
DEUX SITUATIONS TRAITÉES DE CONCERT EN MATHÉMATIQUES ET EN PHYSIQUE

Jean-Paul QUELEN et le GRF
Irem de Strasbourg

Nous sommes quelques professeurs de mathématiques et de physique de lycée et d'université à avoir décidé en novembre 2004 de nous réunir régulièrement une fois par mois dans le cadre d'un Groupe de Recherche Formation sur le thème de la liaison maths-physique en lycée et en particulier en Terminale.

Le point de départ de ces réunions était de poursuivre l'amorce de liaison réalisée au niveau des programmes par les GEPS de mathématiques et de physique. Il n'y a eu que quelques développements sur le terrain et nous proposons ici quelques pistes, quelques exemples et surtout des idées sur des passages d'une matière à l'autre, des passages qui permettent d'étudier d'une façon approfondie des notions importantes tout en restant dans les limites strictes des programmes.

La *désintégration radioactive* reste pour nous la notion pivot. C'est autour d'elle que peuvent se greffer beaucoup de notions de mathématiques et c'est grâce à ces notions de mathématiques que les professeurs de physique peuvent en retour expliquer certains résultats. Nous ne sommes pas certains que ces transferts se fassent réellement, c'est pourtant une condition importante pour que le phénomène soit étudié sous tous ses aspects.

Les premiers à étudier la désintégration devraient être, d'après les programmes en vigueur, les professeurs de physique. Ils introduisent la formule $\Delta N = -\lambda N \Delta t$ en disant que, si on double la quantité de matière N , alors on double le nombre de désintégrations $|\Delta N|$. De même, si on double l'intervalle de temps Δt , alors on double aussi le nombre de particules qui se désintègrent. Ceci n'est vrai que

DEUX SITUATIONS
TRAITEES DE CONCERT...

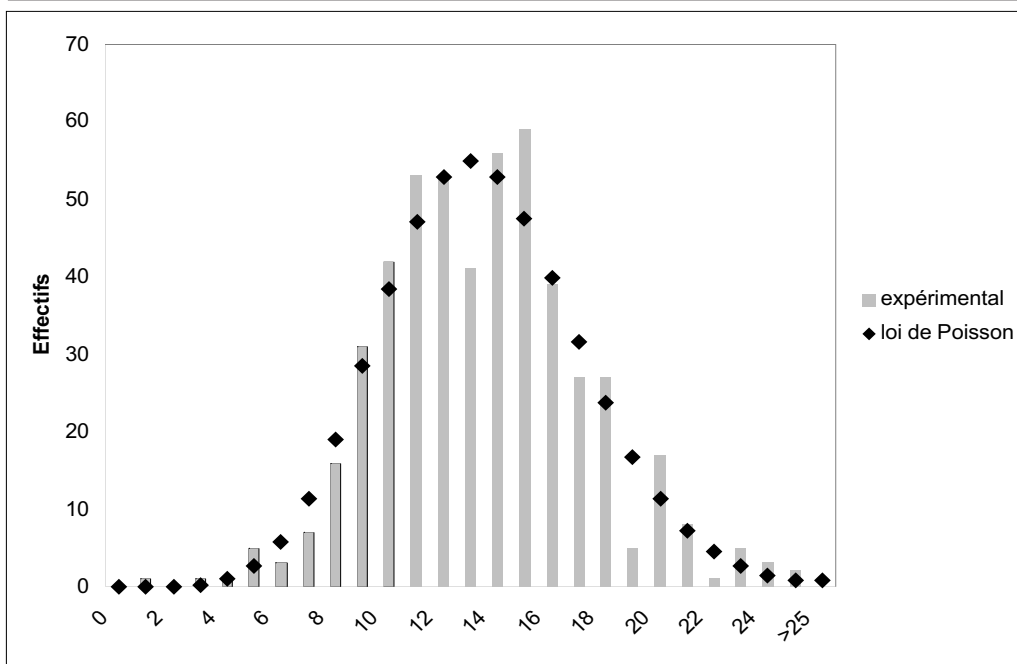
si Δt est très petit devant la demi-vie de l'élément à étudier.

