

MISE EN ŒUVRE D'UNE INGÉNIERIE DIDACTIQUE ÉLABORÉE DANS LES ANNÉES 80 DANS DES CLASSES ACTUELLES : LE CAS DE L'INGÉNIERIE DIDACTIQUE DE LA SOUSTRACTION A L'ÉCOLE PRIMAIRE

Michèle COUDERETTE

Maitresse de conférences, Université de Paris
Laboratoire de didactique André Revuz
michele.couderette@u-pec.fr

Résumé

Durant les années 80, de nombreux travaux de recherche ont porté sur l'enseignement/apprentissage de la soustraction à l'école primaire. La plupart se situaient en aval de l'enseignement de la soustraction, se focalisant principalement sur les erreurs opératoires des élèves (Resnick, 1982). À la même époque, Brousseau (1986) a proposé une ingénierie didactique se situant en amont de l'enseignement d'une technique opératoire de la soustraction (Berté, 1996). Dans le cadre de notre recherche doctorale (Couderette, 2018), cette ingénierie a été mise en œuvre dans des classes ordinaires actuelles de CE1, deux en France et une en Suisse romande, classes se différenciant soit du fait du niveau d'expérience des enseignantes, soit du contexte institutionnel. La recherche a mis en évidence deux moments-clés qui conditionnent le déroulement de l'ingénierie. Lors de cette communication, nous nous appuyons sur les descripteurs de l'action conjointe pour montrer comment deux enseignantes appartenant à des systèmes éducatifs différents (Suisse romande, France) contournent les difficultés afin de faire émerger les sens d'une différence puis celui d'un algorithme opératoire de la soustraction.

Les programmes français et romands de mathématiques de l'école élémentaire réservent une place importante à la résolution de problèmes. En France, l'activité de résolution de problèmes est placée au centre du processus d'appropriation des savoirs mathématiques, en particulier à la construction du sens des opérations : « La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations » (Ministère Programmes de mathématiques au cycle 2, 2008). En Suisse romande, dans le plan d'études romand (PER <https://www.plandetudes.ch/>) il s'agit de « résoudre des problèmes en construisant et en mobilisant des notions, des concepts, des démarches et des raisonnements » (PER-MSN-Commentaires généraux). Il est précisé que « la résolution de problèmes ainsi décrite est destinée à s'appliquer aux progressions d'apprentissage du champ calcul » (PER-MSN 13 – intentions didactiques). Dans cet article, nous rendons compte de l'observation de deux classes de niveaux identiques (7 – 8 ans d'âge), l'une en Suisse romande (4P) et l'autre en France (CE1). Notre interrogation porte sur la manière dont deux enseignantes de systèmes éducatifs différents implémentent, dans des classes actuelles et ordinaires, une ingénierie didactique reconnue comme robuste. Les enseignantes introduisent-elles des modifications et/ou aménagements ? Quels sont les savoirs co-construits par les élèves et leurs enseignantes au fil des séances ? Quels sont alors les possibles déterminants influençant cette transposition et les adaptations produites ? Pour tenter de répondre à ces questions, nous nous inscrivons dans deux cadres théoriques, le comparatisme et l'action conjointe en didactique.

Dans cet article, nous présentons brièvement l'ingénierie didactique (paragraphe 1), notre inscription théorique (paragraphe 2), la méthodologie employée (paragraphe 3) pour ensuite présenter nos résultats de recherche (paragraphe 4).

I - L'INGÉNIÉRIE DIDACTIQUE DE LA SOUSTRACTION

1 Présentation globale de l'ingénierie didactique

L'idée principe de cette ingénierie est que les situations proposées aux élèves doivent reposer sur des savoirs connus des élèves afin de pouvoir être dévolues. Aussi, une attention particulière est portée à la structure et aux choix des variables numériques des problèmes proposés aux élèves. L'apprentissage s'organise autour d'une situation de base matérialisée par une boîte opaque et un nombre important de cubes. Les élèves jouent au « jeu de la boîte », jeu consistant à déterminer le nombre de cubes restant dans la boîte après en avoir retiré une certaine quantité. La figure ci-après illustre quelques problèmes de l'ingénierie didactique proposés aux élèves.

Dans le parking du garage, il y a 32 places. On a garé 14 voitures. Combien de voitures faut-il mettre encore pour que le parking soit plein ?	Dans la boîte, j'ai 45 cubes. J'en sors 18. Combien en reste-t-il maintenant dans la boîte ?	Un cahier a 92 feuilles, 34 sont écrites. Combien y a-t-il de feuilles blanches dans ce cahier ?	Ce matin le facteur avait 93 lettres à distribuer. Il les a mises dans sa sacoche et il est parti. Il a déjà distribué 56 lettres. Combien en a-t-il dans sa sacoche maintenant ?
	J'ai 345 cubes dans la boîte, des rouges et des bleus. J'ai 83 rouges. Combien ai-je de cubes bleus ?		

