agit de provoquer une observation réfléchie de la structure des discours produits et non pas immédiatement des contenus des discours. C'est ce travail d'observation qui devrait permettre *a priori* aux élèves d'avoir prise sur leurs pensées.

Pour neutraliser la question des contenus des problèmes nous avons choisi comme support d'observation les réponses des élèves relatives à un même problème qu'une grande majorité d'élèves avait qualifié de facile. Il constituait donc un bon support parce que la majorité des élèves y avait eu accès et avaient développé un raisonnement à son sujet. On pouvait donc attirer l'attention des élèves sur la structure de ce qu'ils avaient écrit. Quel était le scénario proposé aux élèves pour cela ?

Nonobstant le changement d'objet à faire observer aux élèves, il est dans la continuité du processus amorcé : il s'agit de faire comparer six productions écrites sélectionnées par le professeur et de les comparer. Le but de la séance était annoncé aux élèves (voir annexe 2) : il s'agit en fin de compte de rendre les argumentations plus compréhensibles et complètes. Le travail de comparaison a d'abord été mené par deux avec production écrite des remarques. Une mise en commun dirigée par la maîtresse au tableau a eu pour but de dégager de façon synthétique les défauts et les qualités des différentes productions soumises. A la fin de la séance, après la récréation, il a été demandé aux élèves de répondre le plus complètement possible par binômes à la question du problème 4.

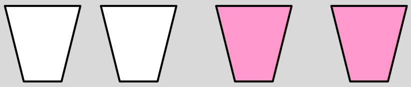
Le scénario final complet qui a été mené à son terme était alors le suivant :

	Corpus proposés à la réflexion des élèves	Tâches à effectuer par les élèves
Phase 1	Énoncés de problèmes. Contenus sous jacent : la notion de proportionnalité.	Après lectures individuelles et discussions par binômes, classement par écrits individuels des problèmes en facile/difficile et justifications.
Phase 2 (quelques jours après la phase 1) Voir annexe 1	4 énoncés de problèmes de comparaison de mélanges se distinguant par des possibilités de traitements variés.	Après lectures individuelles et discussions par binômes, classement par écrits individuels des problèmes en facile/difficile et justifications.
Phase 3 (3 jours après la phase 2) Voir annexe 2	6 productions écrites relatives à l'un des problèmes jugées majoritairement facile par les élèves. Les productions se différencient par leurs structures.	Après lectures individuelles et discussions à deux, explicitation par écrit des différences formelles entre les productions. Synthèse organisée à l'oral par la maîtresse et résumée au tableau.
Phase 4 (dans la même séance que la phase 2)	L'énoncé du problème jugé majoritairement facile.	Rédiger la solution du problème.

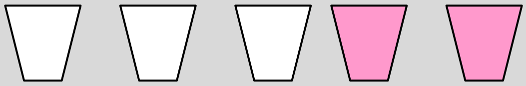
On peut remarquer que dans notre dispositif, pour passer d'un *« J'écris »* à un *« Qu'est-ce que j'écris »* nous passons par un *« Qu'est-ce que nous avons écrit ? »*. Cela permet à chaque élève de réfléchir sur la forme de son écrit avec la référence en positif ou en négatif aux écrits produits par des élèves la classe. Le dispositif crée donc « un espace intersubjectif » (Bucheton, Chabanne, 2002) qui permet de penser la forme des écrits. Il faut remarquer aussi que l'articulation entre les phases orales et écrites favorise dans ce dispositif « la circulation entre les temps d'appropriation individuels par l'écriture et l'élaboration collective des idées dans les temps d'oral » (Vanhulle in Bucheton, Chabanne, 2002).

III – 4 Le support de réflexion proposé aux élèves

Nous avons choisi comme support d'observation les réponses des élèves relatives au problème n°4 : On mélange dans une grande cruche ces deux verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau

N°1 

On mélange dans une grande cruche ces trois verres de sirop de grenadine avec deux verres d'eau

N°2 

Quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?

Notre choix des écrits initiaux (résultant de la phase 2) soumis à l'observation des élèves dans la phase 3 peut se comprendre à partir de l'analyse *a priori* des traitements possibles pour résoudre le problème.

Le problème présente deux mélanges (le 1er et le 2ème) et deux ingrédients (eau et grenadine). La comparaison des mélanges pour déterminer le mélange qui a le plus le goût de la grenadine demande une prise en compte organisée de ces quatre données pour pouvoir aboutir à une conclusion en passant éventuellement par des conclusions intermédiaires. Nous appelons ici « traitement » le processus qui comporte la prise en compte organisée des données, les conclusions intermédiaires et la conclusion. La prise en compte organisée est une reprise ou une réorganisation des données telles qu'elles sont présentées dans l'énoncé initial. Une présentation sous la forme d'un tableau 2x2 rend compte des données et des différentes prises en compte possibles.

	Eau	Grenadine
1er mélange	2 verres d'eau	2 verres de grenadine
2ème mélange	3 verres d'eau	2 verres de grenadine

Nous pouvons distinguer deux entrées possibles, l'une par ligne, l'autre par colonnes. Elles donnent lieu à des traitements pertinents du problème de comparaison. Nous écartons une entrée par les diagonales, formellement possible mais qui ne permet pas de déboucher sur un traitement pertinent.

1ère entrée possible par les lignes que nous appellerons « entrée par les mélanges »

Cette entrée reprend les données telles qu'elles sont présentées en ligne dans l'énoncé et compare les quantités à l'intérieur de chaque mélange avec des conclusions intermédiaires avant de mettre en parallèle les conclusions intermédiaires pour conclure :

Dans le premier mélange

Rappel des données : Il y a 2 verres d'eau et 2 verres de grenadine.
Comparaison des quantités « Il y a donc autant d'eau que de grenadine dans le 2ème mélange. »

Dans le deuxième mélange

Rappel des données : « Il y a 3 verres d'eau et 2 verres de grenadine. ».
Comparaison des quantités : « Il y a donc plus d'eau que de grenadine dans le 1er mélange. »

Mise en parallèle des deux mélanges

1) *« Il y a autant d'eau que de grenadine dans le premier mélange. »*
2) *« Il y a plus d'eau que de grenadine dans le deuxième mélange. »*

Conclusion : « Le premier mélange a plus le goût de la grenadine que le deuxième. »

2ème entrée possible par les colonnes que nous appellerons « entrée par les ingrédients »

Cette entrée réorganise les données telles qu'elles sont présentées en lignes en privilégiant une lecture par colonnes (qui ne s'impose pas *a priori* dans la présentation du problème). Elle considère successivement chaque ingrédient en comparant chaque fois les quantités présentes.

Comparaison des quantités d'eau

Rappel des données : « Il y a 2 verres d'eau dans le premier mélange et 3 verres d'eau dans le deuxième mélange. »
Comparaison des quantités « Il y a donc moins d'eau dans le 1er mélange que dans le 2ème.»

Comparaison des quantités de grenadines

Rappel des données : «Il y a 2 verres de grenadine dans le premier mélange et 2 verres de grenadine dans le 2ème mélange. »
Comparaison des quantités : « Il y a autant de grenadine dans chaque mélange. »

Mise en parallèle des deux mélanges :

1) *« Il y a plus d'eau dans le 2ème mélange que dans le 1er . »*
2) *« Il y a autant d'eau que de grenadine dans chaque mélange. »*

Conclusion : « Le premier mélange a plus le goût de la grenadine que le deuxième. »

Il est à remarquer que même si les élèves peuvent utiliser le rapport ½ dans chacun des deux raisonnements, ils peuvent s'en tirer en comparant uniquement des quantités absolues (plus, moins, autant). Nous avons donc bien un problème qui est accessible aux élèves. Cela peut expliquer qu'une majorité d'élèves ait qualifié ce problème de « facile » et ait produit des amorces de raisonnements corrects pour le justifier. Néanmoins la mise en parallèle des deux mélanges en tenant compte des deux ingrédients est nécessaire car sinon on peut arriver à une conclusion correcte avec un raisonnement faux si l'on ne tient compte que d'un seul des deux ingrédients *: « Il y a plus d'eau dans le 2ème mélange que dans le 1er donc il a plus le goût de l'eau* » ou encore *« Il y a autant de grenadine dans chacun des mélanges donc ils ont le même goût »* . La mise en parallèle des deux mélanges en tenant compte des deux ingrédients est donc nécessaire pour produire un traitement pertinent complet. Or les productions écrites des élèves étaient souvent incomplètes sur ce point essentiel dans la compréhension et la maîtrise du problème.

Les six textes constituant l'échantillon proposé à l'observation des élèves ont alors été choisis parce qu'ils se différencient sur les aspects suivants qui déterminent le degré d'explicitation de ces traitements :

- *nombre de mélanges évoqués ;*
- *répétition des données ou non ;*
- *présence d'arguments ou non ;*
- *présence d'une conclusion ou non*.

Voici l'échantillon d'écrits initiaux proposés à l'observation des élèves :

Le problème 4 est :

Réponse 1 : *plutôt facile car il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine au 2ème mélange, tandis qu'au 1er mélange, il y a deux verres d'eau et 2 verres de grenadine donc c'est sûr.*

Réponse 2 : *plutôt facile car le 1er mélange est égaux, ça a le même goût.*

Réponse 3 : *le plus facile car le 1er mélange a deux verres d'eau et de grenadine.*

Réponse 4 : *plutôt facile car il y a 2 verres d'eau et 2 verres de grenadine donc on sent encore la grenadine et au 2ème mélange il y a 3 verres d'eau et 2 verres de grenadine alors maintenant on ne sent plus le goût alors c'est le premier mélange qui sent la grenadine.*

Réponse 5 : *le plus facile parce qu'au 1er mélange, il y a deux verres d'eau et deux verres de grenadine. Au 2ème il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine.*

Réponse 6 : *le plus difficile car il y a moins de grenadine que de l'eau alors plus d'eau.*

Voici alors les profils des six textes :

Aspects repérés	Rép. 1	Rép. 2	Rép. 3	Rép. 4	Rép.5	Rép.6
Qualificatif du problème 4	Facile	Facile	Facile	Facile	Facile	Difficile
Nb. de mélanges évoqués	2	1	1	2	2	0
Répétition des données	oui	non	non	oui	oui	non
Présence d'arguments	non	oui	non	oui	non	oui
Présence d'une conclusion	non	oui	non	oui	non	non

Seul l'élève qui donne la réponse 6 ne trouve pas le problème facile et justifie sa difficulté de traiter le problème.

Lors de la phase 4 du déroulement de notre expérience, l'examen centré sur la comparaison des défauts et qualités formelles de l'échantillon des six productions d'élèves a donné lieu dans un premier temps à des remarques disparates de la part des élèves. Prises individuellement les remarques produites étaient souvent bien ténues. Le travail oral en binôme a déjà permis de les étoffer d'avantage. Et enfin la mise en commun des remarques réalisée avec l'aide de l'enseignante a abouti à une synthèse collective qui reprenait pratiquement les points qui avaient présidé à la sélection de notre échantillon de six productions : nombre de mélanges évoqués, répétition des données ou non, *etc*. Cette synthèse qui figurait au tableau a pu servir de cahier de charge lors de la reprise finale du problème 4.

Le dispositif proposé aux élèves les appellent à objectiver et à contrôler la structure de leurs écrits. Il reste maintenant à savoir quels effets il a eu sur la forme de leurs écrits mais aussi sur la découverte et la compréhension des traitements en jeu dans les problèmes de comparaison des mélanges.

IV – LES EFFETS DU DISPOSITIF

IV – 1 L'objet et la méthode d'évaluation

Quels sont les effets du dispositif ? Nous nous poserons deux questions à ce sujet. D'une part peut-on constater un travail de reprise et de réorganisation par les élèves de leurs propres pensées initiales ? D'autre part peut-on constater une avancée dans l'appréhension des traitements possibles dans les problèmes de comparaison de mélanges ?

Au cours du déroulement des trois séances nous avons recueilli les écrits produits par les élèves. A savoir, successivement, les écrits obtenus lors de la comparaison par les élèves des quatre problèmes de comparaison de mélanges, puis les écrits obtenus lors de la comparaison par les élèves des six raisonnements relatifs au problème n°4 et enfin les écrits obtenus lors de la reprise par les élèves du problème n°4. Nous pouvons donc repérer les évolutions des élèves à partir de là.

Nos observations ont porté sur deux points qui permettent de voir dans quelle mesure il y a un travail de réorganisation de la pensée et une acquisition de connaissances à travers la procédure expérimentée :

1) Peut-on repérer des évolutions dans les traitements mathématiques effectuées pour comparer les mélanges ? En particulier voit-on des abandons de traitements erronés ? Des amorces de traitements corrects ? Des acquisitions de traitements corrects ?

2) Peut-on repérer des postures réflexives dans les écrits produits ? Il s'agit pour cela de repérer des indices de prise en charge par les élèves de leurs propres discours, par exemple des verbes conjugués à la première personne ou encore des connecteurs logiques qui indiquent un retour sur ce qui vient d'être écrit. Si oui, il s'agit de signes qui montrent qu'un processus de compréhension ou une tentative de validation interne sont en cours.

IV – 2 Les profils de progressions repérés

Après examen minutieux de l'ensemble des productions nous distinguons trois groupes d'élèves qui se différencient par des points de départ et des évolutions différentes. Nous allons globalement caractériser ces groupes pour ensuite présenter les productions de quatre élèves et les analyses que nous en avons faites.

Un premier groupe d'élèves pour qui le problème était d'emblée à portée. Ces élèves se caractérisent par des écrits qui témoignent d'emblée d'un traitement pertinent et repérable de la situation de comparaison de mélanges proposée même si des parties de leurs raisonnements restent implicites. Ce groupe compte 4 ou 5 élèves de la classe. Les progrès qu'ils ont réalisés résident dans un contrôle affirmé des traitements qu'ils ont effectués. Nous analyserons plus précisément le cas d'**Anna** représentatif de ce groupe.

Un deuxième groupe d'élèves pour qui le problème était difficile au départ mais qui ont progressé. Beaucoup d'élèves étaient au départ dans des dispositions *a priori* défavorables dans la compréhension et le traitement du problème. Il s'agissait alors de repérer si parmi ces élèves certains feraient des progrès importants ainsi que la nature de ces progrès. Les cas d'**Hassan** et d'**Abdallah** sont représentatifs d'un groupe non négligeable de tels élèves (une dizaine) qui progressent sur la compréhension et le traitement du problème par une activité réflexive de reprise et de réorganisation de leurs pensées à travers l'examen des textes produits.

Un troisième groupe d'élèves pour qui le problème était difficile au départ mais pour lesquels les changements observés ne témoignent pas réellement de progrès. Nous retrouvons dans ce groupe à peu près une dizaine d'élèves qui sont en majorité, mais pas exclusivement, des élèves de CM1. Comme représentatif de ce groupe, nous présenterons le cas de **Steve** qui au départ ne donne aucune indication sur des traitements possibles. En fin de travail, il apparaît nettement que lire et écrire reste pour lui des actes formels qui ne permettent pas encore d'avoir prise sur sa pensée.

IV– 3 Quatre exemples d'évolutions observées

Pour chaque cas d'élève, nous présentons en encadré ses écrits, à savoir successivement les écrits produits lors de la phase 2 (comparaison des 4 problèmes), puis de la phase 3 (comparaison des raisonnements relatifs au problème n°4) et enfin de la phase 4 (reprise du problème n°4). Avant de procéder à l'analyse de ces écrits. Nous n'avons jamais effectué de correction aux écrits des élèves et nous les rapportons dans leur intégralité.

IV – 3.1 L'évolution d'Anna (CM2)

Les écrits d'Anna

Comparaison des 4 problèmes

Le problème n°4 est facile : *car dans les deux lignes il y a deux verres de grenadine mais dans la première ligne il y a deux verres d'eau et dans la deuzième 3 verres d'eau, donc il est simple.*

Le problème n°1 est difficil**e** : *car dans la première ligne il y a deux verres de grenadine et 1 verre d'eau ; dans la deuzième 3 verres de grenadines et* $\boxed{2}$ *d'eau. C'est trop dure à comparer.*

Le problème n°2 est plutôt : facile *car* *1 : il a un verre de grenadine et 2 d'eau.*
2 : 2 grenadine et $\boxed{4}$ *d'eau.*

Le problème n°3 est plutô**t** : *dure car je n'arrive pas à comparer.*

Comparaison des raisonnements relatifs au problème n°4
Ce qui manque à la réponse 1 **:**
il n'a pas dit la réponse.
donc c'est sûr que c'est le 1er mélange qui a le plus le goût de la grenadine.
Ce qui manque à la réponse 2 :
il a oublié de d'écrire le 2ème mélange.
…et le 2ème mélange à 2 verres de grenadine et 3 d'eau, donc c'est le 1er mélange qui a le plus de goût.
Ce qui manque à la réponse 3 :
*il a pas dit la réponse et de décrire le 2ème mélange***.**
Ce qui manque à la réponse 4 :
il a tout dit
Ce qui manque à la réponse 5 :
Il a oublié de décrire qu'elle cruche à le plus de goût.
Ce qui manque à la réponse 6 :
Il a pas dit le premier mélange et la réponse.

Reprise du problème n°4
C'est le premier mélange qui a le plus le goût de la grenadine car dans le premier mélange il y a deux verres d'eau et deux de grenadine ; et dans le 2ème mélange il y a trois verres d'eau et deux de grenadine, donc il y a pareille de grenadine, mais dans le 2ème mélange il y a plus de verres d'eau que dans le premier ; et comme ça se mélange donc c'est le 1er qui a le plus le goût de la grenadine.

Analyse du travail d'Anna

1ère étape

Traitements
Entrée par les ingrédients au mélange 4 : mise en parallèle des quantités d'eau avec les quantités de grenadine. Anna repère qu'il y a deux verres de grenadine dans chacun des mélanges et met en parallèle ce fait avec les quantités différentes d'eau qu'il y a dans les deux mélanges. Pour le problème n°1 : elle met en parallèle les deux mélanges cette fois-ci. Mais le fait qu'elle souligne le $\boxed{2}$ d'eau laisse supposer qu'elle essaye d'appliquer la même stratégie et se heurte au fait qu'il n'y a pas de quantités communes de grenadine. Pour le problème n°2 : ce problème est qualifié de facile. Mais le traitement qu'elle applique n'est pas explicite. Le fait qu'elle souligne le $\boxed{4}$ d'eau laisse imaginer qu'elle a repéré un coefficient multiplicateur. Nous pencherions par le repérage en colonne car dans le problème n°3 qui prête à un traitement accessible en ligne, elle déclare forfait. Il est vrai que 3 n'est pas un multiple de 2.

Indices d'une posture réflexive
On peut repérer des expressions qui indiquent une implication personnelle d'Anna dans son écrit. Elles témoignent d'une objectivation de sa posture réflexive : *« je n'arrive pas », « c'est trop dure ».*

2ème étape

Traitements
Anna fait une analyse très minutieuse des éléments formels qui manquent pour que les traitements indiqués par les six productions soient complets.

Indices d'une posture réflexive
Le constat est énoncé en rapportant les manques à un *« il »* qui désigne l'élève dont on examine la production : *« il a », « il n'a pas ».*

3ème étape, la production finale

Traitements
L'écrit final est très complet du point de vue du traitement qu'il expose. On peut observer une modification formelle par rapport à sa première référence au problème n°4 : alors que la première fois, Anna se focalisait sur les quantités de grenadine, cette fois-ci elle reproduit fidèlement la description des deux mélanges comme ils sont présentés dans l'énoncé, à savoir « en lignes ». On peut imaginer qu'il s'agit là d'un effet de la prise en compte du cahier de charge formel élaboré par la classe en synthèse de la 2ème étape. Mais ce changement n'entraîne pas de changement de traitement puisque Anna se focalise à nouveau très vite sur un traitement en colonnes : « *donc il y a pareille de grenadine, mais dans le 2ème mélange il y a plus de verres d'eau que dans le premier* ». Il y a donc stabilité dans le traitement qu'applique Anna au cours de ce travail pour résoudre le problème 4.

Indices d'une posture réflexive
Si le traitement du problème 4 était déjà visible au début, l'écrit final apparaît plus étoffé par des conclusions intermédiaires, et des expressions qui témoignent de reprises par Anna de son propre discours : *« donc il y a », « et comme ça se mélange »….* Cela donne à cet écrit final un aspect de discours très cohérent.

En conclusion dans le cas d'Anna

Anna savait déjà traiter le problème n°4 au début du scénario. On peut alors se demander quel est le bénéfice qu'elle retire à propos de cette situation, au-delà d'une amélioration formelle de son écrit. On peut estimer que ce progrès est assez minime et qu'il n'était pas nécessaire de déployer tout ce dispositif pour cela. Nous ne le pensons pas car on peut constater que sa prise de distance réflexive lui a permis d'affirmer davantage encore sa conviction en explicitant et en contrôlant complètement son raisonnement en bout de course. Elle est entrée dans une posture écrite par rapport à l'écriture qui lui sera utile pour aborder des problèmes plus difficiles pour elle. La question qui subsiste néanmoins est de permettre à Anna de trouver d'autres traitements possibles pour résoudre les trois autres problèmes qui dans un premier temps lui résistent. Nous émettrons à ce sujet quelques hypothèses en conclusion de notre étude.

IV – 3.2 L'évolution d'Hassan (CM2)

Les écrits de Hassan

<u>Comparaison des 4 problèmes</u>
Le problème n°1 est facile : *car il y a deux verres de grenadine et un verre d'eau alors on prend la moitié du verre et en le mais dans le premier verre de grenadine et en prend l'otre moitier et on le mais dans l'otre verre de grenadine.*
Le problème n°2 est difficile : *car il y a 4 verre de grenadine et deux verres d'eaux, avec les deux verres d'~~eaux~~ grenadine on prend le premier verre et on prend la moitier et en le mais dans le premier verre d'eau instsuite.*
Le problème n°3 est plutôt : *facile car ils sont égaux.*
Le problème n°4 est plutôt : *moyen car defois il faut faire la moitier de la moitier.*

<u>Comparaison des raisonnements relatifs au problème n°4.</u>
Ce qui manque à la réponse 1 :
C'est que le premier mélange a le plus de goût. Au deuxième goût il y a 3 verres d'eau et 2 vers de grenadine c'est évident et ~~y~~ il y aura plus de gout d'eau.
Ce qui manque à la réponse 2 :
Ce que j'ai compris c'est que il y a deux verres d'eau et deux verres de grenadine ca va donner le même gout, mais c'est avec des chiffres pére c'est pour cela qu'il a dit que sa va donner le même gout.
Ce qui manque à la réponse 3 :
C'est la même chose que la réponse 2 sauf c'est mieux expliqué, que la réponse 2.
Ce qui manque à la réponse 4 **:**
Bien expliqué.
Ce qui manque à la réponse 5 :
Le premier mélange ~~et~~ est la même chose que la n°2 réponse 2 et 1. Au deuxième mélange il y a trois vere d'eau et deux vere de grenadine alors l'eau est supérieur au vere de grenadine on ora plus du gout d'eau.
Ce qui manque à la réponse 5 :
Je l'ai pas bien compris car il y a combien de vere d'eau et de grenadine "on le c'est pas."

<u>Reprise du problème n°4</u>
Quel mélange a le plus le goût de la grenadine *? Le mélange qui à le plus de la grenadine est le premier mélange.* Pourquoi ? *Car il y a deux vers de grenadine et de vers d'eaux c'es égaux car sa va donner le même gout et que le 2ème mélanges plus d'eau que le premier mélange alors il y aura plus du goût d'eau. »*

Analyse du travail d'Hassan

1ère étape

Remarque préalable. Hassan trouve que le problème le plus facile est le n°1 et le plus difficile le n°2. Il considère ensuite les problèmes 3 et 4. On peut penser qu'il les a considérés dans l'ordre ce qui laisse planer un doute sur les qualificatifs (imprimés) attribués aux deux premiers problèmes. En revanche, on peut être sûr qu'il a lui-même choisi les qualificatifs pour les deux derniers problèmes.

Traitements
Hassan expose une manipulation à répéter : un demi-verre d'un des ingrédients à verser dans un verre contenant l'autre ingrédient *(« instsuite »* comme il écrit). Mais chaque fois qu'il fait cela, il ne considère que le premier des deux mélanges sans apporter de conclusion. On peut alors se poser des questions sur sa représentation du problème (Julo, 1995). Le fait qu'il pense que le problème n°3 est facile parce qu'il y a égalité ne nous éclaire pas davantage. Ni sa remarque pour le problème n°4 où il envisage la nécessité de faire évoluer sa procédure.

Indices d'une posture réflexive
Dans la première étape, il n'y a pas trace de personnalisation de l'écrit.

2ème étape

Traitements
Dans cette étape, Hassan effectue un repérage très minutieux des défauts et des manques dans les six productions qu'il a à examiner.

Manque d'arguments qu'il ajoute (pas toujours judicieusement) : *« mais c'est que avec des chiffres pére c'est pour cela qu'il a dit que sa va donner le même gout. »*
Manque d'indication de données : « *il y a combien de vere d'eau et de grenadine "on le c'est pas". »*
Il repère le manque d'évocation des deux mélanges : cela n'apparaît pas dans l'examen des réponses 2 et 3 où il se laisse emporter dans la focalisation sur un seul des mélanges mais dans l'examen de la réponse 5 où il marque le point commun avec les réponses 2 et 3 mais complète par l'évocation du deuxième mélange et conclut globalement pour l'ensemble de la comparaison des mélanges.

Indices d'une posture réflexive
Si dans la première étape, il n'y a aucune trace de personnalisation de l'écrit. En revanche dans la deuxième étape les *« il y a »* et *« on »* très neutres de la première étape laissent place à des expressions plus personnelles. On voit petit à petit comment il objective les éléments des textes : *« ce que j'ai compris » « je l'ai pas bien compris » « c'est mieux expliqué ».* On voit le travail de compréhension et de contrôle qu'il fait par là en reprenant les six productions pour en pointer les manques. Il prend à cœur ce travail, essaye de se convaincre à partir des écrits de ses camarades.

3ème étape, la production finale

Traitements
Dans la dernière étape en revanche il présente un traitement complet de la situation avec une entrée par les mélanges : comparaison des ingrédients à l'intérieur de chaque mélange et mise en parallèle des deux mélanges avec des conclusions intermédiaires pertinentes même si elles sont maladroitement exprimées : « *sa va donner le même gout*. » *; « il y aura plus du goût d'eau. »*

Indices d'une posture réflexive
Alors que dans la première étape, il n'y avait qu'une description neutre de manipulations, les connecteurs logiques (*« car » ; « alors »*) indiquent ici un discours réfléchi.

En conclusion du cas d'Hassan

Avec Hassan, il nous semble qu'on a l'exemple d'un élève qui a évolué très positivement. Il a progressé sur la compréhension du problème : à la fin il prend en compte les deux mélanges et les deux ingrédients. Il a aussi progressé sur la coordination de ces données pour effectuer un traitement assumé du problème. Il nous semble que le moment clé qui lui a permis de progresser ainsi est la deuxième étape. Hassan fait partie des élèves pour qui on voit nettement s'exercer un travail de réorganisation de sa pensée à partir de l'examen des productions écrites des autres élèves du point de vue de leur forme. De la forme au fond, il franchit le pas pour arriver à ce qu'on peut considérer un processus de validation interne.

IV – 3.3 L'évolution d'Abdallah (CM2)

Les écrits d'Abdallah

<u>Comparaison des 4 problèmes</u>
Le problème n°1 est facile : *parce que au 1er mélange il y a deux verre de grenadine et un verre d'eau il y a plus de grenadine que d'eau alors c'est le plus facil.*
Le problème n°3 est difficile *: Parce qu'il y a le même nombre de verre de grenadine et d'eau et j'ai pas comprie.*
Le problème n°4 est plutôt difficile *: Parce que.*
Le problème n°2 est plutôt difficile *: ~~Parce que~~ c'est plus facile que le 4ème parce que c'est là où j'ai le mieux compris entre le 4 et le 2 il y a plus d'eau que de grenadine au 1er mélange.*

<u>Comparaison des raisonnements relatifs au problème n°4</u>
Ce qui manque à la réponse 1 :
Elle dit pas que c'est le 1er mélange qui est juste.
Ce qui manque à la réponse 2 :
-Il dit pas si c'est juste.
- j'ai trouver une autre solution : il ne s'occupe pas du deuxième mélange.
Ce qui manque à la réponse 3 :
Ce qui manque à la réponse 4 :
Ce qui manque à la réponse 5 :
Ce qui manque à la réponse 6 : *il dit pas si c'est le deuxième ou le 1er mélange. Je l'ai pas bien compris car il y a combien de vere d'eau et de grenadine "on le c'est pas"*

<u>Reprise du problème n°4</u>
Quel mélange a le plus le goût de la grenadine : *C'est le 1er mélange.*
Pourquoi ? *Parce que au 1er mélange il y a deux verre d'eau et deux verre de grenadine alors ~~li~~ il y a le même goût. Et dans le deuxième mélange il y a 3 verre d'eau et 2 verre de grenadine alors il y a plus d'eau.*

Analyse du travail d'Abdallah

1ère étape

Traitements
Dans la première étape, Abdallah ne parle chaque fois que d'un seul des deux mélanges pour signaler que l'un des ingrédients l'emporte sur l'autre du point de vue des quantités. Il est très ennuyé par les cas où l'un des mélanges contient autant de grenadine que d'eau. Il ne comprend manifestement pas correctement l'enjeu du problème de comparaison de deux mélanges.

Indices d'une posture réflexive
C'est dans la première étape qu'Abdallah témoigne nettement d'une posture réflexive : il fait un retour sur lui-même *« c'est là ou j'ai le mieux compris » « et j'ai pas compris »* et donne des raisons objectives de ses jugements dévoilant par là la compréhension imparfaite de la situation. Il arrive à repérer la limite de son traitement initial. Mais va-t-il par la suite arriver à comprendre qu'il a une représentation erronée du problème ?

2ème étape

Traitements
S'il ne manifeste pas une grande activité d'écriture dans la deuxième étape, l'examen des productions des autres élèves lui permet néanmoins de repérer qu'il faut considérer les deux mélanges : *« … il ne s'occupe pas du deuxième mélange »*.

Indices d'une posture réflexive
Cette découverte se présente sous la forme d'une prise de conscience : *« J'ai trouvé une autre solution : il ne s'occupe pas du deuxième mélange ».* Mais d'où lui vient cette révélation ? Le fait de parler à ce propos d'une *« autre solution »* semble indiquer qu'il ne s'agit pas là d'une découverte personnelle. On peut penser que contrairement à Hassan qui faisait une analyse minutieuse des six écrits, c'est essentiellement la discussion en binômes et en classe qui l'a provoquée. La remarque sur la réponse 6 prouve néanmoins qu'il prend conscience à partir de l'écrit d'un autre qu'il faut bien évoquer le mélange auquel on se réfère quand on émet un avis pour être compris.

3ème étape, la production finale

Traitements
Le peu d'observations dont il rend compte dans la deuxième étape semble suffire pour le mettre sur la voie de la compréhension de la nature du problème. Abdallah prend en compte les deux mélanges et les deux ingrédients pour réaliser un traitement correct avec entrée par les mélanges. Il semble avoir dépassé le problème de l'égalité des deux ingrédients, mais la façon qu'il a pour donner une conclusion intermédiaire à cette situation *(« alors il y a le même goût »)* montre qu'il est encore dans la perspective où il s'agit de comparer chaque fois quel ingrédient l'emporte dans chaque mélange. Comme pour Anna, on peut ici remarquer une persistance du traitement initial.

Indices d'une posture réflexive
Les connecteurs logiques pertinents indiquent un discours réfléchi qui confirme à notre avis une compréhension du problème et de son traitement et non pas la reproduction de normes formelles.

En conclusion du cas d'Abdallah

L'activité réflexive déployée par Abdallah dans la première étape nous a permis de repérer sa représentation erronée du problème des comparaisons de mélanges. Nous pensons en l'occurrence que les écrits réflexifs trouvent aussi leur justification dans le fait que l'enseignant a la possibilité de repérer de telles incompréhensions. Quel enseignant aurait remarqué la façon dont Abdallah a compris ce problème dans une situation de formulation ou de validation à l'oral ? D'autre part, on voit que le travail d'objectivation des écrits de ses camarades le fait avancer dans la compréhension du problème. Sa position initiale reste néanmoins tenace puisqu'on y retrouve la trace dans la production finale.

IV – 3.4 L'évolution de Steve (CM2)

Les écrits de Steve

<u>Comparaison des 4 problèmes</u>
Le problème n°3est facile : *parce que y a le même goût.*
Le problème n°1 est difficile : *car il faut faire un petit calcul.*
Le problème n°4 est plutôt : *facile car il faut faire un petit calcul.*
Le problème n°1 est plutôt : *facile car il faut faire un petit calcul.*

<u>Comparaison des raisonnements relatifs au problème n°4</u>
Ce qui manque à la réponse 1 :
vous diser pas quel est la deuxième réponse.
Ce qui manque à la réponse 2 :
mais il a pas mit le deuxièmes.
Ce qui manque à la réponse 3 :
mais il a pas mis le deuxièmes.
Ce qui manque à la réponse 4 ***:***
il est bien il a mis le deuxièmes est le premier.
Ce qui manque à la réponse 5 :
il est bien car il a mis le premier et le deuxièmes.
Ce qui manque à la réponse 6 :
Il a pas pas mis la réponse du deuxièmes.

