COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.

Concours de recrutement
des Professeurs des Écoles

Mathématiques

Préparation 2024

Épreuve écrite de mathématiques : les sujets du concours 2023 avec corrigés détaillés et compléments de formation + concours interne exceptionnel

+

Épreuve orale de mathématiques : des pistes pour se préparer efficacement

Ces annales ont été rédigées par :

Agnès BATTON (INSPÉ de l'Académie de Versailles)
Anne BILGOT (INSPÉ de l'Académie de Paris)
Christophe BILLY (INSPÉ de Toulouse Occitanie-Pyrénées)
Richard CABASSUT (INSPÉ de l'Académie de Strasbourg)
Valentina CELI (INSPÉ de l'Académie de Bordeaux)
Pierre DANOS (INSPÉ de Toulouse Occitanie-Pyrénées)
Nicolas DE KOCKER (INSPÉ de Lorraine)
Sylvie GRAU (INSPÉ de l'Académie de Nantes)
Isabelle LAURENÇOT SORGIUS (INSPÉ de l'Académie de Grenoble)
Christine MANGIANTE (INSPÉ de l'Académie de Lille – Hauts-de-France)
Frédéric METIN (INSPÉ de Bourgogne)
Chantal MOUSSSY (INSPÉ de l'Académie de Créteil)
Edith PETITFOUR (INSPÉ de Normandie Rouen - Le Havre)
Arnaud SIMARD (INSPÉ de Franche-Comté)
Frédérick TEMPIER (INSPÉ de l'Académie de Versailles)
Catherine THOMAS (INSPÉ de l'Académie de Strasbourg)
Gwenaëlle VAY (INSPÉ de l'Académie de Nantes)
Claire WINDER (INSPÉ d'Aix-Marseille)
Hélène ZUCCHETTA (INSPÉ de l'Académie de Lyon)

Chaque sujet a été pris en charge par plusieurs correcteurs.

La relecture finale du document a été effectuée par :

Pierre EYSSERIC (INSPÉ d'Aix-Marseille)
Michel JAFFROT (formateur retraité de l'Académie de Nantes)

Coordination de l'ensemble :

Pierre EYSSERIC (INSPÉ d'Aix-Marseille)

REMERCIEMENTS

Ces annales ont pu être menées à bien grâce aux contributions de personnes, associations et institutions :

- **Nos collègues formateurs en mathématiques** qui nous ont transmis des sujets de concours blancs et d'examens proposés dans leurs INSPÉ.

- **L'ARPEME** (Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole).
  Cette association a pour but de favoriser le développement de la réflexion sur l'enseignement des mathématiques à l'école et sur la formation des professeurs à l'enseignement des mathématiques :
  - en aidant à la communication d'expériences, à la diffusion de documents de formation et de recherche sur l'enseignement des mathématiques ;
  - en apportant un soutien à l'organisation de colloques et séminaires de réflexion rassemblant les formateurs intervenant à divers titres dans la formation en mathématiques des professeurs ;
  - en prenant en charge l'élaboration, l'impression et la diffusion de tous documents utiles pour les formateurs en mathématiques des professeurs des écoles : documents pédagogiques écrits et audiovisuels, actes des colloques, comptes-rendus de séminaires.

- **La COPIRELEM** (Commission permanente des **IREM** pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire) et le réseau des **IREM.**

SOMMAIRE

LES SUJETS ET LEURS CORRIGÉS

PARTIE MATHÉMATIQUE DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS INTERNE EXCEPTIONNEL

EXERCICES PROPOSÉS PAR LA COPIRELEM OU ÉLABORÉS À PARTIR DE SUJETS PROPOSÉS DANS LES INSPÉ

CRPE 2023 – SYNTHÈSE SUR LES SUJETS DE MATHEMATIQUES (épreuve écrite)

Nombres d'exercices et de questions

Le nombre d'exercices varie entre 5 et 7, le nombre total de questions est de 35 ou 41. Un exercice comporte au moins 3 et au plus 12 questions.

Sujet	Ex 1	Ex 2	Ex 3	Ex 4	Ex 5	Ex 6	Ex 7	Total
1	3 questions	3 questions	6 questions	2 parties 9 questions 3 questions	5 questions	6 questions		6 exercices 35 questions
2	12 questions	5 questions	11 questions	6 questions	3 questions	4 questions		6 exercices 41 questions
3	7 questions	11 questions	6 questions	7 questions	10 questions			5 exercices 41 questions
4	4 parties 5 questions 6 questions	4 questions	6 questions	3 questions	7 questions	8 questions	2 questions	7 exercices 41 questions

Contenus mathématiques des sujets

	Sujet 1	Sujet 2	Sujet 3	Sujet 4
Géométrie plane	Théorème de Pythagore (direct et réciproque) Scratch dans le domaine géométrique (triangle, hexagone)	Théorème de Pythagore Quadrilatères particuliers	Scratch dans le domaine géométrique (quadrilatères, pentagone, déterminer un angle) Théorème de Pythagore (contraposée)	Réciproque du théorème de Pythagore, scratch dans le domaine géométrique (carré, hexagone, transformation géométrique)
Géométrie dans espace				Aire d'une section plane rectangulaire
Numération Opérations	Division	Scratch dans le domaine numérique Nombres rationnels Algorithme de calcul multiplicatif	Nombres rationnels	Numération (décomposition canonique d'un nombre à deux chiffres)
Arithmétique			Multiple Critères de divisibilité par 3, par 7	
Équations Inéquations Mise en équations			Équations	Résolution algébrique d'un système linéaire de deux équations à deux inconnues
Combinatoire et dénombrement Probabilités Statistiques	Probabilités	Statistiques (moyenne, étendue, médiane, quartile) Probabilités	Probabilités	Probabilités statistiques (moyenne, médiane)
Algorithmique et programmation	Scratch dans le domaine géométrique : déterminer le résultat d'étapes d'un script et modifier un script	Scratch dans le domaine numérique et algorithme en langage naturel	Scratch dans le domaine géométrique : compléter un algorithme	Scratch dans le domaine géométrique : déterminer le résultat d'un script et modifier un script
Grandeurs et mesures	Calculs de longueurs Calcul d'aires (rectangle, triangle) Calcul de périmètre (triangle) Calcul de masses Calcul de volumes (cylindre)	Calcul de longueur (demi-cercle) Températures	Calcul de périmètre (polygone) Calcul d'aires	Calcul de durée, calcul de longueurs, aire d'une section plane
Proportionnalité Pourcentage Vitesses Échelles Conversions	Vitesses Échelles Proportionnalité Pourcentage	Échelles Vitesses Conversions (m/s vers km/h) Pourcentage	Proportionnalité Vitesses Pourcentage	Proportionnalité Pourcentage
Fonctions Graphiques			Interprétation d'un graphique Fonction affine	Fonction, lecture de graphique
Tableur	Fournir une formule Interpréter une formule	Interpréter des données, déterminer une formule	Fournir une formule Interpréter une formule	Fournir une formule
Autre	Calcul algébrique avec les fractions Calcul avec des fractions, fractions irréductibles	Calculs algébriques		Calculs algébriques

QUELQUES PISTES POUR PRÉPARER L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES

LES ÉPREUVES DU CRPE EN 2024

Nous reproduisons ici les principaux textes en vigueur relatifs à l'épreuve de mathématiques des concours de recrutement de professeurs des écoles, tels que vous pouvez les retrouver sur le site ministériel à partir de la page https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid157967/programmes-crpe-session-2022.html.

CONCOURS CONCERNÉS

- Concours externe de recrutement de professeurs des écoles.
- Concours externe spécial de recrutement de professeurs des écoles.
- Troisième concours de recrutement de professeurs des écoles.
- Second concours interne de recrutement de professeurs des écoles.
- Second concours interne spécial de recrutement de professeurs des écoles.

DÉFINITION DES ÉPREUVES DE MATHÉMATIQUES

« Le cadre de référence des épreuves des concours externes, troisièmes concours et seconds concours internes de recrutement de professeurs des écoles **est celui des programmes de l'école primaire**. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Il est attendu du candidat qu'il maîtrise finement et avec du recul l'ensemble des connaissances, compétences et démarches intellectuelles du socle commun de connaissances, compétences et culture, et les programmes des cycles 1 à 4.
Des connaissances et compétences en didactique du français et des mathématiques ainsi que des autres disciplines pour enseigner au niveau primaire sont nécessaires. »

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques.

« L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.
L'épreuve est notée sur 20. Une note globale égale ou inférieure à 5 est éliminatoire.
Durée : trois heures ; coefficient 1.
Les épreuves écrites prennent appui sur le programme publié ci-dessous. »

Programme de l'épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

« Le programme de l'épreuve est constitué :

- du programme en vigueur de mathématiques du cycle 4
- de la partie "Nombres et calculs" du programme de mathématiques de seconde générale et technologique (BOEN spécial n° 1 du 22 janvier 2019).

Les notions traitées dans ces programmes doivent pouvoir être abordées avec le recul nécessaire à l'enseignement des mathématiques aux cycles 1, 2 et 3. »

Épreuve de leçon

« L'épreuve porte successivement sur le français et les mathématiques. Elle a pour objet la conception et l'animation d'une séance d'enseignement à l'école primaire dans chacune de ces matières, permettant d'apprécier la maîtrise disciplinaire et la maîtrise des compétences pédagogiques du candidat.
Le jury soumet au candidat deux sujets de leçon, l'un dans l'un des domaines de l'enseignement du français, l'autre dans celui des mathématiques, chacun explicitement situé dans l'année scolaire et dans le cursus de l'élève.
Afin de construire le déroulé de ces séances d'enseignement, le candidat dispose en appui de chaque sujet d'un dossier fourni par le jury et comportant au plus quatre documents de nature variée : supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes…
Le candidat présente successivement au jury les composantes pédagogiques et didactiques de chaque leçon et de son déroulement. Chaque exposé est suivi d'un entretien avec le jury lui permettant de faire préciser ou d'approfondir les points qu'il juge utiles, tant sur les connaissances disciplinaires que didactiques.
Durée de préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : une heure (français : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première

partie ; mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie).
Coefficient 4.
L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire. »

MATÉRIEL AUTORISÉ LORS DE L' ÉPREUVE ÉCRITE

« Pour les concours enseignants, **la réglementation sera modifiée à partir de la session 2022** afin de s'aligner sur la note de service n°2015-056 du 13 mars 2015. Les candidats devront alors disposer d'une calculatrice avec mode examen qui sera activé le jour des épreuves ou d'une calculatrice dépourvue de mémoire. »
https://www.devenirenseignant.gouv.fr/cid148885/utilisation-calculatrice.html

CONCOURS INTERNE EXCEPTIONNEL

Le concours comporte une épreuve d'admissibilité et une épreuve d'admission. Le cadre de référence des épreuves est celui des programmes de l'école primaire. Les connaissances attendues des candidats sont celles que nécessite un enseignement maîtrisé de ces programmes. Le jury tient compte dans la notation des épreuves de la maîtrise de l'expression, écrite et orale, de la langue française (vocabulaire, grammaire, conjugaison, ponctuation, orthographe).

Épreuve d'admissibilité

Durée de l'épreuve : 3 heures Coefficient 2
L'épreuve vise à apprécier les aptitudes pédagogiques et didactiques du candidat et prend la forme de mises en situation professionnelle. Elle prend appui sur des documents de nature variée (supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes...) qui portent sur tout ou partie des disciplines enseignées à l'école primaire. Le candidat est invité à répondre à des questions touchant à des activités d'ordre pédagogique et didactique en lien avec ces documents : correction de productions d'élèves, proposition de corrigé, analyse d'erreurs-types et formulation des hypothèses sur leurs origines, élaboration d'une séance pédagogique de nature à permettre aux élèves d'appréhender et dépasser les difficultés observées, etc.

AVERTISSEMENT

Dans le corrigé des **exercices de mathématiques**, nous proposons souvent plusieurs méthodes de résolution pour une question. Certaines solutions sont plus longues que d'autres. Nous les donnons cependant pour que chacun puisse éventuellement reconnaître et valider la méthode qu'il a utilisée ou dans laquelle il s'est engagé sans peut-être savoir terminer.
Une méthode même longue donnera tous les points attribués à la question, du moment qu'elle a abouti au résultat demandé. Elle pénalise cependant le candidat car le temps passé à la rédiger n'est plus disponible pour traiter d'autres questions. Mais il est possible que le lecteur de ces annales la comprenne mieux qu'une méthode courte, même « élégante ». Le lecteur jugera donc par lui-même quelle(s) méthode(s) il lui convient de s'approprier.
Par ailleurs, ces différentes méthodes proposées constituent des compléments de formation aux mathématiques en jeu l'exercice du métier de professeur des écoles.

D'autre part, nous complétons la plupart des corrigés d'exercices avec des éléments liés à la didactique des mathématiques. Ces éléments ne sont pas attendus des candidats pour l'épreuve d'admissibilité mais ils contribueront aussi bien à la formation du futur professeur des écoles qu'à la préparation de la partie mathématique de la première épreuve orale d'admission au CRPE. Ils apparaissent sous la rubrique "Compléments de formation" et sont regroupés après l'ensemble des corrigés d'exercices.

Nous avons fait le choix cette année d'ajouter dans ces annales les sujets et corrigés des exercices de mathématiques de l'épreuve écrite du concours interne exceptionnel. Ces exercices permettront aux futurs candidats à ces concours internes de mieux se préparer. Mais ils pourront aussi être utiles aux candidats du concours externe dans leur préparation à l'épreuve orale. En effet ces exercices, sans difficulté particulière du point de vue des mathématiques, sont souvent reliés à des questions d'enseignement à l'école. Les corrigés de ces exercices, avec les compléments de formation que nous y insérons, pourront donc enrichir des présentations et analyses de leçons.

CONSEILS AUX CANDIDATS

La lisibilité, la correction et la rigueur des réponses sont, bien entendu, les critères principaux d'évaluation. Par ailleurs, une écriture difficilement lisible, la présence de « fautes » d'orthographe par trop grossières et fréquentes, les coquilles fâcheuses, le verbiage pompeux et vide, l'abus d'expressions hors de propos, finissent par avoir une incidence sur l'évaluation, et cela, quelle que soit la précision du barème de notation appliqué. Nous conseillons donc de relire la copie en tenant compte de tout cela.

LES ÉNONCÉS DES EXERCICES DE MATHÉMATIQUES

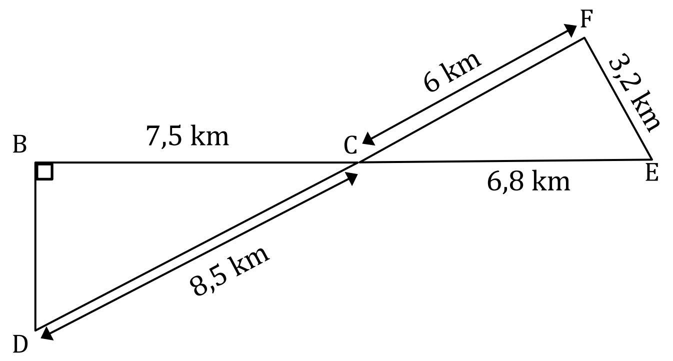
sujets concours 2023

SUJET DU GROUPEMENT 1 – avril 2023

Ce sujet est composé de six exercices indépendants.

EXERCICE 1

Un professeur des écoles organise avec sa classe de CM1 une randonnée à vélo. Le parcours BCEFCDB est représenté ci-dessous.



1) Montrer que l'angle $\widehat{CFE}$ est droit.
2) Déterminer la longueur totale du parcours.
3) Sachant que la vitesse moyenne du groupe est de 14 km/h, la classe fera-t-elle le parcours en moins de 2 h 45 min ? Justifier la réponse.

EXERCICE 2

1) Quatre personnes A, B, C, D se partagent une somme d'argent. On appelle a, b, c et d les montants respectivement reçus par A, B, C et D. On sait par ailleurs que :
   - a représente $\frac{1}{4}$ de la somme totale ;
   - b représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
   - C et D se partagent ce qui reste en prenant chacun le même montant.

   a) Déterminer la proportion que représente c par rapport à la somme totale.

   b) D reçoit 55 €. Déterminer les valeurs de a, b et c.

2) Quatre personnes E, F, G, H se partagent une somme d'argent s. On appelle e, f, g et h les montants respectivement reçus par E, F, G et H. On sait par ailleurs que :
   - E perçoit le triple de F ;
   - $g + h$ représente $\frac{1}{3}$ de la somme totale ;
   - $g = h$.

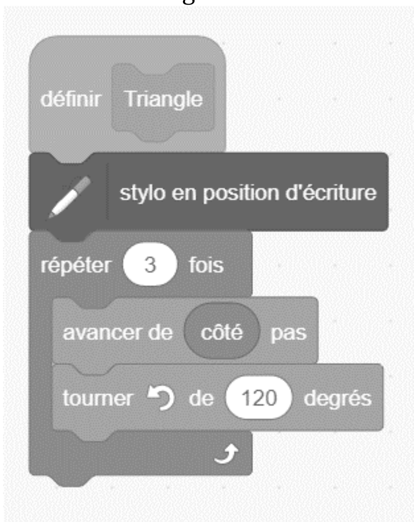
   Exprimer la part de chacun en fonction de s.

EXERCICE 3

On donne le programme ci-contre qui permet de tracer des triangles de tailles différentes. Ce programme comporte une variable nommée « côté ». Les longueurs sont données en pixels.

Script

Bloc triangle



On rappelle que l'instruction 

signifie que l'on se dirige vers la droite.

1) Répondre aux questions suivantes sans justifier.

   L'utilisateur clique sur le drapeau.

   a) Quelles sont les coordonnées du point de départ du tracé ?

   b) Combien de triangles sont dessinés par le script ?

   c) Quelle est la nature des triangles dessinés ?

   d) Quelle est la longueur (en pas) d'un côté du deuxième triangle tracé ?

2) Tracer le dessin obtenu par ce programme en prenant comme échelle 1 cm pour 20 pas.

3) Si au lieu de triangles on voulait obtenir des hexagones réguliers, que devrait-on changer dans les instructions du bloc triangle ?

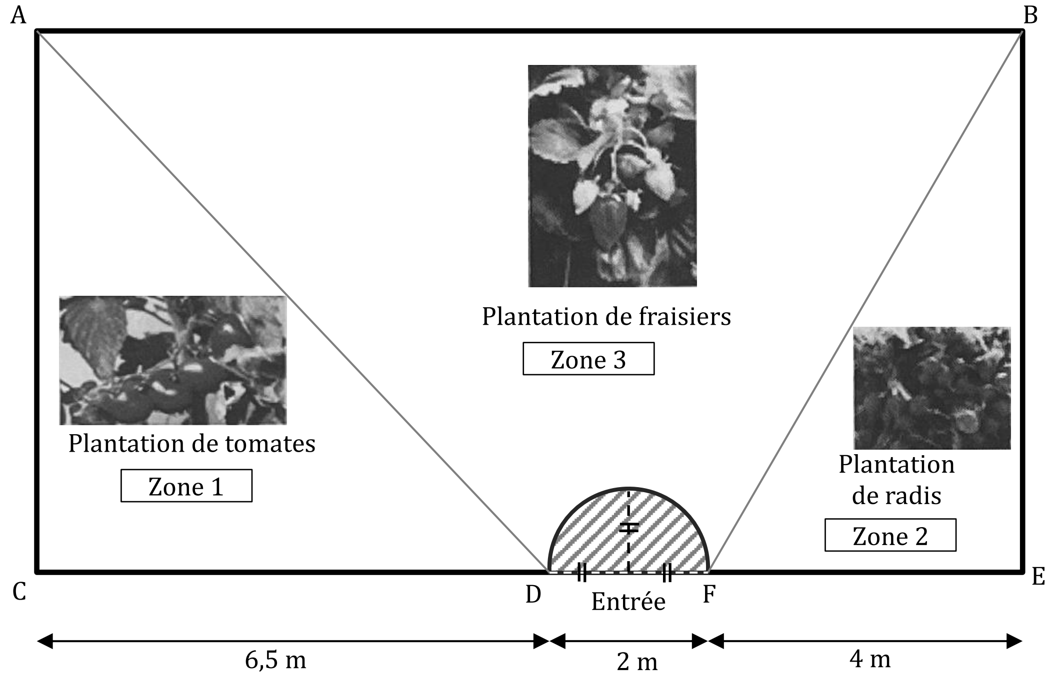
EXERCICE 4

Partie A

Dans une école, un jardin pédagogique est constitué d'un terrain rectangulaire ABEC dont l'aire est égale à 100 m^2.

Des enseignants de l'école décident de planter avec les élèves différentes cultures sur ce terrain : des fraisiers, des pieds de tomates et des radis.

La répartition dans le terrain est la suivante :



L'entrée est un demi-disque délimité par le demi-cercle de diamètre [DF] (zone hachurée sur la figure ci-dessus). Elle doit rester libre de toute plantation.

1) Justifier que la largeur du terrain correspondant au segment [CA] est égale à 8 m.
2) Tracer un plan du terrain avec les différentes zones à l'échelle 1 : 80.
3) Le directeur de l'école veut installer une bordure sur les trois côtés autour de la zone 1 où on plante des tomates.
   a) Montrer que AD = $\sqrt{106{,}25}$ m.
   b) Déterminer la longueur de la bordure qu'il doit acheter. On donnera le résultat en mètre, arrondi à l'unité.
   c) Les bordures sont vendues par rouleaux de 4 mètres. Déterminer le nombre de rouleaux nécessaire pour entourer la zone 1.
4) On veut déterminer l'aire de chacune des zones.
   a) Calculer l'aire de la zone 1, en mètre carré.
   b) Calculer l'aire de la zone 2, où on plante des radis, en mètre carré.
   c) En déduire l'aire de la zone 3, où on plante des fraisiers (sans la zone « Entrée » hachurée sur la figure), en mètre carré. Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième.
5) On s'intéresse à la culture des fraisiers.
   Sachant qu'on peut planter 6 pieds de fraisiers par m^2 et qu'un pied de fraisier produit en moyenne 650 grammes de fraises par année, quelle masse de fraises les élèves peuvent-ils espérer récolter ? On donnera le résultat en kilogramme, arrondi à l'unité.

Partie B

Fin juin, l'école décide de récolter des fraises pour faire de la confiture. Les élèves récoltent ainsi 25 kg de fraises.

1) La recette de confiture de fraise dit que la quantité de sucre nécessaire doit correspondre à 55 % de la masse totale avant cuisson. Quelle masse de sucre, arrondie au kilogramme, le directeur doit-il acheter pour respecter cette recette ?

2) Sachant que 3 kg de fraises permettent de réaliser 4,8 L de confiture, combien de litres de confiture peut-on réaliser ?

3) Il décide de conditionner cette confiture dans des pots cylindriques dont la base est un disque de diamètre 8,4 cm et dont la hauteur mesure 11 cm.