Figure 1 : extraits de problèmes de l'ingénierie didactique

Si les élèves résolvent et vérifient dans un premier temps empiriquement (dessin, simulation avec les cubes, vérification par ouverture de la boîte et comptage, etc.), il s'agit ensuite de les orienter vers des procédures plus abstraites. L'ingénierie est constituée de quinze leçons, que l'on peut diviser en six étapes :

Etape 1	Etape 2	Etape 3	Etape 4	Etape 5	Etape 6
« Dévolution de l'apprentissage de la soustraction »	« L'addition comme moyen de preuve »	« Sens et vocabulaire de la soustraction. Signe + et - Calcul mental »	« La stratégie des essais »	« réfléchir sur les choix et les essais des Schtroumpfs »	« La soustraction »

Figure 2 : étapes de l'ingénierie didactique

- La première étape a pour objectif de dévoluer le projet d'apprentissage de la soustraction. Il s'agit pour les élèves de reconnaître des problèmes soustractifs et de les résoudre. La boîte a, dans cette étape, deux fonctions : simuler les situations proposées puis vérifier les résultats obtenus par les élèves ;
- Lors de la deuxième étape, le nombre et l'addition sont sollicités : le nombre comme moyen intellectuel pour faire « anticiper la solution » et l'addition comme « moyen de preuve » d'un résultat.
- La troisième étape vise essentiellement à introduire l'opération soustraction, l'écriture d'une différence sous la forme $a - b$. Les calculs difficiles sont pointés et justifient la nécessité de nouveaux apprentissages pour les effectuer.
- Les étapes 4 et 5 mettent les élèves en situation de recherche de techniques opératoires, d'abord lors de phases d'action – la stratégie des essais – puis lors de phases de formulation – sur les choix des Schtroumpfs...
- L'étape 6, à la charge de l'enseignant, introduit un algorithme de la soustraction.

2 Deux étapes cruciales

2.1 L'étape 2 : construction d'un moyen intellectuel de validation d'un résultat à un problème soustractif

Alors qu'à l'étape 1 la vérification est faite en ouvrant la boîte et en comptant les cubes restants, lors de l'étape 2 il s'agit de construire un moyen intellectuel de vérification, l'**addition**. Dans un premier temps,

on cherche à faire comprendre qu'en remettant les cubes enlevés dans la boîte, on retrouve la quantité initiale. C'est une phase d'action au sens de Brousseau. Dans un second temps, l'enseignant empêche les élèves de manipuler, leur demande de *dire* ce qu'il faut faire : remettre les cubes un par un, dix par dix, puis tout...Mais comment faire pour dénombrer lorsque les cubes sont remis tous d'un coup ? Une technique efficace est l'addition. C'est une phase de formulation. Tout au long de cette étape, l'enseignant demande aux élèves de parier sur leur réponse. Le pari est ici un objet didactique destiné à faire réfléchir l'élève à la raison du gain ou de la perte du pari. « Apprêt didactique » (Brousseau, 1986), il prépare l'émergence de l'addition comme preuve du résultat.

Cette étape est la pierre angulaire de l'ingénierie didactique. En faisant émerger l'addition comme moyen de preuve d'un résultat dès la deuxième étape, elle se donne les outils technologiques nécessaires pour basculer de l'enjeu « donner sens à la notion de différence » vers l'enjeu « donner sens à un algorithme opératoire de la soustraction ».

2.2 L'étape 4 : utilisation de l'addition pour construire un algorithme opératoire

Dès l'étape 4, les variables numériques des problèmes sont telles que le calcul de la différence par l'opération soustraction nécessite la gestion d'une retenue. Les problèmes engagent les élèves dans une recherche de techniques opératoires pour effectuer les soustractions. « il s'agit de faire formuler, reconnaître, identifier par tous ces stratégies pour trouver la réponse » (Berté, 1996, p.36).

Tout au long de cette étape, différentes stratégies de mise en œuvre sont sollicitées auprès des élèves pour résoudre cette difficulté opératoire : technique par essais successifs, réduction du nombre d'essais jusqu'à la mise en œuvre de la technique de la fausse position (un essai puis un ajustement).

L'addition est alors dans cette étape non seulement un moyen de valider une réponse d'élève, mais aussi un moyen de valider, ou d'invalider, une procédure opératoire. Elle permet d'écarter des procédures calquées sur l'algorithme de l'addition, c'est-à-dire les procédures pour lesquelles les élèves commutent les chiffres des unités de façon à rendre la soustraction à l'ordre des unités possible. Par exemple, pour le calcul de $93 - 56$, la réponse 43 sera invalidée, ce qui amène à discuter de la pertinence de permuter les chiffres des unités et d'effectuer $6 - 3$.

