COMPARAISON DES ENSEIGNEMENTS DE PROBABILITES EN BTS ET EN ECOLE D'INGENIEURS[1]

Bernard COURTEBRAS

Chargé de cours au département
de sociologie de l'Université Lyon 2
Chercheur attaché au GHDSO[3]
Université Paris 11

« L'enseignement des sciences ne prépare pas aux carrières,
mais bien aux examens que l'on a mis devant quelques carrières. »[4]

Résumé : *Dans cet article, l'auteur compare les contenus des programmes et des épreuves d'examen en probabilités proposés à des élèves techniciens supérieurs et à des élèves ingénieurs. Après avoir souligné les profondes différences de tâches dévolues à ces deux populations, l'auteur développe une analyse sociologique du sens de ces différences.*

1. — Écart et sens de l'écart entre les programmes d'enseignements de probabilités dispensés à des élèves ingénieurs et à des élèves techniciens supérieurs

1.1. *Programmes et objectifs de l'enseignement des probabilités en École d'ingénieurs*

L'enseignement obligatoire de probabilités et statistiques dispensé en première année du cycle ingénieurs (niveau Bac + 3) de l'École Supérieure d'Ingénieurs en Électronique et Électrotechnique de la Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris (ESIEE) a pour objectif de *« donner les bases de compréhension des modèles probabilistes et des méthodes statistiques. »*[5] En deuxième année de ce cycle sont également proposés, à titre optionnel, deux modules ayant trait aux statistiques et aux probabilités : le module "traitement statistique des données"[6] et le module "processus aléatoires en vue des applications"[7]. Dans la mesure où ces deux derniers modules ne sont

1 Je remercie Françoise SAPIN qui a bien voulu lire une première version de cet article et dont les remarques m'ont été très utiles.
2 Bcourtebras@aol.com
3 Groupe d'Histoire et de Diffusion des Sciences d'Orsay
4 J. TANNERY, *Science et philosophie*, éditeur Félix Alcan, 1912, p.180.
5 Document de présentation du module MA301, *Probabilités et statistiques*, ESIEE Paris, 2002.
6 *Objectifs :* Donner le champ d'application et un panorama des méthodes actuelles d'analyse et de traitement statistique des données. Thèmes : problèmes et méthodes, analyse factorielle, classification, discrimination, utilisation des réseaux de neurones. Horaires : 30 heures (cours 18, TD 12) ; Document de présentation du module MA412, *Traitement statistique des données*, ESIEE Paris, 2002.
7 *Objectifs :* Présenter des éléments sur les processus aléatoires en vue d'application relevant principalement, mais pas exclusivement, du traitement du signal, du contrôle et des réseaux de communication. Thèmes : Vecteurs aléatoires à densité, vecteurs du 2e ordre, matrice de covariance, vecteurs gaussiens ; processus aléatoires à temps discret, processus stationnaires du 2e ordre, densité spectrale, processus gaussien à temps discret ; application au filtrage de Wiener ; Caractérisation des chaînes de Markov à temps discrets (CMTD) ; chaînes de Markov absorbantes ; processus modulés par une CMTD et modèles "Markov cachés" ; application à l'évaluation d'un protocole réseau. Horaires : 30 heures (cours 18, TD 12) ; Document de présentation du module MA413, *Processus aléatoires en vue des applications* , ESIEE Paris, 2002.

enseignés qu'à titre optionnel, nous n'avons pris en compte, pour comparer les enseignements de probabilités à l'ESIEE et en section de techniciens supérieurs électrotechnique, que le seul programme du module obligatoire MA301 : "probabilités et statistiques". Cet enseignement est organisé sur 45 heures (cours 25 heures, TD 20 heures) à égalité entre la partie probabilités et la partie méthodes statistiques.

Le programme de probabilités du module MA301 de l'ESIEE est retranscrit ci-contre.

A l'ESIEE, la formation au métier d'ingénieur fait une place importante à la modélisation et à la simulation informatique. Il est demandé aux futurs ingénieurs d'être des concepteurs de méthodes : pour cela ils doivent disposer de compétences en mathématiques leur permettant de proposer et de conduire des calculs complexes et d'évaluer les conséquences d'une prise de décision. C'est ainsi que les ingénieurs ont besoin — sans maîtriser toutes les finesses — de placer leurs réflexions probabilistes dans le cadre de la théorie de la mesure : ceci est indispensable puisqu'ils sont susceptibles, dans leur pratique professionnelle, d'être confrontés à des lois de probabilité exotiques et pas seulement à des lois usuelles. C'est pour répondre à ces besoins que le programme de probabilités de l'ESSIE considère l'ensemble des réalisations possibles d'une expérience aléatoire comme un ensemble infini et comporte des rubriques telles que "l'étude de la mesure de STIELJES sur ($\mathbf{R}$, $\mathcal{B}(\mathbf{R})$), l'intégration par rapport à une mesure de probabilité, l'intégrale par rapport à une loi de probabilité, l'étude des lois discrètes et des lois à densité usuelles, celle de la densité condi-

8 O. DE CAMBRY, *Fascicule de probabilités et statistiques*, MA301, ESIEE Noisy-le-Grand, 2001-2002.

Probabilités [8]

I. *Espaces de probabilité*
- 1) Mesure de probabilités
  - a) Événements
  - b) Tribus
  - c) Probabilité
- 2) Probabilité sur un ensemble fini ou dénombrable
  - a) Généralités
  - b) Dénombrement
  - c) Probabilités conditionnelles
- 3) Variables aléatoires
  - a) Généralités
  - b) Loi d'une variable aléatoire
  - c) Mesure de STIELJES sur ($\mathbf{R}$, $\mathcal{B}(\mathbf{R})$)
- 4) Espérance d'une variable aléatoire
  - a) Intégration par rapport à une mesure de probabilité
  - b) Intégrale par rapport à une loi de probabilité
  - c) Moments d'une variable aléatoire

