OMNI : OBJET MATHÉMATIQUE NON IDENTIFIÉ

Un outil pédagogique au service de l'apprentissage de la notion d'angle et de sa mesure

Jean-Michel CHEVALIER,
Marie-Christine DAVID-CHEVALIER
Irem de Lille

Résumé : *Un OMNI ?! Qu'est-ce donc ? Nous vous invitons à découvrir cet objet mathématique non identifié, à travers la relation de séquences d'apprentissage sur la notion d'angle et sa mesure, menées avec des élèves de cycle 3 et de sixième. Une étude préalable des programmes institutionnels et de la littérature didactique produite à ce sujet, permet d'exhiber plusieurs conceptions de la notion d'angle et de dégager ainsi un cadre d'analyse des pratiques décrites.*

1. Introduction

Bon nombre d'initiatives pédagogiques sont le produit d'un questionnement. Tel n'est pas le cas des travaux que nous présentons dans cet article. Ils sont en effet le résultat d'une commande que nous avons essayé d'honorer au mieux.

Nous sommes, l'un et l'autre, enseignants du terrain, en REP (réseau d'éducation prioritaire) et exerçons dans des établissements et des cycles différents (école élémentaire, cycle 3 et collège) mais dans deux niveaux conjoints : CM2 et sixième.

Nous intervenons en outre, à titre divers, dans la formation des enseignants, pour l'une en qualité de professeur des écoles, maître-formateur et, pour l'autre, ponctuellement, comme directeur de mémoire professionnel de professeurs stagiaires de mathématiques.

Septembre 2004. Marie-Jeanne Perrin, professeur des universités à l'IUFM Nord-Pas-de-Calais, nous propose de présenter un atelier dans le cadre d'animations organisées par l'Irem de Lille, consacrées à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire et à l'articulation école-collège. Notre atelier est programmé pour décembre 2004 et le thème que nous devons aborder doit être relatif aux grandeurs et mesures, plus particulièrement centré sur la notion d'angle.

Nous donnons notre accord rapidement. En effet, nos parcours professionnels ne se croisant guère, nous saisissons cette possibilité de travailler en commun. Nous mettons à profit les deux mois qui nous séparent de l'atelier pour réaliser une étude exploratoire de la littérature sur le sujet, préparer les séquences d'apprentissage et les mettre en pratique.

Chemin faisant, nous sollicitons la collaboration de quatre autres enseignants [1] de mathématiques. Ainsi les élèves d'une classe de CM2 et de sept classes de sixième, soit plus de 160 élèves, seront amenés à participer à cette initiative pédagogique.

Dans cet article, nous présenterons et commenterons :

• les textes institutionnels relatifs aux angles et à leur mesure dans l'enseignement des mathématiques au cycle 3 et en sixième ;

• la notion d'angle à travers la littérature didactique (manuels et articles de revue) ;

• l'objet mathématique en question, l'OMNI, que chacun pourra alors…identifier ;

• les séquences pédagogiques mises en œuvre, déterminées par les diverses conceptions de la notion d'angle.

En conclusion, nous soulignerons le double aspect de notre démarche, à la fois acte pédagogique et scientifique. Nous ferons ensuite part d'évaluations permettant de tester la persistance de conceptions erronées chez les élèves. Et, nous terminerons en proposant quelques pistes pour d'autres activités basées sur le même objet.

2. A propos des textes institutionnels

Les textes institutionnels mettent particulièrement l'accent sur l'apprentissage des mathématiques à travers des activités basées sur la résolution de problème et, en cela, se démarquent du schéma pédagogique largement pratiqué dans l'enseignement secondaire : cours magistral suivi d'exercices d'application. Les recherches en didactique des mathématiques menées depuis une vingtaine d'années n'y sont pas étrangères.

2.1 *Résolution de problème*

Les auteurs du programme du cycle 3 avancent que « le fait d'avoir à résoudre un problème permet à l'élève d'utiliser ses acquis, d'élaborer des procédures originales et de construire de nouvelles notions en raisonnant et en agissant sur des quantités, des grandeurs ou des positions ». [programme du cycle 3, 2002]

Ceux du programme de sixième accordent une place centrale à la résolution de problèmes et la déclinent en ces termes : « La compréhension et l'appropriation des connaissances mathématiques reposent sur l'activité de chaque élève qui doit donc être privilégiée. Pour cela, et lorsque c'est possible, sont choisies des situations créant un problème dont la solution fait intervenir des « outils », c'est-à-dire des techniques ou des notions déjà acquises, afin d'aboutir à la découverte ou à l'assimilation de notions nouvelles. » [programme de sixième, 2004]

Notre état d'esprit s'accorde tout à fait au cadre institutionnel. L'objet mathématique non identifié que nous avons choisi, nous a intrigué lorsque que nous l'avons rencontré pour la première fois. Nous avons bon espoir qu'il en sera de même pour les élèves à travers les activités pédagogiques que nous prévoyons.

1 Juliette Cwynar, Christine Flament, Joël Vion et Edwin Wrobel, professeurs de mathématiques au collège Victor Hugo de Harnes, que nous remercions chaleureusement.

2.2 *La notion d'angle et sa mesure*

Les nouveaux programmes de cycle 3 et de sixième ont spécifié une nouvelle partie, en plus de celles habituellement dévolues au calcul, à l'organisation et à la gestion des données et à la géométrie. Il s'agit de grandeurs et mesures. La notion d'angle y trouve naturellement sa place à côté de celles de longueur, d'aire, de volume et de durée.

L'Académie d'Amiens propose une « lecture comparée » des programmes de cycle 3 et de sixième de mathématiques [Académie d'Amiens, 2005]. Nous en présentons des extraits en relation avec la notion d'angle, organisés suivant une typologie qui nous est propre (Cf. encadré page suivante).

Ce que les programmes ne définissent pas explicitement, c'est ce que recouvre la notion d'angle. Cela laisse supposer qu'elle relève du sens commun. Un parcours de la littérature produite à son sujet, à travers les articles de didactique et les manuels, nous montre que les choses ne sont pas aussi simples qu'il y paraît.

3. La littérature didactique relative aux angles (notions et mesure)

Les articles sur l'enseignement des angles soulignent la difficulté de cette tâche. Citons entre autres :

> « Parmi les premières définitions données en géométrie, il y a celle d'angle. C'est une notion délicate à enseigner, dont la définition pose problème.» [Languereau, 2001, p.8]

> « L'angle est une notion dont l'enseignement et l'apprentissage restent problématiques » [Vadcard, 2002, p. 79]

Comment expliquer cette difficulté ? Un élément de réponse est lié à la multiplicité des définitions liées à la notion d'angle. Nous présenterons plus en détail les deux notions les plus rencontrées dans l'enseignement en cycle 3 et en sixième : l'angle, figure géométrique et l'angle de secteur. Nous poursuivrons par les deux autres plus succinctement : l'angle de rotation et l'angle d'inclinaison. Nous terminerons cette revue de littérature par plusieurs exemples d'introduction de la mesure des angles essentiellement à travers les manuels, les articles de revue n'étant pas prolixes, en ce domaine.

3.1 *Aspects multiples de la notion d'angle*

• L'angle, figure géométrique

A travers cette évidence, nous pouvons distinguer deux formes relevées dans les manuels qui mettent l'accent, soit sur les côtés (couple de droites, demi-droites ou segments) soit sur le contenu (surface), cette dernière étant usuellement qualifiée de secteur angulaire :

> « Un angle est la figure formée par deux demi-droites de même origine. » [Boulanger & al., 1986, p. 186]

> « On appelle secteur angulaire saillant (ou rentrant) l'intersection (ou la réunion) de deux demi-plans dont les frontières respectives sont deux droites sécantes. » [Monge & al., 1981, p. 113-114].

Des manuels plus récents évitent de donner une définition textuelle, en voici deux exemples (Cf. encadré page suivante).

Dans la première figure, l'espace entre les deux demi-droites n'est pas représenté. Dans

Connaître	
Cycle 3	Sixième
— Utiliser à bon escient le vocabulaire suivant : droites perpendiculaires, angle.	— Utiliser en situation, en particulier pour décrire une figure, le vocabulaire suivant : angles, droites perpendiculaires. — Connaître les propriétés relatives aux angles des triangles suivants : triangle isocèle, triangle équilatéral, triangle rectangle.