Rappelons que de nombreuses recherches des années 80 (Brown & Burton, 1978 ; Brown & Van Lehn, 1980 ; Carpenter & Moser, 1984 ; Resnick, 1982 ; etc.) ont documenté les erreurs des élèves lorsqu'ils effectuaient des soustractions nécessitant des retenues. Cette étape a pour objectif d'utiliser l'outil de validation intellectuel construit à l'étape 2 pour dévoiler et élucider des erreurs algorithmiques typiques des élèves. La figure ci-après illustre l'architecture de l'ingénierie didactique en mettant en regard étapes successives et les enjeux didactiques.

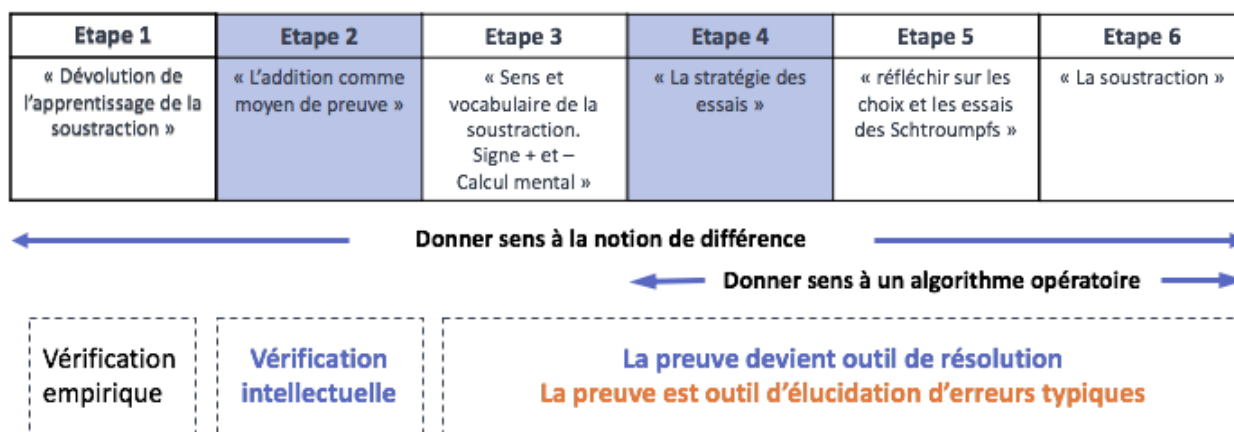


Figure 3 : structure didactique de l'ingénierie

II - INSCRIPTION THÉORIQUE

1 Une inscription en didactique comparée

Schubauer-Leoni & Leutenegger (2002) déclarent qu'« un des objectifs déclarés du comparatisme est de réagir à l'enfermement disciplinaire et aux naturalisations qui le guettent ». Nous nous appuyons sur le concept d'« *estrangement* » que Ginzburg (2001) définit comme un procédé consistant à tenir le discours de l'étranger, pour comprendre sa propre société. Changer de point de vue et opérer ainsi une mise à distance permet de se « constituer un antidote efficace à un risque qui nous guette tous : celui de tenir la réalité pour sûre » (Ibid., p. 36). Aussi mettre à distance les systèmes scolaires de notre propre environnement culturel et institutionnel (à Toulouse) par l'observation de systèmes appartenant à un autre environnement (à Genève), et réciproquement, permet d'éclairer les angles peu visibles et ainsi d'approfondir la connaissance des fonctionnements des systèmes didactiques. Le choix d'une posture comparatiste dans notre recherche a donc consisté à identifier les contraintes et les possibles de l'enseignement de la soustraction en Suisse romande et en France, à partir de l'étude des modalités de mise en œuvre de l'ingénierie didactique sur la soustraction. La visée est de produire des connaissances sur les pratiques d'enseignement et d'apprentissage de la soustraction à l'école primaire, en observant les modalités singulières de mise en œuvre de l'ingénierie, ce qui permet de mettre au jour les dimensions génériques ou *a contrario* spécifiques de l'action didactique dans les différents contextes d'observation.

2 Le modèle de l'Action Conjointe en Didactique

La TACD modélise les rapports entre savoir, élèves et professeur comme relation ternaire intrinsèquement indissociable (Schubauer-Leoni, 1998). Dans le système didactique, le travail du professeur ne peut être dissocié de celui de l'élève relativement au savoir mis en jeu. Selon Schubauer-Leoni et Leutenegger (2005), « *l'investigation des phénomènes transpositifs [ne peut être] ni (que) dans les savoirs, ni (que) dans les sujets – enseignants et apprenants – mais dans leur action conjointe (...) pour considérer ce travail de coproduction de connaissances à la lumière des pratiques culturelles qui le légitiment* ». Pour investiguer ces phénomènes transpositifs, ce modèle reprend et développe plusieurs concepts issus de la didactique des mathématiques.

2.1 Les concepts de contrat didactique et de milieu didactique

La dialectique contrat didactique / milieu didactique est utilisée dans notre recherche dans une visée pragmatiste d'analyse de l'activité ordinaire.

