
LES GRANDEURS A L'ECOLE ELEMENTAIRE DANS LES MANUELS DE MATHÉMATIQUES ET DE PHYSIQUE DEPUIS 1945

*Analyse des manuels dans deux disciplines,
les mathématiques et la physique*

Jean-François FAVRAT et Valérie MUNIER
IUFM de Montpellier,
Laboratoire LIRDEF¹, équipe ERES²

Résumé : *Nous présentons de manière comparative et chronologique les traitements, dans les manuels de mathématiques et dans ceux de sciences, des grandeurs enseignées à l'école élémentaire de 1945 à nos jours.*

La longueur, l'aire, le volume, l'angle sont introduites en mathématiques, alors que la masse et le temps sont pris en charge dans les deux disciplines. Les démarches d'introduction de ces grandeurs ont beaucoup évolué : avant la réforme des mathématiques modernes et la mise en place des activités d'éveil, les grandeurs sont ce que mesurent les instruments. Après ces réformes, hormis pour le temps, des activités de comparaison, de rangement précèdent généralement les mesures. On constate actuellement un rapprochement entre les deux disciplines sur ce thème à l'école, et c'est dans la recherche de situations relevant de la physique pour introduire les grandeurs que nous mettons l'espoir d'un décloisonnement plus profond.

Plusieurs changements importants apparaissent dans les programmes de mathématiques pour l'école élémentaire parus en 2002. L'un d'eux réside dans le titre « *Grandeurs et mesures* » donné au domaine qui, quand il était séparé des autres contenus³, jusqu'alors était intitulé « *Exercices pratiques de mesure et de repérage* » (CE, 1970), « *Mesures, exercices pratiques* » (CM, 1970), « *Repérer et mesurer* » (CE, 1978), « *Mesurer* » (CM, 1980), « *Préparation à la mesure* » (CP, 1986), « *Mesure de quelques grandeurs* » (CE, CM, 1985), « *Mesure* » (Cycles 2 et 3, 1990, 1995). Indéniablement, le changement de titre traduit un point de vue,

largement explicité dans les documents d'application et d'accompagnement, – nous le résumerons – mais en analysant les manuels depuis 1945, nous souhaitons voir en quoi cette nouveauté consiste réellement et si elle est vraiment récente.

Un autre changement se lit derrière le regroupement pour le cycle 3 des mathématiques et des sciences et de la technologie dans le même chapitre « *Education scientifique* », et dans les nombreuses incitations à décloisonner les diverses disciplines scientifiques : « *Les mathématiques, d'un côté, les sciences expé-*

1 Laboratoire interdisciplinaire de recherches en didactique, éducation et formation.

2 Etudes et recherches sur l'enseignement scientifique.

3 Dans les programmes de 1945, les contenus ne sont pas organisés en chapitres. En résumé, il est demandé aux

maîtres de relier le travail en numération avec l'étude des unités du système métrique et de la monnaie, d'organiser des exercices pratiques de mesure avec des instruments, d'enseigner le calcul d'aires pour certaines surfaces et de volumes pour certains solides.

riminentales et la technologie de l'autre, doivent être aussi souvent que possible liées dans la mise en œuvre des programmes. » (BO n°1 du 14 février 2002, p 65). Et tout particulièrement pour le thème des grandeurs et de leur mesure, les auteurs indiquent dès le cycle 2 que « *Le travail sur la mesure est conduit en liaison avec les activités évoquées dans la rubrique des programmes « Découvrir le monde : les objets et les matériaux.* » (Documents d'application du programme de mathématiques, cycle 2, page 30, 2002.). Une telle volonté justifie le souci que nous avons eu de ne pas nous limiter aux manuels de mathématiques, mais d'explorer aussi ceux de physique et technologie.

1ère partie. Délimitation de notre étude

Nous avons retenu toutes les grandeurs enseignées à l'école élémentaire : les longueurs, les masses, les aires, les volumes (capacités, contenances), les angles et les durées.

Quels manuels avons-nous choisis ? Ceux parus depuis 1945 et proposés pour le primaire, du cours préparatoire aux cours moyens 1ère et 2ème années. Pour les sciences physiques il s'agit de ceux produits par trois maisons d'édition (Bordas, Nathan, Hachette), complétés par les livres du maître pour les éditions les plus récentes. Pour les mathématiques le corpus (fichiers et manuels consultés avec leurs guides pédagogiques si possible) vise à la quasi exhaustivité puisque nous disposons à l'IUFM de l'académie de Montpellier d'un centre de ressources didactiques fort bien alimenté depuis longtemps : le CEDRHE⁴.

Sur quelles périodes ? Depuis 1945, on peut distinguer trois périodes et les mettre assez

bien en correspondance entre les mathématiques et les sciences :

- la période des mathématiques dites classiques (programmes de 1945), suivie de celle des mathématiques dites modernes (programmes de 1970) ; celle-ci fut progressivement abandonnée à la fin des années 70 ; depuis plusieurs textes officiels (1977-80, 1985, 1990, 1995 et enfin 2002) rythment cette troisième période ;
- pour les sciences, la période des leçons de choses, qui débute dans les années 20, est suivie à partir des années 70 (programmes de 1977 à 1980) par la période des activités d'éveil qui prend fin assez rapidement avec les programmes de 1985, suivis de nouveaux programmes en 1995. Actuellement les textes parus depuis 2002 insistent sur l'enseignement des sciences, et sont inspirés à la fois des activités d'éveil et de « la main à la pâte ».

Quelles questions pose l'enseignement de ces grandeurs ? Il en est de nombreuses. Nous avons pour cet article laissé de côté celles qui concernent les activités visant des compétences relatives aux mesures (savoir-faire liés aux instruments ; travaux sur l'estimation d'ordres de grandeur, sur la précision, les erreurs ; mise en place des unités ; importance des activités calculatoires ou de conversion ; place de la résolution de problèmes liés aux mesures, etc.). Nous nous sommes centrés sur les situations d'introduction des grandeurs elles-mêmes. A quel niveau de la scolarité élémentaire chacune d'elle apparaît-elle ? Quelles sont les premières tâches proposées ? Nécessitent-elles des mesures ? En particulier nous nous sommes demandé s'il y avait des activités de comparaison des grandeurs avant de les faire mesurer.

