EXEMPLES DE MODELISATION A L'ECOLE PRIMAIRE ALLEMANDE. QUELS ENJEUX POUR LA FORMATION DES MAITRES ?

Richard CABASSUT
Professeur de mathématiques, IUFM d'Alsace
Didirem, Paris 7
Richard.cabassut@alsace.iufm.fr

Résumé

Cet article présente un atelier au cours duquel une réflexion sur la modélisation est proposée : qu'est-ce que la modélisation et quels sont les objectifs et les enjeux d'une formation à la modélisation ? Cette réflexion prend appui sur les expériences de modélisation à l'école primaire menées en Allemagne par Peter-Koop (2003) et Maaβ (2005) et dont il est rendu compte. D'abord les attentes des participants sont précisées. Ensuite sont présentées les productions de différents groupes de participants à l'atelier, mis en situation de résolution de problèmes de modélisation. Les discussions au sein de l'atelier autour des comptes rendus de chaque groupe sont décrites. Enfin les enjeux pour la formation des maîtres sont questionnés, par les participants à l'atelier et par les résultats des recherches allemandes, dans le contexte de l'émergence de compétences spécifiques tant au niveau international que national.

I – LES ATTENTES DES PARTICIPANTS

Les participants à l'atelier sont d'abord invités à préciser leurs attentes vis à vis de l'atelier et leurs représentations de la modélisation dans l'enseignement des mathématiques.

En ce qui concerne les attentes, des collègues viennent pour savoir comment modéliser à l'école primaire, pour découvrir la conception de la modélisation à l'école primaire allemande ou encore de préciser les enjeux de cette problématique au niveau international. Quels sont les liens entre modélisation et expérimentation ? Comment se situe la modélisation par rapport aux changements de cadres et de registres ?
Les conceptions de la modélisation qui apparaissent sont diverses.
Pour certains, la modélisation concerne une situation extérieure aux mathématiques pour laquelle on recherche un modèle mathématique pour étudier la situation. La modélisation permet de changer de point de vue en passant d'une situation concrète à une écriture mathématique.
Au contraire, pour d'autres, la modélisation dans les premières années de l'enseignement, consiste à travailler un support mathématique abstrait et complexe, qui permettra de découvrir le réel.
Pour d'autres encore, la situation initiale peut être interne aux mathématiques, par exemple dans le domaine géométrique, et le modèle cherché appartient à un autre domaine des mathématiques, par exemple numérique.

Suite à ce tour de table et pour développer ce questionnement et ces représentations initiales, les participants ont été mis en situation de résolution de problèmes de modélisation et confrontés aux résultats d'expérimentation dans ce domaine.

II – MISE E N SITUATION DE MODÉLISATION

Cet atelier propose des exemples de problèmes de Fermi que j'ai découverts dans des articles de Peter-Koop (2003) et Maaβ (2005), où sont décrites des mises en œuvre à l'école primaire et en formation des maîtres en Allemagne. Enrico Fermi (1901-1954), prix Nobel de physique, a proposé des problèmes du type : « combien y a-t-il d'accordeurs de piano à Chicago ? ». Ces problèmes sont ouverts, notamment quant à la précision des données et des questions, ce qui semble assez souvent en rupture par rapport à la pratique française telle qu'elle paraît ressortir par exemple de l'étude des manuels scolaires du primaire. La conception de la modélisation qui transparaît dans les énoncés des problèmes de Fermi est celle d'une modélisation en lien avec les problèmes du monde réel, ce qui est à l'opposé des problèmes mathématiques purs posés hors contexte de vie réelle. Ces ruptures apparentes pourraient favoriser le questionnement sur la modélisation chez les participants de l'atelier.

L'animateur de l'atelier souhaite également distinguer deux niveaux :

- la formation des enseignants, où la réflexion portera sur les objectifs et les enjeux de l'enseignement (par exemple avec un regard critique sur les objectifs de l'enseignement proposés par l'évaluation PISA), et où les procédures proposées qui pourront être savantes (du côté de l'organisation mathématique),
- la mise en œuvre en classe, où sera étudiée l'adéquation avec les objectifs, les connaissances et les compétences proposées par l'institution (par exemple dans les textes officiels des programmes et des documents d'accompagnement) , et où seront proposées des procédures élèves (du côté de l'organisation didactique).