<u>Reprise du problème n°4</u>
« C'est le premier qui a le plus le goût parce-que le premier a deux verres d'eau et deux verre de grenadine et le deuxièmes a trois verre d'eau et deux verre de grenadine. »

Analyse du travail de Steve

1ère étape

Traitements
Steve qualifie de facile l'exercice 3 et justifie son appréciation de façon succincte *: « parce qu'il y a le même goût ».* Il n'explicite pas les caractéristiques qui permettent cette conclusion. Aucun mélange, ni ingrédient n'est indiqué. On peut supposer qu'il a remarqué les équilibres qui caractérisent chacun des mélanges. Dès qu'on n'est plus dans ce cas de figure, il évoque la nécessité d'un *« petit calcul ».* A part cela, il n'y aucune amorce de présentation d'un traitement à effectuer.

Indices d'une posture réflexive
Dans la première étape, il n'y a pas trace de personnalisation de l'écrit.

2ème étape

Traitements
Steve signale de façon très formelle la présence ou la non-présence de l'évocation de certains éléments dans les textes. Mais dans la plupart des cas on ne sait pas s'il parle d'un mélange ou d'une conclusion : *« il a pas mis le deuxièmes ».*

Indices d'une posture réflexive
Dans cette étape, il semble entrer dans une posture dialogique. Dans sa première remarque il s'adresse à l'élève qui a écrit le texte *: « vous diser pas. »*. Il revient ensuite à une position plus distanciée en utilisant ensuite la 3ème personne du singulier : *« il a*

pas mis.. ». Mais il en reste à un constat très formel sans jamais dire ses difficultés de compréhension et sans jamais reprendre un traitement comme ont pu le faire Anna, Abdallah ou Hassan.

3ème étape, la production finale

Traitements
Il y a un changement important par rapport aux écrits de la première étape : les deux mélanges et les deux ingrédients sont évoqués. Mais il n'y a pas de conclusions intermédiaires qui indiqueraient un traitement de ces données.

Indices d'une posture réflexive
Aucun connecteur logique, aucune expression personnelle ne laisse supposer qu'il y a production d'un discours réfléchi.

En conclusion du cas de Steve

Steve fait partie des élèves chez lesquels on ne peut pas déceler d'indices d'un véritable travail de reprise et de réorganisation des écrits initiaux : il apparaît nettement que lire et écrire reste pour lui des actes formels qui ne permettent pas encore d'avoir prise sur sa pensée. Le fait que plusieurs élèves de CM1 fassent partie de cette catégorie d'élève pose question. S'agit-il d'une question de développement logique de ces élèves ? Ou d'un développement trop rudimentaire encore des capacités d'écriture et de lecture ? En tout cas ces élèves nous interrogent sur la pertinence de notre dispositif à leur égard.

V – CONCLUSION

Notre projet initial était d'accompagner l'activité de résolution par la production d'écrits qui avaient comme fonction principale d'être des outils au sein de la classe pour communiquer ou débattre et développer ainsi les bases d'une situation de validation en classe. Avec le projet remanié nous avons été amenés à mettre le travail de comparaison et de contrôle de la structure des écrits produits au premier plan de l'activité. Pour ce travail de contrôle de la structure des écrits, nous avons choisi de centrer les élèves sur un problème qui ne présentait pas de difficulté pour être résolu et qu'à juste titre les élèves estimaient « facile ». De ce fait, il n'y avait pas de travail heuristique trop important à la charge des élèves.

Au moment de la conclusion on peut alors se poser deux questions. La première se rapporte aux bénéfices qu'ont tirés les élèves des activités proposées. L'autre est de savoir si en centrant l'attention des élèves sur un problème facile nous avons permis aux élèves de progresser sur les apprentissages mathématiques.

Une observation nous donne d'emblée une indication : l'engouement des élèves que nous avions noté initialement à propos du problème des mélanges avec des proportions difficiles à comparer ne s'est pas démenti lors du travail d'observation de la structure des écrits produits à propos du problème plus facile. Tant dans la phase individuelle d'examens des productions des camarades que dans la synthèse des remarques et la réécriture du raisonnement, ces élèves qui *a priori* pouvaient éventuellement rechigner à « écrire » ont pleinement été concentrés, actifs et intéressés. Libérés de la charge heuristique, ils ont pu pleinement se concentrer sur le travail d'analyse de leurs écrits initiaux pour les améliorer à partir de l'observation des écrits des autres élèves. Et de fait, les évolutions des écrits d'Anna, d'Abdallah et d'Hassan montrent qu'un véritable travail de réflexion s'est développé. Ils ont quitté une posture d'écriture « pour dire » pour entrer véritablement dans une posture d'écriture pour « contrôler et développer leurs pensées ». En outre, même si dans la majorité des cas le problème facile était déjà résolu implicitement, on peut voir qu'un travail de repérage et d'appropriation de traitements s'est effectué. Les élèves qui au départ avaient une mauvaise représentation du problème ou entamaient des traitements erronés ont rejoint des élèves qui dès le départ avaient une bonne représentation du problème et des idées de traitements pertinents. L'ensemble des élèves qui sont entrés dans ce travail de reprise et de réorganisation réfléchies des écrits ont eu l'occasion de développer et de s'assurer de la validité de leurs rhétoriques de façon personnelle. Ils ont appris à expliciter, à développer et à conforter leurs raisonnements sur un cas sur lequel ils ont pu s'exercer. On peut faire l'hypothèse que cet apprentissage leur sera utile par la suite pour développer et contrôler leurs idées lorsque les difficultés heuristiques et les notions en jeu seront plus complexes.

Reste pour évoquer une limite de ce travail et les précautions à prendre d'attirer l'attention sur le cas des élèves qui ne sont pas entrés dans un travail de reprise et de réécriture assumées de leurs écrits et qui de ce fait ne progressent pas dans l'appréhension, et *a fortiori*, dans le traitement du problème. Nous émettons l'hypothèse qu'*a priori* ils ont une maîtrise insuffisante de l'écrit pour pouvoir s'exprimer par écrit dans une « posture orale » qui est de dire ce qu'ils pensent. Ils sont encore trop accaparés par l'effort que constitue l'écriture.

Nonobstant cette réserve, nous pensons avoir mis en évidence par cette expérience l'intérêt, et même à notre avis la nécessité, de leur donner des occasions d'effectuer des travaux de reprise et de réorganisation réfléchies d'écrits personnels, indépendamment d'autres occasions d'écrire pour chercher, communiquer ou mémoriser telles qu'elles sont décrites dans les instructions des programmes.

BIBLIOGRAPHIE

ADJIAGE R. (2001) *Maturations du fonctionnement rationnel, Fractions et décimaux : acquisitions d'une classe, projets de programme 2000 pour l'école élémentaire*, ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, **7**, IREM de Strasbourg, 7-48.

ALARCON J. (1982) L'appréhension des situations probabilistes chez des élèves de 12-14 ans résultats d'une enquête proposée à des élèves de 4ème et de 5ème, thèse de 3ème cycle, IRMA, ULP de Strasbourg.

BROUSSEAU. G. (1998) Théorie des Situations Didactiques, *La pensée sauvage, Grenoble*.

BUCHETON D., CHABANNE J-C. (2002) Parler et écrire pour penser, apprendre et se construire ; l'écrit et l'oral réflexifs, *Education et Formation, Presses Universitaires Française, Paris.*

DUVAL R., EGRET M.A. (1989) *L'organisation déductive du discours, Interaction entre structure profonde et structure de surface dans l'accès à la démonstration,* ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, **2**, IREM de Strasbourg, 25-40.

DUVAL R., EGRET M.A. (1989) *Comment une classe de quatrième a pris conscience de ce qu'est une démarche de démonstration*, ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, **2**, IREM de Strasbourg, 41-64.

DUVAL R. (1995) Sémiosis et pensée humaine**,** *Peter Lang, Berne*.

DUVAL R. (1998) *Écriture et compréhension : pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves*, Actes du colloque : Produire et lire des textes de démonstration. 23-24 janvier 1998, *Laboratoire de Didactique des Mathématiques, Université de Rennes 1*, 79-98.

DUVAL R. (2000) *Écriture, raisonnement et découverte de la démonstration en mathématiques*, Recherches en didactique des mathématiques, **20**, *La pensée Sauvage-Editions, Grenoble*, 135-170.

ERMEL Équipe de didactique de mathématiques), DOUAIRE J. (Dir.), HUBERT C. (Dir.) (1999) Vrai ? Faux ?... On en débat ? De l'argumentation vers la preuve en mathématiques au cycle 3, *INRP, Paris*.

JULO J. (1995) Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, *Presse Universitaire de Rennes*.

MINISTÈRE DE LA JEUNESSE DE L'ÉDUCATION NATIONALE ET DE LA RECHERCHE (2002) Mathématiques cycle des approfondissements (cycle3), *Collection École, Documents d'application des programmes, CNDP*.

NOELTING G (1980) *The Developpement of Proportional Reasoning and the Ratio Concept*, Educational Studies in Mathematics, *Cambridge*, 217- 253.

RAUSCHER J-C. (2001) *Une production écrite des élèves au service des apprentissages dans le domaine numérique*, ANNALES de DIDACTIQUE et de SCIENCES COGNITIVES, **7**, *IREM Strasbourg*, 49-76.

RAUSCHER J-C. (2003) *Mise à l'épreuve de l'accompagnement d'activités mathématiques par des écrits réflexifs au cycle 3 et en début de collège*, Actes du colloque « Constructions des connaissances et langage dans les disciplines d'enseignement », Université Victor Segalen Bordeaux 2, avril 2003, *Cédérom, IUFM d'Aquitaine-Université Bordeaux 2*.

VYGOTSKI L. (1934/1997) Pensée et langage, *La Dispute, Paris*.

ANNEXE 1

Le goût de la grenadine

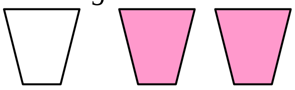
Voici trois problèmes

Vous travaillez à deux. Vous allez examiner ces problèmes. Vous réfléchirez d'abord ensemble. Puis chaque élève écrira sur sa feuille quel est le problème qui d'après lui est le plus facile, puis le plus difficile. Sur cette feuille, il expliquera clairement ses choix. Nous ramasserons les feuilles.

PROBLÈME N°1

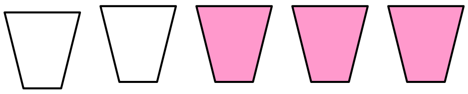
Dans une grande cruche, on mélange un verre d'eau avec deux verres de grenadine. Les verres sont pleins à ras bord.

1er mélange



Dans une autre grande cruche, on mélange deux verres d'eau avec trois verres de grenadine.

2ème mélange

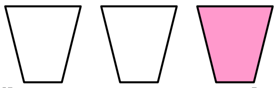


***Question** : quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?*

PROBLÈME N°2

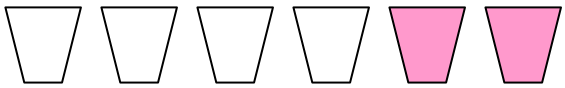
Dans une grande cruche, on mélange deux verres d'eau avec un verre de grenadine. Les verres sont pleins à ras bord.

1er mélange



Dans une autre grande cruche, on mélange quatre verres d'eau avec deux verres de grenadine.

2ème mélange

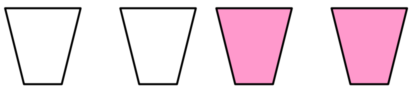


***Question** : quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?*

PROBLÈME N°3

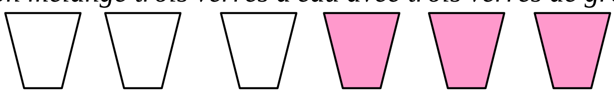
Dans une grande cruche, on mélange deux verres d'eau avec deux verres de grenadine. Les verres sont pleins à ras bord.

1er mélange



Dans une autre grande cruche, on mélange trois verres d'eau avec trois verres de grenadine.

2ème mélange

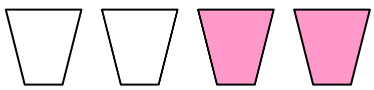


***Question** : quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?*

PROBLÈME N°4

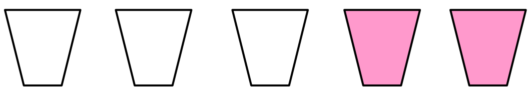
Dans une grande cruche, on mélange deux verres d'eau avec deux verres de grenadine. Les verres sont pleins à ras bord.

1er mélange



Dans une autre grande cruche, on mélange trois verres d'eau avec deux verres de grenadine.

2ème mélange



***Question** : quel mélange a le plus le goût de la grenadine ?*

Feuille réponse :

Le goût de la grenadine

Le problème le plus facile est le problème n° :
Pourquoi, à ton avis, est-il le plus facile

Le problème le plus difficile est le problème n° :
Pourquoi, à ton avis, est-il le plus difficile ?

ANNEXE 2

Le goût de la grenadine : aujourd'hui, améliorons nos réponse !

Rappel
Dans le travail de mardi, intitulé "le goût de la grenadine", il s'agissait de comparer chaque fois deux mélanges d'eau et de grenadine. On demandait alors aux élèves de dire si le problème était plutôt facile ou plutôt difficile et d'expliquer pourquoi.

But du travail aujourd'hui
On a constaté que certaines de vos réponses étaient souvent incompréhensibles ou incomplètes. Le but du travail aujourd'hui est que tous les élèves s'améliorent à ce sujet.

Travail
Voici les réponses de quelques élèves de la classe à propos d'un des quatre problèmes.
Par deux vous allez lire ces réponses individuellement et écrire ensuite ce qui manque à votre avis dans certaines de ces réponses.
Comparez ensuite les réponses avec celles du voisin et complétez au stylo vert.

Ce problème est… :

Réponse 1 : ***plutôt facile car il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine au 2ème mélange, tandis qu'au 1^{er} mélange, il y a deux verres d'eau et 2 verres de grenadine donc c'est sûr.***

Réponse 2 : ***plutôt facile car le 1er mélange est égaux, ça a le même goût.***

Réponse 3 : ***le plus facile car le 1er mélange a deux verres d'eau et de grenadine.***

Réponse 4 : ***plutôt facile car il y a 2 verres d'eau et 2 verres de grenadine donc on sent encore la grenadine et au 2ème mélange il y a 3 verres d'eau et 2 verres de grenadine alors maintenant on ne sent plus le goût alors c'est le premier mélange qui sent la grenadine.***

Réponse 5 : ***le plus facile parce qu'au 1er mélange, il y a deux verres d'eau et deux verres de grenadine. Au 2ème il y a trois verres d'eau et deux verres de grenadine.***

Réponse 6 : ***le plus difficile car il y a moins de grenadine que de l'eau alors plus d'eau.***

Feuille réponse :

Ce qui manque à la réponse 1 :

Ce qui manque à la réponse 2 :

Ce qui manque à la réponse 3 :

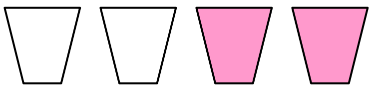
Ce qui manque à la réponse 4 :

Ce qui manque à la réponse 5 :

Ce qui manque à la réponse 6 :

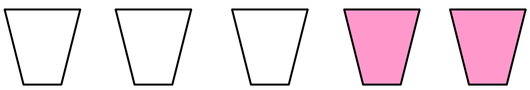
Comme tu le constates, la majorité des élèves ont à juste titre trouvé ce problème facile. Il s'agissait du problème n°4 où il s'agissait de comparer les mélanges suivants :
Dans une grande cruche, on mélange deux verres d'eau avec deux verres de grenadine. Les verres sont pleins à ras bord.

1er mélange



Dans une autre grande cruche, on mélange trois verres d'eau avec deux verres de grenadine.

2ème mélange



Relis les réponses données par les élèves. Puis, en tenant compte des remarques faites aujourd'hui, réponds le plus complètement possible à la question :

Quel mélange a le plus le goût de la grenadine et pourquoi ?

ACTIVITÉS DE CLASSIFICATION ET CONSTRUCTION DE DÉFINITIONS À L'ÉCOLE ÉLÉMENTAIRE

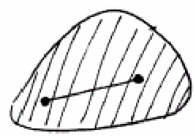
Cécile OUVRIER-BUFFET
ATER, IUFM de Grenoble
Laboratoire Leibniz
cecile.ob@wanadoo.fr

Résumé
Les programmes de l'école élémentaire insistent, en géométrie, sur les activités de comparaison, reproduction, description, construction, et représentation : aucune mention n'est actuellement faite des activités de classification, alors que celles-ci amènent les élèves à dégager ou à préciser des critères de classement, ces critères pouvant ainsi être associés aux propriétés mathématiques caractérisant les objets d'une même classe. Le but est ici de nous interroger sur les connaissances et compétences en jeu dans les situations de classification, l'objectif étant de les faire vivre en classe. Pour cela, nous proposons dans cette communication une nouvelle lecture des activités de classification : celle de la construction de définitions.

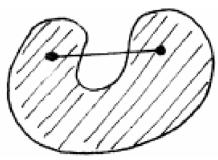
Une étude épistémologique de processus de construction de définitions nous permet en particulier de faire une analyse des situations en terme de dialectique entre construction de définitions et formation de concepts, mais aussi de caractériser la gestion par l'enseignant de ces mêmes situations.

Mots-clés : Classification - construction de définitions - convexe.

Marcel Berger parlant de « choses convexes » lors de la conférence inaugurale de "MATh.en.JEANS" au Palais de la Découverte (1992) :



« Un convexe, c'est quelqu'un qui est tel que, chaque fois qu'on prend deux points dedans tout le segment qui les joint est dedans.



Vous avez là quelque chose qui n'est pas convexe. Si vous aimez les fractals alors il faut quitter la salle parce que le convexe c'est typiquement un non-fractal. La convexité c'est une sorte de garantie, d'assurance, de contrôle : elle garantit que vous n'avez pas de trou, pas de creux, pas de gondolement. »

La présentation du concept de 'convexité' est ici remarquable : la donnée d'un exemple et d'un contre-exemple vient illustrer la définition mathématique, cette dernière étant augmentée d'une description 'morphologique' de ce qu'est une figure convexe. Il convient de noter ici que l'appréhension du concept 'convexe' est rendue possible par quatre voies complémentaires que nous qualifierons de nécessaires : une définition en langage mathématique, l'illustration par un exemple ET un contre-exemple de la délimitation entre figures convexes et figures non-convexes (ce qui nous ramène à l'origine étymologique du mot même 'définition', à savoir 'délimitation'), une représentation géométrique du propos, une définition en langage naturel. Il resterait à caractériser un ensemble de situations rendant le concept de ‘convexe’ pertinent pour que la compréhension de ce concept soit achevée.

Cet exemple nous permet de souligner combien l’activité de classification est liée à celle de définition. En effet, établir deux classes revient à délimiter un concept par ce qu’il est et ce qu’il n’est pas. Nous proposons dans cette communication de considérer une situation de classification autour du difficile concept de convexité et de l’analyser sous l’angle de la construction de définitions. Nous rapporterons dans un second temps les résultats d’une telle expérimentation réalisée en classe de cycle 3.

I – CLASSIFICATION ET CONSTRUCTION DE DÉFINITIONS

I – 1 Articulation entre classification et définitions

Rappelons qu’il existe deux pièges de la définition (d’après Kahane, 1999) : celui de croire facile à acquérir ce qui est simple à énoncer et celui consistant à trop se fier aux définitions car celles-ci résultent d’un choix, et ne laissent ainsi à voir qu’un aspect du concept. Ainsi en va d’une définition donnée à un élève, lors d’une présentation de nature axiomatique. Une voie de recherche est ouverte par la considération de la construction de définitions comme un balisage de la formation de concept chez l’apprenant. Nous avons souligné en introduction un lien entre l’activité de classification et celle de définition. Ajoutons à cela l’importance dans la classification des aspects de généralisation et de dénomination : « Classification et généralisation doivent être jointes. Utiliser un nom pour une espèce, c’est vouloir faire des généralisations et former des anticipations concernant des individus de cette espèce. Aussi bien, utiliser un nom commun pour classer, c’est en l’utilisant vouloir le projeter » (Hacking, 1993).

L’importance du travail sur les propriétés d’objets géométriques lors d’activités de classification a été notée par Freudenthal (1973) et Fletcher (1970). Nous allons reprendre ce fil en considérant une activité de classification et en l’étudiant au travers de la construction de définitions, précisant ainsi un mode de gestion particulier de situations de classification. Pour cela, revenons tout d’abord sur les conceptions communes sur la définition en mathématiques.

I – 2 Conceptions courantes sur la définition

Nous nous appuyons ici sur des travaux français et anglo-saxons réalisés auprès d’enseignants du primaire et du secondaire (Borasi 1992, Ouvrier-Buffet 2003, Shir 2005). Ils nous permettent en effet d’être au fait de ce que les enseignants peuvent avoir comme conception sur la ‘définition’ en mathématiques et ainsi d’anticiper les modes de gestion qu’ils peuvent mettre en œuvre dans des situations de construction de définitions.

De ses travaux, il se dégage que :

- une définition doit être minimale, non redondante (ceci est conforme avec le classique aspect logicien des théories mathématiques bien ‘formées’ et conduit à donner dans une définition une caractérisation nécessaire et suffisante du concept en jeu). Cela va de pair avec la conception qu'une définition doit être opératoire et doit avoir une place dans les démonstrations ;

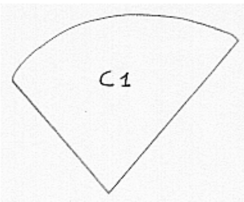
- une définition, c'est la donnée d'un nom : remarquons que l'aspect 'dénomination' est très présent chez les enseignants, alors que notre étude de la formation de concepts selon la construction de définitions pourrait nous faire minorer en quelque sorte l'acte de donner un nom, la caractérisation passant au premier plan (nous reviendrons sur ce point ci-après) ;
- une définition doit livrer l'existence (et même l'essence …) d'un concept mathématique, ceci conformément à une vision platonicienne selon laquelle un concept pré-existe à sa définition ;
- divers critères de nature langagière viennent s'ajouter aux conceptions précédemment citées à savoir : une définition doit être précise, simple, courte, élégante, familière, et même universelle ;
- enfin, la spécificité des conceptions des enseignants à l'égard du concept de définition est clairement liée à l'apprentissage lorsqu'ils soulignent qu'une définition doit être basée sur des connaissances antérieures et doit permettre à l'apprenant de se constituer sa propre image mentale du concept mathématique défini.

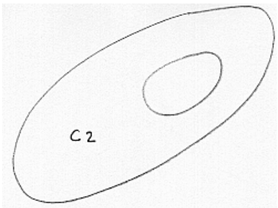
Nous reprenons ci-après, dans l'analyse a priori de la situation expérimentée, les termes d'une étude épistémologique (cf. Ouvrier-Buffet, 2003&2004) afin d'en dégager des outils permettant le balisage de processus définissants, ainsi que la gestion de situations de construction de définitions.

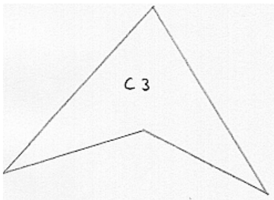
II – UNE SITUATION SUR LA CONVEXITÉ

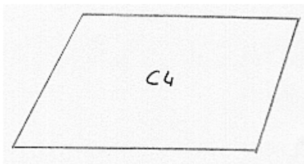
II – 1 Présentation de la situation

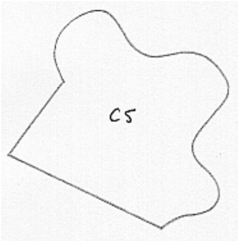
Le matériel à disposition des élèves (cycle 3) est constitué d'objets physiques découpés dans du carton permettant la manipulation et une feuille où les figures sont dessinées (voir figures ci-dessous).

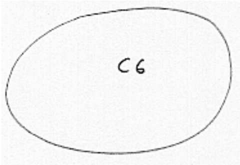


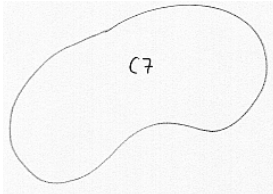


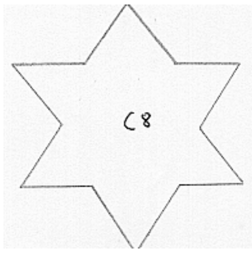












La tâche est énoncée de la façon suivante : « faire deux classes ».

Méthodologie : cinq groupes constitués de trois ou quatre élèves de cycle 3 chacun participent à l’activité. Au niveau du déroulement, un *Gestionnaire-Observateur* (noté GO) est présent et a pour projet de conduire la séance vers la construction de définitions de « convexe », à partir des classes produites par les élèves. Il s’agit donc pour le GO d’utiliser notamment un levier de demande explicite de définition.

II – 2 Analyse a priori

Le concept en jeu est celui de convexe. D’après Fletcher (1970, p. 267s), différentes définitions sont envisageables :

- définition 1 : une figure est convexe si et seulement si, étant donnés deux points P et Q de la figure, tous les points du segment PQ appartiennent à la figure ;
- définition 2 : une figure est convexe si et seulement si toute droite passant par un point quelconque intérieur à la figure, coupe la frontière exactement en deux points ;
- définition 3 : une figure est convexe si et seulement par chaque point de sa frontière il passe au moins une ligne de support. Notons qu’une définition semblable à celle-ci, mais de nature « dynamique » pourrait émerger ; en langage « naturel », il s’agirait de : en parcourant la frontière de la figure, toute la figure est toujours du même côté (un sens de parcours étant choisi). De par son aspect, on peut en imaginer une évolution de par des arguments de nature langagière et logique (cf. § I-2 ci-dessus) ;
- définition 4 : une figure est convexe si et seulement à chaque point P extérieur correspond un point et un seul de la figure qui soit le plus proche de P.

Le choix des figures objet de la classification a été réalisé selon les contraintes suivantes :

- nous avons choisi de tracer au moins une figure avec des traits courbes et non courbes afin de ne pas avoir une classification suivant la caractéristique ‘traits courbes et traits droits ?
- nous avons évité les quadrilatères et autres figures géométriques très institutionnalisées (afin de court-cicuiter tout recours à des classifications et définitions pré-établies).

II – 3 Gestion de la situation de classification : vers la construction de définitions

Rappelons que, pour nous, il est nécessaire que la gestion se concentre sur le **processus de construction de définitions**, en tant que savoir transversal, et non pas sur le produit « définition » résultant.

Une étude épistémologique du concept de définition (Ouvrier-Buffet, 2003 & 2004) – étude que nous ne relaterons pas ici dans son intégralité – nous a permis de mettre en relief des leviers agissant sur un processus de construction de définitions. Ce processus s'articule en fait autour de quatre pôles qui sont bien sûr dépendants des types de problèmes considérés. Il s'agit de :

- un pôle *construction de théorie* (qui ne nous concerne pas au primaire) ;
- un pôle *résolution de problème* (comprenant un travail spécifique sur les exemples et contre-exemples) ;
- un pôle *logique* ;
- un pôle *langagier*.

Ainsi, le GO peut agir en classe, en utilisant différents « leviers ». Ces leviers peuvent être relatifs à la définition en tant qu'énoncé définissant : il s'agira alors, pour le GO, de formuler, par exemple, des demandes ayant trait à des aspects langagiers, logiques (voire à l'aspect lexical) de l'énoncé définissant. Des leviers relatifs au concept en jeu pourront être également utilisés : le GO pourra demander explicitement de générer des exemples et contre-exemples, ceux-ci donnant l'opportunité à l'élève de revenir sur la définition qu'il est en train de construire. Soulignons que le travail sur les exemples et contre-exemples n'est pas toujours aisé à mettre en œuvre en primaire. Il reste néanmoins premier lors de la construction de définitions. Nous soulignons alors l'importance du travail sur les exemples et contre-exemples, spécifique à toute démarche scientifique, pour tester une définition.Par ailleurs, reprendre un trait pertinent énoncé par les élèves est un mode de gestion didactique classique. Un tel geste apparaît comme majeur lors de la gestion de processus de construction de définitions : il permet en effet d'entretenir le processus de dévolution de la tâche « construction de définitions ». [NB : nous entendons « dévolution » comme un processus présent tout au long de la situation, sans réduire ainsi la dévolution à la donnée du problème et à la production de stratégies de base (Brousseau, 1998 – Margolinas, 1993)]. Si un tel geste est notable, celui de demander de renvoyer les élèves à la consigne (écrire une définition) l'est tout autant.

III – PRODUCTIONS DES ELEVES

III – 1 Classes produites

Notons que les classes décrites ci-après ont été réalisées par les élèves uniquement à partir des figures cartonnées. Nous avons regroupé ces différentes classifications en trois catégories : *morphologiques, mathématiques* et *pavage*.

Nous qualifions de *morphologiques* les classifications mettant en œuvre des descriptions ‘physiques’ liées aux formes manipulées. Il s’agit des deux classes suivantes (observées dans la quasi-totalité des groupes observées) :

- arrondis / pas arrondis : dans un groupe, cette classification à amener les élèves à construire verbalement la définition de figure ‘plus arrondie qu’une autre’ par des considérations sur longueur et surface ;
- pointus / pas pointus.

Nous appelons *mathématiques* les classifications faisant preuve de connaissances explicites antérieures de géométrie. Nous en avons dénombré quatre de ce type à savoir : possédant un axe de symétrie / ou non ; polygones / pas polygones ; ayant des diagonales / ou non ; ayant au moins un angle / et les autres.

La catégorie *pavage* correspond en fait aux manipulations des élèves conduisant à l’assemblage de certaines figures entre elle. Les élèves parlent de figures qui "s’accouplent" ou non. A leurs yeux, cette classification leur apparaît comme anecdotique et le vocabulaire qu’ils utilisent alors les fait rire !

III – 2 Cheminement d’un groupe : définitions produites

Nous avons choisi de relater ici le cheminement d’un groupe de trois élèves de CM1-CM2 afin de montrer où peut se situer le processus de construction de définitions en primaire. Nous soulignerons en particulier les conceptions des élèves sur le concept de définition ainsi que la gestion des définitions par le GO.

Le groupe en question a proposé successivement trois classifications :

- les figures possédant un axe de symétrie ou non ;
- celles ayant au moins un angle ;
- ainsi qu’une classification très proche de convexe : « quand on relie les coins, les bords, c’est intérieur ou extérieur ».

La dernière classification a conduit les élèves à élaborer deux classes, deux figures restant cependant non classées (C2 – la pièce trouée – et C5 – la pièce alliant courbes droites et non droites) : « c’est pas bon car il faudrait trois colonnes ».

Les interventions du GO s’organisèrent en trois moments distincts :

- le premier consista en la demande d’obtenir deux classes (répondre ainsi à la consigne), en tranchant pour C2 et C5 ;
- le deuxième fut la donnée du nom de ‘convexe’ : ceci est en accord avec une vision philosophique des définitions (donner un nom avant d’entrer dans la caractérisation, pour savoir ‘de quoi l’on parle’) ;
- le troisième fut, conformément à ce qui était annoncé, la demande d’une définition écrite de convexe.

La réaction des élèves ne s’est pas fait attendre : ils sont allés chercher le dictionnaire, ce qui nous permet de souligner que leur rapport aux définitions mathématiques est de même nature que leur rapport aux définitions lexicales, ce qui n’est pas le cas d’élèves du secondaire. Il s'avère alors que les leviers langagiers et logiques (cf. § II-3) ne peuvent alors pas être utilisés. De plus, pour les élèves, une seule définition suffit, la demande réitérée du GO d'autres définitions n'a eu de réponse que par effet de contrat didactique. Reste alors à la disposition du GO des leviers de nature mathématique, consistant en la recherche de caractéristiques de la convexité : ces leviers comprennent notamment la demande explicite d'exemples et de contre-exemples. Le GO doit être ainsi particulièrement sensible aux potentialités, en terme de construction de définitions, des propriétés caractéristiques en germe dans le discours des élèves.

Voici les définitions successives écrites par ces élèves : nous les articulons avec les interventions du GO.

> Déf-élève 1 : « convexe : figure ayant les points qui se relient à l'intérieur ». "Point" est barré, remplacé par "angles" puis par "angles et arrondis".

GO : quelle est la signification de relier un arrondi ? Précisez arrondi. Le GO demande un exemple et un contre-exemple répondant à la définition 1.

> Déf-élève 2 : « figures régulières (ou irrégulières) se reliant à l'intérieur ». "Irrégulières" est ensuite barré.

Le GO demande alors une autre définition ne mobilisant pas l'idée des traits intérieurs. Ce à quoi les élèves répondent très justement : « quand on relie les points, c'est à l'intérieur. On ne voit pas comment on pourrait dire autrement ». Pourtant, notons que dans le discours des élèves, deux autres définitions auraient pu émerger : la définition 2 et la définition 3.

