TRAVAIL SUR DES FORMULAIRES DANS UNE CLASSE DE TERMINALE

Teresa ASSUDE
Iufm de Versailles & DIDIREM
Université de Paris 7
et Marie LATTUATI
Lycée Buffon, Paris

Les élèves de terminale, lorsqu'ils ont à passer le baccalauréat, ont à leur disposition un formulaire qu'ils sont autorisés à utiliser pendant l'épreuve. L'existence de ce formulaire dans l'institution scolaire nous pose un certain nombre de questions :

— pourquoi existe-t-il ? Quelles sont les conséquences didactiques de cette présence ?

— comment vit-il en dehors de l'examen du baccalauréat ?

— quel est le rapport des élèves à cet objet “ formulaire ” ? Comment l'utilisent-ils ? Ont-ils un regard critique par rapport à ce formulaire ?

— que propose le professeur en classe pour que le formulaire soit un instrument de travail des élèves ?

Dans cet article, nous présentons deux aspects d'un travail de mise en œuvre dans une classe d'un dispositif de travail sur les formulaires, sans prétendre répondre à toutes les questions précédentes. Tout d'abord nous nous sommes interrogées sur le fait que le formulaire du bac est présenté sans mode d'emploi, c'est-à-dire que les hypothèses des théorèmes ne sont pas présentes. Nous avons donc demandé aux élèves de faire une analyse critique du formulaire et de préciser les hypothèses sous lesquelles « on a le droit » d'appliquer les formules. Par ailleurs, nous avons demandé aux élèves de fabriquer eux-mêmes un formulaire concernant une autre partie du programme, et nous essayons d'analyser leurs productions.

1 – Description du dispositif

Le travail s'est déroulé, pendant l'année scolaire 1998/1999 dans une classe de Terminale Scientifique (TS) d'un lycée du centre de Paris, classe composée de 35 élèves dont 25 ont choisi la spécialité mathématique. Pour donner une idée du profil de la classe, mentionnons que 31 élèves ont été reçus au baccalauréat avec mention assez bien et deux avec la mention bien. D'après le professeur, la classe est d'un niveau correct et les élèves travaillent bien mais sans passion, montrant le plus souvent une attitude réceptive mais passive face aux mathématiques : peu d'élèves travaillent en profondeur et la majorité d'entre eux “ consomment ” les mathématiques en vue essentiellement du baccalauréat. A quelques exceptions près, les élèves de cette classe étaient déjà ensemble en première S et avaient le même professeur à qui ils accordaient une grande confiance acceptant de faire les travaux proposés, même s'ils n'étaient pas habituels.

Comme nous l'avons déjà dit, la conception et la mise en place du dispositif essaient de répondre aux questions suivantes : il existe un formulaire officiel pour le baccalauréat, que faire avec dans la classe de mathématiques ? Quelle analyse critique de ce texte les élèves peuvent-ils faire ? Vu que le formulaire officiel ne concerne pas tous les domaines du programme, peut-on faire produire aux élèves un formulaire, par exemple de géométrie ? Pour répondre à ces questions, deux étapes ont été prévues.

1ère étape

En mars 1999, le professeur de la classe a proposé aux élèves le travail représenté dans l'encadré de la page suivante.

Les formules proposées reprennent, dans l'ordre et en totalité par rapport au thème, celles du formulaire. Les consignes ont été écrites sur la feuille et le professeur ne les a pas commentées. Les élèves disposaient d'une semaine pour rendre ce travail qui se plaçait en fin d'étude du chapitre sur l'intégration.

Selon le professeur, les élèves ont passé en moyenne une heure à remplir ces feuilles auxquelles il a été fait référence pendant toute la fin de l'année scolaire. Ce travail a été intégré dans la classe comme une référence en ce qui concerne la rédaction d'une démonstration et le regard porté sur l'utilisation de formules pour résoudre des exercices.