Les participants à l'atelier sont invités à se répartir en quatre groupes (de 4 à 5 personnes) et sont mis en situation de résolution de problème à partir d'un énoncé de problème accompagné de la consigne suivante :

« Dans un premier temps proposer une solution à ce problème en adoptant le point de vue d'un professeur de mathématiques participant à un atelier de formation continue.
Outre votre proposition de solution, vous préciserez les connaissances, les compétences, les procédures et les références mis en jeu dans la solution proposée.
Dans un second temps vous imaginerez la présentation de ce problème à l'école primaire. Eventuellement vous indiquerez quelles adaptations de l'énoncé vous effectuerez. Vous préciserez dans une analyse a priori quelles connaissances, compétences, procédures peuvent être mises en œuvre. Quelles difficultés et quelles remédiations sont envisagées? Vous rendrez compte de vos deux temps de réflexion sur un panneau d'affichage ».

Pour chacun des problèmes, examinons l'énoncé proposé et les affiches et discussions produites.

II – 1 Problème « Quantité de papier utilisé »

Enoncé du problème :

Dans votre groupe, combien de papier utilise un membre de ce groupe pendant une semaine ?

Résolution dans l'atelier :
Dans un premier temps, le groupe de l'atelier propose de commencer par une analyse citoyenne du problème.
Ce problème est-il intéressant ? En formation continue, il concerne un domaine réduit dans les programmes : l'analyse et la représentation des données. Cependant il permet de pénétrer le

processus de modélisation, sans données : c'est le groupe qui va amener le modèle, qui n'est pas suggéré par l'énoncé.
Il y a une dimension citoyenne dans ce problème. Quand on a le souci de vouloir économiser on se pose ce problème. Pour pouvoir entrer dans un problème, doit-on en évaluer la légitimité et préciser sa dévolution ?
Faut-il procéder à une enquête pour rechercher des données ? Quelle recherche d'informations ? Sur quelle période ? Quel est l'objet du calcul ?
Comme on ne peut pas répondre de manière précise, on peut se « rabattre » sur la proportionnalité et estimer globalement une réponse. Dispose-t-on des outils intellectuels pour répondre ?
Dans un second temps, le groupe essaie de résoudre le problème. Il considère un formateur qui, dans une semaine classique, a 9 heures de cours et 3 heures de visites. Pour 3 heures de cours il utilise 3 à 4 feuilles format A4 pour préparer et photocopie 5 feuilles par stagiaire dans un groupe de 30 stagiaires, et 2 à 4 feuilles de réponses par stagiaire soit environ 250 feuilles, soit 750 feuilles pour 9 heures de cours. Lors d'une visite d'1h30, 3 à 4 feuilles sont utilisées pour la prise de notes et un rapport de visite d'une feuille soit environ 10 feuilles. Soit un total de 760 feuilles arrondi à 800 feuilles de format A4, soit 50 feuilles de format A0, donc 50m^2 à 80g/m^2, ce qui donne 4kg de papier par semaine.

Résolution à l'école primaire :
Peut-on poser le problème à l'école primaire ? Le groupe converge vers l'affirmative en proposant par exemple un problème citoyen dans le cas d'un projet. Quelle est une dévolution du problème à l'élève ?
Il faut préciser les données prises en compte. Faut-il prendre en compte la consommation de papier toilette pendant la semaine ? S'intéresse-t-on à un élève particulier ou à un élève générique ?
Les types de tâches à réaliser sont par exemple de déterminer pour chaque élève la quantité de papier par semaine. Les techniques mobilisées sont alors une enquête pour chaque élève sur son propre comportement. On constitue une banque de données dont le traitement va nécessiter l'appel à des outils mathématiques (statistiques, calcul, …).
Les compétences concernent l'estimation dans le traitement de l'information.
Les difficultés dépendent du niveau, mais ce serait plutôt un problème de cycle 3.
Comme il faut des données on va nécessairement « lisser » les données : qu'est-ce que j'ai comme « droit », en tant qu'élève, pour lisser ou amender des données ?

II - 2 Problème « Consommation d'eau »

Enoncé du problème :

Dans votre groupe, combien d'eau consomme un membre de ce groupe pendant une semaine?

Non résolution du problème dans l'atelier :
Le groupe considère que l'énoncé manque de précision. Il faudrait préciser ce qu'est la consommation d'eau : faut-il comptabiliser l'eau contenu dans du papier ? dans des fruits ? On ne peut pas répondre à la question dans l'atelier car on n'a pas accès à des données fournies par le compteur d'eau, des revues, des sites internet. Il faut donc préciser de quoi on a besoin pour mesurer la quantité d'eau consommée, ce qui nécessite d' « avoir vécu » : un élève a-t-il ce vécu-là ?
Il faut préciser également ce qu'est un membre du groupe : est-il un individu particulier ou un individu générique ? Il faut également préciser la semaine considérée : est-ce une moyenne

annuelle ou la semaine actuelle ? Il faut ensuite préciser le mode de traitement des données : moyenne, addition, multiplication, proportionnalité.