Suite à cette demande du GO, plusieurs définitions semblables furent écrites :

> Déf-élève 3 : « figure de n'importe quelle forme, quand on relie les points, ils sont à l'intérieur ».
>
> Déf-élève 4 : « convexe : quand on trace les diagonales, ça reste à l'intérieur de la figure ».
>
> Déf-élève 5 : « convexe : quand on relie un point à un autre, la droite ne sort pas de la figure »

Le GO demande alors de considérer non pas des segments mais des droites (pensant à la potentialité de la définition 2). Le lecteur ne sera pas étonné de lire la réaction des élèves : « mais on sort du thème ! Si on trace une droite sur toutes les figures, elles peuvent toutes être non convexes » … ce qui bien sûr ne répondra plus à la consigne, à savoir établir deux classes.

CONCLUSION

L'expérimentation de la construction de définitions en primaire n'est absolument pas de même nature que dans le secondaire : en effet, les élèves de cycle 3 n'ont pas encore une 'culture' des définitions mathématiques, ce qui limite les interventions du GO relativement à la dialectique entre formation de concept et construction de définitions.

Cependant, la richesse conceptuelle que proposent les situations définissantes issues de tâches de classification n'est pas à nier. Cet article illustre les possibilités en termes de gestion de telles situations, pointant particulièrement les leviers permettant d'agir sur un processus définissants. De telles expérimentations seraient à conduire de nouveau, afin d'évaluer plus finement leurs impacts en terme d'appréhension de nouveaux concepts à l'école élémentaire.

BIBLIOGRAPHIE

BORASI R. (1992) Learning mathematics through inquiry, Heinemann – Portsmouth, New Hampshire.

BROUSSEAU G. (1998) Théorie des situations didactiques, *La Pensée Sauvage, Grenoble*.

FLETCHER T.J. (1970) L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui – Essai d'une didactique nouvelle pour l'enseignement du second degré, 4ème Edition, *OCDL, Paris*.

FREUDENTHAL H. (1973*) Mathematics as an educational task, Dordrecht, Reidel*.

HACKING I. (1993) Le plus pur nominalisme – l'énigme de Goodman, (Trad. R.Pouivet), *Éditions de l'éclat*.

KAHANE J-P. (1999) Quelques aspects des définitions mathématiques, *Bulletin de l'Union des Professeurs de Spéciales,* **189**, 10-14.

LAKATOS I. (1961) *Essays* in the logic of mathematical discovery, *Thesis, Cambridge (University Library)*.

MARGOLINAS C. (1993) De l'importance du vrai et le faux dans la classe de mathématiques, *La Pensée Sauvage, Grenoble*.

MATH.EN.JEANS (1992) Combien méchant peut être un convexe ? ou quel est le convexe le moins rond, *MATh.en.JEANS au Palais de la Découverte*, 167-172. Ed. MATh.en.JEANS, Paris.

OUVRIER-BUFFET C. (2003) Construction de définitions / construction de concept : vers une situation fondamentale pour la construction de définitions en mathématiques, *Thèse, Laboratoire Leibniz, Université Joseph* Fourier – Grenoble, Disponible en version électronique : http://www-leibniz.imag.fr/~buffet

OUVRIER-BUFFET C. (2004) Dévolution et gestion de situations de construction de définitions en mathématiques. In Symposium « *Travail du professeur et dévolution dans les classes ordinaires* », *Congrès de l'AECSE*, Paris, septembre 2004. Disponible en version électronique : http://www-leibniz.imag.fr/~buffet

SHIR K. & ZASLAVSKY O. (2005, à paraître) 'Students' Conceptions of a Mathematical Definition', *JRME*.

PENSER LA FORMATION AVEC DES CONCEPTS ISSUS DE LA DIDACTIQUE

Annie PEIX
Professeur de mathématiques, IUFM DE LYON
annie.peix@wanadoo.fr

Claude TISSERON
Maître de conférences, UCB LYON1
LIRDHIST-LYON 1
tisseron@univ-lyon1.fr

Résumé
La formation des professeurs d'école doit prendre en compte la demande de l'institution de leur voir réaliser la conduite de problèmes de recherche en mathématiques.
L'observation de classes montre que la gestion de telles situations est extrêmement complexe. En effet, la mise en œuvre et la conduite de situations de classe permettant aux élèves d'exercer une activité autonome de production de savoirs par une recherche et des échanges argumentés entre pairs est pour l'enseignant et les élèves un lieu de négociation et d'élaboration de divers types de répartition des rôles, responsabilités et modalités de fonctionnement et d'utilisation du savoir. Pour nous, la conduite de ces situations est pour l'enseignant un lieu d'expérimentation, de mise en œuvre et d'approfondissement de compétences nombreuses et variées qui lui sont utiles dans l'ensemble de son activité professionnelle. Cette utilité est liée aux nombreuses dimensions (psychoaffective, relationnelle, pédagogique, didactique…) qu'il doit gérer simultanément dans l'action.
L'objectif de la recherche menée pour l'IUFM de Lyon a été de construire une situation de formation à la conduite de problèmes de recherche qui soit aussi une formation à des gestes et attitudes professionnels "génériques". Après une analyse de formations existantes sur ce thème, le repérage de leurs manques par rapport aux besoins exprimés par les enseignants, et un détour par une analyse didactique du dispositif de formation permettant de le repenser, la recherche a permis l'élaboration d'une ingénierie de formation qui sera présentée. Celle-ci permet l'expérimentation réflexive contextualisée de gestes appropriés avec comme référence une théorie du "problème de recherche" construite par les stagiaires eux-mêmes dans la formation.
La méthodologie utilisée pour la conception du dispositif utilise des concepts de la théorie des situations, mais en les repensant dans le contexte de la formation des maîtres. Son intérêt vient de ce que le questionnement et les outils qu'elle propose semblent pertinents pour d'autres disciplines que les mathématiques.

I – LE CADRE DE LA RECHERCHE

I – 1 Le projet de formation, le *problème ouvert* comme problème de recherche

La finalité du projet de formation est de mettre à la disposition des professeurs d'école des organisations raisonnées de situations permettant que "l'élève soit confronté à de véritables problèmes de recherche", comme il est mentionné depuis de nombreuses années dans les I.O.

Il s'agit de donner aux professeurs d'école les moyens de conduire de façon appropriée des problèmes de recherche en classe : fournir un ancrage théorique (faire comprendre pourquoi ça marche) ; donner des outils didactiques et pédagogiques (faire comprendre et montrer comment le faire) ; constituer un rapport au savoir approprié.

Les situations proposées en formation font référence à la pratique d'innovation du *problème ouvert* mise en place par l'IREM de Lyon depuis une quinzaine d'années, et qui a montré son efficacité pour modifier le rapport aux mathématiques tant pour les élèves de collège (Arsac et al., 1988) que pour les futurs professeurs d'école en formation initiale (Peix, mémoire de DEA, 1997, et Peix, Tisseron, 1998). Des difficultés de diffusion de cette innovation ont été montrées dans (Arsac et al., 1992).

Si le problème ouvert a fait l'objet de nombreuses expérimentations et recherches, en particulier sur le scénario et le rôle du maître, au niveau du collège, le problème de sa transposition à l'école élémentaire - comme exemple typique de problème de recherche - n'est pas résolu. Les formations étudiées au début de cette recherche confirment la difficulté dans laquelle se trouvent les enseignants pour réaliser à leur satisfaction la conduite de problèmes de recherche. Cette difficulté est due à l'absence "d'au moins une technique, à portée non vide, relativement fiable et assez facilement maîtrisable, pour accomplir ce type de tâches" pour reprendre l'expression que (Chevallard, 1996) utilise à propos de tâches à réaliser au lycée.

I – 2 Le problème de la formation

Si la description des dispositifs et de leurs modalités de gestion fournit des techniques enrichissant l'outillage pédagogique de l'enseignant, le problème de la formation est de permettre l'intégration d'attitudes et de compétences nouvelles qu'implique une complexification des rôles à tenir par les enseignants au sein de ces nouvelles tâches. Cette évolution ne va pas de soi : beaucoup d'enseignants de mathématiques ont encore du mal à intégrer des problèmes de recherche dans leur pratique usuelle d'enseignement. Cette difficile intégration n'est pas seulement due au fait que les contenus d'enseignement eux-mêmes et l'évaluation de leurs apprentissages n'en nécessitent pas directement l'usage. Elle vient aussi des résistances des enseignants aux coûts cognitif et organisationnel de changements complexes, dans un milieu par ailleurs bien régulé au sein de contraintes extrêmement fortes (Crahay, 1989).

I – 3 Une hypothèse

Nous faisons l'hypothèse que la conduite réfléchie de problèmes de recherche est un instrument de développement de compétences professionnelles en ce qu'elle permet à l'enseignant d'expérimenter de nouveaux rôles, par exemple en donnant aux élèves davantage de responsabilités.

Cette responsabilisation des élèves s'accompagne naturellement du développement de leur autonomie et de leurs capacités d'écoute mutuelle et d'argumentation lors de tâches coopératives. Pour cela cette responsabilisation nous paraît l'élément clé (ou fondateur) d'un contrat pédagogique spécifique. En effet, le type de contrat d'un problème de recherche en autonomie implique une complexification des fonctions de l'enseignant, car celui-ci doit intégrer dans une pratique coutumière requise par les exigences du programme, l'inconnu d'une situation nouvelle en grande partie dévolue aux élèves, au sein de laquelle il doit assumer divers rôles. Ces différents rôles impliquent la construction par l'enseignant de leur signification par rapport à une conduite de classe plus "directive" qui reste largement dominante par ailleurs.

De plus, pour nous, l'importance de la formation à tenir ces différents rôles tient au fait que ceux-ci peuvent être utilisés au quotidien en dehors des situations spécifiques de recherche, et qu'ils correspondent à une attitude dans laquelle le travail de l'élève est reconnu pour ce qu'il est et l'erreur est constitutive de l'apprentissage. La capacité à adopter une telle attitude ne va pas de soi et son adoption constitue pour Favre (1995) une rupture par rapport à l'attitude courante dans laquelle l'erreur doit être évitée.

II – LES FORMATIONS OBSERVÉES EN 1999-2000

L'objet de la recherche en 1999-2000 consistait à identifier ce qui est pris ou non en charge par des formations existantes sur le problème de recherche dans l'Académie de Lyon, et comment est assurée cette prise en charge.

Partant des formations antérieures existantes, nous les avons modifiées pour en améliorer l'efficacité, en précisant les objectifs de formation, puis nous avons mis en œuvre une nouvelle formation de 9 heures, intégrée à un stage de formation continue cycle 2. Cette formation se déroulait ainsi : 6h, puis expérimentation en classe, puis 3h.

Par ailleurs, nous avons observé trois modules de formation initiale en PE2 à l'IUFM de Lyon, s'articulant aussi autour d'une expérimentation en classe.

Les résultats d'observation sont en accord avec nos hypothèses de départ. Dans les modules PE2 observés, nous constatons une permanence des questions des stagiaires sur divers points, et ceci même après les expérimentations en classe. Il s'agit d'abord de l'intérêt du problème de recherche pour l'élève et pour le maître et de sa place dans l'ensemble des activités en termes de cohérence et d'économie. Il y a aussi des questions récurrentes sur la gestion du travail de groupe, le type de production exigible en termes d'exactitude et de reflet des recherches du groupe, la gestion de l'expression écrite et orale, les modalités de validation du problème et plus généralement la question de la conclusion de la situation. Plusieurs de ces questions sont très présentes en particulier au cycle 2.

Pour toutes les formations observées, on constate une appropriation très variable du dispositif par les stagiaires. De plus, l'analyse des échanges montre une prise en charge insuffisante de certaines difficultés des stagiaires par le dispositif de formation, en particulier pour les questions citées. C'est à dire que l'analyse de l'ingénierie de problème ouvert proposée est souvent alimentée par les remarques des stagiaires observateurs, mais de fait prise en charge par le formateur.

De plus, les réponses apportées par le formateur sont souvent formulées en termes de conviction personnelle, de croyance dans les effets du problème ouvert observés de façon répétée. Sans exclure ce registre d'expression de croyances et convictions, il semblait nécessaire d'aller au-delà dans notre visée de construction de savoirs professionnels.

On peut interpréter d'une part les problèmes et questions soulevés par les stagiaires à propos de la pertinence et des modalités de la mise en œuvre de problèmes ouverts et d'autre part leur faible prise en charge par le dispositif de formation comme des indicateurs de problèmes de "transposition".

En juin 2000, suite à ces analyses de protocoles, nous formulions l'hypothèse que pour améliorer la formation, il nous fallait donner non seulement des techniques, mais aussi des outils didactiques (des références théoriques) qui permettent à l'enseignant de penser et d'adapter ces techniques, c'est-à-dire d'organiser et de conduire les problèmes de recherche, en fonction du cycle concerné. Nous explicitions ces outils théoriques comme relevant des notions de contrat/milieu, dévolution/institutionnalisation et validation avec le rapport aux mathématiques et à l'erreur.

On était ainsi dans une perspective de transposition des notions didactiques. Mais la contrainte de courte durée de la formation et le désir d'y maintenir une expérimentation rendent difficiles des apports théoriques didactiques conséquents.

Il semblait aussi que, pour répondre aux besoins de cohérence et d'économie exprimés par les stagiaires, il fallait montrer comment intégrer ces problèmes de recherche à l'ensemble des activités mathématiques, de façon à ce que leur mise en œuvre soit clairement finalisée, participe d'une dynamique globale, et que l'enseignant puisse faire vivre et utiliser le contrat créé lors de ces situations. Il nous fallait donc repenser le dispositif de formation en nous appuyant sur ces conclusions.

III – RETOUR SUR LE DISPOSITIF DE FORMATION ET LES SAVOIRS EN JEU

En septembre 2000, au vu de la complexité de la gestion des situations de recherche, qui nous est apparue par les questions des stagiaires dans les études précédentes, nous revenons sur la formation au problème de recherche par le biais des "savoirs professionnels" spécifiques permettant d'en conduire.

En utilisant le langage de la théorie des situations, les formations observées nous sont apparues en septembre 2000 comme de grosses situations dans lesquelles les phases d'action étaient prédominantes relativement aux savoirs relatifs à l'objet problème de recherche (le quoi). Mais, relativement aux gestes (le comment) et aux savoirs professionnels (le quand et le pourquoi) qui en permettent une réalisation appropriée, la formation fonctionne suivant un contrat comparable au contrat d'ostension défini par Brousseau (1995, p. 46) pour l'apprentissage des mathématiques. En paraphrasant Brousseau, le formateur "montre" un objet, ou une propriété de la situation, le stagiaire accepte de le "voir" comme le représentant d'une classe dont il devra reconnaître les éléments dans d'autres circonstances. La connaissance relative aux gestes et savoirs professionnels en jeu n'est pas *construite* par les stagiaires ni explicitée sous forme d'un savoir.

Le formateur utilise un répertoire de reconnaissance à la portée des stagiaires qui doivent voir la même chose que lui dans les objets présentés. Le formateur fait l'économie des situations de "formulation" des savoirs professionnels en jeu et de l'organisation du savoir correspondant.

Suite à ce constat, il nous apparaît que pour améliorer la formation, il est nécessaire de pouvoir expliciter les savoirs professionnels en jeu, puis de repenser la formation à ces savoirs. Pour repenser la formation, c'est-à-dire le dispositif de formation, nous utilisons la théorie des situations comme cadre de pensée pour faire en sorte que les savoirs (professionnels) visés *émergent des situations de formation avec une construction par les stagiaires eux-mêmes*, c'est à dire avec le minimum de "monstration" par le formateur.

La question pour les formateurs est alors de construire des situations de formation permettant, favorisant, induisant l'émergence de connaissances qui s'installeront comme savoir de la formation pour contrôler ensuite les actions conduites en classe, *a priori* pour les préparer, puis *a posteriori* pour les analyser. Ce savoir issu de la formation sera pour les stagiaires leur théorie du problème ouvert.

On envisage donc la construction par les stagiaires d'éléments de la théorie du problème ouvert sans donner nécessairement de vocabulaire didactique spécifique, et donc sans faire de l'acquisition d'un tel vocabulaire un objectif de la formation.

Le retour sur les actions réalisées en classe avec un contrôle prenant appui sur cette théorie de référence est envisagé par le biais d'un dispositif destiné à provoquer des argumentations autour des interprétations des actions réalisées en classe, des problèmes rencontrés et des décisions prises.

Ces interprétations confronteront les points de vue issus de la théorie construite collectivement avec les attitudes et comportements provenant de croyances, opinions personnelles, habitus réellement mis en œuvre en classe.

L'argumentation sur les interprétations provoque ainsi l'articulation des savoirs spécifiques de l'objet "conduite de problèmes de recherche en classe" avec les rapports personnels des stagiaires à cet objet dont elle convoque l'expression.

C'est à partir de ces idées générales que nous envisageons de réorganiser le dispositif de formation. Nous allons montrer comment nous avons modifié la formation en présentant de façon détaillée le nouveau dispositif repensé. Cette présentation permettra au lecteur d'en avoir une idée globale. Chemin faisant nous montrerons aussi notre interprétation de quelques effets de cette formation en analysant quelques interventions des stagiaires. Puis nous proposerons une analyse a priori de divers aspects du dispositif en utilisant le cadre interprétatif qui a guidé son élaboration.

IV – LA FORMATION EN 2000/2001, MODIFICATION ET ANALYSE

IV – 1 Le contexte des formations

Les deux actions concernées par cette nouvelle étude sont deux stages : en novembre/décembre 2000, le même stage de formation continue avec le même cadre qu'en 1999-2000 (6h en formation, expérimentation, 3h en formation). En janvier/mars 2001, élaboration d'un module de 9h destiné aux professeurs d'école stagiaires (PE2). Ce module est inséré dans un parcours de 30h, au centre local de l'IUFM de Bourg ayant pour thème « rapport au savoir, conduite de classe ». Ce module comporte 6h en janvier puis une expérimentation en classe avec un retour en avril de 3h.

Les observables pour les actions concernées sont composés des éléments suivants : les transparents produits par les observateurs lors de la recherche du problème, les affiches produites par les stagiaires pour l’analyse de la situation vécue, les échanges des stagiaires lors de cette analyse et synthèse du formateur (protocole), les affiches produites pour l’analyse de l’expérimentation en classe, les échanges des stagiaires lors de cette analyse et la synthèse du formateur (protocole).

IV – 2 Description de la formation : les nouveaux outils de la formation

Les diverses étapes

Elles sont dans leurs intitulés les mêmes que dans les dispositifs antérieurs. Mais elles diffèrent dans leurs objectifs et les formes de travail proposées qui découlent des consignes modifiées. Pour la compréhension du lecteur, nous énumérons d'abord ces étapes, puis nous précisons ensuite les modalités de réalisation.

L'étape 1 est une recherche de problème en groupe. Il s'agit comme dans les stages précédents de faire vivre complètement une recherche de problème ouvert : recherche de problème en groupe et production d'une affiche avec débat collectif de validation, puis expression orale du vécu sur cette expérience.

L'étape 2 consiste en une analyse en petits groupes de la situation vécue. Nous allons présenter ci-dessous la consigne modifiée.

L'étape 3 consiste en échanges entre les stagiaires et une synthèse en grand groupe. Nous allons présenter ci-dessous la consigne modifiée.

L'étape 4 est la préparation de l’expérimentation en classe. Nous allons présenter la grille de préparation modifiée et la consigne de retour modifiée.

L'étape 5 est le retour sur l’expérimentation. Nous allons présenter le nouveau dispositif d’analyse et la synthèse enrichie.

Comme il n'y a rien de modifié dans l'étape 1, nous n'y revenons pas et nous commençons l'explicitation des modifications avec l'étape 2.

Étude de l'étape 2 : Analyse de la situation problème ouvert vécue à l'étape 1

Les groupes sont identiques aux groupes de l'étape 1. Chaque groupe doit produire une affiche pour décrire le dispositif qu'il vient de vivre à l'étape 1. L'ancienne consigne de 1999 était la suivante :

> ***Vous venez de mettre en évidence certains effets produits lors de cette recherche de problème (essais, conjectures, richesse de la recherche, implication pour chercher et pour prouver, diversité des démarches, plaisir de faire des mathématiques,…).***
> ***Qu'est-ce qui a pu, selon vous, produire de tels effets ?***
> ***Poser des questions sur les divers éléments de la situation, <u>en évoquant des faits précis</u> qui ont eu lieu. Pour chaque point, faire ressortir les éléments de la synthèse.***

Cette consigne visait à permettre aux stagiaires de reconnaître ce qui dans le dispositif pouvait produire les effets qu'ils avaient rencontrés et invitait directement à un débat oral sur ce point. La consigne de 2000 vise davantage à faire travailler les *relations* du dispositif problème ouvert et *sous une forme différente*. La voici ***:***

> ***Cette situation de recherche de problème, telle qu'elle a été conduite, a produit certains effets que vous avez mis en évidence.***
> ***Nous vous proposons de travailler maintenant sur la situation vécue, son dispositif, pour mieux en comprendre le fonctionnement, et pouvoir disposer de points d'appui pour à votre tour conduire de telles situations en classe, et obtenir les effets attendus.***
> ***Vous utiliserez à votre guise l'espace de l'affiche pour mettre en évidence les relations entre les éléments de la situation et les effets qu'ils produisent.***

L'avantage d'une représentation graphique pour les stagiaires est de limiter l'usage de la langue aux éléments repérés, pour que les exigences de formulation ne fassent pas obstacle à la production de liens significatifs. Par ailleurs, du point de vue de l'analyse du dispositif, elle constitue un élément de symbolisation de l'expérience vécue dans le dispositif problème ouvert sur un registre graphique qui complète les registres sensori moteur et langagier mis en œuvre dans l'expérience.

Les affiches produites montrent bien un souci de mise en évidence d'une organisation de la situation, une recherche de liens entre différents moments de la situation, symbolisés par des flèches. On y voit aussi une mise en évidence du rôle de chaque moment : par exemple sur l'une des affiches sont explicités le rôle du travail de groupe, le rôle de l'affiche, le rôle du maître.

Ce travail sur l'affiche, avec la consigne telle qu'elle a été donnée, a bien permis en un temps raisonnable (une petite heure) la formulation par les stagiaires des fonctions spécifiques des différents moments et de leurs articulations, ainsi qu'une explicitation et un début d'analyse du rôle du maître.

Étape 3 : échanges entre stagiaires, synthèse en grand groupe

Il y eu modification de l'orientation des échanges et de la synthèse en mettant l'accent dès le début sur les objectifs de la situation problème ouvert.

Les effets de la production des représentations graphiques -dont on remarque la richesse- apparaissent bien dans les échanges entre stagiaires autour de leurs affiches. Voici deux exemples d'échanges entre stagiaires sur les affiches :

> Ensuite l'élève à la fin du travail de groupe, il expliquait son travail et il argumentait ce qu'il avait fait, ça permet aussi aux élèves de découvrir d'autres pistes de travail, d'autres façons d'avoir traité le problème et l'énoncé. On a dit aussi que ça permettait, enfin dans le groupe, un partage du travail et une certaine spécialisation parce qu'on n'a pas non plus travaillé de la même façon. Moi j'ai dessiné beaucoup, et par contre j'ai été bloquée après …

Outre l'explicitation de fonctions spécifiques du dispositif, ces citations nous montrent une appropriation de la situation par des va et vient entre une projection dans la position de l'élève puis un retour au vécu du groupe.

Dans l'exemple ci-dessous, il y a pointage d'éléments du rapport au savoir de l 'élève en problème ouvert :

> Et puis ce travail de groupe permettait aussi aux élèves d'émettre des hypothèses et de tenter de vérifier ce qui n'empêchait pas, pendant un certain temps, de rester sur des erreurs. Par exemple, dans le groupe, il y a une loi qui ...

Au fur et à mesure des échanges, le formateur reformule les remarques des stagiaires pour accentuer le caractère de généralité qui est déjà souvent présent. L'accent est mis sur l'organisation de la situation et l'analyse a priori avec les liens entre : objectifs - type d'énoncé - dispositif - rôle du maître et la conduite à travers les rôles du maître.

Étape 4 : Préparation de l'expérimentation

L'ancienne consigne consistait en une demande de préparation collective en petit groupe d'un problème ouvert en classe, incluant le choix et l'adaptation d'un énoncé et un début d'analyse a priori. Dans la nouvelle grille de préparation écrite, les stagiaires doivent, en plus de l'anticipation de l'expérimentation, ***indiquer un objectif personnel de formation par rapport à la conduite de problème ouvert.***

De plus, en vue de l'analyse de l'expérimentation, la consigne précise : "***Notez, pour le retour vos remarques par rapport à vos objectifs personnels de formation".***

L'objectif personnel de formation sert de fil conducteur pour le stagiaire, et incite à une attitude réflexive. Nous faisons aussi l'hypothèse que se fixer cet objectif joue sur l'anticipation de la situation que le stagiaire construit pour son expérimentation.

Étape 5 : Retour sur l'expérimentation

Ce retour utilise un nouveau dispositif d 'analyse de l'expérimentation faite en classe. Nous ne revenons pas sur le premier dispositif de 99-00. Nous présentons directement l'organisation du travail dans cette étape avec les consignes proposées. Cette étape comporte trois moments :

1. Un bilan individuel à partir d'une grille qui donne des pistes pour ce bilan.

2. Un bilan par groupe ayant préparé collectivement l'expérimentation par niveau de classe et problème, ce bilan est élaboré sous forme d'une affiche qui est commentée lors des échanges.

3. Des échanges sur les affiches.

IV – 2.1 Bilan individuel avec une grille

La nouvelle consigne orale est la suivante : "***Vous listez : ce qui a été conforme aux prévisions, ce qui n 'a pas été conforme***". Elle est accompagnée d'une grille d'aide à l'analyse distribuée par écrit et qui est reproduite ci-dessous.

DES PISTES POUR FAIRE UN BILAN DE VOS OBSERVATIONS
<u>1. Bilan du point de vue des élèves</u>
- Types de procédures apparues.
- Comportement des élèves pendant la recherche.
Évolution éventuelle par rapport au comportement habituel en mathématiques.
- Nature des échanges, pendant la recherche et pendant le débat.
- Comment s'est fait l'accord sur la validité des solutions ?

<u>2. Bilan du point de vue de la mise en œuvre</u>
- La consigne : a-t-il fallu la donner plusieurs fois ? la compléter ? la reformuler ?
- Avez-vous eu besoin de relancer la recherche et comment cela s'est-il passé ?
- Sous quelle forme ont été recueillies les procédures ? Dans le cas d'une affiche, y a-t-il eu des résistances pour la rédiger ?
- Organisation et gestion du débat.
Faites part des autres points que vous souhaitez voir aborder.

IV – 2.2 Bilan par groupe/niveau de classe/problème

Les groupes sont les mêmes que pour les préparations d'expérimentations. La nouvelle consigne distribuée par écrit et reprise à l'oral est la suivante :

Réalisez une affiche en 2 colonnes : ce qui a été conforme aux prévisions, ce qui n'a pas été conforme.

Dans chaque colonne (conforme, non conforme), vous faites en groupe le choix d'un ou deux éléments sur lesquels il vous semble important de travailler : un élément de réussite, un élément de difficulté.

Pour ces éléments choisis, vous vous mettez d'accord sur une explication : vous explicitez les éléments de la situation qui permettent d'expliquer la conformité ou l'écart avec vos prévisions. Pour cela, vous pouvez vous aider des éléments mis en évidence lors de la séance précédente : document « Le problème ouvert à l'école », l'affiche de votre groupe sur l'analyse de la situation vécue.

Un rapporteur par groupe.

Cette consigne vise à forcer l'analyse sur les éléments conformes explicables par le dispositif, et ceux non conformes. Cette non conformité peut être imputée soit à la complexité de sa réalisation effective, soit à des contraintes spécifiques aux classes, soit aux conceptions des enseignants, et ceci de façon évidemment non exclusive.

Les analyses et interprétations du moment suivant visent à départager ce qui relève des contraintes externes et ce qui relève des conceptions.

IV – 2.3 Échanges sur les affiches, exemples de citations de stagiaires

L'objectif de ces échanges est de provoquer le repérage par les enseignants des liens entre la *situation* problème ouvert et ses effets sur les modalités de travail des élèves, ainsi que sur les rôles et attitudes que cela suppose, qui peuvent être en conflit avec leurs propres conceptions. Par ailleurs ils permettent aussi d'affiner les interprétations des consignes par la reconnaissance des variantes possibles et de leurs effets.

Si en 1999-2000, on restait sur du vécu, du type compte-rendu libre d'expérimentation, il nous apparaît qu'en 2000-2001 on obtient en plus des éléments d'analyse qui s'expriment par les liens que les stagiaires établissent entre ce que font les élèves et les aspects spécifiques du dispositif problème ouvert. Les items sont ceux qui sont choisis par les stagiaires pour approfondir ce qui a été constaté. Nous proposons ci-dessous en exemple quelques citations extraites des échanges en FC.

IV – 2.4 Fonctionnement du contrat de recherche

Une acceptation du contrat lié à la situation

> Tous les enfants ont accepté de se laisser conduire dans une situation de recherche et se sont impliqués, aucun n'a été incapable de présenter sa démarche, tout le monde a fourni un document dessin ou autre chose qui montrait sa façon de résoudre.

Les élèves sont conscients de la rupture de ce contrat

> Même s'ils mettent quelque chose ils sont persuadés qu'ils se sont trompés car ce n'est pas comme d'habitude. Ils vont oser quelque chose qu'ils n'oseront pas habituellement, même si ça n'aboutit pas moi je trouve intéressant qu'ils aient osé même si c'est faux.

Les effets sur les initiatives des élèves

> Le problème se prête bien à ce genre de chose, c'est-à-dire qu'on va oser faire, même si moi j'ai une réponse fausse mais malgré tout la démarche est intéressante.

IV – 2.5 L'articulation affiche / travail de groupe / débat

Les inconvénients évoqués sont relatifs à la souffrance, la frustration dues à la complexité de rédaction d'une affiche. Produire une affiche est jugé trop ambitieux au CE1. Il est aussi noté un appauvrissement de l'affiche par rapport au travail de groupe. Les avantages sont du côté de l'intérêt du débat dans les groupes comme compte-rendu pour la synthèse et la communication. Les échanges montrent aussi le rôle de l'affiche pour inciter les groupes à se mettre d'accord sur un contenu et faire des choix, et donc permettre et produire des confrontations, régulations, validations, soit internes au groupe en phase de production, soit inter groupes en phase de débat. Du point de vue de la formation, ces échanges permettent une structuration du dispositif "problème ouvert" par un retour sur les fonctions des diverses phases et leurs relations.

En lien avec la production d'une affiche, il y a eu un débat sur les avantages et les inconvénients d'avoir à adopter une solution commune ou pas, certains stagiaires s'étant d'ailleurs refusés à contraindre les élèves à se restreindre à une seule solution. D'où un échange sur les effets des diverses consignes de production d'affiche : présenter les solutions du groupe ou présenter une solution commune pour le groupe et le repérage de la contrainte de rédaction qui limite ce qui est communiqué.

IV – 2.6 Ouverture sur la pratique professionnelle : prise de distance, position réflexive

Les stagiaires vont plus loin dans l'analyse et manifestent ainsi cette position réflexive que nous cherchons à provoquer. L'enseignant se détache de la description d'un fait précis, et poursuit l'analyse en procédant à des déclarations sur sa pratique voire sur la pratique enseignante relative au problème de recherche en général. Il prend conscience de ce que ce travail peut permettre (validation, correction des erreurs). Il se donne des prescriptions à lui-même en termes de méthodes. Il se détache de la description d'un cas particulier et repère que la manipulation est un outil pour gérer l'hétérogénéité. Plus précisément suivant les stages, les points les plus saillants ont été les suivants :

- en formation continue comme en formation PE2 on note particulièrement la découverte d'un autre regard sur les capacités des élèves :

> Je ne m'attendais pas à ce qu'ils se valident entre eux, et qu'ils discutent entre eux de leurs erreurs et qu'ils se les corrigent.

- la possibilité pour l'enseignant de valoriser des démarches élémentaires :

> Elle a manipulé elle a mis sa solution puis après elle a dit j'aurais pu enlever une grande puis mettre une petite…ça l'a un petit peu mise en valeur parce qu'elle a essayé de trouver à partir de sa manipulation d'autres solutions. - En fait on est revenu au matériel au moment de la validation pour la validation de la synthèse on est revenu à un regard sur l'action d'un élève par la manipulation matérielle.

- la découverte d'une autre forme de pratique pédagogique et de son intérêt :

> On a vu aussi des enfants qui avaient la réponse et qui auraient pu nous dire mais qui n'osaient pas, ils avaient peur de se tromper voilà, eh ben on pense qu'en fait c'est à nous de faire ce genre d'activité le plus souvent possible de leur faire travailler l'expression orale et puis de les aider aussi peut-être en posant des questions pour les aider à retrouver leur cheminement.

- en formation initiale PE2, on note particulièrement la découverte de l'importance du temps de travail individuel des élèves ; l'influence de l'analyse *a priori* de la situation par le maître pour la qualité de la mise en commun qu'il anime ; également le rôle du problème ouvert comme outil pour permettre à l'enseignant de prendre de l'information sur les connaissances de ses élèves.