- Le contrat didactique, contrat social de communication spécifique d'une intention didactique, traduit la dynamique évolutive des attentes réciproques des acteurs vis-à-vis d'un enjeu de savoir.
- Le milieu didactique, résultant des transactions élèves-professeur ou élève-élève, est lui aussi en continuelle évolution.

2.2 Les descripteurs de l'action conjointe : mésogenèse, topogenèse et chronogenèse

Les concepts analytiques méso/topo/chronogenèse, documentent l'action conjointe au fil du temps didactique :

- La mésogenèse décrit la genèse du milieu et l'évolution du système des objets introduits dans le milieu didactique. Si le premier milieu didactique est créé par l'enseignant, sa dynamique évolutive est du fait conjoint élèves - enseignant.
- La topogenèse éclaire l'action des transactants engagés dans l'action didactique. Elle rend compte de la manière dont les acteurs se partagent les responsabilités dans la manipulation des objets de savoirs, l'un dans son rôle d'enseignant, l'autre dans son rôle d'élève.
- La chronogenèse décrit la genèse et l'avancement des objets de savoir au fil du temps didactique. Si « *tout enseignement de savoirs peut être décrit comme une progression temporelle principalement sous*

contrôle du professeur » (Chevallard, 1991), il reste cependant que le savoir est porté conjointement par le professeur et les élèves, mais pas forcément sur des échelles temporelles identiques. L'élève peut être en retard, en phase ou en avance sur l'échelle temporelle impulsée par l'enseignant, obligeant ce dernier à agir sur le milieu didactique de manière à ce que, idéalement, l'ensemble de ses élèves puissent atteindre l'objectif visé.

Ces trois genèses étroitement articulées, « permettent de décrire la dynamique de l'étude, une dynamique dans laquelle professeur et élèves doivent constamment se repositionner les uns par rapport aux autres et réciproquement, en fonction de l'évolution de leur responsabilité envers les objets de leurs pratiques et les savoirs partagés, voire distribués au sein de la classe » (Mercier, Schubauer-Leoni, & Sensevy, 2002).

2.3 Les descripteurs de l'agir professoral : définir, dévoluer, réguler, instituer

Le modèle de l'Action Conjointe en Didactique (ACD) propose quatre descripteurs permettant de caractériser les actions les plus souvent effectuées par le professeur : « définir, dévoluer, réguler (gérer les incertitudes), instituer » (Sensevy, 2007).

- Définir regroupe les actions du professeur qui consistent à introduire les objets de savoir et à établir le cadre d'une situation à partir de l'agencement du premier milieu didactique « premier ».
- L'action de définir est articulée à celle de dévoluer au sens de Brousseau (1986). Il s'agit d'actions par lesquelles le professeur cherche à ce que l'action de l'élève ne soit produite et justifiée que par les nécessités du milieu didactique ou ses connaissances immédiates, et non par l'interprétation des procédés didactiques de l'enseignant.
- Réguler désigne les actions produites en vue d'obtenir de la part des élèves des stratégies d'apprentissage pertinentes. Par exemple, réaménager le milieu, réexpliquer la tâche si nécessaire, commenter les productions d'élèves. Les actions de régulation ont pour visée de maintenir la relation didactique.
- L'institutionnalisation permet au professeur et aux élèves de rendre légitime le savoir à différents moments de l'enseignement.

L'analyse de l'action du professeur permet alors de caractériser les interprétations professorales à partir desquelles il gère la construction du savoir visé dans la classe et de documenter l'épistémologie pratique des professeurs en tant qu'un des déterminants du fonctionnement du système didactique observé (Amade-Escot, 2013).

III - RÉSULTATS

La figure ci-après illustre les variations temporelles de la mise en œuvre de l'ingénierie didactique. Soulignons que les deux enseignantes, Pascale en Suisse et Valentine en France, sont expérimentées et qu'elles ont eu toute latitude pour adapter la temporalité de l'ingénierie aux conditions de vie de la classe.

L'ingénierie didactique de la soustraction telle que décrite dans le texte initial



Déroulement sur le site de Pascale (Suisse romande)



Déroulement sur le site de Valentine (France)

