QUELS SCÉNARIOS POSSIBLES POUR UNE FORMATION DES M1 AUX MATHÉMATIQUES DE L'ÉCOLE PRIMAIRE ?

Catherine TAVEAU
Formatrice, ESPE D'AQUITAINE
catherine.taveau@espe-aquitaine.fr

Hélène ZUCCHETTA
Formatrice, ESPE DE LYON
helene.zucchetta@univ-lyon1.fr

Résumé :
Cet atelier a vu le jour à la suite de constats, par des formateurs de la COPIRELEM, concernant les changements des pratiques des formateurs en M1 MEEF notamment depuis la Masterisation de cette formation et du fait du raccourcissement de la durée de formation en ESPE. En effet, les différentes enquêtes menées par la COPIRELEM permettent de se rendre compte de la baisse du nombre d'heures de formation en mathématiques et de la prégnance que prennent en Master 1 MEEF les questions d'entrainement au concours par rapport aux questions d'enseignement.
L'atelier était initialement prévu en deux temps mais le second temps de conception d'une formation n'a pu avoir lieu, faute de temps. Il a donc démarré par une présentation rapide des diverses stratégies de formation (Kuzniak et Houdement) et du cadre d'analyse des situations initié par la COPIRELEM de puis s'est construit autour de l'analyse de trois scénarios de formation sur des mêmes notions (fractions et décimaux) du point de vue de l'étudiant et du point de vue du formateur.
Cet atelier a permis de rappeler les éléments incontournables pour la formation des futurs Professeur d'Ecole : les savoirs mathématiques liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ; les savoirs didactiques et cognitifs indissociables des contenus mathématiques précédents ; les compétences professionnelles indissociables des contenus mathématiques à enseigner.

I - CONSTATS ET PREMIÈRES RÉFLEXIONS

1 Constats

Suite aux constats effectués par les formateurs de la COPIRELEM concernant les modifications des pratiques de formateurs dans la formation des M1 MEEF 1er degré depuis quelques années, la proposition de cette atelier a été faite.

En effet, depuis la « Mastérisation » (2010), les maquettes de formation, organisées en UE, elles-mêmes découpées en Cours Magistral et TD, suivies de nombreuses évaluations ont eu pour effet de transformer les pratiques des formateurs, pratiques qui se calquent petit à petit sur des pratiques universitaires : par exemple un enseignant-chercheur assure les CM et les TD sont organisés par les autres formateurs. La question du temps de la formation, notamment en mathématiques, de plus en plus réduit incite aussi certains formateurs à abandonner certaines pratiques nécessitant plus de temps d'activités, comme la mise en situation des étudiants sur des situations d'homologie (au sens de Houdement et Kuzniak).

Par ailleurs, depuis la Mastérisation, la COPIRELEM n'a plus assuré de formation de nouveaux formateurs et les ESPE ont majoritairement une volonté d'employer des contractuels, ATER ou des temps partagés pour assurer la formation en M1. Ces nouveaux collègues se forment alors « sur le tas » avec l'aide de collègues.

Dans cet atelier, nous avons souhaité partager, interroger et voire même concevoir des scénarios de formation. Nous interrogeons sur notre conception de la formation : est-elle partagée dans les différents

ESPE ? Quels sont les fondements de la formation prodiguée dans les ESPE actuellement ? En quoi la formation telle que nous la concevons, aide l'étudiant à obtenir le concours mais aussi à développer des compétences pour le métier de PE (Professeur des écoles). En quoi les formateurs de l'ESPE peuvent faire émerger des démarches, des réflexions mathématiques et didactiques indispensables pour la professionnalisation que les instituts proposant de la préparation au concours (CRPE) comme le CNED, Forprof ou autres ne peuvent pas faire construire ?

Les membres de la COPIRELEM ont déjà abordé cette problématique dans des ateliers autour de la ressource sur la géométrie à l'école primaire et dans des ateliers et communications sur « le cadre d'analyse des situations de formations » (les articles des actes des colloque de Nantes et de Mont de Marsan *Analyser la pertinence d'une ressource pour la construction de modules de formation dans le domaine de la géométrie plane* » et de Besançon *Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles*).

Extrait du Colloque de Mont de Marsan 2014 :

« Cette culture commune, constamment interrogée et enrichie des réflexions à différents niveaux (notamment depuis les travaux de thèses de Kuzniak (1994), Houdement (1995), etc.), a été pendant 10 ans (de 1997 à 2009) diffusée et partagée au sein du réseau des formateurs non seulement au moment des colloques, mais plus spécialement dans le cadre des séminaires de formation de nouveaux formateurs, organisés par la COPIRELEM.

Lors de ces séminaires, au-delà des échanges et des questionnements liés à leur nouvelle fonction, les nouveaux formateurs étaient confrontés aux situations de formation, les vivaient, les analysaient et pouvaient ainsi se les approprier. Les situations de formation privilégiées dans ce cadre étaient le résultat d'une co-construction par les formateurs de la COPIRELEM qui les avaient auparavant mises à l'épreuve en formation et en avaient analysé le potentiel.

Beaucoup de ces situations, s'appuyant souvent sur des démarches d'homologie (Kuzniak 1994), visent l'acquisition des contenus mathématiques destinés à des Professeurs des Écoles et abordent simultanément les notions didactiques liées à l'enseignement de ces notions. ».

Pour nous la formation mathématique en M1 du master MEEF prépare à la fois à un concours (le CRPE) mais aussi au métier de professeur des écoles car les admis au concours ont une classe en responsabilité à mi-temps dès la rentrée suivante tout en ayant parfois très peu de formation en M2 (12h dans certains ESPE). L'enseignement des mathématiques en M1 doit donc, non seulement préparer au CRPE, en réactualisant des savoirs, en leur donnant du sens, mais aussi fournir aux étudiants des références et des outils pour les enseigner à l'école primaire.

2 Réflexions de la COPIRELEM lors de la Masterisation

Pour construire les contenus des maquettes des Master la COPIRELEM avait, en novembre 2008 et en 2010, lors des modifications du concours, proposé une réflexion sur les éléments incontournables pour une formation en Master MEEF. Ces éléments de réflexion devant permettre d'analyser des contenus de formation sont résumés ainsi :

Les éléments incontournables pour un master PE :

- savoirs mathématiques (disciplinaires et épistémologiques) liés à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire ;
- savoirs didactiques et cognitifs indissociables des contenus mathématiques précédents ;
- compétences professionnelles indissociables des contenus mathématiques à enseigner.

Les différents types de savoirs mathématiques pour l'enseignement à l'école primaire.

1- Les savoirs mathématiques pour dominer les notions présentes implicitement et explicitement dans les situations d'enseignement.

2- Les savoirs mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes.

3- Les savoirs mathématiques pour s'approprier des documents pédagogiques et concevoir un enseignement.

4- Les savoirs mathématiques pour analyser les procédures des élèves.

Nous nous rendons compte que certaines pratiques de formation peuvent être très performantes pour le CRPE mais ne permettent pas aux étudiants de donner du sens aux notions abordées ou aux démarches d'enseignement attendues à l'école primaire. Les étudiants n'ont pas, dans ce cas, revisité les notions mathématiques avec le point de vue et la posture d'un futur PE.

Dans cet atelier nous essayons d'interroger ces pratiques et de repérer collectivement ce qui est souhaitable pour une formation permettant à la fois d'obtenir le CRPE et de construire quelques outils didactiques et pédagogiques professionnels.

Dans ce compte-rendu d'atelier, nous ne reviendrons pas sur les diverses stratégies de formation (Kuzniak et Houdement), ni sur le cadre d'analyse des situations initié par la COPIRELEM. Nous renvoyons le lecteur pour plus de précisions aux références citées dans la bibliographie.

Dans un premier temps trois scénarios de formation autour des notions de fractions et décimaux sont proposés pour analyse de manière à en dégager des éléments qu'il serait souhaitable de voir en formation. Il était prévu dans un second temps de proposer l'élaboration un scénario sur une autre notion qui pourrait prendre en considération ces souhaitables mais par manque de temps cela n'a pas pu être mené pendant l'atelier.