> De prévoir les procédures, ça a été très bénéfique […] ça a permis de beaucoup mieux organiser la séance […] on sait comment on va amener la mise en commun par la suite, on sait dans quel ordre vont être montrées les productions, et ça permet de bien mieux gérer la leçon de maths. -On a essayé aussi d'expliquer pourquoi ils avaient fait une erreur à laquelle on n'avait pas pensé, dans l'ignorance de la commutativité de l'addition.

- on peut noter aussi le manque de distance par rapport à ce qui est dit en formation

…normalement, dans un problème ouvert, on ne doit pas apprendre de nouvelles connaissances.

V – ANALYSE DU DISPOSITIF

V – 1 Une visée de formation professionnelle

L'enjeu et l'originalité du nouveau dispositif est de proposer une situation permettant de faire formuler par les stagiaires eux-mêmes les relations entre les éléments du dispositif "problème ouvert" et les effets qu'il permet de produire sur les élèves.

L'élaboration de ces relations constitue le véritable travail conceptuel des stagiaires. Le résultat de ces élaborations constitue pour les stagiaires leur théorie du dispositif "problème ouvert" *comme représentant générique du problème de recherche.*

Précisons cette idée de théorie. Le dispositif "problème ouvert" se présente comme une succession d'étapes dont la description se fait en langage courant (recherche en groupe, production d'affiches, conduite de débat, *etc.*…). Chacune de ces étapes a ainsi en soi une signification claire en elle-même. Mais le dispositif global prend sa signification et permet les effets attendus par la succession des étapes, les relations qu'elles entretiennent sur divers registres et les subtilités de la mise en scène et de la gestion de l'ensemble par l'enseignant.

Ce sont ces relations qui donnent leur sens et leur importance à chaque étape et constituent la théorie du problème ouvert.

Le dispositif de formation constitue d'une part une formation à la conduite de problème ouvert pour lui-même, d'autre part une ingénierie générique pour la pratique professionnelle.

V – 1.1 Le problème ouvert pour lui même

La formation au problème ouvert pour lui-même vise à donner un modèle de mise en œuvre du problème de recherche à l'école élémentaire. Elle peut être utilisée comme ingénierie permettant d'introduire deux types de situations de classe : situation-problème et problème de recherche. A ce niveau, le problème ouvert est pris pour lui-même, il s'agit de permettre au stagiaire de s'approprier en les reconstruisant pour lui-même des schèmes sociaux d'utilisation déjà décrits extérieurement à lui. Cette construction inclut une compréhension de la signification du problème ouvert comme théorie, ce qui correspond à une situation de formation spécifique. Son appropriation pour l'action réussie en classe relève d'une expérimentation anticipée et d'un retour réflexif sur l'action. Ce retour réflexif nécessite aussi une situation de formation appropriée.

V – 1.2 Le problème ouvert comme moyen

Dans cette perspective, l'expérimentation de problèmes ouverts est l'occasion de poser des *questions génératrices* de la pratique professionnelle (Chevallard) à travers son utilisation comme lieu de travail (observation, mise en œuvre et /ou construction) de gestes et savoirs professionnels génériques et occasion de retour réflexif sur la pratique.

Dans cette perspective, il est facile de dresser une liste de gestes et/ou connaissances professionnels travaillés dans la situation problème ouvert et décontextualisables :

Sur la notion de situation

- importance fondamentale de l'analyse *a priori* pour structurer avant, piloter pendant, analyser après ;
- passer de l'observation de l'élève à l'observation des effets d'un dispositif spécifié sur les comportements et connaissances ;
- notion de situation comme organisation théorique structurée, cohérente et finalisée ;
- mise en cohérence entre objectifs, types de tâches, dispositif, rôles et attitudes du maître, effets produits ;
- rôle du milieu, dévolution, implication et travail autonome.

Sur le rapport au savoir

- travail sur des variables du rapport au savoir de l'élève, sur ses capacités suivant la situation ;
- travail sur les rapports aux mathématiques et à l'erreur (de l'élève et aussi du professeur).

Sur les modalités d'intervention et les dimensions en jeu

- aides versus médiation, respect de positions ;
- rôle du débat, argumentation, rapport à l'erreur versus attitudes et valeurs sociales.

Sur des aspects techniques des modalités de conclusion

- modalités de la validation ;
- gestion de phases de conclusion.

La reconnaissance du caractère générique des gestes professionnels que le problème ouvert permet d'expérimenter doit aussi passer par une situation de formation appropriée. Il s'agit de permettre la construction de schèmes dont la signification est donnée par les transformations qu'ils permettent sur les formes d'activités et d'interactions enseignant-élève.

V – 2 Repenser le dispositif de formation

<u>Des hypothèses</u>

- L'appropriation de l'ingénierie et de son caractère générique nécessite une construction de sa signification et sa mise à l'épreuve par les stagiaires eux-mêmes collectivement et en coopération ;
- il est pertinent de réutiliser la notion de *situation* de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998) construite pour les apprentissages des élèves, car en général, les connaissances se construisent en situation de résolution de problème (pannes, crises), mais ces connaissances sont d'abord des connaissances de l'action. Dans ce cadre, il faut donc prendre en compte l'importance du rôle de situation de *formulation* comme intermédiaire permettant de passer de l'action à la validation, des connaissances au savoir ;
- cette formulation se fera plus facilement dans le langage déjà disponible dont la signification sera retravaillée à cette occasion, les notions nécessaires ayant été construites collectivement auparavant dans une situation d'action.

<u>Une méthode</u>

Permettre une *formulation par les stagiaires eux-mêmes* de la "théorie du problème ouvert" en deux étapes : d'abord comme instrument pour anticiper l'action ; ensuite comme instrument pour analyser sa réalisation, c'est-à-dire repenser le dispositif décrit par la théorie et les gestes professionnels pour le conduire, leur cohérence et leurs effets. De plus, permettre à chaque fois *la validation* par un débat collectif et coopératif appuyé sur une référence construite auparavant.

D'où une formation en deux temps en pensant les situations de formation avec les outils de la théorie des situations didactiques de Brousseau (TSD) et de la théorie de l'anthropologie didactique (TAD) de Chevallard. Du point de vue de la TSD, suivant les types de savoirs visés le dispositif didactique de formation prend comme milieu : soit une situation vécue en formation (recherche complète d'un problème ouvert (PBO)), soit une situation de classe destinée à expérimenter la validité de modèles d'action (systèmes organisés de connaissances permettant la construction ou le choix d'une stratégie).

V – 3 De la pratique à la "pratique instruite"

Le tableau ci-dessous résume de façon synthétique les diverses situations proposées en formation. Nous verrons ensuite un autre tableau qui en propose diverses interprétations.

Situations proposées	Modalités de travail connaissances mises en œuvre et savoirs en jeu
I - Vivre une situation faire des maths, rechercher un problème	recherche en groupes d'un problème mathématique, production d'affiches, débat de validation
II - Du vécu au texte élaborer une affiche sur le dispositif de I	étudier le PBO comme modèle par la mise en mots et en liens des objets du dispositif sur un registre énonciatif, discursif et graphique
III -Présentation, échanges, confrontation synthèse	explicitation collective de la théorie du dispositif : les objets et leur sens via la signification des liens entre les objets le PBO comme modèle premières mises en lien avec d'autres modèles (apprentissage, mathématiques, rôles)
IV -Du texte à l'action programmée préparation d'une expérimentation élaboration de stratégies repérage d'items professionnels	mise en œuvre de techniques et méthodes vues en II et III anticipation d'objets à travailler à partir de modèles d'action
V -Expérimentation en classe	en plus de ce qui est anticipé, il y a usage nécessaire de savoirs personnels pour réaliser les gestes prévus
VI - Retour sur l'action programmée, réalisée compte rendus analyse	sur le registre "conforme ou non" élaboration de l'analyse sur des objets choisis par les sujets mises en lien avec d'autres modèles (apprentissage, mathématiques, rôles)
VII - Présentations, échanges	communication, confrontation régulation, validation

VI – QUELQUES EFFETS DE LA FORMATION

Un questionnaire a été adressé aux 19 stagiaires de la formation continue de 2000/2001. Parmi les 19 stagiaires, 9 ont répondu. A propos des questions qui portent sur la réalisation de problèmes ouverts, 8 stagiaires déclarent avoir intégré des problèmes ouverts dans leur progression sur 2001-2002. Le 9$^{\text{ième}}$ est un titulaire remplaçant qui n'a pas eu de classe assez longtemps pour mettre en œuvre des problèmes ouverts. Les raisons invoquées sont du côté des avantages pour les élèves : intérêt et bénéfice de la recherche, de la mise en commun. Il s'agit aussi pour l'enseignant de développer une attitude, de négocier un contrat (*"faire prendre conscience aux enfants qu'ils sont tous capables de chercher, d'inventer, de trouver" ; "le groupe classe mûrit dans sa socialisation et sa vigueur intellectuelle"*).

Une question concernait les modifications éventuelles de l'attitude de l'enseignant vis-à-vis des élèves : nous leur demandions quelles sont celles qu'ils attribuent à la formation à la conduite de problème ouvert. Les réponses font part de l'usage du dispositif "problème ouvert" et de son extension à d'autres disciplines. Les enseignants disent avoir modifié leur pratique sur les points suivants : découverte des connaissances et compétences des élèves et appui sur celles-ci, modification dans le traitement de l'erreur, modification du rôle de l'enseignant dans le sens d'un souci de dévolution, appui sur le contrat créé, transfert des compétences à d'autres situations, en particulier meilleure maîtrise des mises en commun, confiance dans la capacité à les conduire.

Au vu de ces réponses, il semble bien qu'il y ait construction et identification de compétences professionnelles (gestes, attitudes) utilisables dans l'ensemble de la pratique. Par ailleurs, et bien que cela ne corresponde pas à ce qui est demandé, les stagiaires ne peuvent s'empêcher de mentionner divers effets de la pratique du problème ouvert, observés chez leurs élèves, et divers bénéfices pour le contrat en classe (prise en compte de divers niveaux de solutions, sans en dévaloriser certaines, possibilité offerte à chacun de résoudre avec ses propres moyens, plaisir de la recherche, développement de la confiance en soi, d'une forme d'assurance, par le fait de rapporter son travail aux autres, responsabilisation des élèves vis à vis de leur travail).

VII – CONCLUSION : QUESTIONS ET PERSPECTIVES POUR L'EXPLOITATION DU DISPOSITIF

VII – 1 Effets du nouveau dispositif de formation

Le nouveau dispositif de formation a permis principalement trois choses : d'abord, les questions des stagiaires qui étaient restées sans réponse dans les formations de 1999-2000 émergent plus tôt, et sont traitées ; par ailleurs, des éléments d 'analyse sont produits par les stagiaires eux-mêmes et leur permettent d'aller plus loin dans leurs explicitations de gestes professionnels finalisés ; enfin des compétences professionnelles génériques sont construites et identifiées par certains stagiaires.

Se pose alors la question de l'institutionnalisation : il faudrait pointer avec les stagiaires ces acquis professionnels et faire prendre conscience à un plus grand nombre de leur caractère générique.

VII – 2 Quels moments et quels objets pour une institutionnalisation ?

Les échanges entre stagiaires permettent de cerner deux types d'objets sur lesquels pourrait porter l'institutionnalisation.

VII – 2.1 Sur la conduite d'un problème de recherche

Par exemple, le problème de recherche permet à l'enseignant de prendre de l'information sur les connaissances et compétences des élèves. Souvent, en tant qu'enseignant, on sous-estime les compétences et on surestime les connaissances.

Différents enjeux sont à tenir dans la classe, concernant en particulier le rapport à l'erreur, et le rapport au savoir : liens entre procédures, limites. Une même situation peut permettre de gérer différents types d'enjeux.

VII – 2.2 Sur l'explicitation des gestes professionnels

Il faudrait intégrer au dispositif une situation de formulation des compétences professionnelles travaillées. (Elle prendrait place en position VII sur le tableau du paragraphe V–3). Des exemples de gestes et/ou connaissances professionnels travaillés dans la situation problème ouvert et décontextualisables ont été cités en fin de V–1. Cette dernière situation permettrait la mise en évidence de leur caractère "générique" par les stagiaires, ce qui en constituerait une décontextualisation. Cette dernière situation devrait permettre de renforcer les acquisitions que montrent les réponses post stages ci-dessus. Dans la formation expérimentée, cette explicitation a été faite par le formateur lui-même par manque de temps. Une situation de formation plus élaborée nous paraît nécessaire pour faire travailler la décontextualisation. A cet effet, les notions de situation de rappel de type I et II de Perrin-Glorian (1994, p. 140) peuvent être utilisés avec pertinence pour penser la situation de formation correspondante.

VII – 3 Mise en cohérence avec le reste de la formation

Il faudrait aussi pouvoir travailler sur les savoirs professionnels qui émergent dans ce travail et faire en sorte qu'ils puissent être réinvestis dans d'autres types de situations. Un dispositif serait à construire pour intégrer nos concepts de formation dans un contexte approprié à l'IUFM. La mise en œuvre en formation continue est moins complexe.

BIBLIOGRAPHIE

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M., PICHOD D. (1984) La pratique du problème ouvert, *IREM de Lyon*.

ARSAC G., BALACHEFF N., MANTE M., (1992) *Teacher's role and reproducibility of didactical situations*, Educational Studies in Mathematics, **23**, 5-29.

ARSAC G., GERMAIN G., MANTE M. (1988) Problème ouvert et situation problème, *IREM de Lyon*.

BROUSSEAU G. (1998) Théorie des situations didactiques, *La pensée sauvage, Grenoble.*

CHEVALLARD Y. (1995) *La fonction professorale : esquisse d'un modèle didactique*, in Actes de la VIIIeme Ecole d'été de didactique, IREM de Clermont-Ferrand.

CRAHAY M. (1989) *Contraintes de situation et interactions maître-élève : changer sa façon d'enseigner est-ce possible ?* Revue Française de pédagogie, **88,** 67-94.

FAVRE D. (1995) *Conception de l'erreur et rupture épistémologique*, Revue Française de pédagogie, **111**, avril-mai-juin 1995, 85-94.

JULO J. (1995) Représentation des problèmes et réussite en mathématiques, *P.U.R.*

PEIX A., TISSERON C. (1998) *Les problèmes ouverts, un outil de formation pour les professeurs d'école ?*, Petit x, **48**, 5-20.

PERRIN, M.J. (1994) *Théorie des situations didactiques : naissance, développement, perspectives*, in Artigue, M. et al., Vingt ans de didactique des mathématiques en France, La pensée Sauvage, Grenoble, 97-147.

L'USAGE DES TICE PAR LES STAGIAIRES IUFM : HORS LA CLASSE ET/OU DANS LA CLASSE ?

Maha ABBOUD-BLANCHARD
Maître de conférences, IUFM D'ARRAS
Equipe DIDIREM Paris 7
maha.blanchard@math.jussieu.fr

Résumé
Quels rapports entretiennent les stagiaires IUFM (PE et PLC) avec les TICE ? Comment ces rapports interviennent et évoluent au cours de la formation et des premiers temps d'exercice du métier ? Cet article présente les résultats d'une étude portant sur ces rapports et sur les usages professionnels qui y sont associés dans trois cadres différents : le cadre personnel, le cadre de la préparation de la classe et celui de la classe.

Mots clés : TICE, usages, pratiques enseignantes, enseignants débutants.

Les données utilisées dans cet article ont été obtenues dans le cadre de l'équipe en projet « Appropriation des outils TICE par les stagiaires D'IUFM » qui a associé, entre 2002 et 2004, l'INRP et cinq IUFM : Besançon, Dijon, Lille, Orléans-Tours & Reims.

I – INTRODUCTION

Dans ce travail, nous nous situons à la fois dans le domaine des recherches sur les usages des technologies dans l'enseignement et dans celui des recherches sur les pratiques des enseignants et la constitution de la professionnalité enseignante.

Nous avons pris comme objet d'étude les enseignants dès leur formation initiale en IUFM. Du point de vue des TIC ces enseignants débutants bénéficient, en principe, d'une formation reçue à l'Université (C2i niveau 1) et en IUFM et ont, semble-t-il, une représentation favorable des apports possibles des technologies à l'enseignement.

Nous nous sommes donc proposés d'étudier les compétences des stagiaires IUFM dans le domaine des TICE et leurs limites, et d'identifier les usages de technologies qu'ils pratiquent le plus facilement durant leurs premiers temps d'enseignement ainsi que les points de résistance et les déterminants qui les sous-tendent.

Afin de mieux cerner ces compétences et ces pratiques, nous avons délimité trois cadres d'usage des technologies par l'enseignant qui correspondent aux différents contextes d'activité et à l'emploi d'outils informatiques spécifiques ou non à ces contextes :

- *le premier cadre* concerne les activités *non directement liées la classe*, comme par exemple la communication via la messagerie électronique et la recherche de documentation via l'Internet. Dans ce cadre, les outils bureautiques sont les plus utilisés, cependant, le travail personnel dans une discipline donnée peut impliquer l'utilisation de logiciel spécifique à cette discipline ;

- *le second cadre* est celui de la préparation de la classe, comme par exemple l'élaboration et l'organisation des fiches de préparation et la conception de documents destinés aux élèves. Dans ce cadre, des outils logiciels spécifiques à l'enseignement d'une discipline deviennent souvent nécessaires ;
- *le troisième cadre* est celui de *la classe* : les usages des TICE dans ce cadre ont pour objectif de soutenir des apprentissages disciplinaires. Ils tirent le plus souvent parti des logiciels spécifiques à la discipline ou constituent une utilisation spécifique de logiciels généraux.

Nous faisons l'hypothèse qu'une réelle intégration des TICE à l'enseignement suppose une instrumentation « harmonieuse » de l'activité de l'enseignant dans les trois cadres. Dans le troisième cadre, cette instrumentation s'articule avec une activité instrumentée des élèves. La mise en place récente du C2i niveau 2 - enseignant[1] rejoint cette hypothèse puisqu'il y est définit des objectifs de compétences cohérentes dans les trois cadres.

II – HYPOTHÈSES

Nous nous basons donc sur l'idée d'une instrumentation qui articulerait les usages des outils TIC dans les différents cadres de l'activité professionnelle, instrumentation qui pourrait être favorisée par le rapport, a priori favorable, de la population des enseignants débutants vis-à-vis des TICE. Deux hypothèses sous-tendent alors notre travail :

- **Une première hypothèse** est qu'il existe au sein de chaque cadre un contraste entre des usages se développant "naturellement" et d'autres posant plus de difficultés. A titre d'exemple, dès qu'une classe de primaire est équipée d'un ordinateur il est fréquent, de voir l'école investir dans l'achat de Cédéroms éducatifs. L'utilisation de ces logiciels, qu'on peut qualifier de « fermés », se généralise et les enseignants les intègrent facilement dans les activités quotidiennes de la classe. En revanche, des logiciels dits « ouverts » où la conception de la tâche de l'élève est à la charge de l'enseignant peinent à trouver leur place dans ces classes.

Les déterminants de ces contrastes peuvent être recherchés dans plusieurs domaines tels les représentations de l'enseignement ou bien les contraintes de l'exercice du métier et les normes associées. C'est le cas par exemple quand l'usage par les élèves d'un outil logiciel recommandé par les instructions officielles demande à l'enseignant un temps de préparation de la classe démesuré par rapport à la pratique habituelle ou conduit à une durée d'activité en classe inhabituellement longue pour le sujet étudié, a fortiori lorsqu'il s'agit d'un professeur débutant.

- **Une seconde hypothèse** est que, pour un outil donné, il existe des écarts qualitatifs entre les différents cadres d'activités que nous venons de distinguer. La communication par l'Internet par exemple se répand notamment chez les jeunes adultes et l'on peut s'attendre à trouver une propension à son utilisation chez les professeurs stagiaires dans le but d'échanger avec leurs collègues. Il n'est pas certain cependant que cet usage modifie l'enseignement lui-même :

[1] Certificat Informatique et Internet ; http://tice.education.fr/educnet/Public/formation/c2i-ens/

une communication instrumentée peut fort bien concerner une pratique enseignante non instrumentée.

Pour nous, ces écarts qualitatifs constituent des obstacles à l'instrumentation harmonieuse décrite plus haut. L'investissement réalisé par l'institution dans le domaine des TICE ne se justifierait pas si les enseignants les utilisaient uniquement en dehors de la classe. Il s'agit donc de caractériser ces écarts qualitatifs et de rechercher les facteurs (formation, ressources, dispositifs...) qui, chez les enseignants débutants, favorisent la transition d'un cadre à l'autre.

III – MÉTHODOLOGIES ET RÉSULTATS

Notre recherche exploratoire ne disposant que d'une durée très limitée (deux ans), monter un dispositif spécifique de recueil de données était inopportun. Nous avons par conséquent fait le choix d'utiliser des données déjà existantes dans les IUFM participant au projet. Malgré l'hétérogénéité que pourraient présenter ces données, nous avons fait le pari que les axes que nous définirons pour les analyser nous permettraient de faire ressortir certains points saillants, soit parce qu'ils concordent d'un IUFM à l'autre, soit parce qu'ils montrent des disparités. Des résultats isolés (obtenus dans un seul IUFM) pourraient également présenter un intérêt pour notre problématique.

Nous avons, par conséquent utilisé deux méthodologies : la première, quantitative, concerne l'analyse des déclarations des stagiaires recueillies à travers des *questionnaires*, la deuxième, qualitative, s'attache à *l'étude* d'un corpus limité *de mémoires professionnels.*

III – 1 Les questionnaires

Nous avons utilisé des données provenant de 3 IUFM, Dijon (questionnaires passés en début d'année), Besançon et Reims (questionnaires soumis en fin d'année), et portant sur l'ensemble des stagiaires en deuxième année d'IUFM. Nous avons également utilisé des données provenant de l'IUFM d'Orléans-Tours –qui sont plutôt à visée clinique puisqu'ils concernent deux groupes de PE2– avec une passation des questionnaires en début et fin d'année. Nous ne rentrerons pas ici dans les détails de l'analyse, nous nous limiterons à la présentation des résultats, synthétisés selon 4 axes en liaison avec les trois cadres d'usages définis ci-dessus.

III – 1.1 L'équipement personnel

Le croisement des résultats des 4 IUFM montre que le taux d'équipement progresse au cours de la deuxième année pour se stabiliser, chez les PE2, autour de 85 %. L'enquête plus précise qu'a fait Orléans-Tours sur les PE2, montre qu'il s'agit, dans cette population, d'un équipement personnel assez complet : 3/4 ont un graveur et 2/3 un scanner (en progression sur l'année).

L'accès personnel à l'Internet et la possession[2] d'une messagerie électronique progressent également, non seulement au cours de l'année de formation, mais aussi d'une année à la suivante (Dijon note en début d'année un taux de 55% chez les PE2 en 2003 et 62% en 2004). L'usage de la messagerie est en moyenne de deux fois par semaine pour 80% des stagiaires. L'étude d'Orléans-Tours note cependant que 20% des PE2 déclarent ne jamais utiliser leur messagerie.

III – 1.2 Les usages personnels

L'utilisation du traitement de texte est la plus répandue chez les PE2 (86% à Dijon en début d'année et 98% à Besançon en fin d'année). Cette généralisation au cours de la deuxième année peut résulter des incitations faites en direction des stagiaires pour qu'ils présentent leurs travaux en utilisant un traitement de texte. Par ailleurs, elle semble être due davantage au compagnonnage et à l'autodidaxie qu'à des formations spécifiques. L'utilisation d'autres logiciels généraux, comme par exemple le tableur, est beaucoup plus faible et se situe autour de 45% pour l'ensemble des stagiaires (1er et 2nd degrés).

Certaines des questions posées visaient à identifier les lieux et les moments où s'étaient formées les compétences en informatique. Les grandes tendances se retrouvent d'une étude à l'autre. Les compétences semblent faites de savoirs d'action suivant directement l'équipement et les usages les plus courants, et être acquises principalement par autodidaxie. Le rôle de l'IUFM semble moindre que celui joué par la famille et les amis dans l'apprentissage du traitement de texte. Ces compétences semblent homogènes chez les PE2, contrastant avec l'hétérogénéité du recrutement. En particulier, l'étude d'Orléans-Tours ne montre pas d'avantage particulier aux PE2 les plus jeunes dans une population où l'âge varie entre 23 et 34 ans. Une explication serait que les parcours des PE2, bien qu'étant différents, incluent généralement un usage de l'ordinateur, au moins comme outil.

III – 1.3 Les usages pour la préparation de la classe

Les logiciels utilisés ici sont dans l'ensemble les mêmes qu'en utilisation personnelle, notamment la production de documents pour la classe en traitement de texte. L'utilisation de logiciels disciplinaires pour la préparation de la classe reste très minoritaire (9% pour les PE2 de Reims en 2003). . Il existe ainsi une continuité dans les usages personnels et en préparation de la classe des logiciels “ généraux ”, ce qui peut traduire l'évolution de certaines normes professionnelles et la résistance d'autres. La faiblesse de l'utilisation de logiciels spécifiques aux disciplines peut témoigner aussi d'une résistance des normes liées à la discipline.

La recherche de ressources sur l'Internet devient la règle et s'accompagne d'une augmentation du recours aux préparations en ligne “ toutes faites ”. Ce recours constitue une rupture, assez radicale, par rapport à la préparation “ autonome ” à l'aide des médias traditionnels (manuels, livre du maître, fichiers, *etc*.). Les professeurs stagiaires disposent, via l'Internet, d'un ensemble de ressources facile à localiser grâce aux moteurs de recherches. Par différence avec les médias traditionnels, ces ressources sont

---

[2] Sans oublier l'attribution automatique par l'IUFM d'une adresse électronique « institutionnelle » au stagiaire.

d'un intérêt et d'une pertinence très hétérogènes et ne constituent pas un ensemble organisé. Il convient donc de s'interroger sur la façon dont l'exploitation de ces ressources s'intègre dans la nouvelle professionnalité et de la contribution des dispositifs de formation à une utilisation " saine ".

III – 1.4 Les usages dans la classe

L'accès au matériel

L'accès à un matériel informatique pour travailler avec la classe pendant le stage est généralement possible (66% chez les PE2). Cependant, les logiciels disponibles dans les établissements fréquentés sont jugés sans beaucoup d'intérêt dans un tiers des cas. Les résultats d'Orléans-Tours soulignent que 30% des PE2 ont rencontré des difficultés d'accès à un matériel satisfaisant. Nous pouvons ici émettre l'hypothèse que les collectivités ont fait un effort important pour équiper en matériel les établissements. Le PE2 en stage dispose de cet équipement mais ne trouve pas les logiciels qui lui permettraient d'en tirer parti. Deux cas peuvent se présenter : dans le premier, les professeurs "permanents " de l'établissement n'ont pas complété l'équipement matériel par l'achat de logiciels ; dans le second, les logiciels achetés ne sont pas ceux que le professeur stagiaire s'attendait à trouver et il renonce à les utiliser. Dans les deux cas les attentes du stagiaire –dont on peut penser qu'elles sont partiellement déterminées par la formation reçue à l'IUFM– ne correspondent pas à la réalité de l'établissement.

Les usages

Quant aux usages des TICE faits pendant le stage, l'analyse faite à Orléans-Tours par type d'outil et par cycle donne l'image suivante des usages chez ces PE2 : le traitement de texte est le plus couramment utilisé ; le navigateur est d'emploi bien moins fréquent, le courrier électronique n'est pas intégré aux pratiques de classe, de même que l'insertion d'images ou la recherche documentaire sur CD-ROM.

Concernant le traitement de texte, la majorité des usages, notamment les plus fréquents, ont lieu en cycle 3 avec des activités telles que : mise en forme d'écrits personnels ; réalisation d'un journal d'école ; production de textes dans le cadre d'un projet inter-écoles appuyé sur la correspondance électronique. Dans les autres cycles, des jeux et activités d'écriture sont mentionnés.

Également en cycle 3, l'usage du navigateur est présent : plus de 25 % des PE2 ont organisé des séances de recherche Internet durant un de leurs stages et 10 % déclarent un usage fréquent. La recherche documentaire est l'unique motivation et concerne l'histoire ou la géographie dans six cas sur sept.

Sur des échantillons plus larges et sur 3 années, Reims confirme que pour les PE2, les usages effectifs en classe, les plus significatifs en 2000 concernent le traitement de textes (51 %).

Motivations et représentations

Contrairement à ce que l'on redoute parfois (peur des enseignants devant des usages qui peuvent les mettre en insécurité du fait d'une maîtrise insuffisante), les jeunes enseignants ne semblent pas considérer que les usages en classe sont réservés aux experts. Ils se déclarent prêts, si les conditions matérielles le permettent, à les assumer dès le début de leur carrière. Les taux d'intentions dépassent en effet nettement les taux déclarés d'utilisation en classe, déjà élevés en année de formation, et progressent notablement au cours des années dans toutes les filières pour atteindre la quasi-généralisation chez les PE2 (97%). Parmi les raisons ou avantages associés à l'usage de l'informatique en classe les professeurs stagiaires privilégient une préoccupation de nature culturelle : les élèves doivent être sensibilisés, formés, aux nouvelles technologies devenues incontournables dans la société actuelle, les PE2 adhérant plus à ce registre que les PLC2. Les apports des TICE aux apprentissages dans les disciplines arrivent assez loin en seconde position. La vision de l'ordinateur comme aide à la motivation des élèves arrive en troisième position.

Parmi les formes d'utilisation possibles, 2 professeurs stagiaires sur 3 voient un usage de l'ordinateur en remédiation, et 1 sur 2 lors des phases d'apprentissage ou d'entraînement. Seul 1 sur 3 imagine une utilisation avec la classe entière. Les professeurs stagiaires privilégient donc des formes où l'ordinateur sert à mettre les élèves en activité sans mobiliser le professeur.

III – 2 L'étude de mémoires professionnels

L'analyse de mémoires professionnels centrés sur les TICE constitue une première approche d'une étude des pratiques effectives, particulièrement dans le cadre des usages en classe. Elle complète les connaissances issues des questionnaires concernant les deux premiers cadres (usages non liés à la classe, préparation des cours), ainsi que les données recueillies en lien avec le troisième cadre qui se situent, elles, sur un plan général (notamment celui des représentations et celui de la perception des contraintes du métier), mais sont peu informatives quant aux pratiques effectives.

Le mémoire professionnel constitue en effet une partie de l'évaluation des enseignants stagiaires en 2ème année d'IUFM, "*Il s'appuie sur l'analyse des pratiques, rencontrées en particulier lors du stage en responsabilité et doit permettre de vérifier les capacités du professeur stagiaire à identifier un problème ou une question concernant ces pratiques, analyser ce problème et proposer des pistes de réflexion ou d'action en se référant aux travaux existant dans ce domaine* "[3]. Le mémoire est donc un écrit sur une pratique effective en lien avec les préoccupations professionnelles du professeur stagiaire. Une analyse de mémoires centrés sur les TICE devrait donc permettre d'approcher la réalité de ces pratiques et d'aller plus loin dans la connaissance du type d'usage des TICE effectivement développé pendant l'année de stage.

Une première étude quantitative a été réalisée dans le cadre de travaux de thèse (Caliskan & Erdogan, 2003). La méthodologie utilise les données concernant les mémoires de 582 PLC2 mathématiques disponibles sur les sites Web des IUFM. Cette étude porte en particulier sur la problématique du mémoire et sur le type de technologies utilisée. Nous ne détaillerons pas ici cette étude mais nous croiserons ses résultats avec ceux de la deuxième étude.

---

[3] Texte officiel : circulaire N°91-202 du 2 juillet 1991.

Une deuxième étude qualitative a porté sur un corpus restreint de 28 mémoires de PE2 et PLC2 (mathématiques et sciences). Il s'agissait, à travers l'analyse des problématiques et des mises en place de séquences TICE, de repérer certaines caractéristiques des tentatives d'intégration des TICE, notamment en termes de potentialités, de contraintes et de difficultés.

En synthétisant les résultats obtenus à travers ces deux types d'étude, nous pouvons les présenter selon trois aspects :

Le choix du type des TICE

L'étude des mémoires en mathématiques montre que les types de TIC mis en œuvre en priorité sont ceux correspondant aux usages qui peuvent le plus facilement s'insérer dans une pratique d'enseignement peu modifiée à un niveau donné. Ainsi sont privilégiés des usages qui « rendent directement des services », par exemple : l'utilisation de logiciels de géométrie dynamique pour une géométrie de construction et de conjecture au collège.

Les questions traitées dans les mémoires

L'étude de l'ensemble des mémoires montre de façon cohérente une centration des problématiques, soit sur des apports généraux des TICE aux apprentissages des élèves, soit sur les conditions de mise en œuvre des TICE, les aspects didactiques et les pratiques enseignantes étant moins interrogés. La réflexion sur l'activité de l'enseignant dans les environnements TICE, n'apparaît que rarement dans la problématique déclarée comme dans les analyses de séquences ; elle est essentiellement repérée à l'occasion de difficultés rencontrées, et mentionnée dans la conclusion du mémoire.

La réflexion concernant la mise en œuvre en classe se situe dans le registre de l'innovation plutôt que de la réflexion. Elle se centre sur l'activité de l'élève en la limitant à l'interaction avec l'ordinateur.

La mise en œuvre des TICE dans la préparation de la classe et dans la classe

L'étude qualitative a permis d'approcher de plus près la réalité des conditions de mise en œuvre des TICE dans les deuxième et troisième cadres d'usage.