1. Un TP réalisé en classe à l'aide du CRAB (Compteur de Radioactivité Beta) consiste à compter pendant plusieurs intervalles de temps identiques, le nombre de désintégrations enregistrées par le capteur placé près d'une source de Césium 137. Cette grandeur enregistrée est proportionnelle à l'activité (nombre de désintégrations par seconde) de la source.

On peut remarquer que, en moyenne, son activité ne varie pas de façon significative d'une séance à l'autre. La moyenne de l'activité ne varie pas non plus si on recom-

mence l'expérience le lendemain et même un an après (d'autres expériences montrent que la demi-vie du Césium 137, durée au bout de laquelle la moitié du Césium d'un échantillon s'est désintégrée est de 30 ans). Par contre l'aspect aléatoire de la désintégration est dominant et c'est ce que présentent les professeurs de physique dans ce premier TP. La formule $\Delta N = -\lambda N \Delta t$ devrait plutôt s'écrire ici $m \approx \lambda N \Delta t$ où m est la moyenne des nombres de désintégrations observées lors d'une série de comptages car ΔN varie d'un intervalle de temps à l'autre. Que faire des résultats obtenus ? Un graphique pour illustrer la distribution de ces valeurs. Calculer la moyenne et l'écart-type ?

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	total
0	1	0	1	1	5	3	7	16	31	42	53	53	41	56	59	39	27	27	5	17	8	1	5	3	2	503



(voir aussi <http://grf-mp.site.ac-strasbourg.fr/desintegration/crab503-selestat.xls>)

Il serait intéressant que les professeurs de mathématiques récupèrent les résultats et les analysent car ils disposeraient alors d'un exemple d'application de la loi binomiale qui est au programme de Terminale S.

Cinq cent trois mesures ont été réalisées à l'aide d'un CRAB (source à 4,5 cm du compteur, pas d'écran, $\Delta t = 1s$). On a observé jusqu'à 25 désintégrations pendant ces intervalles de temps.

Le tableau et le graphique de la page précédente, donnent pour des entiers n de 0 à 25 le nombre d'intervalles de temps pendant lesquels on a observé n désintégrations. Ainsi, on a observé ici, 3 fois 6 désintégrations, 53 fois 12 désintégrations et 2 fois 25 désintégrations.

Cela correspond-il à une loi gaussienne, à une loi de Poisson, comme on peut trouver dans certains manuels de physique ? Ces lois sont hors programme et donc impossibles à aborder avec des élèves de Terminale !

L'intérêt, d'ailleurs, n'est pas de « coler » à tout prix une loi qui semblerait compatible avec les données obtenues mais de tester si un modèle théorique de probabilité simple permet de justifier ces données expérimentales. De façon plus précise, si les professeurs de mathématiques acceptent d'évoquer la loi binomiale à ce moment là, alors l'analyse de ces résultats devient possible.

Supposons que chaque noyau ait la même probabilité p de désintégrer pendant un intervalle de temps Δt et que les désintégrations soient indépendantes les unes des autres alors le nombre de noyaux qui se désintègrent pendant cet intervalle de temps suit une loi binomiale de paramètres N et p . L'espérance

de cette loi est $N.p$ et la variance σ^2 est égale à $N.p.(1 - p)$.

L'espérance μ peut être approchée par la moyenne empirique m . Or ici N est très grand (de l'ordre de 10^{21} pour 1g de Césium) et m vaut ici 13,48. p est donc très petit, $1 - p$ sensiblement égal à 1 et on a donc $m \approx \sigma^2$. C'est la première chose que l'on peut vérifier. Sur notre échantillon de 503 valeurs, la moyenne m vaut 13,48 et la variance 13,87.

L'appliquette visible à l'adresse : <http://grf-mp.site.ac-strasbourg.fr/desintegration/binomial1.htm> montre un exemple de distribution d'une loi binomiale avec N grand et p petit.