⁴ Centre d'études, de documentation et de recherche en histoire de l'éducation.

Pour illustrer le sens de cette question, prenons l'exemple des longueurs. Si l'on donne des baguettes de bois à des élèves de CP, il leur sera assez facile de *comparer directement* leurs longueurs, de les classer, de les ranger par ordre de longueur croissante par simple juxtaposition. Si on demande à des élèves de CE1 de comparer la longueur d'une baguette et la circonférence d'une boîte, ils pourront, avec une ficelle, faire le tour de la boîte, puis après avoir déroulé leur ficelle, ils pourront comparer sa longueur avec celle de la baguette. On parle alors de *comparaison indirecte*, car appuyée sur un objet intermédiaire, la ficelle, tout ceci avant même l'introduction des activités de mesure de longueur.

Or que recommandent les programmes officiels parus en 2002 ?

— En mathématiques : « *Les premières activités visent à construire⁵ chez les élèves le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne. Le concept s'acquiert progressivement en résolvant des problèmes de comparaison [...], posés à partir de situations vécues par les élèves (les amenant) à classer des objets. [...] : des comparaisons directes, [...] des comparaisons indirectes. Dans un second temps, les comparaisons amènent (les élèves) à pointer des rapports de grandeurs [...] avant (de les rendre) capables de mesurer ces grandeurs.* » (Document d'accompagnement, Grandeurs et mesure à l'école élémentaire). Des exemples d'activités de comparaisons directes ou indirectes sont donnés dans les documents d'application du cycle 2 pour les longueurs et les masses (page 29) et du cycle 3 pour les angles, les aires, les

capacités (page 35), avec à ce niveau, le commentaire suivant : « *ces activités permettent aux élèves de construire le sens de la grandeur, indépendamment de la mesure et avant que celle-ci n'intervienne (notamment de prendre conscience de l'invariance de certaines grandeurs par déplacement ou par décomposition et recomposition)* ».

— En sciences physiques (d'après les programmes de sciences et de technologie de 2002), en maternelle (avant 6 ans) l'enseignant doit amener les enfants à mieux distinguer divers types de critères (forme, taille, masse, contenance) et à se livrer à des classements, des comparaisons d'objets selon leur taille, leur masse ou leur contenance. Au cycle 2 les enfants doivent manipuler, comparer, classer. Ils doivent être capables de mesurer ou comparer des longueurs, masses de solides et de liquides, des contenances. Au cycle 3 ils doivent être capables d'utiliser des instruments d'observation et de mesure : double décimètre, balance. En ce qui concerne le temps, dès le cycle 1 les élèves doivent apprendre à utiliser des instruments de repérage chronologique et de mesures des durées (sabliers, clepsydres, horloges, ...), puis en cycle 2 ils doivent être capables de mesurer et comparer des durées avant de se pencher en cycle 3 sur le principe de quelques méthodes de mesure de durées (gnomon, sablier, clepsydre, pendule...).

On constate que tous ces textes proposent, hormis pour les durées⁶, une démarche semblable, ils insistent sur la nécessité de comparer, classer, ranger, trouver des rapports simples (double, triple, moitié, etc.) entre des grandeurs avant même de les mesurer. Il

⁵ En gras dans le texte cité, comme toutes les expressions en gras de ce paragraphe.

⁶ Les textes officiels de mathématiques et de physique parlent de repérage dans le temps et de mesure de durées. La comparaison de durées découle de leur mesure.

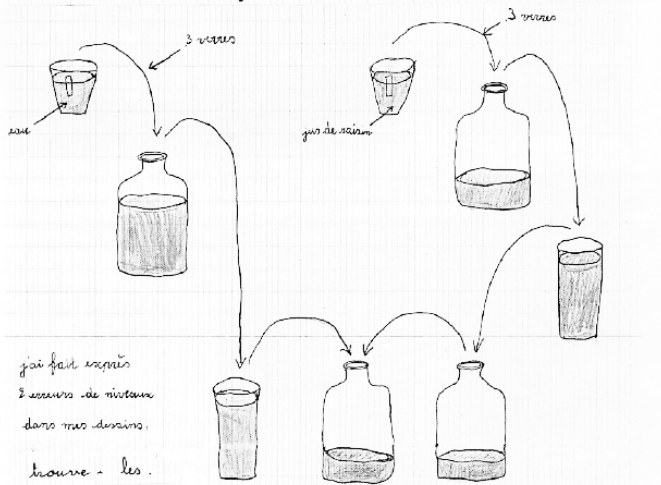
Autant ? Plus ? Moins ?



Les transvasements d'Émilie.

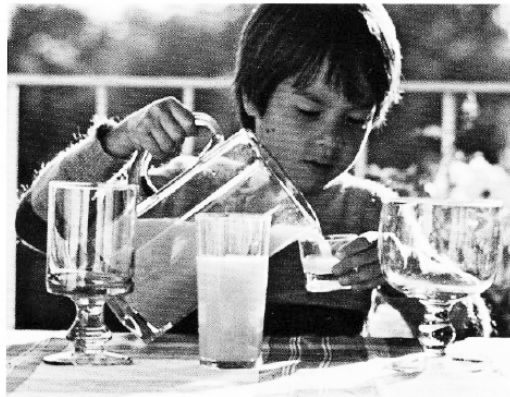
- Bon faire mon expérience j'aurais:
- un petit verre à boire,
 - deux bocaux identiques,
 - un grand verre,
 - de l'eau et du jus de raisin.

Les dessins expliquent
ce que j'ai fait!



j'ai fait exprès
2 verres de mixture
dans mes dessins.
heure - les.