Les stagiaires mentionnent rarement l'utilisation de ressources en ligne pour la préparation de la classe. Cette observation, pourtant obtenue sur des mémoires récents (2002-2003), contraste avec les déclarations obtenues dans les questionnaires. Ces déclarations surestiment-elles les pratiques ? Les conditions de réalisation du mémoire sont-elles telles qu'elles conduisent le stagiaire à ne pas faire appel à ces ressources ?

Concernant *la préparation des tâches des élèves*, elle se concrétise souvent sous forme de *document écrit* distribué au début de la séance. Ce document contient à la fois des questions sur les thèmes disciplinaires et des instructions de manipulation du logiciel. En ce qui concerne le degré d'autonomie de l'élève et son évolution, on peut constater que le document est très souvent directif au départ et qu'il le reste au cours des séances.

L'activité du stagiaire reste marginale tout au long des séances qui se situent en environnement TICE (dans une logique qui apparaît très voisine de celle régissant l'enseignement programmé). Lors de la phase de mise en activité des élèves, elle consiste à distribuer le document-élève, à aider à la prise en main du logiciel et à expliciter la consigne ; au cours de la phase de travail personnel des élèves, elle se réduit à une aide individuelle ou à un contrôle de l'avancée du travail ; la phase de bilan est quasiment inexistante. Nous faisons l'hypothèse que cette position en retrait de l'enseignant résulte –au moins partiellement– du caractère guidé des tâches assignées à l'élève. Il est également possible que ces enseignants débutants dévoluent une partie de leur rôle à l'ordinateur, considéré comme partenaire dans leur relation avec l'élève.

Quant à *la réflexion du stagiaire sur sa propre activité*, elle apparaît, comme nous l'avons déjà dit plus haut, dans certaines analyses a posteriori des séquences menées ainsi que dans les conclusions des mémoires. Cette *réflexion paraît déclenchée par les difficultés rencontrées* au cours des séances TICE. Les difficultés liées à la gestion du temps sont celles qui reviennent le plus souvent : longueur du temps de préparation, difficultés de gestion du temps pendant le déroulement de la séquence.

Certains PLC2 en mathématiques mentionnent la difficulté de l'évaluation des activités TICE, tandis que d'autres signalent les difficultés de l'enseignant pour trouver un équilibre entre des activités guidées, où tout se passe bien mais au cours desquelles l'apprentissage des élèves est réduit, et des activités plus ouvertes, où l'élève peut perdre de vue le sens mathématique de l'activité.

IV – CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

A l'issue de deux années de travail, l'objectif premier de notre recherche exploratoire nous semble atteint. Les trois cadres que nous avons distingués nous ont permis de repérer des usages des TICE par les enseignants pendant leur année de stage, aussi bien ceux qui se développent « sans trop de difficultés » que ceux qui sont contraints.

L'hypothèse d'une population de nouveaux enseignants généralement équipée, connectée et disposant de représentations favorables des TICE est confirmée. Les compétences de ces enseignants correspondent généralement à ce qui est nécessaire pour une utilisation non directement liée à la classe. Acquises principalement par autodidaxie à travers la pratique d'outils divers et sans cesse en évolution, ces compétences sont-elles réellement mobilisables quand il s'agit, non de pratiquer pour soi-même, mais de développer des usages par les élèves dans un contexte d'enseignement ?

Le cadre de la préparation de la classe est plus contraint qu'on pourrait le penser au premier abord. Les PE2 ont un volume d'enseignement à assurer sur des périodes « bloquées » de 3 ou 4 semaines, où les conditions d'exercice sont en fait celle de « remplaçants ». Il faut souligner aussi que la préparation de la classe doit tenir compte des comportements et des pré-requis des élèves, de la disponibilité des ressources (matériels et logiciels…) et est donc nécessairement vécue dans l'urgence. Le recours à des préparations « toutes faites » et disponibles sur l'Internet peut offrir une solution à cette situation d'urgence. L'utilisation du traitement de texte, qui est déjà pratiqué régulièrement dans la sphère personnelle, pour mettre « au propre » ses préparations afin qu'elles soient disponibles et facilement exploitables ultérieurement paraît « naturelle » et d'ailleurs encouragée par les formateurs. Par contre, l'utilisation d'autres outils TICE, moins familiers, dans ce contexte de préparation de la classe apporte davantage de complexité que de solutions.

Le cadre des usages en classe est bien sûr le plus contraint. La manipulation avec ou devant les élèves n'autorise pas les " essais-erreurs " ni la perte de temps. Le manque de repères didactiques entraîne des difficultés notamment lorsqu'il s'agit de réagir face à un comportement imprévu du logiciel. Face à ces difficultés, les déclarations des professeurs stagiaires concernant l'utilisation envisagée des TICE en classe nous semblent marquées d'une certaine naïveté : pour motiver les élèves, pour faire de la différenciation et aider à la remédiation...

Notre étude des mémoires semble indiquer que les professeurs stagiaires attirés par les TICE cherchent à construire des usages compatibles avec les contraintes du métier et les normes professionnelles telles qu'ils les perçoivent. La prise de conscience des spécificités des séances TICE apparaît a posteriori et à l'occasion des difficultés rencontrées. Concernant les professeurs stagiaires, A. Lenfant (2002) montre que la cohérence des pratiques se construit et tend à se figer au cours de l'année de stage, sous l'effet des représentations antérieures et des contraintes de l'exercice du métier. Une évolution peut cependant intervenir à l'occasion d'«incidents critiques », lorsque le professeur stagiaire en saisit l'opportunité pour une analyse réflexive de son action. Les difficultés pour mettre en place des séances TICE, soulignées dans les conclusions des mémoires, représentent-elles ce type d'incidents-critiques ?

Pour répondre à cette dernière question, aussi bien qu'à d'autres que nous avons soulignées plus haut, pour comprendre la divergence de certains de nos résultats et aussi la complexité de la réalité des pratiques des TICE par des enseignants débutants, nous nous sommes engagés dans une nouvelle recherche[4] (2005-2008) qui porte sur la « Genèse d'Usages Professionnels des Technologies chez les Enseignants », GUPTEN.

BIBLIOGRAPHIE

ABOOUD-BLANCHARD M. (2005) *Uses of ICT by pre-service teachers*, 74-78, in Proceedings of the 7th International Conference on Technology in Mathematics Teaching, University of Bristol UK.

CALISKAN N. & ERDOGAN E. (2003) *La place des TICE dans les mémoires professionnels d'IUFM.* Actes en ligne du colloque ITEM, www.reims.iufm.fr

LAGRANGE J.B. (sous la direction de) (2005) *Appropriation des outils TIC par les stagiaires d'IUFM et effets sur les pratiques professionnelles*, Rapport final de l'Équipe en projet INRP-IUFM.

LENFANT A. (2002), *De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre de professeurs stagiaires*, Thèse de doctorat de l'Université Paris 7.

---

[4] Réponse à l'appel d'offre de l'ACIEF "Éducation-formation et technologies d'information et de communication".

D'UN CONCOURS DE MATHÉMATIQUES PAR CLASSES À LA FORMATION DES MAÎTRES

Lucia GRUGNETTI
Unité de recherche en didactique des mathématiques de l'Université de Parma
lucia.grugnetti@unipr.it

François JAQUET
Ancien chercheur à l'Institut romand de recherche et documentation pédagogique (IRDP)
rédacteur de la revue *Math-École*
fr.jaquet@wanadoo.fr

Résumé
Le Rallye mathématique transalpin (RMT) est un concours de mathématiques sur la résolution de problèmes par classes entières dont l'un des objectifs est d'apporter des résultats et des éléments de réflexion utiles dans le cadre de la formation des maîtres.
Après quelques rappels sur les buts et les principes du RMT, l'article décrit les différentes phases d'élaboration des problèmes, comprenant l'énoncé et une analyse a priori, et les critères de choix qui concernent le contenu mathématique, la tâche de résolution et le contexte, illustrés par trois exemples d'évolution d'une première version à celle qui est retenue pour l'épreuve.
Dans une seconde partie, l'article présente quelques analyses de procédures relevées pour quatre problèmes. On met en évidence, pour chacune d'elles, les savoirs effectivement mis en œuvre par les élèves, tels qu'ils apparaissent à la lecture de leurs explications.
Les retombées pour la formation des maîtres de ce travail d'élaboration et d'analyse paraissent fructueuses, elles sont suggérées par quelques questions ou commentaires, à propos de chaque exemple traité.

I – INTRODUCTION

Les concours de mathématiques se développent un peu partout dans le monde dans le cadre des structures scolaires ou en marge de celles-ci. Sous des modalités très diverses, ils ont en commun la résolution de problèmes.

Leurs organisateurs sont en général des professeurs de mathématiques, avec l'objectif de faire partager leur intérêt pour la discipline à leurs élèves et, parfois à un public plus large.

Certains concours attirent les « forts en maths », et se limitent à établir un palmarès fondé sur les « bonnes réponses » obtenues. D'autres, de plus en plus nombreux, ont des visées pédagogiques : engagement des maîtres, initiation à de nouvelles pratiques, … Le « Rallye mathématique transalpin » s'inscrit dans cette tendance, affiche explicitement des objectifs en vue de la formation des maîtres et, à cet effet, analyse de manière détaillée ses problèmes et les stratégies des groupes d'élèves qui les ont résolus.

II – LE CADRE

Le Rallye mathématique transalpin (RMT) est une **confrontation entre classes**, des degrés 3 à 9 de la scolarité obligatoire (élèves de 8 à 15 ans) dans le domaine de la **résolution de problèmes de mathématiques**.

Le rallye propose **aux élèves** :

- de faire des mathématiques en résolvant des problèmes.
- d'apprendre les règles élémentaires du débat scientifique en discutant et défendant les diverses solutions proposées ;
- de développer leurs capacités, aujourd'hui essentielles, à travailler en équipe en prenant en charge l'entière responsabilité d'une épreuve ;
- de se confronter avec d'autres camarades, d'autres classes.

Pour **les maîtres**, associés à toutes les étapes, dans la mesure de leurs disponibilités, le rallye permet :

- d'observer des élèves (les leurs lors de l'épreuve d'essai et ceux d'autres classes) en activité de résolution de problème ;
- d'évaluer les productions de leurs propres élèves et leurs capacités d'organisation, de discuter des solutions et de les exploiter ultérieurement en classe ;
- d'introduire des éléments de renouvellement dans leur enseignement par des échanges avec d'autres collègues et par l'apport de problèmes stimulants ;
- de s'engager dans l'équipe des animateurs et de participer ainsi à la préparation, à la discussion et au choix des problèmes, à l'évaluation en commun des copies, à l'analyse des solutions.

Pour **les formateurs**, et, plus généralement pour l'enseignement et la recherche en didactique le rallye offre :

- une source de problèmes analysés à exploiter en formation ;
- des résultats, observations et analyses à propos des stratégies, erreurs, obstacles, variables didactiques … ;
- des propositions de champs d'investigation et de développements.

Le RMT propose des épreuves de **résolution de problèmes par classes entières**, réparties en sept catégories, des degrés 3 à 8 (8 à 14-15 ans) de la scolarité. La décision de participer au concours est prise conjointement par la classe et le maître, après une épreuve d'essai au cours de laquelle les uns et les autres ont pu saisir les enjeux d'une résolution collective de problèmes, à la charge des élèves seulement.

Chaque épreuve est composée de 5 à 7 problèmes par catégorie, à résoudre en 50 minutes. Beaucoup de problèmes sont communs à plusieurs catégories. Ils sont choisis, en nombre et en difficulté, de telle façon que chaque élève, indépendamment de son niveau, puisse y trouver son compte et que l'ensemble de la tâche soit globalement trop lourd pour un seul individu, aussi rapide soit-il.

C'est la classe qui est responsable des réponses apportées. Les élèves doivent produire **une solution unique** pour chacun des problèmes. Il n'y a pas que la "réponse juste" qui compte, les solutions sont jugées aussi sur la **rigueur des démarches et la clarté des explications fournies**.

Les épreuves qui suivent les essais se font **hors de la présence du maître titulaire de la classe**. Celui-ci est remplacé par un collègue avec qui, si possible, il fait un échange. Il quitte donc son rôle d'enseignant pour celui d'observateur, s'abstenant de toute intervention, de quelque nature que ce soit, dans la classe dont il a le contrôle pendant la durée de l'épreuve. Son rôle se limite à la distribution des sujets, au contrôle de la durée et à l'envoi des copies à l'équipe qui sera chargée de les évaluer.

La **préparation des problèmes** se fait en coopération entre les différentes équipes régionales et nationales. Les traductions (en français, italien, allemand, hébreu) sont rigoureusement comparées.

L'évaluation des copies est faite par l'équipe régionale responsable, selon les critères déterminés dans l'analyse a priori des problèmes, lors de leur élaboration. Pour chaque catégorie, un classement est établi, par région, sur l'ensemble des deux épreuves I et II. C'est lui qui détermine la participation aux finales régionales. Les critères d'évaluation et le résultat de chaque problème, ainsi que les classements, sont communiqués aux classes dans les meilleurs délais.

Après chaque épreuve le maître est libre de photocopier les solutions produites par la classe, d'exploiter les problèmes, de les discuter, de les reprendre et d'analyser les résultats avec l'ensemble des élèves.

Des **journées d'études internationales** permettent aux animateurs des différents pays participants de se rencontrer pour organiser l'élaboration des problèmes, conduire des analyses a priori ou a posteriori, déterminer les orientations du RMT ou les exploitations didactiques de ses problèmes.

L'appui scientifique au RMT est assuré par les membres de ses sections qui appartiennent à des institutions de recherche en didactique des mathématiques dans leurs pays respectifs.

III – L'ÉLABORATION DES PROBLÈMES

Pour les animateurs du RMT, la résolution de problèmes constitue l'une des stimulations essentielles des apprentissages, par le sens qu'elle donne aux situations à mathématiser.

Mais encore faut-il s'entendre sur ce que l'on appelle **« problème »**.

Le RMT propose des *situations pour lesquelles on ne dispose pas d'une solution immédiate et qui conduisent à inventer une stratégie, à essayer, à vérifier, à justifier sa solution*.

Cette définition se rapproche de celle du « problème ouvert », qu'on s'approprie rapidement, où l'on trouve des défis, du plaisir à chercher, des aspects ludiques.

Elle se distingue de celle de la « situation-problème » destinée à construire une nouvelle connaissance ou à en reconstruire une après s'être trouvé dans une situation conflictuelle où le niveau antérieur de la connaissance s'est révélé inadéquat. Si certains problèmes du RMT peuvent effectivement provoquer un conflit cognitif, le dispositif de « concours » ne permet toutefois pas d'en tirer profit : il n'y a pas de temps pour des développements ou exploitations didactiques et le maître est absent lors de la résolution par les groupes d'élèves. Elle est différente de celle du « problème d'application » destiné à renforcer et assimiler des connaissances ou en étendre le champ d'application, qu'on situe généralement en fin de séquence d'apprentissage d'une notion. Il faut toutefois relever à ce propos que tout problème participe au renforcement des savoirs qu'il mobilise ; mais que ceux du RMT cherchent à éviter les effets de « répétition » et « d'exercice » par le choix de contextes les plus originaux possible.

Une des conséquences de la définition du problème du RMT, comme de toute autre compétition, est qu'il doit être inédit (dès qu'on en a trouvé la solution, ce n'est plus un problème), riche et stimulant pour les élèves.

Du fait de son étendue géographique, le RMT doit créer des problèmes qui conviennent à des systèmes éducatifs qui différent par leurs programmes et leurs contextes scolaires : tous les pays ne présentent pas les mêmes notions au même degré de la scolarité ; il faut éliminer tous les problèmes ressemblant à ceux des manuels de toutes les régions où se déroulent les épreuves … ; les contextes des sujets doivent être neutres culturellement, les énoncés doivent pouvoir être traduits dans plusieurs langues …

Les buts que le RMT s'est fixés pour les maîtres et la formation, impose une autre contrainte sur ses problèmes : ils devraient être exploitables en classe, après le concours. Ses animateurs souhaiteraient que la participation aux épreuves du RMT ne se fasse pas « en plus » ou « à côté » du curriculum, mais qu'elle soit conçue comme une partie intégrante (« à l'intérieur ») du programme de mathématiques et de ses objectifs ; en particulier de ceux qui concernent l'initiation à la démarche scientifique, le développement de l'autonomie, l'organisation d'une recherche, la rigueur des notations, la communication de résultats.

Les conditions sont donc multiples et complexes, parfois contradictoires ou paradoxales, au point que le problème du RMT peut paraître une création utopique. Mais ces conditions, ou contraintes, ne se sont pas imposées spontanément. L'évolution s'est faite sur une longue durée, et la question « Qu'est-ce qu'un bon problème, pour le RMT ? » n'a été posée qu'après 12 ans d'existence, comme thème de la 8^{e} rencontre internationale de ses animateurs, en 2004, où des **critères de choix** se sont dégagés, qui paraissent pertinents pour la formation. En voici trois :

A. Le contenu mathématique

C'est le premier critère, qui fait peu à peu l'unanimité.

Il faut s'assurer que le problème n'« oublie » pas les mathématiques. Il y a effectivement de nombreux jeux, divertissements, casse-tête, défis très plaisants qui, bien que qualifiés de « mathématiques » n'ont pas de contenus disciplinaires que nous sommes capables d'identifier.

Le RMT ne prétend pas éviter ce type de sujets, mais tente d'en limiter la fréquence sans ses épreuves.

B. La tâche de résolution
Un problème qui mobilise des savoirs mathématiques reconnus du point de vue adulte peut parfois être résolu par des élèves par des voies détournées. C’est l’analyse de la tâche de résolution, en fonction du niveau de développement de l’élève, qui permet d’éviter l’écueil.

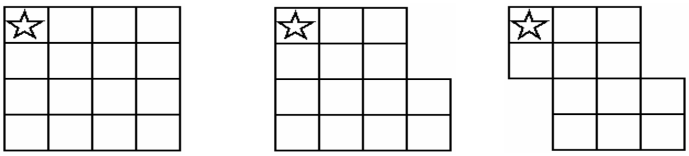
C. Le contexte
Il faut éviter que la décontextualisation constitue la tâche la plus importante du problème.

Nous présentons, dans les pages suivantes, quelques exemples pour illustrer les processus d’élaboration des énoncés de problèmes du RMT en fonction des trois critères exposés ci-dessus.

III – 1 Exemple 1

Voici un problème « refusé » avec un extrait de son analyse a priori, examiné en groupe de travail lors de la rencontre internationale de Bourg-en-Bresse, en 2004. Ce sont ici le contenu mathématique et le contexte qui sont en cause

Trois plaques de couleur (Cat. 3)
Voici trois plaques en bois.
La première plaque est peinte en rouge, la deuxième plaque en vert et la troisième en bleu.



Vous choisissez deux plaques et vous les placez l'une sur l'autre.
Les étoiles doivent toujours être dans le coin en haut à gauche.
Coloriez ce que vous voyez. Dessinez toutes les possibilités.

Extraits de l’analyse a priori
« …
Domaine de connaissances

- Géométrie : positions relatives d’objets vus d’avion

Analyse de la tâche

- Essayer toutes les combinaisons possibles en superposant deux plaques : R sur V, R sur B, V sur R, V sur B, B sur R, B sur V. Remarquer que 2 des 6 combinaisons donnent le même résultat (R sur V et R sur B pour lesquelles on ne voit que R) et qu’il n’y a donc que 5 possibilités.

... »

Les commentaires du groupe de travail
Il est difficile de trouver un contenu mathématique à ce problème. Les « positions relatives d’objets vus d’avion » ne sont pas habituelles et l’on a de la peine à imaginer leurs relations avec les connaissances, notions ou compétences des programmes. Il faudrait à la rigueur ajouter « combinatoire » dans le domaine de connaissances, car

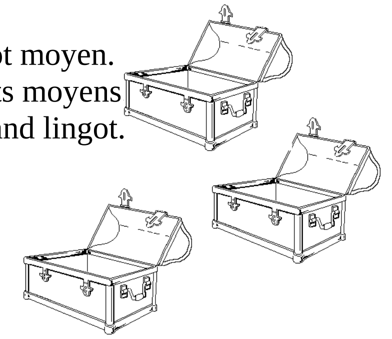
c’est effectivement la recherche des arrangements des trois plaques, prises deux à deux, qui est à la base de la solution du problème.
À propos des critères de la tâche et du contexte, il apparaît que la partie essentielle du travail de l’élève réside dans l’appropriation du contexte ou dans la compréhension des intentions des auteurs de l’énoncé. Le matériel est tout à fait inhabituel et, avant de répondre aux questions, il faut comprendre ce que sont les objets concernés : plaques en bois, de couleurs différentes, représentées par des portions de quadrillages blancs avec une étoile dans la case supérieure gauche. Il faudrait plutôt ajouter une boîte, dont le fond est exactement de la même grandeur que la plaque rouge, avec une illustration en trois dimensions, avec un texte plus détaillé : « Vous choisissez deux plaques. Vous mettez une plaque dans la boîte. Vous posez la seconde par-dessus, … « Mais les ambiguïtés subsistent : sur « coloriez ce que vous voyez », sur ce que signifie le terme « possibilités », afin de savoir ce que sont deux « possibilités différentes » et, surtout, sur ce qu’on attend comme réponse et comme support : des grilles de 4 x 4 dessinées par les élèves avant qu’ils ne les colorient ? Avec le dessin de la boîte en cas de modification de consigne selon les propositions du groupe de travail ? Des collages de deux plaques de papier placées l’une sur l’autre ?).
À propos de l’analyse de la tâche toujours, il paraît difficile, au vu de ce qui précède, de décrire ce que les élèves pourraient faire effectivement. On pourrait ajouter « s’organiser pour explorer toutes les possibilités », mais le terme « s’organiser » devrait être précisé. Il est vraisemblable que de nombreux groupes découperaient des modèles en papier des plaques préalablement coloriées en rouge, vert et bleu, mais comment feraient-ils ensuite ? Par exemple, placer la bleue sur la rouge et redessiner la figure obtenue sur une autre feuille ou les coller et agrafer le collage à la feuille-réponse ?
Finalement, le problème a été rejeté, ne répondant à aucun des trois critères.

Cette « mésaventure » a-t-elle quelque chose à voir avec la formation des maîtres ?
Nous pensons que oui, parce que ce sont des maîtres qui ont choisi le problème pour sa première version, d’autres maîtres qui l’ont examiné en groupe de travail, avec des formateurs et chercheurs et parce que, même dans ce deuxième examen, la décision de renoncer n’a pas été évidente. Ceci permet d’affirmer que chacun, maître ou chercheur, a quelque chose à apprendre dans le domaine de l’élaboration de problèmes, et que, par conséquent, celle-ci participe de la formation, initiale ou continue.
On pourrait objecter que le maître n’a pas à se préoccuper de l’élaboration des problèmes, tâche réservée aux auteurs de manuels ou d’épreuves de concours. Ce n’est pas le point de vue du RMT.

III – 2 Exemple 2

Ce problème a été « accepté » avec un développement sensible de son analyse a priori, de nombreux doutes sur son niveau de difficulté et un déplacement de deux degrés, des catégories 3, 4 et 5 vers 5 et 6 (CE2 - CM2 à CM2 - 6^{e}). Dans cet exemple, c’est l’analyse de la tâche et, par conséquent le choix de la catégorie (degré scolaire) qui sont en jeu.

Les trois coffres (Cat. 5, 6)
Le contenu de chacun de ces trois coffres a la même valeur que 30 pièces d'or.
Dans chaque coffre, il n’y a que des lingots.
Dans le premier coffre, il y a 4 petits lingots et 1 lingot moyen.
Dans le second coffre, il y a 2 petits lingots et 2 lingots moyens
Dans le troisième coffre, il y a 1 lingot moyen et 1 grand lingot.



Combien de pièces d'or vaut un petit lingot ?

Combien de pièces d'or vaut un lingot moyen ?

Combien de pièces d'or vaut un grand lingot ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

Les différents groupes qui ont examiné le premier projet ont constaté que le problème, d’un point de vue mathématique, présente un système de trois équations du premier degré à trois inconnues : $4p + m = 2p + 2m = m + g = 30$ (où m, n et p sont exprimés en nombre de pièces d’or) et qu’il paraissait trop ambitieux de le proposer à des élèves de 8 à 11 ans comme prévu initialement.
Les « domaines de connaissances » proposés étaient l’arithmétique (échanges, équivalences) et la logique. Les différentes consultations y ont ajouté la proportionnalité.
Dans le premier projet de l’analyse a priori, « l’analyse de la tâche » était formulée ainsi :
« Comprendre que 1 lingot moyen vaut 2 petits et qu’un grand vaut 2 moyens ou 4 petits.
Comprendre que 6 petits lingots valent 30 pièces d’or et donc qu’un petit lingot vaut 5 pièces d’or (30 : 6 = 5).
Trouver la valeur d’un lingot moyen (10 = 2 x 5) et d’un grand lingot (20 = 4 x 5) »

Cette analyse s’est sensiblement développée et affinée par l’apport des contributions des différents relecteurs, elle a aussi bénéficié d’une expérience des années précédentes. Un problème du 6e RMT (Crociani et al., 1999), *Les pots de confiture*, de structure tout à fait analogue (mais avec des plus grand nombres de pots/lingots et des rapports de 3 – au lieu de 2 – entre les masses/valeurs des grands, moyens et petits) s’était révélé difficile, en catégories 6, 7 et 8.
Finalement, le texte de cette analyse de la tâche a passé de quelques lignes à plus d’une vingtaine, et il se révélera encore bien lacunaire lors de l’examen des copies reçues :

« - Se rendre compte que, si chaque valeur de coffre est de 30 (pièces d’or), les coffres sont équivalents entre eux, bien qu’ils ne contiennent que des lingots différents soit en nombre soit en grandeur.

Tirer, de l’équivalence entre les contenus des deux premiers coffres : 4p +1m = 2p + 2m (p désigne la valeur d’un petit lingot, m désigne la valeur d’un lingot moyen) une équivalence plus simple en retirant 2 p dans chaque coffre : 2p + 1m = 2m, puis une dernière équivalence encore plus simple, en retirant 1 m de chaque coffre, pour arriver à l’équivalence : 2p = 1m.

De la même manière, tirer de l’équivalence entre les contenus du premier et du troisième coffre : 4p+1m=1m+1g (g désigne la valeur d’un grand lingot) l’équivalence plus simple : 4p = 1g.

On peut donc par substitution, entre les relations 2p = 1m et 4p = 1g, obtenir la relation 1g = 2m.

- À l’aide des relations précédentes, voir que les contenus de chacun des coffres peuvent s’exprimer, après substitution, avec une seule sorte de lingots ; par exemple des petits lingots :

  le contenu du premier coffre est de : 4p+1m = 4p+2p = 6p ;

  le contenu du deuxième coffre est de : 2p+2m = 2p+2x2p = 2p+4p = 6p ;

le contenu du troisième coffre est de : 1m+1g = 2p+4p = 6p.

Ceci permet de passer à la « mesure » de chaque lingot en pièces d'or. Comprendre que 6 petits lingots valent 30 pièces d'or et donc qu'un petit lingot vaut 5 pièces d'or (30 : 6 = 5) ; trouver la valeur d'un lingot moyen (10 = 2 x 5) et d'un grand lingot (20 = 4 x 5) : m = 10 pièces d'or et g = 20 pièces d'or.

Ou : procéder par essais, au hasard ou organisés. Par exemple, à partir du contenu du troisième coffre, postuler que m = 12 et g = 18, ce qui conduira à une contradiction en vérifiant ces valeurs de m et g pour les contenus des deux autres coffres.

Puis, ce qui peut paraître naturel, essayer les valeurs m = 10 et g = 20, qui permet de trouver p = 5 par observation du contenu du deuxième coffre et enfin de vérifier ces valeurs pour le contenu du premier coffre.

Ou : travailler avec des représentations graphiques des lingots et des équivalences, plus faciles pour appliquer les règles d'équivalence (par exemple sous forme de balance à équilibrer). »

III – 3 Exemple 3

Voici un problème dont il a fallu modifier le contexte pour « ne pas noyer le poisson ».

La pêche a la ligne (Cat. 3, 4) (version I)
Mario se rend à la fête avec son petit frère Gino, où une pêche à la ligne spéciale est organisée.
On pêche des poissons en plastique qui portent chacun un numéro. Ils sont dans un grand bocal rempli d'eau.
Il y a exactement 9 poissons, ils portent les numéros : 1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6 , 7 , 8 , 9
Pour gagner un lot, il faut pêcher un ou plusieurs poissons, de façon que le total des numéros inscrits sur les poissons pêchés soit exactement égal à l'âge de celui qui pêche.
Quand on joue, on ne remet pas dans l'eau le poisson que l'on vient de pêcher.
Gino a 9 ans. Il gagne en pêchant les poissons 2 , 6 , 1. Il aurait aussi pu gagner en pêchant par exemple les poissons 4 , 5.
Mario a 15 ans.

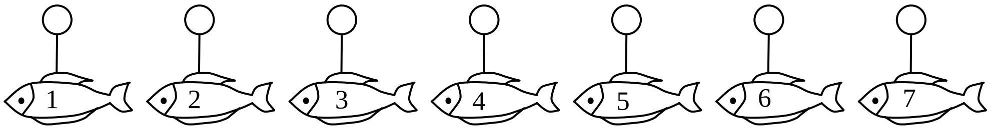
Indiquer toutes les façons possibles de gagner pour Mario.

Expliquez comment vous avez trouvé.

La première version a paru un peu difficile au groupe de travail qui l'a examinée qui a alors décidé d'ajouter un dessin, de réduire les valeurs de 9 à 7 et de l5 à 11, et clarifier le texte.

La pêche a la ligne (Cat. 3, 4) (version II)

À une fête d'anniversaire, un des jeux organisés est une « Pêche à la ligne » spéciale. Dans une bassine pleine d'eau, flottent 7 poissons en plastique avec un anneau sur le dos, comme ceux dessinés ci-dessous :



Sous le ventre de chaque poisson est inscrit un nombre de 1 à 7 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Chaque enfant peut pêcher deux ou plusieurs poissons, sans les remettre dans la bassine. Il gagne si la somme des nombres inscrits sous les poissons pêchés est égale à son âge.
Jean a 9 ans et a gagné un prix en pêchant les poissons avec les nombres 2, 6 et 1. S'il avait pêché les poissons avec les nombres 3 et 7, il n'aurait rien gagné.
Mario a 11 ans.
Expliquez toutes les possibilités qui permettent à Mario de gagner un prix à la “pêche à la ligne”. Expliquez comment vous avez trouvé.

Lors d’une consultation plus large, de nombreux lecteurs ont souligné les ambiguïtés dues au contexte :
La « pêche à la ligne » est un jeu où le numéro des poissons est caché (où la pêche se fait à l’aveugle ou encore au hasard). Les numéros « sous le ventre » ne sont donc pas visibles pour le pêcheur qui pêche de dessus et le dessin de face ne permet pas de ne pas de les voir.
Il faut imaginer que le jeu se joue ainsi : le joueur tire un poisson et vérifie que son numéro (nombre) n’atteint pas son âge. Il tire alors un deuxième poisson et calcule la somme des deux nombres. Si elle est égale à son âge, il a gagné, on arrête et l’on remet les poissons dans la bassine. Si elle est supérieure à son âge, il a perdu et l’on remet aussi les poissons dans la bassine. Si elle est inférieure à son âge, il tire un troisième poisson et l’on fait la somme des trois nombres. Et ainsi de suite.
L’énoncé parle de deux poissons ou plus, ce qui signifie qu’un joueur de moins 8 ans serait désavantagé en cas de tirage de 7 au premier poisson.
La question demande « quelles sont les possibilités … » C’est une nouvelle ambiguïté, révélatrice. L’analyse de la tâche laisse penser qu'une possibilité comme 7 + 3 + 1 est la même que 1 + 3 + 7. Or, la situation est fondamentalement différente dans le déroulement du jeu. Si le joueur (de 11 ans) tire 7 au premier coup, il risque de perdre au 2^{e} en tirant 5 ou 6, tandis que s’il tire 1 au premier coup et même 3 au deuxième coup, il sait qu’il peut encore jouer son 3^{e} coup sans aucune crainte). Donc les permutations des termes correspondent à des situations de jeu différentes. On se retrouvera devant de nombreuses répétitions justifiées mais comptées comme des erreurs.
Le malaise est donc certain : on demande à l’élève de s’approprier un « jeu » (non équitable) mais en fait on ne s’intéressera qu’à l’aspect mathématique de la réponse : l’inventaire des décompositions de 11 en somme de termes différents choisis parmi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, sans tenir compte des permutations.
Il a fallu alors trouver un contexte plus clair, qui n’occulte pas les savoirs mathématiques.

Les pots (Cat. 3, 4, 5)

Devant l'arrosoir, qui contient exactement 11 litres d'eau, il y a sept pots vides : de 1 litre, 2 litres, 3 litres, 4 litres, 5 litres, 6 litres et 7 litres.

Mario doit choisir quelques pots dans lesquels il versera toute l'eau de son arrosoir. Les pots choisis devront être entièrement pleins, mais il ne faut pas qu'ils débordent !