Par le calcul, si μ est le nombre théorique moyen de désintégrations par unités de temps, alors d'après ce qui précède p sera égale à σ^2 / N . Dans ces conditions la probabilité d'avoir k désintégrations est :

$$p_k = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} = \frac{N(N-1)\dots(N-k+1)}{k!} \left(\frac{i}{N}\right)^k \left(1 - \frac{i}{N}\right)^{N-k}.$$

Pour k petit devant N , on a :

$$\frac{N(N-1)\dots(N-k+1)}{k!} \left(\frac{i}{N}\right)^k \approx \frac{i^k}{k!} \text{ car } N-1, \dots$$

$N-k+1$ sont presque égaux à N .

D'autre part :

$$\ln\left(1 - \frac{i}{N}\right)^{N-k} = (N-k) \ln\left(1 - \frac{i}{N}\right) \approx (N-k) \left(-\frac{i}{N}\right) = -i + \frac{k i}{N} \approx -i$$

en utilisant l'approximation affine du logarithme népérien au voisinage de 1. D'où

$$\left(1 - \frac{i}{N}\right)^{N-k} \approx e^{-i} \text{ et par suite : } p_k = \frac{i^k}{k!} e^{-i}.$$

DEUX SITUATIONS
TRAITEES DE CONCERT...

On retrouve ainsi la loi de Poisson. En fait ceci pourrait être la base d'un TD de mathématiques. Les données expérimentales permettent d'estimer μ à partir de la moyenne empirique m . Ensuite on peut à l'aide d'un tableau, comparer la distribution des données expérimentales aux valeurs théoriques attendues en utilisant une loi binomiale de paramètres N et m / N .

Du microscopique au macroscopique

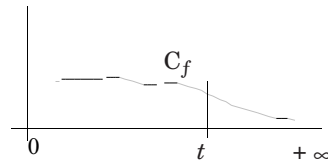
Le document d'accompagnement des programmes de mathématiques des classes de Terminale décrit un raisonnement, repris dans de nombreux ouvrages, qui montre que, si la durée de vie X des noyaux suit une même loi à densité f continue sur $[0 ; +\infty[$, si la désintégration d'un noyau n'affecte pas la désintégration des autres et si le noyau « meurt sans vieillir » alors X suit une loi exponentielle.

On peut être amené à considérer $P(X > t) = \int_t^{+\infty} f(x)dx$. C'est ce qu'il y a de plus facile mais cela fait appel à des intégrales hors programme. On peut également considérer $P(X \leq t) = \int_0^t f(x)dx$ comme dans

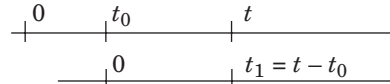
le document d'accompagnement mais avec une lisibilité médiocre pour des élèves de Terminale S car on ne tombe pas directement sur une formule simple du type : $G(t_1 + t_0) = G(t_1).G(t_0)$, équation fonctionnelle de l'exponentielle. Nous proposons alors l'approche ci-contre, testée l'an dernier dans une Terminale S.

Remarque : la probabilité de se désintégrer pendant une période Δt est :
$$p = \int_0^{\Delta t} -\lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda \Delta t}$$
. Or on a vu précédemment que pour des noyaux à demi-vie

On suppose que la durée de vie d'un noyau :
— suit une loi de probabilité à densité f continue sur $[0 ; +\infty[$,



— ne dépend pas du moment de l'observation : la probabilité pour que le noyau soit encore en vie¹ à l'instant t sachant qu'il est vivant à l'instant t_0 est la même que la probabilité pour qu'il soit en vie à l'instant $t_1 = t - t_0$ (les noyaux ne vieillissent pas).



1. Soit X la variable aléatoire donnant la durée de vie du noyau. On note F la fonction définie par : $F(t) = P(X \leq t) = \int_0^t f(x)dx$.

a. Dire pourquoi F est dérivable. Que vaut F' ?

b. Soit $G(t) = P(X > t)$ la probabilité pour que le noyau soit encore en vie à l'instant t . Expliquer pourquoi G est dérivable et déterminer G' .