II. *Variables aléatoires discrètes*
- 1) Loi d'une variable aléatoire discrète
  - a) Histogramme
  - b) Moments
  - c) Fonctions génératrices
  - d) Lois discrètes usuelles
- 2) Couples de variables aléatoires discrètes
  - a) Loi jointe
  - b) Covariance entre deux variables aléatoires discrètes
  - c) Somme de variables aléatoires
  - d) Probabilités conditionnelles

III. *Variables aléatoires à densité sur* $\mathbf{R}$
- 1) Loi d'une variable aléatoire réelle
  - a) Densité de probabilité
  - b) Moments d'une variable aléatoire à densité
  - c) Lois à densité usuelles
- 2) Fonction caractéristique
  - a) Définition et calcul
  - b) Formule d'inversion
- 3) Couples de variables aléatoires à densité
  - a) Densité jointe
  - b) Indépendance entre deux variables aléatoires à densité
- 4) Somme de variables aléatoires indépendantes
  - a) Loi de la somme de deux variables aléatoires indépendantes
  - b) Fonction caractéristique de la somme de n variables aléatoires indépendantes

5) Densité conditionnelle

IV. *Convergences de variables aléatoires*
- 1) Convergence en probabilité de variables aléatoires
- 2) Convergence en loi
- 3) Théorème de la limite centrale

tionnelle, de la convergence en probabilité de variables aléatoires, de la convergence en loi, etc.". Cet enseignement probabiliste a pour objet de porter à la connaissance des élèves des savoirs mathématiques leur permettant d'obtenir des résultats de nature théorique. Par ailleurs, les ingénieurs doivent pouvoir évaluer les conséquences d'une décision prise à partir de résultats théoriques. Il leur est notamment demandé de clairement distinguer entre un modèle sur lequel ils font fonctionner ces outils théoriques et une réalité qui présente inévitablement des singularités que le modèle n'a pu prendre en compte : l'écart entre modèle et réalité doit être le plus faible possible. De plus, les ingénieurs doivent savoir que les décisions susceptibles d'être prises ne sont relatives qu'aux seules hypothèses inhérentes au modèle. Il s'agit donc d'optimiser les prévisions, d'assurer la qualité et la fiabilité du projet, d'estimer, d'évaluer, les conséquences et les coûts de telle ou telle décision. L'enseignement de probabilités à l'ESIEE est ambitieux, conceptuellement difficile, très proche du savoir savant le plus élaboré et est dispensé dans un cadre temporel très court : au total, une vingtaine d'heures de cours et de travaux dirigés sont prévus. Les élèves ingénieurs doivent donc acquérir un haut niveau de compétences en calcul des probabilités en très peu de temps.

1.2. *Programmes et objectifs de l'enseignement des probabilités en* BTS *électrotechnique*

Les objectifs et le programme d'enseignement de probabilités du BTS électrotechnique sont fixés par l'arrêté du 30 mars 1989 : *« Une initiation au calcul des probabilités, centrée sur la description des lois fondamentales, permet de saisir l'importance des phénomènes aléatoires dans les sciences et les techniques industrielles. »* [9]

Calcul des probabilités 2 [10]

Il s'agit d'une *initiation* aux phénomènes aléatoires où *toute ambition théorique et toute technicité sont exclues. L'objectif est que les élèves sachent traiter quelques problèmes simples concernant les variables aléatoires dont la loi figure au programme et utiliser les tables de ces lois*. Les sciences et techniques industrielles et économiques fournissent un large éventail de tels problèmes, et on évitera les situations artificielles.

PROGRAMME

Probabilités sur les ensembles finis : vocabulaire des événements, probabilité.
Probabilité conditionnelle, événements indépendants.
Cas équiprobable. Arrangements, combinaisons.
Variables aléatoires à valeurs réelles : loi de probabilité, fonction de répartition. Espérance mathématique, variance, écart-type.
Loi binomiale, loi de POISSON, loi normale.
Somme de deux variables aléatoires, espérance de la somme, variance de la somme de deux variables indépendantes.

TRAVAUX PRATIQUES

Emploi de dénombrements pour le calcul des probabilités.
Exemples d'étude de situations de probabilités faisant intervenir des variables aléatoires suivant une loi binomiale, de POISSON ou normale.

9 Horaires/objectifs/Programmes/Instructions : Brevet de technicien supérieur électrotechnique, brochure éditée par le Ministère de l'Éducation Nationale, direction des lycées et collèges, éditions du CNDP, 1993, p.89.
10 Horaires/objectifs/Programmes/Instructions : Brevet de technicien supérieur électrotechnique, brochure éditée par le Ministère de l'Éducation Nationale, direction des lycées et collèges, éditions du CNDP, 1993, p.82.

A l'opposé d'un enseignement de probabilités, en école d'ingénieurs, ambitieux et nécessitant la mobilisation d'importantes compétences mathématiques, celui du BTS électrotechnique apparaît en retrait. La différence essentielle entre les deux programmes réside dans le champ investi puisque si dans le cours pour élèves ingénieurs, l'ensemble des réalisations possibles d'une expérience aléatoire est infini, le cours pour les élèves techniciens supérieurs se limite à un ensemble fini, ce qui allège quelque peu l'axiomatique [11]. De plus, les outils mis à la disposition des élèves sont moins nombreux et moins sophistiqués : *« Il s'agit d'une initiation aux phénomènes aléatoires où toute ambition théorique et toute technicité sont exclues. »* [12]

L'enseignement probabiliste destiné aux élèves techniciens supérieurs consiste essentiellement à porter à leur connaissance le vocabulaire spécifique au calcul des probabilités et aux phénomènes aléatoires, à leur apprendre à faire fonctionner, dans des exercices stéréotypés d'application, les lois de probabilité les plus usuelles — loi binomiale, loi de POISSON, loi normale — et à savoir calculer une probabilité conditionnelle. Ainsi l'initiation aux phénomènes aléatoires des élèves techniciens supérieurs n'est pas instruction scientifique mais initiation pédagogique à des phénomènes aléatoires didactisés, pédagogisés, disciplinarisés, ce qui n'exclut pas non plus la possibilité, pour certains élèves confrontés sur le terrain à des problèmes nécessitant la mobilisation des outils probabilistes précédemment évoqués, de faire preuve de créativité et d'initiatives pertinentes [13]. Le paragraphe suivant a pour objet d'étayer davantage ce jugement.