Lequel a
la plus grande
contenance ?



Yann est très gourmand. Il veut prendre le plus grand des 4 verres.
Quelles expériences peut-il faire pour être sûr de bien choisir ?
Propose plusieurs expériences, en utilisant le matériel suivant :



Une mesurette
pour le lait en poudre.

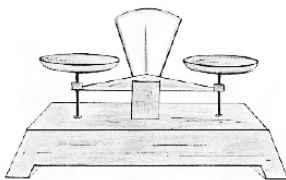


Un verre



bande
de papier
collé

Un grand bocal



Une balance



Un grand seau
de sable fin.



de l'eau

Document n°1. Sciences et technologie CE, Bordas, 1986 (pp116-117)

s'agit de savoir si cette démarche, devenue officielle depuis 2002, est plus ancienne et comment elle se présente dans les manuels.

2ème partie. Nos observations dans les manuels de sciences étudiés.

- On constate que la longueur est utilisée en physique quelles que soient l'époque et la collection, dès les deux premières années du primaire mais elle est supposée déjà construite par les élèves, sa construction étant ainsi à la charge des mathématiques.

- L'aire intervient de façon occasionnelle mais toujours dans le même type d'activité (pendant le cycle 3) : l'étude des facteurs qui influent sur la vitesse d'évaporation, de la période des leçons de choses à celle des programmes de 2002, sans que cela soit automatique.

- L'angle est une grandeur pertinente dans certaines activités en physique, comme par exemple l'orientation avec une boussole où l'azimut d'un objet est l'angle entre la direction du Nord et celle de l'objet visé, ou encore en astronomie où la hauteur du Soleil est l'angle entre l'horizontale et la direction des rayons solaires. En ce qui concerne la hauteur du Soleil, dans aucune des collections étudiées il n'est mentionné que cette grandeur est un angle, bien qu'on retrouve dans certains manuels des activités liées à la proportionnalité entre la taille de l'ombre et celle d'un piquet vertical. En ce qui concerne l'azimut, seul un manuel de CM actuel de la collection les Ateliers Hachette définit l'azimut comme un angle. Cependant, même dans ce manuel, aucun travail n'est proposé permettant de prendre conscience du caractère angulaire de l'azimut, par exemple du fait que deux objets peuvent être situés dans un même azimut mais à des distances différentes de l'observateur.

Le caractère angulaire de cette grandeur est passé sous silence dans tous les autres manuels étudiés quelle que soit l'époque.

- Le volume, dans l'ensemble des trois périodes, est une grandeur utilisée occasionnellement dans quelques activités, comme l'étude de la variation de volume de l'eau lors de sa solidification, en fin de primaire (pendant le cycle 3). Cette grandeur est aussi travaillée en cycle 2 pour une seule des maisons d'édition étudiées, dans une perspective préparatoire à la mesure (document n°1)

- La masse (ou le poids) est en revanche la seule grandeur vraiment travaillée. On constate une évolution de la prise en compte de cette grandeur par les manuels de sciences. A l'époque des leçons de choses on la mesure (document n°2). A partir des activités d'éveil on voit apparaître des activités de comparaisons qui précèdent les mesures (document n°3), sans que cela soit systématique.

Apparaît aussi parfois (pour une seule maison d'édition) une réflexion sur les unités avec l'utilisation d'unités de mesure non conventionnelles avant l'introduction des unités légales (document n°4).

- Le temps, les durées ne sont pas travaillés en physique-technologie à l'époque des leçons de choses. A partir des activités d'éveil on voit systématiquement des séances sur cette grandeur, la plupart du temps en CM, exceptionnellement en CE. La quasi-totalité des manuels étudiés insistent sur la distinction instant-durée en présentant à la fois des instruments permettant de mesurer des durées et des instruments destinés à lire l'heure. Les élèves sont confrontés presque systématiquement à des constructions et étalonnages

la balance

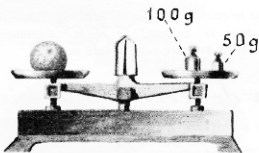
PESONS...



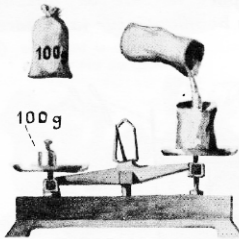
② quels sont ces poids ?



③ le plateau porte-t-il 100 grammes de sucre ?

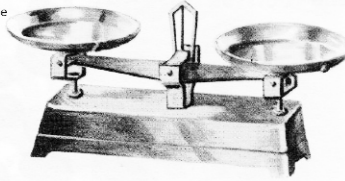


④ quel est le poids de l'orange ?



⑤ quel est le poids ainsi préparé ?

① combien la balance possède-t-elle de plateaux ?
Montrons l'aiguille et le cadran



observons

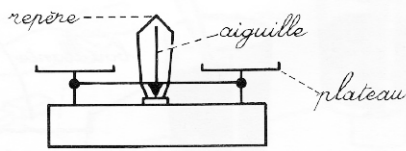
la balance : ①. ● Observons les poids qui servent à peser ; ②. ● Observons la balance lorsque les plateaux sont vides ; quelle est la position de l'aiguille ? Lorsque les plateaux portent des poids égaux, quelle est la position de l'aiguille ? et lorsque les plateaux portent des poids inégaux ? ● Utilisons la balance : nous avons besoin de 100 grammes de sucre ; ③. Pesons une orange ; ④. ● Confectionnons des poids avec du sable ou des grains de plomb ; ⑤.

lisons 1. La balance possède deux **plateaux** en cuivre, une **aiguille** et un **cadran** portant un repère. 2. La balance permet de **peser** à l'aide de **poids**. Ces poids pèsent 1 gramme, 2 grammes, 5 g, 10 g, 20 g, 50 g, 100 g, 200 g, etc. 3. Lorsque les deux plateaux de la balance portent des **poids égaux**, l'aiguille s'arrête devant le repère du cadran.

répondons A quoi sert la balance ? Que place-t-on sur un des plateaux de la balance pour peser ?