2. a. Pourquoi a-t-on : $P_{X>t_0}(X > t) = P(X > t_1)$?

b. Dédire de ce qui précède l'égalité $G(t_1 + t_0) = G(t_1).G(t_0)$.

c. Que valent $G(0)$ et $\lim_{t \rightarrow +\infty} G(t)$?

d. Dédire de **b.** et **c.** qu'il existe $\lambda > 0$ tel que $G(t) = e^{-\lambda t}$.

e. Donner l'expression algébrique de F et de f puis en déduire que X suit une loi exponentielle de paramètre λ .

¹ Un noyau peut être qualifié de « encore en vie » lorsqu'il n'est pas encore désintégré.

longue, p était très petit. λ est donc très faible et $p \approx \lambda \Delta t$ en utilisant l'approximation de e^x au voisinage de 0. On retrouve ainsi la formule $m / N \approx \lambda \Delta t$.

En conclusion : peut-on aller jusqu'à proposer une progression commune mathématiques-physique concernant la désintégration radioactive et que l'on donnerait alors aux élèves en début d'année ? Cela pourrait être par exemple :

— étude de l'aspect aléatoire de la désintégration radioactive (récolte de données expérimentales)

— présentation de la loi binomiale par le professeur de mathématiques. Analyse des données obtenues en physique.

— Etude de l'exponentielle et surtout de l'équation différentielle $y' = k.y$.

— Etude de la décroissance de la désintégration radioactive en physique. Aspect déterministe utilisant l'équation différentielle $y' = k.y$ vue en mathématiques et aspect aléatoire en utilisant des lancers de dés et la simulation visible à : <http://grf-mp.site.ac-strasbourg.fr/desintegration/desintegr.htm>.

— Etude de la loi exponentielle, TD du paragraphe 2 qui ramène au $\Delta N = -\lambda N \Delta t$ du début.

Certes, traiter la binomiale en début d'année semble difficile. Il faudrait alors geler les résultats obtenus en début d'année en physique ou bien donner un minimum de bases sur la binomiale, quitte à la reprendre ensuite, c'est-à-dire la définition de la loi,

l'espérance, la variance, des coefficients $\binom{N}{k}$

et leur obtention possible à partir du triangle de Pascal.

2. La décroissance radioactive : exemple d'un Devoir commun de Mathématiques / Physique (/ SVT)

Objectif : Proposer aux élèves de Terminale S un problème portant à la fois sur le programme de physique (radioactivité / décroissance radioactive) et sur celui de mathématiques (équations différentielles, exponentielle). La présence volontaire de ces deux disciplines dans le problème a pour but d'obliger l'élève à passer de l'une à l'autre (dans les deux sens) de façon déductive et inductive afin de montrer l'interdépendance de certaines notions traitées séparément en cours, dans deux matières différentes. De plus, le sujet, comme il est précisé dans les référentiels, se prête parfaitement à ce type d'exercice et permet en plus d'y associer les SVT par l'intermédiaire du thème de la datation au carbone 14.

Démarche : Le travail commun entre les deux disciplines a débuté en mai dernier avec la demande d'une classe commune avec un collègue de mathématiques adhérant à la démarche.

Une progression commune a été mise en place avec les contraintes suivantes :

- Les quatre terminales S progressant simultanément en physique-chimie (pour des raisons matérielles dues aux Travaux Pratiques), il fallait garder l'ordre du programme de physique-chimie des années précédentes.
- La radioactivité étant traitée en octobre, les notions de mathématiques utiles aux élèves pour débiter ce chapitre devaient avoir été abordées avant cette date. Compte tenu de leur grand nombre, il fallait nécessairement faire des choix.

 DEUX SITUATIONS
 TRAITEES DE CONCERT...

Ayant constaté les points suivants :

- Le manque de temps entre la rentrée de septembre et le début du chapitre sur la radioactivité, nécessitant un travail énorme en mathématiques si l'on veut avoir abordé toutes les notions utiles à temps.
- Les congés de la Toussaint se trouvent en plein milieu de la période où l'on traite la radioactivité, ce qui permet de donner à la maison un travail de réflexion et préparatoire à la deuxième partie du chapitre.

Nous avons proposé un devoir intitulé « devoir Mathématiques – Physique » aux élèves, à chercher pendant les congés ainsi que pendant la première semaine qui suit.