2. — Écart et sens de l'écart entre les exercices de calcul des probabilités proposés à l'examen du BTS et ceux proposés aux élèves ingénieurs

2.1. *Analyse d'un exercice d'examen de* BTS

Considérons le texte de l'exercice proposé en 1995 à l'épreuve de mathématiques du BTS électrotechnique (*cf.*, page suivante). Ce qui frappe d'abord, c'est la mise en forme de ce texte : il nous semble en effet important de réfléchir aux rapports qui nécessairement s'établissent entre la forme, la fonction et la signification d'un texte. Un lecteur, non averti, reconnaît ici d'une part, un texte scolaire plutôt que "savant", d'autre part un énoncé prétexte à évaluation plutôt qu'un cours : sa forme seule renseigne sur sa fonction.

Si l'on prête au mot "analyse" le sens de décomposition, ce type de structuration évoque dans un premier temps "l'analyse". Mais ce terme étant sur-investi, il exige une réflexion épistémologique. "L'analyse", dans son sens premier est la décomposition d'un tout en ses parties, soit matériellement, soit idéalement. Ainsi "l'analyse" chimique de l'eau consiste en une décomposition du corps complexe "eau" en ses constituants élémentaires le dihydrogène et dioxygène. Puis, "l'analyse" a enveloppé, à la fois, les idées de "décomposition" et de

11 Soulignons une contradiction du programme de BTS : alors que le programme spécifie que l'ensemble des réalisations possibles d'une expérience aléatoire est fini, ce même programme prescrit l'étude de la loi normale qui, elle, est relative à un ensemble continu de réalisations possibles. La contradiction entre les définitions de base et les lois étudiées est manifeste.

12 Horaires/objectifs/Programmes/Instructions : Brevet de technicien supérieur électrotechnique, brochure éditée par le Ministère de l'Éducation Nationale, direction des lycées et collèges, éditions du CNDP, 1993, p.82.

13 En effet, si les savoirs probabilistes appris à l'école ne permettent pas aux élèves d'avoir une action directe sur le réel, ils peuvent cependant leur permettre, en situation, d'élaborer un certain nombre de schèmes adaptés à l'analyse et à la compréhension des problèmes et d'envisager des propositions et des solutions.

Une usine fabrique en grande série des pièces susceptibles de présenter un défaut A dans 3 % des cas, ou un défaut B dans 7 % des cas. L'apparition d'un défaut est indépendante de l'apparition de l'autre.

1°) Calculer la probabilité qu'une pièce tirée au hasard :
a) présente les deux défauts ;
b) présente au moins l'un des deux défauts ;
c) présente un seul défaut ;
d) ne présente aucun défaut.

2°) On prélève au hasard 250 pièces dans la production.
Soit X la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 250 pièces, fait correspondre le nombre de pièces présentant le défaut A.
a) Quelle est la loi de probabilité de X ?
b) On admet que la loi de X peut être approchée par une loi de Poisson. En déterminer le paramètre λ. Calculer alors la probabilité que, parmi les 250 pièces, il y en ait au plus 3 présentant le défaut A.

3°) Soit Y la variable aléatoire qui, à tout prélèvement de 250 pièces, fait correspondre le nombre de pièces présentant le défaut B. On admet que la loi de Y peut être approchée par une loi normale de paramètres m = 17,5 et σ = 4,03.
a) Justifier les valeurs de m et σ.
b) Calculer la probabilité qu'il y ait au plus 20 pièces présentant le défaut B.
c) Calculer la probabilité de l'événement : $15 \leq Y \leq 20$.

"recomposition" : c'est le sens de CONDILLAC[14] et de TAINE[15]. Ainsi, dans un premier sens, "l'analyse" consiste à décomposer en éléments simples et à montrer comment le tout procède des éléments. Dans un deuxième sens, "l'analyse" est attachée à l'idée de résolution : c'est une méthode de raisonnement qui consiste à partir du résultat à démontrer et à remonter aux principes ; cette méthode est également appelée démonstration régressive, par opposition à la synthèse qui est progressive et qui consiste à partir des principes, à déduire des conséquences et à montrer qu'une des conséquences est le résultat à démontrer[16]. Aujourd'hui, "l'analyse" c'est aussi la branche des mathématiques qui concerne le calcul sur les infiniment petits : "analyse" comme abréviation de la locution "analyse infinitésimale". Mis à part cette utilisation, le mot "analyse" renvoie soit à l'idée de décomposition / recomposition soit à l'idée de résolution.

Dans le contexte des épreuves d'examen du BTS, il apparaît que la partie décomposition est de la compétence seule de celui qui pose et rédige le "problème". Soit il s'agit d'une "situation-problème" "réelle", "décortiquée" et décomposée en petites questions,

14 *« L'analyse consiste à observer dans un ordre successif les qualités d'un objet, afin de leur donner dans l'esprit l'ordre simultané dans lequel elles existent. »* A. LALANDE, *Vocabulaire technique et critique de la philosophie*, PUF, 1985, p.54.
15 *« Analyser c'est traduire ; et traduire, c'est apercevoir sous les signes des faits distincts. »* A. LALANDE, *op. cit.*, p.54-55.
16 *« Cette méthode, que l'on appelle analyse consiste à établir une chaîne de propositions commençant à celle qu'on veut démontrer, finissant à une proposition connue, et telles qu'en partant de la première (celle qu'on veut démontrer) chacune soit une connaissance nécessaire de celle qui la suit ; d'où il résulte que la première est une conséquence de la dernière, et par conséquent vraie comme elle. »* J.M.C. DUHAMEL, in A. LALANDE, *op. cit.*, p.55.

soit il s'agit d'un objet proprement "didactique", créé de toutes pièces, avec des questions "intermédiaires" et "artificielles" ; ce deuxième cas est largement dominant. Ainsi, en considérant "analyse" dans son sens de décomposition, il apparaît que le travail de problématisation et "d'analyse", qui fonde le questionnement, est fait en amont par celui qui pose le "problème". Rappelons, avec BACHELARD, que le véritable travail scientifique consiste d'abord à poser les problèmes : toute connaissance est en effet une réponse à une question et s'il n'y a pas question, il ne peut y avoir connaissance scientifique.