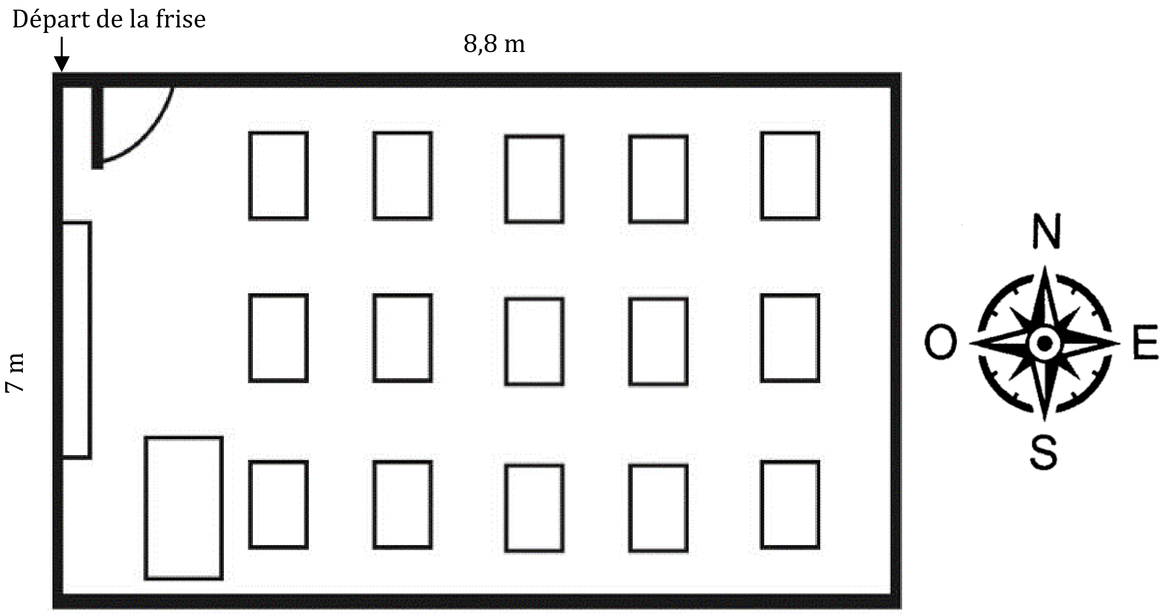
   Sachant que les pots ne peuvent être remplis qu'au 8/9 de leur capacité maximale, déterminer le nombre de pots de confiture qu'il devrait réaliser.

   On rappelle la formule suivante :

Volume d'un prisme ou d'un cylindre : V = B × h, *où B désigne l'aire de la base du prisme ou du cylindre et h sa hauteur.*

EXERCICE 5

Un enseignant souhaite décorer sa salle de classe avec une frise chronologique allant de la chute de l'Empire romain (476) à nos jours. Cette frise devra couvrir trois murs de la salle de classe rectangulaire en commençant par le coin nord-ouest et en tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. La frise passe au-dessus de la porte et s'étend ainsi sur les murs nord, est et sud.



1) Pour effectuer cette frise l'enseignant prévoit d'assembler bord à bord des feuilles de format A4 (21 × 29,7 cm) dans le sens de la longueur.
   Montrer qu'il faudra 83 feuilles pour réaliser la frise.

2) Par combien de centimètres est représentée une année sur cette frise chronologique ?
   Arrondir au millimètre près.

3) L'enseignant a répertorié dans une feuille de calcul automatisé des dates importantes qu'il aimerait faire figurer sur cette frise.

D2 =(C2/29,7)+1

	A	B	C	D	E
1		Année	Nombre de cm du début de la frise		
2	Fin de l'antiquité / Début du Moyen-Âge	476	0	1	
3	Fin du Moyen-Âge / Début de l'époque moderne	1492			
4	Fin de l'époque moderne / Début de l'époque contemporaine	1789			
5					
6					

a) Proposer une formule à valider dans la cellule C2, pouvant être étirée vers le bas afin de trouver tous les résultats de la colonne C.

b) Sachant que la formule validée dans la cellule D2 est « =ENT(C2/29,7) + 1 », déterminer à quoi correspondent les nombres de la colonne D au sein de la salle de classe.

On rappelle que « ENT(x) » renvoie la partie entière du nombre x.

4) Sur quel mur de la classe se trouvera l'événement « l'accostage de Christophe Colomb sur le continent américain », marquant la fin du Moyen-Âge, si on le positionne sur la frise ?

EXERCICE 6

Dans une école élémentaire de 150 élèves, 80 sont des filles. Le directeur veut mettre en place un « orchestre à l'école ». Il réalise une enquête auprès des familles de l'école afin de connaître les élèves qui pratiquent déjà un instrument de musique. À l'issue de l'enquête, il apparaît que 24 % des élèves sont musiciens. Parmi ces élèves, 16 sont des garçons.

1) Reproduire et compléter le tableau suivant.

	Nombre d'élèves musiciens	Nombre d'élèves non-musiciens	Total
Nombre de filles			
Nombre de garçons			
Total			150

2) Dans cette question, on écrira les résultats sous forme de fractions irréductibles. On interroge un élève au hasard.

a) Quelle est la probabilité pour que ce soit un garçon ?

b) Quelle est la probabilité que ce soit une fille musicienne ?

c) Quelle est la probabilité que ce soit un élève non-musicien ?

3) L'élève interrogé est un garçon. Quelle est la probabilité qu'il soit musicien ?

4) 30 % des filles musiciennes jouent d'un instrument à vent. Quel pourcentage cela représente-t-il par rapport à l'effectif total de l'école ?

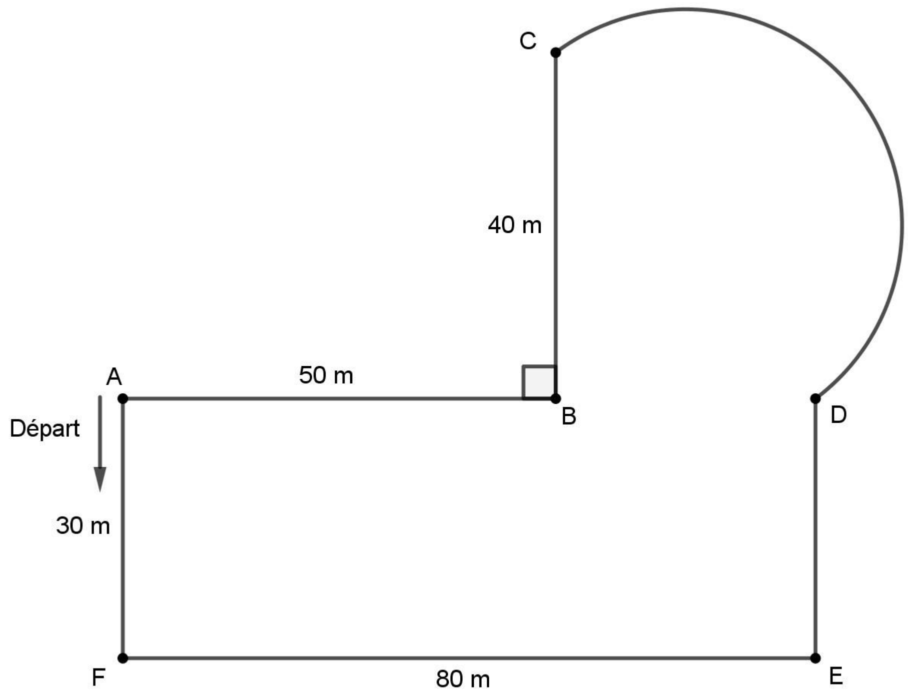
SUJET DU GROUPEMENT 2 – avril 2023

Ce sujet est composé de six exercices indépendants.

EXERCICE 1

Une directrice d'école primaire souhaite inscrire les élèves de l'école à une course solidaire d'action contre la faim afin de les sensibiliser à la sous-nutrition dans le monde.
Il s'agit pour chaque élève de faire le plus de tours possible d'un parcours prédéfini. Pour chaque tour effectué, l'élève récolte une somme d'argent fixe qui sera versée à l'association caritative.

La directrice décide de faire courir les élèves dans la cour de l'école, le long d'un parcours schématisé ci-dessous. Une partie du parcours est constituée d'un demi-cercle de diamètre [CD] et les longueurs sont données en mètre.



Les points A, B, et D sont alignés et le quadrilatère AFED est un rectangle. Les élèves partent du point A et se déplacent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.
On a :
$AB = 50$ m ; $BC = 40$ m ; $EF = 80$ m et $FA = 30$ m.

1) Calculer la longueur du segment [CD].
2) Montrer que la longueur du parcours, arrondie au mètre, est 309 m. On utilisera cette valeur dans la suite de l'exercice.
3) Construire un plan du parcours à l'échelle 1/800.
4) Killian a effectué un tour complet en 3 minutes.
   À quelle vitesse moyenne Killian a-t-il couru ? On donnera le résultat en mètre par seconde arrondi au centième, puis en kilomètre par heure, arrondi au dixième.
5) On suppose que Sophia court à une vitesse constante de 7 km/h.
   a) Combien de tours complets pourrait-elle effectuer à cette vitesse en 18 minutes ?
   b) On désigne par S le point du parcours où Sophia se trouve au bout de 18 minutes de course. Placer le point S sur le plan réalisé à la question 3).

6) L'école est composée de 325 élèves. Le tableau ci-dessous indique le nombre de tours complets effectués par les élèves.

Nombre de tours	2	3	4	5	6	7	8
Nombre d'élèves	52	52	78	65	39	26	13

a) Quel est le nombre moyen de tours complets effectués ?

b) Quelle est l'étendue de cette série statistique ?

c) Déterminer la médiane de cette série statistique.

d) Interpréter le résultat de la question c).

e) Déterminer le premier et le troisième quartile de cette série.

f) Quel pourcentage d'élèves a réussi à faire au moins 4 tours ?

EXERCICE 2

Un rectangle est défini dans le dictionnaire de la façon suivante :
« Un rectangle est un quadrilatère dont les quatre angles sont droits. »

1) Un quadrilatère qui possède deux angles droits est-il un rectangle ? Justifier.

2) Dans une classe de CE2, une enseignante demande à ses élèves de compléter la phrase suivante : « Un rectangle est un quadrilatère dont… ».

Voici deux réponses proposées :

Élève A :
« Un rectangle est un quadrilatère dont les côtés opposés sont de même longueur ».

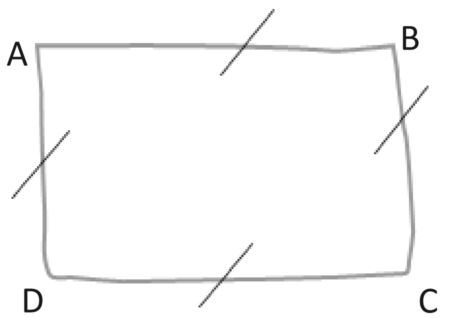
Élève B :
« Un rectangle est un quadrilatère dont les diagonales sont de même longueur ».

a) Préciser en quoi la réponse de l'élève A ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.

b) Préciser en quoi la réponse de l'élève B ne pourrait pas être admise comme définition mathématique du rectangle.

3) Quelle est la nature d'un rectangle dont les diagonales sont perpendiculaires ?

4) En s'appuyant sur le codage du quadrilatère ci-après dessiné à main levée, préciser la nature du quadrilatère en question en justifiant la réponse.



EXERCICE 3

Voici deux programmes de calcul :

Programme A	Programme B
	Choisir un nombre Prendre son double Ajouter 5 Calculer le carré du résultat Retourner le résultat trouvé

1) Montrer que si l'utilisateur saisit le nombre 2, alors le programme A retourne le nombre 54.

2) Calculer le résultat obtenu avec le programme A si le nombre saisi par l'utilisateur est 1,15.

3) Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le nombre 0 ?

4) a) Si l'utilisateur saisit le nombre 3, quel résultat le programme B retourne-t-il ?

   b) Si l'utilisateur saisit le nombre $\frac{3}{4}$, quel résultat le programme B retourne-t-il ?

5) On détermine les résultats suivants retournés par le programme B à l'aide d'une feuille de calcul automatisé.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2	25	49	81	121	169	225	289	361	441	
3										

   a) Quelle cellule du tableur permet de retrouver la réponse à la question 4)a) ci-dessus ?

   b) Quelle formule a pu être saisie dans la cellule A2 de la feuille de calcul automatisé afin de la copier-glisser sur la ligne 2 ?

6) a) Pour quel nombre de départ le programme B retourne-t-il le nombre zéro ?

   b) Ce nombre de départ est-il rationnel ? Justifier.

   c) Ce nombre de départ est-il décimal ? Justifier.

7) Pour quel(s) nombre(s) de départ le programme A retourne-t-il le même résultat que le programme B ?

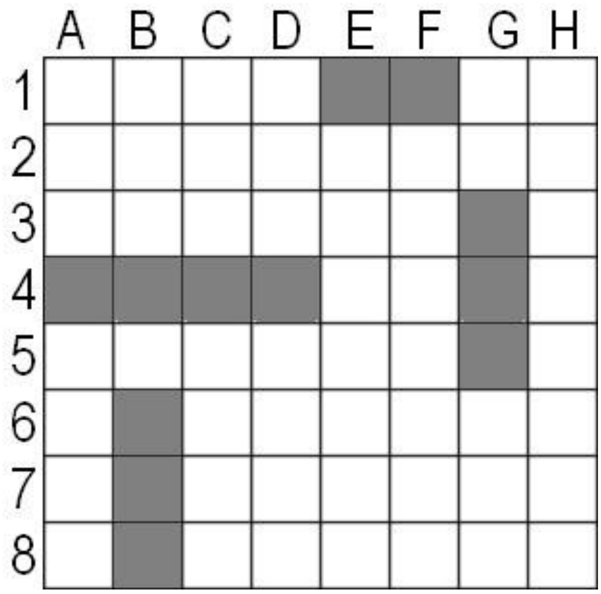
EXERCICE 4

Deux élèves de CM2, Jeanne et Teddy, jouent à la bataille navale. Il s'agit d'un jeu de société, appelé également « touché-coulé ».
Les deux joueurs doivent commencer par placer quatre navires horizontalement ou verticalement (sans chevauchement) sur leur grille de 8 lignes et 8 colonnes, tenue secrète : 1 navire de deux cases, 2 navires de trois cases et 1 navire de quatre cases.
Ils doivent ensuite tenter de faire « couler » les navires adverses en « touchant » toutes les cases de chaque navire de l'autre joueur. Pour cela, chacun, à son tour, énonce une case de la grille, sous le format « lettre-nombre », par exemple C2.
Lorsqu'un joueur énonce une case, son adversaire répond :

- « À l'eau ! », si la case énoncée est vide ;
- « Touché ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si les autres parties du navire n'ont pas encore toutes été touchées ;
- « Touché-coulé ! », si la case énoncée est occupée par un morceau de navire et si toutes les autres parties du navire ont déjà été touchées.

Le gagnant est le joueur qui fait « couler » chez son adversaire tous les navires (au sens de toucher toutes les cases de chacun d'eux) avant que les siens ne le soient.

Voici ci-dessous la grille de Teddy : les quatre bateaux sont schématisés par des rectangles gris.



On suppose qu'à chaque tir, Jeanne choisit au hasard et de manière équiprobable une case de la grille qu'elle n'a pas énoncée précédemment.

1) Au premier essai :

   a) Quelle est la probabilité que Jeanne touche un bateau ?

   b) Quelle est la probabilité que Jeanne ne touche aucun bateau ?

   c) Un des bateaux a une chance sur seize d'être touché. De combien de cases est-il composé ?

   d) Jeanne choisit une case de la colonne B. Quelle est la probabilité qu'elle touche un bateau ?

2) Au premier essai de la partie, Jeanne désigne la case « E1 ». Teddy annonce « Touché ! ». Jeanne souhaite couler le bateau touché et choisit une case adjacente à la case « E1 ».
   Quelle est la probabilité qu'elle coule le bateau au coup suivant ? Justifier.

3) Teddy annonce « À l'eau ! » pour les deux premiers essais de Jeanne.
   Quelle est la probabilité de toucher un bateau pour son troisième essai ?

EXERCICE 5

Pour choisir une unité de température, les physiciens se sont heurtés à l'absence de « température zéro » (le zéro absolu n'était pas connu à l'époque). Deux systèmes principaux ont été créés et restent utilisés : le degré Celsius (°C) et le degré Fahrenheit (°F).
Voici ci-dessous une formule permettant de passer de la mesure d'une température en degré Fahrenheit (notée F) vers la mesure de la même température en degré Celsius (notée C).

$$C = (F - 32) \times \frac{5}{9}$$

1) En utilisant cette formule, convertir 95°F en degré Celsius.
2) En utilisant cette formule, convertir 5°C en degré Fahrenheit.
3) Existe-t-il des températures pour lesquelles la mesure en degrés Celsius est égale à la mesure en degrés Fahrenheit ? Donner toutes les réponses possibles en justifiant.

EXERCICE 6

Un professeur des écoles d'une classe de CE1 présente à ses élèves une règle de calcul qui permet de déterminer avec ses dix doigts et ses dix orteils le produit de deux nombres entiers compris entre 5 et 10 en utilisant les résultats des tables appris précédemment. Il s'appuie sur l'exemple suivant :

> *Effectuons 6×7.*
> - *Avec le pied et la main gauches, on lève les 5 orteils et 1 doigt, représentant ainsi le 6.*
> - *Avec le pied et la main droites, on lève les 5 orteils et 2 doigts, représentant ainsi le 7.*
>
> *Pour le calcul on ne regarde que les mains et on procède de la manière suivante :*
> *La somme du nombre de doigts levés nous indique un nombre de dizaines, le produit des doigts baissés nous indique un nombre d'unités.*
> *Ici on a : $(1+2)$ dizaines et (4×3) unités, soit encore 3 dizaines* et *12 unités. On obtient donc le nombre 42.*

1) Appliquer cette règle pour calculer le produit 6×8.
2) On note g le nombre de doigts levés de la main gauche et d le nombre de doigts levés de la main droite.
   a) Que représentent dans ce contexte les nombres $(5 - g)$ et $(5 - d)$?
   b) Démontrer l'égalité : $(5 + g)(5 + d) = 10(g + d) + (5 - g)(5 - d)$.
   c) Conclure quant à la validité de la règle de calcul.

SUJET DU GROUPEMENT 3 – avril 2023

Ce sujet est composé de cinq exercices indépendants.

EXERCICE 1

1) L'entier 4 216 est-il un multiple de 17 ? Justifier.
2) Guillaume veut revoir sa leçon en prenant son petit déjeuner. Malheureusement, il a renversé son chocolat sur sa feuille. Le chiffre des unités et la justification de l'exemple du maître, sont illisibles...

   a) Rappeler le critère de divisibilité par 3.

   b) Donner toutes les valeurs possibles du chiffre des unités, caché par la tâche située à gauche.

3) On admet qu'un nombre entier *n* est divisible par 7 si et seulement si la différence entre son nombre de dizaines et le double de son chiffre des unités est un multiple 7, positif ou négatif.

   Par exemple, 294 est divisible par 7 car 29 – 4 × 2 = 21, et 21 est divisible par 7.

   a) En détaillant les étapes, vérifier que 413 est bien divisible par 7 en utilisant le critère indiqué ci-dessus.

   b) Le nombre 5 292 est-il divisible par 7 ? Répondre en appliquant, plusieurs fois si nécessaire, le critère précédent.

   c) Pour déterminer si 1 138 984 est divisible par 7, on utilise le critère précédent à l'aide d'un tableur. On rappelle que la fonction ENT renvoie la partie entière d'un nombre.

B1 | fx Σ = | =ENT(A1/10)

	A	B	C	D
1	1138984	113898	4	113890
2	113890	11389	0	11389
3	11389	1138	9	1120
4	1120	112	0	112
5	112	11	2	7

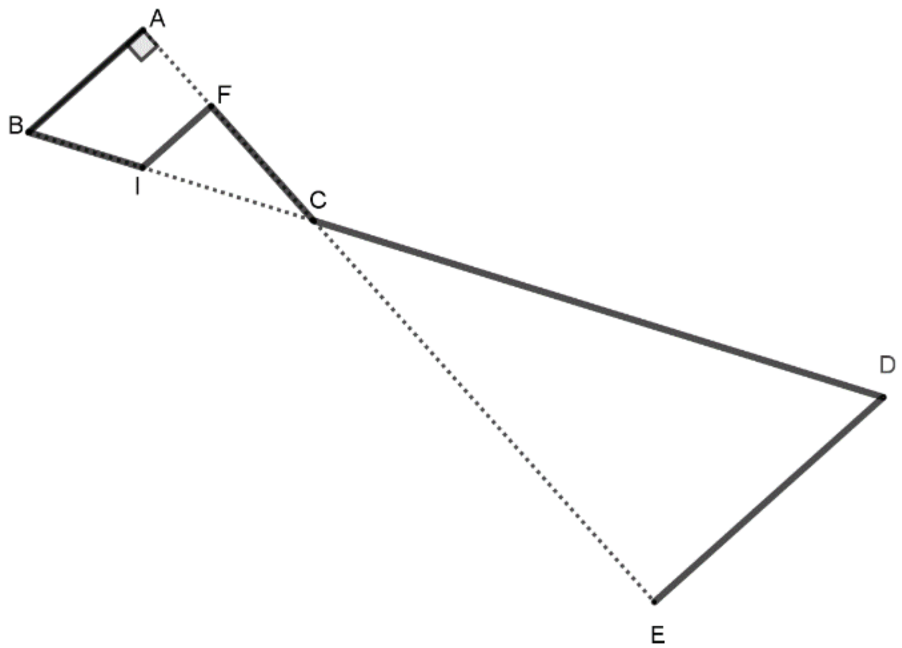
   Dans la cellule B1 on a saisi la formule : « = ENT(A1/10) ».

   Observer la feuille de calcul puis indiquer des formules ayant pu être saisies dans les cellules C1 et D1 qui, étirées vers le bas de la feuille de calcul, permettent d'obtenir directement la feuille de calcul ci-dessus.

   d) Le nombre 1 138 984 est-il divisible par 7 ?
   Justifier en interprétant les résultats fournis par la feuille de calcul.