Le but de cet exercice, expliqué aux élèves, est le suivant : montrer que la « frontière » entre mathématiques et physique est purement formelle et qu'elle peut disparaître lorsqu'on aborde certains problèmes avec une vision pluridisciplinaire. Les mathématiques ne sont plus réduites à un simple outil permettant l'écriture et la résolution de problèmes physiques. La physique n'est plus perçue comme une simple application « concrète » des grands théorèmes vus en mathématiques. La résolution d'un problème comportant des questions posées par les deux professeurs se veut être un moyen de pointer cette « interconnexion » entre les deux matières.

Elaboration du sujet

A partir d'une problématique vue dans les trois disciplines (mathématiques, physique et SVT) portant sur la datation au carbone 14, nous avons adapté un exercice de manière à faire apparaître un *enchevêtrement* de questions des deux disciplines. A aucun moment

il n'apparaît que la question porte sur le programme de mathématiques ou sur celui de physique.

La résolution du problème porte sur la détermination de l'âge d'une momie, en utilisant la *décroissance radioactive* (*pas encore traitée en cours*), les équations différentielles du premier ordre (simplement *nommées en cours*) et la fonction exponentielle (*tout juste abordée en cours*). D'autres points du cours (caractère aléatoire de la radioactivité, probabilités...) sont abordés, mais avec une importance moindre.

Analyse du travail des élèves :

Avant même de rendre leurs devoirs, les élèves sont allés pour certains vers les deux professeurs pour poser des questions, montrant à la fois leur intérêt pour l'expérience, mais aussi leur interrogation sur certains aspects « originaux » du problème. Les remarques suivantes sont à souligner :

- Certains élèves ayant des questions d'ordre « purement physique » (problèmes d'unités sur des grandeurs telles que la constante radioactive) se sont adressés au professeur de mathématiques pour trouver une réponse.
- D'autres questions *a priori* plus « mathématiques » (résolution de l'équation, propriétés du logarithme...) ont été posées au professeur de physique.
- Le travail en commun des deux professeurs a sans doute donné des idées aux élèves, puisque ces derniers se sont spontanément mis en petits groupes pour effectuer le devoir. Cet aspect n'était pas recherché au départ mais il a toutefois constitué à nos yeux une démarche intéressante.
- En résumé : suivant le moment où la question se posait à l'élève, ce dernier se tour-

nait vers le premier des deux professeurs qu'il rencontrait en cours pour la lui poser, sans se soucier de la matière enseignée. « Les deux professeurs ont donné le même devoir, on peut donc aller les voir tous les deux pour n'importe quelle question » a répondu Sophie, élève, à ce propos.

La lecture des copies a laissé apparaître plusieurs détails dont les suivants sont marquants :

- Le passage d'une question à une autre s'est fait de manière habituelle, sans essayer de savoir si elle portait sur une discipline ou une autre.
- Les questions « ressemblant à des questions de mathématiques » (par exemple : résoudre une équation pour trouver l'âge de la momie) n'ont pas fait l'objet de la même attention que celles d'ordre plus physique. Exemple : dans la résolution de l'équation comportant l'exponentielle, l'âge de la momie a été donné sans unité (alors que les élèves savent qu'ils sont sanctionnés en physique pour un résultat sans unité), alors que plus loin, la même question a été donnée dans une approche plus « physique », voire géologique ou biologique (lecture de l'âge de la momie sur la courbe de décroissance du carbone 14), l'unité est « réapparue ». La démarche de l'élève est restée « conditionnée » par le type apparent de la question.

Une fois les copies rendues, les élèves ont cherché à connaître l'auteur de chacune des questions. Nous leur avons posé la question et ils ont répondu : « les questions dures, c'est des maths, les autres, c'est de la physique ». Au devoir précédent, la moyenne en mathématiques était de 7,5/20 contre 11,3/20 en physique...

Correction du devoir

A ce titre, nous avons demandé l'autorisation de pouvoir encadrer la classe en même temps : les élèves ont eu en face d'eux les deux professeurs et un travail par petit groupe (4 à 5 élèves) a été mis en place pendant lequel les deux professeurs ont partagé leurs conceptions des notions abordées dans le devoir.