Comparer	
Cycle 3	Sixième
— Comparer des angles dessinés par superposition ou en utilisant un gabarit. — Comparer des angles situés dans une figure (angles intérieurs d'un triangle, d'un quadrilatère…)	— Comparer des angles Dans la continuité du travail entrepris à l'école élémentaire, il est indispensable de faire un travail sur la comparaison des angles sans avoir recours à leur mesure, en les superposant, et notamment de mettre en évidence que l'égalité des angles est indépendante de la longueur des côtés.

Reproduire	
Cycle 3	Sixième
— Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit ou par report d'étalon.	— Utiliser différentes méthodes pour reproduire un angle.

Tracer et mesurer	
Cycle 3	Sixième
— Tracer un angle droit, ainsi qu'un angle égal à la moitié, au quart ou au tiers d'un angle droit. Il n'est pas nécessaire de savoir qu'un angle droit mesure 90°.	—Utiliser un rapporteur pour déterminer la mesure en degrés d'un angle. Le rapporteur est un nouvel instrument de mesure qu'il convient d'introduire à l'occasion de la construction et de l'étude de figures. — Construire un angle de mesure donnée en degrés.

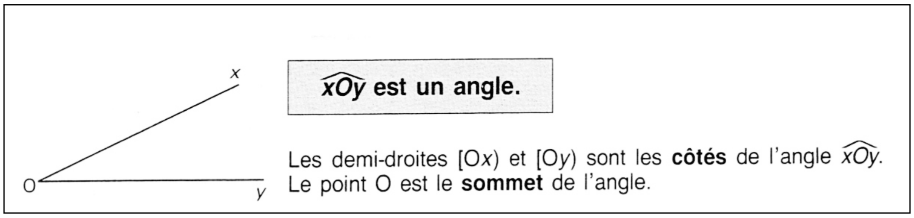


figure 1. *angle, figure géométrique (1)* [Depresle & al., Belin, 1990, p.132]

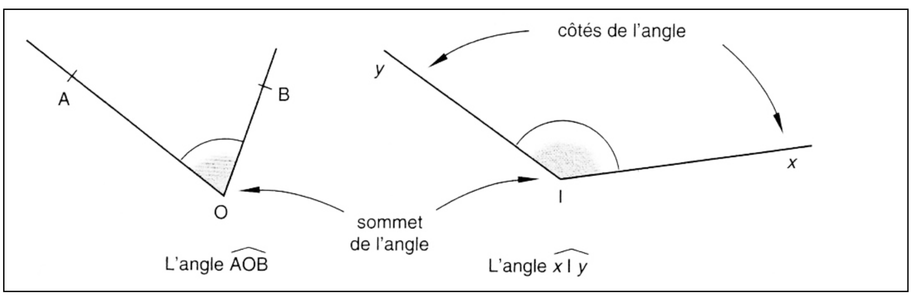


figure 2. *angle, figure géométrique (2)* [Antibi & al., Nathan, 1994, p.194]

la deuxième, il est suggéré par une zone coloriée doublée d'un arc de cercle.

Les problèmes d'apprentissage liés à cette conception de l'angle sont bien connus. Les élèves prennent en compte la longueur des côtés pour comparer des angles plutôt que leur « écartement » car, le plus souvent, l'angle est vu soit dans une figure fermée, soit sous une forme prototypique (cf. fig. 1 et 2). D'après R. Berthelot et M.-H. Salin, cette présentation ostentatoire de la notion d'angle ne permet pas son acquisition. Ils précisent qu'il est nécessaire de « mettre en œuvre des situations d'apprentissage [2] commandées par [cette] notion. » [Berthelot & Salin, 1994-1995, p.75-76]

Ceci nous amène à la deuxième définition utilisée pour les angles, celle qui est la plus souvent — implicitement — utilisée : l'angle de secteur.

• L'angle de secteur

Voici deux définitions relevées dans des manuels, la première est exclusivement textuelle :

> « Un angle géométrique est l'ensemble des secteurs angulaires isométriques à un secteur angulaire donné » [Monge & al., 1981, p. 116]

2 Les auteurs parlent de situation « a-didactique ».

« Considérons plusieurs secteurs « superposables « (ils ont le même calque)

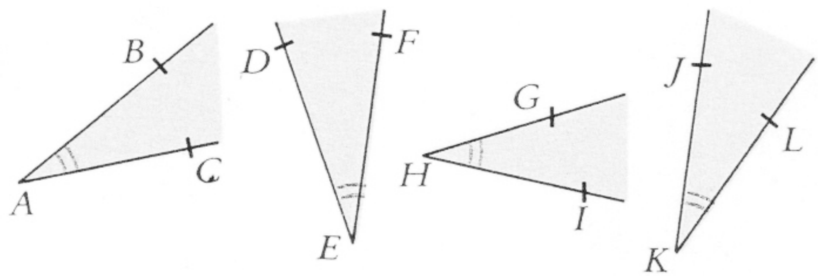


figure 3. *secteurs angulaires superposables*

Ces secteurs superposables représentent le même angle »
[Bareil & Zehren, 1980, p. 54]

La seconde (ci-dessus) fait référence à une figure et à une pratique (la superposition).

Pour satisfaire à leurs conceptions, R. Berthelot et M.-H. Salin proposent des situations d'apprentissages basées sur le jeu du « Géométriscrabble ». Les joueurs doivent assembler des pièces de forme polygonale de manière à ce que les côtés des angles des pièces soient jointifs. Ils sont ainsi amenés à déterminer des angles égaux indépendamment de la taille des pièces utilisées. [Berthelot & Salin, 1994-1995, p.78-93]. Une situation similaire mais très simplifiée est reprise dans le cadre des activités proposées par un manuel, fig. 4 ci-dessous.

Nous poursuivons l'étude de la notion d'angle à travers l'angle de rotation étudié en classe de troisième mais qui a été mis en pratique pendant de nombreuses années à travers l'environnement informatique Logo.

• L'angle de rotation

L'angle de rotation a été particulièrement vulgarisé par les activités informatiques en relation

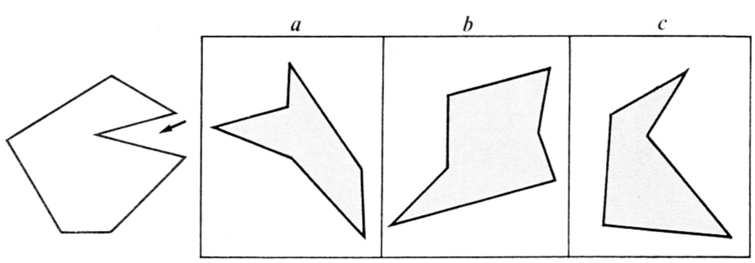


figure 4. D*éterminer des angles égaux par assemblage* [Delors & al., 1990, p.176]

avec le langage Logo. Le déplacement d'un objet, la célèbre tortue, est codé par deux paramètres : la distance (par exemple : AV 10 pour AVance de 10) et l'angle (par exemple : TD 60 pour Tourne à Droite de 60°). L'intérêt des activités réalisées avec Logo réside dans le fait que la technologie informatique donne un sens aux commandes formelles par leur visualisation immédiate et apporte ainsi une information à l'élève, ce qui le met en situation de valider son travail.

Les travaux cités par L. Vadcard montrent que les élèves familiers de Logo ont une conception de l'angle qui n'est plus attachée à des figures fermées et qu'ils ont une plus grande aisance dans l'évaluation de la mesure des angles en degrés. Par contre, l'usage de Logo entraîne une confusion entre l'angle de la figure et son supplémentaire. [Vadcard, 2002, p. 81-82]

Nous terminons cette étude par la notion d'angle d'inclinaison que l'on retrouve dans les pratiques topographiques usuelles.

• L'angle d'inclinaison

Cette notion est définie depuis la Grèce Antique. Selon Euclide : « Un angle plan est l'inclinaison mutuelle de deux lignes qui se touchent dans un plan, et qui ne sont point placées dans la même direction. » [Euclide, Éléments, Livre I, définitions]

Remarquons que cette définition fait référence au nom « inclinaison » qui dérive du verbe « incliner » dont l'origine étymologique latine *inclinare* signifie « pencher » qui, lui-même, veut dire « incliner »… [Le Petit Larousse Illustré, 2004, p.573]

Ah, les joies du dictionnaire et de ses définitions circulaires !