EXERCICE 2

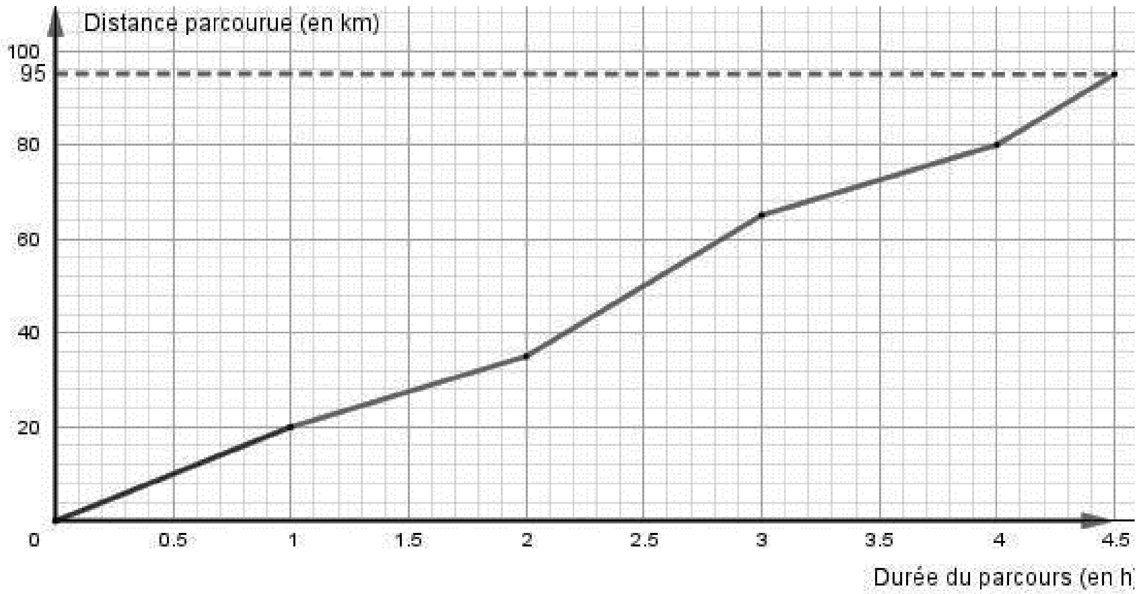
1) Nadia se prépare pour le cross organisé par son école dont le parcours, ABIFCDE, est représenté ci-dessous.



Les droites (AE) et (BD) se coupent en C.
F ∈ [AC] et I ∈ [BC].
Les droites (AB), (FI) et (DE) sont parallèles.
ABC est un triangle rectangle en A.
AB = 300 m ; AC = 400 m ; CD = 1250 m et IC = 350 m.

   a) Déterminer la longueur BC.
   b) Déterminer les longueurs IF et CF.
   c) Déterminer la longueur ED.
   d) Calculer la longueur du parcours ABIFCDE.

2) Quentin, un adolescent de 16 ans, fait du vélo. On a représenté ci-dessous la distance parcourue en fonction de la durée de parcours lors de sa dernière sortie.



a) La durée du parcours en heure est-elle proportionnelle à la distance parcourue en kilomètre ? Justifier.

Les réponses aux questions suivantes seront données avec la précision permise par le graphique.

b) Quelle distance a parcouru Quentin en 1 h ?

c) Déterminer la vitesse moyenne de Quentin durant la première heure, en mètre par seconde, avec un arrondi au centième.

d) Quelle distance a parcouru Quentin en 1 h 45 ?

e) Estimer la vitesse de Quentin durant la troisième heure de son parcours, en kilomètre par heure.

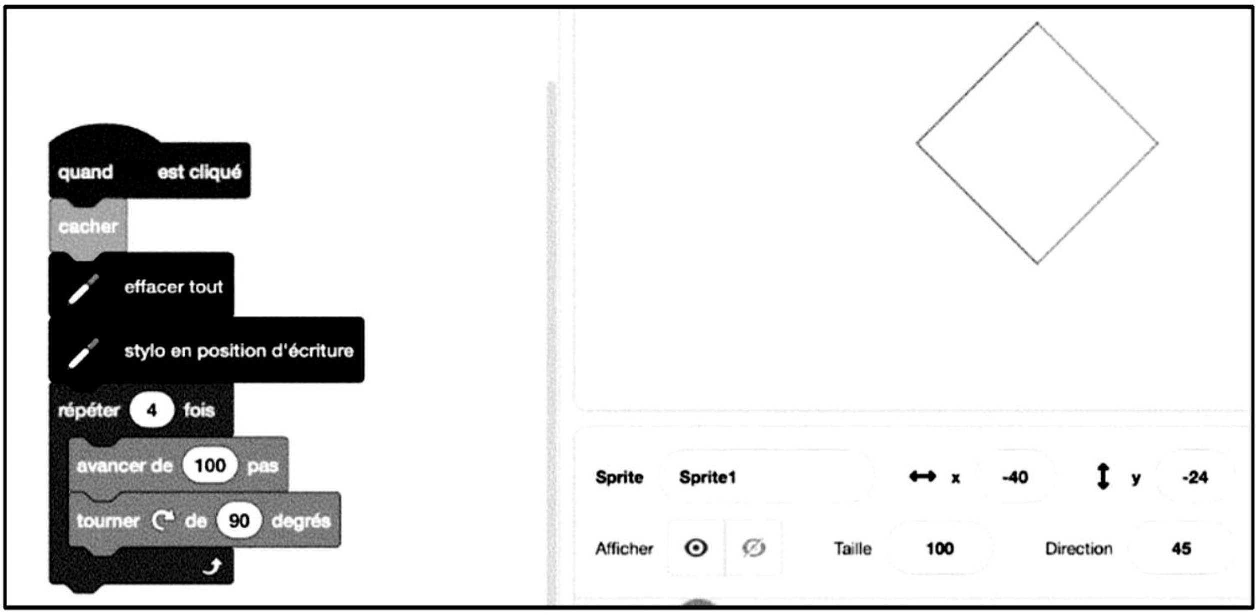
f) Peut-on affirmer que sa vitesse moyenne lors de la troisième heure est supérieure de plus de 40 % à sa vitesse moyenne lors de la première heure ? Justifier.

g) Quelle est la vitesse moyenne de Quentin lors de cette sortie, en kilomètre par heure, avec un arrondi au centième ?

EXERCICE 3

Un enseignant de CM2 souhaite créer avec ses élèves des décorations pour la salle de classe.

1) Un premier groupe fabriquera une guirlande constituée d'un motif proposé par l'enseignant dans le script ci-dessous.

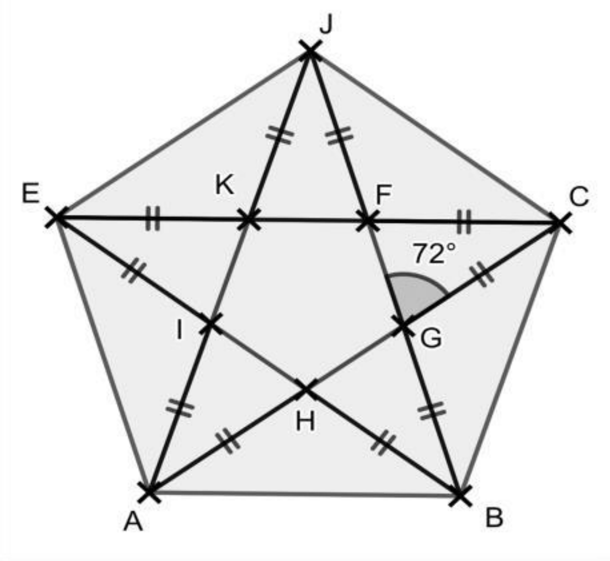


En voyant apparaître la figure,

- Pierre dit : « c'est un losange ».
- Ana dit : « ce n'est pas un rectangle ».
- Karim dit : « c'est un quadrilatère ».
- Lucie dit : « c'est un carré ».

En utilisant le script et les propriétés des quadrilatères, dire si chaque affirmation est vraie ou fausse en justifiant.

2) Un second groupe fabriquera des étoiles. L'enseignant leur a montré comment dessiner une étoile à cinq branches sur GeoGebra en utilisant un pentagone :



Pour pouvoir construire des pentagones avec la règle et le compas, il propose le programme de construction ci-dessous.

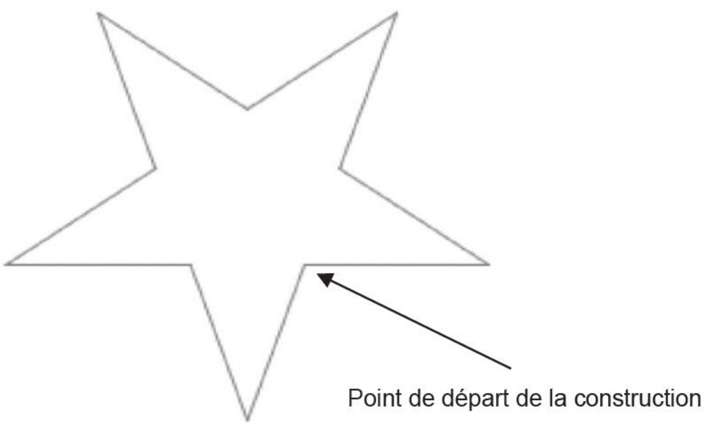
Tracer un segment [RS]. Placer le point O au milieu du segment [RS]. Tracer le cercle de diamètre [RS]. Soit L un point de ce cercle tel que (OL) $\perp$ (RS). Placer le point I au milieu du segment [OS]. Le cercle de centre I et de rayon IL coupe le segment [RO] en D. LD est la longueur des côtés du pentagone régulier inscrit dans le cercle de diamètre [RS], placer les 5 sommets du pentagone sur le cercle. Construire le pentagone.

La longueur des côtés du pentagone obtenu est proportionnelle à la longueur du segment [RS] choisi au départ. En choisissant un segment [RS] de longueur 4 cm, on obtient un pentagone dont les côtés mesurent $\sqrt{10-2\sqrt{5}}$ cm.

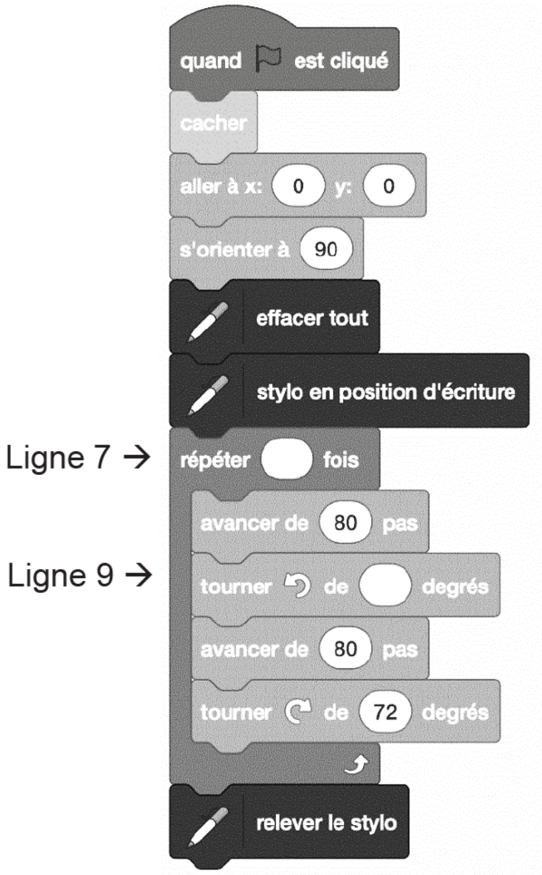
a) Montrer que pour obtenir un pentagone dont les côtés mesurent 7 cm, il faut commencer par construire un segment [RS] mesurant environ 11,9 cm.

b) En utilisant le programme de construction précédent, construire un pentagone régulier LMNPQ dont les côtés mesurent 7 cm.

Puis, il leur montre l'étoile à cinq branches ci-dessous, obtenue en utilisant le logiciel Scratch :



c) Recopier et compléter les lignes 7 et 9 du script utilisé pour construire l'étoile. *On rappelle que lorsque le lutin est orienté à 90° cela signifie qu'il va se déplacer vers la droite.*



d) Quel est le périmètre, en pas, de cette étoile ?

e) L'enseignant souhaite doubler le périmètre de son étoile. Recopier les quatre lignes à l'intérieur du bloc « répéter », ligne 8 à 11, en apportant les modifications nécessaires pour obtenir cette nouvelle étoile.

EXERCICE 4

Dans une classe de Grande Section, l'enseignant propose à ses élèves le jeu suivant dans lequel il s'agit d'être le premier à avoir exactement 15 jetons (source : *Découvrir les maths GS* - Éditions Hatier).
Chaque élève lance deux dés bien équilibrés, identiques, à 6 faces numérotées de 1 à 6. Il considère les deux nombres indiqués sur les faces supérieures de chacun des dés.
Lorsque les deux dés indiquent le même nombre, l'élève prend autant de jetons que l'indique l'un des deux dés. Sinon, il prend autant de jetons que le plus grand des deux nombres ou le double de jetons du plus petit.
Après avoir lancé les dés, un élève a la possibilité de passer son tour. Dans ce cas, il ne prend aucun jeton.

1) Un élève lance les deux dés ; il obtient un 3 et un 2. Combien de jetons peut-il prendre ? Donner tous les cas possibles.

2) Dresser la liste des tirages permettant d'obtenir 3 jetons.

3) Un élève lance les deux dés.

   a) Montrer que la probabilité de l'événement « les nombres obtenus sont un 3 et un 2 » est 118.

   b) Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des nombres obtenus est 3 » ?

   c) Quelle est la probabilité de l'événement « les nombres obtenus permettent de prendre 4 jetons » ?

4) Après un nouveau lancer des deux dés, un élève a pris 3 jetons.

Au lancer suivant, la probabilité qu'il prenne de nouveau 3 jetons augmente-t-elle, reste-t-elle identique ou diminue-t-elle par rapport à la probabilité d'avoir pris 3 jetons au tirage précédent ? Justifier.

5) En fin de partie, un élève possède 12 jetons. Lors de son lancer de dés, il obtient un 1 et un 4. Pourquoi est-il préférable pour lui de passer son tour ?

EXERCICE 5

Pour chaque affirmation, indiquer si elle est vraie ou fausse. Justifier.

Affirmation 1 :
« 257 est un nombre décimal. »

Affirmation 2 :
« $\frac{7}{3} - 8$ est un nombre rationnel. »

Affirmation 3 :
« La somme de trois nombres entiers consécutifs est toujours un multiple de 3. »

Affirmation 4 :
« L'équation $(x+1)(x-2) = (x-3)(x+4)$ admet un nombre entier comme solution. »

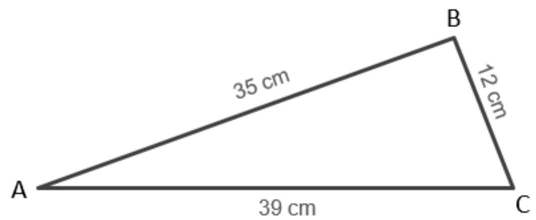
Affirmation 5 :
« Augmenter une quantité de 15 % puis de 10 % revient à l'augmenter de son quart. »

Affirmation 6 :
« Un quadrilatère ayant un angle droit est un rectangle. »

Affirmation 7 :
« Un triangle rectangle peut être équilatéral. »

Affirmation 8 :
« Par la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1$, l'antécédent de 4 est -11. »

Affirmation 9 :
« Le triangle ABC, schématisé ci-dessous, est rectangle. »



Affirmation 10 :
« Si on multiplie par 3 les longueurs des côtés d'un rectangle, alors son aire est également multipliée par 3. »

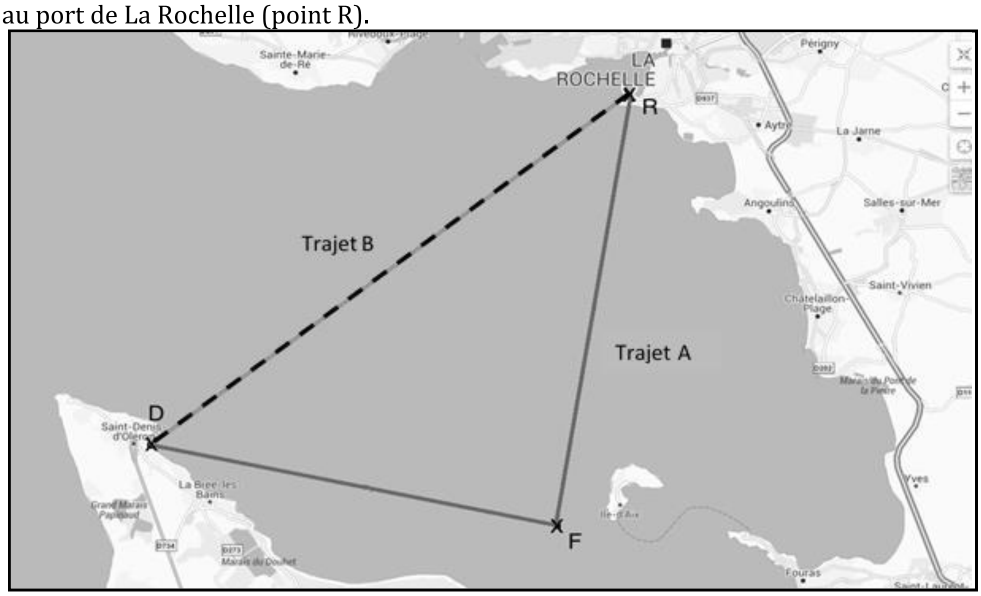
SUJET DU GROUPEMENT 4 – avril 2023

Ce sujet est composé de sept exercices indépendants.

EXERCICE 1

Une enseignante organise une sortie scolaire autour de La Rochelle. Le voyage s'effectue par navette maritime en deux étapes :

- un trajet aller, appelé trajet A, qui part du port de La Rochelle (point R), se rend autour du fort Boyard (point F), fait deux tours du fort puis se rend à St-Denis d'Oléron (point D) ;
- un trajet retour, appelé trajet B, qui part de Saint-Denis d'Oléron (point D) et se rend directement au port de La Rochelle (point R).



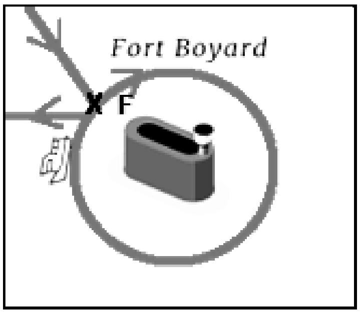
PARTIE A : étude des trajets

1) On donne DF $= 13{,}80$ km, DR $= 23{,}41$ km et RF $= 18{,}91$ km.
   Démontrer que le triangle RDF est un triangle rectangle en F.

Le nœud est une unité de vitesse utilisée dans le domaine maritime. 1 nœud correspond à 1 852 mètres par heure.

2) Sachant que la vitesse moyenne de la navette sur le trajet B est de 10 nœuds, calculer la durée du trajet B, en minute, arrondie à l'unité.

3) Le trajet A prévoit un détour vers le Fort Boyard. La navette effectue deux fois le tour du fort avant de repartir. On modélise le tour du fort par un trajet circulaire, de rayon 500 m.



   a) Montrer que la longueur d'un tour du fort, ainsi modélisée, est d'environ 3 142 m.

   b) Calculer la distance totale du trajet A. Donner le résultat en kilomètre, arrondi à l'unité.

4) Le trajet A dure au total 2 h. Calculer la vitesse moyenne de la navette, exprimée en nœuds et arrondie à l'unité.

PARTIE B : étude de tarifs

L'entreprise qui réalise ce trajet étudie le prix à fixer pour le voyage.
Une étude de marché montre qu'en fixant le prix d'une place sur la navette à 30 €, l'entreprise vendrait 450 places en moyenne par jour.

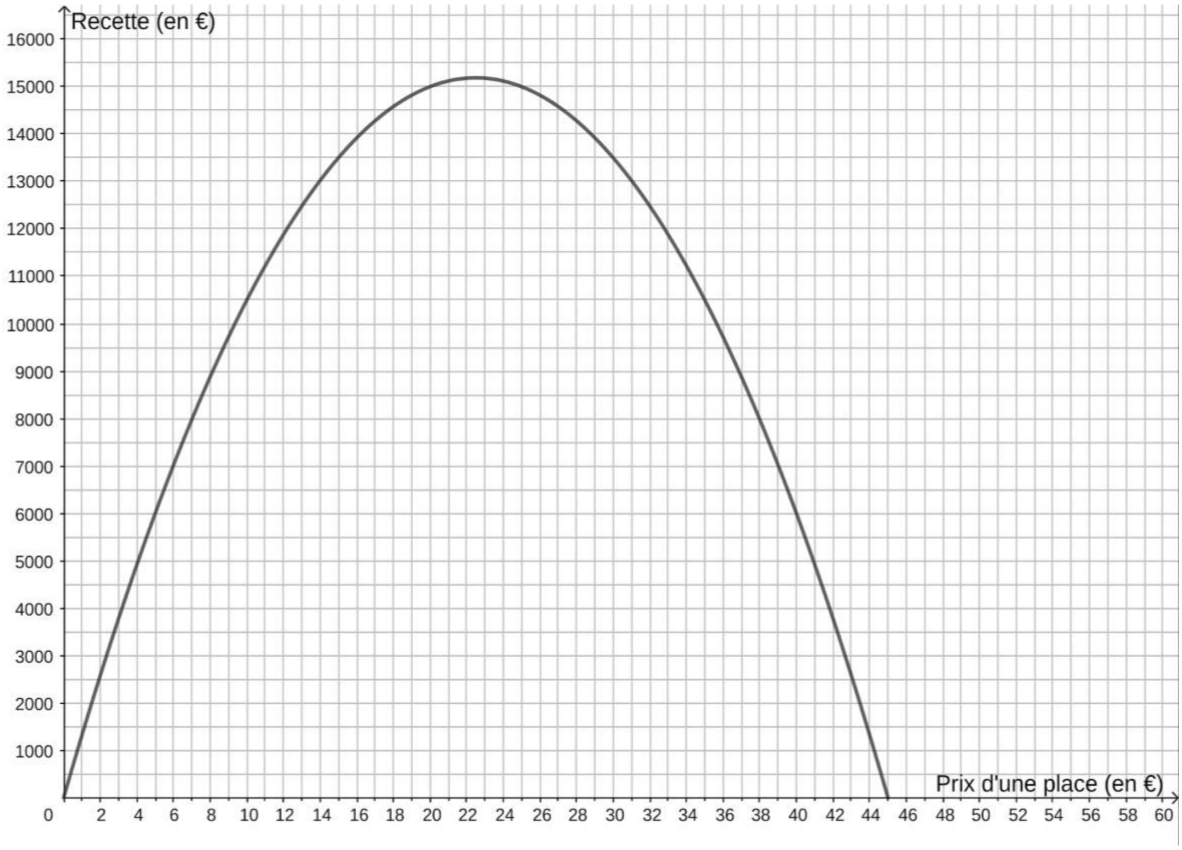
La même étude montre que :

- à chaque augmentation de 10 centimes, l'entreprise vendra 3 places de moins ;
- à chaque diminution de 10 centimes, l'entreprise vendra 3 places de plus.

On appelle recette journalière moyenne de l'entreprise le montant récolté lors de la vente des places.