Ce travail ne s'est pas fait sans une longue concertation entre les deux professeurs afin, dans un premier temps, de connaître les habitudes de l'autre ainsi que les programmes respectifs, puis, dans un deuxième temps, de s'harmoniser sur l'approche des différentes notions traitées en classe.

Cette expérience a permis aux deux professeurs concernés de mieux connaître leurs pratiques réciproques et a catalysé la démarche de travail commun entre les deux disciplines. Ainsi, les élèves ont pris l'habitude d'une correspondance entre ce qu'ils rencontrent en mathématiques et en physique tant au point de vue didactique (approche des différentes notions sous les deux aspects) qu'au point de vue chronologique (progressions maths-physique « harmonisées »).

Cette démarche transversale a été rendue possible par le biais de réunions de travail hebdomadaires entre les deux enseignants.

Bilan :

Une telle entreprise est gourmande en énergie et en temps. Si la première découle de la volonté commune d'amélioration de nos pratiques pédagogiques, la seconde fait souvent défaut pour bon nombre d'équipes enseignant en terminale. Nous aurions souhaité plus de

 DEUX SITUATIONS
 TRAITÉES DE CONCERT...

temps pour préparer le texte du devoir, ce dernier étant « un premier essai » que nous espérons pouvoir reconduire.

Les élèves ont ouvertement, pour certains, déclaré leur enthousiasme pour cette démarche. Le goût de la nouveauté, la curiosité ont été les plus souvent cités. Mais une bonne part de la classe a eu une attitude plus pragmatique en prenant ce devoir comme « un de plus » et donc comme une charge supplémentaire...

Deux élèves (sur une classe de 35) n'ont pas du tout fait d'effort (devoir bâclé).

Enfin, deux parents d'élève, dont un est enseignant, ont voulu faire part de leurs encouragements pour une « pratique innovante méritant plus de reconnaissance » et

« qui devrait être plus souvent utilisée », même si l'un d'entre eux était déçu par le peu d'intérêt que manifestait son fils envers cette nouveauté qui passait plutôt comme une banalité.

En conclusion :

Les nouveaux programmes par leurs articulations permettent d'envisager l'étude de véritables problèmes scientifiques liant valeurs expérimentales et modèles théoriques. Il serait dommage que nous, professeurs de mathématiques ou de physique, passions à côté de cette possibilité de montrer à nos élèves que des thèmes scientifiques acquièrent un intérêt beaucoup plus important quand ils ne sont pas regardés uniquement par le petit bout d'une lorgnette disciplinaire.

Bibliographie

Documents d'accompagnement des programmes de mathématiques des classes Terminale
 Documents d'accompagnement des programmes de physique-chimie des classes Terminale

ANNEXE

TS1

Année scolaire 2005/2006

DEVOIR DE MATHÉMATIQUES-PHYSIQUE



La méthode de datation au carbone 14 permet de mesurer l'âge des momies avec une précision de quelques décennies.

Datation au carbone 14 : La méthode de datation au carbone 14, mise au point il y a une cinquantaine d'années, a complètement bouleversé l'archéologie. Grâce à elle, on a pu dater plus précisément les sites et les dessins rupestres des peuples primitifs européens, à Stonehenge et Lascaux, par exemple.

Cette méthode est utilisée essentiellement pour dater les objets de moins de 40 000 ans, date au-delà de laquelle la détection du carbone 14 devient difficile. Son principe repose sur l'hypothèse selon laquelle le rapport $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ dans l'atmosphère est, en première approximation, indépendant du temps. En effet, la quantité de ^{14}C produite (par différentes familles radioactives) est égale à la quantité de ^{14}C désintégrée pendant des durées identiques.

Les organismes fixant le carbone de l'atmosphère lors de leur métabolisme contiennent donc les deux isotopes dans les proportions de celles de l'atmosphère. Si l'organisme meurt, son métabolisme cesse et le rapport $^{14}\text{C}/^{12}\text{C}$ diminue à cause de la décroissance radioactive du ^{14}C . Une mesure précise de l'activité de l'échantillon permet donc, par comparaison avec un échantillon de référence, de remonter à l'âge de l'organisme.