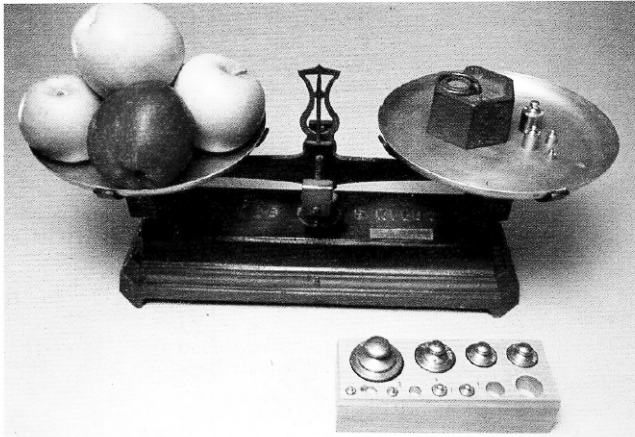
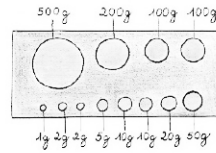
complétons lorsque les deux plateaux d'une balance portent un même poids, l'..... s'arrête devant le repère.

apprenons La balance possède deux plateaux, une aiguille et un cadran. Elle sert à peser.

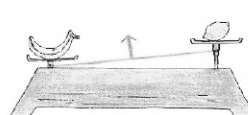
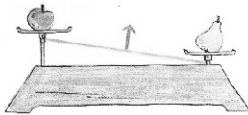
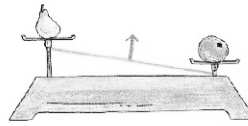
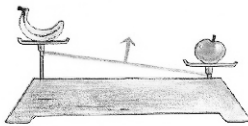


6. la balance

**S'il vous plaît
j'en voudrais
un kilo**



Range ces fruits
du plus lourd au moins lourd



Document n°3. Sciences et technologie CE, Bordas, 1986 (p144)

- Sais-tu pourquoi on ne doit pas dire « J'en voudrais un kilo », mais « J'en voudrais un kilogramme ? »
- Choisis une série d'objets et, à l'aide d'une balance Roberval, range-les du plus lourd au moins lourd. Comment as-tu fait ?
- Les enfants qui ont pesé Nestor le cochon d'Inde n'ont pas utilisé de masses marquées. Laquelle des 4 pesées a été la plus rapide, la plus lente, la plus précise ?
- Fais une pesée avec des masses marquées. Comment as-tu procédé ? As-tu utilisé la méthode la plus rapide ?
- Comment préparerais-tu les ingrédients nécessaires à la fabrication d'un gâteau (quatre-quarts) dont voici la recette : 3 œufs, même poids de farine, même poids de sucre, même poids de beurre, 1 pincée de sel. Propose deux solutions : la première en te servant de masses marquées, la seconde sans utiliser de masses marquées.

Comment ont-ils pesé Nestor le cochon d'Inde ?



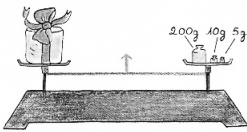
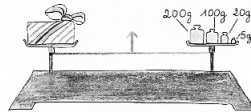
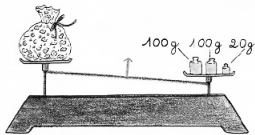
Il pèse environ 380 perles en plastique

Il pèse environ 76 craies

Il pèse un peu plus de 3 gros cahiers

Il pèse entre 12 et 13 cahiers à dessin

Lequel est le plus lourd ?



Savais-tu que :

1.kilogramme = 1000 grammes

1kg = 1000g

d'instruments de mesure de durée : sabliers, clepsydres, pendules, qui permettent éventuellement de comparer des durées, mais on peut considérer que ces activités supposent que la grandeur est déjà au moins partiellement construite.

En conclusion, en physique les grandeurs sont donc traitées de manières différentes :

— les grandeurs *longueur et aire (étendue, superficie)* sont uniquement sollicitées, c'est-à-dire utilisées mais supposées déjà construites en mathématiques,

— la grandeur *angle* est quasiment systématiquement évitée, passée sous silence,

— la grandeur *volume (contenance)* est sollicitée et parfois travaillée,

— un travail est mené sur le *temps* mais qui semble supposer que cette grandeur est déjà en partie construite,

— la *masse* est la seule grandeur « systématiquement » travaillée et ce depuis les activités d'éveil : pendant la période des leçons de choses on la mesure, puis apparaissent dans les deux périodes suivantes des activités de comparaisons, de classements, avant la mesure.

3ème partie. Nos observations dans les manuels de mathématiques étudiés

Pour présenter les démarches caractéristiques propres à chaque époque, nous les avons résumées dans un tableau synthétique pour chaque grandeur. Pour les illustrer nous avons reproduit quelques pages de manuel. Nous avons choisi les longueurs, les capacités, les aires : cela suffit pour faire apparaître, derrière les nuances propres à ces grandeurs, les évolutions vers une démarche commune.

• A propos des longueurs

Le document n°5 datant de la période des mathématiques classiques présente une leçon sur les centimètres et décimètres. Les liens avec la numération entière (les centimètres unités étant introduits en même temps que le décimètre, une dizaine d'unités) et avec des pratiques sociales liées à la mesure des longueurs sont explicites.

Durant la période des mathématiques modernes on fait comparer les longueurs avant de les mesurer mais on voit bien sur

Quand et comment dans les manuels de mathématiques débute le travail sur les longueurs ?						
Mathématiques classiques	Mathématiques modernes	Après les mathématiques modernes				
1945	1970	1977	1985	1990	1995	2002
Dès le CP. Par des mesures de longueur d'objets rectilignes, en cm et dm, avec un double décimètre, en liaison avec le travail sur la dizaine (cf. le document n°5).	Parfois dès le CP, dans le chapitre sur les relations (cf. le document n°6), mais plutôt à partir du CE1. Par des activités de comparaison de la longueur de divers objets (ou de leur hauteur, ou de leur taille) ; par des classements, par des rangements.		Dès le CP, dans des chapitres consacrés explicitement aux grandeurs. Par des activités de comparaison de longueur directe ou indirecte (cf. le document n°7), par des rangements ; ceci à propos de segments ou de bandes rectangulaires ; il y a toutefois de plus en plus de lignes brisées.			