1) Calculer la recette journalière moyenne si l'entreprise fixe le prix d'une place à 30 €.
2) a) Montrer que si l'entreprise décide de fixer la place à 40 €, alors la recette journalière moyenne est de 6 000 €.

   b) Calculer la recette journalière moyenne si l'entreprise décide de fixer la place à 10 €.
3) Le graphique suivant donne la recette journalière prévue par l'étude de marché en fonction du prix d'une place.



Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique :

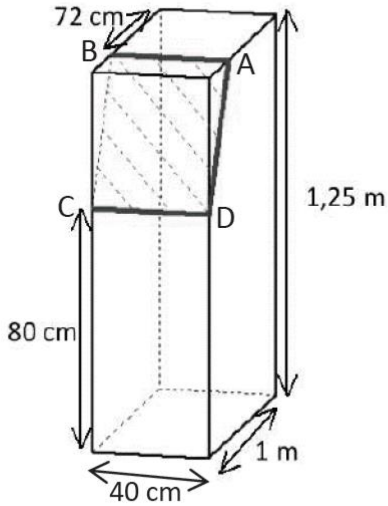
a) Donner la recette journalière pour un prix unitaire de 10 €.

b) Déterminer le(s) prix unitaire(s) correspondant à une recette journalière de 14 000 €.

c) Quel prix unitaire permet d'obtenir une recette journalière maximale ? Indiquer le montant de cette recette maximale.

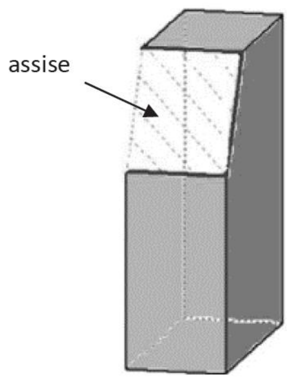
EXERCICE 2

Une mairie souhaite végétaliser la cour de son école.
Sur un sol de copeaux de bois, la mairie souhaite installer des appuis conçus à partir de parallélépipèdes rectangles.
Les appuis sont obtenus à partir de blocs de bois éco-responsables, qui sont ensuite tronçonnés en partie de façon à obtenir une assise rectangulaire ABCD sur laquelle les élèves peuvent s'appuyer.



La mairie décide d'installer dans la cour de l'école trente de ces appuis.

1) Calculer, en mètre cube, le volume de bois nécessaire avant tronçonnage, à la fabrication des trente appuis.
2) Une fois tronçonnés, les blocs prennent donc la forme ci-dessous.



Les assises des appuis sont alors peintes en blanc.

a) Montrer que l'aire d'un rectangle à peindre en blanc est égale à 2 120 cm^2.
b) Calculer l'aire totale des rectangles à peindre en blanc pour les 30 appuis en mètre carré.
c) D'après la fiche technique suivante, combien de pots de couleur blanche seront nécessaires ?

Fiche technique

- Peinture laque glycero aspect satiné
- Usage : intérieur, extérieur, monocouche
- Rendement : 10 m^2/L
- Protège des UV et intempéries
- Conditionnement : 0,5 L

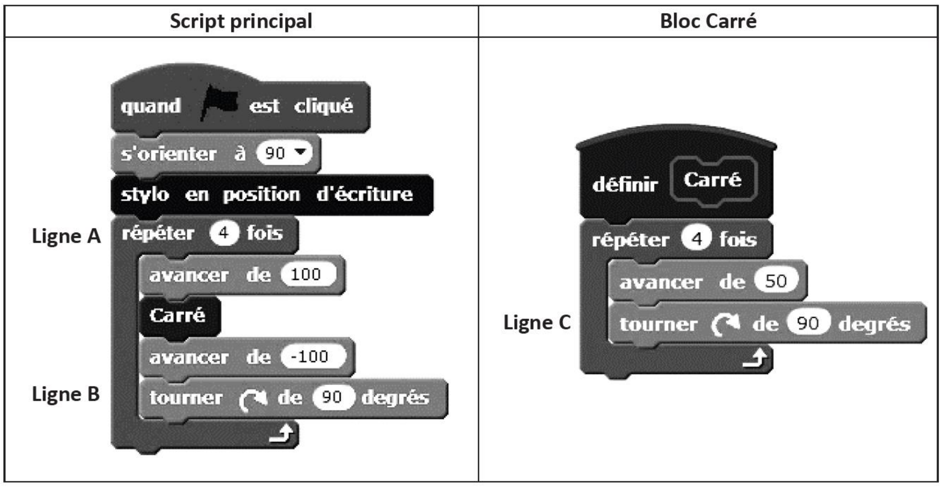
EXERCICE 3

Une enseignante propose à ses élèves un jeu de 52 cartes.
Le jeu contient 13 cartes (As, 2, 3, …, 10, Valet, Dame, Roi) de chacune des familles suivantes : carreau, cœur, pique, trèfle.
Cœur et carreau sont des familles de couleur rouge. Pique et trèfle sont de couleur noire.

1) L'enseignante donne une carte, choisie au hasard, à Ana.
   a) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit rouge ?
   b) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit un pique ?
   c) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit un valet ?
   d) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit une dame de couleur rouge ?
   e) Quelle est la probabilité que la carte d'Ana soit une carte de couleur rouge ou une dame ?
2) L'enseignante décide d'ajouter des cartes Joker à son jeu.
   Combien doit-elle ajouter de carte joker pour que la probabilité qu'Ana reçoive une carte Joker soit de $\frac{1}{14}$?

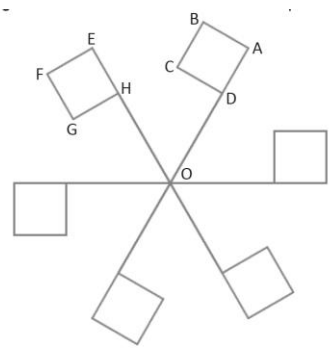
EXERCICE 4

On considère les deux scripts ci-dessous.



On rappelle que l'instruction  signifie que l'on se dirige vers la droite.

1) Représenter sur la copie la figure réalisée par le script principal. Le lutin se déplace selon le nombre de pixels défini. On représentera 25 pixels par 1 cm.
2) On souhaite réaliser la figure ci-dessous en modifiant les scripts ci-dessus.



a) Quelles modifications doit-on apporter aux lignes A, B et C pour obtenir cette figure ?

b) Proposer une transformation géométrique, dont on donnera les caractéristiques, permettant de passer du carré ABCD au carré EFGH.

EXERCICE 5

Les effectifs et les salaires mensuels des différents employés d'une entreprise sont inscrits dans la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E	F
1	Fonction dans l'entreprise	Ouvrier	Technicien	Secrétaire	Cadre	Directrice
2	Effectif	4	5	2	3	1
3	Salaire brut (€)	1923	2307	2693	4200	5500
4	Charges (22%)					
5	Salaire net (€)					
6						

Dans la suite de l'exercice, on considère que les charges s'élèvent à 22 % du salaire brut. Le salaire brut moins les charges est appelé salaire net.

1) Quelle est l'étendue des salaires mensuels bruts dans cette entreprise ?
2) Montrer que le salaire mensuel net de la directrice est de 4 290 €.
3) Le comptable souhaite calculer le salaire mensuel net des autres employés.
Quelle formule doit-il écrire dans la cellule B4 pour calculer les charges sociales d'un ouvrier ? Cette formule doit pouvoir être étendue pour calculer les charges dans toutes les colonnes.
4) Quelle formule entrer dans la cellule B5 pour calculer le salaire net de l'ouvrier ? Cette formule doit pouvoir être étendue pour calculer les salaires nets dans toutes les colonnes.
5) Calculer le salaire mensuel brut moyen dans cette entreprise. Arrondir à l'euro.
6) Déterminer la médiane des salaires mensuels bruts de cette entreprise.
7) L'entreprise envisage l'embauche d'un nouvel ingénieur. Celui-ci souhaite un salaire net de 3 200 €.
À combien doit s'élever son salaire brut ? Arrondir à l'euro.

EXERCICE 6

On considère un nombre entier à deux chiffres et l'on appelle son « retourné » le nombre obtenu en permutant le chiffre des dizaines et celui des unités.

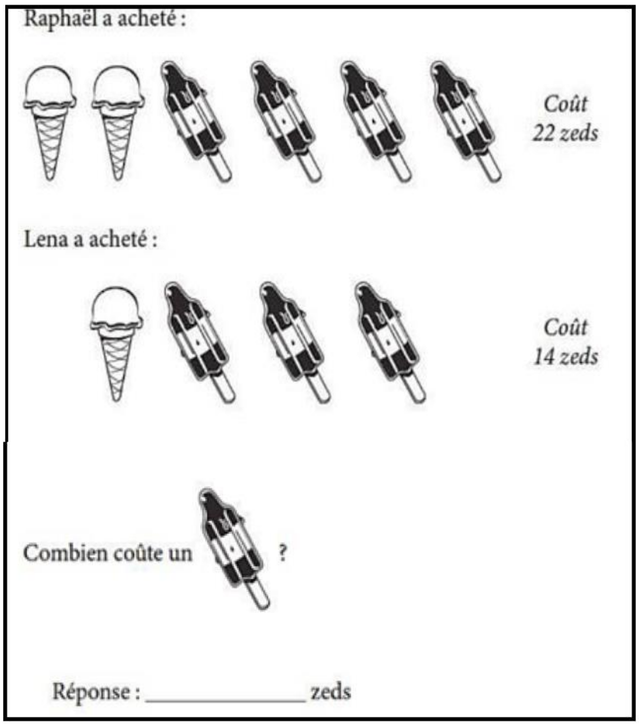
1) Recopier et compléter le tableau suivant :

Nombre choisi	43	57	52	60	16
Nombre retourné	34	75			
Différence entre le nombre choisi et son « retourné »	9	−18			

2) Quelle conjecture peut-on faire sur la différence entre un nombre et son retourné ?
3) On note N le nombre choisi, u son chiffre des unités et d son chiffre des dizaines.
   a) Exprimer N en fonction de d et u.
   b) Exprimer le « retourné » R du nombre choisi en fonction de d et u.
   c) Montrer que la différence $N - R$ est égale à $9(\mathrm{d} - \mathrm{u})$.
   d) En déduire que la différence entre un nombre et son retourné est un multiple de 9.
   e) Pour obtenir une différence $N - R$ égale à 63 quels nombres est-il possible de choisir au départ ? Donner l'ensemble des solutions.
   f) Pour obtenir une différence $N - R$ égale à 56 quels nombres est-il possible de choisir au départ ? Donner l'ensemble des solutions.

EXERCICE 7

Cet exercice est inspiré d'un problème proposé à des élèves de fin CM1 en 2015 aux évaluations internationales TIMSS.



1) Un élève propose la réponse suivante :

$$2 \times 14 - 22 = 6$$

Une glace fusée vaut 6 zeds.

Identifier l'erreur de l'élève.

2) On note x le prix en zed d'un cône et y le prix en zed d'une glace fusée.
Écrire les équations correspondantes au problème et en déduire le prix d'un cône et d'une glace fusée.

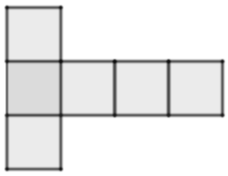
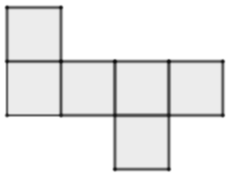
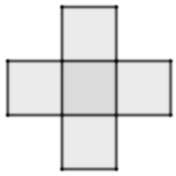
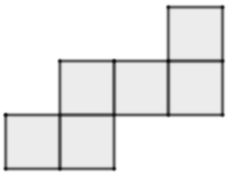
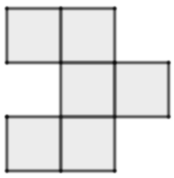
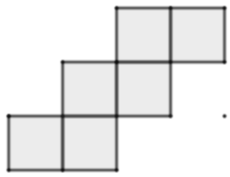
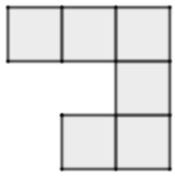
PARTIE MATHÉMATIQUE DE L'ÉPREUVE ÉCRITE DU CONCOURS INTERNE EXCEPTIONNEL (ÉNONCÉS)

CONCOURS INTERNE EXCEPTIONNEL
PREMIER SUJET "ZÉRO"

EXERCICE 1

Un enseignant propose l'exercice suivant à des élèves de cycle 3.

Parmi les propositions suivantes, quels sont les patrons d'un cube ?

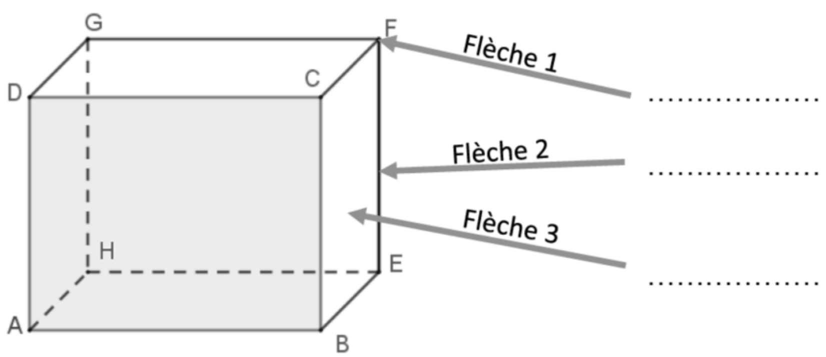
			
Patron 1	Patron 2	Patron 3	Patron 4
			
Patron 5	Patron 6	Patron 7	Patron 8

1) Un élève a proposé les réponses suivantes :

Patron	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Il s'agit d'un patron de cube (OUI / NON)	NON	OUI	NON	NON	OUI	NON	NON	OUI

Indiquer les réponses correctes et les erreurs de l'élève. Aucune justification n'est attendue.

2) L'enseignant souhaite utiliser la représentation du solide ci-dessous dans la trace écrite présente dans le cahier de leçons des élèves.

	AB = 50 cm BE = 15 cm BC = 20 cm

a) Quel est le nom du solide ABCDGHEF représenté ?

b) Que devrait-on faire écrire à l'extrémité de la flèche 1 ?

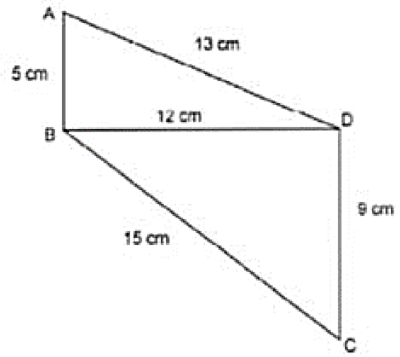
c) Que devrait-on faire écrire à l'extrémité de la flèche 2 ?

d) Que devrait-on faire écrire à l'extrémité de la flèche 3 ?

3) L'enseignant souhaite faire construire le solide à ses élèves en leur proposant un patron à découper. Réaliser un patron du solide ABCDGHEF à l'échelle $\frac{1}{5}$.

EXERCICE 2

L'exercice suivant a été proposé dans le cadre d'une évaluation dans plusieurs classes de CM2 d'une même école.



Le périmètre de la figure ABCD est :

☐ 29 cm ☐ 66 cm ☐ 54 cm ☐ 42 cm

1) Justifier le choix des quatre réponses proposées aux élèves dans ce QCM. Il s'agit ici de dire à quelles erreurs correspondent les propositions erronées.

2) Cette figure est composée de deux triangles ABD et BCD.
Démontrer que BCD est un triangle rectangle.
On admettra pour la suite de l'exercice que ABD est aussi un triangle rectangle.

3) L'enseignant envisage de demander aux élèves de produire un programme de construction permettant de construire la figure proposée dans l'exercice. Afin de s'assurer de la faisabilité de ce travail, il souhaite préparer un corrigé.
Proposer un corrigé de ce programme de construction en n'utilisant pas le mot « triangle ».

EXERCICE 3

Un enseignant a proposé l'exercice suivant aux élèves de sa classe de CM1-CM2.

Exercice :

Les propositions suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier la réponse.

Proposition n° 1 : Un nombre entier est un nombre décimal.

Proposition n° 2 : Le nombre $\frac{2}{5}$ est un nombre décimal.

On a reproduit ci-dessous la réponse d'un élève pour la proposition n°1 :

C'est faux car un nombre entier n'a pas de virgule.

1) Pour la proposition n°1, la réponse de l'élève est-elle correcte ? Justifier.

2) Proposer une réponse acceptable que peut donner un élève de cours moyen pour la proposition n°2.

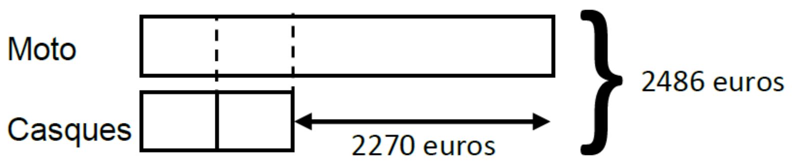
3) Quelle définition d'un nombre décimal pourrait-on faire écrire dans les cahiers d'élève ?

EXERCICE 4

Lors d'une séance de mathématiques, un enseignant a proposé le problème suivant à ses élèves de cours moyen.

> **Problème :**
> Madame Khara a acheté une moto et deux casques. La moto coûte 2 270 euros de plus qu'un casque. En tout, elle a dépensé 2 486 euros.
> Quel est le prix d'un casque ?
> Quel est le prix de la moto ?

La résolution proposée par un élève est reproduite ci-dessous.



2486 – 2270 = 216
216 ÷ 4 = 54
Un casque coûte 54 euros.
2486 – 108 = 2378
La moto coûte 2378 euros.

1) Dire comment convaincre rapidement cet élève que la réponse qu'il a trouvée est fausse.
2) Dire en quelques phrases comment expliquer son erreur à cet élève.
3) Proposer un schéma pour ce problème, sur le même modèle que celui proposé par l'élève, mais corrigé pour qu'il corresponde effectivement à l'énoncé.
4) En s'appuyant sur le schéma proposé à la question 3), rédiger un corrigé du problème qui pourrait être proposé à la classe.
5) Avant de proposer l'exercice à la classe, l'enseignant désire trouver la réponse rapidement en utilisant sa connaissance de l'algèbre. Il note x le prix d'un casque.
   a) Déterminer le prix de la moto en fonction de x.
   b) Écrire une équation correspondant au problème.
   c) Résoudre l'équation précédente et en déduire le prix d'un casque.
   d) Déduire des questions 5)a) et 5)c) le prix de la moto.

CONCOURS INTERNE EXCEPTIONNEL
SECOND SUJET "ZÉRO"

EXERCICE 1

Voici deux réponses d'élèves à la question « *Dans un nombre, à quoi sert la virgule ?* » posée par un enseignant dans une classe de CM1 :

- **Élève A :** « La virgule sert à montrer que c'est un nombre décimal. »
- **Élève B :** « La virgule sert à séparer le nombre entier et la partie décimale. »

1) Pour chacune des réponses proposées, expliquer pourquoi elle ne peut pas être retenue par l'enseignant pour la trace écrite à noter dans les cahiers d'élèves.
2) Quelle réponse à la question posée l'enseignant peut-il proposer à la classe ?

EXERCICE 2

Le problème ci-dessous a été donné à des élèves de CM2.

> Quatre glaces identiques valent 4,80 €.
>
> Combien valent 12 glaces ?

1) Donner trois procédures de résolution correctes et différentes de cet exercice pouvant être proposées par des élèves de CM2.
2) Voici les réponses de deux élèves :

Production de l'élève A

> $4 + 8 = 12$
>
> $4{,}80 + 8 = 12{,}80$
>
> Les 12 glaces coûtent 12,80 €.

Production de l'élève B

> $3 \times 4{,}80 = 12{,}24$
>
> Les glaces coûtent 12,24 €.

Analyser chacune des deux productions ci-dessus en repérant et en explicitant les réussites et les erreurs éventuelles.

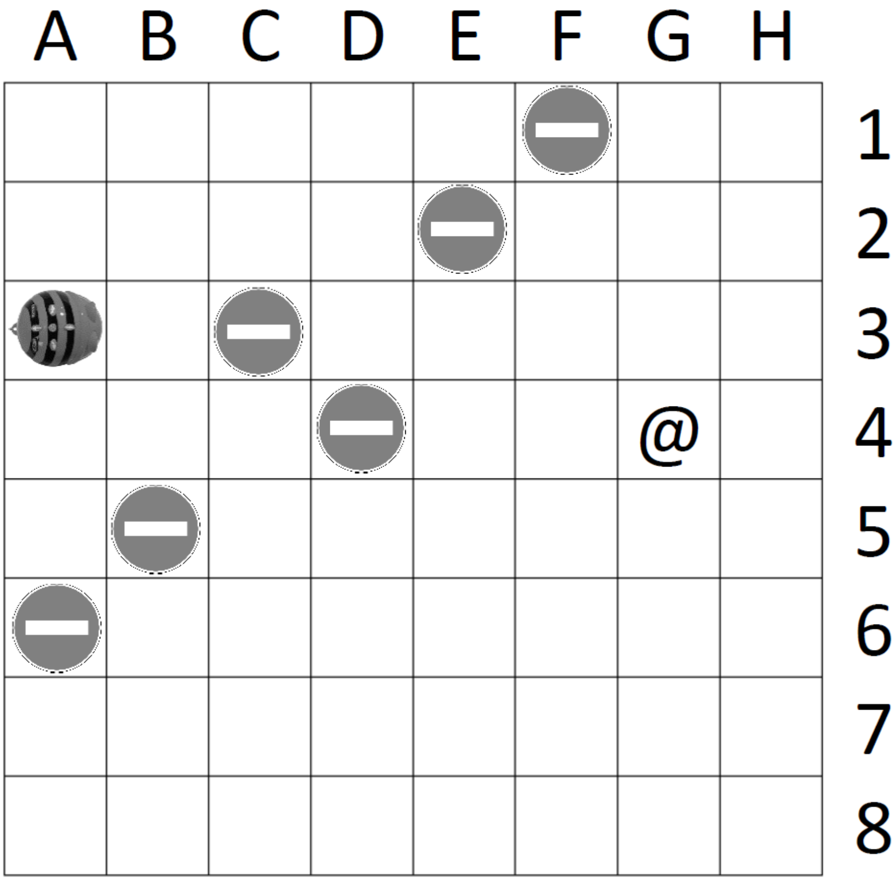
EXERCICE 3

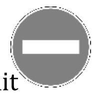
Un enseignant dispose d'un robot programmable pour sa classe de CE1. Quatre instructions différentes peuvent être données au robot :

Instructions	
↑	Avancer d'une case
↓	Reculer d'une case
↷	Faire un quart de tour à droite
↶	Faire un quart de tour à gauche

Programmer le robot consiste à lui donner une série d'instructions en appuyant sur les boutons correspondants. Le robot se déplace ensuite en effectuant successivement les mouvements correspondant à chaque instruction.

Un enseignant a préparé le terrain suivant pour les déplacements du robot.