Comment varie la quantité de ^{14}C dans un organisme mort (échantillon) au cours du temps ? Cette variation suit-elle une loi simple ? Quels outils les mathématiques et la physique nous donnent-ils pour déterminer avec une telle précision l'âge d'un corps mort il y a plusieurs millénaires ?

I. Loi de décroissance radioactive

Considérons un échantillon de ^{14}C (isotope radioactif) comportant $N(0)$ noyaux à l'instant $t = 0$ que l'on prendra comme date de la mort de l'organisme étudié.

1. Rappeler ce qu'est la radioactivité et les propriétés de ce phénomène. Peut-on notamment prévoir le nombre de noyaux qui vont se désintégrer pendant une durée notée Δt ?
2. En supposant que le nombre d'atomes de carbone dans l'échantillon est égal à une mole et que la proportion initiale en isotope 14 est de 10^{-10} %, calculer le nombre de noyaux de ^{14}C à l'instant $t = 0$.

On rappelle qu'un noyau se désintègre de façon indépendante par rapport à ses voisins et par rapport aux autres paramètres physiques du système (la probabilité est la même pour tous les noyaux quelque soit leur âge et leur environnement).

3. Rechercher (littérature, Internet, encyclopédie...) la raison pour laquelle on dit qu'un noyau radioactif possède la propriété de « mourir sans vieillir ».

Appelons $N(t)$ le nombre de noyaux de ^{14}C restant à l'instant t . Pendant une durée Δt , le nombre de noyaux se désintégrant est aléatoire.

Si Δt est suffisamment petit pour que le nombre de noyaux qui se désintègrent soit très faible devant N , on peut alors vérifier expérimentalement que, en moyenne, ce nombre ne dépend pas de t mais uniquement de Δt (non vieillissement des noyaux), que ce nombre est proportionnel à Δt et à N . On écrira alors : $\Delta N/\Delta t = -\lambda N$ où λ est une constante positive appelée constante radioactive de l'élément.

ΔN désigne la variation du nombre de noyaux pendant Δt . Si $N(t)$ est le nombre de noyaux à l'instant t , on a $\Delta N = N(t + \Delta t) - N(t)$ et c'est donc un nombre négatif. Si ΔN et Δt sont petits alors on pourra approcher N par une solution de l'équation : $dN/dt = -\lambda N$.

4. Quel est le nom donné à ce type d'équation ?
5. Quelle est la solution générale de cette équation ?
6. Pourquoi ΔN est-il négatif ?
7. Quelle est l'unité de la constante radioactive ?
8. Etudier les variations de la fonction N trouvée à la question 5 en donnant également $\lim_{t \rightarrow +\infty} N(t)$.
9. On donne $\lambda = 3,8 \times 10^{-12}$ S.I. De plus, l'analyse de l'échantillon révèle que le nombre de noyaux restant à cet instant, noté t_1 , vaut $4,73 \times 10^{21}$.

Déterminer alors graphiquement, uniquement à l'aide de la calculatrice, « l'âge de la momie » à la date de l'analyse (c'est à dire la valeur de t_1).

10. On peut retrouver le résultat précédent en résolvant une équation. Trouver cette équation et la résoudre.

II. *Activité de l'échantillon*

On appelle activité de l'échantillon, le nombre de noyaux qui se désintègrent par unité de temps. On suppose qu'on peut approcher N par une solution de l'équation : $dN/dt = -\lambda N$.

1. Expliquer pourquoi l'activité à l'instant t que l'on notera $A(t)$ vérifie la relation $A(t) = -dN/dt$.
2. Calculer l'activité $A(0)$ à $t = 0$ puis $A(t_1)$ à $t = t_1$.
3. On appelle demi-vie (notée $t_{1/2}$) du carbone 14 la durée nécessaire pour que l'activité de l'échantillon soit divisée par 2 par rapport à sa valeur initiale $A(0)$. Calculer cette demi-vie en résolvant une équation.