2ème étape

Cette étape du dispositif n'a concerné que les 25 élèves de cette classe ayant choisi l'enseignement de spécialité. Ces 25 élèves constituent un groupe assez hétérogène, certains élèves faibles ayant choisi cette spécialité pour éviter les deux autres spécialités. Ce travail est placé en mai 1999 en fin d'année alors que le cours sur les isométries est terminé et que le professeur entraîne les élèves à la résolution et à la rédaction des exercices proposés au baccalauréat. L'enseignant souhaite aider ses élèves à sélectionner, dans un cours assez théorique sur l'ensemble des isométries du plan, les propriétés qui interviennent le plus souvent dans la résolution des exercices.

Les élèves disposent alors d'un stock déjà important d'exercices résolus et le professeur veut conduire les élèves à prendre du recul sur les méthodes employées et sur les réponses attendues. Cette étape du dispositif vise la réorganisation de leurs connaissances de manière à les rendre disponibles lors de

Pour le 29 mars 1999

Sans hypothèse, en mathématiques, il n'y a pas de théorème. Le formulaire donne des formules, mais ne donne pas les hypothèses qui permettent de les transformer en théorèmes et donc de les utiliser… Alors, à vous de compléter !

1	Si F est une primitive de f alors $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$
2	Si $g(x) = \int_a^x f(t)dt$, alors g'(x) = f(x)
3	f(x) – f(a) = $\int_a^x f'(t)dt$
4	Formule de Chasles $\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$ $\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$
5	Linéarité $\int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t))dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt$
6	Positivité Si a ≤ b et f ≥ 0, alors $\int_a^b f(t)dt \geq 0$
7	Intégration d'une inégalité Si a ≤ b et f ≤ g, alors $\int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt$ Si a ≤ b et m ≤ f ≤ M alors $m(b-a) \leq \int_a^b f(t)dt \leq M(a-b)$
8	valeur moyenne de f sur [a ,b] $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(t)dt$
9	Intégration par parties $\int_a^b u(t)v'(t)dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t)v(t)dt$

*Pouvez-vous faire une **analyse critique** du choix de ces formules :*
— retrouvez-vous toutes les formules qui vous semblent utiles ?
— ces différentes affirmations mathématiques sont-elles de même nature ?
— certaines formules vous semblent-elles inutiles (évidentes, redondantes…) ?
Bien entendu, votre analyse écrite peut déborder le cadre de ces quelques lignes !

la recherche d'exercices à travers la relecture du cours (de cette année mais aussi des années précédentes) et à travers le filtre de la pratique de résolution d'exercices classiques à ce niveau.

La consigne donnée a été la suivante :

> *En ce qui concerne les isométries, faire un formulaire de formules et définitions qui vous semblent utiles pour la résolution d'exercices.*

Les élèves ont une semaine pour rendre le travail mais la période de l'année étant lourde en révisions et en rattrapage de cours de physique, les élèves reconnaissent n'avoir pas pu approfondir ce travail : le temps moyen avoué de rédaction est compris entre une heure et trois heures.

2 – Observations et analyse empirique des productions des élèves

Nous n'analyserons pas dans le détail les productions des élèves mais nous présenterons quelques observations qui peuvent nous servir ultérieurement comme des hypothèses lors de la suite du travail de recherche.

2.1 – Travail sur le formulaire officiel

Les élèves sont rentrés dans la tâche de compléter le formulaire avec les hypothèses qui en sont absentes ainsi que dans la tâche de faire une analyse critique du formulaire : nous avons 33 réponses sur les 35 possibles.

Première observation

La majorité des élèves ont ajouté l'hypothèse que “ f est une fonction intégrable sur un intervalle I, a et b deux réels de I (ou sur l'intervalle [a,b]) ” par exemple par rapport à la première formule :

Si F est une primitive de f alors

$$\int_a^b f(t)\,dt = F(b) - F(a)$$

Deuxième observation

Par rapport à toutes les formules, aucun élève n'a utilisé l'hypothèse suivante qui pourtant apparaît dans les manuels scolaires : “ f est une fonction continue sur un intervalle I, a et b deux réels quelconques de I ”. Par exemple, en ce qui concerne la formule de l'intégration par parties, les élèves écrivent “ soit u et v deux fonctions deux fois dérivables sur [a,b] ” et aucun n'écrit “ si u et v sont deux fonctions dérivables sur [a,b] et si les fonctions dérivées u' et v' sont continues sur [a,b] alors… ”

Troisième observation

Certains élèves confondent “ f est une fonction intégrable sur un intervalle ” et “ f est une fonction dérivable sur un intervalle ”. Par exemple, Thomas écrit partout “ *f dérivable sur I* ” et Grégoire écrit par rapport à la première formule : “ *f est une fonction dérivable sur* [*a,b*] ” et entre parenthèses, il ajoute “ *f a des primitives sur [a,b]* ”, non comme implication mais comme équivalence.