Résolution à l'école primaire :
Pour les élèves, le groupe considère qu'on peut conserver le même énoncé qui aboutira aux mêmes interrogations. On note l'importance du contrat pour le questionnement et pour mettre au point les protocoles de collecte des données. Plusieurs séances sont nécessaires pour cerner ce que l'on cherche, élaborer une méthode de collecte des données, et la mettre en œuvre, et traiter les données collectées.
Le groupe met en garde contre une collecte des données par une enquêtes sur les habitudes de consommation dans les familles : cela pourrait indiquer un marquage social. La phase de questionnement est très importante et peut amener à des questions : qui paye l'eau, comment ça se paye ? en se méfiant de ne pas tout ramener à l'argent.
Il semble que les compétences mises en œuvre concerne le domaine numérique : la proportionnalité et les aspects statistiques.

II – 3 Problème « Trajet gare d'Austerlitz - tour Eiffel »

Enoncé du problème :

Une classe arrive en train à Paris gare d'Austerlitz pour visiter la tour Eiffel. Vaut-il mieux qu'elle y aille en bus ou en métro ?

Résolution dans l'atelier :
Une position est de considérer qu'on ne peut pas résoudre ce problème. Une autre position, liée au contrat didactique en vigueur dans un groupe, est d'adopter une position d'étude : on me pose un problème et je dois l'étudier. Il semble assez rare d'avoir à effectuer des choix de données.
Quelles seraient les tâches ?

- argumenter pour déterminer les choix des paramètres relatifs au temps (durée, instant), à l'espace (distance, plan), au coût, en évitant de rentrer dans l'affect.
- reconnaître un problème de mathématiques sans données.
- organiser des données (schéma, tableau) en vue d'un choix et d'un traitement.

Résolution à l'école primaire :
Les compétences mises en jeux peuvent concerner l'organisation des données (relatives à la collecte et au traitement des données), et les grandeurs et les mesures (distance parcourue, prix d'un ticket, durée d'un trajet). Il n'y a pas de contenu arithmétique mais plutôt des connaissances sur le raisonnement.
Pour l'exploitation didactique il faut choisir de contextualiser ou non, rechercher les paramètres avec les élèves, puis exploiter ces paramètres pour produire des énoncés plus précis.

II – 4 Problème « Nombre de personnes prises dans un bouchon »

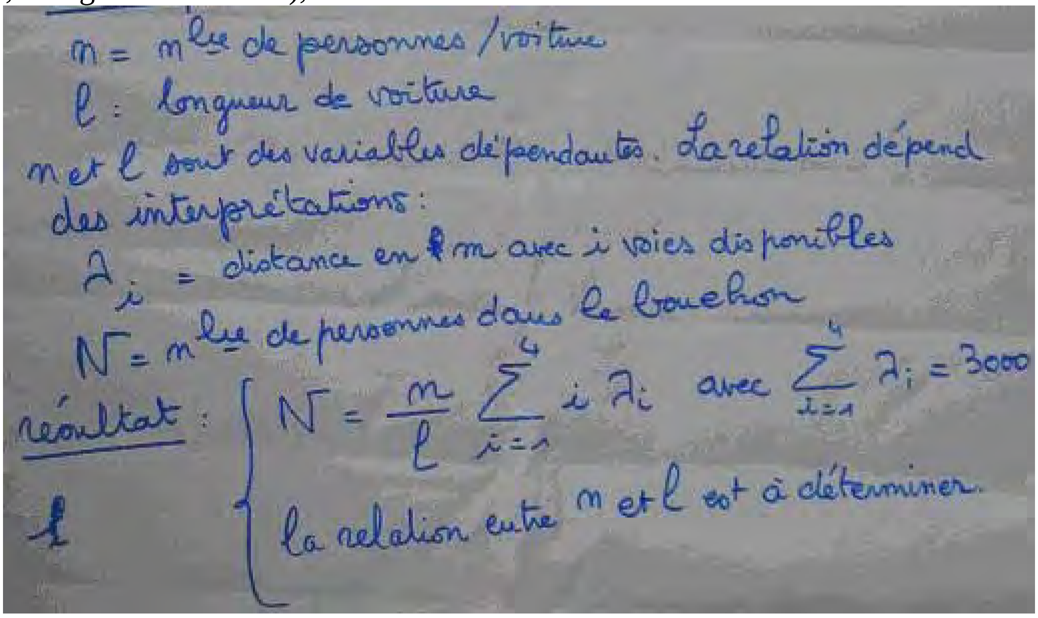
Enoncé du problème :

Sur l'autoroute A10, dans le sens Paris-Dourdan, il y a 3 km de bouchon (sans doute à cause de la fréquentation d'un colloque très prisé sur l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire). Combien y a-t-il de personnes dans ce bouchon ?