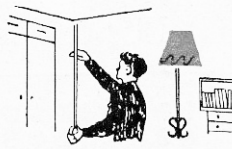
mesurer



maman mesure



la mercière mesure



papa mesure

nos mesures


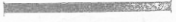






une bande de 10 centimètres



une ficelle de 10 centimètres

mesurons

		
1 centimètre	centimètres	
1 cm	cm	
		
mon crayon	mon pouce	ma petite règle
mesure cm	mesure cm	mesure cm

traçons des traits


1 cm, 4 cm, 6 cm, 5 cm, 8 cm, 3 cm.



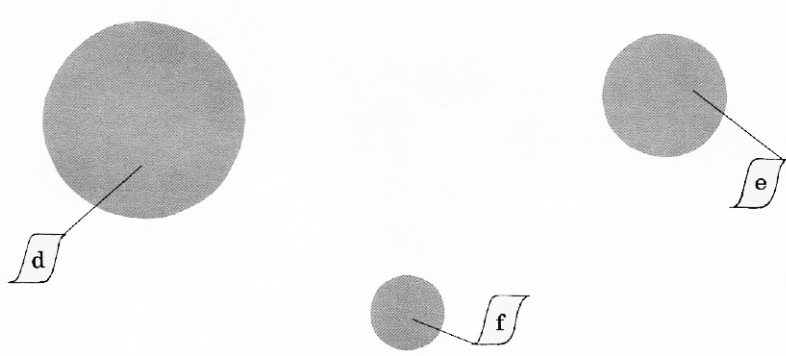
nom C.P./65

dans la relation : « ... est plus petit que ... ».
a → b se lit : « a est plus petit que b ».

♥ dessine les autres flèches de la relation : « ... est plus petit que ... ».



◆ dessine les flèches de la relation : « ... est plus petit que ... ».



Document n°6. L'éveil mathématique CP, Hachette, 1972 (p65)

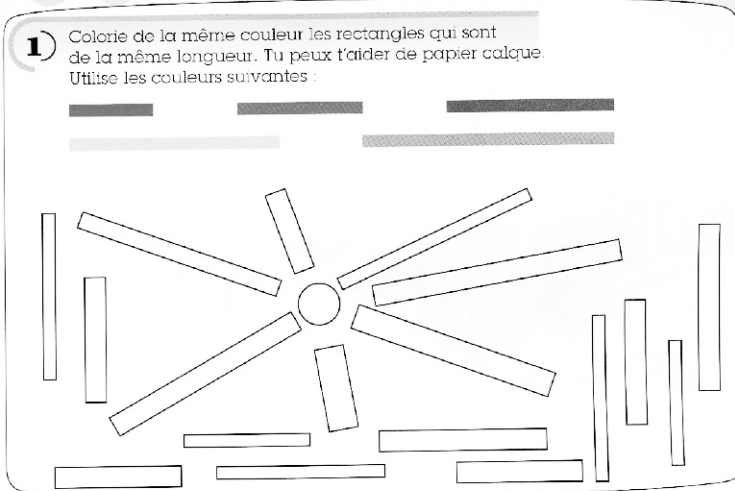


Comparer des longueurs

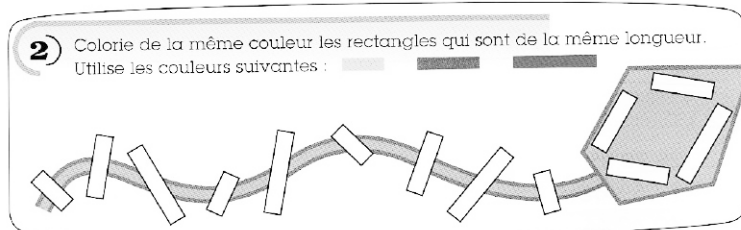
● Calculer : $18 + 6$; $17 + 7$;
 $19 - 3$; $48 + 5$.

date _____

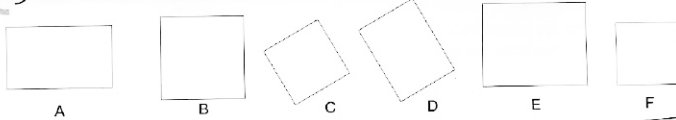
- 1** Colorie de la même couleur les rectangles qui sont de la même longueur. Tu peux t'aider de papier calque. Utilise les couleurs suivantes :



- 2** Colorie de la même couleur les rectangles qui sont de la même longueur. Utilise les couleurs suivantes :



- 3** Marque les carrés avec une croix.



l'exemple des sapins (document n°6) que ce qui est primordial, c'est de savoir représenter la relation de comparaison à l'aide de flèches. Depuis la fin des mathématiques modernes on fait systématiquement comparer les longueurs avant de les mesurer, ici le papier calque sert d'outil (document n°7), ce pourrait être une bande de papier uni ou le bord d'une page.

- *A propos des masses*

La balance Roberval se prête particulièrement bien aux activités de comparaison, de là découle leur présence même pendant la période des mathématiques classiques. Le travail sur la transitivité consiste à montrer des dessins de balances dont les plateaux sont chargés d'objets, les élèves doivent en déduire le rangement des masses des objets représentés.

- *A propos des contenances*

La grandeur et sa mesure sont présentées simultanément dans le document 8. On peut remarquer que la référence à des pratiques quotidiennes conduit à donner au mot « litre » des sens bien différents : instrument de mesure, quantité de liquide, récipient dont la capa-

cité est supérieure à un litre. Comment alors comprendre la phrase « Tous ces litres ont la même capacité. » ?