Dans la pratique, la notion d'angle d'inclinaison est associée à celle de visée qui permet de déterminer la position d'un point par rapport à une direction connue. Elle inspire les deux expérimentations pédagogiques suivantes :

M. Maze et G. Chataing proposent de mettre en œuvre cette notion à travers un parcours d'orientation. Les élèves doivent utiliser la notion d'azimut (angle formé par deux directions : celle d'un point donné et le Nord). Après réalisation en grandeur réelle, sur le terrain, les élèves sont invités à reproduire des situations analogues, mais dans un espace plus restreint, celui d'une feuille de papier ou d'un écran d'ordinateur.

Parallèlement à ces activités, les auteurs élaborent un test papier-crayon. Parmi les exercices proposés figure un exercice classique de comparaison d'angles (angles égaux mais avec des côtés de longueurs différentes). Le résultat négatif à ce test les interroge. Ils se demandent « si l'activité développée pendant le parcours d'orientation n'a pas renforcé l'usage d'un critère non-pertinent pour la notion d'angle : la longueur des côtés. En effet, lors de chaque étape, il faut non seulement repérer l'angle avec la boussole mais aussi mesurer la longueur à parcourir ». De plus, ils constatent que « les élèves ont mis en œuvre des compétences dans une tâche spécifique et qu'[ils] les ont évaluées sur une autre tâche placée dans un autre contexte. » [Maze & Chataing, 1991, p.5-11]

Quant à L. Vadcard, déjà citée, elle expérimente des situations-problème pour des élèves de seconde dont la résolution nécessite le recours à la notion d'angle d'inclinaison. Face à la difficulté de mise en œuvre de telles situations en milieu papier-crayon, elle utilise l'environnement informatique offert par le logiciel de géométrie dynamique Cabri-géomètre. En conclusion de son article, elle préconise pour ce type d'activités : « qu'aucun accès aux mesures de longueurs, ni direct, ni par l'intermédiaire du cercle, ne [soit] possible » [Vadcard, 2002, p. 117].

Son analyse corrobore celle de M. Maze et G. Chataing : l'usage des angles doit se faire indépendamment de celui des longueurs, en particulier des longueurs de leurs côtés. Ce qui n'est pas chose facile dans le milieu restreint des activités papier-crayon !

3.2 *La mesure des angles*

Cette partie concerne essentiellement l'enseignement en classe de sixième car la mesure des angles n'est pas au programme du cycle 3.

L'outil usuel de mesure des angles en contexte scolaire est le rapporteur mais comment l'introduire ?

De nombreux manuels en proposent une description illustrée accompagnée parfois d'une notice d'utilisation, comme celle-ci :

« Placer le rapporteur de telle manière que :

— le centre du rapporteur et le sommet de l'angle coïncident,

— le zéro de la graduation externe soit sur l'un des côtés de l'angle et que l'angle soit sous le rapporteur.

Lire la graduation sur le deuxième côté de l'angle. » [Curel & al.,1994, p.150]

Nul doute que le professeur utilisant ce manuel devra expliciter ce texte pour des élèves de sixième !

D'autres manuels proposent soit d'utiliser des gabarits, soit de participer à la construction d'un rapporteur simplifié.

• Utilisation de gabarits

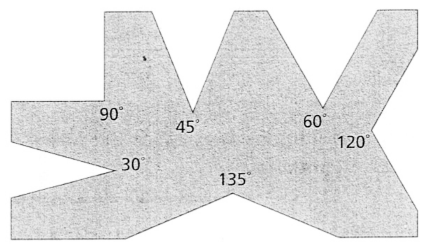


figure 5. *Instrument de mesure des angles* [Borréani & al., 2000 p 29]

Dans l'exemple ci-dessus, l'instrument que nous présentons ne comporte pas de graduation et fait appel à des gabarits d'angle multiples. Il rappelle les polygones utilisés dans différentes activités décrites précédemment (cf. l'angle de secteur).

Les auteurs précisent qu'il permet d'évaluer une mesure avant d'utiliser le rapporteur.

L'autre exemple que nous avons sélectionné (en haut de la page suivante), est basé sur la juxtaposition d'un gabarit unité pour mesurer des angles donnés. Ce type d'activité peut permettre d'introduire la construction d'un rapporteur.

• Construction d'un rapporteur simplifié

Deux demi-rapporteurs sont proposés de manière à ce que les élèves utilisent celui

Reproduire l'angle suivant sur du carton léger et le découper : il servira ensuite d'unité pour mesurer d'autres angles. Par exemple, l'angle $\widehat{xOy}$ mesure 4 a.

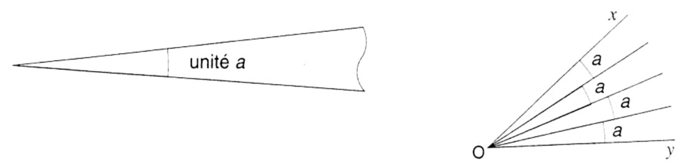


figure 6. *Juxtaposition d'un gabarit unité pour mesurer des angles* [Chapiron & al, 2000 p 182]

qu'ils pensent le plus approprié à la mesure d'angles donnés. D'après les auteurs, l'activité proposée doit montrer l'intérêt de la double graduation du rapporteur :

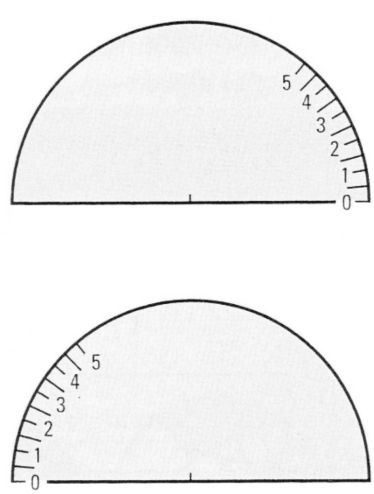


figure 7. *Demi-rapporteurs simplifiés* [Depresle & al., 1990, p.131]

En dehors des manuels, nous n'avons trouvé qu'un seul article pédagogique traitant des situations d'enseignement-apprentissage sur la mesure des angles. C'est en l'occurrence celui de M. Maze qui s'appuie sur les travaux de G. Vergnaud à propos de la droite numérique. Dans un premier temps, elle fait élaborer des gabarits à partir du partage de l'angle droit (angles de 45°, 22,5°, 30° et 60°) qui servent à la construction d'un losange donné. Dans un deuxième temps, elle fait construire sur papier calque un instrument de mesure et de construction d'angles.

Les productions réalisées dans le cadre de cette dernière activité montrent que l'association d'une demi-droite (ou d'un trait de graduation) avec une valeur numérique d'angle ne va pas de soi. Elle rejoint ainsi les conclusions de G. Vergnaud : « Identifier les mesures des angles avec des demi-droites est une opération de pensée complexe qui échappe encore à nombre d'enfants de sixième ». Elle ajoute que « l'appropriation du système symbolique que représente la graduation du rapporteur est un processus très difficile » et « qu'un mode d'emploi dirigé du rapporteur ne participe pas au développement de l'enfant ». [Maze, 2000]

Nous terminons cette partie consacrée à la mesure des angles par un questionnement. En effectuant nos recherches, nous nous sommes interrogés sur la mesure de l'angle droit, angle de référence dès l'école primaire. Chacun sait qu'il mesure 90 degrés. Mais pourquoi donc 90 degrés ? Pourquoi pas 60 (système sexagésimal) ou 100 (système décimal) ?

Aux lecteurs qui, comme nous, s'interrogent, nous proposons quelques pistes à la fin de cet article mais nous les invitons d'abord à découvrir l'OMNI.