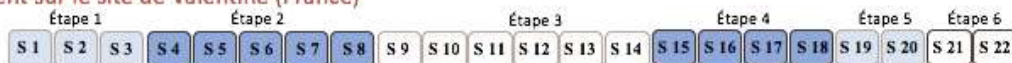


Figure 4 : déroulement temporel sur chacun des sites observés

Les deux enseignantes aménagent l'ingénierie : Pascale (Suisse romande) reste proche de la temporalité prévue initialement mais ne met pas en œuvre la sixième étape. Valentine (France) s'autorise des libertés avec la ressource en développant certaines étapes ou en introduisant des éléments non prévus à l'origine. Nous avançons un point de vue institutionnel pour expliquer ces aménagements. En Suisse romande, les enseignants sont habitués à travailler avec des moyens d'enseignement qui guident leur pratique même si la cohérence descendante de ces moyens peut être réinterrogée (Daina, 2013). De plus, les algorithmes opératoires de la soustraction (par cassage ou par décrémentation) ne sont pas au programme. Aussi, nous pouvons supposer que Pascale se maintient dans les préconisations institutionnelles et suit l'ingénierie telle qu'elle est présentée, comme elle le ferait pour les moyens d'enseignement habituels. Valentine s'autorise, quant à elle, des libertés avec la ressource, libertés que nous relient aux principes institutionnels français selon lesquels les enseignants sont libres de choisir leurs ressources et d'en faire un usage très personnalisé en les adaptant aux conditions et contraintes de la classe.

Nous relevons dans ce qui suit les généralités et spécificités des mises en œuvre des deux enseignantes au regard du savoir visé par l'ingénierie didactique.

1 Généralité dans les mises en œuvre

1.1 Des pratiques valorisant l'articulation aux autres domaines mathématiques

Les deux enseignantes tirent parti de l'ingénierie pour tisser des relations entre différents domaines mathématiques. Pascale construit les objets « nombre » et « addition / soustraction » en parallèle de façon à étendre les connaissances des élèves sur la suite des nombres. Elle mobilise pour ce faire les domaines « Nombres » et « Opérations » et utilise de nombreuses ressources autres que celles de l'ingénierie. Ce faisant, elle rend possible l'accès aux problèmes posés dans l'ingénierie didactique. Valentine articule de manière plus importante l'ingénierie aux autres domaines mathématiques. Elle re-situe l'ingénierie en la fondant dans sa progression annuelle en mathématiques (Couderette et al., 2014), dépassant ainsi les préconisations institutionnelles françaises.

Cette généralité observée n'est pas seulement influencée par les pré-construits institutionnels, mais aussi par l'expérience des enseignantes : dans les deux cas, les deux enseignantes s'autonomisent des textes.

1.2 L'importance du débat pour argumenter la justesse d'une procédure

Pascale et Valentine ont stabilisé un usage professionnel de gestion des élèves selon une alternance de moments collectifs et individuels. Ces façons de faire sont fortement adossées à une approche socioconstructiviste et/ou à la doxa pédagogique des deux pays. Elles n'ont donc pas trouvé de difficultés à s'inscrire dans la perspective de l'ingénierie qui, de prime abord, a pu leur apparaître en continuité avec leur façon de faire. Ainsi l'alternance de modalités qu'induit l'ingénierie didactique ne modifie pas leur organisation habituelle qui consiste à faire verbaliser, à instaurer des débats entre les élèves pour faire émerger des savoirs.

1.3 Une mécompréhension de la logique épistémique de l'ingénierie didactique

Les deux enseignantes ne perçoivent pas le basculement de l'enjeu « donner sens à la notion de différence » vers l'enjeu « donner sens à un algorithme opératoire de la soustraction ». Toutes deux lisent l'ingénierie didactique selon une approche « résolution de problèmes » où l'enjeu est la reconnaissance de problèmes soustractifs et le développement de différentes stratégies de résolution. La visée d'élucidation des erreurs de nature algorithmique n'est perçue que par Pascale, principalement pour mettre en exergue la non commutativité de la soustraction (cf. figure 5 ci-contre)

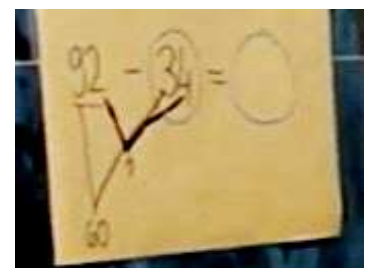


Figure 5

Le pari, objet didactique de l'étape 2, n'est reconnu ni par Pascale ni par Valentine. Toutes deux ne le perçoivent pas comme un apprêt didactique pour préparer, faire émerger la preuve d'un résultat. Il reste, pour toutes les deux, un objet motivationnel, voire une incongruité pour Pascale, alors qu'il est une

variable didactique de commande de la situation, cruciale dans la construction de la preuve. Il s'ensuit que les élèves de Pascale ne passent pas de la vérification empirique à la vérification intellectuelle et que cette dernière, chez Valentine, relève d'une procédure automatisée, non construite par les élèves et de ce fait, probablement dénuée de sens.

1.4 Le maintien de la relation didactique par une pratique ostensive

Nous avons remarqué au fil des analyses une récurrence de monstrations, d'effets Topaze, d'ostensions déguisées (Salin 2002) relevant, selon nous, de la manière de faire de ces deux enseignantes, probablement portées par une certaine assurance liée à leur ancienneté. Les deux enseignantes produisent des affiches « montrant comment faire », leur permettant ainsi de garder le contrôle sur la construction du savoir, s'appuient sur du matériel de numération et font régulièrement appel à des élèves chronogènes (Sensevy, 1998) pour peser sur l'avancée du savoir.

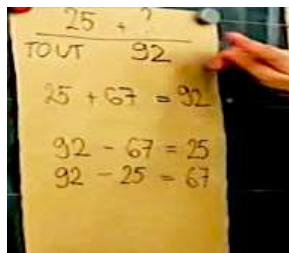


Figure 6

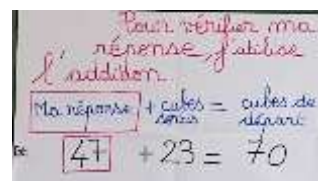


Figure 7

Ces usages professionnels rendent possible le maintien de la relation didactique mais parfois au prix de l'évanouissement du savoir (par exemple, celui relatif à la construction de la preuve ou celui relatif à la construction d'un algorithme opératoire).

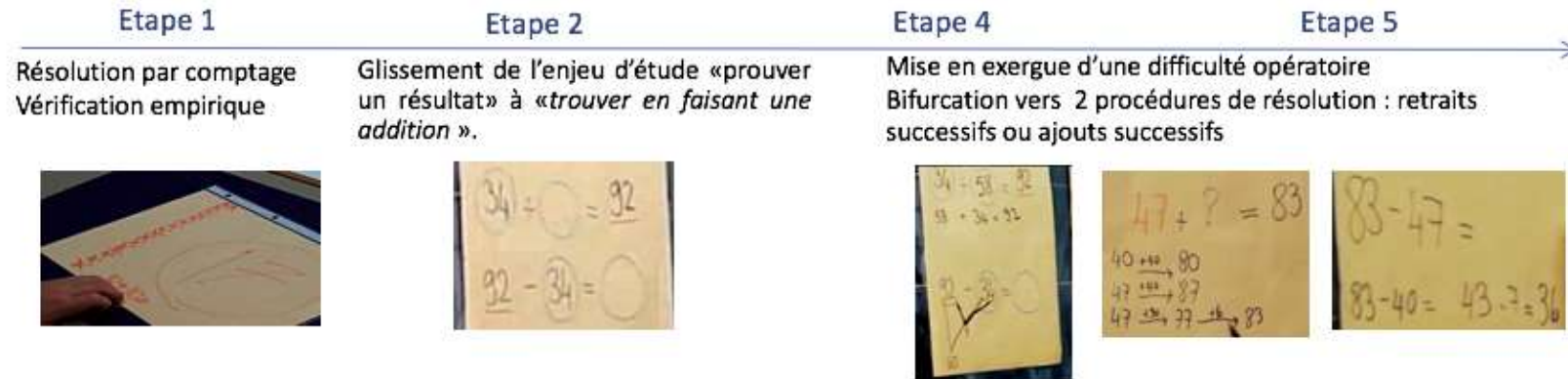
2 Spécificités dans les mises en œuvre

2.1 Au regard des dimensions épistémiques de l'ingénierie didactique

Lors de la première l'étape, les enseignantes sont toutes deux dans le fil de l'ingénierie didactique : les élèves résolvent selon leurs propres procédures. Principalement par comptage chez Pascale, en utilisant la numération décimale chez Valentine. Les élèves vérifient en simulant les situations proposées avec une boîte et des cubes.

Dès l'étape 2, les mises en œuvre diffèrent. La figure 8 met en regard les mises en œuvre sur les deux sites.

Site genevois (Pascale)



Site toulousain (Valentine)