La tâche proposée à l'examen ne relève donc, pour les élèves, ni de l'analyse, ni du "problème" : il s'agit simplement d'exercices théoriques dont le support est un "faux-concret" [17]. On est donc dans une logique pédagogique et non pas scientifique, dans une logique de la performance scolaire et non de la compétence scientifique. Il est clair que l'abduction [18] et le raisonnement heuristique ne sont pas absolument pas favorisés par ce type de formation. L'exercice que nous avons cité est en effet fragmenté en questions, en sous-questions. Un examen attentif de ce texte nous conduit à remarquer qu'il n'y a, en tout et pour tout, qu'un seul point d'interrogation. Le candidat est successivement sollicité pour « calculer une probabilité » [19] ; il lui est posé comme unique question « quelle est la loi de probabilité de X » [20] ; puis il lui est demandé de « déterminer la valeur de λ » [21], puis de « calculer une probabilité » [22]. Enfin il lui est demandé de « justifier » le choix [23] de deux valeurs [24] et une nouvelle fois de « calculer une probabilité » [25]. Il ne lui est pas demandé de chercher quelque chose, la réponse lui est donnée ou suggérée. Il ne lui est pas demandé de justifier ses propres choix mais de justifier ceux de celui qui a posé le problème. Pour réussir cette tâche, les candidats au BTS doivent lire l'énoncé de l'exercice, lui donner sens, connaître un certain nombre de règles et de formules, les appliquer. Ce qui est en jeu, c'est leur capacité à percevoir et à utiliser les informations pertinentes du texte, à saisir les nuances de langage. Par exemple différencier "au plus 3" de "plus de 3" dans la question « Calculer alors la probabilité que, parmi les 250 pièces, il y en ait au plus 3 présentant le défaut A » [26]. Cette question nous fait apparaître la nécessité d'identifier les outils mentaux nécessaires au décryptage de tels énoncés. Est-ce que leur travail se réduit à une mémorisation en vue d'une réminiscence de formules et à une routinisation des procédures ? Ainsi, il n'apparaît pas possible d'affirmer que le travail de l'élève soit ici un travail "d'analyse", ni au sens de décomposition/recomposition, ni au sens de méthode de raisonnement. Le choix de ce type d'épreuves est un indicateur d'un enseignement tourné vers la rigueur, non vers l'initiative ; il s'agit là d'une conception superficielle et technicienne des mathématiques : sont mis en valeur les résultats et les algorithmes de résolution. L'accent est davantage mis sur la maîtrise technicienne des techniques que sur la compréhension des raisons de ces techniques. Ce qui

17 On distingue généralement le "faux-concret" du "pseudo-concret". Pour les didacticiens, le "pseudo-concret" consiste à utiliser le vocabulaire de la réalité pour désigner des objets théoriques. Le "dé parfait" est ainsi un objet théorique alors que le "dé" est un objet de la réalité. Même chose avec les mots "cube", "pyramide", etc. Il est en effet fréquent, en mathématiques, d'utiliser des termes de la réalité pour désigner des objets dont la définition est rigoureuse. Quant au "faux-concret", il consiste à faire croire qu'une situation donnée et décrite est une situation de la réalité.

18 L'abduction, au contraire de la déduction et de l'induction, concerne non le traitement d'hypothèses mais le processus de production d'hypothèses nouvelles.

19 [1°)a)], [1°)b)], [1°)c)], [1°)d)].

20 [2°)a)].

21 [2°)b)].

22 [2°)b)].

23 — fait par le concepteur du sujet —

24 [3°)a)].

25 [3°)a)], [3°)b)].

26 [2°)b)].

est attendu de l'élève, c'est qu'il sache mobiliser et faire fonctionner ses connaissances, ses "formules" pour essayer de résoudre les questions du problème ; c'est qu'il soit capable de conduire des calculs, d'appliquer des "recettes" : avec la loi binomiale, il faut appliquer la formule [$P(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}$] ; avec la loi de POISSON, il faut appliquer la formule [$P(X = k) = \dfrac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k\,!}$] ; avec la loi normale, telles formules. Pour Marc LEGRAND, ce type d'enseignement, qui ne livre que des techniques mathématiques, qui apprend à appliquer des résultats mais pas à les penser *« ne respecte ni la science,* […] *ni le projet républicain d'une école lieu de démocratisation par le savoir, puisqu'on propose au plus grand nombre d'acquérir au cours de leurs études scientifiques* [...] *des non-savoirs scientifiques. "Non-savoirs scientifiques" ne voulant pas dire que ce que nous enseignons soit inexact ou non scientifiquement attesté, mais signifiant que ce que l'élève ou l'étudiant apprend ainsi ne peut lui servir qu'à réussir les examens et concours qui ont été bâtis sur cette conception. »*[27] Apparaît alors le rapport à la norme d'excellence : la norme est de répondre aux questions du "problème" (qui précisément ici n'est pas un "problème") et non à la question du "problème" (car il n'y en a pas). La structure parcellisée est à la fois un guide et une contrainte : l'élève doit avancer dans la résolution des questions en respectant l'ordre indiqué/imposé. Pour "réussir" il lui faut "obéir" en répondant convenablement aux questions posées et pas à d'autres. L'élève est dans un cadre qu'il doit respecter : si sa logique propre l'invite à résoudre la troisième question avant la deuxième, il sort de la norme et est sanctionné. Pour réussir, il lui faut donc connaître la "règle du jeu" (qui est implicite), accepter les contraintes : la directivité est la règle. Le candidat ne doit pas faire preuve d'initiative mais se plier. *« On attend de la majorité des personnes davantage de docilité pour mettre en œuvre des pratiques établies que d'imagination pour les transformer de façon réfléchie. »*[28] L'analyse de la forme de ce type d'exercice révèle la non-prise en compte, la non-évaluation de l'activité de synthèse, au sens large de vision d'ensemble : l'élève peut répondre exactement à toutes les questions sans percevoir le projet d'ensemble (s'il existe…) qui anime l'ensemble du "problème". Mais la forme de cet exercice répond à une logique. D'abord la notation : 0,5 point pour telle question, 0,25 pour telle autre, etc. Cette manière de noter — imposée par l'administration au travers des barèmes et des réunions d'harmonisation — privilégie, de fait, la résolution parcellaire à la synthèse. Les élèves résolvent des petits bouts de questions — souvent indépendantes — mais ne donnent pas nécessairement sens à l'ensemble du "problème".