Résolution dans l'atelier

On note la nécessité de formuler des hypothèses complémentaires : d'abord des hypothèses sans corrélations entre elles (nombre de voies, longueur des véhicules, proportion de voitures et de camions …), puis des hypothèses corrélées entre elles (si c'est le week-end, il y a moins de camions …).

Ensuite il faut déterminer les variables choisies (par exemple : n nombre de personnes par voiture, l longueur de voiture), et la formulation des relations entre variables.



Un autre groupe a répondu précisément à la question posée. D'abord en précisant des hypothèses : sur la taille moyenne d'un véhicule (VL véhicule léger : 4m, PL poids lourd : 12m, TC transport commun : 12m), sur l'espace moyen entre deux véhicules (2m), sur le nombre de personnes par véhicule (VL : 2, PL : 1, TC : 50), sur la répartition des véhicules (VL : 70%, PL : 20%, TC : 10%). 100 véhicules sont constitués de 70 VL (avec 6m pour chacun), 20 PL (avec 14m pour chacun), 10 TC (avec 14m pour chacun) et correspondent à une longueur de 840m (70x6+20x14+10x14). Si on considère que l'autoroute a 4 voies et que le bouchon a une longueur de 3000m, alors on a 12000m de longueurs de véhicules, sachant qu'on a 840m pour 100 véhicules, on a environ 1500 véhicules. La répartition des types de véhicules permet d'estimer à environ 10000 le nombre de personnes (1500x0,70x2+1500x0,20x1+1500x0,10x50).

Résolution en classe

Il faut d'abord contextualiser l'énoncé pour motiver la recherche du nombre de personnes. Ensuite il faut prévoir un temps de discussion sur les conditions initiales à retenir, puis, après une mise en commun, choisir ces conditions initiales. Enfin on résout le problème suivant différentes modalités.

III – EXEMPLES DE RÉSOLUTION À L'ÉCOLE ALLEMANDE

Les problèmes proposés dans l'atelier sont inspirés de ceux expérimentés par Peter-Koop avec les énoncés originaux suivants :

- *Combien de papier utilise votre école en un mois ?*

- *Votre classe projette un voyage pour visiter la cathédrale de Cologne. Est-il mieux de voyager en bus ou en train ?*
- *Combien d'enfants sont plus lourd qu'un ours polaire ?*
- *Il y a 3 km de queue sur l'autoroute A1 entre Munster et Brème. Combien de véhicules sont pris dans le bouchon ?*

Le problème du bouchon avait été repris par Maaβ dans une classe 8 (équivalent de la classe de 4ème française) avec une formulation modifiée : *combien de personnes sont prises dans un bouchon de 20km ?* Ce problème est effectivement plus difficile que la question sur le nombre de véhicules pris dans le bouchon.

Peter-Koop définit les critères suivants pour caractériser ces problèmes.
- Les problèmes présentent un défi et motivent intrinsèquement à la coopération et à l'interaction avec des pairs (par rapport aux problèmes traditionnels qui peuvent privilégier une résolution individuelle).
- La formulation des problèmes ne doit pas contenir des nombres. Cela évite que les enfants commencent aussitôt à calculer sans une première analyse du contexte de la situation donnée. Les élèves sont également encouragés à s'engager dans une estimation ou un calcul grossier et/ou à s'engager dans la collecte de données pertinentes.
- Les problèmes doivent être basés sur une sélection de situations liées au monde réel, incluant des contextes de référence pour les classes concernées (lien avec un réel connu de l'élève).
- Les problèmes doivent être ouverts au début aussi bien qu'en conclusion, par rapport aux tâches qui requièrent des prises de décision conformes au processus de modélisation (ouverture des problèmes pour ne pas orienter la modélisation ou l'interprétation des résultats dans le modèle).