II - ANALYSE A PRIORI DES TROIS SCÉNARIOS

Les trois scénarios proposés à l'analyse portent sur le même thème (fractions et décimaux) et sont prévus pour des durées similaires (4 à 6h, durée liée aux contraintes de temps de la formation). Ces trois scénarios sont donnés en annexe et sont effectivement des scénarios de formation construits et partagés dans trois ÉSPÉ différentes.

Tous ces scénarios visent explicitement des objectifs de formation pour le CRPE :

- travailler les notions mathématiques pour le concours ;
- analyser des réponses d'élèves pour comprendre les difficultés qu'ils rencontrent ;
- analyser des extraits de manuels pour être capables de faire des choix d'enseignement et de les justifier.

Certains d'entre eux se placent plus dans une visée de futur enseignant avec des objectifs tels que :

- faire ressortir les conceptions des étudiants ;
- déconstruire certaines conceptions pour mieux construire des savoirs professionnels.

La consigne donnée aux participants de l'atelier est :

« A partir de ces trois scénarios de formation sur une même notion mathématique, réaliser une rapide analyse critique qui ferait ressortir les ***avantages et les inconvénients*** *de chacun d'entre eux du point de vue de l'acquisition des connaissances par l'étudiant et du point de vue du travail du formateur.*

Dégager si possible, les éléments qu'il serait souhaitable d'utiliser pour élaborer une formation qui vise les différents types de savoirs mathématiques pour l'enseignement à l'école primaire :

- 1- les savoirs mathématiques pour dominer les notions présentes implicitement et explicitement dans les situations d'enseignement ;
- 2- les savoirs mathématiques pour comprendre et s'approprier les programmes ;

- 3- les savoirs mathématiques pour s'approprier des documents pédagogiques et concevoir un enseignement ;
- 4- les savoirs mathématiques pour analyser les procédures des élèves.

Le lecteur trouvera en annexe les trois scénarios détaillés qui sont mis en œuvre par les formateurs de chacune des trois ESPE. Ils sont assez différents dans leur approche et leur déroulement. Nous vous proposons brièvement l'analyse que nous en avions faite a priori.

Scénario 1 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
de l'étudiant	Il y a des questions préalables. Le scénario comprend une manipulation comme on pourrait faire à l'école pour introduire une fraction, mais adapté ici pour interroger ce qu'est un nombre décimal (fraction décimale). Il peut permettre de remettre en cause la conception du nombre décimal en tant que nombre à virgule et de reconstruire la notion de nombre décimal (aspect fraction décimale, aspect historique, aspect mathématique). Il permet de faire du lien avec le système de numération décimale (plus spécifiquement les échanges). Le scénario donne du sens à ce que les futurs PE auront à enseigner. Il montre la nécessité d'adapter le vocabulaire aux élèves (avec des procédures de l'école pour ajouter des fractions décimales par exemple). Il traite d'exercices mathématiques. Il comprend une analyse d'erreurs et de manuels. Il propose des points d'institutionnalisation au fur et à mesure. Il propose des exercices de concours à chercher en autonomie sur l'ENT.	La situation est déstabilisante. Il y a peu de répétitions sur un même type d'exercices. Le rythme est rapide et nécessite une poursuite du travail par les étudiants. Il n'y a pas toujours d'activités transposables directement avec des élèves .
du formateur	Le scénario démarre par une évaluation diagnostique. L'entrée se fait par les fractions décimales de manière à évoquer l'aspect fraction partage et à définir un nombre décimal. Le scénario essaie de montrer différents aspects de ces notions difficiles à enseigner et d'y redonner du sens dans un temps restreint. Il soulève quelques problèmes de	Ce scénario nécessite de la part du formateur : - d'avoir de bonnes connaissances didactiques (et peut participer à la formation des nouveaux formateurs) ; - d'être au clair sur les différents aspects du nombre décimal et de la fraction, Ce scénario demande un travail d'appropriation par le formateur et

	transposition et d'enseignement : par exemple comment expliquer 10/100 = 1/10 sans se suffire d'une explication de type « barrer les zéros »). Il veut amener les étudiants à questionner les savoirs qu'ils ont à enseigner par des activités déstabilisantes et à transposer des démarches de résolution de problèmes dans leur futur enseignement. Ce scénario amène à des questions professionnelles d'enseignement.	une congruence entre les conceptions du formateur et celles de l'auteur du scénario (enjeux de la formation). Il y a un risque que les étudiants trouvent la situation difficile et se rabattent malgré tout sur un dogmatisme et des conceptions du type « nombre à virgule » ou « part de tarte » quand ils auront à l'enseigner. Ce scénario ne reprend pas l'ordre chronologique dans lequel les notions sont enseignées (fraction avant décimal).

Scénario 2 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
de l'étudiant	Le cours magistral donne les réponses à des questions que l'étudiant ne s'est pas posées et les TD suivent le CM (ce qui sécurise certains étudiants). Ce scénario propose des savoir de référence. Les TD s'appuient sur des annales de concours (maths puis didactique).	Comme l'étudiant ne s'est pas posé de questions sur les difficultés de cet enseignement, le futur enseignant pourra ne donner que des réponses toutes faites et dogmatiques. L'étudiant peut avoir du mal à envisager les difficultés des élèves et les difficultés inhérentes à l'enseignement de ces notions.
du formateur	Le cours magistral permet de concentrer en peu de temps de nombreux savoirs (il balaye largement le sujet). Il permet d'avoir un écrit de référence (« Comme vous l'avez vu en CM … »). Il satisfait certains étudiants car il vise le concours directement. Le scénario est facile à mener car il permet une certaine appropriation des notions lors de la série d'exercices à effectuer en lien avec le CM.	Possible passivité des étudiants. Le scénario provoque peu de questions dérangeantes de la part des étudiants . Il amène le formateur à ne répondre qu'à des questions de concours et non d'enseignement.

Scénario 3 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
de l'étudiant	Le scénario est construit autour d'une situation d'homologie qui permet de « se mettre à la place d'un élève », en suivant la chronologie de l'enseignement des notions. Les étudiants sont amenés à se poser des questions professionnelles. Le cours Magistral peut être regardé avant le TD. Il répond à des questions	Le scénario est un peu long car les situations sont analysées en détails. Il nécessite beaucoup de travail en autonomie de la part des étudiants.

	que l'étudiant s'est posé. Des exercices d'application ainsi que des exemplaires supplémentaires avec corrigés sont mis à disposition des étudiants.	
du formateur	Le cours magistral permet de concentrer en peu de temps de nombreux savoirs (il balaye largement le sujet). Il permet une transposition directe avec l'enseignement à l'école. Il permet d'aborder l'essentiel des questions du concours.	Il est probable qu'il faille consacrer beaucoup de temps aux corrections questions d'exercices donnés en autonomie. Difficulté pour coller au CM, manque de souplesse dans l'organisation.

III - CE QUI S'EST PASSÉ DURANT L'ATELIER

Après une présentation rapide de nos objectifs et apports théoriques (différentes stratégies de formation selon Kuzniak et Houdement et le cadre d'analyse des situations de la COPIRELEM), suivie d'une description des trois scénarios, les participants à l'atelier, répartis en trois groupes, se sont appropriés les documents des trois scénarios en vue de les analyser du point de vue de l'étudiant et du point de vue du formateur, en suivant la consigne donnée.

Les participants, tous formateurs en ESPE mais d'expérience et de statuts différents, ont été assez déstabilisés par le scénario 1 qui correspond moins à leur pratique et ont reconnu dans le scénario 3 une situation d'homologie. Beaucoup de questions ont surgi concernant le type d'exercices (qui n'étaient pas toujours donnés avec l'énoncé complet), la période de l'année où était proposé ce travail, le travail non donné explicitement aux étudiants à la maison, l'intérêt d'un Cours Magistral pour le gain de temps au détriment de la compréhension …

Une analyse en termes de compétences travaillées dans les exercices et situations proposées aux étudiants a été nécessaire pour beaucoup de participants.

Un groupe a essayé de catégoriser les éléments de scénario qui peuvent être présents ou pas dans les différents scénarios comme : situation d'homologie, émergence savoirs mathématiques et épistémologiques ou didactiques, transposition, institutionnalisation (sous quelle forme) exercices d'applications ou supplémentaires sur l'ENT…

Les analyses en termes d'avantages et d'inconvénients du point de vue de l'étudiant et du formateur a été assez conforme à notre analyse a priori mais plus ou moins approfondies. Les trois scénarios apportent des savoirs disciplinaires sur la connaissance des nombres et des savoirs didactiques notamment à travers l'analyse des erreurs d'élèves et l'analyse de manuels.