C'est ainsi que de nombreux enseignants, correcteurs d'examen, déplorent être amenés à mettre 10 sur 20 à des copies où le candidat n'a rien assimilé de l'essentiel mais où il a "grappillé" des points de-ci, de-là en n'ayant "rien compris au problème". Ce petit détour réflexif sur la forme de la notation (parcellaire et cumulative et non pas globale) conduit à interroger ce qui, fondamentalement, est exigé des élèves. Notons enfin que ces exercices n'ont généralement aucun rapport avec le problème de la prise de décision en situation d'incertitude ou de risques. De plus, il est très rare qu'une évaluation des coûts soit proposée. Ces exercices ne font qu'exception-

27 M. LEGRAND, *Mathématiques, mythe ou réalité*, Revue Repères-Irem, n°20, juillet 1995, p.97.

28 M. LEGRAND, *Mathématiques, mythe ou réalité*, *op. cit.*, p. 104.

nellement référence au contexte marchand dans lequel s'inscrivent ces questions : la réalité économique est généralement gommée. Les exercices proposés apparaissent exclusivement adaptés aux conditions de l'institution scolaire et ne permettent guère une compréhension de la réalité.

A l'examen, les exercices découpés en questions indépendantes ont succédé aux "problèmes à tiroirs" pour lesquels il fallait avoir résolu la question de rang "n" pour pouvoir résoudre la question de rang "n + 1" : tous les élèves, ou presque, pouvaient faire les premières questions et seuls les "meilleurs" pouvaient traiter les dernières. Sans doute parce que l'institution ne souhaite pas qu'une erreur isolée soit fatale au candidat, l'exercice proposé à l'examen est maintenant très directif. Le candidat est amené, non "à trouver" mais "à montrer" que tel chapelet de résultats qu'on lui indique est correct. Une activité comme la conjecture n'apparaît pas. Tout aspect conceptuel et intuitif est supprimé des programmes de mathématiques contemporains : *« Reste alors l'apprentissage de quelques procédures, les fameux "savoir-faire" comme on aime à les appeler. Une telle parodie participe d'une conception procédurale de la connaissance qui se développe aujourd'hui autour des sciences cognitives et qui conduit à ce que l'on peut appeler une conception logicialiste de l'enseignement, l'élève étant réduit aux mieux à un logiciel à fabriquer, au pis à un logiciel à réparer. La remédiation ne serait alors qu'un mode de réparation des logiciels. »*[29] Au BTS, les sujets comportent deux exercices de mathématiques qui recouvrent une part très large du programme, c'est-à-dire que tous les points du programme sont évalués : cette logique de "balayage" de tout le programme implique de poser des "questions" "indépendantes" les unes des autres. Ces contraintes rendent difficile l'élaboration d'un exercice global qui ait du sens : l'exercice est donc par nature artificiel. L'énoncé fournit un certain nombre d'indices qui ont pour objet de permettre au candidat de l'aider dans sa recherche. Ainsi dans l'exercice cité précédemment et qui sert de support à cette étude, on peut remarquer (souligné par nous) que l'on donne la valeur de la moyenne m ($m = 2{,}06$) ce qui permet non seulement de résoudre la question 3) en utilisant la formule $P(X = k) = \dfrac{e^{-\lambda} . \lambda^k}{k\,!}$ dans le cas où $\lambda = m = 2{,}06$ et $k = 4$ mais de plus donne la réponse à la question 2)c). Les indices présentés pour le rappel sont très proches des indices encodés lors de la situation d'apprentissage : la récupération est donc aisée. Il y a "effets de contexte"[30]. Pour M. Legrand, cette manière de faire participe *« d'un système de codes avertisseurs qui deviennent une coutume totalement transparente pour les élèves participant d'une certaine culture. »*[31]

En BTS électrotechnique, l'inférence statistique n'est pas enseignée donc les élèves ne peuvent disposer des règles élémentaires permettant une prise de décision en situation d'incertitude. C'est au sens que ces exercices ne permettent aucune prise de décision que nous disons qu'ils sont des exercices théoriques. Il est simplement demandé aux élèves de mettre en œuvre des connaissances acquises au niveau théorique pour répondre à des questions, qui malgré leur habillage, sont

29 R. Bkouche, *L'achèvement de l'enseignement des mathématiques*, Revue Repères-Irem, n°21-octobre 1995, p.82 et p.85-86.

30 *« On désigne par effet de contexte l'influence de variables internes ou externes intervenant directement dans les processus de récupération de l'information. »* F. Raynal et A. Rieunier, *Pédagogie : dictionnaire des concepts clés*, éditions ESF, 1997, p.90.