Quels pots Mario peut-il choisir ?

Par exemple, si Mario choisit les pots 3, 4 et 6, il n'aura pas assez d'eau pour les remplir tous.
S'il choisit les pots 6 et 2, il n'arrivera pas à vider entièrement son arrosoir.
S'il choisit les pots 3, 6 et 2, c'est possible, il pourra vider l'arrosoir et remplir entièrement les pots.

Mais il y a encore d'autres possibilités.

Indiquez-les toutes et expliquez comment vous les avez trouvées.

Le thème de l'arrosoir paraissait éviter ces écueils : il n'y a plus de « jeu » ni de joueurs, ni de poissons à remettre seulement en fin de partie ou entre les parties hypothétiques, il n'y a plus d'aléatoire (c'est peut-être une perte mais, de toute manière, comme on n'en tire pas profit …), les solutions peuvent se trouver sans savoir ce qu'est la « somme » et sans écritures mathématiques. Le fond du problème mathématique subsiste, c'est-à-dire l'inventaire, qui demande une organisation de type combinatoire.

IV – L'EXPLOITATION DES RÉSULTATS POUR LA FORMATION DES MAÎTRES

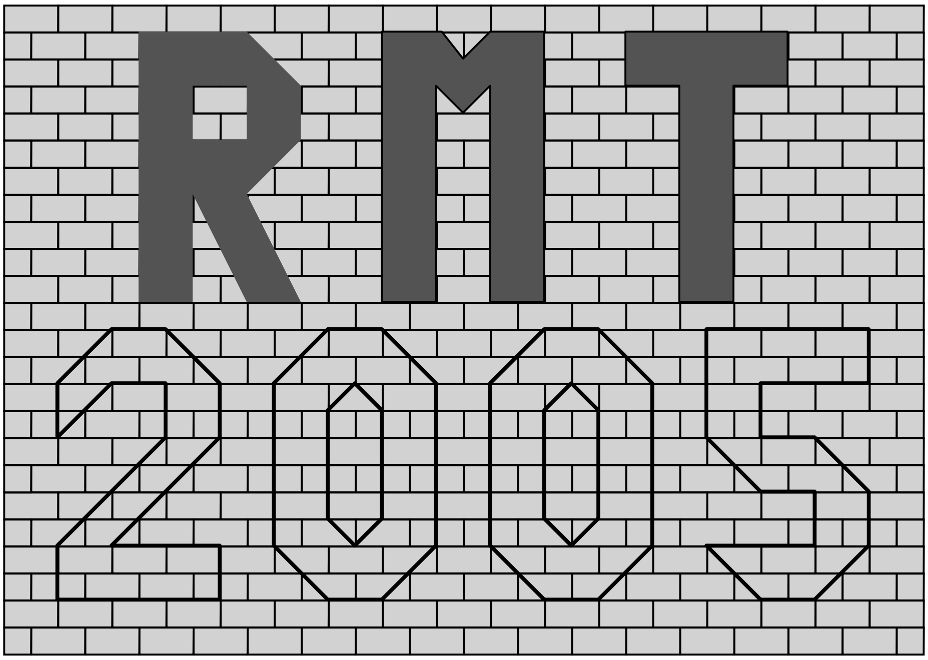
L'examen des copies des problèmes du RMT confirme parfois les prévisions de l'analyse de la tâche et apporte alors des compléments d'information sur la manière dont les élèves procèdent pour arriver aux solutions.
Dans d'autres cas, cette analyse a posteriori apporte des surprises : obstacles inattendus, représentations dominantes non adéquates, procédures détournées permettant d'obtenir la solution par des voies non prévues.
Dans un cas comme dans l'autre, ces résultats peuvent conduire directement à des exploitations ou à des investigations complémentaires par la reprise des problèmes pour la classe entière, à la création de nouveaux problèmes par le jeu des variables didactiques ou de contexte.

IV – 1 Exemple 4

Ce problème est révélateur du niveau de construction du concept d'unité pour la comparaison d'aires.

RMT 2005 (Cat. 3, 4)

Sur le mur de l'école, on a peint l'intérieur des lettres R, M et T pour la prochaine finale du Rallye Mathématique Transalpin. Il reste encore à peindre l'intérieur des quatre chiffres de 2005.
Sophie va peindre, le « 2 » et le premier « 0 ». Marc peindra l'autre « 0 » et le « 5 ».



Qui utilisera le plus de peinture ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

L'analyse a priori du problème montre qu'il a été conçu dans un but didactique avec l'intention évidente de faire apparaître la mesure, à un niveau scolaire où ces notions sont en phase d'approche, sans encore aucun formalisme ni règle institutionnalisées. En voici quelques extraits :

« …

Les élèves doivent se rendre compte que la quantité de peinture dépend de la grandeur des surfaces à recouvrir et qu'il faut trouver un moyen de les comparer : par recouvrement et découpages, par pavage avec une ou plusieurs formes et, en cas d'adoption d'un pavé unité, par comptage.

Parmi les unités les plus naturelles pour ce contexte, il y a la « brique » (rectangle) et la « demi-brique » (carré), mais, dans un cas comme dans l'autre, il faudra tenir compte des triangles (demi-carré) et des trapèzes (3/4 de brique ou 1 carré et demi) qu'il faudra convertir en briques ou en carrés.

L'unité choisie, les règles d'échanges bien assimilées, il faut encore organiser le comptage de manière rigoureuse car les différentes formes qui apparaissent sont nombreuses et disposées différemment dans le « 2 » et le « 5 » qui restent à peindre.

Au passage, on peut remarquer qu'il est inutile de calculer l'aire des « 0 » et qu'on peut ainsi s'éviter bien des comptages et des sources d'erreur. Cette simplification fait cependant appel à une règle d'équivalence, qui ne peut être qu'intuitive pour des élèves de 8 à 10 ans.
Il ne reste plus alors qu'à conclure : expliquer que c'est Marc qui utilisera le plus de peinture, en disant, par exemple, que le « 2 » correspond à 17 briques alors que le « 5 » correspond à 18 briques.
… »

Une analyse globale des résultats montre que le problème est « difficile ». Sur plus de 300 classes, de toutes les sections, les moyennes se situent entre 0,5 et 1,5 en catégorie 3 (CE2) et entre 0,9 et 1,7 en catégorie 4 (CM1). (4 points sont attribués aux réponses justes et bien expliquées, 3 points aux réponses justes avec explications lacunaires ou confuses, 2 points aux réponses avec quelques erreurs, 1 point à la réponse « Marc » sans aucune explication ou avec une démarche erronée, 0 point, incompréhension ou démarche entièrement fausse

Un examen des procédures de résolution sur de 68 copies de Suisse romande : 25 de catégorie 3 et 43 de catégorie 4) fait apparaître quatre grandes catégories :

IV – 1.1 Dénombrement des briques

C'est la procédure « experte » par mesure d'aire, selon une même unité, la « brique » rectangulaire. 31 copies (46%) avec, souvent une explicitation des transformations d'unité comme dans le cas suivant :

> *C'est Sophie qui doit peindre le plus, on a conté les carreaux en calculant, Sophie va en peindre 36 et Marc 32,5.*

Sophie	*Marc*
10 + 9 = 19	*10 + 10 = 20*
4 + 10 = 14 : 2 = 7	*10 + 6 = 16 : 2 = 8*
5 + 9 = 14 et le 3/4 est 6.8	*4 + 6 = 10 et le 3/4 est 2.5*
9 + 4 = 13 : 3 = 3.20	*4 + 2 = 6 : 3 = 2*
19 + 7 + 6.8 + 3.2 = 36	*20 + 8 + 2.5 + 2 = 32.5*

(Les comptages des formes sont exacts, on remarque au passage la division par 3 pour les triangles, une transformation « 3/4 » pour les trapèzes avec, vraisemblablement, l'usage de la calculatrice et l'apparition de nombres décimaux sur son affichage, que ces élèves n'ont encore pas étudiés en classe.)

IV – 1.2 Dénombrement des formes (ou parties) à l'intérieur des lettres

Dans cette procédure, les nombres de rectangles, de carrés, de triangles et de trapèzes sont additionnés, sans tenir compte de la grandeur de ces figures ; c'est-à-dire sans la définition d'une unité commune. C'est alors Sophie qui peint le plus de « pièces ».
24 copies (35 %).

Du genre :

Sophie peindra le plus avec le plus de peinture.
On a compté les briques du 2, 0 et du 0, 5. Alors le 2, 0 (59) sont les plus grands et le 0 , 5 (56) sont les plus petit.

IV – 1.3 Comparaison par superposition/décomposition ou par recouvrement pas à pas

Dans cette procédure, on ne s'intéresse pas à l'aspect numérique de la mesure. Il n'y a pas de nombre de parties ou d'unités
7 copies (10 %).

- dont 4 parlent de superposition du « 2 » et du « 5 » du genre :
  Marc peindra plus que Sophie. On l'a retourné et on a vu que le cinq avait plus de briques. (cat. 4)
  ou, de manière un peu ambiguë, vu l'erreur :
  Nous avons décalé le deux et nous avons découpé le tour du deux puis on l'a plié sur le cinq et nous avons dû encore les découpé et nous avons vu que le deux a besoin de plus de peinture que le cinq. Nous avons vu que les zéros sont identiques. Ce sera Sophie qui utilisera le plus de peinture. (cat. 4)
- dont 3 montrent que les élèves ont marqué ou colorié simultanément le « 2 » et le « 5 » pièce par pièce.
  Par exemple, une copie (cat. 3) présente un coloriage avec des couleurs (une dizaine) identiques pour les différentes pièces des deux zéros et une progression du coloriage à partir du haut dans le « 5 » et le « 2 » : les 3 rectangles de la première ligne du « 5 » en vert, orange et jaune, comme ceux des deux premières lignes du « 2 », puis les 2 carrés de la deuxième ligne du cinq en bleu comme les 4 triangles des deux premières lignes du « 2 », puis les deux rectangles de la deuxième ligne du « 5 » en violet et brun comme le rectangle de la troisième ligne du « 2 » et le trapèze et le triangle de l'extrémité supérieure droite du « 2 », *etc*. À la fin, il reste deux parties triangulaires signalées par « *vides* » et correspondant à une brique dans le bas du « 5 » avec l'indication « *si on les colorie ou utilisera plus de peinture* » et la conclusion « *Le 05 utilise plus de peinture.* »

IV – 1.4 Prise en compte des périmètres des lettres pour déterminer la quantité de peinture.

6 copies (9 %)

- dont 5 mesurées en cm, qui aboutissent à de longues additions de nombres décimaux et des sommes proches de 17 cm.
- dont 1 compte les segments du périmètre :
  On n'a contez les très du 5 et du 2 est on n'a vu que le 5 avez plus de très. Comme le deux 0 sons les mêmes on ne les a pas compté et alors le 5 qui a 15 très. Et le 2 a 14 très.
  C'est Marc qui peint le plus ! (cat. 3)

Potentialités du problème pour la formation

« RMT 2005 » s'est révélé difficile en catégorie 3 comme en catégorie 4 (avec des moyennes des points attribuée respectivement de 1,24 et 1,6).

On pourrait le regretter ou craindre un effet de découragement chez les élèves.

On peut au contraire se réjouir de la « consistance » du problème et, vu qu'aucune copie n'est blanche, des efforts entrepris par les groupes qui se sont engagés dans la solution.

Dans les manuels scolaires, la tendance actuelle est de simplifier la tâche des élèves, d'écarter les obstacles éventuels, de faciliter les comptages en agrandissant les figures et en diminuant leur nombre. De là à dire qu'on « cherche à ce qu'il n'y ait plus de problème », il n'y a qu'un petit pas.

On est ici dans une problématique de « dévolution ». Quelle partie de la tâche va-t-on laisser au groupe d'élèves, quelle partie va-t-on confier à l'énoncé du problème.

Dans « RMT 2005 », on laisse beaucoup de tâches aux élèves et aux maîtres qui voudraient exploiter ce problème pour la classe, en lieu et place d'activités bien progressives qui vont guider l'élève vers des automatismes non intégrés. La notion « d'invariance de l'unité » dans la construction d'une procédure de mesure est une découverte essentielle, qui ne deviendra consciente que par la confrontation de cas où elle est prise en compte avec des cas où elle est oubliée.

Au vu des 68 copies analysées, on peut être presque certain que les principales stratégies relevées doivent apparaître au moins une fois dans une classe. Ceux qui n'ont pas encore reconnu l'importance d'une unité constante pourront se confronter avec ceux qui l'utilisent, peut-être inconsciemment, avec ceux qui n'ont pas encore de méthode rigoureuse de comptage, avec ceux pour qui les règles d'échanges entre rectangles, carrés, triangles et trapèzes sont encore vacillantes.

Il y a de la place, dans ce contexte, pour des argumentations, des validations entre élèves, puis des développements et des variantes (il y a d'autres lettres ou d'autres chiffres à peindre sur le mur) pour aller jusqu'aux institutionnalisations de la part du maître.

À condition, bien sûr, qu'on ne fasse pas « RMT 2005 » *en plus* des autres activités du programme sur les mesures d'aire, mais *à la place*.

IV – 2 Exemple 2 (« Les trois coffres »)

Ce problème jugé « difficile » en catégories 5 et 6 par certains et proposé pour les catégories 3 à 5 par d'autres obtient des moyennes situées entre 2 et 3 points selon les sections, c'est-à-dire une bonne « réussite » comparativement aux autres problèmes du RMT. De quoi dire, aux uns que leur pessimisme n'était pas de mise et aux autres qu'ils avaient raison de le soumettre à des élèves plus jeunes.

La formule « concours » exige un classement des participants. Le RMT n'échappe pas à cette règle et doit donc établir des critères d'attribution des points. Cette nécessité de type « normatif » n'a a priori pas d'intérêt didactique, elle a cependant l'avantage de contraindre les auteurs des problèmes à une réflexion sur l'évaluation des résultats.

On se retrouve ainsi au niveau de préoccupations permanentes de l'enseignant et du formateur : comment apprécier une copie si, comme l'a choisi le RMT, on veut aller au-delà de la dichotomie juste-faux.

Les critères d'attribution des points découlent directement de l'analyse a priori de la tâche, mais ils présentent aussi une dimension qualitative correspondant aux choix pédagogiques et didactiques affirmés dans les buts de la confrontation. Parmi les tâches les plus délicates lors de cette évaluation des copies, il y a la distinction entre une

justification de la solution et une simple vérification, l'appréciation de la cohérence d'un raisonnement logique, la reconnaissance d'une démarche hypothético-déductive, la recherche d'indices sur les représentations que les élèves se font d'une connaissance, l'estimation du niveau des connaissances en jeu.
À titre d'exemple, voici les critères d'attribution des points du problème *Les trois coffres* présenté précédemment, tels qu'ils ont été établis a priori. Comme l'analyse de la tâche de cette activité, ils se révéleront encore bien lacunaires lors de l'examen des copies.

4 Réponse correcte (5 pièces d'or pour la valeur d'un petit lingot, 10 pièces d'or pour la valeur d'un moyen et 20 pièces d'or pour la valeur d'un grand) avec explications (usage d'équivalences graphiques et/ou numériques ou emploi d'une stratégie d'essais/erreurs, …) ;

3 Réponse correcte, mais sans démonstrations ou explications claires des manipulations opérées sur les équivalences ;

2 Deux au moins des rapports ou équivalences entre les valeurs des lingots sont énoncés correctement, (1g = 2m, 1g = 4p, 1m = 2p), mais une erreur s'est produite lors de la conversion en pièces d'or ;

1 Essais de valeurs attribuées aux lingots, qui n'aboutissent pas, ou un seul rapport trouvé entre les valeurs en pièces d'or des lingots (1g = 4p) ou (1m = 2p) ;

0 Incompréhension du problème.

Pour trancher, il faut une analyse plus détaillée de ces résultats et savoir comment les élèves s'y sont pris.
Voici les procédures relevées dans les 37 copies d'une section (Cagliari) :

IV – 2.1 La division par 6 comme premier argument (6/37)

Les justifications les plus nombreuses commencent par une référence explicite à une division de 30 par 6 permettant de trouver la valeur du petit lingot.
Mais on ne peut pas savoir, d'après les explications, comment le diviseur 6 a été « découvert ». S'agit-il des 6 lingots des deux premiers coffres, ou y a-t-il eu simplifications de l'équivalence des deux premiers coffres, 4p + m = 2p + 2m pour arriver à l'équivalence 2p = m, puis substitution de m = 2p dans la premier coffre pour aboutir à la valeur 6p ?

Ex. A1 : *30 : 6 = 5 valore lingotto piccolo (valeur du petit lingot)*
5 + 5 = 10 valore lingotto medio (valeur du lingot moyen)
10 + 10 = 20 valore lingotto grande (valeur du grand lingot)
avec représentations des lingots de chaque coffre, respectivement par un, deux et trois carrés du quadrillage, accompagnées d'un tableau récapitulatif *VALORI GRAFICI* ou les valeurs attribuées aux dessins sont repectivement1, 2 et 4. (cat. 6)

Ex. A2 : … *(Nous avons obtenu les lingots en divisant 30 et avons trouvé la valeur d'un petit lingot, c'est-à-dire 5. Comme 5 x 4 font 20 il reste 10 pour le moyen et naturellement 20 sera le grand lingot)* (cat. 5)

Dans certains cas, la division par 6 est accompagnée d'une division par 3 pour trouver la valeur du lingot moyen.

Ex. A3 : *(Nous avons divisé 30 qui sont les pièces d'or par 6 et avons obtenu 5 qui devrait être la valeur d'un petit lingot … puis nous avons toujours divisé 30 par 3et avons obtenu 10 qui devrait être la valeur d'un lingot moyen) …*(cat 5)

Si le dividende est toujours 30, le diviseur de la seconde division peut être 4 au lieu de 3, ce qui laisse des doutes sur l'origine de ce diviseur : nombre de lingots moyens au total dans les trois coffres ou valeur d'un coffre en lingots moyens ?

Ex. A4 : *(En divisant 30 par 6, le nombre des petits lingots on trouve combien vaut un petit) in pezzi d'oro. Dividendo 30 per 4 il n^o dei lingotti medi si trova quando vale 1 lingotto medio in pezzi d'oro. Sottraendo 30 per 10 il valore di 1 lingotto medio si trova quanto vale 1 lingotto grande...*
Dans la réponse de cette copie, les valeurs indiquées des lingots sont respectivement de 5, 10 et 20 pièces d'or ; on constate cependant la présence préalable d'une réponse « 7,5 » (recouverte de correcteur blanc) pour le lingot moyen, correspondant effectivement au quotient de 30 par 4. (cat. 5).

Dans deux cas, la division par 6 est représentée graphiquement : le coffre est un rectangle de 2 x 3 carrés, ou les lingots de 5 occupent un carré, ceux de 10 deux carrés, *etc*.

Ex A5 : les 3 rectangles de 2 x 3 et un tableau récapitulatif des 3 lingots avec leurs valeurs respectives : 1 carré = 5, 2 carrés = 10, 4 carrés = 20, avec le commentaire :
…Quindi dividendo il baule in parti facendo credere que siano lingotti,… (Donc en divisant le coffre en parties, comme si c'était des lingots, chaque coffre nous a donné la somme des lingots : 30). (cat. 6).

Dans un seul cas, les élèves partent du troisième coffre et commencent alors par une division par 3, semblant admettre a priori le rapport de 2 entre le grand lingot et le moyen.

Ex A6 : *Abbiamo preso in considerazione il 3^o forziere. (le troisième coffre)*
Se facciamo 30 :3 ottienamo 10.
Quindi abbiamo addizionato 10 + 10, cosi otteniamo 20 (valore del lingotto + grande). Ciò che ci resta è il numero 10. (valore del lingotto medio) …. (cat 6).

IV – 2.2 Le lingot moyen vaut le double du petit comme premier argument (7/37)

La clé du problème, pour cette catégorie de procédures, réside dans la découverte du rapport 2 entre les valeurs du lingot moyen et du petit et/ou entre celle du grand et du moyen. À partir de ce rapport, on peut passer à la division par 6 et/ou par 3 explicite - comme dans la catégorie précédente - ou implicite.
Mais l'interrogation reste la même. Comment les élèves ont-ils trouvé ce rapport 2 ?
Une première hypothèse, de « routine » ou de « facilité », est d'imaginer que, si la valeur du le petit lingot est l'unité, celle du moyen est le nombre naturel suivant, 2, et celle du grand est 3 dans une conception « linéaire » de la progression, ou 4 dans une conception «exponentielle ». (Dans les copies observées, lorsque les lingots sont représentés par des carrés alignés on trouve autant de triplets de valeurs « 1 ; 2 ; 3 » que de « 1 ; 2 ; 4 »). Dans un cas comme dans l'autre, le rapport décisif pour le calcul, entre les valeurs des lingots moyen et petit est le même : 2.
La deuxième hypothèse exigerait la simplification de l'équivalence 4p + m = 2p + 2m conduisant à la relation 2p = m. Comme cette opération complexe n'est jamais

mentionnée intégralement dans cette catégorie de procédures, comme dans toutes les autres d'ailleurs, on peut donc raisonnablement opter pour la première hypothèse.

Ex. B1 : … *(J'ai pensé que le moyen valait le double du petit …) e il grande il doppio del medio, ho diviso i 30 pezzi d'oro x 6, ho moltiplicato il risultato trovando quelli medii e ho moltiplicato ancora x 2, trovando quelli grandi.*
avec représentations des lingots de chaque coffre, respectivement par un, deux et quatre carrés du quadrillage, (cat. 6)

Ex. B2 : … *(Nous avons déduit ces réponses parce que, selon nous, deux petits valent un moyen …)*
Avec réponses justes et dessins de trois coffres contenant les lingots représentés par des boules de tailles différentes. (cat 6)

Ex. B3 : *(Nous l'avons découvert en remarquant que le petit est la moitié du moyen …)*
Avec réponses justes et dessins de trois lingots représentés par des rectangles de 2, 4 et 6 carrés. (cat 6).

Les deux copies suivantes sont les seules où les équivalences et les substitutions apparaissent clairement, sans toutefois préciser comment le rapport 2 est obtenu.

Ex. B4 : *(En comparant le premier coffre et le deuxième, nous avons vu que le moyen est le double du petit … ainsi nous avons vu qu'il suffisait de diviser 30 par 6 pour obtenir le nombre du petit, qui est 5 …)*
avec représentation littérale des coffres : *PPPPM PPMM MG* où les équivalences sont marquées par des doubles flèches entre lingots isolés et groupes de deux, avec, en annexe, les écriture $P + P = M$ et $M + M = G$ (cat 5).

Ex. B5 : *4 lingotti piccoli = 2 medi o i grande (4 petits = 2 moyens ….)*
1 lingotto medio = 2 piccoli
1 lingotto grande = 2 medi o 4 piccoli
30 pezzi d'oro = 6 lingotti piccoli
30 pezzi d'oro = 3 lingotti medi
30 pezzi d'oro = 1 lingotto grande e uno medio
Quindi 30 : 6 = 5 che sarebbe il valore di un lingotto piccolo
30 : 3 = 10 che sarebbe il valore di un lingotto medio
30 : 1,5 = 20 che sarebbe il valore di un lingotto grande (cat 6)

IV – 2.3 La valeur du petit lingot est 5, a priori ou par essais successifs (12/37)

Dans 7 copies de cette catégorie de procédures très semblables, il n'y a aucune justification de la manière dont la valeur 5 a été attribuée au petit lingot. Toutes les explications décrivent la manière de calculer la valeur des autres lingots ou portent sur les vérifications.

Ex. C1 : *(Nous avons compris que les petits valent 5 pièces, les moyens 10, et les grand 20. En effet, toutes les sommes donnent 30)* (cat. 5)

Parmi les autres copies de cette catégorie, certaines parlent d'essais plus ou moins explicitement :

Ex. C2 : *… (Nous avons essayé de calculer selon les données de l'énoncé …. et avons fait les preuves)*
Avec un dessin des lingots dont les longueurs sont proportionnelles à 1, 2, 3 pour les vérifications (cat. 6)

Ex.C3 : *Abbiamo trovato la soluzione facendo dei tentativi dopo di che abbiamo scoperto che nel primo forziere se avessimo fatto 5 × 4 dava 20 pezzi d'oro. Facendo 10 1 dava 10 e sommando 20 + 10 abbiamo scoperto che il primo forziere conteneva 30 pezzi d'oro. …* (cat. 6).

D'autres mentionnent clairement des décompositions de 30 ou citent les essais effectués :

Ex. C4 : *30 = 10 + 10 + 10 no*
30 = 5 + 5 + 5 + 5 + 10 si
30 = 5 + 5 + 10+ 10 si
30 = 10 + 20 si
Per arrivare a scoprire il valore dei 3 lingotti abbiamo scomposto il n. 30 scoprendo cosi che nel terzo forziere il lingotto grande valeva 20 pezzi d'oro e il lingotto medio valeva 10 pezzi d'oro (20 + 10 = 30)
Facendo cosi abbiamo scoperto il valore del lingotto piccolo. (cat 5).

Ex. C5 : *1p = 2 primo forziere [(2 x 4) + 5] = 13 no*
1m = 5 secondo forziere [(2 x 2) + (5 x 2)] = 14 no
1g = 10 terzo forziere [(5 + 10)] = 15 no

1p = 5 primo forziere [(5 x 4) + 10] = 30 si
1m = 10 secondo forziere [(5 x 2) + (10 x 2)] = 30 si
1g = 20 terzo forziere [(10 + 20)] = 30 si …
suivent les explications détaillées. (cat. 5)

ou encore, avec un peu de chance, confondent le nombre de lingots du premier coffre avec la valeur des petits lingots :

Ex. C5 : 1^{o} forziere = 4 + 1 = 5   5 x 4 = 20   30 – 20 = 10   20 + 10 = 30
2^{o} forziere = ….

IV – 2.4 Autres réponses (13/37)

On relève encore 6 autres procédures très brèves et sans explications, du genre :

P = 5, M = 10, G = 15 ; P = 18, M = 36, G = 54 ; P = 4, M = 11,5, G = 15
… sans autres explications

ainsi que 7 copies blanches.

Que faire de ces résultats en formation des maîtres ?
Le plus évident est de faire résoudre les problèmes par les personnes en formation et de leur demander de décrire leur stratégie de résolution.

Il paraît ensuite naturel d'examiner ces procédures d'adultes aux copies des élèves, à la lumière de l'analyse a priori de la tâche. Pratiquement, on peut proposer le problème à des classes de sa région et travailler sur leurs justifications.
On peut aussi se demander pourquoi les moyennes obtenues à ce problème des *Trois coffres*, situées entre 2 points et 3 points, sont si différentes de celles obtenues au problème isomorphe des *Pots de confiture* où elles n'atteignaient pas 1 point en catégorie 6. (Dans le premier cas, le système d'équation est $4p + m = 2p + 2m = m + g = 30$ et conduit au rapport unique $2p = m$ et $2g = m$, dans le second : $4p + 4m + g = 7p + 2g = 7p + 6m = 5$, qui conduit aussi à un rapport unique $3p = m$ et $3m = g$).
Cette dernière suggestion nous conduit directement aux **variables didactiques du problème**.
Par exemple, en modifiant seulement les contenus de deux coffres : 7 petits lingots et 2 moyens dans le premier, 3 petits et 3 moyens dans le deuxième, les procédures consistant à diviser 30 par le nombre total de petits lingots, 11, sont déjà inadéquates.

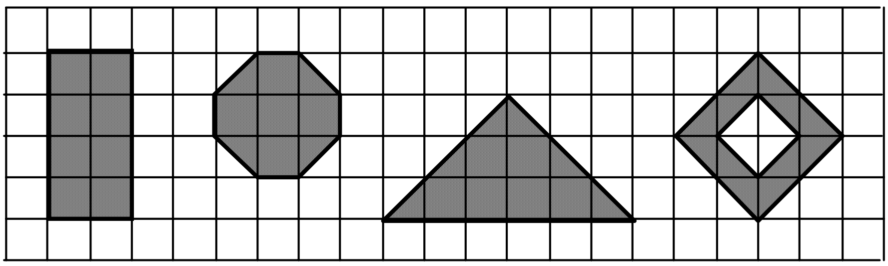
Ce travail sur les variables didactiques fait l'objet de l'exemple suivant :

IV – 3 Exemple 5

Un problème qui conduit à une recherche sur les variables didactiques dans une situation de proportionnalité.

Décoration (Cat. 5, 6, 7)

Un peintre a peint ces quatre figures différentes sur un mur, chacune avec une couche de peinture de la même épaisseur.



Il a utilisé des pots de peinture de même grandeur :

- 18 pots de rouge pour une des figures
- 21 pots de bleu pour une autre figure,
- 27 pots de jaune pour une autre figure
- des pots de noir pour la figure qui reste.

À la fin de son travail, tous les pots étaient vides.

Indiquez la couleur de chaque figure.

Combien de pots de peinture noire a-t-il utilisés ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

Ce problème a été très bien réussi et s'est même révélé « trop facile » en catégorie 7, mais l'examen des copies a laissé des doutes sur la mobilisation de la connaissance mathématique en jeu : la proportionnalité ou la fonction linéaire permettant de passer de la mesure de l'aire des figures au nombre de pots de peinture.
Pour pouvoir s'engager dans une solution, l'élève doit trouver les deux grandeurs en jeu, le nombre des pots de peinture et l'aire des figures proposées et imaginer qu'elles sont liées. Il lui faudra alors passer aux mesures des aires pour obtenir une relation

numérique. Une fois l'unité choisie, il faut déterminer la mesure d'aire de chaque figure, pour pouvoir les classer. En carreaux - unité choisie dans la grande majorité des cas -, le « double carré » a une aire de 6, l'octogone de 7, le rectangle de 8 et le triangle de 9 Ensuite il faut établir la correspondance entre les mesures d'aires des figures et le nombre de pots de peinture. Il y a quatre mesures d'aires et trois nombres connus de pots. Il y a donc plusieurs choix sur la « position » du nombre inconnu de pots, qu'on peut illustrer par le tableau suivant où les mesures d'aires sont à chaque fois classées de la plus petite à la plus grande :

Choix A	6	7	8	9
	?	18	21	27
Choix B	6	7	8	9
	18	?	21	27
Choix C	6	7	8	9
	18	21	?	27
Choix D	6	7	8	9
	18	21	27	?

Comment choisir entre ces quatre choix ? C'est là le nœud du problème et c'est ici qu'intervient la notion de proportionnalité ou de linéarité.
Les élèves peuvent utiliser le « lien fonctionnel », qui est une multiplication par 3, entre les mesures d'aires et les nombres de pots. Les explications proposées par les élèves font souvent penser que ce lien est inconscient.
Ils peuvent aussi se contenter de reproduire les régularités de la première suite sur la deuxième, ce qui apparaît clairement à la lecture de nombreuses copies.

Lien avec la formation

Ces résultats ont été largement analysés et exploités, en marge du RMT, par plusieurs recherches et expérimentations où le problème a été posé à des élèves de degrés 4 et 5 (CM1 et CM2) (Vernex, 2001). Ils font aussi l'objet, actuellement, d'une « initiation à la recherche » pour futurs instituteurs d'un institut de formation des maîtres de Suisse romande[1] dans laquelle trois hypothèses de recherche sont envisagées :

I. Si l'on pose une question faisant appel plus explicitement au lien fonctionnel « multiplier par le nombre de pots par unité d'aire », les élèves qui ont résolu correctement le problème ne seront pas tous capables d'appliquer la procédure fonctionnelle. Ce qui signifierait que la relation découverte sur les quatre couples donnés n'est pas généralisable à d'autres couples correspondants des deux suites. (La vérification se fait par l'introduction d'une question complémentaire, demandant le nombre de pots nécessaire pour une cinquième figure dont l'aire mesure 20 carreaux).

II. En présentant une suite moins « régulière » que 6, 7, 8, 9, la réussite sera plus faible. Ce qui signifie que les élèves ayant donné une réponse correcte dans le cas « simple » l'auront fait sur des indices de régularité qui ne sont pas suffisants pour s'assurer de la proportionnalité. (Les mesures des aires des nouvelle figures sont 4, 6, 7, 10) »)

[1] H.E.P.BeJuNe (Haute École Pédagogique) des cantons de Berne, Jura et Neuchâtel.

III. Si l'on choisit un facteur plus grand (12 à la place de 3), les élèves devront mettre en œuvre d'autres méthodes de reconnaissance des termes correspondants des suites, ce qui rendra le problème beaucoup plus difficile. Ce qui signifie que des élèves auraient pu reconnaître les « multiples de 3 », sans être conscient qu'il y a une opération : la « multiplication par 3 » qui permet de passer d'un nombre au nombre correspondant. (Les nombres donnés de pots deviennent 72, 84 et 108).

Par le jeu sur les variables didactiques, trois versions nouvelles du problème ont donc été élaborées, sur proposition des étudiants, avec un dispositif de recherche permettant de vérifier les hypothèses.