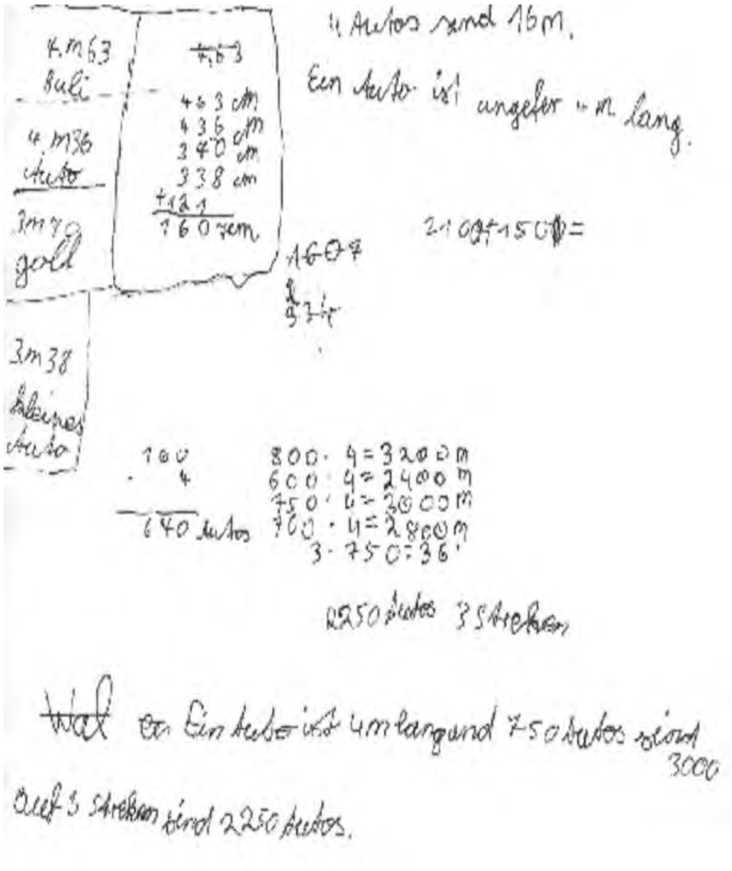
Nous allons illustrer, la mise en œuvre dans des classes allemandes, du problème du bouchon, à partir des comptes rendus de Peter-Koop (2003) et Maaβ (2005)
Dans l'expérience de Peter-Koop, dans une classe de grade 3 (équivalent du CE1) et deux classes de grade 4 (équivalent du CM1). Les élèves se répartissent en groupes de 3 à 5 élèves. Selon les classes les groupes sont choisis hétérogènes ou homogènes du point de vue des difficultés rencontrées habituellement par les élèves.
Dans une classe les groupes sont homogènes : deux « faibles » et deux « forts ». Dans les deux autres classes les groupes sont hétérogènes.
Le contexte de cette expérience est un contexte de recherche : les groupes sont observés par des chercheurs et 23 professeurs stagiaires qui produiront des vidéos, transcripts et interprétations. Un des objectifs de la recherche est de clarifier, comment le processus de modélisation mathématique et la construction du savoir mathématique peuvent réussir avec un travail en petits groupes, notamment lorsque les groupes sont homogènes au niveau des performances.
L'énoncé du problème est le suivant : *sur l'autoroute A1 Munster direction Osnabrück, il y a un embouteillage entre Munster Nord et Greven sur une longueur de 3 km. Combien de véhicules sont pris dans le bouchon ?*
Cet énoncé est présenté en groupe classe en début d'heure (dans une séance de deux périodes) pour permettre de partager les questions de compréhension et leurs réponses, les premières idées et hypothèses. Puis les élèves sont partagés en groupes, suivies chacun par deux professeurs stagiaires. Les groupes doivent produire une affiche qui sera présentée à la classe. Enfin le groupe classe se reconstitue pour suivre et discuter les présentations des affiches de chaque groupe.

Pour la collecte des informations, chaque groupe a estimé nécessaire de mesurer les longueurs de véhicules garés aux abords de l'école.

Extrait de Peter-Koop (2003)

Observons l'affiche produite par groupe d'élèves “faibles”.
Les mesures de longueurs de véhicule effectuées à l'extérieur sont notées : 4m63 Buli, 4m36 voiture (en fait une Mercedes), 3m70 Golf, 3m38 petite voiture (en fait une Peugeot 205).
Ces mesures sont converties en cm, additionnées, ce qui donne une longueur de 1607cm. Ils arrondissent à 16m et concluent : « 4 voitures mesurent 16m. Un auto mesure environ 4m ». Un élève propose de calculer 16 fois 4 sans pouvoir expliquer pourquoi. Après une phase d'embarras, le professeur stagiaire précise que 16 fois 4 correspond à la longueur de 16 voitures. Ce nombre apparaît insuffisant aux 4 élèves et ils proposent de considérer 160 voitures, qui occupent une longueur de 160x4m=640m. On est loin des 3000m de bouchon.