Quatrième observation

Certains élèves confondent un nombre (l'intégrale définie) et une fonction (l'intégrale indéfinie) car ils affirment dans la partie “ analyse critique ” que les formules 2 et 3 sont inutiles. Par exemple, Sarah écrit : “ *Certaines formules semblent inutiles, ou* *sont comprises dans d'autres formules. En effet la 3 se retrouve dans la 1 avec un x variable et dans la 2 avec g qui s'annule en a* "

Cinquième observation

Certains élèves explicitent que, dans quelques formules, certaines hypothèses sont présentes. Par exemple Sarah écrit : " Certaines hypothèses sont données mais pas toutes. " Par contre, d'autres élèves répètent des hypothèses déjà données. Par exemple, Cyril écrit par rapport à la formule 6 : " *Soit f une fonction intégrable sur* $[a,b]$ *et si f est positive avec* $a \leq b$ " en répétant deux hypothèses déjà présentes.

Sixième observation

La plupart des élèves (30 sur 33), lors de l'analyse critique, réfèrent qu'il y a des formules manquantes dans ce formulaire concernant le calcul intégral. Par exemple Sarah écrit : " Certaines formules faisant intervenir le calcul intégral manquent comme celle de la parité, de la périodicité et tous les calculs d'aires et de volumes. Il manque aussi une formule de l'inégalité de la moyenne avec la valeur absolue "

Septième observation

Le statut des différentes formules n'est pas le même pour les élèves : ils parlent de définitions (exemple : formule 1) et de théorèmes (exemple : formules 4 ou 5).

Ces observations peuvent nous amener à poser un certain nombre d'hypothèses en ce qui concerne l'accomplissement de cette tâche inhabituelle pour les élèves qui consiste à faire une analyse critique d'un formulaire officiel. Pour nous, le formulaire est (ou peut devenir) un instrument pour les élèves, instrument qui leur permettra de résoudre des problèmes ou des exercices en utilisant les formules comme des moyens d'action efficaces. Dans l'institution scolaire, le rapport au formulaire officiel reste habituellement dans la sphère privée de l'élève. Le but de notre dispositif était alors de créer les conditions pour une genèse instrumentale (Rabardel 1999), c'est-à-dire pour que les élèves puissent, tout en travaillant sur le formulaire lui-même (sur l'artefact), construire des schèmes d'utilisation de cet artefact en tant que praticiens.

Nous ne pouvons pas affirmer, pour chaque élève en particulier, les effets du dispositif dans cette genèse instrumentale mais nous pouvons avancer un certain nombre d'hypothèses.

Le travail sur le formulaire et sur le rôle des hypothèses nous paraît essentiel pour que les élèves puissent se rendre compte des conditions d'utilisation d'une formule et du fait qu'il peut y avoir des hypothèses manquantes. Léopold écrit explicitement ceci : " *Toutes ces formules sont celles qui servent le plus souvent dans les exercices ou les problèmes. Les donner sans les hypothèses est plutôt un piège pour nous car, mal utilisées elles peuvent mener à des résultats faux. Je pense que le mieux (même si c'est astreignant) c'est de les connaître par cœur ainsi que leurs conditions d'utilisation.* "

Cette citation montre aussi que le rôle du formulaire est d'avoir, dans une forme condensée (par exemple sans les démonstrations), des moyens, des outils pour résoudre de problèmes. La plupart des élèves (comme l'indiquait l'une des questions de l'analyse critique) ont souligné que les formules étaient utiles et ils ont donné des exemples d'autres formules utiles mais absentes comme celles du calcul d'aires ou de volumes. Le rapport au formulaire est bien un rapport de praticien. Par exemple David écrit : " *Les autres formules me paraissent utiles, même essentielles pour pouvoir réussir tous les types d'exercices concernant l'intégration* ". Ou encore, Guillaume qui écrit : " *On retrouve en grande partie les formules utiles. On peut cependant regretter qu'il n'y ait pas d'interprétation géométrique des intégrales c'est à dire le calcul des aires et des volumes.* "