31 M. Legrand, *Mathématiques, mythe ou réalité*, *op. cit.*, p.101.

fabriquées pour précisément faire fonctionner ces connaissances théoriques. Il n'est pas possible d'envisager des exercices ou des problèmes tournés vers des applications si les règles relatives à la prise de décision ne sont pas connues. L'élève technicien supérieur doit savoir ce qu'est une probabilité, notamment en ayant fait fonctionner cette notion dans des “cas d'école”. Il doit pouvoir comprendre les principes à l'œuvre dans l'exécution de certaines tâches. Son rôle n'est pas d'organiser ces tâches mais de réussir leur exécution. Considérons par exemple la tâche d'un technicien supérieur chargé de veiller au bon fonctionnement d'un service de contrôle de qualité dans une entreprise. Lors d'un test séquentiel, une machine prend périodiquement des mesures et génère une courbe des valeurs. Le test séquentiel consiste à vérifier si la fréquence observée de pièces défectueuses reste comprise entre deux valeurs d'un intervalle donné. Si les mesures observées ne sont pas comprises dans cet intervalle, le technicien doit aviser en faisant preuve d'une certaine finesse : est-il nécessaire d'arrêter la production et de régler les machines ? Alors qu'un technicien non initié au calcul des probabilités est susceptible de penser qu'il faut que toutes les mesures soient toujours comprises entre les deux valeurs, un technicien “initié” sait qu'il y a nécessairement des fluctuations et qu'il est possible de s'approcher d'une des deux bornes sans qu'il soit nécessaire d'arrêter toute la production. Ce qu'il ignore généralement, c'est pourquoi les valeurs ont été fixées ainsi : ceci dépend de divers paramètres évalués par l'ingénieur responsable de la production.

L'analyse du sens de la forme des exercices de calcul des probabilités proposés aux candidats au diplôme de technicien supérieur confirme la nature parcellaire, récitative, procédurale et algorithmique des tâches imposées : celles-ci relèvent des performances scolaires en mathématiques. Cette analyse et la lecture des instructions officielles nous conduisent à penser que la présence du calcul des probabilités dans l'enseignement supérieur technique est justifiée par des attendus qui ont à voir avec leur utilité instrumentale dans l'économie - et non avec la formation scientifique - et avec l'apprentissage de la rigueur et de la “discipline”. Ce jugement est cohérent avec l'étude de l'ensemble du programme du BTS électrotechnique, où apparaît la domination de l'idéologie instrumentaliste et le discours d'adaptation au travail, un discours instrumentaliste assignant comme but principal de former des esprits agiles, des personnalités adaptables, capables de réponses flexibles.

2.2. *Des exercices d'examen stéréotypés*

Une autre caractéristique des exercices scolaires de calcul des probabilités est leur caractère analogique : ce sont des stéréotypes. Si leur résolution nécessite un rapport réflexif au texte écrit, il apparaît également, à quelques détails près, que ce sont toujours les mêmes exercices scolaires qui sont proposés. Jean Claude CARREGA a utilisé l'expression de “situations mathématiquement équivalentes” pour décrire le fait qu'il s'agit toujours du même exercice “habillé” différemment. Remarquons que ce type d'exercice contient un grand nombre d'implicites dont le premier, le glissement de la notion de pourcentage à celle de probabilité, se fait apparemment sans crise épistémologique majeure. Ainsi, le fait qu'une usine fabrique des pièces susceptibles de présenter un défaut dans 3 % des cas est traduit par “la probabilité qu'une usine fabrique des pièces susceptibles de présenter un défaut est 0,03”. Examinons cet implicite : en l'occurrence, la rigueur n'est pas vraiment au rendez-vous puisqu'il est demandé de calculer une probabilité alors qu'il n'est fait référence à aucune expérience aléatoire. Ce qui est donc implicite c'est le contrat didactique qui seul permet d'assimiler pourcentages et probabilités. Mais dans quelle mesure cette assimilation est-elle légitime ? Théoriquement elle ne l'est que si le pourcentage concerne non seulement des éléments de la population vérifiant une certaine propriété mais aussi s'il existe une expérience aléatoire consistant à tirer au hasard [32] les éléments de cette population : c'est seulement si ces conditions sont remplies que la probabilité de tirer un élément vérifiant cette propriété est égale au pourcentage annoncé.

Quant à l'exercice 2, il est dit que, pour un hypermarché implanté dans un arrondissement, la probabilité qu'il fasse l'objet d'un contrôle fiscal est 0,25. Mais comment cette valeur a-t-elle été déterminée ? Où est l'expérience aléatoire ? Est-ce que véritablement tous les hypermarchés inspectés sont choisis au hasard avec équiprobabilité ? Ce sont tous ces implicites qui rendent théorique le "problème", qui n'est pas un problème réel mais qui est une situation inventée pour servir de support à une activité scolaire. C'est donc un véritable "faux concret" qui fait appel à un vécu complètement artificiel.

Les mêmes données et les mêmes calculs peuvent fonctionner dans un tout autre contexte ou "habillage". Les deux exercices ci-dessous servent de support à cette analyse : leur résolution mobilise les mêmes schèmes de résolution.

Exercice 1 :

Un groupe financier possède deux hypermarchés implantés dans deux arrondissements différents 1 et 2. On note A et B les événements suivants :
A : « L'hypermarché de l'arrondissement 1 est contrôlé ».
B : « L'hypermarché de l'arrondissement 2 est contrôlé ».

Pour un hypermarché implanté dans l'arrondissement 1, la probabilité de l'événement « faire l'objet d'un contrôle fiscal » est 0,25.
Pour un hypermarché implanté dans l'arrondissement 2, la probabilité de l'événement « faire l'objet d'un contrôle fiscal » est 0,2.
Ces deux événements sont **indépendants**.
Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :
E_1 : « **Les deux** hypermarchés sont contrôlés ».
E_2 : « **L'un au moins** des hypermarchés est contrôlé ».
E_3 : « **Un** hypermarché **et un seul** est contrôlé ».
E_4 : « **Aucun** des deux hypermarchés n'est contrôlé ».

Exercice 2 :

Une usine fabrique en grande série des pièces susceptibles de présenter un défaut « a » dans 3 % des cas, ou un défaut « b » dans 7 % des cas.

L'apparition d'un défaut est **indépendante** de l'apparition de l'autre.
Calculer la probabilité qu'une pièce tirée au hasard :
A : « présente **les deux** défauts ».
B : « présente **au moins l'un** des deux défauts ».
C : « présente **un seul** défaut ».
D : « ne présente **aucun** défaut».