On reconnaît dans le document 9 un autre mode de représentation caractéristique de la période des mathématiques modernes. On peut aussi noter une plus grande précision dans le vocabulaire employé. (voir tableau page suivante). Il est intéressant de comparer le document n°10 avec le document n°8 : on fait aussi appel aux pratiques familières des élèves, ils transvasent des quantités déjà mesurées.

- *A propos des aires*

On observe une grande parenté entre ces deux documents, l'un classique, l'autre moderne. Dans ce dernier, on voit illustrée la possibilité pour des surfaces non superposables d'avoir la même aire. Dans les ouvrages de cette période les modules unité ne sont pas nécessairement carrés.

Ici le papier calque et la paire de ciseaux sont bien utiles pour décomposer, recomposer certaines surfaces et pour pouvoir comparer leur aire. En choisissant différemment les

<i>Quand et comment dans les manuels de mathématiques débute le travail sur les masses ?</i>						
Mathématiques classiques	Mathématiques modernes	Après les mathématiques modernes				
1945	1970	1977	1985	1990	1995	2002
Au CE1. Comparaisons d'objets et pesées avec des masses marquées en grammes, dans la même leçon, avec une balance Roberval.	Dès le CE1, mais surtout au CE2. Observations de dispositifs en équilibre ou en déséquilibre : enfants sur des balançoires, objets sur les deux plateaux d'une balance Roberval, parfois objets suspendus à des élastiques ou à des ressorts. Les mesures ne viennent qu'après.	Au CE2.	Au CP (repoussé au CE1 dans les ouvrages récents), dans des chapitres consacrés explicitement aux grandeurs. Activités de comparaison et de rangement des masses de divers objets à l'aide d'une balance Roberval. Travail fréquent sur la transitivité.			


<i>Quand et comment dans les manuels de mathématiques débute le travail sur les contenances ?</i>						
Mathématiques classiques	Mathématiques modernes	Après les mathématiques modernes				
1945	1970	1977	1985	1990	1995	2002
Dès le CE1. Par des mesures de contenance à l'aide du litre. (cf. le document n°8)	Dès le CE1. Par des transvasements, comparer, classer, ranger les contenances de divers récipients ou ustensiles. (cf. le document n°9).	Au CM.		Quelquefois au CE, plutôt au CM1		
Les comparaisons par transvasement se réduisent, soit on propose d'utiliser des flacons aux capacités exprimées en L ou cL, soit des récipients étalons. La mesure est vraiment proche. (Cf. le document n°10)						

<i>Quand et comment dans les manuels de mathématiques débute le travail sur les aires ?</i>						
Mathématiques classiques	Mathématiques modernes	Après les mathématiques modernes				
1945	1970	1977	1985	1990	1995	2002
Dès le CE2, calcul de l'aire d'un carré, d'un rectangle (Cf document n°11).	Au CM Les surfaces sont dessinées sur du papier quadrillé. Leur aire peut être soit calculée soit encadrée (Cf document n°12).	Au CM Le travail sur quadrillage cède de plus en plus la première place aux activités de comparaison sur papier uni. Les élèves doivent découper et recomposer les surfaces (Cf document n°13).				

<i>Quand et comment dans les manuels de mathématiques débute le travail sur les angles ?</i>						
Mathématiques classiques	Mathématiques modernes	Après les mathématiques modernes				
1945	1970	1977	1985	1990	1995	2002
L'angle droit et l'angle quelconque sont introduits en même temps (cours élémentaire).	L'angle droit précède (cours élémentaire) l'angle quelconque (cours moyen).					
Dans ces leçons d'introduction de l'angle, les élèves doivent reconnaître des angles droits, comparer des angles, les ranger du plus petit au plus grand ou inversement, reproduire un angle donné. Les tâches de production d'un angle plus grand ou plus petit qu'un angle donné sont rares, sauf pendant la période de 1945 à 1970. Ces tâches se réalisent à vue avec une trousse à outils qui contient bien sûr l'équerre à toutes les périodes et qui s'enrichit du papier calque pendant la période des mathématiques modernes et maintenant de plusieurs gabarits rigides, parfois transparents, d'angles toujours saillants.						

LECON 3 **le litre (l)**
DE 1 A 9 LITRES

J'OBSERVE ET JE COMPARE



un litre en bois un litre de laitier un litre de lait un litre en verre (VIN) un litre en verre (VINAIGRE)

JE VÉRIFIE

Tous ces litres ont la même capacité.

Toutes les bouteilles peuvent-elles contenir un litre d'eau, de vin, etc. ?
Quels sont les ouvriers, commerçants ou employés qui utilisent une mesure de 1 litre ?

JE RECHERCHE

le nombre de litres d'eau que peuvent contenir une casserole, un broc, une cuvette, une bonbonne... d'autres récipients, après avoir **évalué** leur contenance.

JE RÉFLÉCHIS

- 1 On verse dans une cuvette le contenu d'un broc plein d'eau (5 l) et d'une casserole pleine d'eau (2 l). **Combien y a-t-il de litres d'eau dans la cuvette ?**
- 2 Un seau contient 9 l d'eau ; avec une partie de cette eau je remplis un broc de 5 l.
Combien reste-t-il de litres d'eau dans le seau ?

On mesure les liquides à l'aide du **litre**. Un litre s'écrit 1 l. On dit qu'un récipient a une **contenance** ou une **capacité** de 5 litres quand il faut verser dans ce récipient 5 litres de liquide pour le remplir.

8

Document n°8. Jacques et Jacqueline au CE1, Hatier, 1960 (p8)

58. VOLUME



- Voici des récipients. On a mis ensemble ceux qui ont la même contenance.
- Cherche toi-même des récipients vides et compare leur contenance (ou volume).