Le robot est positionné sur la case A3 au départ, l'avant orienté vers la droite de la grille, comme indiqué sur le schéma ci-dessus.
Le robot doit arriver sur la case G4 marquée @.
Le robot ne doit pas passer par une case marquée d'un sens interdit  .

1) Un élève propose le programme suivant :

↑	↑	↑	↑	↑	↑	↷	↑

   a) En détaillant les déplacements du robot, expliquer pourquoi il arrive bien sur la case G4 lorsque l'on exécute le programme.
   b) Ce programme respecte-t-il les contraintes imposées pour le déplacement sur le terrain conçu par l'enseignant ? Justifier.

2) Un autre élève propose le programme suivant :

↑	↶	↷	↑	↷	↶	↑	↑	↷

L'erreur de cet élève est due à une mauvaise compréhension des instructions ↶ et ↷.

   a) Expliciter la mauvaise compréhension de l'élève.
   b) Sur quelle case arrive le robot à la fin du programme ? Aucune justification n'est attendue.
   c) Ce programme conduit-il le robot à passer sur des cases interdites ? Si c'est le cas, préciser laquelle ou lesquelles. Pas de justification attendue.
   d) Proposer une correction du programme proposé par cet élève.

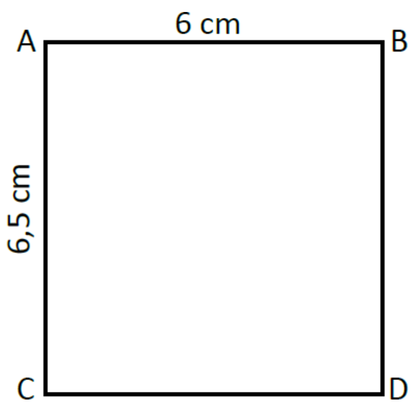
EXERCICE 4

Un enseignant d'une classe de CM2 a proposé l'exercice suivant à ses élèves.

> 1) Construire un rectangle ABCD tel que AB = 6 cm et AC = 6,5 cm.
>
> 2) Écrire un programme de construction permettant d'effectuer la construction de ce rectangle en détaillant chaque étape de la construction.

La réponse d'un élève est reproduite ci-dessous (pour des raisons de reprographie, le rectangle reproduit n'a pas les mesures exactes de la figure produite par l'élève).

1)



2)
- Tracer un segment AB mesurant 6 cm.
- Tracer avec l'équaire la droit qui coupe A.
- Mettre C à 6,5 cm de A.
- Tracer avec l'équaire la droit qui coupe B.
- Mettre D à 6,5 cm de B.
- Tracer le dernier côté du rectangle.

1) Dans un premier temps, l'enseignant souhaite corriger le programme de construction proposé par l'élève. Il ne souhaite pas modifier la figure obtenue par le programme proposé, mais simplement modifier les instructions pour qu'elles soient correctes du point de vue du français et des mathématiques.
   a) Donner une écriture correcte de la première instruction du programme de l'élève.
   b) Donner une écriture correcte pour la deuxième instruction du programme de l'élève.
   c) Donner une écriture correcte pour la troisième instruction du programme de l'élève.
2) Expliquer pourquoi la figure proposée par l'élève ne répond pas à la question 1) de l'exercice.
3) Écrire un programme de construction pouvant être proposé en correction de la question 2) de l'énoncé. Ce programme de construction ne doit pas utiliser le mot « rectangle ».
4) Construire, en vraie grandeur, une figure répondant à la première question.
5) Avant de corriger les cahiers des élèves, l'enseignant désire connaître la valeur exacte de la longueur du côté [BC] que devraient trouver les élèves si leur figure est parfaite.
   a) Déterminer par un calcul la longueur exacte du côté [BC].
   b) Déterminer par un calcul l'aire et le périmètre du rectangle ABCD.

CONCOURS INTERNE EXCEPTIONNEL
SUJET DE MAI 2023

EXERCICE 1

Une enseignante propose à ses élèves de CM2 le problème suivant :

« 15 articles identiques coûtent ensemble 33 €. Combien coûtent 10 de ces articles ? ».

1) Voici les réponses proposées par deux élèves.

Élève A	**Élève B**
$10 \times 33 = 330$ 10 articles coûtent 330 €.	$\begin{array}{r\|l} 33 & 15 \\ \hline 3 & 2 \end{array}$ 1 article coûte 2,3 €. $10 \times 2{,}3 = 23$ 10 articles coûtent 23 €.

Analyser brièvement ces deux propositions d'élèves en termes de réussites et d'erreurs.

2) Rédiger deux résolutions justes mais différentes pouvant être attendues d'élèves de CM2.

3) L'enseignante souhaite modifier l'énoncé du problème pour que les élèves privilégient la procédure communément appelée « passage par l'unité ». Elle souhaite conserver l'affirmation « 15 articles identiques coûtent ensemble 33 €. », mais modifier le nombre d'articles dans la question par un nombre permettant de contraindre autant que possible les élèves à un passage par l'unité.

   Quelles propriétés doit avoir le nombre de la question pour répondre au souhait de l'enseignante ?

EXERCICE 2

Un enseignant propose l'énoncé suivant à des élèves de CM1.
Le segment [AB] mesure effectivement 5 cm sur la feuille distribuée à l'élève.

Voici un segment de 5 cm.
Complète la figure en traçant un rectangle ABCD de longueur 5 cm et de largeur 3 cm.

1) Donner deux propriétés du rectangle que les élèves vont devoir mobiliser pour effectuer la construction demandée.

2) Lors de la phase de correction, l'enseignant souhaite faire copier une phrase, dans le cahier des élèves, définissant le rectangle. Il interroge les élèves.

Voici les propositions de trois élèves :

Élève 1 :

« Un rectangle est un polygone à quatre côtés avec les côtés opposés qui ont la même longueur. »

Élève 2 :

« Un rectangle est un polygone qui a 4 côtés et 4 angles droits et avec des côtés plus longs que les autres sinon ça serait un carré. »

Élève 3 :

« Un rectangle est un polygone qui a 4 angles droits.

a) Expliquer pourquoi chacune des trois réponses proposées ne convient pas mathématiquement pour définir un rectangle.

b) Proposer une définition du rectangle qui pourrait être notée dans les cahiers des élèves.

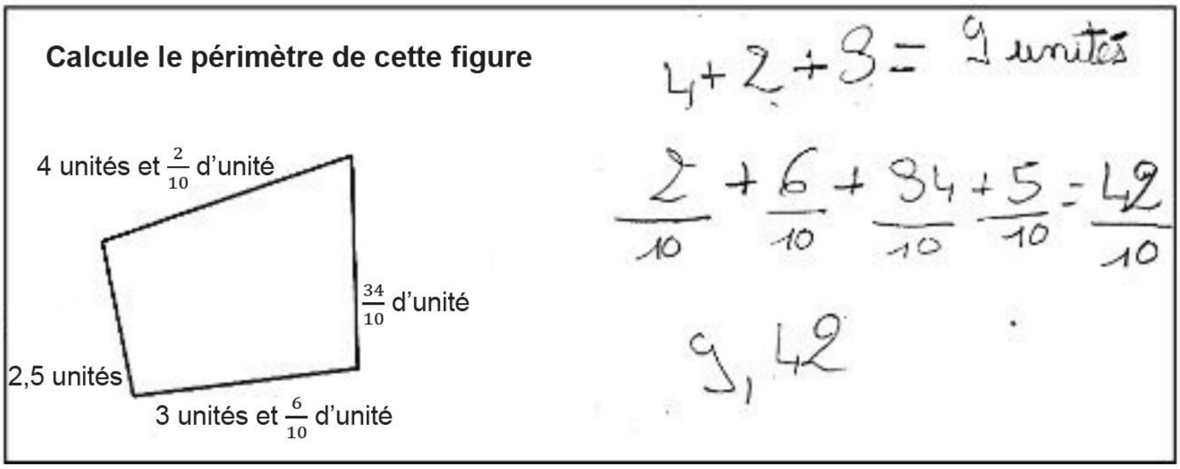
3) Afin de poursuivre le travail sur le rectangle, l'enseignant fait construire aux élèves un pavé droit dont quatre faces ont les dimensions du rectangle ABCD (longueur de 5 cm et largeur de 3 cm).

a) Construire un patron d'un tel pavé droit que l'enseignant pourrait distribuer aux élèves.

b) Il est possible de construire un pavé droit différent de celui que l'on obtient à partir du patron proposé en réponse à la question 3)a), mais dont quatre des faces ont également les dimensions du rectangle ABCD. Donner les dimensions des deux autres faces de ce pavé droit.

EXERCICE 3

Voici une production d'un élève de CM1.



1) Analyser la production de l'élève en relevant ses réussites et ses erreurs.

2) Que peut-on proposer à l'élève pour l'aider à déterminer l'écriture décimale d'une fraction comme $\frac{42}{10}$? Donner deux exemples d'activités.

EXERCICE 4

En amont d'une visite dans une scierie, une enseignante de cours moyen souhaite préparer quelques activités mathématiques pour ses élèves.
Elle souhaite leur proposer un exercice portant sur un pavé droit taillé dans un matériau homogène ayant pour dimensions :

- longueur : 1,2 m ;
- largeur : 75 cm ;
- hauteur : 3 dm.

1) Déterminer le volume de ce pavé droit en litre.

2) L'enseignante souhaite travailler avec les élèves sur les unités de masse, les préfixes des unités de masse et les changements d'unité de masse. Elle souhaite afficher dans la classe un tableau rappelant l'ensemble des unités rencontrées.
Construire un tel tableau des unités de masse, pouvant être utilisé dans une classe de cours moyen pour travailler sur les préfixes et les conversions. Ce tableau devra avoir les colonnes avec les unités : kilogramme, gramme, centigramme, décagramme, quintal, hectogramme, tonne, milligramme et décigramme.

3) Le pavé droit décrit précédemment est constitué d'un matériau ayant une masse volumique de 520 kg/m^3.

   a) Déterminer la masse de ce pavé droit en kilogramme.

   b) Ce pavé droit flotte-t-il ou coule-t-il si on le met dans une piscine remplie d'eau ? Justifier.

LES ÉNONCÉS DES EXERCICES DE MATHÉMATIQUES

exercices complémentaires

PROBLÈME SUR LA NUMÉRATION D'APRÈS UN SUJET DE LYON

En 1968, l'ordinateur prenait déjà de plus en plus d'importance. Cette année-là, le chanteur et chercheur Boby Lapointe (1922-1972) a inventé et breveté un système de numération qui fait un lien entre les systèmes de numération binaire (base deux), de numération hexadécimale (base seize) et notre numération décimale (base dix) afin de faciliter le travail des informaticiens.

L'exercice a pour but de faire comprendre le système de numération de Boby Lapointe qu'il a appelé système **Bibi-binaire**.

1) Dans un calembour, Boby Lapointe justifiait le nom Bibi-binaire par le fait que 16 est une puissance de puissance de 2.
   Déterminer l'entier n tel que $2^{n^n} = 16$.

2) Une *disposition* consiste en quatre lampes alignées dans un rectangle de gauche à droite. Ces lampes peuvent être allumées ☼ ou éteintes ◙. Par exemple :

◙ ◙ ◙ ◙	Dans cette *disposition*, toutes les lampes sont éteintes.
◙ ☼ ☼ ☼	Dans cette *disposition*, la première lampe est éteinte et les trois autres sont allumées.

   a) Combien de *dispositions* différentes peut-on obtenir ?

   b) Combien de *dispositions* différentes ont une seule lampe allumée ?

   c) Combien de *dispositions* différentes ont au moins deux lampes allumées ?

   d) On allume au hasard deux lampes. Quelle est la probabilité qu'il y ait exactement deux lampes côte à côte allumées dans une *disposition* ?

3) On veut écrire tous les nombres entiers $\mathbf{n}$ de 0 à 15 en base deux, c'est-à-dire sous la forme $\overline{\mathbf{abcd}}$ où $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, $\mathbf{d}$ valent **0** ou **1** et $\mathbf{n} = \mathbf{a} \times 23 + \mathbf{b} \times 22 + \mathbf{c} \times 2 + \mathbf{d}$.

   a) Vérifier que 13 s'écrit $\overline{\mathbf{1101}}$ en base deux.

   b) À partir de l'écriture des nombres en base deux, Boby Lapointe décide d'écrire un nombre avec toujours 4 chiffres (0 et 1) en complétant éventuellement par des 0 à gauche.
   Recopier et compléter le tableau suivant avec les écritures dans le système de Boby Lapointe sans justifier les réponses :

en base dix	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Système Boby Lapointe	$\overline{\mathbf{0000}}$													$\overline{\mathbf{1101}}$		

4) Boby Lapointe fait le lien entre les *dispositions* des lampes et l'écriture des nombres en base deux.
   Une lampe allumée ☼ se code 1 et une lampe éteinte ◙ se code 0.

   a) Montrer qu'avec la *disposition* comprenant quatre lampes de la question 2), on ne peut pas coder un nombre supérieur ou égal à 16.

   b) Le nombre 13 correspond à la *disposition* ☼ ☼ ◙ ☼.
   Quelles sont les *dispositions* correspondant respectivement aux nombres 4 et 15 ?

   c) Le nombre 11 est représenté avec la *disposition* des lampes, quelles actions faut-il faire sur ces lampes pour obtenir le nombre suivant 12 ?

5) Pour pouvoir écrire et dire les nombres autrement, Boby Lapointe conçoit aussi une nouvelle comptine. À l'aide de quatre consonnes H, B, K et D prises dans cet ordre et de quatre voyelles O, A, E, I prises dans cet ordre, on choisit en premier une consomme et en second une voyelle, (HO est une des combinaisons possibles mais OH ne l'est pas). Chacune de ces combinaisons est associée à un nombre de 0 à 15 et permet de dire ces nombres (comptine), comme le montre le tableau suivant :

HO	HA	HE	HI	BO	BA	BE	BI	KO	KA	KE	KI	DO	DA	DE	DI
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

Comment caractériser les nombres qui, en les disant, se terminent par le son « O » ? Comment se traduit cette caractéristique sur l'écriture en base deux de ces nombres ? Justifier.

6) Boby Lapointe se pose la question de continuer sa comptine vue en question 5) pour les nombres au-delà de 15. Dans l'écriture des nombres en base deux, il décide de regrouper les chiffres (0 et 1) par paquets de 4 en complétant éventuellement par des 0 à gauche comme dans la question 3)b).

Ainsi, $\overline{\mathbf{101}}$ **=** $\overline{\mathbf{0101}}$ et $\overline{\mathbf{100101}}$ **=** $\overline{\mathbf{0010\ \ 0101}}$**.**

Cette nouvelle règle permet de dire ces nombres en utilisant la comptine précédente et le tableau de correspondance des nombres.

Le nombre $\overline{\mathbf{0010\ \ 0101}}$ se dira « HE BA » car « HE » correspond à $\overline{\mathbf{0010}}$ et « BA » correspond à $\overline{\mathbf{0101}}$**.**

a) Comment se dit le nombre $\overline{\mathbf{1100100}}$ en tenant compte de la comptine de Boby Lapointe ?

b) Quel est le nombre qui se dit « HA HA » dans cette même comptine ? Donner son écriture en base dix et en base deux.

c) Comment se dit le nombre 21(en base dix) dans cette comptine ? En déduire son écriture en base deux.

d) Quel est le nombre en base dix qui se dit « BO BI » dans la comptine de Boby Lapointe ?

7) Expliquer pourquoi les syllabes HO, HA, HE, HI, BO …. DI peuvent être considérés comme des chiffres en base 16. On pourra s'appuyer sur un exemple.

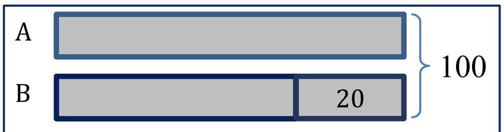
DIVERS EXERCICES D'APRÈS DES SUJETS DE DIJON

EXERCICE 1

Voulant tester l'efficacité des schémas en barre, Kerry Lee pose à ses élèves le problème suivant :

A a 20 ans de plus que B et à eux deux ils ont 100 ans. Quels sont les âges de A et de B ?

Voici la solution proposée par une élève de CM2 :



100 ÷ 2 = 50 : A a 50 ans

50 – 20 = 30 : B a 30 ans

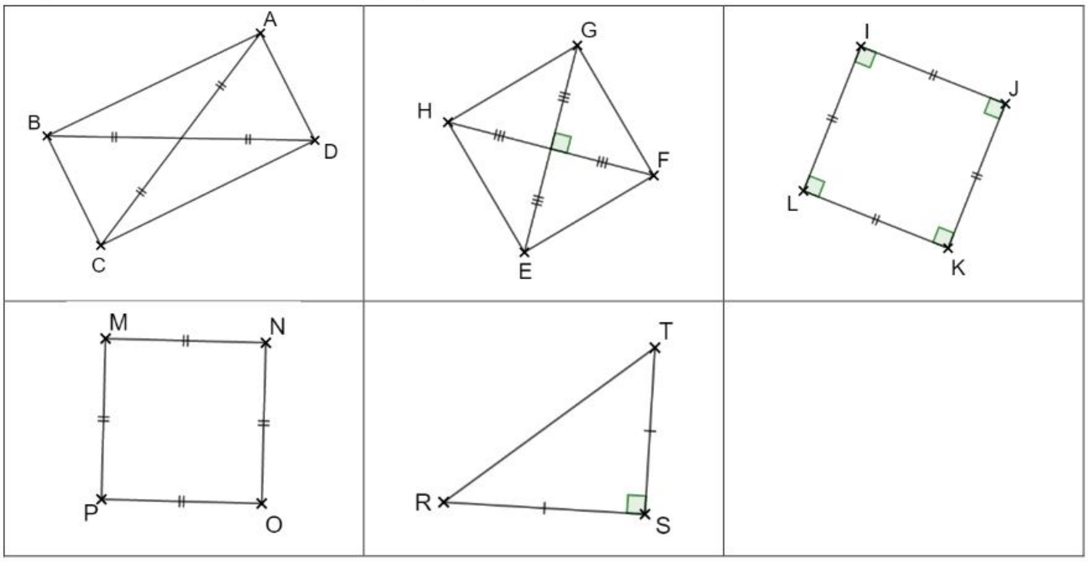
1) Quel argument peut convaincre l'élève que ce n'est pas la bonne solution ?
2) Proposer une version corrigée du diagramme en barre conduisant à une résolution adaptée.
3) Résoudre ce problème algébriquement.

EXERCICE 2

PARTIE A

L'exercice ci-dessous fait partie d'une série de questions flash de révision proposées pendant le premier confinement de 2020 à des élèves de 6e d'un collège d'Amiens.

Donne la nature de chaque figure (tes réponses doivent être **justifiées** en t'aidant du codage et de propriétés ou définitions mathématiques)



Extrait du site lesmathsalamaison.fr, questions flash 6e

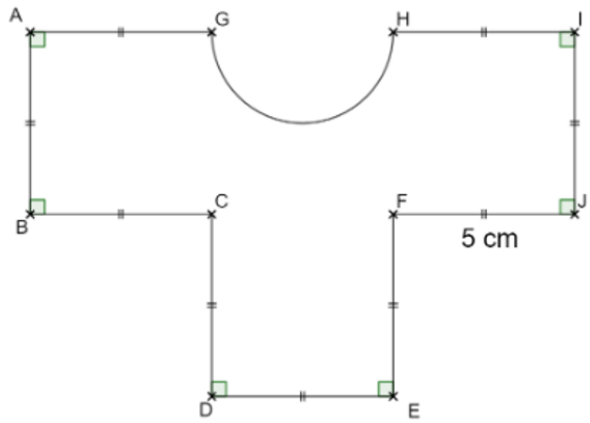
1) L'une des figures est manifestement incorrecte, laquelle et pourquoi ?
2) Quelle est l'erreur attendue pour MNOP ? En quoi le dessin l'induit-elle ?

3) Le quadrilatère IJKL est codé de manière explicite, mais contient visiblement trop d'informations superflues.
   a) Pourquoi le codage de quatre angles droits est-il superflu ?
   b) Si les quatre côtés sont égaux, combien suffit-il d'angles droits pour que IJKL soit un carré ? Justifiez votre réponse.
   c) Si tous les angles sont droits, combien suffit-il de côtés égaux pour que IJKL soit un carré ? Considérez deux cas et justifiez chaque réponse.
   d) Avec seulement deux angles droits et deux côtés égaux, s'agirait-il forcément d'un carré ?

PARTIE B

Voici un extrait d'une autre série de questions flash de 6e :

Calcule le périmètre et l'aire de la figure suivante :



Extrait du site lesmathsalamaison.fr, questions flash 6e

Il est attendu des élèves qu'ils interprètent la figure comme composée des trois carrés ABCG, CDEF, FHIJ et du carré GCFH « creusé » par le demi-cercle de diamètre [GH]. Une partie des informations est implicite : on ne sait pas s'il s'agit bien de carrés.

Prenons l'exemple de CDEF :

1) Démontrez qu'il s'agit bien d'un carré. On admettra que c'est le cas aussi pour ABCG et FHIJ.
2) Rien sur le graphique n'indique que les points D, C et G sont alignés.
   a) Est-il possible que ces points ne soient pas alignés ? Vous pouvez vous servir d'un schéma à l'appui de votre réponse.
   b) Démontrez que si B, C et F sont alignés, alors D, C et G le sont aussi.
3) On suppose maintenant que B, C, F et J sont bien alignés. Démontrez alors que GCFH est un carré.
4) Calculez le périmètre et l'aire de la figure.

EXERCICE 3

- *Les interrogatoires de la rue Jean-Jacques Rousseau ?*
- *Nul. Personne n'a aperçu d'inconnu dans l'immeuble. Et les voisins n'ont rien entendu.*
- *Le code ?*
- *Facile. Les chiffres clefs sont tellement usés qu'on ne les lit plus. Ça laisse cent-vingt combinaisons qui se testent en six minutes.*

Fred Vargas, *Pars vite et reviens tard*, J'ai Lu, 2010, p. 170.

Récapitulons : un criminel est parvenu à entrer dans l'immeuble en testant tous les codes possibles sur le digicode, sachant qu'il est facile de déterminer les touches à utiliser, car elles sont usées.

1) Sachant qu'il n'y a pas de touche utilisée plusieurs fois, de combien de touches est composé le code d'entrée de l'immeuble ? Expliquez votre réponse.
2) Combien de temps faut-il en moyenne pour tester une combinaison ?

EXERCICE 4

La boite à énigmes ★ **25**

A – Peut-on faire 19 avec 3 dés ?
B – Comment faire 14 avec 3 dés si l'un d'eux marque 3 ?

Extrait du fichier « Boîte à énigmes » CP, site MHM (version courante, datée du 03/2018).