32 — c'est-à-dire avec équiprobabilité —

2.3. *Analyse d'un problème d'examen en École d'ingénieurs*

Considérons le texte des trois exercices proposés en 1998 au contrôle de calcul des probabilités de l'École supérieure d'ingénieurs en électronique et électrotechnique[33] de Paris (*cf.*, page suivante).

L'exercice 1 fait appel aux connaissances relatives à la loi de probabilité géométrique qui est une loi de probabilité discrète définie sur un ensemble infini dénombrable. Le calcul de l'espérance de gain du joueur mobilise des connaissances sur les séries numériques. L'exercice 2 est relatif à l'étude d'un processus de POISSON. Sa difficulté réside dans l'interférence d'une loi de POISSON, qui est une loi discrète, et d'une loi continue (celle du temps d'attente). Cet exercice, relatif au traitement d'un phénomène sans vieillissement, renvoie à l'étude plus générale de la gestion des files d'attente. L'exercice 3 comporte de nombreux calculs de plus en plus compliqués. La loi de PARETO est définie au moyen de sa fonction de répartition. La densité de cette loi se détermine à l'aide d'un calcul de dérivée par rapport à la variable x et son espérance, comme sa variance, à l'aide d'un calcul intégral. Cette loi sert ensuite à modéliser une distribution de revenus dans une population. Il est notamment demandé de déterminer la loi de probabilité du plus bas revenu, ce qui nécessite de bien connaître son cours. La dernière question, relative à l'étude des convergences en moyenne quadratique et en loi, mobilise de solides compétences mathématiques.

L'étude de la forme de ce contrôle de probabilités destiné aux élèves ingénieurs de l'ESSIE semble confirmer que l'on n'est plus dans l'initiation probabiliste ou dans le registre de la performance scolaire en mathématiques mais dans le domaine de la haute performance mathématique que nous assimilons à la compétence mathématique. Quelques réserves cependant peuvent être formulées : on reste en effet dans le registre des exercices et non des problèmes, ce qui témoigne de la prégnance de la forme scolaire au sein d'une importante école d'ingénieurs où un contrôle des connaissances est instauré. En effet les élèves ingénieurs de l'ESSIE, comme les étudiants, continuent d'être évalués sur la base d'épreuves écrites. On peut également noter que, comme en BTS, la question de la prise de décision en situation d'incertitude n'est pas abordée dans ces exercices qui, par ailleurs, n'induisent pas l'élaboration d'hypothèses ou de modèles. Ce qu'il y a en amont de l'exercice, comme ce qu'il y a après, n'est pas évoqué. On pourrait repérer ici une certaine réduction de l'écart entre la forme de la formation des techniciens supérieurs et celle des ingénieurs, écart compatible avec la nécessité d'avoir une culture commune, un langage commun même si les probabilités pour les techniciens supérieurs correspondent à un savoir qui était déjà disponible à l'époque de LAPLACE alors que les probabilités pour les élèves ingénieurs se réfèrent non seulement à ces savoirs mais également à la théorie contemporaine de KOLMOGOROV : il y aurait donc un siècle d'écart entre les deux programmes. La référence à un savoir savant relativement pointu, permet certes de mettre à la disposition des élèves ingénieurs des outils théoriques puissants permettant de résoudre des problèmes complexes mais, compte tenu du peu de temps mis à leur disposition pour leur appropriation, il semble pertinent d'interroger l'efficacité d'un tel enseignement. Est-ce qu'une appropriation correcte d'un tel bagage théorique est possible en une vingtaine

33 Contrôle de probabilités, ESIEE, 25 juin 1998.

O. DE CAMBRY 25/06/98

M - Proba

Contrôle

Durée : 2 heures Sujet à traiter sans documents

Exercice 1

Au casino un joueur décide de miser sur un même numéro jusqu'à ce qu'il soit gagnant. On suppose que les résultats des parties successives sont indépendants et qu'à chaque partie ce numéro a une probabilité p , d'être tiré.

— **A** — Soit X le nombre de parties jouées avant de gagner. Quelle est la loi de X , et le nombre moyen de parties qui seront jouées avant la fin du jeu ?

— **B** — Le jeu se déroule de la manière suivante :
La mise initiale est de l franc et à chaque partie le joueur double sa mise. Lorsque le joueur perd, il perd sa mise et lorsqu'il gagne, il récupère a fois la mise de la partie gagnante. On note G , le gain à l'issue du jeu.

1. Montrer que $G = 2^X\left(\frac{a}{2} - 1\right) + 1$
2. En déduire le gain lorsque $a = 2$.
3. Déterminer en fonction de p , l'espérance de gain du joueur.
4. Pour quelle valeur a le jeu est-il équilibré ?

Exercice 2

— **A** — On considère un composant dont la durée de vie T suit une loi exponentielle. Sa durée de vie moyenne est de 1500 heures. Quelle est la probabilité qu'il soit encore en fonctionnement au bout de 1000 heures ?

— **B** — On observe 100 composants identiques au précédent, que l'on fait fonctionner de manière indépendante. On note $N(t)$, le nombre de composants en panne à l'instant t.

1. Déterminer la loi de probabilité de $N(t)$ et son espérance.
2. Quelle est la probabilité qu'au moins 50 composants soient encore en fonctionnement au bout de 1000 heures ?

Exercice 3

On dit que la variable aléatoire X suit une loi de PARETO de paramètres $\alpha \geq 0$ et $x_0 \geq 0$ ($X \sim Par(\alpha, x_0)$ si sa fonction de répartition est définie par :

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{pour } x < x_0 \\ 1 - \left(\dfrac{x_0}{x}\right)^{\alpha} & \text{pour } x \geq x_0 \end{cases}$$

— **A** —

1. Déterminer la densité et l'espérance de cette loi.
2. On note, $Y = X^{\beta}$ pour $\beta > 0$. Montrer que Y suit une loi de PARETO et en déduire la variance de X .