V – CONCLUSION

Les exemples présentés montrent que le RMT offre aux maîtres qui s'y engagent, une formation complémentaire et permanente sur le choix - ou le rejet - de problèmes et l'adaptation de leurs énoncés par un regard plus affiné sur les contenus mathématiques, les contextes et la tâche de l'élève lors de l'analyse a priori. De nombreux formateurs également impliqués dans le RMT ou bien informés sur ses travaux en profitent également dans le cadre de leur enseignement en institut de formation.
Les maîtres qui participent au RMT peuvent reprendre les problèmes avec leurs élèves sous différentes modalités, individuellement ou collectivement, les exploiter ou les intégrer dans la progression de leur classe. L'étude des analyses a priori, la participation à l'évaluation des copies d'élèves lors de l'attribution des points, les données obtenues sur les procédures adoptées par les élèves, sont autant de contributions à une formation professionnelle. Les résultats obtenus, les données recueillies, les réflexions développées lors des analyses a posteriori sont disponibles pour les formateurs. Elles leur offrent encore de nombreuses pistes à explorer dans le cadre de leur enseignement ou de leurs recherches.

Les thèmes des rencontres internationales du RMT, les communications qui y sont présentées et les travaux de groupe qui s'y déroulent montrent à l'évidence qu'il y a des liens étroits entre les problèmes du concours et la formation en didactique des mathématiques :

- Le Rallye mathématique transalpin, quels profits pour la didactique ? (1997 et 1998) ;
- RMT : évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques. (1999 et 2000) ;
- RMT : potentialités pour la classe et la formation (2001 et 2002) ;
- RMT et évaluation (2003) ;
- Qu'est-ce qu'un bon problème pour le RMT ? (2004) ;
- Les problèmes du RMT dans la pratique de la classe. (2005).

Cette préoccupation d'aller au-delà de la confrontation entre élèves ou classes, vers un apport pour la didactique des mathématiques est une tendance actuelle de plusieurs concours. Si elle est aussi manifeste au sein du RMT, c'est vraisemblablement dû à la composition de ses équipes d'animateurs, où se retrouvent des « praticiens » de l'enseignement, de la formation et de la recherche. Sans les regards croisés de ces différents partenaires et sans les récits des élèves sur leurs procédures de résolution, les problèmes ne pourraient acquérir la substance et la consistance nécessaire pour espérer quelques progrès dans l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

CROCIANI C., DORETTI L., SALOMONE L. (1999) *Un problème et son analyse didactique : Les pots de confiture* in Le Rallye mathématique transalpin, quels profits pour la didactique, in Actes des rencontres de Brigue 1997/1998. Ed. responsables L. Grugnetti et F. Jaquet. Università di Parma, IRDP Neuchâtel,115-128.

GRUGNETTI L., JAQUET F, CROCIANI C., DORETTI L., SALOMONE (Eds.) (2001) *RMT : Évolution des connaissances et évaluation des savoirs mathématiques,* Atti delle giornate di studio sul Rally matematico transalpino, Siena 1999 - Neuchâtel 2000, Università di Siena, IRDP di Neuchâtel.

GRUGNETTI L., JAQUET F., MEDICI D., POLO M., RINALDI M.G. (Eds.) (2003) *RMT : Potentialités pour la classe et la formation.* Actes des journées d'études sur le Rallye mathématique transalpin, Università di Parma, Dipartimenti di Matematica di Parma e Cagliari & ARMT.

VERNEX M. (2001) *Analyse et utilisation en classe du problème « Décoration »* du 9^{e} RMT. Math-École, **198**, 4-18.

L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À L'ÉCOLE PRIMAIRE EN ALLEMAGNE ET EN FRANCE, AVEC UN REGARD PARTICULIER SUR LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES ET L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES EN LANGUE ÉTRANGÈRE

Yves SCHUBNEL
Professeur de mathématiques, IUFM de Franche-Comté
Responsable du Centre local de Belfort
yves.schubnel@fcomte.iufm.fr

Résumé
La première partie de la communication éclaire quelques différences entre les écoles française et allemande. La deuxième partie est consacrée à une comparaison de l'enseignement des mathématiques à l'école primaire en Allemagne et en France, tant du point de vue des contenus que des méthodes. La troisième partie s'intéresse plus particulièrement au thème de la résolution de problèmes de part et d'autre du Rhin, en soulignant quelques spécificités culturelles. Dans la quatrième partie, après une présentation succincte et une analyse critique de l'enseignement bilingue en général et de celui des mathématiques en particulier, des éléments seront proposés pour la mise en œuvre d'un enseignement bilingue des mathématiques. L'exposé se terminera par quelques pistes de travail pour la formation des maîtres souhaitant s'investir dans l'enseignement bilingue des mathématiques.

Mots-clés : École allemande - comparaison des enseignements français et allemand - enseignement bilingue des mathématiques.

I – INTRODUCTION : QUELQUES DIFFÉRENCES ENTRE L'ÉCOLE FRANÇAISE ET L'ÉCOLE ALLEMANDE

Appelée *Grundschule*, l'école primaire allemande – qui scolarise dans le Land du Bade-Wurtemberg les enfants de 6 à 10 ans - constitue un miroir intéressant de la société allemande et de sa culture. Observer comment elle fonctionne, elle s'organise et vit, peut être une manière de mieux comprendre la sensibilité allemande.

D'après un principe pédagogique dominant, les notions abordées à l'école allemande sont ancrées dans l'environnement proche de l'enfant. Par exemple, la géographie est intégrée à une matière qui s'appelle *Heimat- und Sachunterricht*[1] dans le Bade-Wurtemberg et dont les contenus sont proches des anciennes activités d'éveil en France.

[1] Le tiret situé après *Heimat-* évite la répétition de *–unterricht*.

Qu’est-ce que la *Heimat* ? C’est le lieu, le pays où l’on est né. Mais ce terme exprime bien davantage : il fournit la réponse aux questions : qui suis-je ?, d’où viens-je ?, comment suis-je devenu ce que je suis ? La connaissance de l’environnement qu’on y a acquise au cours de son enfance et de sa jeunesse et les relations humaines qu’on y a tissées constituent autant de repères sur le chemin vers l’âge adulte.

Dans le cours de *Heimat- und Sachunterricht* on fait la distinction (presque inconnue en France) entre *Alltagswissen* (le savoir de tous les jours) et *Schulwissen* (le savoir scolaire). Le *Alltagswissen* fait référence à ce que l’enfant connaît, aux savoirs et savoir-faire qu’il utilise et qui lui permettent de vivre en société. « Ces savoirs […] ont toute leur place dans l’école allemande qui a le projet explicite de socialiser les enfants en vertu de valeurs affichées » (Jaillet, 1997, p. 16).

L’absence de documents d’application et de documents d’accompagnement des programmes dans le Bade-Wurtemberg souligne la plus grande liberté pédagogique qui y est laissée aux enseignants de la *Grundschule.* Alors qu’en France les programmes d’enseignement sont les mêmes sur tout le territoire national et qu’un même manuel peut être utilisé partout, en Allemagne, chaque Land publie son propre *Bildungsplan für die Grundschule* (programme d’enseignement pour l’école primaire) et est habilité à donner l’autorisation d’utiliser tel ou tel manuel scolaire. Ainsi, par exemple, on pourra voir développés dans les manuels des Länder du nord de l’Allemagne des thèmes relatifs à la pêche hauturière, alors qu’il n’en sera pas question dans ceux des Länder du sud.

II – ENJEUX COMPARÉS DE L’ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES À L’ÉCOLE PRIMAIRE ET COMPÉTENCES À DÉVELOPPER

II – 1 Les instructions officielles

II – 1.1 Références

En France

- Bulletin officiel de l’Éducation nationale – Hors-série n° 1 du 14 février 2002 : horaires et programmes d’enseignement de l’école primaire, édité par le ministère de l’Éducation nationale, de l’Enseignement supérieur et de la Recherche ;
- documents d’application des programmes. Mathématiques cycle 2 (2002). Ministère de l’Éducation nationale, de l’Enseignement supérieur et de la Recherche (responsable de la publication), édité par le Centre national de documentation pédagogique ;
- documents d’application des programmes. Mathématiques cycle 3 (2002). Ministère de l’Éducation nationale, de l’Enseignement supérieur et de la Recherche (responsable de la publication), édité par le Centre national de documentation pédagogique ;
- documents d’accompagnement des programmes. Mathématiques école primaire (2005).

Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche (responsable de la publication), édité par le Centre national de documentation pédagogique.

Dans le Bade-Wurtemberg

Bildungsplan 2004 für die Grundschule in Baden-Württemberg mit den Bildungsstandards für Mathematik.

II – 1.2 Enjeux de l'enseignement des mathématiques

On note une différence sensible des enjeux de l'enseignement des mathématiques d'un État à l'autre.

En France

L'enjeu est de préparer les élèves à bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège en mathématiques et dans d'autres disciplines, notamment scientifiques. Pour cela, les élèves doivent acquérir des compétences, être capables de les mobiliser pour résoudre des problèmes et développer des aptitudes à abstraire, à raisonner, à travailler de façon autonome, à s'organiser, à exprimer un résultat ou une démarche.

Dans le Bade-Wurtemberg

Il s'agit de sensibiliser les élèves aux aspects mathématiques de phénomènes quotidiens et de situations issues de leur environnement, de les inciter à y chercher des questions et des problèmes authentiques qui peuvent être résolus grâce aux mathématiques et de les amener à les résoudre.

À l'aide de leurs savoirs et savoir-faire, seuls ou à plusieurs, ils élaborent, analysent et produisent des procédures de résolution individuelles ou collectives. Les compétences ainsi acquises sont ensuite utilisées comme nouveaux savoirs et savoir-faire dans de nouvelles situations.

De plus, les enfants sont amenés à découvrir et à utiliser, à leur niveau, des structures mathématiques et des relations, également dans des situations à contexte interne aux mathématiques.

A noter que dans les deux pays, on souligne l'importance de jeter des ponts vers les autres disciplines. Il s'agit d'articuler les mathématiques avec d'autres domaines du savoir ; elles offrent les ressources utiles à d'autres disciplines qui, en retour, leur apportent un questionnement et leur permettent de progresser.

II – 1.3 Objectifs et compétences

Les contenus mathématiques développés de part et d'autre du Rhin sont analogues. Il convient toutefois de mentionner la présence d'un paragraphe spécial dans le programme du Bade-Wurtemberg, intitulé « *Muster und Strukturen* » (Schémas réguliers et structures), où il est question de pavages, de frises, de suites de nombres ou de symboles, de cryptographie et de messages codés.

Si certaines compétences sont présentes dans les deux programmes, il est intéressant de constater que d'autres ne sont bien marquées que dans l'un ou dans l'autre.

Voici quelques exemples éclairants.

En France et dans le Bade-Wurtemberg

- Pratiquer différents types de calculs (mental et écrit). Au cours de séances de calcul mental, différentes procédures peuvent être présentées, discutées et vérifiées ;
- contribuer à la formation générale de l'élève : être confronté à de véritables situations de recherche, développer l'autonomie, l'imagination et l'esprit d'initiative pour trouver différents types de démarches, formuler des résultats, les communiquer aux autres enfants, argumenter. Les erreurs font partie du processus d'apprentissage ;
- utiliser et développer la langue maternelle en mathématiques à l'occasion de l'explicitation d'énoncés et de la communication de procédures de résolution.

En France

- Utiliser de manière raisonnée une calculatrice ;
- prendre conscience du statut particulier de la preuve en mathématiques ;
- promouvoir une dimension culturelle : débattre du « vrai » et du « faux » en utilisant des connaissances partagées qui permettent de dépasser l'argument d'autorité.

Dans le Bade-Wurtemberg

- Apprendre des disciplines en langue étrangère, en particulier les mathématiques ;
- reconnaître, décrire, prolonger et inventer des schémas réguliers (*Muster* en allemand, *patterns* en anglais).

II – 2 Exemples de situations

II – 2.1 Der Baum

La planche suivante (figure 1) extraite d'un manuel allemand de 1re classe (enfants de 6 à 7 ans) représente le support d'un jeu de dé pour deux enfants : *Der Baum* (L'arbre).
On utilise un seul pion, qui se trouve au départ sur la case 10 du feuillage. Les enfants lancent le dé à tour de rôle. Chacun déplace le pion en direction de son panier, en fonction du nombre de points indiqué par le dé. Le premier qui parvient à faire entrer le pion dans son panier a gagné (case 0 ou en deçà pour le joueur de gauche, case 20 ou au-delà pour celui de droite).

Il s'agit par ailleurs de compléter la suite des nombres écrits sur le muret du bas.

Figure 1 : *Der Baum*, d'après LEININGER et al. 2003, p. 52.

Ce jeu peut être proposé à des élèves de cours préparatoire en France ou de 1re classe dans le Bade-Wurtemberg, puisque les compétences qu'il permet de développer figurent dans les programmes français et bade-wurtembergeois. Le domaine d'étude est l'espace numérique de 0 à 20. L'enfant appréhende cet espace en y déplaçant le pion dans le sens croissant ou décroissant des nombres. Il peut le déplacer case par case, par bonds successifs ou même anticiper la case d'arrivée en effectuant une addition ou une soustraction. Les différentes procédures possibles et la gradation dans leur degré d'expertise montrent que la mise en œuvre de ce jeu s'inscrit dans une démarche de différenciation pédagogique et permet des apprentissages progressifs.

II – 2.2 Approche et étude des quadrilatères dans les 2 pays

L'étude des quadrilatères fait l'objet, dans les deux pays, d'une approche à l'école primaire et se poursuit au début de l'enseignement secondaire. Les deux figures suivantes (figure 2 et figure 3) donnent un aperçu des aspects de ce thème qui sont importants dans chaque pays et qui sous-tendent son enseignement.

En France

En France, on étudie essentiellement le parallélogramme, le losange, le rectangle et le carré (figure 2). On met en avant les propriétés géométriques concernant les côtés (longueurs égales, parallélisme, perpendicularité), les diagonales et les angles et on s'intéresse à l'existence d'un éventuel centre de symétrie.

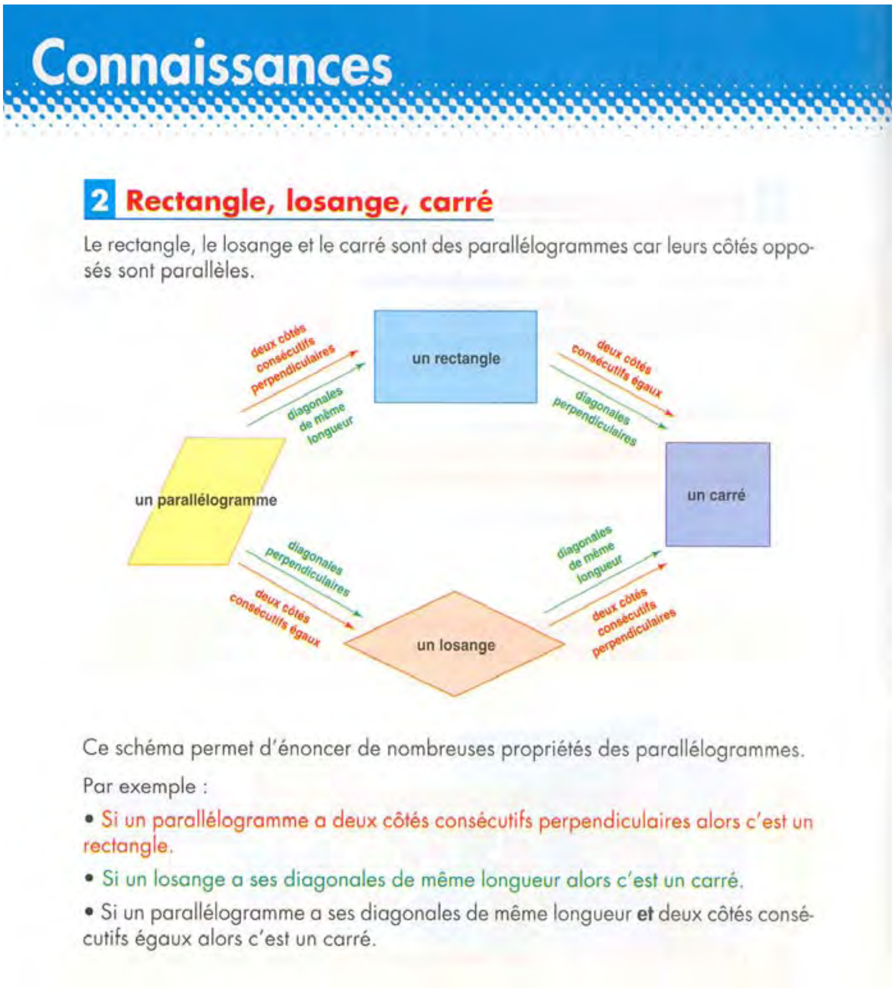


Figure 2 : Les quadrilatères, d'après Chapiron et al. 2001, p. 190.

Comme le suggère la figure ci-dessus, on énonce les relations logiques liant ces différents quadrilatères, ce qui permet :

- au plan mathématique, une initiation des élèves au raisonnement déductif ;
- au plan linguistique, la formulation de phrases en français exprimant des propriétés géométriques des quadrilatères étudiés.

En Allemagne

Outre les quadrilatères étudiés en France, on s'intéresse en Allemagne également au trapèze isocèle et au cerf-volant. L'étude de l'invariance par symétrie centrale ou par symétrie axiale joue un rôle plus important qu'en France et permet une classification intéressante de ces quadrilatères. Les élèves s'investissent de manière active dans la recherche des propriétés d'invariance en procédant par exemple de la façon suivante.

Après avoir construit un gabarit (en carton ou en plastique) du quadrilatère et en avoir tracé le contour sur une feuille, ils peuvent essayer de le poser dans son contour après lui avoir fait faire un demi-tour (tout en restant dans le plan de la feuille) ou après l'avoir retourné. Si le premier cas se réalise, le quadrilatère est un parallélogramme ; il est invariant par la symétrie centrale dont le centre est le point autour duquel le demi-tour a été opéré (point de concours des diagonales du parallélogramme). Si le second cas se réalise, le quadrilatère est invariant par la symétrie axiale dont l'axe est la droite autour de laquelle a été opéré le retournement (il s'agit d'une diagonale – le quadrilatère est alors un losange - ou d'une médiane – le quadrilatère est alors un rectangle).

À la suite des manipulations des élèves, il est possible de définir les différents types de quadrilatères à partir des isométries qui les laissent invariants, comme le propose le tableau (Tableau 1) ci-dessous, adapté d'un dictionnaire de mathématiques allemand pour le 1er cycle de l'enseignement secondaire :

Isométrie(s) laissant invariant le quadrilatère	**nom du quadrilatère**
symétrie axiale par rapport à une diagonale	cerf-volant
symétrie axiale par rapport à une médiane	trapèze isocèle
symétrie centrale	parallélogramme
symétrie centrale et symétrie axiale par rapport à une diagonale	losange
symétrie centrale et symétrie axiale par rapport à une médiane	rectangle
symétrie centrale, symétrie axiale par rapport à une diagonale et symétrie axiale par rapport à une médiane	carré

Tableau 1 : Invariance par isométrie(s) des différents types de quadrilatères, d'après Schülerduden, 1999, p. 464.

Les inclusions entre les différentes familles de quadrilatères deviennent alors facilement compréhensibles et peuvent être représentées dans « La maison des quadrilatères ». Tout segment reliant un quadrilatère à un quadrilatère de l'étage inférieur matérialise la relation logique : « … est un … » (figure 3).

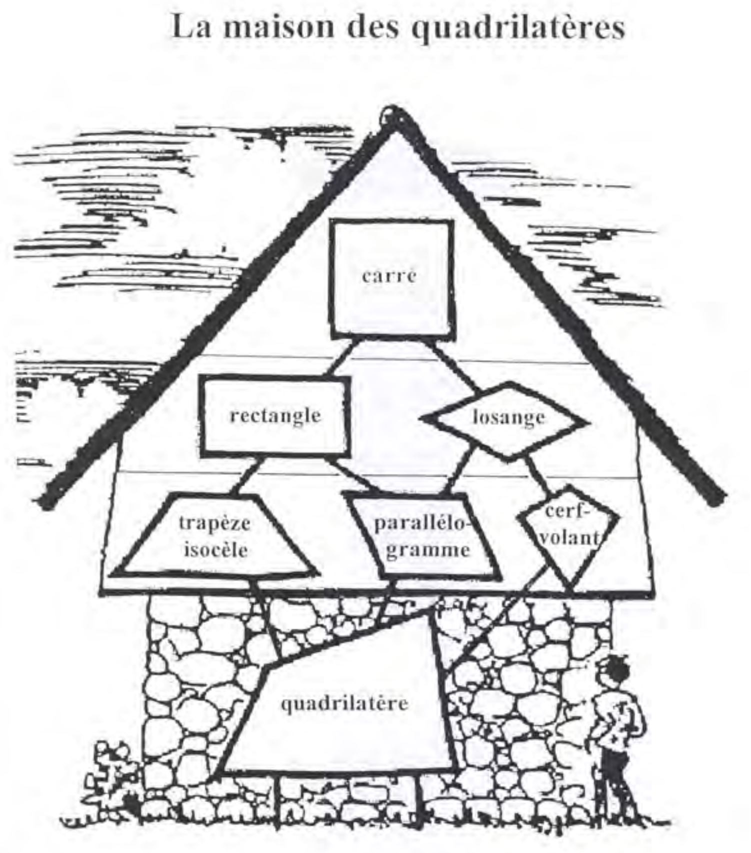


Figure 3 : « La maison des quadrilatères »,
d'après le manuel : Bentzinger & Hofsäss, 1995, p. 40.

Remarque

À partir de ces définitions, on peut ensuite trouver de manière dynamique les propriétés géométriques de chaque type de quadrilatère. Par exemple,

Un parallélogramme est invariant par demi-tour - par lequel ses côtés opposés s'échangent -, donc :

- ses côtés opposés sont parallèles et ont même longueur ;
- ses secteurs angulaires opposés ont même angle ;
- ses diagonales se coupent en leur milieu commun (d'après Bettinelli, 1993, p. 50).

III – ÉTUDE COMPARÉE DE LA RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Les programmes officiels de part et d'autre du Rhin soulignent l'importance de la résolution de problèmes et les compétences que cette activité permet de développer.

En France, on observe une approche plus intellectualisée, avec un intérêt marqué d'une part pour les savoirs visés et d'autre part pour la didactique à mettre en œuvre (gestion de l'activité de résolution de problèmes, avec les différentes étapes de son déroulement).

Dans le Bade-Wurtemberg, la démarche préconisée se veut toujours proche des préoccupations, des connaissances et de l'environnement de l'enfant ; on y met l'accent sur les modes de résolution (mode concret avec du matériel issu de l'environnement ou du matériel didactique choisi en fonction de l'objectif visé, ou mode abstrait, en se plaçant sur le plan de la représentation) et le questionnement qui accompagne l'activité de l'élève et lui donne sens. Les problèmes qui sont proposés sont majoritairement des *Sachaufgaben*, c'est-à-dire des situations qui ont trait à l'environnement de l'enfant. Elles font intervenir des grandeurs diverses et impliquent une modélisation. On voit également apparaître aujourd'hui dans les manuels récents de plus en plus d'activités à contexte interne aux mathématiques, comme c'est le cas en France.

III – 1 L'approche française

> « Les problèmes constituent tout à la fois la source, le lieu et le critère de l'appropriation des connaissances mathématiques. La source, parce que c'est la prise de conscience qu'il y a un problème nouveau à résoudre, qu'on est en présence d'une situation qui "fait problème", qui va déclencher le besoin de nouvelles connaissances. Le lieu, dans la mesure où l'activité déployée pour venir à bout du problème peut être l'occasion de la construction de ces connaissances nouvelles. Et le critère enfin, parce que c'est seulement lorsque l'élève sera capable de mobiliser les connaissances ainsi construites, à bon escient et de façon autonome, pour traiter de nouveaux problèmes, qu'elles pourront être considérées comme réellement acquises » (Charnay, 1999, p. 70).

Quatre types de problèmes sont évoqués dans les programmes et peuvent être associés à des objectifs d'apprentissage différents

1. Problèmes dont la résolution vise la construction d'une nouvelle connaissance (situations-problèmes) ;
2. Problèmes destinés à permettre le réinvestissement de connaissances déjà travaillées, à les exercer ;
3. Problèmes plus complexes que les précédents dont la résolution nécessite la mobilisation de plusieurs catégories de connaissances ;
4. Problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher : en général, pour résoudre ces problèmes, les élèves ne connaissent pas encore de solution experte.

III – 2 L'approche allemande

Dans le cadre du *Sachrechnen*, c'est-à-dire de la résolution de problèmes issus de l'environnement et de la vie quotidienne de l'enfant, il s'agit de développer chez les élèves la capacité à traduire une situation donnée dans un modèle mathématique, à traiter ce dernier à l'aide des savoirs et savoir-faire disponibles et à trouver une solution, dont on vérifiera la plausibilité.
La didactique allemande attribue les fonctions suivantes au *Sachrechnen* (d'après Krauthausen et Scherer, 2001, pp. 75 - 77) :

- Le S*achrechnen* qui permet l'apport de connaissances. En particulier celles relatives aux grandeurs et à leur mesure (exemple : évaluer une durée à l'aide d'un pendule de longueur 25 cm ; 1 oscillation dure alors 1 s).
  L'objectif général de ces activités est l'ouverture à l'environnement ;

- Le *Sachrechnen* comme principe d'apprentissage.
  Il est ici au service de la compréhension des mathématiques et de la motivation et a pour cadre des problèmes liés à l'environnement : les situations concrètes correspondantes peuvent permettre le déclenchement de processus d'apprentissage, l'illustration ou l'application de concepts et de procédures mathématiques (exemple : combien y a-t-il d'heures dans une année ?) ;

- Le *Sachrechnen* vu comme objectif d'apprentissage, c'est-à-dire comme contribution à l'ouverture à l'environnement.
  Les situations liées à l'environnement sont clarifiées et analysées de manière critique grâce à la modélisation mathématique ; cela implique qu'il convient de savoir reconnaître les limites du savoir mathématique. Ce type de situation présente souvent des aspects qui ne peuvent pas être traités à l'aide de cette seule discipline. Toutefois son intérêt est de permettre une analyse des situations au plan des quantités, des structures géométriques et des relations. (exemple : traitement des déchets ; nombre de bouteilles en plastique vidées par les enfants d'une classe, d'une école, par une population donnée, …).

Voici une classification des problèmes allemands

- *Sachbilder* : images qui représentent clairement une quantité ou une égalité entre nombres ;

- *Eingekleidete Aufgaben* (problèmes habillés) : textes traduisant une opération ou un concept mathématique, sans rapport avec la réalité (exemple : 420 l d'un liquide sont versés dans 3 récipients…) ou *Denkaufgaben* (énigmes) (exemple : 14 animaux de la ferme – poules et vaches – ont 36 pattes…) ;

- *Textaufgaben* : énoncés de problèmes contextualisés dont la difficulté principale est de traduire un texte écrit en langue naturelle en langage mathématique (exemple : gestion du budget d'un ménage) ;

- *Sachaufgaben* : énoncés de problèmes pour lesquels la compréhension de l'environnement joue un rôle important – certaines données manquantes devant éventuellement faire l'objet de recherches de la part des élèves – et où les mathématiques interviennent en tant qu'outils (exemple : organisation d'une sortie scolaire ; coût, …) ;

- *Rechengeschichten* : histoires à inventer à partir d'un calcul ou d'un arbre de calcul, ou calcul à trouver à partir d'une histoire.

III – 3 Remarque

Comme en France, on s'oriente en Allemagne également vers des problèmes à contexte interne aux mathématiques. Voici un énoncé publié dans un livre allemand de didactique des mathématiques :

Avec 10 cartes sur lesquelles sont écrits les 10 chiffres, on forme 2 nombres à 5 chiffres qu'il s'agit d'additionner ou de soustraire.

- Peut-on avoir une somme maximale ? minimale ?

- Peut-on avoir une différence maximale ? minimale ?

- La somme peut-elle être égale à 50 000 ou alors, dans quelle mesure peut-on s'en approcher le plus ?

(d'après Wittmann & Müller, 1992, p. 120, cité dans Krauthausen et Scherer, 2001, p. 140).

IV – L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES EN LANGUE ÉTRANGÈRE

Introduction

L'enseignement bilingue est un moyen de favoriser l'accès de l'apprenant au bilinguisme.

Définition

Un individu est dit **bilingue** s'il est capable, dans une situation de communication qui l'exige, d'utiliser spontanément et avec succès une deuxième langue. (D'après Graf & Tellmann, 1997, p. 245).

IV – 1 Présentation succincte de l'enseignement bilingue

Quelques limites de l'enseignement traditionnel des langues

- Les élèves manifestent peu d'intérêt pour l'apprentissage de règles abstraites ;
- leurs erreurs sont rejetées ou ignorées ;
- les supports didactiques censés favoriser la communication (sous la forme de dialogue) sont souvent peu intéressants, faisant référence à des situations stéréotypées de la vie quotidienne et ne correspondant pas toujours aux centres d'intérêt des élèves, qui souhaitent aussi pouvoir exprimer des idées plus personnelles ;
- compte tenu des effectifs des classes, les élèves n'ont pas réellement le temps de développer des compétences en expression orale.

L'idée qu'une langue étrangère puisse non seulement être enseignée en tant qu'objet d'étude, mais être aussi moyen d'enseignement pour certaines disciplines non linguistiques a donc fait son chemin et les résultats sont encourageants.

Définition

L'enseignement bilingue est un enseignement où un certain nombre de disciplines sont enseignées en langue étrangère.

Lorsque ce nombre est supérieur à 50 % des disciplines, on parle **d'immersion** (par exemple au Canada).

IV – 2 Analyse critique (avantages et limites)

IV – 2.1 Les avantages

L'enseignement d'une discipline non linguistique (et plus particulièrement des mathématiques) en langue étrangère favorise l'apprentissage de cette langue

Voici quelques arguments

- Jean Petit défend le point de vue suivant à propos de l'apprentissage de l'allemand dans le cadre d'un enseignement par immersion :

« Il n'est pas question d'aborder l'allemand langue cible de manière frontale et grammaticale, mais de l'utiliser comme instrument pour se livrer à toutes sortes d'activités. Le cerveau de l'enfant et même celui de l'adulte sont ainsi faits qu'ils n'acquièrent véritablement une langue qu'en ayant la possibilité et l'obligation de l'utiliser pour ainsi dire comme bonne à tout faire. Il s'agit donc de jouer, danser, dessiner et faire de l'éducation physique en langue allemande. […] Ultérieurement, l'allemand pourra et devra même être utilisé pour l'assimilation de savoirs disciplinaires : les mathématiques et les matières d'éveil (biologie, zoologie, étude du milieu) seront abordées en langue allemande » (Petit, 2001, p. 83) ;

- Les mathématiques constituent une matière dont les contenus sont marqués fortement par une structure logique interne ; cette dernière contribue à la compréhension de la langue étrangère utilisée. Voici quelques exemples :

jedes Quadrat ist ein Viereck
(un carré est un quadrilatère)

zwei plus drei gleich fünf
(deux plus trois égale cinq)

der blaue Turm ist größer als der gelbe
(la tour bleue est plus grande que la jaune)

Souvent les structures des phrases sont simples et certains termes de vocabulaire sont proches (exemple : pentagone = *Pentagon* = *Fünfeck*) ;

- La répétition de consignes analogues en mathématiques permet l'apprentissage de nouveaux mots et expressions.

L'enseignement bilingue favorise l'apprentissage des disciplines, en particulier des mathématiques

Voici quelques arguments

- Pour ce qui est des répercussions sur le développement cognitif, Jean Petit écrit, à propos des expériences d'immersion au Canada, où de nombreuses études séquentielles et longitudinales ont été conduites :

« […] c'est justement entre l'âge de 10 ans et celui de 14 ans […] que se manifeste la supériorité des bilingues précoces sur les monolingues dans les domaines de la conceptualisation, de la symbolisation, de la souplesse idéatoire, de la faculté d'abstraction et de la capacité de résoudre les problèmes (*problem solving ability*) » (ibid., p. 51) ;

- L'accès à certains concepts mathématiques abstraits est facilité, dès lors qu'on en connaît deux ou plusieurs désignations. En effet, l'apprenant prend ainsi conscience qu'un concept donné (signifié) peut être désigné de plusieurs façons (plusieurs signifiants), ce qui lui permet de mieux l'appréhender tout en saisissant son caractère abstrait. Un apport de l'enseignement bilingue des mathématiques réside alors dans le fait qu'un même signifié est désigné en deux langues et admet donc au moins deux signifiants. Pour illustrer ce propos, on citera l'apprentissage des nombres en deux langues ;

- pour suivre, les élèves doivent se montrer plus attentifs et approfondissent donc davantage les contenus enseignés.

IV – 2.2 Les limites

- Il existe des thèmes qui ne sont pas abordés dans l'enseignement des disciplines, ce qui peut conduire à des lacunes dans l'apprentissage de la langue ;
- dans la plupart des pays, il reste à résoudre la question de la formation initiale et continue des enseignants, celle de l'élaboration de programmes d'enseignement et celle de la prépondérance de l'anglais ;
- des tensions entre enseignants de langues et enseignants de disciplines non linguistiques peuvent apparaître ;
- les parents craignent parfois que la langue maternelle soit négligée ou qu'ils ne parviennent plus à suivre leurs enfants dans les matières enseignées en langue étrangère, suite à une connaissance insuffisante de cette langue.