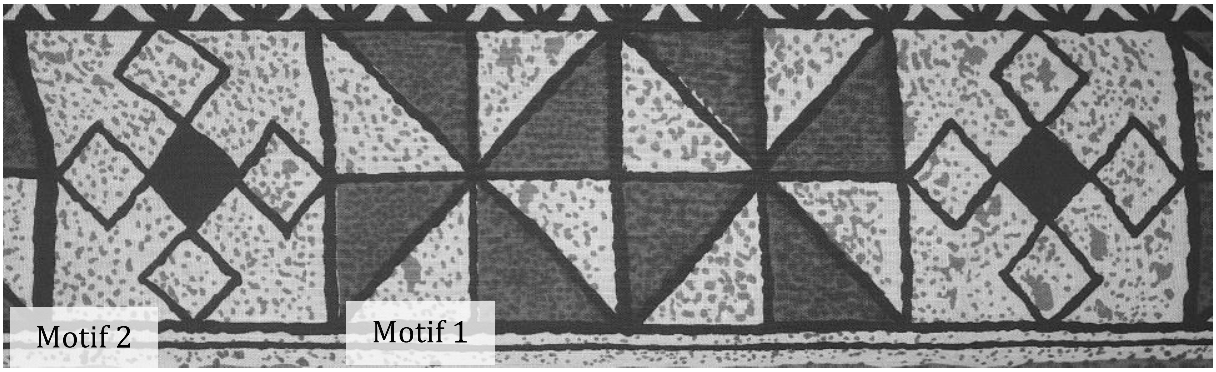
1) La première question ne pose guère de difficultés aux élèves de CP, c'est un peu moins vrai pour la deuxième.
   a) Peut-on « faire 19 avec 3 dés » ? Donnez une justification qu'on peut attendre d'un élève de CP.
   b) Proposez une réponse à la question B.
2) a) Selon l'élève X, il n'y a qu'une possibilité pour la question B, quel peut être son raisonnement (incorrect) ?
   b) L'élève Y suggère en fait six configurations différentes en tenant compte de l'ordre. Lesquelles ?
   c) Pour corser l'exercice, l'élève Z propose de changer la question et de demander quelles sont toutes les façons de « faire 10 avec 3 dés si l'un d'eux marque 3 » ; selon Z, il y a dix-huit possibilités. Complétez le tableau ci-dessous et expliquez le raisonnement (incorrect) de Z.

Dé n°1	3	3	3	3	3	3
Dé n°2	6	5				
Dé n°3	1					

   d) L'élève U signale que l'élève Z s'est trompé et qu'il n'y a en fait que quinze possibilités. Pourquoi a-t-il raison ? (vous pourrez vous aider d'un tableau semblable à celui de la question précédente)
   e) Vexé, l'élève X propose finalement la question : « comment faire 9 avec 3 dés si l'un d'eux marque 3 ? ». Quelle est la bonne réponse ? Justifiez votre résultat.

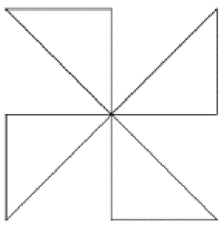
EXERCICE 5

Marilyn veut reproduire les motifs de ses rideaux calédoniens pour un atelier d'art visuel. Motif n°1 : les élèves de MS devront peindre un triangle sur deux en blanc et les triangles restants dans une couleur sombre ; motif n°2 : le carré central sera peint en noir et les quatre carrés extérieurs en jaune. Marilyn cherche à recréer les motifs dans Scratch pour éditer la feuille de travail.



PARTIE A

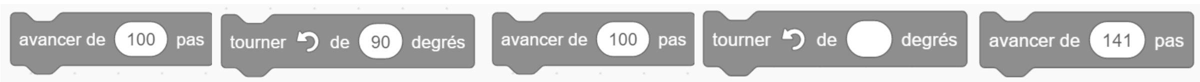
On s'intéresse au premier motif, que Marilyn décide de reproduire comme sur le schéma ci-dessous :



1) Le motif 1 étant composé de quatre triangles rectangles isocèles, Marilyn construit d'abord le triangle supérieur droit, dont les deux côtés égaux mesureront 100 pas.

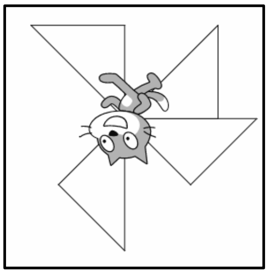
a) Quelle est la valeur exacte de la mesure du troisième côté (l'hypoténuse du triangle rectangle) ? Quelles sont alors les deux valeurs possibles pour sa valeur en pas à programmer dans Scratch ?

b) Le programme de construction du triangle est constitué des instructions suivantes :



Quelle valeur en degrés faut-il insérer dans le quatrième cadre ? Justifiez votre réponse.

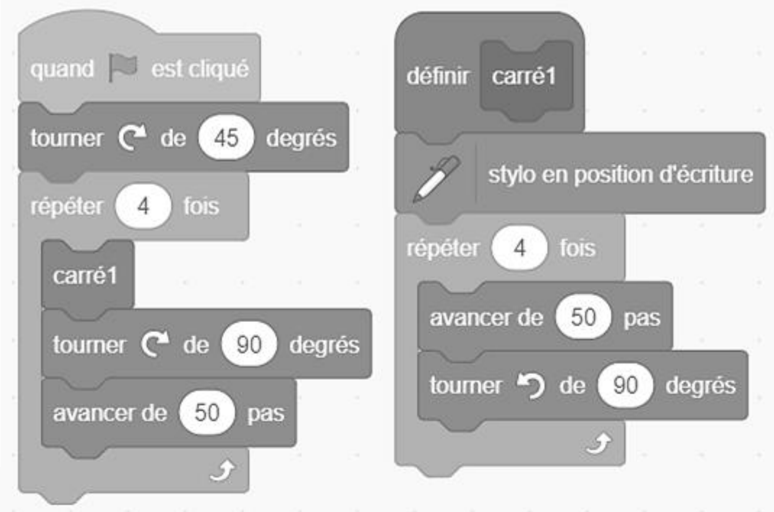
2) Marilyn lance la procédure de construction du triangle indiquée ci-dessus quatre fois de suite et obtient la figure suivante :
Quelle instruction a-t-elle oubliée ?

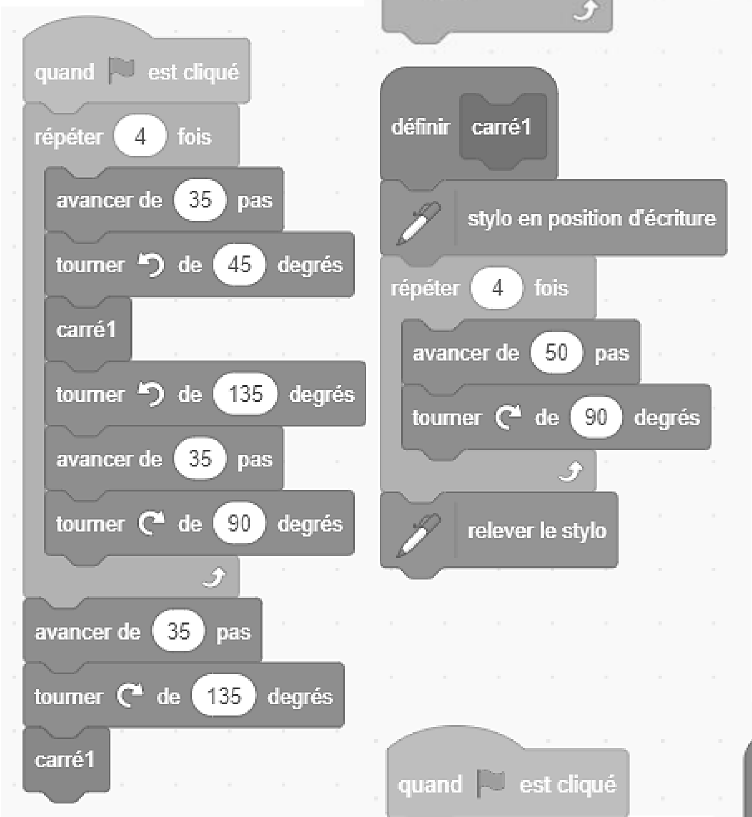


PARTIE B

C'est maintenant au tour du motif n°2. Marilyn sollicite son mari et ses enfants pour l'aider à terminer son travail. Les trois programmes de construction proposés sont présentés ci-après.
Choisissez l'un de ces trois programmes, et indiquez sur le schéma correspondant de l'Annexe le parcours du lutin à l'aide de segments fléchés. Vous indiquerez le point d'arrivée du lutin, ainsi que sa direction à la fin de l'exécution du programme.
(Rappel : le lutin en position horizontale et regardant vers la droite est dit « orienté à 90° ». C'est sa position initiale par défaut.)

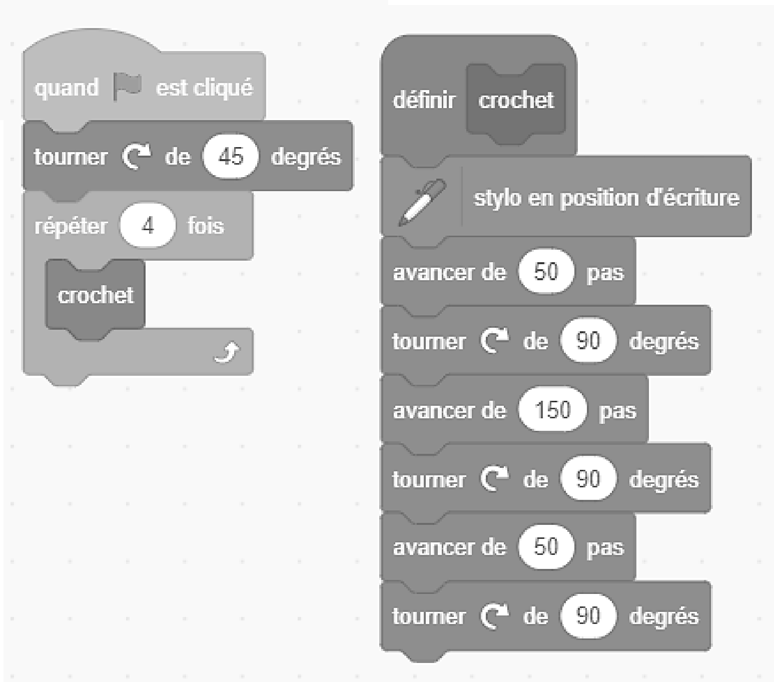
Programme de Daniel



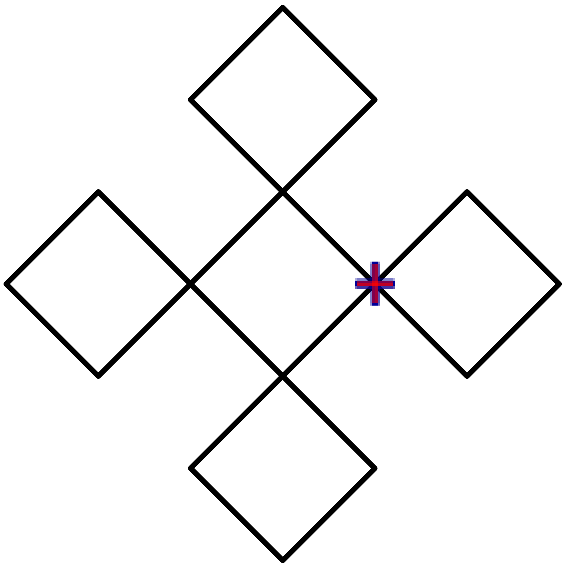


Programme de Nina

Programme de Lucie



ANNEXE : Scratch et le motif calédonien n°2

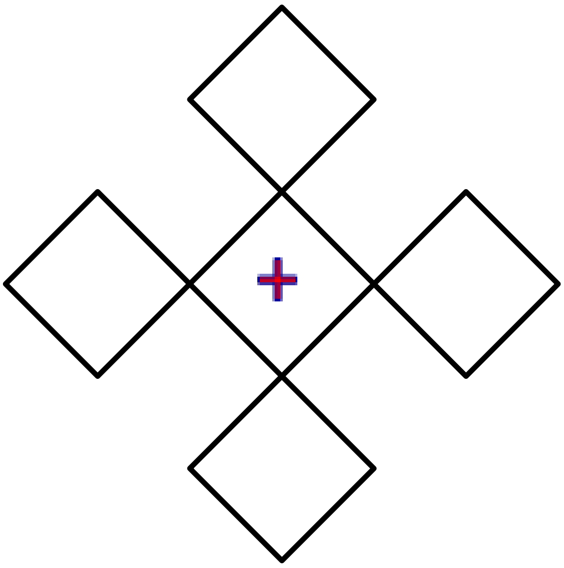


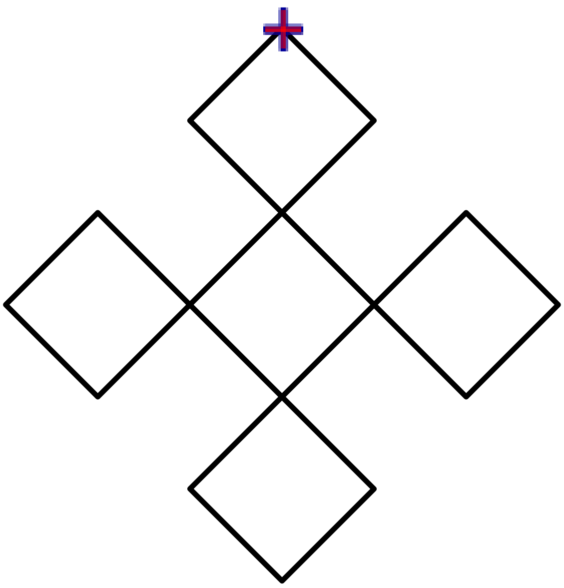
Daniel

Point de départ :
Point d'arrivée :
Orientation finale : ☐ ↘
☐ ↙
☐ ↗
☐ ↖

Nina

Point de départ :
Point d'arrivée :
Orientation finale : ☐ ↖
☐ ↗
☐ ↙
☐ ↘





Lucie

Point de départ :
Point d'arrivée :
Orientation finale : ☐ ↖
☐ ↗
☐ ↙
☐ ↘

QUELQUES PROPOSITIONS DE SUJETS POUR PRÉPARER L'ÉPREUVE ORALE

Corrigés pages 221 et suivantes

PRÉPARATION DE L'ÉPREUVE ORALE DE MATHÉMATIQUES

INTRODUCTION

Textes de cadrage

Depuis la session 2022, une des épreuves d'admission au CRPE est une épreuve orale de présentation d'une « leçon » en mathématiques. C'est l'arrêté du 25 janvier 2021 qui fixe les modalités d'organisation de cette épreuve. Cet arrêté est complété par une note de commentaires du 21 octobre 2021, publiée sur le site du ministère, apportant des précisions dont nous rappelons le contenu ci-dessous.

Arrêté du Journal officiel	Note de commentaires
Organisation de l'épreuve de leçon	
L'épreuve porte successivement sur le français et les mathématiques. Durée de préparation : deux heures ; durée de l'épreuve : une heure (français : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette première partie ; **mathématiques : trente minutes, l'exposé de dix à quinze minutes est suivi d'un entretien avec le jury pour la durée restante impartie à cette seconde partie**).	
Nature et objectifs de l'épreuve	
Elle a pour objet **la conception et l'animation d'une séance d'enseignement à l'école primaire** dans chacune de ces matières, permettant d'apprécier **la maîtrise disciplinaire et la maîtrise des compétences pédagogiques du candidat**.	À la suite des épreuves écrites de français et de mathématiques dont l'objectif est l'évaluation des connaissances et compétences disciplinaires, **la leçon a pour ambition d'évaluer les compétences didactiques et pédagogiques des candidats**. La leçon n'est donc pas un exposé disciplinaire, mais **une épreuve pratique s'appuyant sur les connaissances didactiques et pédagogiques du candidat.**
Déroulement	
Le candidat **présente successivement au jury les composantes pédagogiques et didactiques de chaque leçon et de son déroulement**. Chaque exposé est **suivi d'un entretien avec le jury** lui permettant de faire préciser ou d'approfondir les points qu'il juge utiles, tant sur les connaissances disciplinaires que didactiques.	
Le sujet	
Le jury soumet au candidat deux sujets de leçon, l'un dans l'un des domaines de l'enseignement du français, l'autre dans celui des mathématiques, **chacun explicitement situé dans l'année scolaire et dans le cursus de l'élève.**	Elle porte sur un sujet fourni par le jury pour un niveau scolaire donné. Le sujet précise **le niveau ou les niveaux de classes visés et indique la période de l'année à laquelle se situe la séance à construire**. Par exemple, il peut s'agir d'une classe CP en période 1 ou d'un cours double CM1-CM2 en période 3. Le sujet est **explicitement articulé au programme**. En mathématiques, le sujet porte sur l'un des trois cycles de l'école primaire. Par exemple :

	• enseigner les décompositions et recompositions en petite section (dire combien il faut ajouter ou enlever pour obtenir des quantités ne dépassant pas cinq) • enseigner les tables de multiplication de 6 à 9 au CE2 • enseigner la résolution de problèmes en deux étapes au CM1. Le sujet **précise la séquence dans laquelle se situe la séance que doit présenter le candidat, ainsi que le positionnement de la séance dans cette séquence**. Par exemple, il peut s'agir **de la séance d'introduction d'une nouvelle notion, ou d'une séance de remédiation à la suite d'une évaluation intermédiaire (dans ce cas des productions d'élèves pourront être fournies), ou encore d'une séance située en fin de séquence en amont d'une évaluation.**
Le dossier fourni	
Afin de construire le déroulé de ces séances d'enseignement, le candidat dispose en appui de chaque sujet d'un dossier fourni par le jury et comportant **au plus quatre documents de nature variée : supports pédagogiques, extraits de manuels scolaires, traces écrites d'élèves, extraits des programmes…**	Le dossier **ne saurait excéder 2 ou 3 pages A4**, compte tenu du temps de préparation imparti et de la durée de l'épreuve. Si cela est jugé utile par les concepteurs, le dossier fournit **un extrait du programme ou d'autres documents institutionnels tels que les Attendus de fin d'année ou les Repères annuels de progression**. Le dossier intègre des éléments variés jugés utiles. Il peut s'agir **d'extraits de documents ressources institutionnels, d'extraits de manuels, d'albums ou de livres de littérature, de documents produits par un enseignant, de travaux d'élèves,** etc.
Evaluation et attendus	
Coefficient 4. L'épreuve est notée sur 20. La note 0 est éliminatoire	Le candidat indique clairement ses **objectifs d'enseignement**. Le candidat expose, face au jury, **le déroulement de sa séance** ainsi que ses **choix pédagogiques**, **justifiés par sa réflexion didactique**. Il s'agit **d'un exposé et non de la simulation d'une situation de classe.** Le candidat intègre **l'activité des élèves** à sa présentation de séance. Le candidat s'appuie sur **l'extrait du programme** qui lui a été éventuellement fourni. Si les grandes lignes des programmes doivent lui être familières, il n'en est en effet pas exigé une connaissance précise. Le candidat **exploite le dossier**. Il peut, s'il l'estime nécessaire, **faire appel à des documents extérieurs** au dossier dont il aurait connaissance. Il explicite, lors de l'entretien, les motifs qui l'ont amené à minorer éventuellement un document fourni par le dossier. Le candidat est évalué sur sa capacité à construire une **réflexion d'ordre didactique et pédagogique** et à la **justifier** ou à la **faire évoluer** lors de l'entretien.

Bilan des sessions 2022 et 2023

La session 2022 était la première mise en œuvre de cette épreuve. La COPIRELEM a collecté des retours de candidats dans les académies sur les intitulés des sujets, les documents fournis et les questions posées par les jurys. Une synthèse de ces témoignages est diffusée sur le site www.copirelem.fr.
Pour la session 2023, la COPIRELEM a poursuivi ce travail de collecte et une synthèse sera disponible sur le site de la commission en fin d'année 2023.

Nos propositions pour ces annales

Dans la suite, nous faisons une proposition de quatre sujets, illustrant la variété des domaines des mathématiques pouvant être abordés dans cette épreuve :

- un sujet sur le calcul (apprentissage d'une technique opératoire de la soustraction au CE1) ;
- un sujet sur les formes à l'école maternelle ;
- un sujet sur les grandeurs et mesures (les aires au CM1) ;
- un sujet sur la géométrie (les solides au CE2).

Pour présenter des éléments de réponse, nous avons adopté la structure générale ci-après qui va volontairement au-delà de ce que le jury pourrait attendre lors de l'exposé oral. L'ensemble des éléments proposés peut contribuer à la formation des candidats, en particulier en les aidant à construire une réflexion didactique, et à la bonne préparation à cette épreuve.

1) Les incontournables didactiques sur le thème
   Explicitation des savoirs disciplinaires et didactiques attendus d'un futur professeur des écoles sur le thème correspondant au sujet traité.
2) Analyse des documents du sujet
   Résolution de l'exercice, analyse des travaux d'élèves, etc.
3) Proposition(s) d'éléments de contenu pour l'exposé devant le jury [en intégrant des éléments dégagés dans les paragraphes 1 et 2]
   a. Enjeux d'apprentissage, objectifs
   b. Déroulement : différentes phases – organisation spatiale – matériel
   c. Verbalisation : de la consigne à l'institutionnalisation
   d. Éléments de différenciation et d'aide envisagés
4) Questions possibles pendant l'entretien
   Les réponses ne sont pas systématiquement explicitées, notamment lorsqu'elles figurent déjà dans ce qui a été écrit dans les parties précédentes.
   Des éléments de réponse sont proposés lorsque cela complète les éléments déjà présentés.

UNE TECHNIQUE OPÉRATOIRE DE LA SOUSTRACTION EN CE1

Domaine
Nombres et calculs.

Niveau
CE1.

Période de l'année
Fin de la période 2. Dès le début de l'année, les élèves de la classe ont travaillé sur l'addition et la soustraction lors de séances de calcul en ligne et de calcul mental ; ils ont aussi résolu des problèmes relevant de ces deux opérations.

Connaissance ou compétence visée
Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour la soustraction.

Consigne pour le candidat
Vous enseignez dans une classe de CE1 et vous souhaitez mettre en œuvre une séquence visant à introduire une technique opératoire de la soustraction.
Vous présenterez la première séance de cette séquence. Pour organiser cette séance, vous pourrez prendre appui, sans vous y limiter, sur les documents placés en **annexes 1 et 2**.
Les documents placés **en annexes 3 et 4** pourront vous être utiles pour préciser et justifier les choix que vous effectuerez pour concevoir cette séance.

Sources des documents fournis
Annexe 1 : Horoks, J.et Mariacher C. (2009). *La clé des maths, CE1. Livre de l'élève*. Belin.