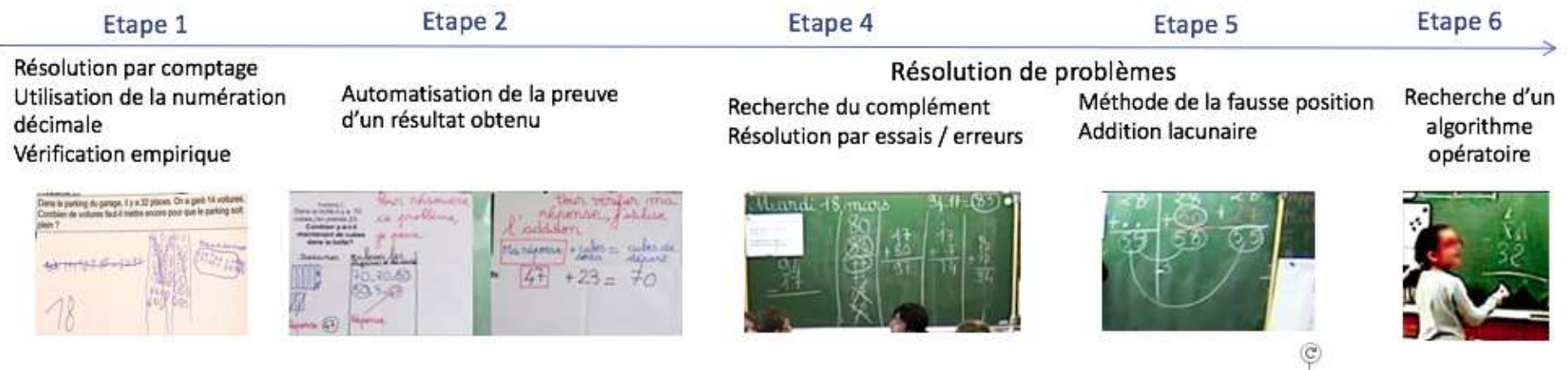


Figure 8 : mise en regard des mises en œuvre sur les deux sites

Sur le site genevois, nous observons une bifurcation à l'étape 2 : l'enjeu glisse de « prouver un résultat en faisant une addition » à « trouver le résultat en faisant une addition », pour s'orienter ensuite vers l'apprentissage en parallèle de deux procédures de résolution, l'une par ajouts successifs l'autre par retraits successifs. Cette bifurcation montre en réalité une enseignante privilégiant des procédures de résolution qui ne la mettent en contradiction avec le plan d'étude romand. Les documents d'accompagnement du plan d'étude indiquent que « le champ de l'addition englobe les deux opérations réciproques : l'addition ($a+b = c$) et la soustraction ($c-a=b$ ou $c-b=a$). On ne trouvera donc pas de module sur la « soustraction », celle-ci étant intégrée aux activités sur « l'addition », envisagée dans l'acceptation large du terme » (Moyen COROME, p. 181). Pour autant, Pascale se rapproche d'une des visées de l'ingénierie en profitant des écritures additives pour montrer la non commutativité de la soustraction et de ce fait pour justifier l'apprentissage d'un nouveau savoir.

Sur le site toulousain, Valentine n'a pas perçu l'adidacticité du pari, en tant qu'apprêt destiné à faire émerger l'addition comme moyen de preuve d'un résultat. Aussi, celui-ci est automatisé prématurément à l'étape 2, automatisation soutenue par des introductions mésogénétiques ainsi que par une position en surplomb. Elle poursuit ensuite dans le droit fil des étapes 4 et 5 de l'ingénierie en faisant émerger plusieurs techniques de résolution : technique par essais successifs, méthode de la fausse position, addition lacunaire et algorithme de la soustraction par cassage. Si la preuve par addition est bien utilisée comme moyen de validation d'une réponse, son potentiel d'élucidation de certaines erreurs typiques de procédures opératoires est ignoré. Seul l'aspect « stratégie de résolution » domine.

2.2 Spécificités à propos de la topogénèse

Du point de vue des descripteurs de l'action conjointe, le topos des enseignantes dans chacun des sites évolue en sens contraire.

Si Pascale tient une position topogénétique basse en début d'ingénierie, en laissant les élèves s'engager dans la résolution des problèmes, elle évolue graduellement vers une position haute, guidant les élèves de manière très serrée vers les deux procédures de résolution (ajouts ou retraits successifs).

A l'inverse, Valentine endosse une position en surplomb durant les deux premières étapes afin de poser dans le milieu didactique la preuve d'un résultat. L'addition en tant que moyen de preuve étant posé, elle peut alors se replier sur une position plus basse, et laisser les élèves prendre en charge les résolutions de problèmes ou l'analyse des procédures proposées. Ce qui en fait correspond à sa manière habituelle de faire et qui répond aussi aux préconisations institutionnelles : « La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique, [...] est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages, [...] fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations » (BOEN HS n° 3, p. 15, 33 et 38).

IV - CONCLUSION

Nous avons rendu compte dans cette communication de la manière dont deux enseignantes expérimentées ont mis en œuvre une ingénierie didactique élaborée dans les années 80 au COREM (Centre d'observation et de recherches sur l'enseignement des mathématiques et des Ecoles Michelet de Talence). Chacune des enseignantes a procédé à sa manière. Pascale est restée dans un premier temps conforme aux objectifs de l'ingénierie didactique de la soustraction en laissant les élèves résoudre les problèmes mathématiques qui leur étaient proposés. Confrontés à ceux où il leur était demandé de calculer un reste, un écart ou un complément, les élèves ont pu construire plusieurs sens de la soustraction. Cependant à l'étape 2, la preuve n'émerge pas, ce qui ne permet pas aux élèves de construire une stratégie de résolution par essai / erreur. Pascale bifurque rapidement vers un autre enjeu, celui centré sur la résolution par retraits ou ajouts successifs, éludant ainsi les autres techniques proposées par l'ingénierie.

Valentine est restée proche des enjeux de l'ingénierie, dans la mesure où les élèves ont pu faire émerger les différents sens de la soustraction mais aussi donner du sens à différentes techniques de calcul

numérique. Elle réussit, certes par automatisation, à faire émerger l'addition comme moyen de valider un résultat. Néanmoins, celle-ci n'a jamais été utilisée pour élucider les erreurs de nature algorithmique produites par les élèves et par conséquent n'a pas participé à la construction mathématique d'un algorithme.