4. L'objet mathématique ... identifié

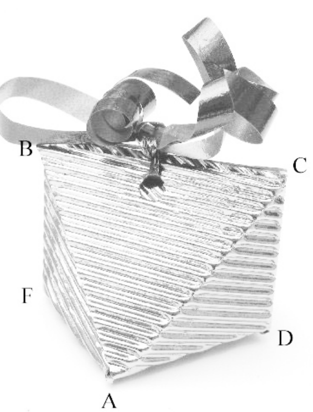
L'OMNI n'est pas un objet de notre création. Nous l'avons repéré dans une fiche dont l'origine nous est inconnue, intitulée « Fabrique des emballages fantaisie » et avec pour seule consigne écrite : « Construis cette boîte. »

Cette fiche comporte deux informations supplémentaires : une représentation de la boîte en perspective similaire à la vue de gauche de la figure 8 et le plan de réalisation de la boîte que nous avons reproduit ci-contre (fig. 9).

Nous invitons le lecteur à reproduire et à construire cette boîte avant de parcourir la suite de l'article.

Le plan est inhabituel. Ce n'est pas un patron ! A part la face carrée et deux faces triangulaires, toutes les autres sont doublées. Après pliage, cela apporte une certaine rigidité à l'ensemble. Aucun collage n'est donc nécessaire, les faces étant solidarisées entre elles grâce au ruban noué.

Bien entendu, à la différence de la fiche initiale, cette construction n'est pas une fin en soi. Elle est avant tout le prétexte à la



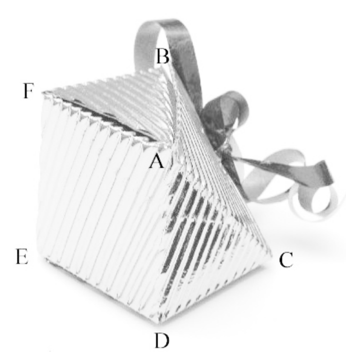


figure 8. *Deux vues de l'OMNI*

Vue de gauche : l'OMNI repose sur l'unique face carrée ADEF dont le sommet E est caché.

Vue de droite : Après rotation autour de l'arête [ED], l'OMNI repose sur la face triangulaire ECD.

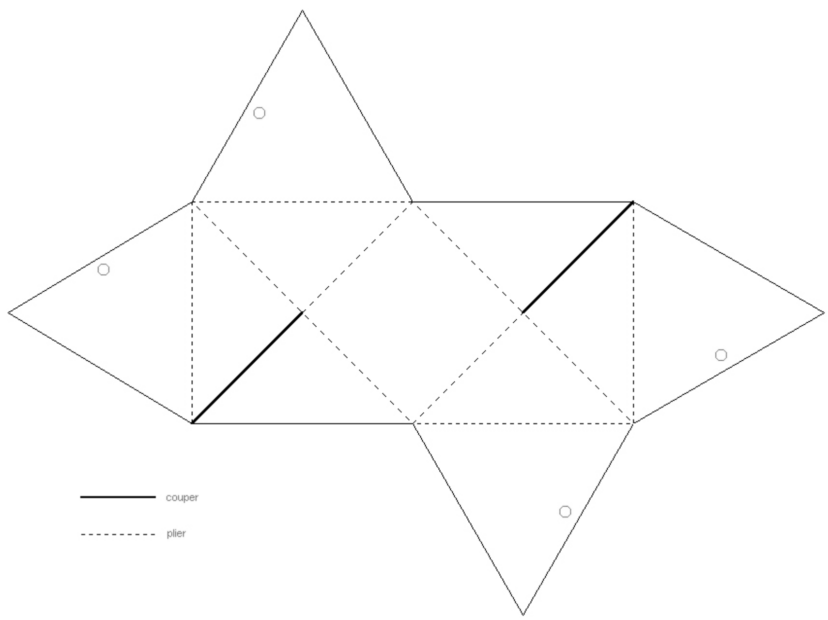


figure 9. *Plan de construction de l'OMNI*

création d'activités pédagogiques relatives à la notion d'angle et à sa mesure.

5. Les séquences pédagogiques

Nous présentons les séquences pédagogiques mises en place dans les deux niveaux : cycle 3 (CM2) et sixième. Leur préparation s'appuie sur trois éléments :

— les caractéristiques des faces de l'OMNI, polygones dont les angles sont caractéristiques : angles de 30°, 45°, 60° et 90°,

— les préconisations des programmes de cycle 3 et de sixième prises en compte de manière quasi-exhaustive,

— les apports des différentes expérimentations relatées dans les articles mentionnés précédemment.

L'objectif principal est l'acquisition de la notion d'angle sous les trois aspects : secteur angulaire, angle de secteur et angle d'inclinaison.

La validation des acquisitions est prévue sous deux formes :

— pour l'élève, en réussissant à reconstruire l'OMNI quelles que soient les dimensions de sa base carrée,

— pour le professeur, par une évaluation plus institutionnalisée se présentant sous la forme d'un questionnaire.

Bien qu'elles aient été menées parallèlement et qu'elles se soient enrichies mutuellement, nous présentons successivement les activités mathématiques réalisées dans les deux niveaux. Dans le descriptif de chaque séance, nous commençons par rappeler les objectifs qui guident notre action. Nous décrivons ensuite sous forme synthétique les tâches accomplies par les élèves et nous terminons en portant un regard particulier sur certains de leurs aspects qui nous ont interrogés ou surpris.

5.1 *Activités en classe de CM2 (cycle 3)*

Les activités sont menées pendant trois séances d'une heure et demie à raison d'une séance par semaine. Les élèves sont répartis en trois groupes de six à huit élèves de niveau homogène. Pour faire simple, disons : un groupe fort, un groupe moyen et un groupe faible.

• Première séance

Objectifs

— Consolider les acquis sur les différents polygones (carré, triangle), l'angle droit, la perpendicularité.

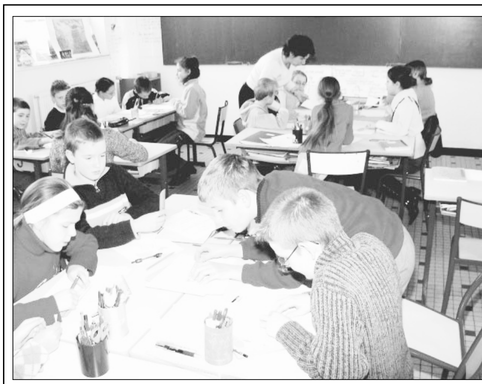


figure 10. *En classe de CM2*

— Aborder la notion d'angle à travers des manipulations et des comparaisons.

Organisation et déroulement

— **Première phase** : Travail collectif et oral. Chaque groupe dispose d'un objet assemblé (cf. figure 8).

* L'enseignante présente le projet de construction de l'OMNI (une boîte de chocolat pour les élèves).
* Les élèves discutent du plan de l'OMNI.
* Après mise à plat de l'objet, les activités de construction du fond de la boîte (la face carrée) sont planifiées : mesure des côtés, usage et fonction de l'équerre.

— **Deuxième phase** : Travail individuel. Chaque élève dispose d'une équerre en papier qu'il peut découper.

* Les élèves découpent les 3 angles de l'équerre en papier, les superposent et comparent les angles.
* Un vocabulaire spécifique est rappelé : notion de sommet et de côté, notion d'angle (au sens de secteur angulaire).

— **Troisième phase** : Travail collectif. Les élèves sont regroupés autour d'un plan de la boîte. Nous rappelons que, d'un groupe à l'autre, les élèves disposent de plans de tailles différentes.

* Les élèves repèrent les angles droits du plan de l'OMNI avec l'équerre.
* Ils construisent chacun le carré du plan et mettent leur réalisation en commun. Ils découvrent ainsi que leurs dimensions sont différentes mais que cela n'a aucune incidence sur les angles (droits) : ils sont superposables.

— **Quatrième phase** : Travail individuel (évaluation). Chaque élève complète le questionnaire suivant :

- A quoi sert une équerre ?
- Comment repère-t-on l'angle droit de l'équerre ?
- Qu'a-t-on remarqué à propos des angles lors de la comparaison des carrés ?

Commentaires

Dans les activités de cette première séance, deux notions d'angle (le secteur angulaire et l'angle de secteur) sont engagées à travers la reproduction et la comparaison d'un angle particulier, l'angle droit.