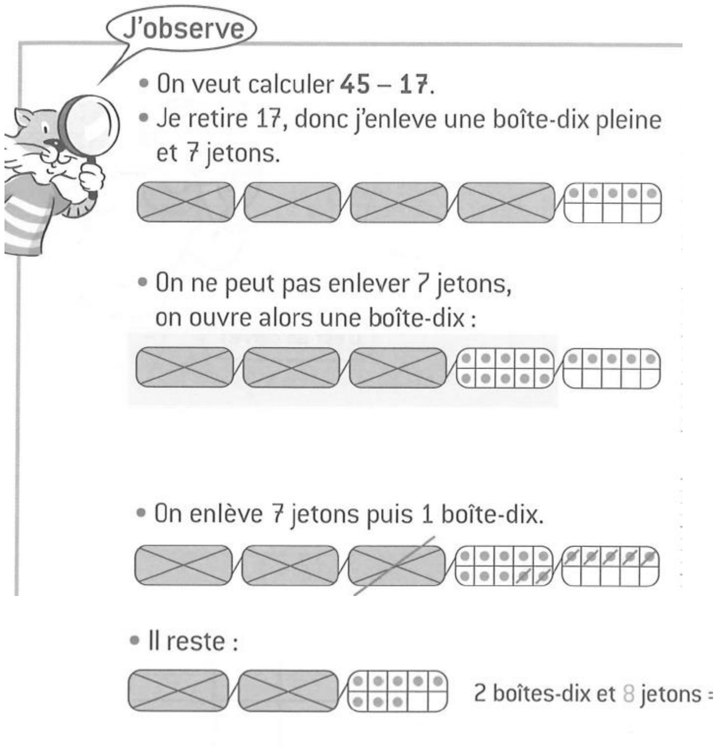
Annexe 2 : Bolsius, C. et al. (2019). *Archimaths, CE1. Guide pédagogique.* Magnard.

Annexe 3 : MENJ. (2019). *Repères annuels de progression en mathématiques pour le cycle 2 »*.

Annexe 4 : MENESR. (2016). *Le calcul aux cycles 2 et 3.* Eduscol.

ANNEXE 1

Extrait de « La clé des maths CE1 ». Belin, 2009



J'observe

- On veut calculer **45 – 17**.
- Je retire 17, donc j'enleve une boîte-dix pleine et 7 jetons.

- On ne peut pas enlever 7 jetons, on ouvre alors une boîte-dix :

- On enlève 7 jetons puis 1 boîte-dix.

- Il reste :

2 boîtes-dix et 8 jetons =

ANNEXE 2

Extrait de la leçon 76 de « Archimaths CE1, Guide pédagogique ». Magnard, 2019, pp. 148-149

Remarque

La leçon 75 s'intitule « Poser la soustraction des nombres à 2 chiffres sans retenue ».

76 Poser la soustraction des nombres à 2 chiffres avec retenue

▸ **Compétence :**
- **Mettre en œuvre un algorithme de calcul posé pour la soustraction.**

▸ **Objectifs :**
- Poser correctement les chiffres dans la soustraction.
- Utiliser la technique « d'échanges » pour effectuer une soustraction avec retenue.

- Présenter le problème suivant : *Archi a une collection de coquillages. Il décide de donner 19 coquillages de sa collection à son amie, Lali. Au départ, sa collection contenait 62 coquillages. Combien de coquillages reste-t-il dans sa collection ?*
- Recueillir les propositions des élèves. Lorsque la soustraction est proposée, demander de la poser en colonnes. Faire un rappel rapide sur le positionnement des chiffres.

Comment pouvons-nous faire pour effectuer cette soustraction ?

- Les élèves vont être bloqués par le fait qu'on ne puisse pas retirer 9 de 2. Proposer alors de trouver plusieurs manières d'écrire 62 en faisant varier le nombre de dizaines : 62 = 6 d et 2 u ; 62 = 5 d et 12 u ; 62 = 4 d et 22 u ; etc.
  - Interroger une fois encore les élèves, à la lun de ces indices, et recueillir leurs proposit Si besoin, faire remplacer 62 par 5 d et 12 proposer une autre écriture de la soustractior

$$\begin{array}{rr} 6 & 2 \\ -1 & 9 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} \overset{5}{\cancel{6}} & {}_{1}2 \\ -1 & 9 \\ \hline \end{array}$$

Cette méthode, utilisée dans le fichier est dite « par emprunt ». Elle n'est pas la seule, et n'est pas celle régulièrement utilisée par les parents d'élèves qui utilisent la méthode « par compensation ».

Exemple de la méthode « par compensation »

$$\begin{array}{rr} 6 & {}_{1}2 \\ -{}_{+1}1 & 9 \\ \hline 4 & 3 \end{array}$$

La méthode par emprunts est plus simple et plus logique. Une dizaine est bien « empruntée », mais plutôt que de la retirer directement, on la retire avec les dizaines à soustraire. Cela demande d'organiser mentalement les retenues. La difficulté, parfois, vient du fait que le « 1 » posé dans la colonne des unités pour représenter l'ajout d'une dizaine se lit « dix » s'il est posé près d'un 7, d'un 8 ou d'un 9 (dix-sept, dix-huit…) et « douze » s'il est posé près d'un 2, alors que le 1 que l'on pose dans la colonne dizaines se lit « un », puisqu'il s'agit d'« une » dizaine. La dizaine empruntée est rendue, elle est ajoutée à ce qui doit être retiré. Toutefois, cette méthode a ses limites, notamment lorsque les nombres à soustraire comportent des centaines et que l'emprunt doit s'effectuer sur deux rangs (300 – 246), (2 c 9 d et 10 u).

- Une fois la méthode comprise, ne pas hésiter à entraîner les élèves.

Mémo de l'élève

Poser une soustraction avec une retenue

Pour calculer 73 – 28 :
- Je commence par soustraire les unités : 3 – 8. Ce n'est pas possible !
- Je prends une dizaine dans les 7 dizaines et je la transforme en 10 unités. Je n'ai plus que 6 dizaines. Je calcule 13 – 8 = 5.
- Puis je soustrais les dizaines : 6 – 2 = 4.

73 – 28 = 45

$$\begin{array}{rr} & \overset{6}{\cancel{7}} \; 13 \\ - & 2 \;\; 8 \\ \hline & 4 \;\; 5 \end{array}$$

ANNEXE 3

Extrait des « Repères annuels de progression en mathématiques pour le cycle 2 ». MENJ, 2019

<table>
<tr><th colspan="3">Calcul (suite)</th></tr>
<tr><td colspan="3">Les procédures à mémoriser dans le cadre du calcul posé.
Les opérations posées permettent l'obtention de résultats notamment lorsque le calcul mental ou écrit en ligne atteint ses limites. Leur apprentissage est aussi un moyen de renforcer la compréhension du système décimal de position et de consolider la mémorisation des relations numériques élémentaires. Il a donc lieu lorsque les élèves se sont approprié des stratégies de calcul basées sur des décompositions/recompositions liées à la numération décimale, souvent utilisées également en calcul mental ou écrit.</td></tr>
<tr><td>Les élèves enrichissent d'abord la mémorisation de faits numériques et de procédures. Au plus tard en période 4, les élèves apprennent à poser les additions en colonnes avec des nombres de deux chiffres.</td><td>Dès le début de l'année, les élèves consolident la maîtrise de l'addition avec des nombres plus grands et avec des nombres de taille différente.
Ils continuent à enrichir la mémorisation de faits numériques et de procédures. Au plus tard en période 3, les élèves apprennent une technique de calcul posé pour la soustraction.</td><td>Dès le début de l'année, les élèves consolident la maîtrise de la technique de la soustraction apprise en CE1.
Ils apprennent et entretiennent tout au long de l'année une technique de calcul posé pour la multiplication, tout d'abord en multipliant un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre puis avec des nombres plus grands.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Les techniques de calcul posé sont communes à toutes les classes, elles sont ritualisées avec les mêmes formes et les mêmes mots. Ce choix doit être poursuivi au cycle 3.</td></tr>
</table>

ANNEXE 4

Extrait de « Le calcul aux cycles 2 et 3 », MENESR, Eduscol, 2016

Objectifs

❖ **Calcul mental et calcul en ligne**

Le calcul mental et le calcul en ligne sont pratiqués pour :

- construire puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de notre numération décimale de position ;
- développer la connaissance des nombres ;
- travailler le sens des opérations ;
- découvrir et utiliser les propriétés des opérations ;
- développer des habiletés calculatoires ;
- construire progressivement des faits numériques et des procédures élémentaires qui seront utiles pour mener des calculs posés et permettront de traiter des calculs (mentaux ou en ligne) plus complexes ;
- développer des compétences dans le cadre de la résolution de problèmes, par exemple au niveau du choix des opérations.

Via le calcul mental et le calcul en ligne, on apprend aussi à déterminer un ordre de grandeur et à pratiquer le calcul approché. Cette capacité est particulièrement utile pour contrôler un résultat et développer l'esprit critique.

❖ **Calcul posé**

Le calcul posé permet de disposer d'une méthode de calcul sécurisante, car elle permet de garantir l'obtention d'un résultat. Le calcul posé donne l'occasion de réinvestir les faits numériques (tables d'addition et de multiplication en particulier) et les connaissances sur la numération. Le calcul posé permet l'étude du fonctionnement d'algorithmes complexes à partir de leur mise en pratique. […]

Stratégies d'enseignement

La place consacrée au calcul mental et au calcul en ligne dans les temps d'apprentissage et d'entrainement est plus importante que celle accordée au calcul posé. Les différentes formes de calcul sont travaillées dans le cadre de la résolution de problème, mais aussi pour elles-mêmes dans des temps spécifiques d'apprentissage, d'entrainement et d'évaluation. […]

❖ **Calcul posé**

Pour chaque opération, le calcul posé n'est introduit qu'en aval d'activités proposées en calcul mental ou en ligne. Cet apprentissage doit être mené en relation étroite avec la poursuite du travail mené en calcul mental et en ligne. L'entrainement au calcul posé est prévu dans la durée, de façon filée plutôt que massée. Pour faire progresser les élèves en calcul posé, il est important de développer chez chacun d'eux, une attitude réflexive face à l'origine de ses erreurs. Des activités d'analyse de productions erronées ou non abouties sont pour cela efficaces (l'utilisation d'un visualiseur est adaptée).

Le choix des algorithmes de calcul posé travaillés tout au long de la scolarité d'un élève doit être cohérent, par exemple : Où positionne-t-on les retenues pour les additions et les multiplications ? Quel algorithme choisit-on pour la soustraction ? (« par cassage », « par compléments », « par ajouts simultanés », etc.). Ceci ne signifie pas que la trace écrite ne peut pas évoluer, ainsi pour la division les soustractions peuvent ne plus apparaître et être effectuées mentalement quand le diviseur est simple et que l'élève est en mesure de gérer ces soustractions mentalement.

RECONNAITRE DES FORMES EN MATERNELLE

Domaine

Acquérir les premiers outils mathématiques : explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées.

Niveau

GS.

Période de l'année

Période 1.

Connaissance ou compétence visée

Reconnaître des formes géométriques planes.

Consigne pour le candidat

Vous êtes enseignant(e) en Grande Section, et vous souhaitez mettre en œuvre une séquence destinée à développer chez les élèves la compétence indiquée ci-dessus. Des extraits d'une enquête sur les performances des élèves de 5 ans lors d'activités de reconnaissance de figures géométriques sont donnés dans le document 2.
Dans cette séquence, vous avez déjà mené les premières étapes de l'activité « mystère dans la boîte » décrite dans le document 3.
Vous présenterez la mise en œuvre de l'étape 4 de cette activité, en explicitant vos choix didactiques et pédagogiques.

Documentation fournie

Document 1 : extrait du BOEN n°25 du 24 juin 2021, 4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites Organisées.

Document 2 : extraits de l'article de Pinet L., Gentaz E., la reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans, dans la revue *Grand N n°80*, éd. IREM de Grenoble, 2007 p.17-28.

Document 3 : extraits de Mazollier M.-S., Fénichel M. et Tritsch C., *Mon année de maths, GS*, éd. Sed, 2012.

DOCUMENT 1

Extrait du BOEN n°25 du 24 juin 2021, 4.2. Explorer des formes, des grandeurs, des suites organisées

« Très tôt, les jeunes enfants discernent intuitivement des formes (carré, triangle...) et des grandeurs (longueur, contenance, masse, aire…). À l'école maternelle, ils construisent des connaissances et des repères sur quelques formes et grandeurs. L'approche des formes planes, des objets de l'espace, des grandeurs, se fait par la perception visuelle, la manipulation et la coordination d'actions sur des objets. Cette approche est soutenue par le langage : il permet de décrire ces objets et ces actions et favorise l'identification de premières caractéristiques descriptives. Ces connaissances qui resteront limitées constituent une première approche de la géométrie et de la mesure qui seront enseignées aux cycles 2 et 3.

4.2.1 Objectifs visés et éléments de progressivité

Très tôt, les enfants regroupent les objets, soit en fonction de leur aspect, soit en fonction de leur utilisation familière ou de leurs effets. À l'école, ils sont incités à « mettre ensemble ce qui va ensemble » pour comprendre que tout objet peut appartenir à plusieurs catégories et que certains objets ne peuvent pas appartenir à celles-ci.
Par des observations, des comparaisons, des tris, les enfants sont amenés à mieux distinguer différents types de critères : forme, longueur, masse, contenance essentiellement. Ils apprennent **progressivement** à reconnaître, distinguer, décrire des solides puis des formes planes. Ils commencent à appréhender la notion d'alignement qu'ils peuvent aussi expérimenter dans les séances d'activités physiques. L'enseignant est attentif au fait que l'appréhension des formes planes est plus abstraite que celle des solides et que certains termes prêtent à confusion (carré/cube). L'enseignant utilise un vocabulaire précis (cube, boule, pyramide, cylindre, carré, rectangle, triangle, cercle ou disque (à préférer à « rond ») que les enfants sont entraînés ainsi à comprendre d'abord puis amenés progressivement à utiliser.
Par ailleurs, dès la petite section, les enfants sont invités à organiser des suites d'objets en fonction de critères de formes et de couleurs ; les premiers algorithmes qui leur sont proposés sont constitués d'alternances simples. Dans les années suivantes, progressivement, ils sont amenés à reconnaître un rythme dans une suite organisée et à continuer cette suite, à inventer des » rythmes » de plus en plus compliqués, à compléter des manques dans une suite organisée.

4.2.2 Ce qui est attendu des enfants en fin d'école maternelle

– Classer des objets en fonction de caractéristiques liées à leur forme.
– Reconnaître quelques solides (cube, pyramide, boule, cylindre).
– Savoir nommer quelques formes planes (carré, triangle, cercle ou disque, rectangle) et ce dans toutes leurs orientations et configurations.
– Classer ou ranger des objets selon un critère de longueur ou de masse ou de contenance.
– Reproduire un assemblage à partir d'un modèle (puzzle, pavage, assemblage de solides).
– Reproduire, dessiner des formes planes.
– Identifier une organisation régulière et poursuivre son application. »

DOCUMENT 2

Extraits de l'article de Pinet L., Gentaz E., La reconnaissance des figures géométriques planes par les enfants de 5 ans, dans la revue *Grand N n°80*, éd. IREM de Grenoble, 2007 p.17-28.

« Quarante-quatre enfants monolingues français ont participé à l'étude (20 garçons et 24 filles). Ces enfants sont scolarisés dans deux classes de la ville de Grenoble en grande section de maternelle (âge moyen 5 ans 6 mois, âge réel 5 ans à 6 ans, écart-type 3 mois).
Tous les élèves sont issus de classe socio-économique moyenne et ne sont pas suivis par des spécialistes en dehors du temps scolaire. Cette étude a eu lieu durant le mois de novembre de l'année scolaire. Par ailleurs, aucun enseignement spécifique sur les figures géométriques n'a été proposé par les enseignantes avant cette expérimentation. […]

Analyse des quatre figures

Dans un premier temps, nous avons effectué une analyse des performances obtenues pour chaque figure.

Le carré

Le carré est une figure géométrique relativement bien identifiée par les élèves avec un taux de reconnaissance de 73,5 % (ce qui représente 194 carrés cochés parmi les 264 [44 × 6] carrés représentés au total). Plus précisément, 88,6 % des carrés n° 1 (prototypes) sont reconnus (soit 39 carrés prototypiques reconnus sur les 44 carrés prototypiques au total) contre 70,4 % des carrés non prototypiques n° 2 à 6 (soit 155 carrés non prototypiques reconnus parmi 220 carrés non prototypiques au total). Concrètement, seulement 10 élèves sur 44 au total, n'ont fait aucune omission ni aucune erreur et ont donc uniquement coché les 6 carrés.
Parmi les 26,5 % de carrés omis (soit 70 carrés oubliés sur les 264 carrés au total), on retrouve 11,4 % de carrés omis prototypiques (soit 5 carrés prototypiques omis sur 44 carrés prototypiques au total) contre 29,5 % de carrés omis non prototypiques (soit 65 carrés non prototypiques omis sur 220 carrés non prototypiques au total). Ainsi, 20 élèves n'ont pas omis de carrés, néanmoins dix d'entre eux ont en plus sélectionné, à tort, une ou plusieurs figures distractrices. Ces résultats montrent que les carrés prototypiques sont mieux reconnus que les carrés non prototypiques. […]

Le rectangle

Le rectangle est une figure géométrique relativement bien identifiée par les élèves de GS avec un taux de reconnaissance de 63,6 % (soit 168 rectangles sélectionnés parmi les 264 rectangles proposés au total). Plus précisément, 72,7 % des rectangles n° 1 (prototypes) sont reconnus (soit 32 rectangles prototypiques reconnus sur les 44 rectangles prototypiques au total) contre 61,8 % de rectangles non prototypiques n° 2 à 6 reconnus (soit 136 rectangles non prototypiques sur 220 rectangles non prototypiques au total).
Concrètement, seulement 5 élèves sur 44 au total, n'ont fait aucune omission ni aucune erreur et ont donc uniquement sélectionné les 6 rectangles. […]

Le triangle

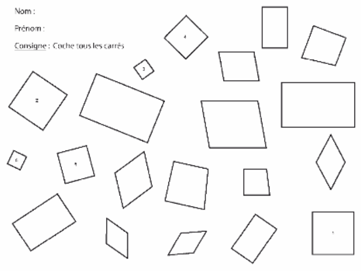
Le triangle est la figure la moins bien reconnue des élèves de GS avec un taux de reconnaissance de 52,6 % seulement (ce qui représente 139 triangles cochés parmi les 264 triangles proposés au total). Plus précisément, tous les triangles n°1 (prototypes) (100 %) sont reconnus contre seulement 43,2 % de triangles non prototypiques n° 2 à 6 reconnus (soit 136 triangles non prototypiques sur 220 triangles non prototypiques au total).
Parmi les 47,3 % de triangles oubliés (soit 125 triangles omis sur les 264 triangles au total), on ne retrouve aucune omission (0 %) concernant les triangles prototypiques (soit 0 triangles prototypiques omis sur 44 triangles prototypiques au total) contre 56,8 % de triangles omis non prototypiques (soit 125 triangles non prototypiques omis sur 220 triangles non prototypiques au total). Autrement dit, seulement quatre élèves n'ont pas omis de triangles, mais tous ont en plus sélectionné à tort une ou plusieurs figures distractrices. Là encore, les résultats indiquent que les triangles prototypiques sont bien mieux reconnus que leurs homologues non prototypiques. […]

Le cercle

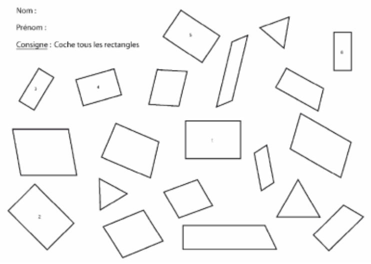
Le cercle est la figure géométrique la mieux reconnue par les élèves de grande section de maternelle avec un taux de reconnaissance de 99,2 % (soit 0,8 % d'omissions) et un taux d'erreur de 0,5 %. Toutefois, deux élèves parmi 44 au total ont omis un cercle parmi les 6 figures cibles (dont un petit cercle de 1,5 cm de diamètre et un cercle de taille moyenne de 2,5 cm de diamètre) et un troisième élève a cru à tort et à trois reprises, reconnaître un cercle parmi les distracteurs (i.e. 2 ellipses et 1 caillou). Rappelons que le cercle est une figure particulière (une bonne forme) puisqu'il n'existe pas de prototype (ou alors, il faut considérer que tous les cercles sont des prototypes).

Figures réduites

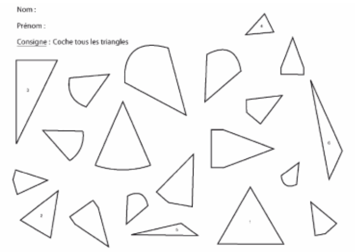
« Coche tous les carrés »



« Coche tous les rectangles »



« Coche tous les triangles »



DOCUMENT 3

Extraits de Mazollier M.-S., Fénichel M. et Tritsch C., *Mon année de maths, GS*, éd. Sed, 2012.

Matériel

- des formes géométriques en deux exemplaires en carton plastifié épais ;
- une boîte (de type carton ou boîte à chaussures) avec deux trous pour que l'élève puisse utiliser ses deux mains sans voir l'intérieur de la boîte.

Activité 1

But de la tâche

L'élève doit trouver la forme soit à l'aide de la vue, soit à l'aide du toucher. Il peut uniquement la montrer, la montrer en la nommant, ou seulement la nommer.

Déroulement

Étape 1 *Appropriation*

Dans cette étape, la boîte contenant une des séries de formes est ouverte, elle n'a pas son couvercle. L'enseignant a placé, sur la table devant les élèves, une autre série de formes toutes de la même couleur, comportant des quadrilatères, des triangles, des ronds. Il présente le matériel et introduit la tâche en donnant la consigne : « J'ai placé des formes géométriques sur la table. Dans la boîte, j'ai mis les mêmes formes mais d'une couleur différente. Je vais vous montrer une des formes parmi celles placées sur la table. Un d'entre vous va devoir la retrouver dans la boîte. »

Les élèves réalisent la tâche à tour de rôle. La validation se fait en superposant les deux formes. Les caractéristiques de la forme sont mises en évidence (bord rond ou non, nombre de côtés).

Étape 2 [....]

Étape 3 *Recherche*

L'enseignant a placé devant les élèves une série de formes géométriques de la même couleur comportant des quadrilatères, des triangles, des ronds. Il place un autre exemplaire d'une des formes dans la boîte mystère (fermée). Il présente le matériel et introduit la tâche en donnant la consigne : « J'ai placé des formes géométriques sur la table. J'ai choisi une des formes et j'ai mis la même mais d'une autre couleur dans la boîte mystère. Un d'entre vous va mettre ses mains dans la boîte mystère, va toucher la forme qu'elle contient et ensuite montrera la même sur la table. On ouvrira la boîte pour vérifier. »

Les élèves réalisent la tâche à tour de rôle et doivent expliquer comment ils ont trouvé la forme.