Pour le scénario 1, il ressort surtout que les mises en questions partent des conceptions des étudiants avec des exercices préalables et apportent des éléments de connaissances au fur et à mesure des exercices différents (diaporama déclaré morcelé par un groupe). Des liens entre les savoirs disciplinaires et didactiques sont faits, ainsi que des articulations entre les connaissances sur les nombres à travers l'histoire, l'enseignement (et les programmes) et des activités transposables en classe. Les exercices des TD ont tous des objectifs différents et le temps de formation ne laisse pas la possibilité de revenir sur certains points délicats pour les étudiants. Beaucoup d'exercices d'entrainement sont à la charge des étudiants et cela demande de leur part un travail régulier (avant, pendant et après les séances).

Le principal avantage de ce scénario semble être la déconstruction des conceptions rigides des étudiants avec une dynamique dans les TD. Le principal inconvénient semble être la non-prise en compte des étudiants en difficultés qui peuvent être très déstabilisés sans avoir le temps de reconstruire les connaissances adaptées ; ces étudiants risquent de se perdre et d'utiliser ensuite dans leur enseignement des conceptions erronées qu'ils n'auront pas suffisamment remises en cause. La surprise des participants à l'atelier viendrait aussi du choix fait de l'ordre de présentation : étude des décimaux avant celle des fractions, contrairement à ce qui se fait dans l'enseignement de ces notions.

Pour les scénarios 2 et 3, le cours magistral est commun et a les mêmes contenus mais sa place dans le scénario n'apporte pas les mêmes effets. Dans un cas, il vient comme complément, comme réponse à une situation d'homologie vécue par les étudiants qui leur a déjà permis de se questionner (synthèse d'une réelle situation de communication transposable et analysée). Dans l'autre cas, il apporte des connaissances sans que les étudiants se soient questionner mais cela peut être rassurant pour certains dans le cadre d'une préparation au concours.

Dans le scénario 2, les étudiants sont plus passifs et leurs connaissances initiales ne sont pas vraiment prises en compte. Le TD dense est plus une application directe du cours et il n'y a pas forcément de construction de sens. Il y a une rupture entre les apports théoriques et les questions d'enseignement.

Dans le scénario 3, les étudiants sont plus actifs notamment lors de l'analyse des situations qui permet une émergence des connaissances mathématiques et didactiques. Un travail important y est demandé aux étudiants en dehors des TD. La situation vécue lors du premier TD permet une transposition directe en classe.

IV - CONCLUSION

L'objectif que nous nous étions donné, interroger des scénarios d'enseignement des mathématiques nécessaires aux étudiants à la fois pour préparer le CRPE et pour enseigner à l'école primaire, semble atteint au vue des analyses des trois scénarios. Mais cette analyse reste parfois assez superficielle par manque de temps pour l'appropriation des outils théoriques trop rapidement présentés.

De plus, la partie concernant la conception de tels scénarios sur d'autres notions n'a pu être commencée. Nous espérons quand même que cet atelier a pu apporter un regard différent sur la pratique de formation en M1 et fournir des éléments de réflexion pour travailler avec les M1 le sens des notions à enseigner à l'école et pas seulement la préparation aux épreuves du concours.

Pour construire une formation permettant de développer les savoirs mathématiques nécessaires à un futur PE, il nous semble nécessaire de proposer une **activité déclenchante pour donner du sens à la notion**, pour modifier certaines représentations, pour enrichir les connaissances didactiques et mathématiques des étudiants.

Si l'on vise les deux objectifs (préparation au concours et préparation à l'enseignement à l'école), il ressort de l'analyse effectuée lors de l'atelier, que les éléments suivants comme sont nécessaires :

- une situation déstabilisante qui permet de faire ressortir les conceptions initiales des étudiants, sous forme de situation d'homologie ou de transposition ;
- un questionnement qui aide à la transposition à la classe ;
- une remise en cause de conceptions erronées des étudiants ;
- une articulation entre savoirs mathématiques, savoirs didactiques et programmes de l'école ;
- une institutionnalisation répartie de manière à ce qu'elle ait du sens par rapport aux activités proposées, fournir **un cours** contenant les différents types de savoirs (fourni en présentiel, en polycopié, sur l'ENT, …)
- suffisamment d'exercices de mathématiques et de didactique (sujets et corrigés) à travailler éventuellement en autonomie pour jouer le jeu de l'entrainement à un concours,

- des compléments d'apports historiques et épistémologiques, des vidéos de séances de classe, des problèmes de synthèse peuvent être ajoutés.

Les étudiants de M1 ne sont pas tous assidus en cours car ils ont parfois des activités professionnelles hors formation. Par conséquent, une réflexion sur l'utilisation d'un ENT doit être menée par les formateurs.

A priori, toutes les notions enseignées à l'école peuvent se prêter à la construction d'un scénario de formation tel que nous l'avons proposé mais nous n'en avons pas dressé de liste. Des propositions de ressources sur trois thèmes (grandeurs et mesures ; géométrie plane et dans l'espace ; numération) sont données en bibliographie.

La construction d'un scénario dépend donc aussi des conceptions des formateurs et relève de choix didactiques à concilier avec le temps restreint consacré à la formation.

V - BIBLIOGRAPHIE

DES ÉLÉMENTS THÉORIQUES :

DANOS P., MASSELOT P., SIMARD A., WINDER C. (2015) Analyser une ressource de formation : exemple de la « situation des annuaires » *Actes du 41ème colloque COPIRELEM, Mont de Marsan 18-20 Juin 2014.*

HOUDEMENT C., KUZNIAK A. (1996), Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* **Vol.16 (3)**, Grenoble : la Pensée Sauvage.

HOUDEMENT, C. (2003) : Autour des stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques. *Carnets de route de la COPIRELEM, T.3 ; pp. 23- 33.*

KUZNIAK A. (1994). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Actes du XXIème COPIRELEM*, Chantilly.

KUZNIAK A. (2003). Les stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques. *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 3, p. 7-22.*

MASSELOT P., PETITFOUR E., WINDER C. (2016) Présentation d'un cadre d'analyse de situations de formation des professeurs des écoles, *Actes du 42ème colloque COPIRELEM Besançon 2015, ARPEME.*

DES ÉLÉMENTS SUR LE THÈME « FRACTIONS ET DÉCIMAUX »

ANSELMO B., BONNET M., COLONNA A., COMBIER G., LATOUR J., PLANCHETTE P. (1999) *La sixième entre fractions et décimaux*. *IREM de Lyon.*

ANSELMO B., ZUCCHETTA H (sous la direction de, à paraître 2017) *Des nouveaux nombres au cycle 3 : fractions et décimaux* à paraître à CANOPE Lyon.

BRONNER A. (2003) Analyse a priori de séquence de formation à propos des décimaux. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p 333-353.*

DUBOIS C., FÉNICHEL M., PAUVERT M. (1993) *Se former pour enseigner les mathématiques (4 tomes)*. Armand Colin Paris.

RESSOURCES SUR DIFFÉRENTS THÈMES :

Grandeurs et mesures :

HOUDEMENT C. & PELTIER M.L. (2003) Aire de surfaces planes. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p. 199-207.*

LE BERRE M., TAVEAU C., (2003) Une approche minimale de la notion de grandeur en PE1 *Carnets de route de la COPIRELEM. T. 2 p. 209-221.*

Activités « Annuaires » Concertum et Colloque Mt de Marsan.

Exercice « Antarctique » évaluation PISA 2003.

Géométrie dans le plan et dans l'espace :

AUBERTIN J.C., GIRMENS Y. (2015) Une situation d'homologie-transposition : le solide caché. *Actes du 41ème colloque COPIRELEM, Mont de Marsan 18-20 Juin 2014.*

BEAUFORT D. (2003) Représentations de solides. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p 71-81.*

BRIAND J.& AL (2008) *Livre du maitre Euromaths CE2* p169. Hatier.

COPIRELEM (2014) *Construction de modules de formation : géométrie plane, Une ressource sous forme de carte mentale proposée par la COPIRELEM.* ARPEME.

ERMEL *Apprentissages géométriques et résolution de problèmes.* Hatier.

FÉNICHEL M., PAUVERT M., PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques, Tome 1 Espace et géométrie*. Bordas.

FÉNICHEL M. ; TAVEAU C. (2008) DVD *Enseigner les mathématiques au cycle 3 / deux situations d'apprentissage en images : le cercle sans tourner en rond, l'enveloppe des nombres*. CRDP de Créteil.

FRÉMIN M. (2003) Pyramides bizarres. *Carnets de route de la COPIRELEM T.2, p. 31-39.*

Groupe IREM Lille (2000). *Travaux géométriques - Apprendre à résoudre des problèmes*. SCéREN CRDP Nord Pas de Calais.

GOSSET H, TAVEAU C. (2010) *Activités géométriques autour des solides Cycle 3*. CRDP Paris.

HOUDEMENT C. & PELTIER M.L. (1992) LE SOLIDE CACHÉ. IN *LA BOITE DU PATISSIER*. IREM DE ROUEN.

Numération :

ANSELMO B., ZUCCHETTA H., Du comptage à la numération - Une formation sur l'enseignement de la numération. *Grand N* 91 - IREM de Grenoble

CHARNAY R. (2013), *Comment enseigner les nombres entiers et la numération décimale*, Hatier.

COPIRELEM (2015) *La numération à l'école primaire un scénario pour la formation.* ARPEME.

FÉNICHEL M., PAUVERT M., PFAFF N. (2004) *Donner du sens aux mathématiques, Tome 2*. Bordas.

FÉNICHEL M. ; TAVEAU C. (2008) DVD *Enseigner les mathématiques au cycle 3 / deux situations d'apprentissage en images : le cercle sans tourner en rond, l'enveloppe des nombres*. CRDP de Créteil.

Le film des Shadocks

VI - ANNEXE (LES TROIS SCÉNARIOS DE FORMATION EN M1 SUR LE THÈME FRACTIONS ET DÉCIMAUX)

Annexe 1

Scénario 1 – Fractions - Nombres Décimaux – TD1 (2h) TD2 (2h)

(scénario abrégé pour les formateur)

Avant TD1, sur l'ENT, relevés des conceptions initiales des étudiants

Consignes :

1°) Qu'est-ce qu'un nombre décimal,

2°) Reconnaitre un nombre décimal parmi différentes écritures.

3°) Comment un enseignant définirait-il, à un élève de CM2 qui découvre la notion, ce qu'est un nombre décimal ?

4°) Comment expliquer la fraction $\frac{4}{5}$ et $\frac{13}{7}$ à un élève de CM2 ?

5°) Identification de règles fausses sur les nombres décimaux issues de travaux d'élèves (comparaison, opérations, équivalences d'écriture)

TD1

Phase 1 (20 min)

Présentation

Dans le diaporama proposé cette année on trouvera :

- le(s) programme(s) et en particulier les évolutions à travers les extraits. Cette présentation devrait interroger déjà le futur enseignant sur l'évolution des savoir à enseigner par exemple. (par exemple en 1923 rien de différenciait les décimaux des entiers alors que depuis un certain nombre d'années les nombres décimaux apparaissent comme des nombres efficaces pour résoudre certains problème que les nombres entiers ne permettent pas).
- Le lien avec le programme complet ainsi que les documents ressources sont dans le diaporama. Les documents d'accompagnement liés aux programmes de 2008 sont cités dans des bibliographie des ressources de 2015

L'étude des fractions et des décimaux est entreprise au cycle 3 et se poursuit au collège. Il s'agit de notions charnières à l'articulation école/collège dont la maîtrise est difficile. Ce qui n'est pas acquis du point de vue de la signification de l'écriture décimale en fin de cycle 3, en l'état actuel de l'enseignement en collège, a peu de chance de l'être par la suite : « *En sixième les activités proposées doivent permettre une reprise de l'étude des nombres décimaux, sans refaire tout le travail réalisé à l'école élémentaire* ». D'où l'importance des apprentissages sur ce thème en CM.

Exercice 1

Consigne : *Vous disposez d'une bande de papier que nous appellerons unité. Tracer un segment long comme 1,3 unité. La règle graduée est interdite. Expliquer votre méthode.*

Conclure : un nombre décimal est d'abord une fraction décimale, c'est ce qui le définit

Remarque le diaporama fait le lien avec les différents documents utiles au formateur – Il y a même une ressource. Il n'est peut-être pas utile de visionner la vidéo, mais de dire qu'elle existe.

Mise en commun des méthodes : (par pliage) 1,3 apparait comme 1 + 3/10 ou comme 13 x 1/10. Attention 0,3 ≠ 1/3 . On peut montrer le partage en 10 d'une bande bandes unité à l'aide d'un réseau de droites parallèle.

Exercice 2 : fraction ou fraction décimale

1) Parmi les fractions suivantes, lesquelles représentent des nombres décimaux ? $\frac{84}{280}$; $\frac{2}{15}$; $\frac{65}{2600}$

2) Vrai ou faux ?
   a) « Une fraction dont le dénominateur est une puissance de 5 représente un nombre décimal »
   b) « Seules les fractions dont le dénominateur est un produit d'une puissance de 2 par une puissance de 5 représentent des nombres décimaux ».

Présentation de la définition d'un nombre décimal et de propriétés

Phase 2 (40 min)

Exercice 3 : Un peu d'histoire sous forme de diaporama , pour attirer l'attention sur le fait que les fractions décimales ont mis du temps à s'imposer dans l'histoire et sont apparues avant les écritures décimales.

Diaporama frise histoire des nombres

Une activité proposée en classe de fin de cycle 3

Nous sommes en l'an 1500 ap. J.C. A cette époque, les seuls nombres connus sont : les entiers, les fractions, les fractions décimales, et les sommes d'un entier et de fractions décimales.

Tu apprends le métier de comptable. Pour ta formation, le comptable qui t'emploie t'as chargé, aujourd'hui, d'effectuer une addition. Ensuite, lorsque tu sauras la faire, tu devras transmettre ton savoir-faire à un apprenti encore moins expérimenté que toi. Vous devez ajouter les 3 nombres suivants :

$27 + \frac{8}{10} + \frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$ $\qquad$ $37 + \frac{6}{10} + \frac{7}{100} + \frac{5}{1000}$ $\qquad$ $875 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} +$ $\frac{2}{1000}$

1. *Effectue l'addition suivant la méthode que tu peux imaginer en vigueur à cette époque.*
2. *Écris ce que tu expliqueras à l'apprenti que tu seras chargé de former ensuite.*


Il faut dabord convertir des nombres en milième
$\frac{8}{10} = \frac{800}{1000}$
$\frac{4}{100} = \frac{40}{1000}$
$\frac{7}{1000} = \frac{7}{1000}$
Puis il faut ajouter les nombres trouver
$\frac{800}{1000} + \frac{40}{1000} + \frac{7}{1000} =$
847

Exemple de production d'un groupe d'élèves

1) Pour quelle raison l'énoncé précise-t-il que nous sommes en 1500 Ap JC.
2) Quelles sont les connaissances nécessaires que les apprentis doivent avoir pour pouvoir effectuer correctement cette opération ?
3) Donner une explication que l'élève peut donner à l'apprenti moins expérimenté ?

Exercice 4 : Étude d'un extrait de la Disme avec entre autres, les questions suivantes :

Comment apparaissent les nombres décimaux ?

Quel est le nombre qui précède 12 ⓪ 3 ① 7 ② 4 ③ ?

<u>Conclure</u> : L'écriture décimale à virgule est un prolongement de l'écriture décimale d'un nombre entier dans notre système de numération en base 10, mais on ne peut pas considérer que les nombres décimaux sont une simple « copie » des nombres entiers (ce sont d'autres nombres qu'il faudra étudier en tant que tels).

Exercice 5 : Écriture décimale illimitée et quotient de deux entiers, ensemble de nombres

on peut évoquer sur un exemple le fait que les restes dans la division décimale se « répètent à partir d'un certain rang car dans la relation a = b×q = r avec 0≤ r <b on ne peut avoir que b restes …
C'est l'occasion de commenter la méthode « experte » (à ne pas savoir par cœur), mais qui permet de construire une équation dont le nombre donné est solution en espérant que cette solution s'obtient bien comme le quotient de deux entiers.

Pour π c'est l'occasion de dire que 3,14 est une valeur approchée. On admet le résultat. Même 22/7 est une valeur approchée.
La c=2 ,9999… conduit à c=3. Sans rentrer dans les détails on n'a pas l'unicité de l'écriture … L'évocation de 3 ×1/3 = 1 qui peut s'écrire 3×0,333… = 0.999…
$\sqrt{2}$ on peut le démonter par l'absurde. Le corrigé s'appuie sur le système de numération décimale (ce qui est plus dans le contexte …).

Conclure : un nombre décimal admet une écriture décimale, mais écriture décimale n'est pas synonyme de nombre décimal

Phase 3 (45 min) les difficultés des élèves

Exercice 6 : Analyse de productions classiques d'élèves

Conclure : Les conceptions construites sur les nombres entiers qu'ont les élèves du nombre en général constitue un obstacle à la compréhension d'autres nombres tels que les décimaux. Depuis les années 80, les programmes préconisent de présenter les décimaux comme « de nouveaux nombres » et l'écriture décimale comme une écriture particulière et économique de la fraction décimale.

→ Diaporama 1 diapos 10 à 16

Travail donné (ex 7) pour TD2 extraits d'anciens sujets CRPE (Amiens 98) maths et didactique (analyse manuel sur comparaison)

TD2

Retour sur exercices et conceptions

Phase 1 Multiplication : des entiers aux décimaux (50 min)

Exercice 8

Consigne : A l'aide de bandes « unités », illustrer, sans les effectuer, chacune des multiplications suivantes, en collant ces bandes les unes à la suite des autres. 3×2 ; $\frac{5}{7} \times 2$; $2 \times 1,3$; $2,3 \times 1,7$

Vous disposez de bandes unités de couleurs différentes, de guides-ânes, de ciseaux, de scotch.

(Travail par groupe de 4) 30min sur affiche. Mise en commun (10 min)

Eléments d'analyse :

- 3 x 2 peut être considéré comme 3 u+ 3u ou 2u + 2u + 2u
- 5/7 x 2 comme 5/7 u + 5/7 u ou 5/7 de 2u
- 2 x 1,3 comme 1,3u + 1,3u ou 13/10 de 2u ou 1x 2u + 3/10 de 2u.

Ces trois multiplications peuvent être considérées (à condition de mobiliser au moins une fois la propriété de commutativité) comme des additions réitérées.

- 2,3 x 1,7 peut être vu comme 23/10 de 17/10 u ou 23/10 de (1 + 7/10u) ou 2 x 17/10 u + 3/10 de 17/10u ou ….

Quel que soit le point de vue, cette multiplication conduit à effectuer à un moment donné à un produit de deux fractions qui ne peut plus être considéré comme une addition réitéré et qui oblige à donner un nouveau sens à la multiplication. Ceci amène à considérer la multiplication comme une opération « qui n'agrandit pas toujours » (2x 3>3 alors 0,2x3 <3).

En synthèse : on pourra mettre en évidence la diversité des procédures, rappeler les propriétés mobilisées (commutativité, distributivité ….) , et conclure sur la rupture de sens qui s'effectue au passage de la multiplication par un entier à la multiplication par un décimal (donc par une fraction).

La multiplication par un décimal renvoie elle aussi à la notion de fraction ce qui renforce l'idée que l'introduction des fractions est un préalable à celles des décimaux.

→ Diaporama 1 diapos 17 à fin

Phase 2 Significations de la fraction (40 min)

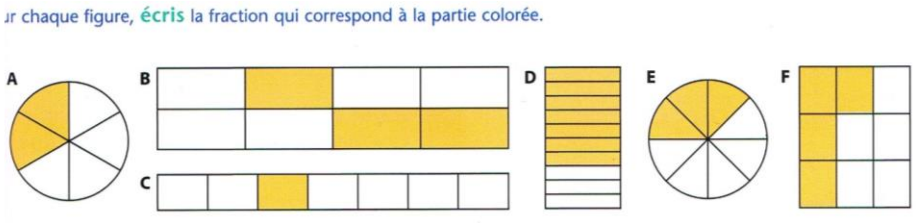
Exercice 9 conceptions recueillies sur « une fraction c'est… » et sur les explications de ce qu'est $\frac{4}{5}$ et $\frac{13}{7}$…

Remarque c'est un exemple, visant à entamer la discussion qui suit concernant les différents sens de la fraction. L'idée est de prendre conscience de la diversité.

<u>Consigne</u> : Voici quatre exercices extraits de chapitre de manuels de CM1 traitant des fractions.

a) *Décrire les procédures que vous utiliseriez pour résoudre ces exercices ;*
b) *Dans chacun de ces exercices, quelle est la fonction (la signification ?) donnée à la fraction.*

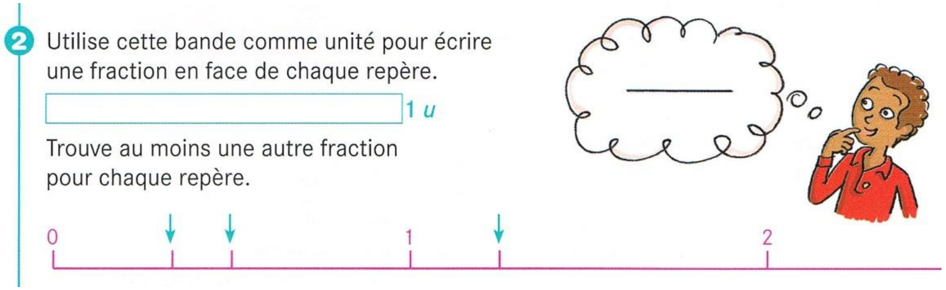
Les maths à la découverte des sciences Hachette

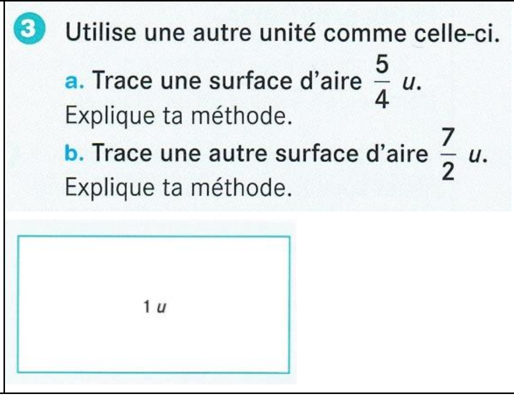


J'apprends les maths Retz

13 tartelettes sont à partager équitablement entre 4 personnes.
Quelle sera la part de chaque personne ?

Cap maths Hatier





Les maths à la découverte des sciences Hachette

Une procédure consiste à dénombrer le nombre de parts coloriées et le nombre de parts total. La fraction représente alors la proportion de parts coloriés par rapport au nombre total de parts.

Le symbole / se lit « sur ».Avec cette conception de la faction, il difficile d'attacher un sens aux fractions supérieures à 1.

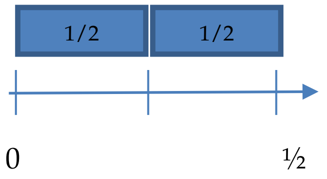
J'apprends les maths Retz

Une procédure consiste à distribuer les pizzas entières (3 chacun) puis à partager la dernière pizza en quarts. Une autre consiste à d'abord partager les 13 pizzas en 4 (ce qu'on fait en général si elles n'ont pas la même garniture) et on donne à chacun ¼ de chacune des13 pizzas. L'équivalence des procédures se traduit par : 3 + 1/4 = 13x1/4 . La fraction présente la valeur d'une part d'ans un problème de division d'une totalité.

Cap maths Hatier exercice 2

Une procédure consiste à plier la bande unité en deux, trois ou quatre et placer la partie pliée sur le repère noté « 0 » ou « 1 » une ou plusieurs fois.

La fraction permet de repérer la position d'un point. Attention, la fraction repérage ne représente plus la « part pliée » par exemple la moitie d'une bande + la moitie d'un bande pour faire la totalité de la bande unité mais elle donne ici dans un ordre précis une position



Remarque :

- Lors du placement sur une droite graduée la fraction commence à **prendre le statut de nombre**, ce support sera réutilisé ultérieurement lors de la comparaison des nombres décimaux.

Cap maths Hatier exercice 3

Une procédure consiste à plier le rectangle en quatre (il y a plusieurs façons de faire !) et à construire une surface en reportant 5 fois la surface obtenue par pliage. (idem pour 7/2). Pour aller plus vite, on peut faire 1 unité et ¼ d'unité (idem 3 unités et ½ d'unité)

Remarque :

- La comparaison et le calcul sur les fractions et la mise en place de règles relèvent du collège, cependant sur des cas simples, les élèves sont conduits à comparer, additionner deux fractions en s'appuyant sur leur signification. Mais la technique ne devrait pas être formalisée.
- Il est important aussi de demander comment expliquer 10/10 = 1 ; 10/100= 1/10 … à l'école car les étudiants ont des procédures de collège (on divise par 10, on barre un 0 en haut et en bas…) mais ne reviennent pas au sens du 1/10 ou 1/100 (comment on les a obtenus)

Après le corrigé et cette mise en commun on réinterroge les étudiants sur leurs conceptions des fractions notées en séance 1. : Renvoyer aux significations qui viennent d'être mises à jour.

<u>En synthèse :</u>

La notion de fraction renvoie à différentes significations qui devront être rencontrées pour construire et enrichir le concept. Les programmes de primaire ne précisent pas quel aspect est à privilégier en cycle 3 (mais ceux de collège donnent quelques indications)

→ Diaporama 1 diapos 20 à fin

Phase 3 Comparaison de décimaux (30 min)

Retour sur l'exercice 7 préparé entre les deux TD

<u>Conclure</u> :

La compréhension des techniques de comparaison nécessite de considérer le décimal en tant qu'une fraction décimale.

La lecture significative « 2 et 37 centièmes » pour 2,37 est à préférer au moins en début d'apprentissage à la lecture courante « 2 virgule 37 » qui contribue à concevoir le décimal comme juxtaposition de deux entiers.

Les opérations, la comparaison des nombres en écriture décimale se font d'abord en référence à la signification des écritures. Les algorithmes ne sont installés que tardivement. Il est fait un large usage de la droite graduée dans les problèmes de comparaison, d'intercalation.

L'articulation de l'écriture décimale avec le système métrique et les mesures complexes a tout intérêt à se faire tardivement, une fois que la signification de l'écriture à virgule est bien installée.

Hors TD, déposé sur l'ENT, des exercices complémentaires et un sujet de synthèse (modèle concours mais sur le thème).

Scénario 2 – Fractions et décimaux- Cours magistral (2h) puis TD1 (2h) et TD2 (2h)

Cours Magistral

1- Nécessité de construire de nouveaux nombres (évocation de la mesure des bandes et vidéo ESPE La Réunion)
2 - Rationnels et décimaux du point de vue mathématique
3 - Historique de l'enseignement des décimaux
4 - Des compétences à acquérir à l'école
5 - Des erreurs prototypiques
6 - Propositions pour l'enseignement
7 - Analyses de productions élèves, évaluation nationale
8 - Deux approches différentes à partir de manuels scolaires
9 – Bibliographie

TD1 : Entiers, fractions et décimaux - nature des nombres et relation entre les différentes écritures

<u>Exercice 1 :</u> différents types de nombres.

Dans les QCM suivants, identifier les réponses correctes et justifier les choix réalisés.

Le nombre 1/7 est : A. égal à 0,14285714. B. irrationnel. C. supérieur à 0,142857143 D. égal à 0,1 au centième près. E. supérieur à 0,1428571	On note N = 147/75. Alors : A. N est un nombre décimal. B. N = 1+9/10+6/100. C. N = 19+6/10. D. N = 1470/7500. E. N n'est pas un nombre rationnel.
On note N = 0.454545... (la période 45 se répète indéfiniment). Alors : A. N = 5/11. B. Le nombre N est une fraction. C. Le nombre N est décimal. D. Le nombre 0,45 est une approximation de N au centième près par excès. E. N = 25/55.	Quelles sont les égalités correctes dans la liste suivante ? A : pi = 3.1415 B : 2/3 = 0,666 C : 25/8 = 3,125 D : 30/50 = 0,6 E : 0.49999 = 0,5

<u>Exercice 2</u> : Dans chacun des cas suivants, comparer les deux nombres.

1. $\frac{56}{41}$ et $\frac{39}{87}$; $\frac{32}{55}$ et $\frac{78}{51}$; $\frac{47}{32}$ et $\frac{53}{53}$; $\frac{47}{46}$ et $\frac{46}{47}$
2. $\frac{45}{17}$ et $\frac{36}{17}$; $\frac{8}{15}$ et $\frac{8}{17}$; $\frac{141}{128}$ et $\frac{141}{130}$;.
3. $\frac{21}{18}$ et $\frac{25}{30}$; $\frac{96}{36}$ et $\frac{65}{15}$; $\frac{49}{28}$ et $\frac{63}{36}$;
4. $\frac{13}{8}$ et $\frac{11}{7}$; $\frac{17}{30}$ et $\frac{26}{45}$; $\frac{21}{40}$ et $\frac{33}{64}$;

<u>Exercice 3 :</u> Annales COPIRELEM 2009

1. On a demandé à un élève de donner huit nombres décimaux.
   Il propose les nombres suivants :

$$5 \qquad \frac{1}{6} \qquad 0 \qquad \frac{2}{5} \qquad 0{,}25 \qquad \frac{7}{21} \qquad \frac{1}{10} \qquad \frac{3}{12}$$

Qu'en pensez-vous ? Justifiez votre réponse.

2. ***a*** et ***b*** sont deux nombres entiers naturels vérifiant : $1 \leq a \leq 5$ $\qquad 1 \leq b \leq 5$
   Trouvez tous les nombres décimaux qui peuvent s'écrire sous la forme ***a/b.***

Exercice 4 :

1. Soit $a = 2,\overline{3}$. On cherche une écriture fractionnaire du nombre a.

a) Donner l'écriture décimale de ***10a***.

b) En déduire l'écriture décimale de ***9a***.

c) En déduire une écriture fractionnaire de a.

2. Par une méthode analogue donner une écriture fractionnaire de :

$b=0,\overline{81}$ et $c=2,\overline{230769}$

3. Énoncer une méthode générale pour retrouver une écriture fractionnaire d'un nombre rationnel connaissant son écriture décimale.

Exercice 5 :

On considère le rationnel dont l'écriture à virgule est $r=2,370$ la période étant 370. Écrire ce rationnel sous la forme d'une fraction irréductible.

Exercice 6: Aix 2002

1) Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il est décimal ou non décimal et justifier votre réponse :

$$\frac{17}{8} \quad \frac{8}{17} \quad \frac{2794}{55} \quad \frac{1096}{152}$$

2) Olivier a constaté que, pour tout nombre à trois chiffres qui s'écrit abc en base 10, si b = a + c alors le nombre est divisible par 11. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

Exercice 7: Nice 1998

Ecrire un entier à la place du point pour que l'écriture fractionnaire désigne :

Un nombre naturel	Un nombre non naturel	Un rationnel non décimal
$\frac{\dots}{85}$	$\frac{\dots}{85}$	$\frac{\dots}{85}$
$\frac{85}{\dots}$	$\frac{85}{\dots}$	$\frac{85}{\dots}$

Exercice 8:

On considère deux nombres : $\frac{56}{175}$ et $\frac{11}{35}$

a) Sont-ils des nombres décimaux ?

b) Comparer ces deux nombres.

c) Trouver un nombre décimal strictement compris entre ces deux nombres.

d) Trouver une fraction qui ne soit pas un nombre décimal, strictement comprise entre ces deux nombres.

TD 2 : Analyse de productions d'élèves - avec erreurs prototypiques

A - D'après CERPE (2008)

1. Pour chacun des trois exercices 13, 15 et 26, identifier de façon précise la capacité qu'il permet d'évaluer.

2. Identifier le type d'erreur effectué par cet élève en analysant ses réponses.

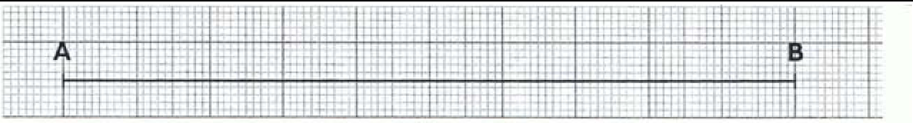
Formuler deux hypothèses sur le mode opératoire utilisé par l'élève dans l'exercice 15.

3. Il est fréquent d'utiliser un tableau de numération (exemple ci-dessous) pour aider les élèves à effectuer des exercices tels que les exercices 13, 15 et 26.

100	10	1	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
centaines	dizaines	unités	dixièmes	centièmes	millièmes

Donner un avantage et un inconvénient liés à l'utilisation d'un tel tableau.

4. Un maître de CM2 a proposé l'exercice suivant à ses élèves. Le segment [AB] tracé sur papier millimétré a pour longueur 1dm :



En prenant la longueur du segment [AB] comme unité, trace un segment dont la mesure de la longueur est $\frac{1}{4}$.

Ecris cette mesure sous la forme d'un nombre à virgule.

a) En s'appuyant sur les programmes de cycle 3, identifier la connaissance relative à cet exercice.

b) Décrire une procédure qu'un élève de cycle 3 peut mettre en oeuvre pour :
- tracer le segment attendu,
- écrire sa mesure sous forme décimale.

Exercice 13

Entoure la fraction égale à 80,4.

$\frac{804}{100}$ $\frac{80}{4}$ $\frac{84}{10}$ $\frac{804}{10}$ $\frac{804}{1000}$

Exercice 15

Parmi les écritures ci-dessous, entoure celle qui est égale à $96 + \frac{2}{100}$.

96,200 962,100 296 96,02 98,100

Exercice 26

Entoure le nombre égal à la fraction $\frac{724}{100}$.

0,724 7,24 72,4 724,100 72 400

Exercice 35

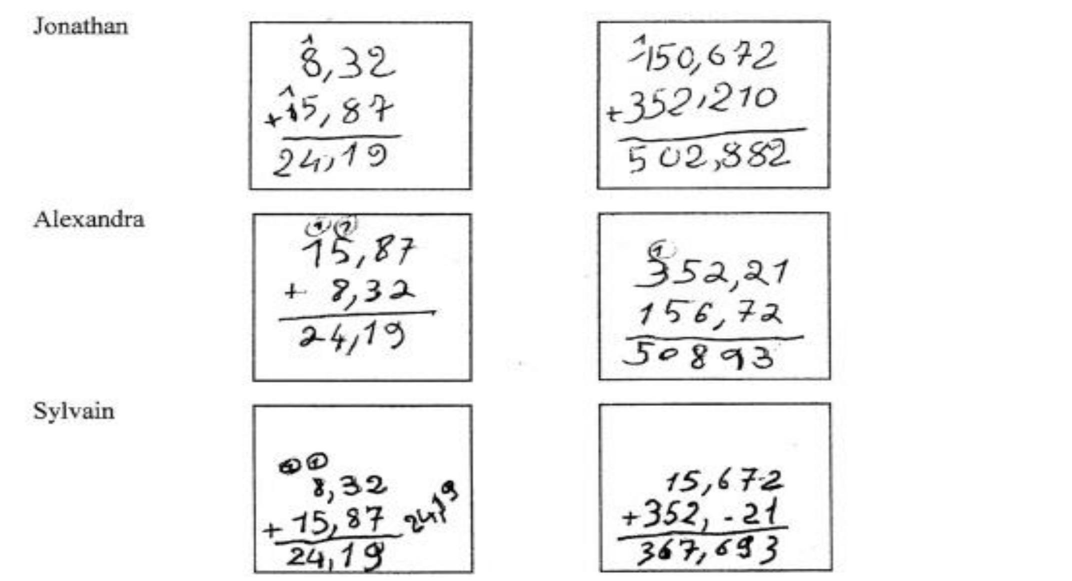
Parmi ces quatre nombres, deux sont égaux. Entoure-les.

0,25 0,4 1,4 $\frac{1}{4}$

B- D'après CERPE (Grenoble 2005)

Voici l'énoncé d'un exercice posé à des élèves de fin de cycle 3 :

Pose et effectue dans les cadres les opérations : a) 8,32 + 15,87 b) 15,672 + 352,21

Les productions de six élèves sont reproduites ci-contre.	

1) La question ***a*** est nettement mieux réussie que la question ***b***. Seul un enfant a réussi la question ***b***. Pourquoi les erreurs à cette question sont-elles si fréquentes ?

2) Parmi les productions de Jonathan, d'Alexandra, de Sylvain, d'Anthony et d'Hichem à la question ***a***, une seule écriture mathématique est fausse. Laquelle ? Commentez la démarche de cet élève.

3) Comparez les différents usages du chiffre 0 à la question ***b*** dans les productions d'Hichem et de Jonathan.

4) En ce qui concerne la question ***b***, comparez les erreurs commises par Sylvain, Anthony et Thibaut.

5) Commentez le mauvais usage de la virgule fait par Alexandra.

6) En ce qui concerne la question ***a***, quel obstacle dans l'apprentissage des nombres décimaux peut expliquer l'erreur de Thibaut ?

C - D'après CERPE (Créteil 1999)

Les annexes 1 et 2 présentent des situations introductives à la comparaison des nombres décimaux.

1) Expliquez comment les seules règles de comparaison sur les nombres entiers peuvent permettre à un élève de donner une réponse juste dans la situation de l'annexe 2.

2) a) Dans les annexes 1 et 2 quelles sont les variables susceptibles d'avoir un effet sur les réussites et les procédures des élèves ?

b) Dans l'annexe 1, expliquez en quoi les choix des variables font que les règles de comparaison sur les nombres entiers évoquées dans la question 1) ne suffisent pas.

3) Quelle est l'activité qui vous paraît le mieux adaptée pour une situation introductive pour la comparaison des nombres décimaux ? Justifiez votre réponse.

4) Dans la mise en oeuvre de la situation 1, comment le maître peut-il aider les élèves dans leur recherche ?

5) Les annexes 3 et 4 présentent plusieurs méthodes pour comparer les nombres décimaux.

Quelles critiques pouvez-vous en faire ?

Quelle règle proposeriez-vous à vos élèves ?

6) On considère l'exercice suivant :

Trouvez un nombre compris entre 8,4 et 8,7

un nombre compris entre 10,1 et 10,2

un nombre compris entre 25 et 25,1

un nombre compris entre et 7 et 7,01.

a) Quelle propriété de l'ensemble des nombres décimaux ce type d'exercices permet il de travailler ?

b) Expliquez pourquoi le choix des valeurs est important dans ce type d'exercice.

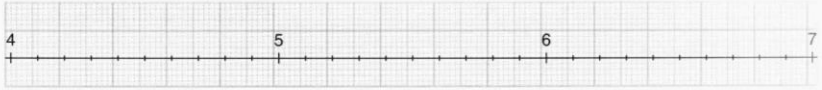
Annexe 1

Un peu d'ordre !

1. Voici douze nombres décimaux qui se situent tous entre 4 et 7.

$\boxed{4{,}1}$ $\boxed{6{,}101}$ $\boxed{6{,}21}$ $\boxed{6{,}1}$ $\boxed{5+\frac{3}{10}}$ $\boxed{5{,}7}$ $\boxed{6{,}8}$ $\boxed{5+\frac{959}{1\,000}}$ $\boxed{4{,}40}$ $\boxed{4{,}04}$ $\boxed{5+\frac{3}{100}}$ $\boxed{6+\frac{1}{1\,000}}$

Range ces nombres dans l'ordre croisssant.
Pour cela :
- tu peux reproduire, découper et déplacer ces étiquettes ;
- tu peux placer, approximativement, chaque nombre sur la droite numérique.



2. Explique par écrit à tes camarades comment tu rangerais ces nombres en ordre croissant.

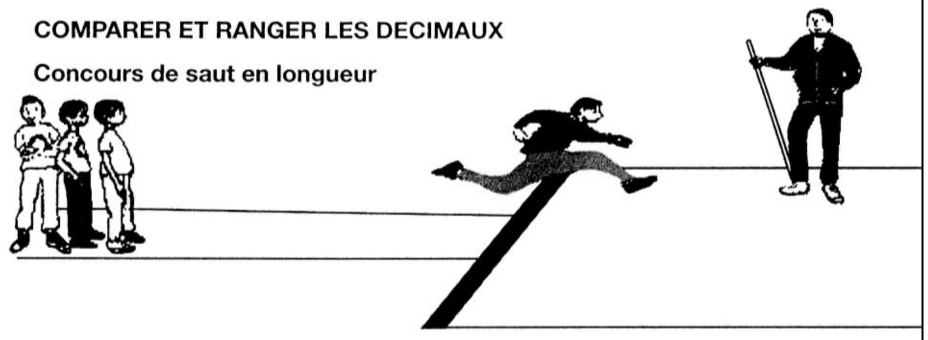
$\boxed{6{,}101}$ $\boxed{6{,}1}$ $\boxed{6{,}11}$ $\boxed{6{,}9}$ $\boxed{6{,}010}$

(Tu peux écrire des phrases ou faire un schéma.)

Annexe 2

COMPARER ET RANGER LES DECIMAUX

Concours de saut en longueur



	GUILLAUME	JOHAN	ALBAN	BERTRAND
1er essai	2,80 m	2,75 m	2,35 m	3,14 m
2e essai	3,21 m	3,08 m	1,95 m	3,25 m
3e essai	2,05 m	3,22 m	2,50 m	3,42 m
4e essai	3,19 m	3 m	2,58 m	2,79 m

a) Relève la meilleure performance de chaque enfant.
b) Donne le résultat du concours en rangeant les enfants du 1er au 4e.

Scénario 3 – Fractions et décimaux- TD1 (2h) - Cours magistral (2h) - TD2 (2h)

TD1

- **Situation d'homologie**: situation de communication pour mesurer une longueur de segment à l'aide d'une bande unité (1h)- Travail sur les différentes expressions (4,5 ou 4 et un demi, 4 + ½ , 9/2) et analyse des situations de communications
- Construction de règles graduées pour mesurer des longueurs à l'aide de fractions : concevoir des fractions >1, faire apparaître les équivalences d'écritures, l'usage du guide âne.
- Relever les représentations des étudiants concernant la définition d'un nombre décimal : « S***ur une feuille, écrivez ce qui pour vous définit un nombre décimal ».***

Travail hors TD: *aller visionner la vidéo sur le mesurage de bandes – ESPE la Réunion- accompagnée de questions sur l'adaptation de la situation d'homologie vécue, quelles variables, les différentes phases)*

CM Contenus identiques au CM du scénario 2 : *le CM est déposé sur l'ENT avant la date du CM*

1- Nécessité de construire de nouveaux nombres (évocation de la mesure des bandes réalisée en TD1)

2 - Rationnels et décimaux du point de vue mathématique (retour sur les représentations des étudiants lors du TD1

3 - Historique de l'enseignement des décimaux

4 - Des compétences à acquérir à l'école

5 - Des erreurs prototypiques

6 - Propositions pour l'enseignement

7 - Analyses de productions élèves, évaluation nationale

8 – Bibliographie

Travail hors CM *: fiche d'exercices pour travailler les contenus mathématiques de reconnaissance de la nature de nombres, les irrationnels,…. La fiche peut être le début du TD1 du scénario 2 complété par un travail historique sur les fractions égyptiennes et l'œil d'Oudjat.*

TD2

Reprise de certains exercices clés de la fiche (un corrigé est fourni sur l'ENT en suivant) ex4, ex7 et la partie

Analyse de productions d'élèves sur les erreurs prototypiques de comparaison de décimaux, de calcul avec des nombres décimaux.

Analyse didactique de deux ou trois situations pour introduire la comparaison de décimaux dans des manuels. Produire une proposition de règles pour comparer deux nombres décimaux.

Travail hors TD*: relever dans deux manuels de CM1 et CM2 la progression de l'enseignement des fractions et des décimaux. Relever les définitions et règles proposées concernant les décimaux dans ces manuels. Travail à réaliser par deux et à déposer sur l'ENT. 15 min seront prises au TD suivant pour une synthèse de ce travail.*

Des Fiche exercices sur les analyses de productions d'élèves, corrigé fournis une semaine plus tard.

Des sujets de CRPE, sont déposés sur l'ENT avec les corrigés.

Annexe 2 Affiches des participants

Groupe 1 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
Étudiant	**Scénario 1 :** Résolution de problèmes en appui sur le sens de TD Co-construction en partant de ses connaissances avec une ouverture du champ des utilisations des TD Vivent une situation transposable en classe Remise à niveau avec des apports Des liens entre savoirs didactiques et disciplinaires **Scénario 2 :** Rassurant dans l'optique d'une préparation au concours **Scénario 3 :** CM vient comme synthèse d'une réelle situation de communication transposable et analysée Travail hors TD : chacun peut travailler à son rythme	Pas d'exploitation de l'inventaire des conceptions initiales Transposition trop implicite Morcellement Non prise en compte de ses connaissances initiales Non construction du sens et application directe d'un cours Rupture entre les apports théoriques et les questions d'enseignement Beaucoup de travail hors TD, CM (peu rassurant pour les étudiants en difficultés en maths)
Formateur	**Scénario 1 :** Prise en compte des conceptions initiales des étudiants Construction du sens des TD (dimension épistémologique) Liens avec les nombres décimaux, fractions, entiers **Scénario 2 :** Préparation plus lourde Un CM a mis à disposition toutes les connaissances disciplinaires Plus confortable dans la gestion par n'importe quel formateur **Scénario 3 :** Situation d'homologie permet l'émergence des conceptions initiales Construction du sens	Articulation délicate Synthèses précises et ciblées Remise à niveau mais sans perspective de transposition Gestion du temps avec le calendrier entre les 2 TD et le CM Peu de lien entre les savoirs disciplinaires et didactiques (travail hors TD)

Groupe 2 :

	scénarios		
Caractérisations	1	2	3
Situations d'homologie	X		X A TD1
Analyse mathématique émergence savoirs maths et épistémo	X		X B TD1
Analyse didactique émergence savoirs didactiques	X		X C TD1
Question de la transposition		TD2 C	En autonomie
Institutionnalisation Savoirs maths et épistémo Savoirs didactiques	Au fur et à mesure, maillage	X CM 1	D (CM)
Exercices d'application maths et didactiques		TD1-TD2	E TD2
À la charge des étudiants ENT	oui	rien	oui

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
Étudiant	**<u>Scénario 1</u> :** Peut remettre en question (et reconstruire) ses conceptions **<u>Scénario 2</u> :** Aucun travail personnel **<u>Scénario 3</u> :** Actif dans analyse de situation Émergence de connaissances maths et didactiques Un travail important	Si trop de lacunes, il se perd Peu de temps pour réfléchir En autonomie (sujets CRPE)
Formateur	**<u>Scénario 1</u> :** Articulation entre les connaissances **<u>Scénario 2</u> :** Peu de TD **<u>Scénario 3</u> :** CM institutionnalisation suite au TD1	Quel contrôle sur les apprentissages ? (à partir des conceptions des étudiants) CM dense

Groupe 3 :

Du point de vue	**Avantages**	**Inconvénients**
Étudiant	**<u>Scénario 1</u> :** Possibilité de familiarisation avec la notion avant de commencer **<u>Scénario 2</u> :** CM rassurant Bonne préparation au CRPE **<u>Scénario 3</u> :** Autonomie Situation d'homologie qui motive et problématise le cours magistral Un bloc de CM Programmes travaillés	Ordre de présentation (décimaux puis fractions) contraire au programme Non problématisation par une situation concrète Pas de travail sur le programme Grosse charge de travail
Formateur	**<u>Scénario 1</u> :** Temps 4h Déconstruction des conceptions rigides des étudiants Dynamique dans les TD **<u>Scénario 2</u> :** CM rassurant **<u>Scénario 3</u> :** CM mieux placé Un bloc pratique	Diaporama fractionné : manque de vue d'ensemble Contenu intense pour 2h de TD et CM Institutionnalisation des aspects didactiques avant le TD