Nous ferons deux remarques sur le déroulement de cette séance :

• Le découpage des angles droits pose problème car les élèves coupent en ligne droite et obtiennent ainsi de nouveaux triangles, ce qui rend difficile la superposition des angles du fait de l'apparition d'un côté parasite. Il est nécessaire de faire émerger la nécessité de les couper suivant une ligne courbe de manière à ce qu'ils ne prennent en compte que les côtés utiles.

• Une rapide évaluation (non écrite) pendant la séance montre, que dans un premier temps, la notion d'angle droit de secteur n'est pas encore acquise. Pour la majorité des élèves, la taille des secteurs (leur surface) prime sur l'écartement de l'angle. Le recours à un gabarit-étalon indiscutable, l'équerre, fait évoluer cette conception. Des équerres de tailles différentes ont toutes un angle droit. C'est donc que l'angle droit ne dépend pas de la taille de l'équerre, de même pour les angles droits découpés dans les équerres en papier.

Quant à l'évaluation menée en fin de séance, ses résultats corroborent nos observations (Cf. tableau ci-dessous).

Les réponses à la première question montrent que l'objectif premier d'utilisation de l'équerre ne fait pas de doute.

Les deux autres questions font référence — indirectement — au degré d'ouverture d'un angle, de l'angle droit en l'occurrence.

Pour la deuxième question, les élèves rencontrent des difficultés à exprimer leur réponse. Certains utilisent une définition circulaire en proposant l'angle dont les côtés sont perpendiculaires[3]. Dans ce contexte, le critè-

Questions	Réponses attendues	Taux de réussite
A quoi sert une équerre ?	A vérifier qu'un angle est droit.	95 %
Comment repère-t-on l'angle droit de l'équerre ?	C'est le plus ouvert des 3 angles de l'équerre.	14 %
Qu'a-t-on remarqué à propos des angles lors de la comparaison des carrés ?	Les angles sont superposables même si les carrés sont de tailles différentes.	43 %

3 perpendiculaires : qui se coupent à angle droit [Le Petit Larousse Illustré, 2004, p. 807].

re d'ouverture d'angle n'est pas encore opérationnel.

Le taux de réussite à la troisième question indique qu'un nombre significatif d'élèves perçoit la différence entre la grandeur d'un angle et la grandeur de ses côtés. L'appropriation du concept d'angle de secteur se précise.

• Deuxième séance

Objectifs

— Comparer les angles d'une figure.
— Consolider la notion d'angle (de secteur), d'abord dans le cas particulier de l'angle droit, puis dans le cas d'autres angles.
— Reproduire un angle en utilisant un gabarit.

Organisation et déroulement

— **Première phase** : Travail collectif et oral pour le rappel

* Ce qui a été fait et découvert lors de la séance précédente, est rappelé.
* L'acquisition effective de la notion d'angle (limitée à l'angle droit) est vérifiée à partir de la superposition des faces carrées réalisées lors de la séance précédente, puis avec l'équerre.

— **Deuxième phase** : Les élèves sont mis en activité de découverte en autonomie contrôlée à partir de la fiche-élève reproduite ci-contre. Sur la fiche réelle, un emplacement est prévu pour la réponse à la suite de chaque question posée.

La figure reproduite à la page suivante illustre deux techniques de superposition efficientes utilisées par les élèves.

Fiche-élève

1. Découpe chaque face de la boîte (l'OMNI) en suivant les pointillés.

2. Trie les faces et indique combien de figures différentes sont utilisées pour la boîte (en dehors du carré).

3. Comment peut-on montrer que certaines figures sont identiques ?

4. Quel est le nom de chaque figure ?

5. Sachant qu'un sommet et ses 2 côtés délimitent un angle, réponds à la question suivante : Combien y-a-t-il d'angles dans chaque triangle ?

6. Existe-t-il, à ton avis, un rapport entre le nom « triangle » et ta réponse à la question 4 ? Justifie ta réponse.

7. Les angles sont-ils tous égaux ?

8. Y en-a-t-il des plus petits ? des plus grands ? Comment fais-tu pour le vérifier ?

9. Comment peut-on faire pour reproduire les angles dont on a besoin pour la boîte ?

— Image de gauche : seuls les sommets sont communs.
— Image de droite : les sommets et un côté sont (approximativement) communs.

— **Troisième phase** : Travail collectif et oral. Les réponse sont mises en commun pour dégager le rapport entre « triangle » et « 3 angles » ainsi que pour mettre en évidence l'existence d'angles autres que l'angle droit

— **Quatrième phase** : Travail individuel. Les élèves utilisent les angles des faces triangulaires comme gabarits pour la

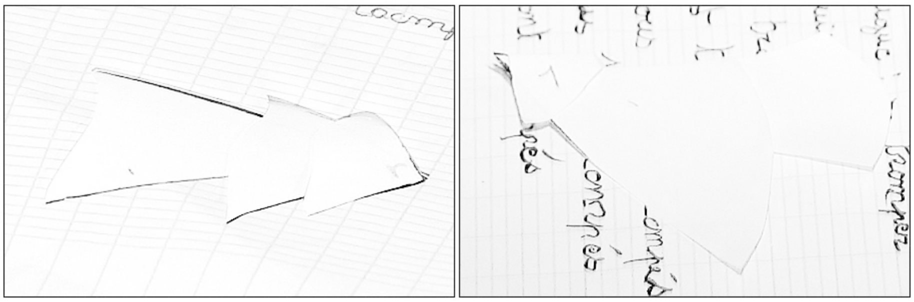


figure 11. *Comparaison d'angles par superposition*

construction d'une boîte à partir d'une taille imposée par l'enseignante pour la face carrée. Cette activité est réalisée à la fois sur papier et au tableau.

Commentaires

Cette séance met d'abord l'accent sur la superposition comme technique de comparaison d'angle avec la face carrée puis avec les faces triangulaires. Cette technique requiert manifestement un apprentissage. Pour montrer qu'un angle est plus ouvert — donc plus grand — qu'un autre, il est indispensable de superposer les sommets (cf. figure 11).

La tentation est grande de comparer les surfaces et bon nombre d'élèves ne s'en privent pas ! L'outil qui emporte la décision quelle que soit la taille de l'angle est le... compas. Pour comparer approximativement des angles, il suffit de superposer les branches du compas avec les côtés des angles. Le fait de devoir les écarter ou les rapprocher donne une réponse efficace. La superposition avec les gabarits permet une comparaison plus fine mais dans de nombreux cas une comparaison rapide avec le compas suffit.

Dans un deuxième temps, l'activité des élèves se recentre sur la construction du plan l'OMNI. Nous rappelons qu'elle s'effectue à partir d'une base carrée de dimension quelconque. La construction étant contrainte par la taille du support (feuille au format A4), la différence de taille entre le plan à construire et le modèle dont il dispose n'apparaît pas suffisamment. Plusieurs élèves sont induits à utiliser les faces triangulaires découpées comme gabarit de polygones, en en suivant le contour, et pas comme gabarit d'angle. Ainsi, la surface limitée du support papier fait obstacle à l'objectif prévu.

Cette variable nous ayant échappé à priori, nous décidons de faire reproduire le plan au tableau.

Cette fois la reproduction est d'une taille très nettement supérieure au modèle. Les gabarits permettent de construire une petite partie de deux côtés d'une face triangulaire qu'il faut prolonger jusqu'à leur point d'intersection (cf. figure 12). Cette situation est à rapprocher des pratiques topographiques décrites par L. Vadcard qui déterminent la position d'un point par une double visée qui nécessite la connaissance de deux angles [Vad-

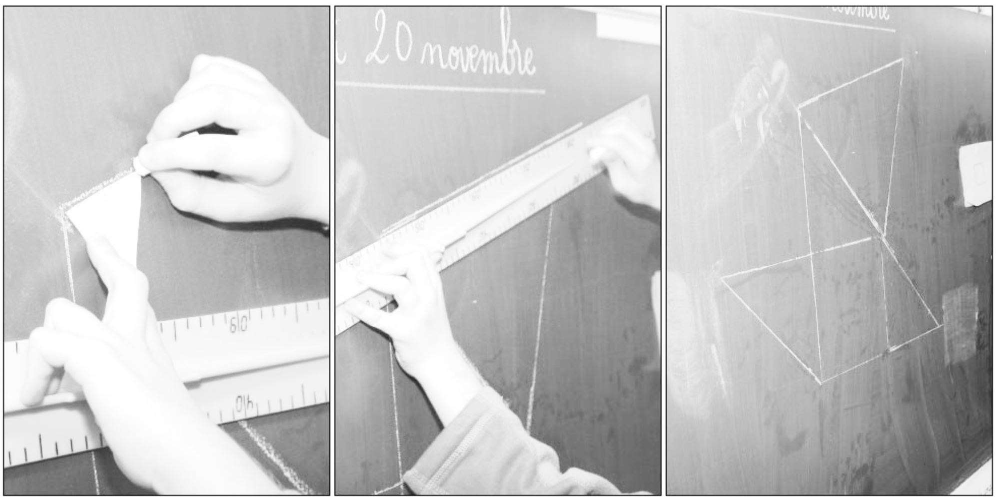


figure 12. *Reproduction du plan de l'OMNI au tableau*

card, 2002, p. 84-86]. Dans le cadre de ce type d' activité, l'angle d'inclinaison prend alors toute sa signification.

• Troisième séance

Objectifs

— Comparer des angles à l'aide d'un outil fabriqué à dessein.

— Rendre opérationnelle la notion d'angle (d'inclinaison) en réalisant un nouveau plan puis en construisant la boîte.

Organisation et déroulement

— **Première phase** : Travail individuel. Exercice extrait d'un manuel [Colin P. & al., 2002, p.74]. Les élèves réalisent un instrument de comparaison d'angles par pliages à partir d'un disque

— **Seconde phase** : Travail individuel. Les élèves élaborent un nouveau plan en utilisant les gabarits obtenus après le découpage du plan initial. Ils terminent par la construction de la boîte-cadeau (les fêtes approchent !)

Commentaires

Les outils fabriqués dans la première situation (cf. figure 13) immergent l'élève dans le milieu des fractions d'angles, premier apprentissage vers la mesure des angles qui sera approfondie en sixième.

Dans la deuxième situation, la réalisation effective de la boîte met en pratique et valide les connaissances des élèves sur les angles, en particulier l'angle d'inclinaison. Le taux de réussite – très satisfaisant – de l'ensemble des élèves lors de cette dernière activité, démontre une réelle maîtrise opératoire de cette notion. Ainsi chaque élève ayant réussi sait qu'il sait ! Et celui qui a plus de difficultés s'efforce de progresser, étant donné que les autres visiblement parviennent à leur fin.

5.2 *Activités en classe de sixième*

En sixième, les activités d'apprentissage sont menées suivant quatre séances hebdomadaires de cinquante minutes chacune, en fonction des horaires en vigueur dans l'établissement. Une cinquième séance est réservée à une évaluation académique finale.

Les élèves sont répartis en groupes de quatre de niveau hétérogène et disposent d'une relative autonomie. Des documents imprimés qui précisent les tâches à effectuer leur sont fournis.

L'enseignant contrôle le déroulement et intervient a minima : il n'aide les élèves qu'en cas de blocage. Les activités qui requièrent une réflexion particulière, se déroulent en trois temps :

* Un premier temps de recherche individuelle,
* Un second de recherche collective à l'intérieur du groupe,
* Un troisième de restitution et de validation pour l'ensemble de la classe.

• Première Séance

Objectifs

— Étudier puis réaliser l'OMNI à partir du plan.

— Consolider la notion d'angle (de secteur).

Organisation et déroulement

— **Première phase**: Les élèves disposent de la boîte construite (cf. figure 8) et étudient le solide (nombre et nature des faces).

figure 13. *L'instrument de comparaison d'angles*

figure 14. *En classe de sixième*

— **Deuxième phase**: Chaque élève réalise la boîte à partir du plan.

Ils étudient le plan de la boîte (cf. figure 9), puis découpent et comparent ses faces.

— **Troisième phase**: L'activité est centrée sur la notion d'angle, à partir du questionnaire ci-contre.

Commentaires

Le programme de la première séance est conçu de manière à ce que les élèves puissent réinvestir des notions (polygones particuliers et angle) et des techniques (superposition) étudiées à l'école primaire.

La différence entre le nombre de faces de l'objet construit et celle du plan interroge. Un exemple de questionnement parmi d'autres : « Ce n'est pas normal. A l'extérieur, il y en avait 7 ; et à l'intérieur, il y en a 11 ! ». Cette situation permet de préciser la différence entre le patron et le plan d'un solide. Par ailleurs, dans le cadre d'un travail en géométrie dans l'espace, le patron de l'OMNI pourrait faire l'objet de recherches et d'apprentissage.

Lors de la deuxième phase, le découpage du plan en faces séparées a surpris. Pourquoi détruire ce que l'on a construit après mûres réflexions ?! Une présentation préalable de l'ensemble des tâches à réaliser serait utile : elle lèverait maintes interrogations des élèves à ce sujet.

Lors de la troisième phase, les réponses apportées au questionnaire nous ont fortement interrogés.

A la question 1 « Combien d'angles pour le carré ? Quel type d'angle ? » Les réponses sont unanimes : 4 angles. Des angles droits.

A la question 2 « Combien d'angles pour chaque triangle ? » La majorité des élèves donne — à notre grande surprise — les réponses suivantes : 0 (zéro) pour le triangle équilatéral et 1 pour le triangle isocèle-rectangle ! Manifestement, pour de très nombreux élèves, la notion d'angle est limitée à l'angle droit. Conséquence pour ces élèves, la question 3 « Existe-t-il un rapport entre ce nombre et le mot triangle ? » ne fait pas sens. L'accent mis à l'école primaire sur la perpendicularité et l'angle droit est très prégnant. Ne serait-il pas trop exclusif ? Cela doit nous alerter sur l'écart qui existe entre les connaissances réelles des élèves et leurs connaissances supposées.

Questionnaire

1. Combien d'angles pour le carré ? Quel type d'angle ?

2. Combien d'angles pour chaque triangle ?

3. Existe-t-il un rapport entre ce nombre et le mot triangle. ?

4. Les angles sont-ils tous égaux ?

5. Y en a-t-il des plus petits ? des plus grands ? Comment le vérifier ? Explique comment tu fais.

6. Compare une face avec une face de *même forme* de l'un de tes voisins. Qu'est-ce qui est différent ?

7. Qu'est-ce qui est pareil ? Explique.

Toujours est-il que pour beaucoup de nos élèves, la notion d'angle, indépendante de l'angle droit, est à construire, d'où les activités suivantes qui associent manipulations et calculs.

• Deuxième séance

Objectifs

— Aborder la mesure des angles, en associant manipulations et calculs.

Organisation et déroulements

Phase unique : Les élèves manipulent les faces pour déterminer la mesure de leurs angles à partir de celle de l'angle droit (exprimée en degrés). Ils recherchent une technique pour obtenir un angle de 15° et sont sollicités pour associer des calculs aux manipulations pratiquées (phase de mathématisation).

Commentaires

Lors de cette séance, la notion d'angle de secteur est renforcée par les manipulations. Il est tout à fait possible d'obtenir les résultats attendus à partir de faces de tailles différentes comme le montre la figure ci-contre.

a. Association de deux angles de 45° pour former un angle droit.

b. Association de deux angles de 90° pour former un angle plat.

c. Association de trois angles de 60° pour former un angle plat.

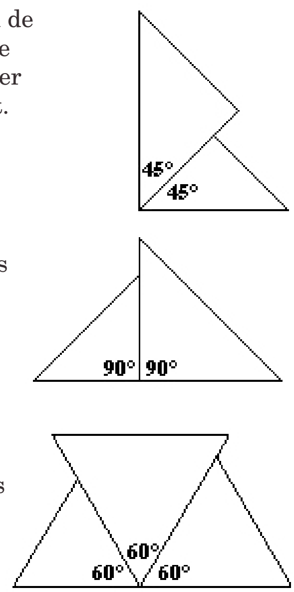


figure 15. *Associations d'angles*

La stratégie pour déterminer la mesure de l'angle aigu d'un triangle rectangle-isocèle (45°) est trouvée rapidement : il suffit d'en associer deux pour obtenir un angle droit. Un calcul simple donne $90° \times 2 = 45°$ (fig. 15a). Une autre stratégie retenue par les élèves consiste à « plier » l'angle droit suivant son axe de symétrie.

Par contre, la méthode à utiliser pour obtenir la mesure des angles d'un triangle équilatéral est plus complexe. Il faut penser à associer trois triangles de ce type pour obtenir un angle plat (fig. 15c), lui-même résultant de l'association de deux angles droits (fig. 15b). Très peu d'élèves trouvent par eux-même. Cette activité nécessite un guidage plus soutenu.

Enfin, la technique privilégiée par les élèves pour obtenir l'angle de 15° est le double pliage à partir de l'angle de 60°. La superposition d'un angle de 45° sur un angle de 60° pour faire apparaître l'angle de 15° leur vient peu à l'esprit.

Ces angles dont la mesure est déterminée, serviront ensuite à l'élaboration d'un rapporteur simplifié.

• Troisième séance

Objectifs

— Construire et utiliser d'un rapporteur simplifié.

Organisation et déroulement

A partir des faces découpées, les élèves construisent sur papier calque un rapporteur simplifié sur le modèle suivant de l'encadré du haut de la page suivante.

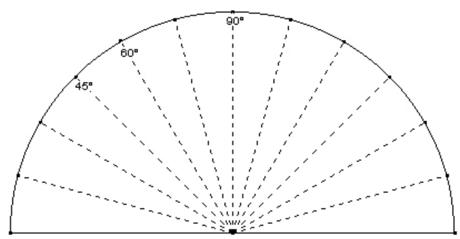


figure 16. *Rapporteur simplifié*

Ils complètent les autres points (ceux autres que 45°, 60° et 90°) avec les valeurs d'angle qui conviennent. Ils doivent alors utiliser ce rapporteur simplifié pour mesurer les angles suivants représentés ci-desous.

Commentaires

Les élèves ayant déjà en tête l'image du rapporteur, nous faisons le choix de ne pas leur faire reconstruire l'ensemble du système symbolique associé aux graduations. Notre démarche se situe ainsi entre celle décrite par M. Maze [Maze, 2000] qui laisse une grande liberté aux élèves et celles, très directives, que l'on retrouve dans de nombreux manuels. En fixant les trois valeurs : 45°, 60° et 90°, nous limitons les recherches des élèves tout en leur laissant une certaine marge de manœuvre.

Pour construire les trois graduations imposées sur le rapporteur en papier-calque, il est nécessaire de le poser sur les gabarits d'angle formés par les faces de l'OMNI. Nous pensons à priori que cette procédure, tout à fait similaire à la technique de mesure des angles avec un rapporteur, facilitera l'acquisition de cette dernière lorsqu'elle se présentera. Nos espoirs seront déçus car beaucoup d'élèves ne feront pas, d'eux-mêmes, la relation entre ces deux procédures.

Les trois valeurs prescrites induisent les autres mais laissent la possibilité d'élaborer deux systèmes de graduations :

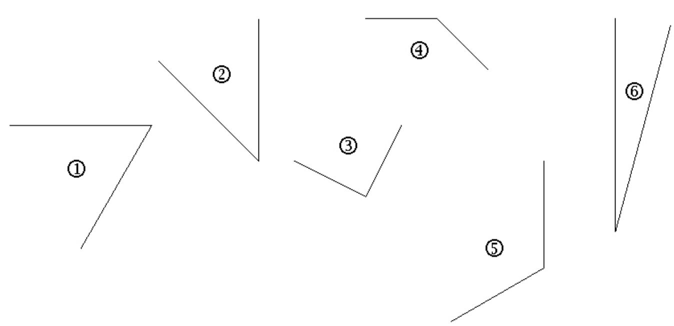


figure 17. *Angles à mesurer*

Réponses attendues :

Angle n°1	Angle n°2	Angle n°3	Angle n°4	Angle n°5	Angle n°6
60°	45°	90°	135°	120°	15°

— Le premier favorise une graduation unique avec des valeurs d'angle croissantes dans le sens des aiguilles d'une montre. Il est à noter que le plus souvent la valeur 0° est omise.

— Le second définit une double graduation de 0° à 90°. Bien entendu, ce second choix n'est pas opérant pour la mesure des angles obtus (angle n°4 et 5 de la figure 17) et provoque des discussions entre élèves, ce qui est le but recherché. Cette activité a pour objectif de limiter, à l'avenir, l'erreur fréquente de mesure des angles obtus où l'élève, suite à une lecture erronée des graduations, donne comme mesure celle de l'angle supplémentaire : par exemple 45° au lieu de la mesure attendue 135°.

• Quatrième séance

Nous relaterons succinctement cette séance car elle est identique à la deuxième phase de la troisième séance mise en place avec les élèves de cycle 3. Il s'agit de réaliser un nouveau plan de l'OMNI sur du papier-cadeau en utilisant comme gabarits d'angle les faces découpées du plan initial. Cette technique est opératoire mais montre ses limites car une grande habileté se révèle nécessaire. Tout découpage maladroit ainsi que tout placement imprécis des gabarits provoquent des constructions approximatives. La « sanction » est immédiate : la boîte ne ferme pas ! Dans la réalisation de cette tâche, les élèves de cycle 3 se sont montrés plus performants que bien des élèves de sixième…

6. Conclusion

A travers cet article, nous avons eu l'intention d'articuler action pédagogique et démarche scientifique.

Action pédagogique, car nous avons présenté des travaux réellement mis en place par six enseignants d'école primaire et de collège avec le concours de près de 160 élèves. Les activités décrites ne requièrent ni compétences particulières, ni matériel onéreux. Elles peuvent donc être réalisées facilement dans toute classe de cycle 3 ou de sixième.

Démarche scientifique, car nous ne nous sommes pas contentés de relater ces travaux. Nous nous sommes appuyés autant que possible sur des travaux antérieurs qui permettent de dégager un cadre théorique : celui qui définit les différentes notions d'angle en relation avec les pratiques d'enseignement : l'angle, figure géométrique, l'angle de secteur, l'angle de rotation et l'angle d'inclinaison. Ces différentes notions ne sont pas définies *a priori*. Elles le sont à partir des usages qui nécessitent le recours à la notion d'angle. Dans un contexte pédagogique, cette nécessité n'apparaît pas ou peu. Par suite, l'étude de cette notion dans les programmes institutionnels s'est estompée pendant plusieurs décennies. Bien sûr, elle n'a pas entièrement disparu car elle apparaît ponctuellement dans le cours des programmes : perpendicularité et angle droit, angles formés par deux parallèles et une sécante, angles associés aux fonctions trigonométriques, angle de rotation, angle inscrit, etc.

Démarche scientifique encore, car en explicitant notre démarche et en la publiant, nous la soumettons à la critique des didacticiens et des praticiens. A ce propos, nous avons essayé d'éviter le recours abusif au jargon des spécialistes qui rebute de nombreux enseignants du terrain et ne favorise pas la communication.

Concernant la validation des situations d'apprentissage que nous avons présentées, nous rappelons que nous la mettons en jeu suivant un double point de vue : celui de l'élève et celui de l'enseignant. L'élève en réussissant à construire la boîte-cadeau, l'OMNI, valide le caractère opérationnel de la notion d'angle. Quant à l'enseignant, il constate l'acquisition des différentes formes que prend cette notion à travers les manipulations effectuées par les élèves et par des évaluations plus formelles.

Parmi ces dernières, nous en présenterons deux qui nous permettent de tester la persistance de conceptions erronées chez les élèves.

Le premier test (ci-dessous) est proposé aux élèves de sixième quelques jours après la dernière séance sur l'OMNI. C'est un grand classique repris dans plusieurs articles. Il permet de vérifier que l'élève dissocie la taille d'un angle de la longueur de ses côtés.

Pour ce test, les résultats sont les suivants : Réponse erronée : 42 %, réponse juste et argumentée : 49 %, autre réponse : 9 %. (ce dernier taux correspond à des réponses doubles ou non formulées). Les résultats ne sont pas à la hauteur de nos espérances mais le contexte n'est pas le même que dans les activités : il n'est pas possible de superposer les secteurs angulaires pour vérifier leur isométrie. La pertinence du test nous interroge.

Un test similaire est présenté aux élèves de CM2 : ils doivent classer 5 angles du plus petit au plus grand et ont la possibilité d'utiliser des gabarits. Parmi ces angles, deux sont isométriques mais ils diffèrent par la longueur des côtés. Le taux de réponse juste est de l'ordre de 55 %. Parmi les réponses fausses, seules 16 % sont imputables à la confusion entre la taille de l'angle et la longueur des côtés.

Le deuxième test (ci-dessous) est proposé plusieurs mois après la dernière séance lors d'un défi-math. Il s'agit de tester la persistance de la confusion angle/angle droit relevée lors de la première séance en sixième.

Pour ce deuxième test, les taux de réussite sont de 85 % pour les élèves de CM2 (6

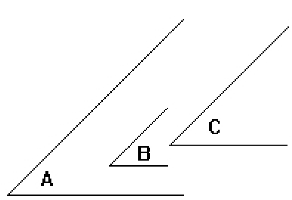


figure 18. *Test de comparaison d'angles*

Il s'agit de comparer les angles ci-dessus.
Réponses attendues :
- B < C < A (réponse erronée)
- A = B = C (réponse juste)

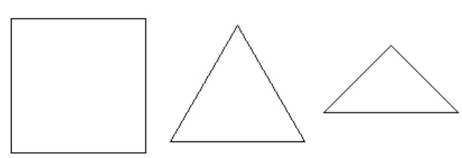


figure 19. *Test de confusion angle / angle droit*

Il s'agit d'indiquer le nombre d'angles de chaque figure. Réponses attendues :
- 4 ; 0 ; 1 (réponse erronée)
- 4 ; 3 ; 3 (réponse juste)

groupes sur 7) et de 63 % pour les élèves de sixième (24 groupes sur 38). La persistance de la confusion demeure significative. Ne nous reste-t-il plus qu'« à remettre vingt fois sur le métier notre ouvrage ?! » [Boileau, 1674]

Nous terminerons par quelques suggestions inspirées par l'étymologie de l'acronyme OMNI[4]. Il serait dommage de réserver cet objet à l'étude exclusive des angles. S'il ne peut servir à tout, ses usages pédagogiques sont néanmoins multiples. Nous pensons tout particulièrement à la géométrie dans l'espace, avec des développements sur les différentes représentations de ce solide, sur les calculs de longueur et de volume, sur le calcul vectoriel. Cet objet est une mine d'activités pédagogiques mathématiques. A vous de jouer !

Notes sur la mesure de l'angle droit

Nous formulons l'hypothèse suivante : La mesure des angles est liée historiquement à l'observation des phénomènes astronomiques.

Les premiers témoignages connus datent des civilisations antiques de l'Asie mineure : Sumériens et Babyloniens. La position des étoiles, outil de repérage utilisé pendant des millénaires, ne peut se faire qu'au moyen des angles. [Lefort, 1998]. Or, cette position évolue jour après jour et la position initiale ne revient qu'après un certain temps, que nous appelons une année.

Un autre phénomène cyclique est lié au mouvement de la Lune dont les phases sont aisément observables. Une lunaison dure environ 30 jours (en réalité un peu moins) et ce phénomène se répète environ 12 fois en une année. Ainsi, les étoiles décrivent ainsi un cercle virtuel dont la Terre est le centre en 360 jours. Les étoiles avancent donc chaque jour d'un angle unitaire (le degré) égal au 1/360 d'un tour complet. Ainsi, depuis des millénaires, le demi-tour mesure 180 degrés et le quart de tour, l'angle droit, mesure 90 degrés.

Bien des siècles plus tard, en 1793, la Convention impose le partage de l'angle droit en 100 « grades » mais il est évident, à l'observation de nos pratiques actuelles, que cette décision n'a pas obtenu le succès escompté.

Quant au choix des termes utilisés, X. Hubaut nous livre quelques explications étymologiques : « Les Grecs désignaient le degré par moira*, mot exprimant l'idée de partage du cercle, traduit par les Arabes par le mot* daraja *signifiant marche d'escalier ; ce mot est devenu* gradus *en latin médiéval. Le mot degré vient donc de* gradus *signifiant marche d'escalier également. » [Hubaut, 2005]*

4 Du latin omnis : tout.

Bibliographie

Articles de revue

HUBAUT X., *Mesure des grandeurs*, cours en ligne, Université Libre de Bruxelles, 2005, *http://www.bib.ulb.ac.be/coursmath/doc/mesure.htm*
LANGUEREAU H., « Les 100 ans de la géométrie de Hilbert », in *Mathématiques vivantes, Bulletin de l'IREM de BESANÇON n° 66*, novembre 2001, Presses Universitaires Franc-Comtoises, Besançon.
LEFORT J., « Petite histoire de la trigonométrie », *L'Ouvert*, *n° 91*, Juin 1998, Strasbourg.
MAZE M., CHATAING G., « Parcours d'orientation. Un travail sur l'angle au collège » *Repères IREM n°2*, 1991.
MAZE M., « Angle et rapporteur en classe de sixième », *Bulletin APMEP n° 431*, 2000.
BERTHELOT R., SALIN M.-H., « Un processus d'enseignement des angles », *Grand N n°56*, 1994-1995.
VADCARD L., « Conceptions de l'angle chez des élèves de seconde », *R.D.M. vol. 22.1*, 2002.

Manuels

Dans la pratique enseignante, il est d'usage de citer un manuel par les noms d'éditeur et de collection. Par souci d'homogénéité avec les références bibliographiques précédentes, nous avons préféré l'usage universitaire où sont cités en premier lieu les noms d'auteur.
AGUILAR P., LOUQUET P., MOULIA L., *Mathématiques 6ème*, Armand Colin, Paris, 1986.
ANTIBI A., BARRA R., MALAVAL J. (& al.), *Maths 6e*, Transmath, Nathan, 1994.
BAREIL H., ZEHREN C., *Mathématique 6e*, Hachette, Paris, 1980.
BORRÉANI J., LE HIR G., LEMETAIS B., BERTIN P., *Maths 6e*, Magnard, Paris, 2000.
BOULANGER P., MARMANDE I., SZAJNFELD R., THIS H., *math 6*, Belin, Paris, 1986.
CHAPIRON G., MANTE M., MULEY-MARQUIS R., PÉROTIN C., *Mathématiques 6e*, Triangle, Hatier, Paris, 2000.
CUREL P., FAUVERGUE P., RIEU R., SARNETTE A., *Math 6e*, Alpha, Hatier, Paris, 1994.
COLIN P.(& al.), *maths CM2*, Spirales, Nathan, Paris, 2002.
DELORD R., VINRICH G & AL., *Mathématiques 6e*, Hachette collège, Paris, 1990.
DEPRESLE P., JAUFFRET P., MARCELLET F., MAZAUD P., PENE N., *Math 6e*, Belin, Paris, 1990.
MONGE M., BÉGOT M., *Mathématiques/6*, Belin, Paris,1981.

Ouvrages divers

BOILEAU P. , « Chant 1 », *L'Art poétique*, 1674.
EUCLIDE, *Éléments, livre I, définitions.*
Le Petit Larousse Illustré, Larousse, Paris, 2004.

Documents institutionnels (références web)

ACADÉMIE D'AMIENS, *Lecture comparée des programmes de mathématiques de cycle 3 et de sixième*, http://www.ac-amiens.fr/pedagogie/maths/college/C3_6e.pdf *.
MINISTERE DE LA JEUNESSE, DE L'ÉDUCATION ET DE LA RECHERCHE, *Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire (cycle 3)*, BO HS n°1, 14 février 2002, http://www.education.gouv.fr/bo/2002/hs1/cycle3.htm *.
MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE, *Les nouveaux programme de l'école primaire. Document d'accompagnement. Mathématiques*, http://www.cndp.fr/archivage/valid/68718/68718-10580-13458.pdf *.
MINISTERE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE, *Programme de l'enseignement des mathématiques en classe de sixième du collège*, BO HS n°4 du 9 septembre 2004,
ftp://trf.education.gouv.fr/pub/edutel/bo/2004/hs4/maths_sixieme.pdf *.

* : consulté en avril 2005.