— **B** — Cette loi est utilisée pour modéliser la distribution des revenus dans une population. On considère les revenus, notés $(X_1, \ldots, X_n)$, et supposés indépendants, de n individus de cette population.

1. Déterminer la loi de probabilité du plus bas revenu B_n de ces n individus et l'espérance de cette loi.
2. Montrer que B_n converge en moyenne quadratique et en loi vers une limite que l'on identifiera.

d'heures ? Est-ce que l'ambition affichée d'un tel programme ne participerait pas de la volonté de permettre aux élèves ingénieurs la construction du sentiment que ce qui leur est enseigné correspond bien à leur rang et à leur niveau de compétence ?

Conclusion

L'écart social entre un ingénieur en électrotechnique et un technicien supérieur en électrotechnique se fonde sur un écart entre deux formes d'enseignement dispensées dans deux institutions aux statuts bien distincts : d'une part, des formations de techniciens supérieurs implantées dans certains lycées d'enseignement technologique de villes moyennes qui concernent des centaines d'élèves engagés généralement dans cette voie à la suite de difficultés à poursuivre des études en filière générale, d'autre part, une formation d'ingénieurs, accueillant des dizaines d'étudiants recrutés sur concours dans une grande école spécialisée située en général dans une très grande ville[34]. C'est en distribuant des savoirs et des savoirs-faire dans des formes différentes (initiation et performances parcellisées pour les techniciens supérieurs, instruction et compétences pour les ingénieurs) que ces institutions distribuent également des pouvoirs en légitimant cette distribution : *« L'octroi d'un titre scolaire est en effet un acte juridique de catégorisation légitime, par lequel est décerné l'attribut sans doute le plus déterminant (avec la profession qu'il contribue fortement à déterminer) de l'identité sociale qui, étant toujours — faut-il le répéter ? — différence sociale, distinction, positive ou négative, est indissociable de la discrimination de groupes séparés par des frontières magiques. »*[35]

Dans une note critique qu'ils consacrent à l'un de nos ouvrages, Yves CHEVALLARD et Floriane WOZNIAK écrivent dans leur conclusion que : « *à l'école on apprend aussi autre chose que l'école* »[36]. Cette assertion, qui révèle l'ignorance ou la volontaire non-prise en considération de concepts fondamentaux mobilisés en sociologie de l'éducation (ainsi en est-il, par exemple, des concepts sociologiques, et nullement didactiques, de forme

34 Paris, Toulouse, Grenoble, …

35 P. BOURDIEU, *La Noblesse d'État*, éditions de Minuit, 1989, p.165.

36 Y. CHEVALLARD et F. WOZNIAK, Notes critiques, *Revue Française de pédagogie*, n°156, 2006, p.177.

scolaire, de disciplines, de *curriculum* caché), appelle quelque mise au point. Nous fondant à la fois sur les travaux de sociologues qui ont étudié le fait scolaire (en particulier Pierre BOURDIEU, Lucie TANGUY, Claude GRIGNON, Guy VINCENT, Rachel GASPARINI, Philippe PERRENOUD) et sur la connaissance intime des mathématiques scolaires, nous avons tenté de montrer dans cet article que, à l'école, on apprend effectivement autre chose (en particulier à accepter et à respecter l'ordre établi) et surtout, on évite d'apprendre d'autres choses susceptibles de permettre toute élucidation des formes de domination, que ce soit à l'école ou en entreprise. Ainsi l'analyse des rapports entre les formes de distribution différentielle des savoirs probabilistes et les formes de division sociale du travail montre que la formation des techniciens supérieurs se caractérise à la fois par l'initiation à des savoirs et à des savoir-faire permettant une adaptation à des postes de travail comportant, outre des matériels électrotechniques, des outils de contrôle de la qualité et par une soumission au jeu des rapports sociaux de pouvoir dans la gestion du procès de production. La forme de cet enseignement ne permet pas aux élèves techniciens supérieurs de prendre conscience du rapport de domination dans lequel leur activité scolaire s'inscrit : elle ne les prépare pas à non plus à l'analyse des rapports sociaux de production [37] qu'ils vont rencontrer au sein d'une entreprise. La forme de cette initiation leur permet certes d'avoir une maîtrise relative sur le réel mais elle limite la maîtrise qu'ils peuvent avoir sur le rapport social qui commande ce rapport au réel. Les techniciens supérieurs n'apprennent pas explicitement à tenir un rôle dans la hiérarchie sociale mais c'est à travers la forme du rapport pédagogique et des limites de ce rapport qu'ils apprennent et incorporent leur rôle et ses limites. En formation est évitée toute élucidation susceptible de permettre une prise de pouvoir de l'apprenant sur les conditions dans lesquelles il apprend, sur le sens de ce qu'il apprend, sur l'utilité de ce qu'il apprend, ce qui pourrait expliquer en partie certaines résistances d'élèves. De même, en entreprise, il peut être amené à ignorer ce qu'il produit, à quoi sert ce qu'il produit, comment cela est produit et s'il est possible de produire différemment. L'apprentissage des savoirs mathématiques et technologiques se fait dans le cadre d'un rapport de domination pédagogique qui ne permet pas aux élèves d'avoir une attitude réflexive ni vis à vis des tenants et aux aboutissants de cet apprentissage, ni vis à vis de l'ordre des choses et des choses de l'ordre : leur pratique réflexive n'est souvent réduite qu'à la réflexion sur la pratique d'activités scolaires. L'État éducateur impose une vision du monde et un respect de l'ordre établi : il l'impose davantage par des pratiques éducatives que par des discours. Il dispose en effet du pouvoir de dispenser pendant des années une "culture" scolaire qui se caractérise autant par ce qu'elle dit que par ce qu'elle ne dit pas. C'est en effet à cause de la non-mise en réflexivité sur la forme et le sens des apprentissages que les élèves techniciens supérieurs incorporent une culture de non-(re)mise en question du rapport social de domination dans lequel ils se trouvent.

37 — à l'exception de quelques heures de cours sur le droit du travail —