La prise de conscience par les élèves du rôle des hypothèses dans un théorème et le rapport de praticien dans ce travail sur le formulaire peuvent être un moyen d'approfondissement conceptuel. Nous avons observé un certain nombre de cas qui ne sont pas encore évidents pour certains élèves, qui peuvent, par la suite, être repris par le professeur, par exemple la non distinction entre " nombre " et " fonction "[1]. En outre, le professeur peut avoir l'occasion de faire travailler les élèves sur le rôle des hypothèses et les implications du choix de ces hypothèses. Nous pensons par exemple au fait de choisir l'une ou l'autre des hypothèses suivantes : " f intégrable sur un intervalle I " ou " f continue sur un intervalle I ".

L'approfondissement conceptuel est aussi lié au problème de la réorganisation des connaissances par l'élève de manière à ce qu'elles deviennent disponibles, c'est-à-dire à ce qu'il puisse utiliser ailleurs, dans d'autres problèmes ou dans d'autres cadres, les connaissances acquises dans un certain contexte, ce qui est l'un des buts de la deuxième étape du dispositif .

2.2 – Fabrication d'un formulaire sur les isométries

Dans la deuxième étape du dispositif, les élèves doivent accomplir une tâche qui est encore inhabituelle : fabriquer un formulaire sur les isométries. Ce formulaire doit comporter les techniques essentielles pour résoudre les types de problèmes usuels dans une classe de TS, enseignement de spécialité, en réorganisant non seulement leur cours de TS mais aussi les cours des années précédentes.

Nous avons 24 formulaires sur les 25 possibles, ce qui indique que les élèves sont entrés dans l'accomplissement de cette nouvelle tâche. Pour montrer comment ils ont accompli globalement cette tâche, nous allons nous servir des éléments suivants :

— les définitions : dans quel cadre sont-elles données ? Ponctuel ? Vectoriel ? Complexe ?

— la nature des isométries : déplacements ? Antidéplacements ? ou chacune des isométries en particulier ?

— classifications des isométries par les points invariants ;

— classification des isométries par l'orientation ;

— propriétés de conservation : distances, angles géométriques, alignement

— composition des isométries ;

— types de problèmes ;

— registres et ostensifs utilisés ;

Le tableau de la page suivante montre, pour chacun de ces éléments, le nombre d'élèves (sur un total possible de 24) qui y font référence dans leurs productions.

1 Dans le même sens, Frédéric Praslon, dans sa thèse (2000), a bien identifié qu'un des problèmes des étudiants de DEUG, quand ils arrivent du lycée, est celui de ne pas distinguer le nombre dérivé et la fonction dérivée.

Eléments présents dans les productions	*Nombre d'élèves*
Définitions	19
Nature des isométries	8
Points invariants	9
Orientation	10
Déplacements/antidéplacements	24
Conservation	2
Composition	23
Types de problèmes	1
Ecriture complexe	24

Première observation

Les élèves produisent un formulaire sur les isométries en y mettant essentiellement les éléments suivants : définition, classification en déplacements et anti-déplacements, compositions d'isométries (avec des cas particuliers qui sont plus utilisés que d'autres, par exemple la composition de deux réflexions d'axes parallèles ou d'axes sécants) et essentiellement en utilisant l'écriture complexe pour caractériser les isométries et notamment les déplacements et les anti-déplacements.

Deuxième observation

Il n'y a que deux élèves qui parlent de la conservation, par exemple “ *la rotation conserve l'alignement, les distances, les angles orientés* ” ou encore celui qui confond angles orientés et angles géométriques “ *une isométrie est une transformation qui conserve les distances, l'alignement et les angles orientés* ”.

Troisième observation

Il n'y a qu'un élève qui fasse référence aux types de problèmes où les isométries sont des objets d'étude et non des outils. Il écrit : “ *Dans les exercices : existence de f ; - recherche des points fixes ; - déplacements ou anti-déplacements ; -nature de f et ses caractéristiques* ”.

Quatrième observation

Tous les élèves utilisent l'écriture complexe pour représenter différentes isométries : 21 sur 24 élèves l'utilisent pour la translation et la rotation, et tous les élèves l'utilisent pour les déplacements et les anti-déplacements.

La demande de fabrication d'un formulaire impose deux contraintes aux élèves, l'une sur la forme et l'autre sur le contenu et les fonctions du formulaire. En ce qui concerne la forme, l'enseignant ne demande pas le compte-rendu d'une solution, ou d'une démonstration mais un type de texte différent. Les textes sont ainsi conformes à ce qu'est un formulaire du point de vue de la forme : un indice est la prégnance de l'écriture complexe dans les productions de tous les élèves. Ce type d'écriture ressemble formellement à des formules, au sens usuel du terme, ou à des formules algébriques présentes assez souvent dans d'autres formulaires. Par contre, les textes ne remplissent pas la fonction du formulaire de mettre l'accent sur le rapport de praticien. Les élèves ne sont pas partis des types de problèmes qu'ils ont à résoudre et des techniques (notamment les isométries en tant qu'outils) pour le faire mais essentiellement du cours de l'enseignant en mettant en évidence l'aspect objet plutôt que l'aspect outil.

En outre, la prégnance du nouveau, de ce qui a été fait récemment (ici en TS, spécialité), est très forte et on peut le voir dans l'absence des propriétés de conservation qui sont présentées dans les années précédentes. Ainsi, le fait de reprendre des objets anciens même s'ils sont des outils essentiels pour la résolution de problèmes, ne se fait pas spontanément, surtout si on part du cours au lieu des exercices.

Face à une nouvelle tâche — produire un formulaire — pour laquelle les élèves n'ont pas forcément une technique, les élèves vont mettre en œuvre des éléments pris dans d'autres tâches (courantes ou non). L'un de ces éléments est la reprise du cours comme si on faisait un résumé de cours (un formulaire étant alors une sorte de résumé du cours de l'enseignant), et un autre de ces éléments est de prendre des formes (ici l'écriture complexe des isométries) qui ressemblent le plus à des formules (au sens “ formules algébriques ” comme celles qui apparaissent dans le formulaire officiel).

Certes, la question de la pertinence de cette demande se pose : pourquoi demander un formulaire en géométrie ? Y a t-il des formules en géométrie ? Doit-on attendre que les élèves aient du recul pour faire cette demande ? Nous n'avons pas voulu au départ induire les réponses des élèves en donnant une définition précise de ce qu'on attendait d'eux mais voir comment ils interprétaient « formulaire » dans un domaine qui n'est pas présent dans le formulaire officiel. Cette approche a ses limites.

Après les deux étapes de la mise en œuvre de ce dispositif , le formulaire n'est pas encore un instrument pour les élèves puisqu'ils ne semblent pas avoir construit des schèmes d'utilisation des formulaires dans un rapport de praticien mettant en avant la dimension outil des savoirs mathématiques. Ainsi, en ce qui concerne notre dispositif, une troisième étape aurait du être prévue autour d'une analyse critique par l'enseignant des formulaires produits par les élèves : pour que le formulaire soit un outil, dans un rapport de pratique, pour la résolution de problèmes, qu'est-ce qu'on doit ajouter ? Qu'est-ce qu'on peut éliminer ? Ce travail n'a pas été fait mais il nous semble essentiel de proposer aux élèves ce type de tâches qui peut leur permettre de réorganiser leur savoir en vue d'une pratique qui est celle de la résolution de problèmes sans attendre forcément qu'ils aient plus de recul que ce qu'ils ont déjà (les isométries sont étudiées depuis plusieurs années).

3 - Conclusion

La conception et la mise en œuvre d'un dispositif dans une classe de terminale autour du formulaire officiel que les élèves peuvent utiliser pendant l'épreuve du baccalauréat met en évidence l'importance d'un travail spécifique (qui ne soit pas toujours à la seule charge de l'élève dans sa sphère privée) de manière à ce que cet artefact devienne un instrument pour l'élève. Cette dimension instrumentale autour du formulaire peut être un moyen d'approfondissement conceptuel pour l'élève, non seulement par rapport à des points encore aveugles (confusion nombre et fonction), mais aussi par rapport au rôle des hypothèses d'un théorème. Or cette genèse instrumentale n'est pas évidente pour les élèves, surtout pour se placer dans un rapport de praticien, ce que nous avons vérifié lors de la demande de production d'un formulaire.

Le travail sur la fabrication d'un formulaire montre que les élèves, face à une demande inhabituelle venue d'un professeur à qui ils font confiance, accomplissent la nouvelle tâche en la situant par rapport à des tâches connues. D'une manière tendancielle, plutôt que de se situer dans une posture de praticien, ce que la demande de formulaire induisait, les élèves vont reprendre le cours du professeur et l'organiser en tenant compte essentiellement des éléments de savoir vus récemment dans le cours : la prégnance des déplacements et des anti-déplacements et de l'écriture complexe des isométries en est un indice. Comme nous l'avons observé auparavant, les propriétés de conservation des isométries sont très peu reprises malgré leur usage fréquent dans les sujets du BAC ce qui montre que, dans le formulaire produit, les isométries sont plutôt vues comme des objets d'étude plutôt que comme outils pour la résolution de problèmes : les types de problèmes et les techniques correspondantes sont très peu convoqués dans la fabrication du formulaire. Par contre, la présence de l'écriture complexe qui ressemble à des formules (au sens algébrique du terme) est massive dans toutes les productions.

Les fonctions assignées au formulaire, notamment celles de la possibilité de la réorganisation d'un savoir par l'élève et de la disponibilité des connaissances en vue d'une pratique de résolution de problèmes, n'ont pas été vraiment assurées dans notre dispositif. Ceci pour deux raisons essentiellement : d'une part la nouveauté du dispositif et d'autre part le manque de temps pour revenir sur ce travail et pour le refaire sur d'autres objets mathématiques.

Or ce qui nous semble intéressant à remarquer est que l'autorisation d'un formulaire au BAC n'a pas été suivie d'une réflexion sur les conséquences didactiques d'un tel acte, comme si les raisons institutionnelles et sociales suffisaient puisque les conséquences didactiques restent transparentes. Notre travail exploratoire est un petit apport pour montrer que les innovations institutionnelles peuvent être d'autant plus suivies par les acteurs qu'elles sont accompagnées par des conversions didactiques notamment en termes de dispositifs faisables dans les classes.

Bibliographie

Bautier E & Bucheton D (1995), L'écriture : qu'est-ce qui s'enseigne, qu'est-ce qui s'apprend, qu'est-ce qui est déjà là ?, Le Français Aujourd'hui, n°111, pp.26-35.

Bosch M et Chevallard Y (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.19.1, pp.77-124.

Chevallard Y. (1997), Familière et problématique, la figure du professeur, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.17.3, pp.17-54.

Chevallard Y. (1999), L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.19.2, pp.221-266.

Duval R (1995), *Sémiosis et pensée humaine*, Ed.Peter Lang

Duval R. (1998), Ecriture et compréhension : pourquoi faire écrire des textes de démonstration par les élèves, in Houdebine J. (ed.) *Produire et lire des textes de démonstration*, Actes du colloque du Laboratoire de didactique des mathématiques de Rennes 1, 23-24/01/98, pp.79-98.

Duval R (1999), *Ecriture et raisonnement, et découverte de la démonstration en mathématiques*, Actes de Xème Ecole d'Eté de didactique des Mathématiques, Houlgate, tome II, pp.29-50.

Praslon F (2000), *Continuités et ruptures entre Terminale S et DEUG Sciences en Analyse. L'exemple de la notion de dérivée et son environnement*, Thèse de l'Université de Paris 7.

Rabardel P (1999*), Eléments pour une approche instrumentale en didactique des mathématiques*, Actes des la Xème Ecole d'Eté de Didactique des Mathématiques, Houlgate, vol I, pp.203-213.

Robert A. (1995), *L'épreuve sur dossier à l'oral du CAPES de mathématiques*, Ellipses.

Robert A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en didactique des mathématiques*, vol.18, n°2, pp.139-190.

Sackur C et alii (1997), *Comment recueillir des connaissances cachées en algèbre et qu'en faire ? REPÈRES-IREM numéro 28,* Topiques