Par une procédure d’essais et ajustements, les élèves trouvent que 3000m est la longueur de 750 voitures. Puis les élèves considèrent qu’il y a trois voies sur l’autoroute, ce qui donne un total de 3x750=2250 voitures.



Extrait de Peter-Koop (2003)

Les résultats de la recherche de Peter-Koop semblent montrer les résultats suivants :
- ces problèmes de Fermi peuvent être résolu par des classes de grade 3 et 4,
- des groupes d’élèves, homogènes ou hétérogènes quant à leur performance scolaire, peuvent résoudre ces problèmes.

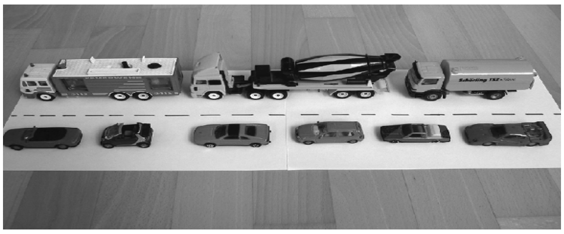
IV - DISCUSSION DANS L'ATELIER

Une conception de la modélisation se limite à la modélisation des situations du monde réel, ce qui est le cas dans l’évaluation PISA, ou dans les mises en oeuvre de peter Koop ou Maaβ et ce qui a tendance à ne pas considérer une autre conception qui élargit la modélisation aux situations intra-mathématiques.

En théorie des modèles, un modèle est une interprétation. On a deux démarches de modélisation. Soit on cherche un modèle et ensuite on cherche des hypothèses pour utiliser ce modèle. Soit on détermine des hypothèses et on modélise ensuite.
En formation d’enseignant, le processus de modélisation peut être décrit dans la manière suivante.
On va de la situation du monde réel vers le modèle mathématique par modélisation. On traite les données dans le modèle mathématique, et l’on produit une solution mathématique. Puis on interprète la solution en déterminant les implications dans la situation du monde réel. Comme

on est parti de la situation réelle, et qu'on y retourne dans la phase finale d'interprétation, Peter-Koop appelle ce processus un cycle de modélisation.
Les résultats de la recherche de Peter-Koop semblent montrer que les problèmes traditionnels proposés à l'école sont plutôt des problèmes à un cycle de modélisation alors que les problèmes de Fermi sont à plusieurs cycles de modélisation.

Dans l'enseignement, on retrouve le cycle de modélisation mais apparaît un autre cycle : le cycle d'illustration. On part d'un problème mathématique qu'on illustre par une représentation d'une situation réelle. On traite cette situation réelle, souvent par des arguments pragmatiques (action, mesure, perception) pour obtenir une nouvelle situation réelle modifiée. On interprète alors cette nouvelle situation réelle pour obtenir une solution mathématique. Par exemple on va illustrer le problème mathématique de combien fait 3+4 par par une manipulation sur des bonbons. Y a-t-il interférence entre ces deux cycles ?
Parfois le cycle de modélisation comprend une modélisation physique intermédiaire : la situation réelle est modélisée dans un premier modèle physique qui sera ensuite modélisé dans un modèle mathématique. On trouve ci-dessous un exemple de première modélisation physique effectuée dans une classe de grade 4 (équivalent de notre CM1) extraite de [Maaβ 2005].



Les compétences mathématiques fréquentées dans les problèmes proposés concernent : l'estimation de la valeur d'un nombre, la proportionnalité, la moyenne arithmétique, les grandeurs et mesures, l'organisation des données. On observe par exemple que la moyenne arithmétique ou la proportionnalité ne sont pas des connaissances exigibles dans l'exemple allemand des grades 3 et 4, mais que les élèves d'un groupe « faible » les font apparaître comme « connaissances en acte ».
Mais des compétences transversales sont également mobilisées, par exemple celles liées à la citoyenneté, du fait de la relation du problème avec la réalité, à la communication (en petits groupes puis en classe entière avec l'exposé de l'affiche) ou encore liées à l'organisation des données (collecte, traitement) souvent attachées à la catégorie des problèmes pour chercher. Le lien avec la réalité permet peut-être de travailler plus facilement cette dimension citoyenne et d'utiliser les ressources de l'environnement réel pour collecter les données, alors que le contrat didactique habituel fait que les données et les questions sont précisées dans l'énoncé du problème.
On retrouve ici la difficulté à aborder un problème pour lequel les données sont à construire évoquée par Maaβ (2005) à propos d'étudiants fréquentant un séminaire de préparation à l'enseignement secondaire : « *Tandis que les étudiants résolvent sans problèmes les énoncés de problèmes traditionnels, ils s'arrêtent sur le problème et se mettent d'accord après quelques temps que le [...] problème n'est pas résoluble, parce que des indications n'existent pas suffisamment. Une réaction tout à fait typique pour des personnes non habituées à ce*