AIRES

Domaine
Grandeurs et mesures.

Niveau
CM1.

Période de l'année
Période 1.

Connaissance ou compétence visée
Comparer des surfaces selon leur aire.

Documentation fournie
Document 1 : extraits des Programme de cycle 3, publié au Bulletin officiel n°31 du 30 juillet 2020 (p. 95 et 96) et de la ressource d'accompagnement *Grandeurs et mesures au cycle 3* (https://eduscol.education.fr/251/mathematiques-cycle-3).

Document 2 : extraits de manuels (*Archimaths* CM1, Magnard, 2018, p. 96 et 97 ; *Tous en Maths*, CM1, Nathan, 2029, p. 68 et 69).

Document 3 : productions d'élèves.

Consigne pour le candidat
À l'aide de ces documents, **vous présenterez une séance d'apprentissage qui sera intitulée « Comparer des surfaces selon leur aire »**, en CM1 période 1 ; vous proposerez une trace écrite de l'apprentissage réalisé. Cette séance pourra s'appuyer sur les activités proposées dans le document 2.

DOCUMENT 1

Extraits des programmes et des documents d'accompagnement

Extrait des programmes à propos des « Grandeurs et mesures »

Au cycle 3, les connaissances des grandeurs déjà rencontrées au cycle 2 (longueur, masse, contenance, durée, prix) sont complétées et structurées, en particulier à travers la maîtrise des unités légales du Système International d'unités (numération décimale ou sexagésimale, pour les durées) et de leurs relations. Un des enjeux est d'enrichir le concept de grandeur notamment en abordant la notion d'aire d'une surface ainsi que celle de périmètre, en les distinguant clairement. Les élèves approchent la notion d'angle. Ils se familiarisent avec la notion de volume, en lien avec celle de contenance.
Mesurer une grandeur consiste à déterminer, après avoir choisi une unité, combien d'unités ou de fractionnements de cette unité sont contenus dans cette grandeur, pour lui associer un nombre (entier ou non).
Les opérations sur les grandeurs permettent de donner du sens aux opérations sur leurs mesures (par exemple, la somme 30 cm + 15 cm peut être mise en relation avec la longueur de deux bâtons de 30 cm et 15 cm, mis bout à bout). Les notions de grandeur et de mesure de la grandeur se construisent dialectiquement, en résolvant de problèmes faisant appel à différents types de tâches (comparer, estimer, mesurer). Dans le cadre des grandeurs, la proportionnalité sera mise en évidence et convoquée pour résoudre des problèmes dans différents contextes.
Dans la continuité du cycle 2, le travail sur l'estimation participe à la validation de résultats et permet de donner un sens concret aux grandeurs étudiées et à leur mesure (estimer en prenant appui sur des références déjà construites : longueurs et aire d'un terrain de basket, aire d'un timbre-poste, masse d'un trombone, masse et volume d'une bouteille de lait, etc.).

Attendus de fin de cycle

- Comparer, estimer, mesurer des grandeurs géométriques avec des nombres entiers et des nombres décimaux : longueur (périmètre), aire, volume, angle. - Utiliser le lexique, les unités, les instruments de mesures spécifiques de ces grandeurs […].
Aires Comparer des surfaces selon leurs aires sans avoir recours à la mesure, par superposition ou par découpage et recollement. Différencier périmètre et aire d'une figure. Estimer la mesure d'une aire et l'exprimer dans une unité adaptée. Déterminer la mesure de l'aire d'une surface à partir d'un pavage simple ou en utilisant une formule. • Unités usuelles d'aire et leurs relations : multiples et sous-multiples du m^2. • Formules de l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle, d'un disque.

Extrait de la ressource d'accompagnement à propos de la progressivité des apprentissages

Il faut prendre le temps de construire chacune des grandeurs étudiées à l'école primaire avec les élèves, ce qui implique de travailler dans un premier temps les grandeurs pour elles-mêmes, indépendamment des mesures, en invitant les élèves à observer un objet ou comparer plusieurs objets selon différents points de vue. Il est important en effet qu'à de multiples occasions les élèves constatent que l'on peut associer plusieurs grandeurs à un même objet […] Dans un deuxième temps, lorsque la grandeur retenue est bien identifiée, il sera alors possible d'introduire une puis plusieurs mesures associées : par exemple, la notion de masse étant acquise on pourra introduire sa mesure en kilogramme.

DOCUMENT 2

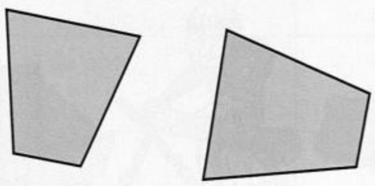
Extraits de manuels

a) Archimaths CM1, Magnard, 2018 (extrait p. 96 et 97)

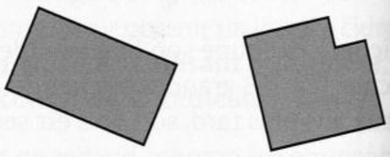
Commençons par chercher

1 Lis le dialogue.

Faut-il autant de papier pour recouvrir chacune de ces deux pièces vertes ? Si non, laquelle en utilisera le plus ?
Tu n'as pas le droit d'utiliser d'instruments de mesure !

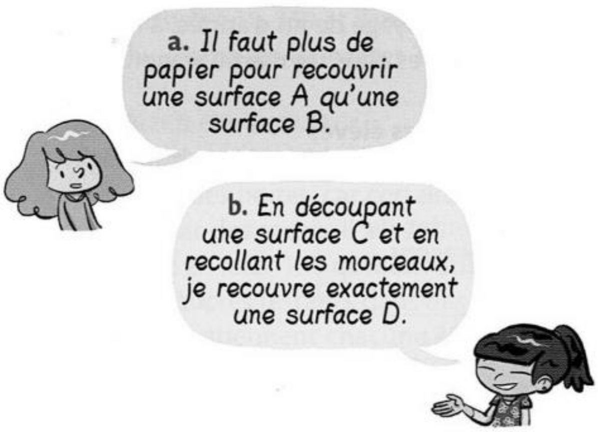


2 Les enfants veulent recouvrir ces deux pièces roses avec du papier.
Faut-il la même quantité de papier pour les recouvrir ? Si non, laquelle en utilisera le plus ?
Tu n'as pas le droit d'utiliser d'instruments de mesure !



Entraine-toi

** **1** Vocabulaire*
Pour chaque affirmation, écris une phrase qui utilise le mot aire.



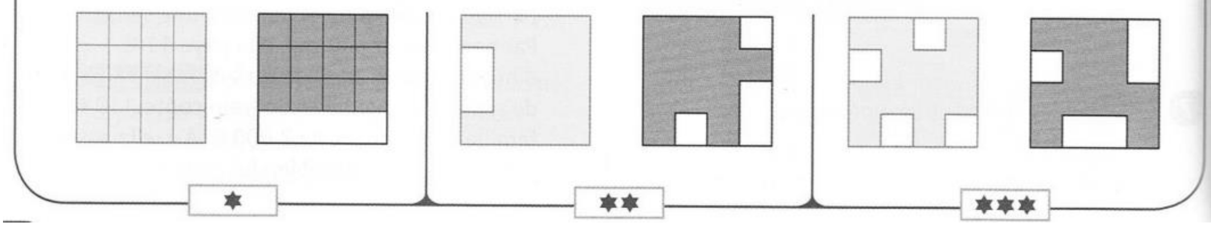
Comparer des aires par découpage et recollement

* **6** **Quelle surface a la plus grande aire ? Fais un pronostic à vue d'œil, puis vérifie-le en décalquant une des deux surfaces.**

b) Tous en Maths, CM1, Nathan, 2029, p. 68 et 69

Je cherche seul

3. La surface jaune est-elle plus grande, plus petite ou égale à la surface violette.

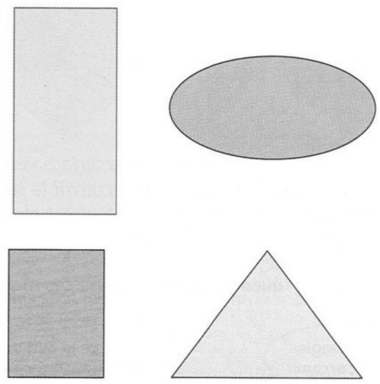


Parcours d'apprentissage

Pour les exercices 1, 3 et 5 indique la surface dont l'aire est la plus grande. Tu peux utiliser du papier-calque et des ciseaux.

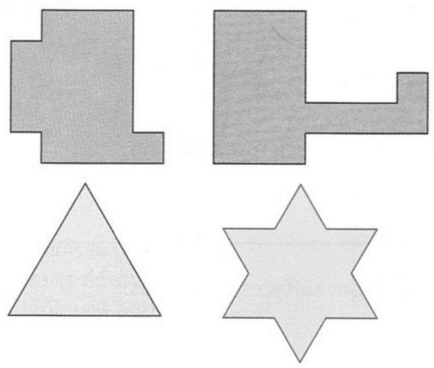
Parcours ★

1 A ▸ B ▸



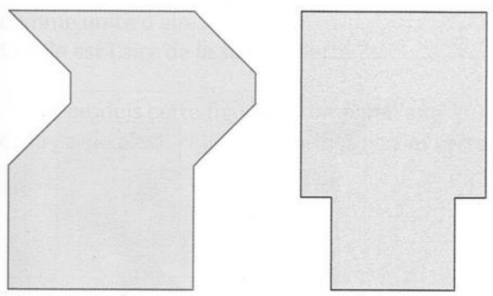
Parcours ★★

3 A ▸ B ▸



Parcours ★★★

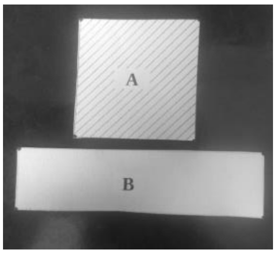
5

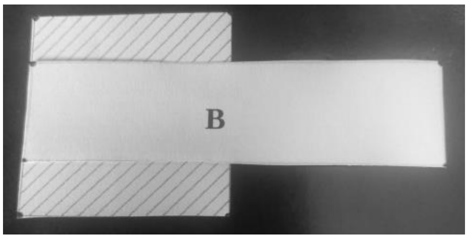


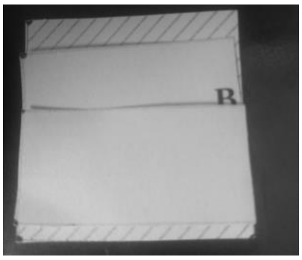
DOCUMENT 3

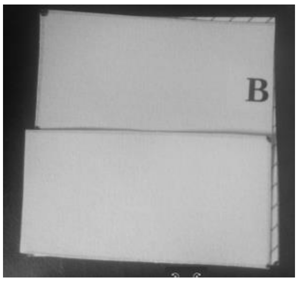
Productions d'élèves

Voici les productions de quatre élèves à propos de l'exercice 6 issu du document 1 (manuel Archimaths). Les élèves disposent des surfaces correspondantes découpées.

<table>
<tr>
<td>

Jean : On voit que A est plus large que B donc A a une aire plus grande que B.</td>
<td>

Elina : Quand je mets B sur A , B dépasse. Donc l'aire de B est plus grande.</td>
</tr>
<tr>
<td>

Ali : J'ai découpé en deux B. Puis j'ai fait rentrer les 2 morceaux dans A. Donc A a une aire plus grande puisque je peux y rentrer B.</td>
<td>

Zita : J'ai découpé B et j'ai recouvert A sans que B dépasse. B et A ont la même aire.</td>
</tr>
</table>

LES SOLIDES AU CE2

Domaine
Géométrie.

Niveau
CE2.

Période
Période 3 (janvier / février).

Connaissance ou compétence visée
Réaliser et reproduire des assemblages de cubes et pavés droits et associer de tels assemblages à divers types de représentations (photos, vues, etc.).

Objectif de la séquence
Construire ou consolider les cinq compétences figurant au programme du cycle 2 dans le chapitre « Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire quelques solides » (cf annexe 4).

Positionnement de la séance dans la séquence
Deuxième séance – Une première séance a porté sur la réalisation par les élèves d'un patron de cube puis sur la construction de ce solide.

Documentation fournie
Annexe 1 : extraits du manuel *Maths explicites CE2*, Hachette, 20, pp. 160.

Annexe 2 : travaux d'élèves et difficultés rencontrées – Sélection de quatre élèves dans une classe de CE2 portant sur l'exercice n°2 de l'annexe 1.

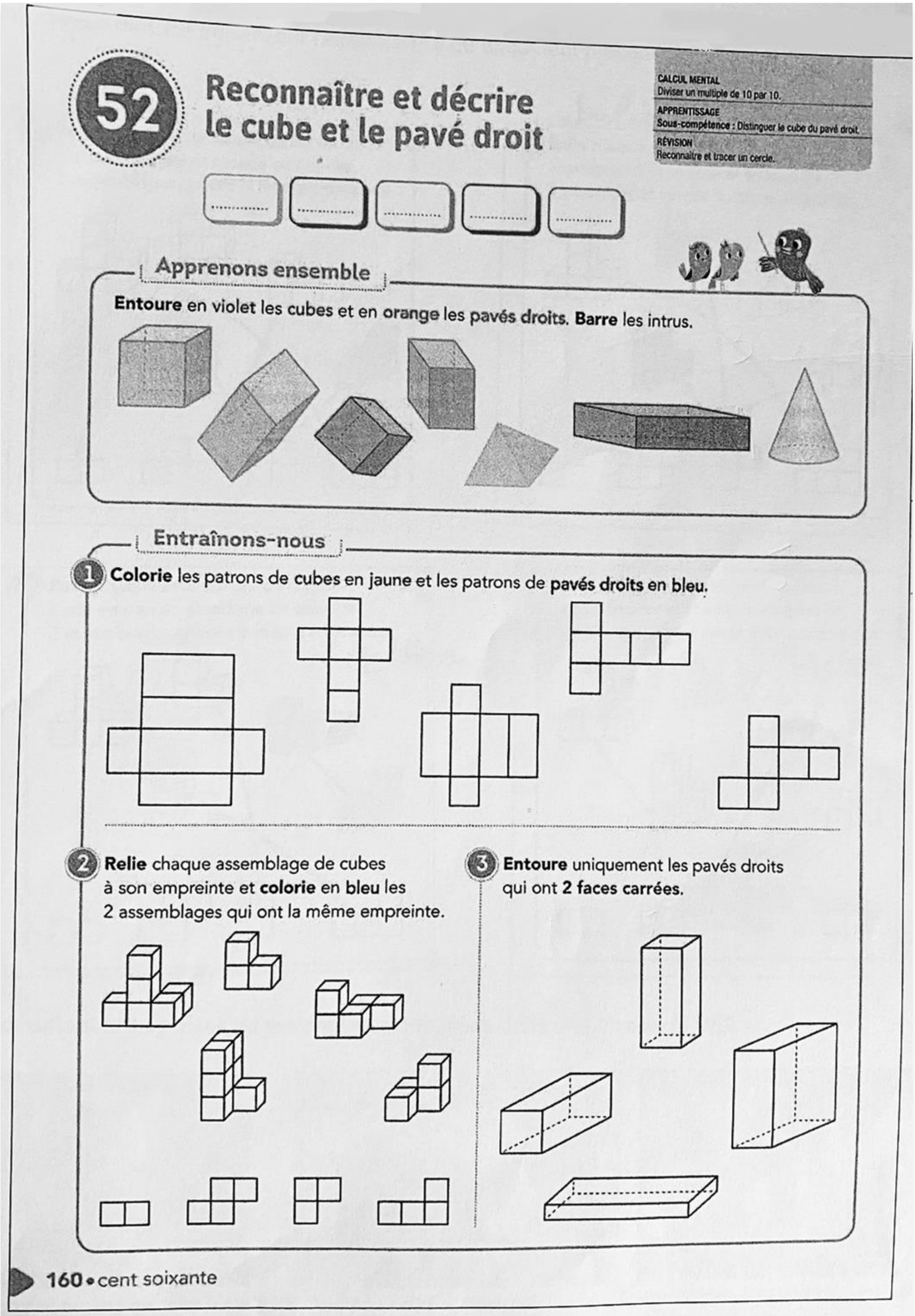
Annexe 3 : photos du matériel existant prises dans une classe de CE2.

Annexe 4 : extraits des programmes de mathématiques des cycles 2 et 3 MENJS – BOEN n°31 du 30 juillet 2020.

Consigne pour le candidat
Construire et présenter une séance d'enseignement en respectant les critères présentés ci-dessus.
En prenant appui sur les documents proposés mais sans vous y limiter, vous proposerez **une possibilité pour la seconde séance** de la séquence.
Dans un premier temps, vous préciserez les problématiques d'apprentissage du sujet, notamment dans leur dimension didactique, puis vous développerez les différentes phases pédagogiques de la séance, leurs objectifs et leur mise en œuvre.

ANNEXE 1

Extraits du manuel *Maths explicites CE2*, Hachette, 20, pp. 160



52 Reconnaître et décrire le cube et le pavé droit

CALCUL MENTAL
Diviser un multiple de 10 par 10.
APPRENTISSAGE
Sous-compétence : Distinguer le cube du pavé droit.
RÉVISION
Reconnaître et tracer un cercle.

Apprenons ensemble

Entoure en violet les cubes et en orange les pavés droits. **Barre** les intrus.

Entraînons-nous

1 **Colorie** les patrons de cubes en jaune et les patrons de **pavés droits** en bleu.

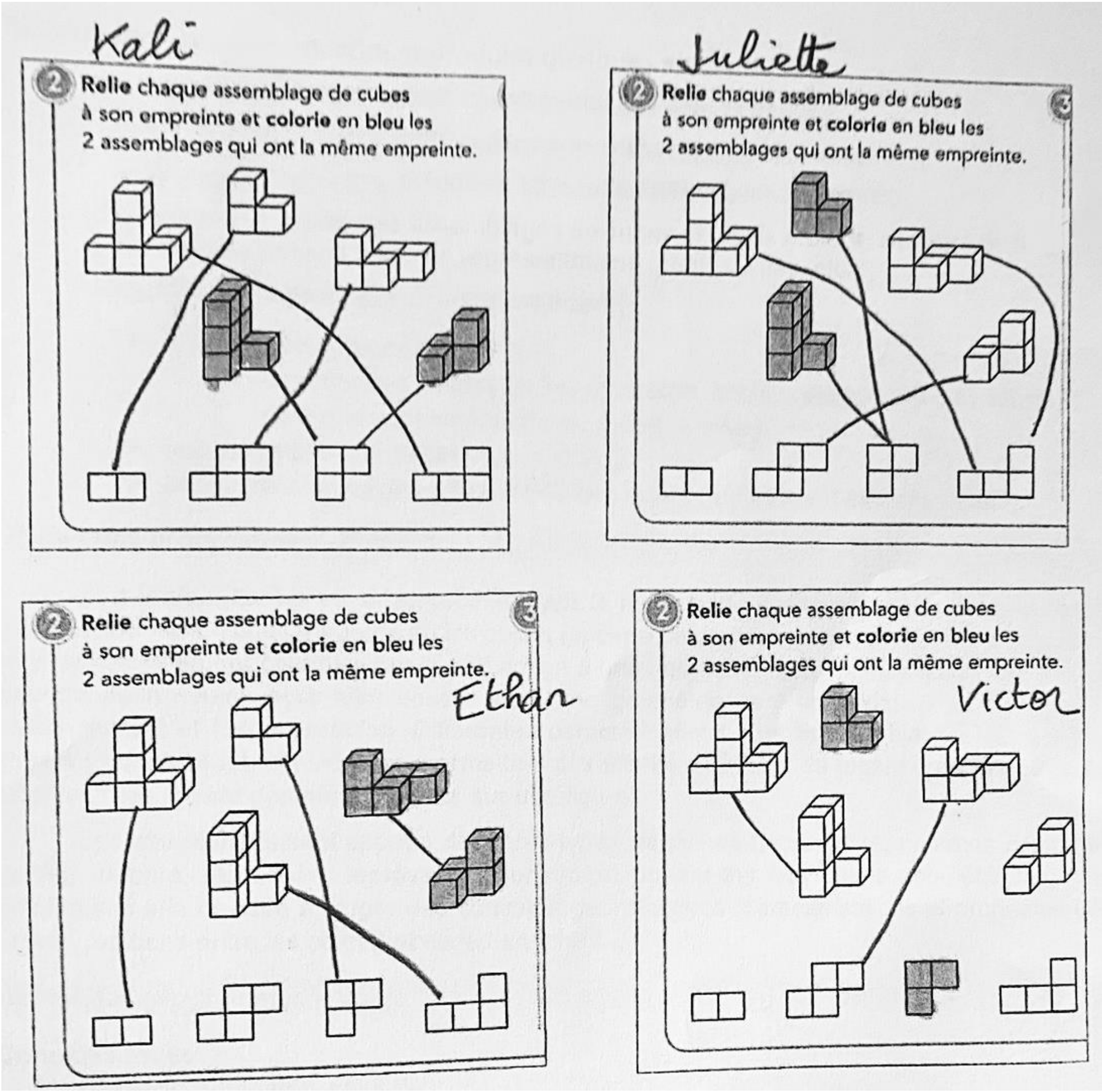
2 **Relie** chaque assemblage de cubes à son empreinte et **colorie** en **bleu** les 2 assemblages qui ont la même empreinte.

3 **Entoure** uniquement les pavés droits qui ont **2 faces carrées.**

160 • cent soixante

ANNEXE 2

Travaux d'élèves et difficultés rencontrées – sélection de quatre élèves dans une classe de CE2 portant sur l'exercice n°2 de l'annexe 1



ANNEXE 3

Photos du matériel existant prises dans une classe de CE2

Tiges et boules de pâte à modeler — Cubes 2x2cm à assembler — Assemblages de cubes à construire

ANNEXE 4

Extraits des programmes de mathématiques des cycles 2 et 3 MENJS – BOEN n°31 du 30 juillet 2020

Cycle 2 :

Reconnaître, nommer, décrire, reproduire quelques solides
- Reconnaître et trier les solides usuels parmi des solides variés. - Reconnaître des solides simples dans son environnement proche. - Décrire et comparer des solides en utilisant le vocabulaire approprié. - Réaliser et reproduire des assemblages de cubes et pavés droits et associer de tels assemblages à divers types de représentations (photos, vues, etc.) ; - Fabriquer un cube à partir d'un patron fourni : o vocabulaire approprié pour : ▪ nommer des solides (cube, pavé droit, boule, cylindre, cône, pyramide) ; ▪ décrire des polyèdres (face, sommet, arête) ; o les faces d'un cube sont des carrés ; o les faces d'un pavé droit sont des rectangles (qui peuvent être des carrés).

Cycle 3 :

À l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont essentiellement contrôlés par la perception à une géométrie où le recours à des instruments devient déterminant, pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation s'appuie sur le raisonnement et l'argumentation. Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure.

Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaître, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances