

UNE CARTE DES CONNAISSANCES POUR LA CONSTRUCTION DU NOMBRE EN MATERNELLE

Marie-Caroline Croset

Université de Lyon et CNRS
Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod
UMR5304

Marie-Line Gardes

Université de Lyon et CNRS
Institut des Sciences Cognitives Marc Jeannerod
UMR5304

Résumé

Dans le cadre d'une recherche portant sur l'évaluation de l'impact de la pédagogie Montessori sur les premiers apprentissages, nous avons élaboré une cartographie des connaissances à acquérir pour construire le concept du nombre chez un élève de l'école maternelle en France. Dans cet article, après avoir présenté ce projet de recherche, nous détaillons la construction de cette carte des connaissances. Nous en montrons ensuite l'usage dans une modélisation de ressources qui nous permet d'interroger les enseignements du nombre présents dans l'institution¹ Montessori. Enfin, nous terminons en présentant l'usage de cette carte en formation.

I - LE CONTEXTE – LE PROJET COGMONT

Selon des recherches très récentes (Marshall, 2017 ; Courtier, 2019), très peu d'études ont examiné les bénéfices de la pédagogie Montessori et celles qui ont été réalisées ont obtenu des résultats contradictoires. Alors que certaines études ont trouvé de meilleurs résultats pour la pédagogie Montessori que pour l'éducation conventionnelle (Dohrmann, Nishida, Gartner, Lipsky, & Grimm, 2007; Lillard & Else-Quest, 2006), d'autres n'ont trouvé aucun effet ou des effets mitigés (Ansari & Winsler, 2014; Lopata, Wallace, & Finn, 2005; Miller, Dyer, Stevenson, & White, 1975). D'autre part, ces études ont des particularités méthodologiques qui permettent difficilement d'établir les bénéfices du système Montessori. Par exemple, les groupes d'élèves ne sont pas constitués de manière aléatoire ou les études peuvent être menées sur une très courte période. Enfin, ces recherches ont lieu principalement aux Etats-Unis. De manière générale, il n'y a donc pas de réelle preuve dans la littérature à ce jour que la pédagogie Montessori ait des bénéfices à court ou long terme pour les enfants issus d'un milieu socio-économique défavorisé, et encore moins en France.

1 Une rencontre entre enseignants et chercheurs

En 2015, des enseignants d'une école maternelle de l'enseignement public français appliquant la pédagogie Montessori dans leurs classes sont venus solliciter notre équipe de recherche. Ils étaient soucieux d'évaluer à court et long terme les avantages cognitifs d'une telle pédagogie. Ils nous ont demandé si nous pouvions alors construire et mettre en place un protocole de recherche pour évaluer les effets de leur enseignement sur les apprentissages. Pour répondre à cette demande, le projet Cogmont a vu le jour.

Ce projet étudie l'impact de la pédagogie Montessori sur des compétences des enfants français en fin de maternelle (6 ans), enfants suivis pendant toute leur scolarité de maternelle (de 3 à 6 ans). Les compétences

¹ Nous utilisons *institution* au sens de Chevallard (2003), c'est-à-dire un dispositif social qui permet à ses membres de mettre en jeu des manières de faire et de penser propres. Ainsi la classe peut être considérée comme une institution, de même que l'école peut l'être aussi.

testées sont de l'ordre du contrôle exécutif telle que l'inhibition ou la flexibilité, des compétences sociales telle que la capacité des enfants à comprendre les croyances et les désirs d'autrui, des compétences langagières et des compétences mathématiques sur la construction du nombre. La méthodologie de recherche consiste en une étude séquentielle, transversale et longitudinale, randomisée sur un échantillon d'enfants dans une école maternelle publique de milieu défavorisé. En effet, tout d'abord, l'école qui collabore au projet est un établissement du Réseau d'Education Prioritaire Renforcé. Ensuite, trois des neuf classes de maternelle sont des classes multi-niveaux et suivent une pédagogie Montessori tandis que les six autres sont des classes d'un seul niveau ou de doubles niveaux et suivent une pédagogie que l'on qualifiera de « traditionnelle », par opposition aux pédagogies alternatives. Enfin, un système de loterie a été utilisé pour assigner les enfants aux classes Montessori ou aux classes traditionnelles, à l'entrée en petite section à 3 ans. L'étude se déroule sur trois années consécutives et les élèves considérés dans l'étude suivent une même pédagogie pendant les trois années de maternelle. Pour évaluer l'impact de la pédagogie sur les compétences numériques, nous faisons passer aux enfants une série de tests de compétences issus de batteries de tests reconnus et standardisés (Woodcock-Johnson-III de Woodcock, McGrew, & Mather (2001)) mais également un test, conçu par notre équipe de recherche, comportant des tâches mathématiques spécifiques basées sur les programmes scolaires français. Les résultats de ces tests seront utilisés pour mesurer l'acquisition des attendus de la fin de l'école maternelle en France (6 ans) des élèves engagés dans ce projet. Ces résultats sont en cours d'analyse.

Ce projet se veut donc novateur par une évaluation longitudinale, dans un milieu socio-économique défavorisé, ayant lieu en France, dans une école publique. Cependant, dans cette communication, nous avons souhaité porter l'attention sur un autre point original de l'étude en cours. En tant que didacticiennes, nous avons interrogé et comparé la manière d'enseigner certaines notions mathématiques dans les deux institutions Montessori et Traditionnelle.

2 Spécificité didactique du projet Cogmont

Lorsque des études obtiennent des différences de résultats entre l'enseignement traditionnel et l'enseignement suivant la pédagogie Montessori, les explications apportées sont d'ordre pédagogique. En effet, les deux types d'enseignement diffèrent sur des points pédagogiques majeurs et fondateurs de la pédagogie Montessori (Montessori, 2015). Par exemple, les classes Montessori sont systématiquement organisées par tranche d'âge de 3 ans (3 à 6 ans pour la maternelle). Les classes sont toujours ouvertes, avec les tables disposées de manière à favoriser le travail individuel. Les classes sont également très organisées et ont des endroits de travail très spécifiques pour les différentes parties du programme scolaire. La pédagogie Montessori n'expose les enfants qu'à des supports didactiques spécifiquement conçus pour les aider à apprendre à leur propre rythme à travers l'action et la manipulation. Il n'y a pas de coin jeux. Chaque type de support est unique dans la classe, conçu pour enseigner un seul et unique concept et basé, selon les principes affichés de la pédagogie, sur la rétroaction corrective qui est incorporée directement dans le support. La pédagogie Montessori n'utilise jamais de manuels scolaires ni de fiche ; elle met l'accent sur le libre choix des activités. Elle n'utilise également pas de système d'évaluation explicite. Ces principes propres à la pédagogie Montessori sont souvent mis en avant pour expliquer les différences obtenues dans les études (Marshall, 2017). Nous nous en distinguons en proposant d'interroger les différences non pas pédagogiques entre ces deux institutions mais les différences de contenu sur l'enseignement du nombre dans les classes montessoriennes et dans les classes traditionnelles.

Plus précisément, notre apport didactique dans le projet Cogmont a permis :

- de construire le test utilisé pour évaluer les connaissances des élèves sur la construction du nombre dans les deux institutions ;
- d'analyser les tâches mathématiques à la disposition de l'enseignant dans chacune des institutions ;
- de mettre en regard les résultats obtenus aux tests avec la pratique effective des élèves.

Cet apport didactique s'est centré sur le domaine de la construction du nombre : un domaine où le nombre est en jeu et qui précède l'introduction du système de numération (Margolinas & Wozniak, 2012). Nous n'avons donc pas pris en compte des activités de reconnaissance de la correspondance entre la position

du chiffre et le nombre de groupements, ni de travail sémantique ou syntaxique sur le code symbolique (au sens de Fayol, 2012). Afin de pouvoir tester des élèves issus des deux institutions et analyser différentes ressources de ces institutions, nous avons cherché à construire un modèle didactique, sous forme de carte, permettant d'interroger les apprentissages sur la construction du nombre. Nous allons présenter dans la partie suivante le cadre théorique utilisé pour la construction de ce modèle.

II - LE CADRE THÉORIQUE

1 Un besoin de prendre en compte différentes dimensions

Un cadre théorique permet d'interroger et de décrire certains aspects d'une réalité. Emprunter des notions à plusieurs cadres théoriques permet de diversifier les analyses et d'enrichir la recherche. Ainsi, pour analyser des ressources documentaires utilisées dans des institutions enseignantes, le quadruplet praxéologique (Bosch & Chevallard, 1999) semble adapté :

« Toute activité humaine consiste à accomplir une tâche t d'un certain type T , au moyen d'une technique τ , justifiée par une technologie θ qui permet en même temps de la penser, voire de la produire, et qui à son tour est justifiable par une théorie Θ . » (Chevallard, 2002, p. 3)

Mais notre domaine étant celui de la construction du nombre, il semble pertinent de ne pas s'arrêter à une modélisation des apprentissages sous forme praxéologique. Par exemple, il est important d'interroger le fait que le nombre est un outil nécessaire à la résolution de la tâche plutôt que d'être un objet d'étude, faisant référence à la dialectique Outil/Objet de Douady (1986). Tout comme il pourrait être intéressant de décrire le registre utilisé pour représenter le nombre dans une tâche donnée, au sens de Duval (1993).

Analyser une institution, des pratiques opérant dans cette institution, des connaissances émergentes ou encore des ressources exploitées au sein de ces institutions demande de croiser ces différents cadres. Le cadre *T4tel* répond à ces besoins en proposant de décrire un type de tâches par un verbe suivi d'un déterminatif constitué d'un système de variables (Chaachoua & Bessot, 2016). Le nombre comme outil/objet ou le registre de représentation du nombre sont des variables potentielles pour décrire un type de tâches dans le cadre *T4tel*.

2 Le cadre théorique *T4tel*

Les variables au sein du cadre *T4tel* peuvent être d'ordre épistémologique en impactant le rapport à un objet de savoir, institutionnel en prenant en compte les contraintes institutionnelles ou encore didactique en étant à la disposition d'un enseignant. Elles apparaissent « comme un outil méthodologique dans un processus de modélisation, associée à l'analyse *a priori* d'une situation particulière ou fondamentale » (Chaachoua & Bessot, 2016). Elles permettent, entre autres, en ce qui nous concerne, d'étudier « les conditions d'existence d'une connaissance dans une certaine réalité scolaire et les raisons des difficultés observées » (Chaachoua & Bessot, 2016). Le système de variables est déterminé par une analyse *a priori* du domaine d'étude. Les auteurs introduisent aussi la notion de générateurs de types de tâches qui est défini par le type de tâches générique, celui qui est de plus haut niveau suivi du système de variables le décrivant plus précisément. En instanciant une valeur aux variables, le générateur produit un type de tâches plus spécifique que le type de tâches générique.

Prenons l'exemple de la modélisation de la situation fondamentale d'association d'une collection de voitures à une collection de garages (Briand, Loubet, & Salin, 2004). Cette situation composée d'une succession de tâches fait appel, à un certain moment de la situation, à la tâche d'associer une quantité équipotente à une autre, avec un certain nombre de trajets, une taille donnée de la collection, la possibilité de manipuler ou non les objets. Ces variables didactiques sont bien connues pour cette situation. A celles-ci peuvent aussi s'ajouter une description du type de matériel : comme le fait remarquer Margolinas (2015), le fait de proposer des garages d'une certaine taille incite l'élève à ne mettre qu'une seule voiture par garage. L'association est alors « matériellement biunivoque (un pour un) » contrairement à une situation de construction de collections de carottes à associer à des lapins. Ce caractère potentiellement bi-univoque du matériel est ainsi une variable à prendre en compte dans la modélisation de la situation. Un autre

élément que l'on souhaite ajouter pour décrire cette situation est le fait qu'elle a pour but de travailler le nombre comme outil de résolution. Ce qui peut être obtenu en jouant sur certaines valeurs de variables. Cette situation peut être proposée à des niveaux scolaires différents, par exemple à 4-5 ans (Moyenne section en France) ou 5-6 ans (Grande section en France), ce qui constitue à nouveau, une nouvelle variable. Cette succession de variables et des valeurs associées permet de décrire le plus précisément possible chaque tâche proposée à un élève. Ce type de tâches peut alors être modélisé comme [Associer une quantité équipotente à une autre, nombre de trajets, taille donnée de la collection, possibilité de manipuler ou non les objets, type de matériel, le nombre comme outil ou objet, niveau scolaire]. Le lecteur intéressé par d'autres exemples pourra se référer à (Croset & Gardes, 2019).

III - LA CARTE DES CONNAISSANCES POUR CONSTRUIRE LE NOMBRE

Dans cette troisième partie, nous présentons la carte des connaissances de la construction du nombre. La construction des genres de tâches, des variables et de leurs valeurs s'est faite à partir de différents textes de référence sur la construction du nombre (pour des synthèses sur le sujet, voir Fayol (2012) et Margolinas & Wozniak (2012)). Cette construction n'a pas été linéaire. Il en est ressorti les éléments suivants.

- Nous catégorisons les tâches en quatre grands genres : coder/décoder, associer, comparer/ordonner, anticiper.
- Nous distinguons trois usages du nombre : le nombre utilisé pour exprimer une quantité en contexte cardinal, une position en contexte ordinal, ou encore le nombre décontextualisé. Cet usage « décontextualisé » est moins référencé dans la littérature mais Adjage distingue bien les deux premiers usages liés à un contexte empirique du troisième : « Un objet mathématique [...] est donc un objet « détaché » de l'éventuel contexte physico-empirique qui a pu lui donner naissance : par exemple en passant de 3 élèves, 3 bonbons, 3 images à 3. » (Adjage, 2007, p. 11).

1 Les types de tâches

Cela donne dans un premier temps une carte à deux dimensions, présentée en Fig 1. Cette carte répertorie onze types de tâches. On trouve par exemple le type de tâches « Associer une quantité à une quantité équipotente » qui correspond à l'exemple d'association garages/voitures présenté plus haut. L'association de code à code correspond au transcodage d'un code symbolique, par exemple le code verbal, à un autre code symbolique, par exemple le code arabe.

	<i>Usage cardinal</i>	<i>Usage ordinal</i>	<i>Décontextualisé</i>
Coder Décoder	Quantité → Code Code → Quantité	Position → Code Code → Position	
Associer	Quantité → Quantité	Position → Position	Code → Code
Comparer Ordonner	Quantités	Positions	Codes
Anticiper	Une quantité après une action	Une position après une action	Calculer avec des codes

Fig 1. Carte des connaissances pour la construction du nombre. En ligne, les genres de tâches. En colonne, les usages du nombre.

Nous proposons d'illustrer en Fig 2 chaque type de tâches par une situation emblématique afin de faciliter l'appropriation de la carte des types de tâches par le lecteur.

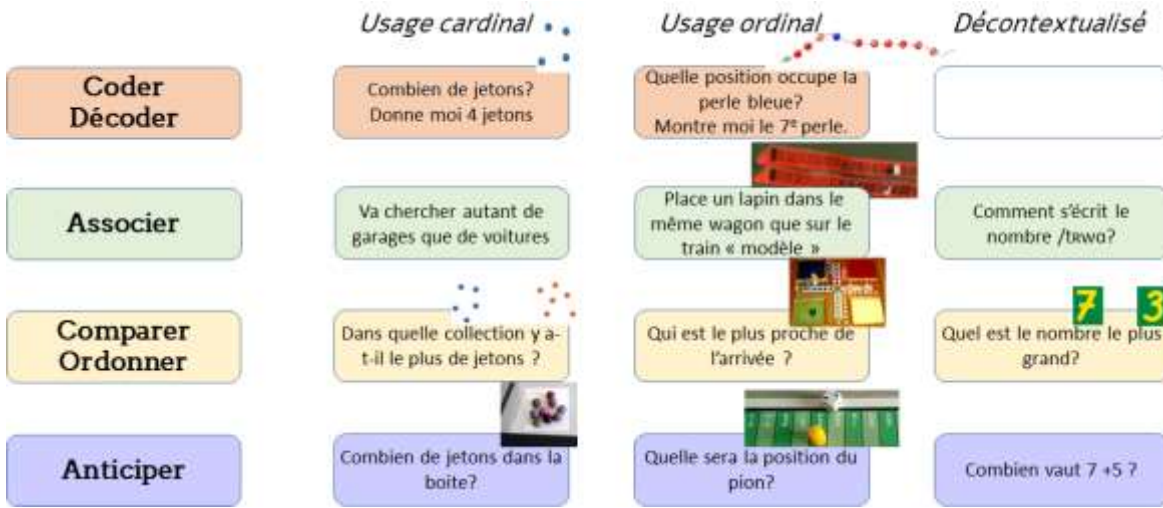


Fig 2. Illustrations de types de tâches

2 Des variables

Comme décrit dans la deuxième partie, chaque type de tâches est décrit par un genre de tâches et un système de variables. Par exemple, la variable issue de la dialectique outil/objet ou encore la variable du nombre en jeu comme illustré en Fig 3 permet de préciser les 11 types de tâches. En revanche, d'autres variables n'ont de sens que pour certains types de tâches. C'est le cas de la variable « nombre de trajets », qui permet de préciser le nombre de trajets permis à l'élève lors de la construction d'une collection équipotente à une autre ou de l'association d'une position équivalente à une autre.

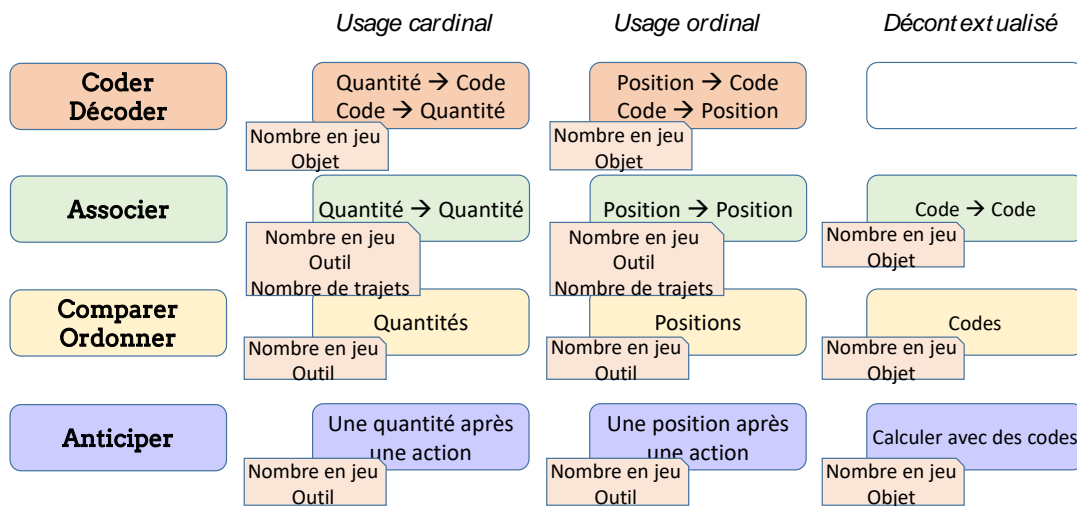


Fig 3. Exemple non exhaustif de variables associées aux types de tâches. Certaines variables telles que le nombre en jeu sont communes à tous les types de tâches. D'autres, comme le nombre de trajet n'a de sens que pour certains types de tâches d'association.

IV - RÉSULTATS DES ANALYSES DIDACTIQUES RÉALISÉES AVEC LA CARTE

1 Analyse des types de tâches dans des documents principaux

Dans le cadre du projet Cogmont, nous avons été amenés à analyser des ressources emblématiques des institutions Montessori, I_M , et traditionnelle, I_T : d'une part, les ateliers Montessori de première numération (Gardes & Courtier, 2018; Montessori, 2016), d'autre part, les manuels *Vers les maths* (Duprey, Duprey, &

Sautenet, 2016). Ces deux types de ressources sont à considérer comme les documents principaux des enseignants dont nous analysons les pratiques au sens de Margolinas & Wozniak (2009) :

[...] un document auquel le professeur se réfère abondamment, que nous avons appelé document principal. Le professeur met ainsi en avant principalement un document, qui est parfois le seul document dont il parle ou bien celui dont il parle avant d'évoquer, de façon assez marginale, d'autres documents. (Margolinas & Wozniak, 2009, p. 67)

Au-delà de notre recherche, le manuel *Vers les maths* semble être une ressource dominante chez les enseignants de maternelle en France. Nous avons fait passer un questionnaire auprès de 270 enseignants de maternelle, dans différentes académies, dont 150 ont au moins 10 ans d'ancienneté. 70% d'entre eux affirment que leur document principal pour préparer leurs séquences de mathématiques est le manuel *Vers les maths* des éditions Accès².

Ces deux types de ressources, ateliers et manuel, nous semblent représentatifs d'une certaine pratique. Nous les avons analysés avec la carte présentée dans la partie précédente.

Pour les ateliers Montessori³, nous obtenons 48 tâches différentes permettant de construire le nombre, relevant de six types de tâches différents : coder/décoder des quantités, associer un code symbolique à un autre, ordonner des quantités, ordonner des codes symboliques, anticiper une quantité après une action et enfin, calculer avec des codes symboliques. Dans les manuels *Vers les maths*, 241 tâches différentes sont proposées aux enseignants, relevant de dix types de tâches différents. Le nombre de tâches par type est indiqué en Fig 4 : il y a, par exemple, 34 tâches de comparaison ou d'ordre sur les quantités dans I_T pour seulement une dans I_M ; inversement, il y a, par exemple, une seule tâche de calcul avec des codes dans I_T pour 17 dans I_M .

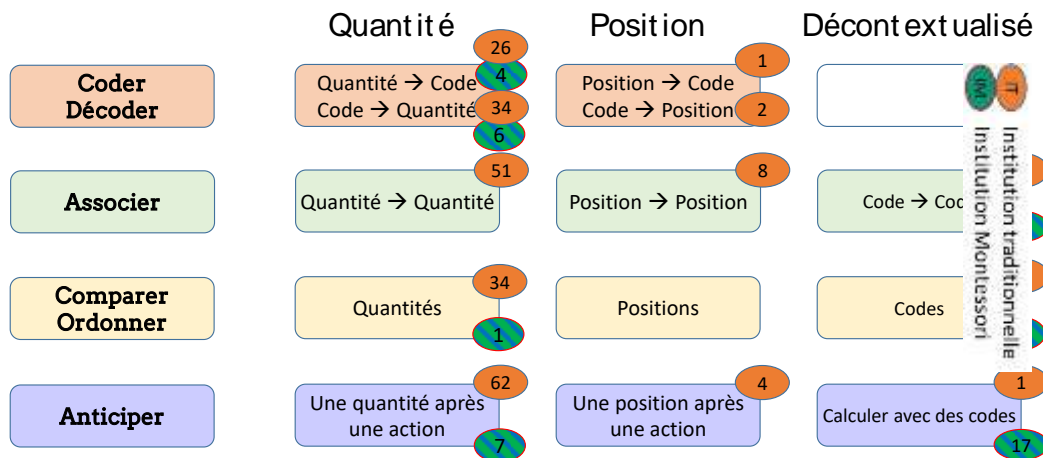


Fig 4. Nombre de tâches proposées aux enseignants pour construire le nombre dans les manuels *Vers les maths* (en orange) et dans les ateliers Montessori (en vert).

Plusieurs éléments sont à discuter. Premièrement, les enseignants ne consacrent pas la même durée de travail pour la construction du nombre dans les deux institutions. En effet, le travail dans l'institution traditionnelle I_T s'étale sur trois ans, soit 15 périodes⁴ contre seulement 8 périodes dans l'institution Montessori I_M . Il y a donc en moyenne 16 tâches par période dans l'institution traditionnelle contre 5 dans l'institution Montessori. Le manuel utilisé majoritairement en milieu traditionnel propose une grande diversité de tâches. Est-ce une richesse ou est-ce que cela détourne l'élève de l'objectif visé en lui offrant une multitude de tâches ayant un même objectif d'apprentissage mais dont l'élève ne relève pas nécessairement l'existence ? Deuxièmement, certains types de tâches ne sont jamais proposés dans les

² Le second document principal des enseignants sondés est Internet : 12% d'entre eux utilisent Internet comme document principal de préparation des séquences de mathématiques.

³ Pour des exemples d'ateliers Montessori, voir (Gardes & Courtier, 2018).

⁴ En France, la durée de l'année scolaire est de 36 semaines minimum réparties en cinq périodes de travail, de durée comparable, séparées par quatre périodes de vacances.

classes suivant la pédagogie Montessori : le type de tâches de construction d'une collection équipotente à une autre qui est pourtant un des types de tâches parmi les plus proposés dans le manuel *Vers les maths*. Sur cette tâche en particulier, il sera intéressant de voir si les élèves suivant une pédagogie traditionnelle, testés dans le cadre du projet, réussissent mieux que les élèves suivant la pédagogie Montessori. Troisièmement, si l'on regroupe les types de tâches selon leurs critères d'usage, nous obtenons que, dans l'institution traditionnelle, l'usage ordinal est peu présent et dans l'institution Montessori, cet usage est même absent (cf. Fig 5). L'usage cardinal est privilégié dans l'institution traditionnelle tandis que le nombre décontextualisé l'est dans l'institution Montessori : ramené à un même nombre de tâches, l'institution Montessori propose près de 60% de tâches pour la construction du nombre où le nombre est décontextualisé, où seule l'écriture chiffrée est présente, sans référence à la quantité ou à une position.

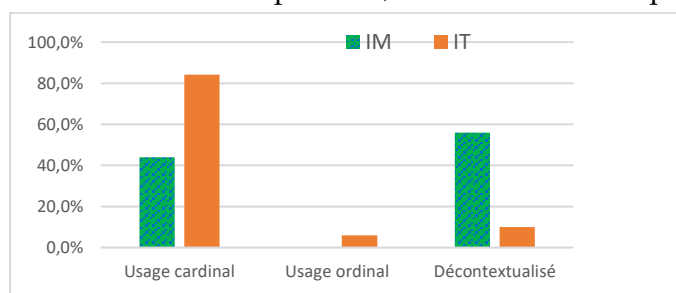


Fig 5. Contexte d'utilisation du nombre dans les deux institutions sur les trois années d'école

2 Analyse des valeurs prises par certaines variables dans les documents principaux

Les analyses sur certaines variables révèlent aussi des différences intéressantes. Ainsi, la variable « nombre en jeu » qui permet de décrire l'ensemble des tâches travaillées montre que l'institution traditionnelle française découpe l'apprentissage du nombre selon des valeurs numériques. Les activités autour des collections de 1 à 3 objets sont privilégiées pour les enfants de 3 ans, de 4 à 7 objets pour les enfants de 4 ans et de 1 à 10 objets pour les enfants de 5 ans. En revanche, dans l'institution Montessori, l'ensemble des activités proposées porte sur les nombres de 1 à 10, de manière systématique, privilégiant ainsi la construction d'un nombre en relation avec les autres. Apprendre le nombre 6 comme le successeur de 5 mais aussi comme le double de 3 ou encore comme le nombre qui additionné à 4 donne 10 est un élément important de cette institution et ce, dès l'introduction des nombres.

Une seconde variable que nous avons étudiée est celle de l'utilisation du nombre dans la tâche comme un outil de résolution ou comme un objet d'étude. Sur les valeurs prises par cette variable, visibles en Fig 6, les deux institutions diffèrent à nouveau. L'institution traditionnelle privilégie des tâches où le nombre est un outil de résolution de la tâche : 60% des tâches demandent à utiliser le nombre comme mémoire d'une quantité ou d'une position. En revanche, l'institution Montessori priorise les tâches axées sur l'étude explicite du nombre : le nombre est objet d'étude explicite dans plus de 80% des tâches que l'institution propose aux élèves.

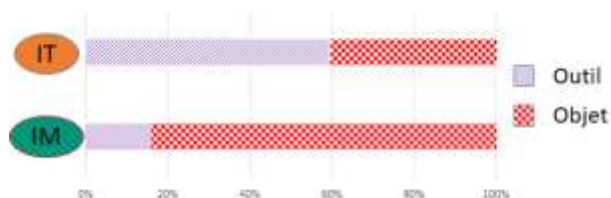


Fig 6. Analyse avec la variable Outil/Objet. 60% des tâches proposées dans l'institution traditionnelle I_T utilise le nombre comme outil de résolution contre 16% dans l'institution Montessori I_M .

Nous avons construit la carte des connaissances du nombre pour répondre à notre question de recherche sur les différences de contenus à enseigner entre les deux institutions. Son utilisation nous a, en effet, permis de cartographier les attendus des deux institutions. Au-delà du projet de recherche, cette carte nous a aussi servi en formation comme nous allons le présenter dans la section suivante.

V - EXEMPLE D'UTILISATION DE LA CARTE EN FORMATION

Nous avons utilisé cette carte en formation dans différents contextes (rédaction de mémoire en formation initiale, observations de classes, formation continue, etc.). Nous détaillons ici un exemple d'utilisation de la carte en formation continue pour des enseignants d'école maternelle (3-6 ans).

Cette formation s'est déroulée en deux temps : une première partie sous forme d'une conférence sur la construction du nombre à l'école maternelle et une seconde partie sous forme d'un atelier portant sur l'appropriation d'une ressource⁵ – la Mallette Maternelle (2015).

La Mallette Maternelle (Besnier, Eysseric, & Le Méhauté, 2014) est une ressource élaborée collaborativement par l'Institut Français de l'Éducation et la COPIRELEM et éditée par l'ARPEME⁶. Elle se compose de 10 situations d'apprentissage pour construire le nombre à l'école maternelle, de logiciels associés à certaines de ces situations et de quelques apports théoriques (cf. Fig.7).

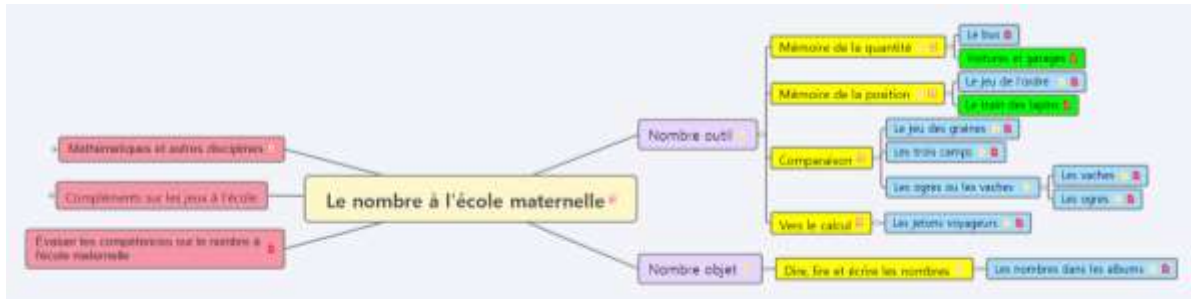


Fig 7. Présentation de la Mallette maternelle

Lors de la formation, nous avons utilisé la carte des connaissances à plusieurs reprises : d'une part, au cours de la conférence pour présenter un ensemble organisé des types de tâches ayant pour objectif la construction du nombre et pour montrer les points forts et les points faibles de différentes ressources (manuels scolaires, ateliers Montessori, etc) ; d'autre part, dans l'atelier, comme un outil pour les enseignants pour s'approprier la ressource. Nous leur avons en effet proposé d'identifier les types de tâches travaillés dans certaines situations de la Mallette Maternelle (*Le bus*, *Le train des lapins*, *Les vaches* et *Les jetons voyageurs*). L'aspect épuré et structuré de la carte leur a permis de s'en emparer facilement et de réussir à dégager les principaux types de tâches travaillés dans les situations sélectionnées.

Nous présentons ci-dessous, l'analyse complète de la mallette effectuée avec la carte. Chaque situation a été modélisée comme une suite de types de tâches. Par exemple, la situation *Le bus* est modélisée par l'association d'une quantité équipotente à une autre et par le type de tâches Coder/Décoder une quantité, présent dans les étapes de communication. L'ensemble des types de tâches présents dans les 10 situations est présenté dans la figure 8. Par exemple, six situations demandent à l'élève de coder/décoder une quantité. Nous pouvons remarquer que certains types de tâches sont davantage proposés (coder/décoder une quantité, associer une quantité à une quantité ou comparer des quantités), d'autres sont peu travaillés (anticiper une quantité après une action, coder/décoder une position, associer une position à une position ou comparer des codes) et certains absents (comparer des positions, anticiper une position après une action ou calculer avec des codes).

⁵ Le choix de la ressource a été fait par la circonscription.

⁶ Disponible sur leur site : <http://www.arpeme.fr/m2ep/index.html>

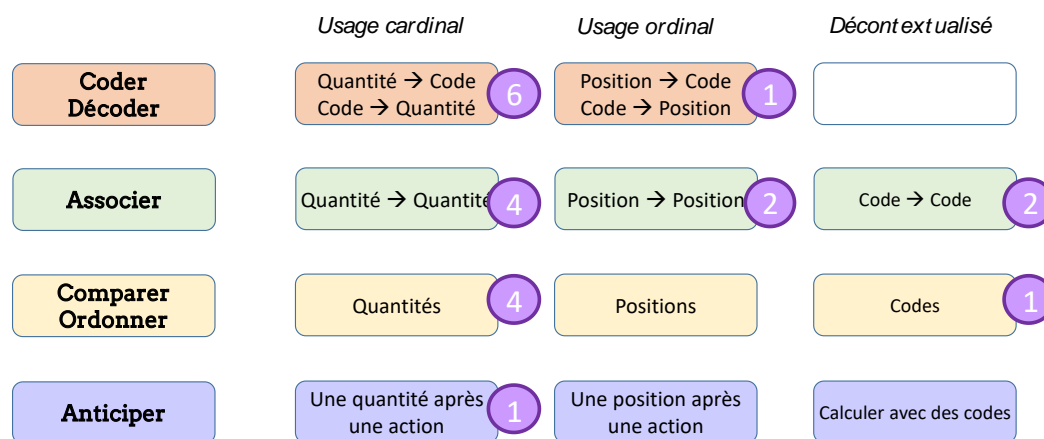


Fig 8. Types de tâches pour construire le nombre dans la Mallette maternelle

La ressource met l'accent sur l'aspect outil du nombre en proposant aux élèves des situations de résolution de problèmes. Une seule situation propose une étude du nombre en tant qu'objet (*Les nombres dans les albums*). La majorité des situations (8/10) propose un usage cardinal du nombre et seules deux situations portent sur l'usage ordinal (*Le jeu de l'ordre* et *le train des lapins*). Cette modélisation met également en évidence les deux points suivants :

- Certaines situations sont modélisées par un seul type de tâches (*Voitures et garages*, *Le train des lapins*) tandis que d'autres sont modélisées par plusieurs types de tâches (*Le jeu des graines*, *Les trois camps*, *Les ogres* et *Les vaches*). La situation *Les trois camps*, par exemple, est modélisée comme une succession de types de tâches : Coder une quantité, Comparer des quantités puis Anticiper une quantité. Pourtant l'objectif d'apprentissage affiché est unique et est présenté comme la comparaison de quantités. L'élève qui répond aux tâches de codage et d'anticipation n'est-il pas détourné de cet objectif ?
- Certaines situations sont modélisées par un même type de tâches. Les situations *Le bus*, *Voitures et garages*, *Les jetons voyageurs – Séquence 1* sont modélisées par l'association d'une collection équipotente à une autre. Elles peuvent, de ce fait, être redondantes.

A l'issue de la formation, nous avons ainsi pu mettre en évidence la nécessité, pour les enseignants, de faire certains choix dans l'utilisation de cette ressource :

- Proposer des situations au préalable sur l'aspect objet du nombre. Par exemple le type de tâches coder/décoder une quantité est travaillé, dans la mallette, sous l'aspect outil. Il pourrait être proposé en amont sous l'aspect objet, par exemple, en faisant dénombrer explicitement des collections.
- Choisir les situations à mettre en place en classe : en proposer au moins une pour chaque type de tâches ;
- Ajouter des situations pour les types de tâches absents de la mallette.

Cette première expérience d'utilisation de la carte en formation continue semble montrer une appropriation facile de la carte par les enseignants ainsi que sa pertinence comme outil à leur disposition, d'une part pour analyser une ressource et d'autre part pour organiser le travail annuel autour de la construction du nombre. Cependant, une limite du travail existant est que cette carte ne présente par l'organisation didactique des types de tâches. Elle ne montre pas comment les types de tâches peuvent s'articuler les uns-aux-autres. Nous réfléchissons à enrichir cette carte de cette organisation. Cependant, nous tenons à conserver une présentation épurée afin que les enseignants puissent continuer à s'en emparer facilement.

VI - CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Dans cet article, nous avons présenté une carte des connaissances nécessaires à la construction du nombre, domaine préalable au travail sémantique et syntaxique des écritures chiffrées. Cette carte est constituée de onze types de tâches organisés selon trois usages : un usage cardinal, en relation avec des collections

d'objets, un usage ordinal, en relation avec des positions sur des listes ordonnées et enfin un usage décontextualisé du nombre. Ces types de tâches sont enrichis par des variables qui permettent, en prenant des valeurs différentes, de créer des tâches spécifiques.

Cette carte a été utilisée dans différents contextes de travail. Pour le projet Cogmont, elle a permis de rendre compte de propositions différentes d'activités aux enseignants sur la construction du nombre dans l'institution Montessori et l'institution traditionnelle. Elle montre un éparpillement de tâches proposées aux enseignants de l'institution traditionnelle française contre un choix de types de tâches épuré dans l'institution Montessori. Elle permet aussi de mettre en lumière les types de tâches les plus travaillés et ceux qui le sont moins dans chacune des institutions. Quand l'institution traditionnelle privilégie des tâches où le nombre a un usage cardinal, l'institution Montessori propose rapidement des tâches où le nombre est décontextualisé. De même, l'institution traditionnelle française cloisonne et découpe les apprentissages en fonction de l'âge et selon des valeurs numériques. Nous nous interrogeons sur l'apport d'un tel découpage. Selon nous, il ne permet pas d'articuler les nombres les uns aux autres comme le propose l'institution Montessori, par exemple en confrontant l'élève systématiquement aux nombres de 1 à 10. Cette carte permet donc d'interroger des pratiques, des ressources voire des institutions. Cette carte pourrait, par exemple, être utilisée pour interroger le nouveau plan d'études romand autour de la construction du nombre.

VII - RÉFÉRENCES

Adjage, R. (2007). Rationnels et proportionnalité : Complexité et enseignement au début du collège. *Petit x*, 74, 5-33.

Ansari, A., & Winsler, A. (2014). Montessori public school pre-K programs and the school readiness of low-income Black and Latino children. *Journal of Educational Psychology*, 106(4), 1066.

Besnier, S., Eysseric, P., & Le Méhauté, T. (2014). Mallette de ressources mathématiques pour l'école maternelle (MS-GS). *41e colloque international Copirelem*. Présenté à Quelles ressources pour enrichir les pratiques et améliorer les apprentissages mathématiques à l'école primaire ?, Mont de Marsan, France.

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(1), 77-124.

Briand, J., Loubet, M., & Salin, M.-H. (2004). *Apprentissages mathématiques en maternelle*. Paris: Hatier.

Chaachoua, H., & Bessot, A. (2016). *Introduction de la notion de variable dans le modèle praxéologique*. Présenté à Actes du 5e congrès pour la Théorie Anthropologique du Didactique., Castro-Urdiales, Espagne.

Chevallard, Y. (2002). Organiser l'étude : 1. Structures et fonctions. In J.-L. Dorier, M. Artaud, M. Artigue, R. Berthelot, & R. Floris, *Actes de la XIe École d'été de didactique des mathématiques* (p. 3–22). Corps, Grenoble: La Pensée Sauvage, Grenoble.

Chevallard, Y. (2003). Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In S. Maury, M. Caillot (éds.). *Rapport au savoir et didactiques* (p.81-104). Paris : Fabert.

COPIRELEM. (2015). *Mallette maternelle : La construction du nombre*. Consulté à l'adresse www.arpeme.fr

Courtier, P. (2019). L'impact de la pédagogie Montessori sur le développement cognitif, social et académique des enfants en maternelle. *Thèse de doctorat*, Université de Lyon.

Croset, M.-C., & Gardes, M.-L. (2019). Une comparaison praxéologique pour interroger l'enseignement du nombre dans l'institution Montessori. *Recherches en didactique des mathématiques*.

- Dohrmann, K. R., Nishida, T. K., Gartner, A., Lipsky, D. K., & Grimm, K. J. (2007). High school outcomes for students in a public Montessori program. *Journal of research in childhood education*, 22(2), 205–217.
- Douady, R. (1986). Jeux de cadre et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 5-32.
- Duprey, G., Duprey, S., & Sautenet, C. (2016). *Vers les maths : Grande section. Une progression vers les mathématiques à l'école maternelle* (6e édition). Schiltigheim: ACCES Editions.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, 5, 37–65. Consulté à l'adresse https://mathinfo.unistra.fr/websites/math-info/irem/Publications/Annales_didactique/vol_05/adsc5_1993-003.pdf
- Fayol, M. (2012). *L'acquisition du nombre* (Que sais-je ?, Vol. 3941). Presses universitaires de France.
- Gardes, M.-L., & Courtier, P. (2018). Quelle manipulation, représentation et communication dans les ateliers Montessori de première numération ? *Grand N*, (101), 83-105.
- Lillard, A., & Else-Quest, N. (2006). The early years : Evaluating Montessori Education. *Science*, 313(5795), 1893-1894. <https://doi.org/10.1126/science.1132362>
- Lopata, C., Wallace, N. V., & Finn, K. V. (2005). Comparison of academic achievement between Montessori and traditional education programs. *Journal of research in childhood education*, 20(1), 5–13.
- Margolinas, C. (2015). Des mathématiques à l'école maternelle. *Colloque international Des mathématiques à l'école maternelle*, 32–62. Ecole Normale Supérieure Centrale d'Ho Chi Minh ville.
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2009). Usage des manuels dans le travail de l'enseignant : L'enseignement des mathématiques à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation*, 35(2), 59. <https://doi.org/10.7202/038729ar>
- Margolinas, C., & Wozniak, F. (2012). *Le nombre à l'école maternelle : Une approche didactique*. De Boeck (Pédagogie et Formation).
- Marshall, C. (2017). Montessori education : A review of the evidence base. *npj Science of Learning*, 2(1), 11.
- Miller, L. B., Dyer, J. L., Stevenson, H., & White, S. H. (1975). Four preschool programs : Their dimensions and effects. *Monographs of the Society for Research in Child Development*, 1–170.
- Montessori, M. (2015). *Pédagogie scientifique (3ème édition)* (Vol. 1–2). Paris, France: Desclée de Brouwer.
- Montessori, M. (2016). *Psychoarithmetic* (1re édition en 1934). Amsterdam: Montessori-Pierson Publishing.
- Woodcock, R. W., McGrew, K. S., & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson tests of achievement*. Itasca, IL: Riverside Publishing.