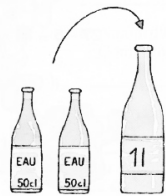
118

Document n°9. Itinéraire mathématique CE1, Nathan 1972 (p110)



Mesure de capacités

OBSERVE ET COMPLÈTE...



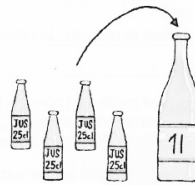
Avec deux bouteilles d'eau minérale de 50 centilitres
ou avec quatre bouteilles de jus de fruits de 25 centilitres,
on remplit complètement
une bouteille de 1 litre.

Complète :

1 litre, c'est ____ centilitres.

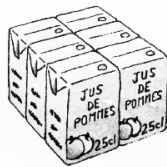
En abrégé :

1 l = ____ cl.



1

Observe le lot de 6 boîtes de jus de pommes.



Calcule, en centilitres, la quantité totale de jus
de fruits contenue dans les 6 boîtes :

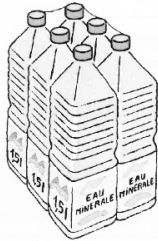
Complète :

La quantité totale est ____ cl,

c'est-à-dire ____ l et ____ cl.

2

Les bouteilles d'eau minérale de 1,5 l sont vendues par lot de six.



Écris, en centilitres, la quantité d'eau minérale
contenue dans chaque bouteille :

_____ cl.

Calcule, en centilitres, la quantité d'eau
minérale contenue dans le lot :

Complète :

Le lot contient ____ litres d'eau minérale.

148

cent quarante-huit

Nos mesures de surface

Rappelons-nous ce qu'est...

une longueur

LONGUEUR
DU CÔTÉ
DU CARRÉ



une surface



■ Construisons nos mesures de surface.

- 1° découpons un carré d'un centimètre de côté;
- 2° traçons un carré d'un décimètre de côté et découpons-le;
- 3° traçons sur le sol ou au tableau un carré d'un mètre de côté.



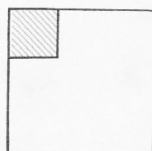
■ Le nom des mesures de surface.

Un carré d'un centimètre de côté s'appelle un centimètre carré (cm^2).
Un carré d'un décimètre de côté s'appelle un décimètre carré (dm^2).
Un carré d'un mètre de côté s'appelle un mètre carré (m^2).

■ Mesurons des surfaces.

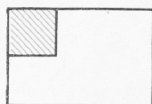
- Traçons un carré de 3 cm de côté et à l'aide du centimètre carré que nous déplacerons sur cette figure mesurons la surface.

(Nous pouvons découper de nombreux cm^2 , en recouvrir la figure et les compter.)



le carré a une surface de ... cm^2

- Traçons un rectangle de 3 cm de longueur sur 2 cm de largeur. A l'aide de centimètre carré (ou mieux à l'aide de nombreux cm^2 dont nous recouvrirons la surface) mesurons la surface de la figure tracée.



le rectangle a une surface de ... cm^2

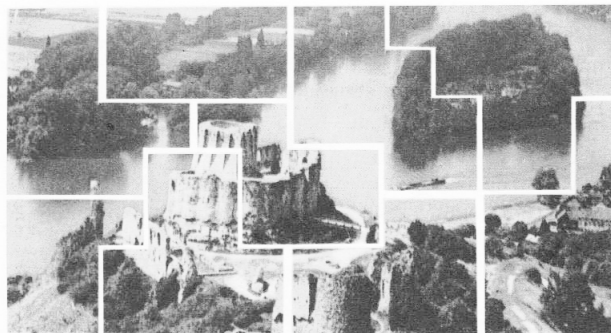
861. — Traçons un rectangle de 4 cm de longueur et 3 cm de largeur et mesurons sa surface à l'aide du centimètre carré.

862. — Traçons un rectangle de 4 dm de longueur et 2 dm de largeur et mesurons sa surface à l'aide du décimètre carré.

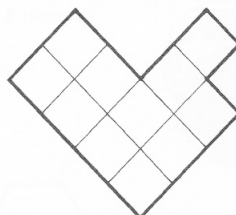
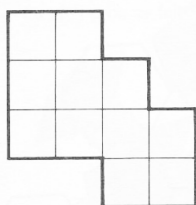
863. — Combien faut-il de centimètres carrés pour recouvrir un carré de 5 cm de côté?

118

59. AIRE



- Les pièces de ce puzzle n'ont pas toutes la même forme ni la même grandeur. On peut comparer ces grandeurs, parce que sur l'envers de la photographie on avait collé un papier quadrillé avant de découper les morceaux, en suivant les lignes du quadrillage ! Il suffit de compter le nombre des carreaux.
- Voici par exemple deux pièces qui ont le même nombre de carreaux.



Ce nombre est une certaine façon de mesurer la grandeur de chaque morceau, avec le carreau comme unité de mesure.

Lorsque le carreau est un carré de 1 cm de côté, on l'appelle : le centimètre carré, en abrégé cm^2 .

Exemple :

A chacun des morceaux correspond le nombre **11**.

Ils ont la même « aire » : **11 cm^2** .



Évalue de la même façon les aires de toutes les pièces de ce puzzle, avec le cm^2 comme unité.

120

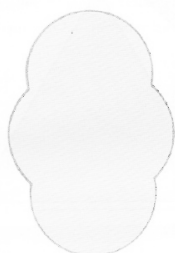
Document n°12. Itinéraire mathématique CE2, Nathan, 1972 (p120)

118

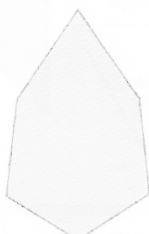
MESURES D'AIRES (1)

Notion d'aire

1 Peux-tu dire, rien qu'en les observant, laquelle de ces six surfaces est la plus « petite » ?



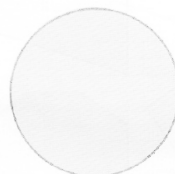
A



B



C



D



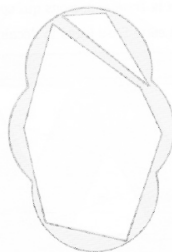
E



F

Vérifie en la décalquant.