genre de tâches »[1]. Maaβ précise donc que le contrat didactique habituel ne présente pas ce genre de tâches. Il semblerait que l'on soit dans une situation analogue en France.

V – CONCLUSION : LES ENJEUX DE LA MODELISATION POUR L'ENSEIGNEMENT ET LA FORMATION DES MAITRES

A propos de l'enquête PISA, Kuzniak (2006, p.50) précise : *« De manière cohérente, l'enquête PISA privilégie, pour l'évaluation de cette « culture mathématique » des élèves, une approche qui place l'usage fonctionnel des savoirs et savoir-faire dans des situations tirées de la vie réelle au cœur de l'apprentissage des mathématiques. Le processus central sur lequel insistent les concepteurs de l'étude est celui de mathématisation : il s'agit, pour eux, d'un processus qui commence par l'organisation du problème à résoudre en fonction de concepts mathématiques, qui se poursuit, après effacement de la réalité, par la résolution grâce à l'usage d'outils mathématiques, et qui se termine par la communication du résultat en retrouvant le sens du problème initial dans la réalité. Comme le but principal de l'évaluation est d'apprécier les capacités des élèves à résoudre des « problèmes réels », les auteurs ont décidé de ne pas retenir le découpage traditionnel des mathématiques en arithmétique, algèbre, géométrie etc. En effet, selon eux, ce découpage ne se retrouve pas tel quel dans les problèmes issus de la vie réelle ».*

Dans le texte adopté par le parlement européen en 2006, la troisième compétence-clé pour l'éducation et l'apprentissage tout au long de la vie est « culture mathématique et compétences de base en sciences et technologies ». Le texte donne les précisions suivantes : *« La culture mathématique est l'aptitude à se servir de l'addition, de la soustraction, de la multiplication, de la division et des fractions, sous forme de calcul mental et par écrit, pour résoudre divers problèmes de la vie quotidienne [...] Un individu devrait avoir la* ***capacité*** *d'appliquer les principes et processus mathématiques de base dans la vie quotidienne, à la maison et au travail, et de suivre et d'évaluer un développement argumentaire* » (Parlement, 2006)

En France, le socle commun de connaissances et de compétences sera mis en œuvre à l'école primaire dès la rentrée 2007. *« La définition du socle commun prend également appui sur la proposition de recommandation du Parlement européen et du Conseil de l'Union européenne en matière de "compétences-clés pour l'éducation et l'apprentissage tout au long de la vie". Elle se réfère enfin aux évaluations internationales, notamment au Programme international pour le suivi des acquis des élèves (PISA) qui propose une mesure comparée des connaissances et des compétences nécessaires tout au long de la vie* » (BOEN, 2006). Une des capacités est « *de saisir quand une situation de la vie courante se prête à un traitement mathématique, l'analyser en posant les données puis en émettant des hypothèses, s'engager dans un raisonnement ou un calcul en vue de sa résolution, et, pour cela : savoir quand et comment utiliser les opérations élémentaires ; contrôler la vraisemblance d'un résultat ; reconnaître les situations relevant de la proportionnalité et les traiter en choisissant un moyen adapté ; utiliser les représentations graphiques ; utiliser les théorèmes de géométrie plane [...] L'étude des sciences expérimentales développe les capacités inductives et déductives de l'intelligence sous ses différentes formes. L'élève doit être capable de pratiquer une démarche scientifique : savoir observer, questionner, formuler une hypothèse et la*

---

[1] « während die Studierenden die herkömmlichen Textaufgaben problemlos lösen, stocken sie bei der [Aufgabe] und stellen nach einiger Zeit übereinstimmend fest, dass die [...] Aufgabe nicht lösbar ist, weil nicht genügend Angaben vorhanden sind. Eine ganz typische Reaktion für Menschen, die an diese Art von Aufgaben nicht gewöhnt sind » Maaβ (2005)

valider, argumenter, modéliser de façon élémentaire ; comprendre le lien entre les phénomènes de la nature et le langage mathématique qui s'y applique et aide à les décrire ».
On voit donc que la relation à la vie quotidienne, à la vie réelle ainsi que la modélisation par les mathématiques prennent une importance nouvelle dans l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.
Comment la formation initiale et continue des enseignants prendra-t-elle en compte ces changements ?
L'étude des problèmes de Fermi peut-il être un élément de ce dispositif de formation? Permettent-ils de questionner chez les enseignants leur représentation de la modélisation ? Permettent-ils de mettre en œuvre en classe des situations de modélisation qui laissent une initiative plus grande aux élèves dans le choix du modèle, tout en permettant une construction en acte de certains concepts mathématiques ? La grande ouverture dans le choix des données et des conclusions remet-elle en cause le contrat didactique traditionnel ? Cette remise en cause est-elle plus favorable aux apprentissages ? Les problèmes de Fermi doivent-ils être complétés par d'autres types de problèmes de modélisation, plus centrés sur les modèles mathématiques mis en œuvre et sur les procédures de traitement dans ces modèles ?

A notre connaissance, la pratique des problèmes de Fermi semble peu répandue dans l'école primaire française. On a observé dans les productions de l'atelier qu'on pouvait déclarer que le problème ne peut être résolu. Maaβ a observé en formation d'adultes (étudiants ou professeurs) davantage de difficultés à concevoir que ces problèmes puissent être résolus, par rapport aux mises en œuvre en classe. Peter-Koop a mis en évidence une sous-estimation profonde par les professeurs stagiaires des compétences de modélisation des élèves de l'école primaire. C'est dire que les besoins des enseignants à propos de la modélisation et la demande institutionnelle de mise en place du socle commun nécessitent la mise en place de formations des enseignants à la modélisation. Un projet Comenius européen LEMA essaie de produire une formation à la modélisation pour les enseignants de mathématiques : « *A travers l'Europe se développe la prise de conscience que les élèves ont besoin de davantage d'expériences sur une application critique des mathématiques afin de bien les préparer à devenir citoyens et travailleurs efficaces. Ceci requiert de nouvelles compétences pour les professeurs qui, actuellement, dans la plupart des cas, ont des difficultés à intégrer les mathématiques appliquées dans la pratique quotidienne de la classe. Ce projet propose de soutenir chez les professeurs l'essor de pratiques pédagogiques de modélisation et d'application des mathématiques, par le développement d'un cours de formation pour enseignants. Le but serait, tout en développant une approche commune, de proposer un cours flexible et adaptable aux besoins des pays partenaires actuels ou ultérieurs. La diversité des bonnes pratiques courantes parmi les pays partenaires sera prise en compte pour le développement du cours. Les groupes cibles sont les professeurs de l'école primaire et du début de l'école secondaire, en formation initiale ou en formation continue* ». Rendre compte de ce projet dépasse le cadre de ce compte-rendu mais pourrait s'inscrire dans le cadre d'une communication au prochain colloque de la Copirelem, sur la modélisation, à Troyes, en 2007.

BIBLIOGRAPHIE

BOEN (2006) *socle commun de connaissances et de compétences,* bulletin officiel de l'éducation nationale n° 29 du 20 juillet 2006.

KUZNIAK A. (2006) *« Diversité des mathématiques enseignées « ici et ailleurs »* »,in Actes su 23^{e} colloque Copirelem, Strasbourg, 47-66.

LEMA **L**earning and **E**ducation in and through **M**odelling and **A**pplication site consulté le 23/12/06 : http://www.alsace.iufm.fr/web/ressourc/pedago/discipli/maths/lema/fr/tout.html

MAAβ Katja (2005) *« Stau-eine Aufgabe für alle Jahrgänge! »*, in Praxis der Mathematik in der Schule, Juni 2005, **47**. Jg., 8-13

PARLEMENT EUROPÉEN (2006) *Compétences clés pour l'éducation et la formation tout au long de la vie* , consulté le 23/12/06 sur le site http://www.europarl.europa.eu/sides/getDoc.do?Type=TA&Reference=P6-TA-2006-0365&language=FR#BKMD-10

PETER-KOOP A. (2003) *« Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau? », Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi-Problemen in Kleingruppen*, In : Ruwisch, Silke & Peter-Koop, Andrea (Hg.) : Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule, Offenburg : Mildenberger Verlag, 111-130.