Dans les deux cas, il ressort que ce sont des difficultés de compréhension des soubassements épistémiques de l'ingénierie didactique plus que les contraintes institutionnelles qui restreignent la construction du sens de l'opération, mécompréhension qui se révèle lors des deux moments cruciaux de l'ingénierie « l'addition comme moyen de preuve » et « la stratégie des essais ». Ce constat pose la question de la reprise d'ingénierie et des conditions nécessaires en termes de formation didactique des enseignants tant sur le plan mathématique que sur le plan didactique.

V - BIBLIOGRAPHIE

Amade-Escot, C. (2013). L'épistémologie pratique des professeurs et les recherches sur l'intervention. Perspectives pour de futurs dialogues. In B. Carnel & J. Moniotte. *Intervention, Recherche et Formation : Quels enjeux, quelles transformations ?*, 37-58 in *Actes de la Biennale ARIS*. Amiens : Université de Picardie et ARIS.

Berté, A. (1996). *Soustraction à l'école élémentaire*. Document rédigé à partir des préparations des professeurs et des chercheurs et des observations faites dans l'école.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115

Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage

Brown, J. S. & Van Lehn, K. (1980). Repair Theory : A Generative Theory of Bugs in Procedural Skills. *Cognitive Science*, 4(4), 117-135.

Brown, J. S. & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive science*, 2(2), 155-192

Carpenter, T. P. & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for research in Mathematics Education*, 15, 179-202, NCTM

Chevallard, Y. (1991). *La transposition didactique, du savoir savant au savoir enseigné*. Edition augmentée. Grenoble: La Pensée Sauvage

Couderette M. (2018). *Enquête comparatiste sur la mise en œuvre d'une ingénierie didactique pour l'enseignement de la soustraction au premier cycle du primaire dans plusieurs systèmes didactiques : études de cas en Suisse et en France*, Doctoral dissertation, Université Toulouse le Mirail-Toulouse II

Couderette, M., Marrou, V., Constant, C., & Ichès, A. (2014). Recherche collaborative : questions d'intégration d'une ingénierie didactique broussaldienne aux pratiques enseignantes. In *Actes du 41^{ème} colloque COPIRELEM*, IREM Bordeaux

Daina, A. (2013). *Utilisation des ressources : de la préparation d'une séquence à sa réalisation dans la classe de mathématiques / cinq études de cas sur la notion d'aire dans l'enseignement primaire genevois*. Thèse de Doctorat : Université de Genève.

Ginzburg, C. (2001). *A distance*. Paris : Gallimard.

Mercier, A., Schubauer-Leoni, M.-L., Sensevy, G. (2002). Vers une didactique comparée. In A. Mercier, M.-L. Schubauer-Leoni, & G. Sensevy (Eds.) *Vers une didactique comparée*. *Revue Française de Pédagogie* 141, 5-16.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2008). *Programmes d'enseignement de l'école primaire*. Consulté à l'adresse <ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2008/hs3/hs3.pdf>

Resnick, L. B. (1982). Syntax and semantics in subtraction. In T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds). *Addition and Subtraction : a cognitive perspective*, 136-155. Hillsdale, New Jersey : Erlbaum Associates

Salin, M.-H. (2002), Les pratiques ostensives dans l'enseignement des mathématiques comme objet d'analyse du travail du professeur. In P. Venturini et alii, Ed., *Etude des pratiques effectives: l'approche des didactiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage

Schubauer-Leoni, M.L. & Leutenegger, F. (2002). Expliquer et comprendre dans une approche clinique/expérimentale du didactique ordinaire. Dans : Madelon Saada-Robert éd., *Expliquer et comprendre en sciences de l'éducation*, 227-251. Louvain-la-Neuve, Belgique: De Boeck Supérieur. doi:10.3917/dbu.saada.2002.01.0227.

Schubauer-Leoni, M.L. & Leutenegger, F. (2005). Une relecture des phénomènes transpositifs à la lumière de la didactique comparée. *Revue suisse des sciences de l'éducation*, **27**, 2005/3, 407-429. Fribourg : SSRE

Schubauer-Leoni, M.L. (1998). Les sciences didactiques parmi les sciences de l'éducation : L'étude du projet scientifique de la didactique des mathématiques. In R. Hofstetter & B. Schneuwly (Eds.), *Le pari des sciences de l'éducation*, 329-352. Bruxelles : De Boeck. Coll. Raisons Éducatives.

Sensevy, G. (1998). *Institutions didactiques. Etude et autonomie à l'école élémentaire*. Paris : PUF

Sensevy, G. (2007). Des catégories pour décrire et comprendre l'action didactique. In G. Sensevy & A. Mercier, (Eds.), *Agir ensemble. L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*, 13-49. Presses Universitaires de Rennes.