IV – 3 Thèse liée au choix des mathématiques comme discipline enseignée en langue étrangère

Dans le prolongement du point de vue de Jean Petit, selon lequel une langue étrangère peut également s'apprendre à travers la pratique des mathématiques (cf. § IV – 2.1), l'argumentation suivante, présentée sous une forme proche du syllogisme, apporte un éclairage nouveau :

- il est communément admis que pour apprendre à bien parler une langue (étrangère), il est souhaitable que l'apprenant essaie de « penser dans cette langue », c'est-à-dire d'initier sans traduction un processus de pensée à partir d'une sollicitation en langue étrangère et de réagir ou d'apporter une réponse directement dans cette langue étrangère ;
- la résolution de problèmes, qui est toujours associée à un moment de création, constitue une performance essentielle de la pensée ;
- ainsi, à travers la résolution de problèmes, les mathématiques constituent, lorsqu'elles sont enseignées et pratiquées en langue étrangère, une discipline (non linguistique) qui peut favoriser le développement de la « pensée dans cette langue ».

Cette dernière assertion constitue une thèse sur la base de laquelle peuvent être proposées des activités semblables à celles développées à partir des exemples suivants.

Exemples

Voici deux énoncés en allemand que l'on peut proposer à des enfants français ayant acquis les structures et un vocabulaire de base de la langue allemande suffisants.

1) Pour des élèves de 7 à 8 ans

Auf wie viele Weisen können sich 3 Personen auf 3 Stühle setzen?
(De combien de manières 3 personnes peuvent-elles s'asseoir sur 3 chaises ?)

2) Pour des élèves de 11 à 15 ans

Ich suche eine Zahl, deren Dreifaches gleich ihrem Quadrat ist
(Je cherche un nombre. Son triple est égal à son carré).

En ce qui concerne le premier exercice, ayant compris l'énoncé, les enfants peuvent s'engager dans la résolution en vivant la situation, en expérimentant avec des objets ou en imaginant les différentes dispositions, avec l'aide éventuelle d'un arbre de choix et ce, sans avoir besoin de recourir à une traduction. Compte tenu du fait qu'un détour par la langue maternelle est tentant et rassurant, on peut préciser aux élèves dès le départ que l'on souhaite que la solution soit donnée en allemand, ce qui devrait minimiser à leurs yeux l'intérêt d'une traduction à quelque moment que ce soit de la résolution.

Pour le second exercice, on s'assurera que les termes mathématiques intervenant dans l'énoncé sont bien compris. Les plus jeunes enfants pourront procéder par essais et erreurs, alors que les élèves plus âgés seront conduits à résoudre une équation. On les incitera à s'exprimer en allemand tout au long de la résolution et à présenter leurs recherches et leurs solutions dans cette langue, en argumentant le cas échéant.

Remarque

Ces exercices présentent une difficulté importante, liée à la demande d'utilisation de la seule langue étrangère. Mais la pratique régulière et fréquente d'activités de ce type devrait permettre aux élèves de la surmonter et de parvenir petit à petit à « penser en langue étrangère ».

IV – 4 Éléments pour la mise en œuvre d'un enseignement bilingue des mathématiques

IV – 4.1 Quelques remarques préliminaires

La formule d'immersion précoce totale au Canada a fait l'objet de nombreuses études dont les résultats sont largement concordants. L'une des plus importantes d'entre elles par son ampleur et sa rigueur, celle conduite par Wallace E. Lambert, Fred Genesee, Noami Holobow et Louise Chartrand, dont les conclusions ont été publiées en 1993, souligne les résultats très satisfaisants concernant les compétences réceptives (compréhensions orale et écrite) en langue étrangère que ce type d'enseignement permet de développer (Lambert et al., 1993, pp. 3-22).

En ce qui concerne les compétences productives (expressions orale et écrite), cette étude s'est surtout intéressée aux compétences orales, à propos desquelles elle est plus nuancée. Elle montre que ces compétences sont d'autant plus affirmées que les échanges en langue étrangère des apprenants avec des locuteurs natifs de cette langue sont importants. Ces observations peuvent être rapprochées des résultats très positifs constatés dans les écoles européennes en ce qui concerne l'expression orale en langue étrangère des élèves. Il est vrai que le contexte de ces écoles, qui mettent en œuvre un enseignement bilingue et qui scolarisent parfois dans une même classe des enfants dont les langues maternelles recouvrent les principales langues véhiculaires d'Europe, favorise des échanges réguliers et très fréquents avec des locuteurs natifs des différentes langues apprises.

Les études menées sur l'immersion précoce totale au Canada suggèrent qu'il convient de familiariser les enfants le plus tôt possible avec la langue étrangère. Certaines, comme celle de Swain, montrent également que l'apprentissage de la lecture et de l'écriture gagne à être fait en une seule langue (soit la langue maternelle, soit la langue étrangère) et à être bien installé, avant le passage à l'autre langue, afin que les enfants parviennent à bien séparer les deux systèmes d'écriture (Swain, 1986, pp. 37-56).

IV – 4.2 Proposition pour la mise en œuvre d'un enseignement bilingue des mathématiques

- Avant l'école élémentaire : mise en place d'activités diverses – au moins 3 h par semaine – conduites en langue étrangère par un locuteur natif, qui comprend la langue maternelle de l'élève, mais essaie, autant que faire se peut, d'échanger avec lui en langue étrangère. Ces activités préparent les élèves à recevoir l'enseignement de certaines disciplines – dont les mathématiques – en langue étrangère. L'enfant dispose à la fin de l'école préélémentaire de structures et d'un vocabulaire de base pour des échanges oraux élémentaires (cf. situations en Alsace et dans le Bade-Wurtemberg) ;
- Au cours des deux premières années de l'école élémentaire : les mathématiques sont enseignées dans la langue étrangère - si possible par un locuteur natif -, en suivant les programmes officiels en vigueur dans le pays. La possibilité d'alternance codique *(codeswitching)* existe en cas de nécessité. Dès que les enfants sont suffisamment à l'aise dans l'apprentissage de la lecture et de l'écriture, on utilise également le code écrit (par exemple à partir du milieu de la 1ère année) ;
- Au cours des années suivantes : la moitié de l'horaire en mathématiques est assurée en langue étrangère et l'autre moitié en langue maternelle. On veillera à ce que le plus grand nombre possible de domaines mathématiques puisse être abordé alternativement dans les deux langues. Afin que les enfants puissent bénéficier également d'apports liés à la culture du pays dont on étudie la langue, il est souhaitable que l'enseignement en langue étrangère soit assuré par un locuteur natif. L'intervention des deux enseignants dans la même classe suppose une bonne entente mutuelle et un important travail de coordination ;
- Des échanges réguliers et fréquents, avec la conduite de projets communs, sont mis en place le plus tôt possible avec des enfants locuteurs natifs de la langue étudiée.

V – LA FORMATION DES MAÎTRES ASSURANT UN ENSEIGNEMENT BILINGUE DES MATHÉMATIQUES

Les séances de formation pourraient se dérouler selon le schéma suivant, sachant qu'elles ne traiteront qu'une partie des thèmes des programmes :

- proposer aux étudiants une activité liée au thème retenu, traitée en langue étrangère, par exemple un problème à résoudre ;
- expliciter en 2 langues les étapes importantes structurant l'enseignement dudit thème ;
- soumettre aux étudiants et commenter avec eux un lexique bilingue comprenant la traduction des mots, expressions et concepts importants liés au thème ;
- demander aux étudiants de préparer une séquence d'enseignement sur le thème, la mettre en œuvre dans une classe et l'analyser avec eux.

VI – CONCLUSION ET PERSPECTIVES

La connaissance des langues européennes est appelée à jouer un rôle grandissant dans le cadre de la construction de l'Union européenne et des échanges économiques, politiques et culturels qu'elle implique. Il est vrai que le caractère de plus en plus affirmé de lingua franca de l'anglais pourrait conduire à donner la priorité à cette langue. Mais suivant un souhait partagé par les Européens et conformément à la politique engagée par l'Union, la diversité linguistique du continent doit être maintenue et aucune langue ne doit devenir langue véhiculaire unique. Chaque Européen doit donc se voir proposer la possibilité d'apprendre – outre l'anglais - au moins une deuxième langue étrangère.
Compte tenu des limites évoquées plus haut de l'enseignement traditionnel des langues vivantes, les différents systèmes éducatifs sont appelés à faire preuve d'esprit novateur dans la formation linguistique des élèves, sans alourdir leur volume global d'enseignement.
À ce défi, l'enseignement en langue étrangère de certaines disciplines – dont les mathématiques - apporte une réponse tout à fait satisfaisante, sous réserve que les différents États soient prêts à engager les moyens nécessaires, en particulier en matière de formation des maîtres de l'enseignement bilingue.

BIBLIOGRAPHIE

BENTZINGER W. & HOFSÄSS G. (1995) Kurs Mathematik 8., *Diesterweg, Frankfurt / Main.*

BETTINELLI B. (1993) La Moisson des Formes, *Aléas Éditeur, Lyon.*

CHAPIRON G., MANTE M., MULET-MARQUIS R. & PÉROTIN C. (2001) Mathématiques 5^{e}, Collection Triangle. Édition spéciale pour le professeur, *Hatier, Paris.*

CHARNAY R. (1999) Pourquoi les mathématiques à l'école ?, *ESF éditeur, 2^{e} éd., Paris.*

GRAF P. & TELLMANN H. (1997) Vom frühen Fremdsprachenlernen zum Lernen in zwei Sprachen – Schulen auf dem Weg nach Europa, *Lang, Frankfurt / Main.*

JAILLET A. (1997) *Une Heimat de différence*, Les Cahiers pédagogiques, **359**.

KRAUTHAUSEN G. & SCHERER P. (2001) Einführung in die Mathematikdidaktik, (Mathematik Primar- und Sekundarstufe), *Spektrum-Akad. Verlag, Heidelberg-Berlin.*

LAMBERT W., GENESEE F., HOLOBOW N. & CHARTRAND L (1993) *Bilingual Education for Majority English-Speaking Children*, European Journal of Psychology of Education, vol. VIII, n° 1, Instituto Superior de Psicologia Aplicada, Lisboa.

LEININGER P., ERNST G., KISTELLA A. & WALLRABENSTEIN H. (2003) Unser Rechenbuch für Klasse 1. Nussknacker, *Klett, Leipzig-Stuttgart-Düsseldorf.*

PETIT J. (2001) L'immersion, une révolution, *Jérôme Do. Bentzinger Éditeur, Colmar.*

SCHÜLERDUDEN (hrsg. und bearb. von der Redaktion Schule und Lernen) (1999) Mathematik I, *Dudenverlag, Mannheim.*

SWAIN M. (1986) *A review of immersion education in Canada: Research evaluation studies*, in Cummins J. & Swain M. Bilingualism in education: Aspects of theory, research and practice, *Longman, London & New York*.

LES MATHÉMATIQUES DE LA NATURE ET DE LA VIE : UNE CONCEPTION POUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES. PRÉSENTATION D'UN EXEMPLE EXTRAIT DE LA FORMATION DES ENSEIGNANTS

Charalambos LEMONIDIS
Professeur de didactique des mathématiques
Université de la Macédoine de l'Ouest-Florina, Grèce
lemonidi@eled-fl.auth.gr

Résumé
Notre conception de l'enseignement des mathématiques, que nous avons appelée «Mathématiques de la nature et de la vie», accorde une grande importance aux situations et aux problèmes de la réalité qui peuvent être utilisés dans l'enseignement. Nous considérons qu'établir un lien entre les mathématiques, la vie quotidienne des élèves et leurs expériences augmente leur intérêt et crée une attitude positive envers les mathématiques.
Dans ce travail, nous présentons quatre principes d'enseignement relatifs aux activités et aux scénarios mathématiques qui peuvent être utilisés dans l'enseignement ainsi qu'aux compétences dont les enseignants doivent disposer.
En dernier lieu, nous présentons également un cas extrait de la formation des futurs enseignants à l'école élémentaire avec la conception des mathématiques de la nature et de la vie. Il apparaît que pour les futurs enseignants, la liaison des notions mathématiques et des situations quotidiennes ne va pas de soi. Une intervention explicite est nécessaire auprès des futurs enseignants pour qu'ils deviennent capables d'utiliser, pour leur enseignement, des activités de la vie quotidienne plus riches et essentielles.

I – INTRODUCTION

Les mathématiques de la nature et de la vie sont une conception de l'enseignement des mathématiques développée au laboratoire de Didactique des Mathématiques de Florina (Grèce). Cette conception trouve son application dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire ainsi que dans l'enseignement dispensé aux adultes dans les « Écoles de Deuxième Chance ». Ces dernières regroupent des apprenants qui n'ont pas réussi à terminer leurs études secondaires de premier cycle (collège). Dans ces écoles, l'enseignement des mathématiques s'effectue au moyen de la logique « adult numeracy ».

Apparemment, au niveau mondial, la tendance principale est d'enseigner les mathématiques d'une façon plus proche de la réalité, surtout à l'école élémentaire. L'exemple le plus typique est celui des Hollandais et des Realistic Mathematics Education (RME), influencés par l'optique de Freudenthal sur les mathématiques.

Freudenthal croit que les mathématiques doivent être liées à la réalité, il compte beaucoup sur l'expérience sociale de l'enfant. Il insiste sur l'idée que les mathématiques doivent être une activité humaine. Le point sur lequel se concentre l'enseignement des mathématiques doit être l'activité de mathématisation et les mathématiques ne doivent pas être un système fermé (Freudenthal, 1968).

Notre proposition pour l'enseignement des mathématiques donne une grande importance aux situations et aux problèmes de la réalité utilisés pour l'introduction et l'application des notions mathématiques. Ces situations constituent le terrain sur lequel s'appliquent les mathématiques. De cette façon, les mathématiques sont liées à la réalité. Les thèmes et les scénarios de ces situations peuvent provoquer ou non l'intérêt des élèves. Les situations sur lesquelles certaines notions mathématiques trouvent une application sont alors essentielles en ce qui concerne les motivations et l'intérêt des élèves.

Les objectifs principaux de cette conception de l'enseignement des mathématiques sont les suivants : premièrement, supprimer l'écart entre les mathématiques scolaires et les mathématiques de la vie quotidienne et deuxièmement, l'enseignement des mathématiques doit ensuite faire réagir les élèves, et leur faire accepter avec plaisir les mathématiques, en développant une attitude positive envers elles.

Dans notre expérience de la formation de futurs professeurs d'école en mathématiques, nous avons observé que la compétence de lier les mathématiques à la réalité n'étaient pas évidente. Les futurs maîtres ne distinguent pas facilement ces applications d'une notion mathématique formelle, et inversement, ne considèrent pas les notions mathématiques à partir de situations réelles.

Dans ce travail, nous allons présenter quelques principes didactiques qui caractérisent notre conception. Ces principes donnent certaines lignes directrices relatives aux thèmes et aux scénarios qui peuvent être choisis dans un enseignement. Nous présentons ensuite un exemple expérimental de travaux pratiques en Didactique des Mathématiques réalisés par les étudiants, futurs enseignants à l'école élémentaire. Avec cet exemple, nous montrons comment les étudiants sont conduits à sélectionner et à intégrer dans ces projets d'enseignement des situations extraites de la vie quotidienne et qui sont riches et adaptées.

II – QUELQUES PRINCIPES ESSENTIELS DE NOTRE CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT, QUI DÉTERMINENT LE MATÉRIEL PÉDAGOGIQUE

Nous allons décrire quelques principes essentiels que nous avons adoptés pour l'enseignement des mathématiques. Ces principes déterminent le type de situations auxquelles peut avoir recours l'enseignant.

II –1 L'apprentissage dans l'école et en dehors de l'école. Connaissance et compétences préexistantes des élèves

Alors qu'il est évident qu'une plus forte liaison entre les mathématiques scolaires et les mathématiques de la vie quotidienne enrichira l'apprentissage à l'école, nos connaissances relatives aux compétences mathématiques des élèves dans le cadre des activités quotidiennes sont très limitées. Par ailleurs, nous ne savons pas comment adapter ces expériences acquises par les élèves aux programmes scolaires.

Beaucoup d'expériences ont été menées sur les mathématiques utilisées par les enfants des pays du Tiers Monde dans leur vie quotidienne. Ces activités sont très différentes des celles des enfants des pays industrialisés (Abreu, 1995 ; Lave, 1977, Nunes et al. 1993 ; Saxe, 1991). Ces études montrent que le contenu mathématique et le processus de résolution d'un problème utilisés par les enfants sont très différents dans l'école et en dehors de l'école. Il apparaît aussi que la réussite dans les activités mathématiques quotidiennes ne se transmet pas obligatoirement dans les compétences mathématiques à l'école.

Dans une recherche précédente, nous avons étudié les prévisions et les estimations faites par des enseignants grecs concernant les capacités arithmétiques de leurs élèves qui entrent en première classe de l'école élémentaire (CP) (Lemonidis, Diamantis, Triantafillidou, 2002). Les résultats de cette recherche montrent que les prévisions des enseignants relatives aux capacités arithmétiques de ces élèves sont éloignées de la réalité dans quelques cas. Par exemple, les enseignants sous-estiment les capacités des élèves dans l'écriture des nombres, la résolution des problèmes d'addition et soustraction simples, *etc*. Il semble que cette attitude soit renforcée par les instructions du programme grec, qui ne tient pas compte des connaissances acquises par les élèves avant leur entrée à l'école.

Les schémas cognitifs préexistants jouent un rôle important dans les processus d'apprentissage. L'homme construit toute nouvelle connaissance sur celles qu'il possède déjà. Le maître doit connaître et essayer d'apprendre les connaissances mathématiques et les capacités préexistantes de ses élèves. Dans plusieurs cas, l'origine de ces connaissances et capacités se situe en dehors de l'école.

II – 2 Mathématiques contextualisées

Les notions mathématiques et leurs applications découlent de la réalité vécue par les individus. L'apprentissage se réalise toujours dans un contexte précis et il est le résultat de besoins individuels. Il sera souhaitable alors que l'apprentissage des mathématiques ne se réalise pas dans un monde neutre et abstrait où les expériences des élèves ne trouvent pas leur place. Cela signifie que l'activité des élèves, face aux situations et aux problèmes qui leur sont familiers et qui résultent du monde où ils vivent, développe les motivations et rend l'apprentissage plus efficace.

Nous nous fondons sur le principe pédagogique et didactique selon lequel un individu apprend mieux quand des motivations et intérêts pour l'apprentissage lui sont fournis et quand il est confronté à une situation-problème à laquelle il participe de façon active et vivante.

Dans notre proposition, les situations utilisées pour l'application des mathématiques ont à faire avec la nature, la vie et la civilisation. En ce qui concerne la nature, on insiste sur les règles et le comportement en vue de la protection de la nature. La civilisation, dans le cas qui nous occupe, est la peinture, la tradition populaire et en général toute œuvre d'art. C'est aussi l'histoire des mathématiques en Grèce et dans le monde entier.

Le nombre de situations empiriques (de la vie quotidienne) où une notion mathématique trouve son application n'est pas illimité. Ces situations empiriques peuvent, d'une certaine façon, être déterminées et évaluées. Certaines de ces applications sont plus riches pour l'enseignement que d'autres.

L'enseignant doit connaître ces applications des mathématiques pour pouvoir les utiliser dans son enseignement.

L'expérience que nous avons acquise dans la formation des enseignants montre que la seule connaissance des notions mathématiques ne suffit pas pour être en mesure de déceler leurs applications dans les situations quotidiennes. Il faut un enseignement spécial pour que les enseignants et les futurs enseignants puissent lier les mathématiques et ces différentes applications dans la vie quotidienne.

On considère habituellement que le travail essentiel de l'enseignant de mathématiques est la décontextualisation. C'est-à-dire qu'il part de situations empiriques et contextualisées et aboutit aux notions mathématiques par abstractions successives. Mais nous ne prenons pas en compte que l'enseignant doit aussi être capable de réaliser la contextualisation. C'est-à-dire qu'il doit pouvoir repérer et sélectionner les applications convenables à l'enseignement des notions mathématiques.

III – 3 Les connexions des concepts mathématiques et leurs rapports avec les autres disciplines

La volonté de mettre l'accent sur les connexions des mathématiques avec d'autres disciplines et sur la contextualisation des mathématiques n'est pas un phénomène récent. Ainsi, les élèves peuvent concevoir les mathématiques en tant que moyen qui les aidera à donner un sens à leur monde. Depuis 1923 déjà, the National Committee on Mathematical Requirements (1923) a constitué un programme complet (curriculum) qui met l'accent sur la fonctionnalité. En 1940, the Committee on the Secondary School Curriculum of the Progressive Education Association (1940) met l'accent également sur un curriculum qui travaille sur les connexions des mathématiques avec les autres disciplines. Ces dernières années, les programmes éducatifs en Grèce (Δ.Ε.Π.Π.Σ.) donnent une importance particulière à la connexion des notions mathématiques entre elles mais aussi à leur connexion avec les autres disciplines. Il est souligné qu'il ne faut pas présenter les mathématiques comme une série de questions abstraites et éloignées de la réalité, sans liens avec les autres matières cognitives. Il est important de donner à l'enfant la possibilité de manipuler et de découvrir des concepts dans un cadre qui lui permet de réaliser ces connexions. D'ailleurs, les mathématiques sont constituées par des notions interdépendantes et inter-connectées et non par des sujets distincts qui peuvent être enseignés éloignés indépendamment les uns des autres. Le lien avec les autres matières crée une large base conceptuelle, sur laquelle la connaissance prend une dimension plus riche et plus variée.

Selon ce qui précède, il est nécessaire que les enseignants soient capables de manipuler le matériel d'un enseignement des mathématiques qui présentera les caractéristiques de l'approche pluridisciplinaire.

III – 4 Les différents modes de représentation sémiologique du matériel. Les manipulations des enseignants

Des recherches ont montré que la différenciation du mode de présentation d'un concept mathématique peut différencier le comportement des élèves (Duval, 1995 ; Lemonidis, 2003a). Lemonidis (2003a) montre que les différentes représentations des quantités arithmétiques jouent un rôle très important dans l'enseignement et l'apprentissage des premières notions arithmétiques. Ces représentations peuvent apparaître sous des formes différentes, telles que l'iconique, le symbolique, *etc*. Ces différentes expressions impliquent d'une part des situations différentes d'enseignement, et d'autre part, des processus de calcul différents et un autre type de compréhension de la part des élèves. Les résultats d'une expérimentation menée devant deux groupes d'élèves sont les suivants : en ce qui concerne la réussite des opérations simples, le groupe qui a reçu un enseignement expérimental concernant les différentes représentations des quantités arithmétiques a eu des résultats bien supérieurs au deuxième groupe, qui a reçu un enseignement traditionnel.

La façon sémiologique avec laquelle sont présentées aux élèves les différentes activités didactiques joue donc un rôle important dans l'enseignement. Particulièrement chez les très jeunes élèves, la présentation des activités au moyen d'objets naturels, de représentations iconiques ou de représentations symboliques par exemple, différencie chaque fois le comportement de l'enfant et exige une gestion cognitive différente de la part de l'élève. Cela signifie que l'enseignant doit connaître les différentes présentations sémiologiques des situations et doit pouvoir les gérer en fonction des capacités cognitives des enfants. Une étude ayant comme objectif de contrôler les capacités des futurs instituteurs à évaluer et à gérer les diverses représentations de quantités arithmétiques durant les situations d'enseignement a été menée en Grèce (Lemonidis, 2003b). Les résultats de la recherche ont montré que les futurs instituteurs avaient des difficultés importantes à identifier et à gérer ces représentations.

III – EXEMPLE D'EXERCICES DANS LE CADRE DE LA FORMATION DES ÉTUDIANTS À L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES

Nous allons décrire un exercice qui a été réalisé dans le cadre de travaux pratiques mathématiques des futurs instituteurs en 3ème année d'études au département de l'Éducation Primaire de Florina. Ces étudiants ont déjà suivi deux cours semestriels sur des contenus mathématiques et un cours semestriel sur la didactique des mathématiques. À ce cours ont participé 22 étudiants, qui devaient préparer une séance de mathématiques. La première partie du cours suivi par les étudiants est théorique et les prépare à la didactique des mathématiques. Dans la deuxième partie, les étudiants mettent en pratique cette séance de mathématiques et sont évalués. L'exercice que nous allons présenter a été donné durant la première partie du cours, c'est-à-dire pendant la préparation théorique des étudiants en vue de leur enseignement.

Première phase : Une première construction d'activités de la part des étudiants

Les étudiants ont travaillé en groupe. Chaque groupe devait réaliser un enseignement ayant pour sujet « les nombres jusqu'à 10 000 » pour des élèves de 3ème classe de l'école primaire (CE2). Il a été précisé aux étudiants qu'ils devaient s'efforcer de développer des activités introductives qui lient les mathématiques à la réalité et à la vie des élèves.

On leur a également demandé de construire une séance de caractère pluridisciplinaire. Les propositions développées par les étudiants étaient peu imaginatives et stéréotypées en ce qui concerne la protection de l'environnement.

Deuxième phase : Présentation du matériel pédagogique

Il faut signaler qu'à Florina, à l'université de Macédoine de l'Ouest, nous tentons d'exercer les étudiants aux travaux pratiques de Didactique des Mathématiques dans un milieu informatisé. Nous avons construit le «Laboratoire Digital de Didactique des Mathématiques», qui contient de nombreux exemples d'enseignement, des programmes qui familiarisent les étudiants aux notions didactiques, *etc*. L'exemple d'un tel programme appelé « Les objectifs » peut initier les étudiants aux objectifs d'un tel enseignement.

Pendant cette phase, les étudiants ont travaillé, sur ordinateur, les différents exemples d'enseignement concernant les cours portant sur les nombres. Ces enseignements ont été construits sur la base de la logique des mathématiques de la nature et de la vie que nous avons évoquée précédemment.

Nous allons présenter maintenant les situations empiriques utilisées pour l'enseignement des nombres de plus d'un chiffre: l'argent et les correspondances entre les monnaies ; jeux comme celui du caissier ; compléter des chèques où les nombres se présentent sous différentes formes sémiologiques (chiffres, mots-nombre) ; somme d'argent dans des situations diverses (budgets de travaux, *etc.*) ; tableaux de distances (kilométrage) entre villes, population de villages et de villes, altitude de montagnes, longueur de rivières, poids d'animaux (ours, éléphant, *etc.*) ; numéros des chambres dans un hôtel, bougies sur un gâteau d'anniversaire, (grandes bougies qui correspondent à 10 ans et petites qui correspondent à un an) ; compteur de kilométrique de voiture, compteur de réservoir d'essence ; saisir des chiffres sur la calculatrice; représentations graphiques (populations de villages représentées en diagrammes, *etc*.).

Concernant l'histoire des mathématiques, nous avons présenté aux élèves les systèmes arithmétiques romain et grec. Des activités de conversion des nombres dans ces deux systèmes ont été réalisées. Au cours de cette expérience, les abaques ont été présentés ainsi que les différentes civilisations qui les ont utilisés et qui continuent à le faire de nos jours encore. Les abaques verticaux ont été utilisés pour présenter de façon schématique et de façon distincte les différentes unités des nombres.

Un jeu de rôles a été organisé, différentes représentations sémiologiques ont utilisées pour les nombres. Les littéraires écrivent les nombres avec des lettres, les mathématiciens avec des chiffres et les peintres les dessinent sur les abaques.

Concernant la langue et la littérature, certains extraits qui comportaient des nombres ont été présentés.

Troisième phase : Les propositions finales des étudiants

Les étudiants ayant été familiarisés à l'enseignement des nombres grâce au matériel pédagogique, les scénarios des activités, qu'ils avaient initialement proposées, ont été modifiés et leurs enseignements ont été à nouveau développés. Les enseignements et les activités développés par les étudiants au cours de cette phase ont été beaucoup plus riches et plus essentiels en ce qui concerne les situations réelles auxquelles ils travaillaient. Nous citons ci-dessous quelques sujets d'enseignements choisis par les étudiants :

- jeu avec des jetons. Ici les étudiants ont développé un jeu où les jetons ont une valeur différente selon leur couleur et selon le système de calcul ;
- recette et mesures en ml à la cuisine ;
- projet ayant comme thème le réfrigérateur. Son histoire (date d'apparition). Prix des réfrigérateurs. Que met-on dedans ? Économie d'énergie ;
- projet ayant comme thème la voiture. Les chiffres au compteur kilométrique et sur les plaques d'immatriculation des voitures. Règles de la circulation routière et des panneaux ;
- les lacs. La profondeur des grands lacs du monde ;
- Projet ayant comme thème les sports olympiques. Concours de course. Longueurs de courses. Longueurs et superficies de stades.

IV – CONCLUSION

La conception de l'enseignement des mathématiques que nous avons développée ci-dessus et que nous avons adoptée exige une plus étroite liaison des mathématiques scolaires et des situations quotidiennes, des expériences et des connaissances préexistantes des élèves. Selon cette conception, nous avons développé quatre principes qui déterminent le contenu et l'usage du matériel pédagogique susceptible d'être utilisé en classe. Ces principes déterminent aussi certaines compétences que doivent posséder les enseignants. Nous les décrivons ci-dessous :

Les enseignants doivent être capables de :

a) Appréhender les situations mathématiques à l'école et leurs relations avec les situations en dehors de l'école. Faire le constat des connaissances sociales, préexistantes et informelles des élèves et les exploiter.
b) Manipuler des situations empiriques et, par abstractions successives, arriver aux notions mathématiques (décontextualisation). Inversement, parvenir des notions mathématiques abstraites à des applications à la réalité (contextualisation).
c) Lier les mathématiques avec les autres disciplines dans la perspective d'un enseignement pluridisciplinaire.
d) Manipuler le matériel didactique en fonction des différents modes de représentation sémiologique selon les capacités des élèves.

Selon le deuxième principe, les enseignants doivent être capables de lier les mathématiques à des situations de la vie quotidienne agréables et familières aux élèves.

Nous pouvons constater, grâce à l'exemple que nous avons présenté mais aussi par notre expérience en formation des enseignants, que la liaison des mathématiques et des situations et phénomènes quotidiens de la vie ne s'effectue pas chez les enseignants sans une intervention spéciale.

Il faut présenter aux enseignants une grande variété d'applications des notions mathématiques dans la vie quotidienne, au moins de celles qui sont les plus importantes.

En se basant sur ces applications, les enseignants et les futurs enseignants pourront les enrichir, en trouver d'autres ainsi que choisir celles qui sont les plus appropriées à leurs enseignements.

BIBLIOGRAPHIE

ABREU G. de (1995b) Understanding how children experience the relationship between home and school mathematics, *Mind, Culture and Activity: An International Journal,* **2**,119-142.

Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών (Δ.Ε.Π.Π.Σ) και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών (Α.Π.Σ.) υποχρεωτικής εκπαίδευσης (2002). Υπουργείο εθνικής παιδείας και θρησκευμάτων. Παιδαγωγικό ινστιτούτο.

COMMISSION on the SECONDARY SCHOOL CURRICULUM of the PROGRESSIVE EDUCATION ASSOCIATION (1940) Committee on the Function of Mathematics in General Education, *Mathematics in General Education*, D. Appleton-Century Co, New York.

DUVAL R. (1995) Sémiosis et pensée humaine : registres sémiotiques et apprentissages intellectuels, *Peter Lang, Berne*.

FREUDENTHAL H. (1968) *Why to Teach Mathematics so as to Be Useful* Educational Studies in Mathematics, **1**, 3-8.

LEMONIDIS Ch., DIAMANTIS A. & TRIANTAFILLIDOU E. (2002) Teachers estimate the arithmetic skills of their students when they enter the First Grade of Primary School, *ICTM 2*, 1-6 July, Rethimnon.

LEMONIDIS Ch. (2003a) L'enseignement des premières notions arithmétiques selon l'analyse des différentes représentations des quantités. *ANNALES DE DIDACTIQUES ET DE SCIENCES COGNITIVES,* **9**, *(partie 2) des actes du colloque Argentoratum 2002,* 103-117, IREM de Strasbourg.

LEMONIDIS Ch. (2003b) Η αναπαράσταση των ποσοτήτων στις αριθμητικές έννοιες και η ικανότητα των υποψηφίων δασκάλων να τις χειριστούν. [La représentation des quantités des notions arithmétiques et la capacité des futurs enseignants à les manipuler]. Επιστημονική επετηρίδα της Ψυχολογικής Εταιρείας Βορείου Ελλάδος, τόμος 1, σελ. 291-308. Εκδόσεις Ελληνικά Γράμματα.

LAVE J. (1977) Cognitive consequences of traditional apprenticeship training in West Africa, *Anthropology and Education Quarterly*, **8**, 177-180.

National Committee on Mathematical Requirements of the MAA (1923) *The Reorganization of Mathematics in Secondary Education*, Mathematical Association of America, Buffalo, N. Y.

NUNES T., SCHLIEMANN A., & CARRAHER D. (1993) *Street mathematics and school mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge.

SAXE G.B. (1991) *Culture and cognitive development: Studies in mathematical understanding.* Hillsdale, Lawrence Erlbaum Associates, NJ.