♦ Vérifie que la surface A est plus grande que toutes les autres surfaces, en découpant - si nécessaire - les autres surfaces en morceaux qu'il faudra essayer de placer à l'intérieur de A.
(Voir exemple ci-contre pour la comparaison de A et B.)



Document n°13. Math et calcul CM1, Hachette, 1980 (p118)

<i>Quand et comment dans les manuels de mathématiques débute le travail sur le temps, les durées ?</i>						
Mathématiques classiques	Mathématiques modernes	Après les mathématiques modernes				
1945	1970	1977	1985	1990	1995	2002
Au CP, CE1 Travail autour du calendrier (mois, jour, date). Lecture de l'heure (ronde ou heure et demi).	Au CP, CE1 Travail autour du calendrier (mois, jour, date). Remise en ordre chronologique d'évènements passés ou représentés.		Au CP Travail autour du calendrier (mois, jour, date). Remise en ordre chronologique d'évènements passés ou représentés.			

surfaces, certains auteurs visent à ce que les élèves se passent de ces outils, tracent sur les surfaces les contours des morceaux et raisonnent sans les découper.

- *A propos des angles* : pendant les trois périodes, on commence par faire comparer l'ouverture de plusieurs angles selon divers moyens (découpage et superposition, papier calque, etc.).
- *A propos du temps, des durées*.

Nous avons déjà signalé que les instructions officielles des diverses périodes incitent à travailler les moyens de repérage temporel mais ne demandent pas d'aborder les durées tant que les élèves ne possèdent pas les outils comme le calendrier ou la montre. Pour cette grandeur, sa mesure précède les activités de comparaison.

En conclusion, il est possible de faire deux remarques :

— c'est bien l'enseignement des mathématiques qui, à chacune des périodes, prend en charge l'essentiel de la construction des grandeurs, en fait toutes sauf les masses pour lesquelles il y a des activités conséquentes en mathématiques et en sciences ;

— on assiste à un basculement dans les démarches en mathématiques : pendant la période des mathématiques classiques, les grandeurs sont abordées systématiquement par le biais des mesures à quelques exceptions près pour les masses et les angles, alors que depuis la période des mathématiques modernes et surtout dans la période qui a suivi, hormis pour les durées, les activités de comparaison sans référence à de quelconques unités, sans mesure d'aucune sorte, s'imposent en premier et massivement, avec des nuances pour les capacités.

Cette répartition inégale de l'enseignement des grandeurs entre les sciences physiques et les mathématiques, cette évolution aussi dans les démarches nous ont conduits à formuler des hypothèses explicatrices et à nous engager sur une nouvelle piste de recherche.

4ème partie. Retour sur les démarches d'enseignement des grandeurs.

Deux raisons peuvent expliquer le renversement dans les démarches qui s'opère pendant la période des mathématiques modernes : l'influence des travaux de Piaget et la théorisation ensembliste des activités de mesure.

Dès les années 40 Piaget a mis en évidence des phénomènes de non conservation des quantités chez des enfants même capables de mesurer. Ainsi par exemple des enfants jusqu'à 7 ans, après avoir constaté que deux baguettes avaient la même longueur parce que leurs extrémités étaient en coïncidence, peuvent conclure que l'une est plus longue que l'autre si on en décale une par rapport à l'autre. Pour Piaget, une grandeur n'est construite chez un enfant que s'il sait distinguer parmi les actions concrètes qu'il réalise sur des objets, celles qui n'altèrent pas cette grandeur de celles qui la modifient. Toute grandeur (nombre, longueur, masse, etc.) est un invariant à construire. On sait toute l'importance que Piaget accordait aux classements et sériations dans la construction de ces invariants, classements et sériations que l'on trouve abondamment dans les manuels et qui sont préconisés par les nouveaux programmes officiels.

Par ailleurs la période des mathématiques modernes s'est caractérisée par la volonté d'introduire des éléments des théories ensemblistes dans les contenus mathématiques enseignés à l'école. On a assisté à un foisonnement de tentatives pour créer des liens entre le langage ensembliste et les activités scolaires en les modifiant éventuellement radicalement. Illustrons ce discours en prenant l'exemple des longueurs. Etant donné un ensemble de baguettes, on peut y définir une relation d'équivalence : deux baguettes sont dites équivalentes si elles sont exactement superposables, point n'est besoin de mesure pour cela. A partir de là, on définit la longueur d'une baguette comme étant sa classe d'équivalence : dire que deux baguettes ont la même longueur, c'est dire qu'elles sont dans la même classe. Nous ne jugeons pas de l'intérêt didactique d'un tel discours mais nous voyons bien qu'il a pu venir conforter ou servir d'argument pour la présence d'activités de comparaison

des grandeurs avant les activités classiques de mesure.

On connaît le sort subi par la réforme des mathématiques modernes. Elle a sombré mais les activités préalables de comparaison sont demeurées jusqu'à devenir prescription officielle. La question de leur justification didactique reste d'actualité. A l'instar de ce qui s'est déjà passé pour les nombres, à savoir une réhabilitation des activités de comptage qui avaient en maternelle cédé la place aux activités de classification et de sériation, doit-on s'attendre à un regain d'intérêt (non annoncé dans les programmes) pour un travail avec des unités de mesure dès le début de travail sur certaines grandeurs ? On voit aussi poindre (cf. nos remarques sur les capacités dans certains manuels actuels) un retour aux pratiques sociales de référence comme dans les manuels de la période classique. Est-ce une voie possible ? Souhaitable ?

Nous sommes en train d'en explorer une autre qui cherche à mieux articuler l'enseignement des mathématiques et celui des sciences physiques, autre préoccupation forte dans les instructions officielles de 2002. Contrairement aux approches classiques dans lesquelles les concepts mathématiques sont construits à l'intérieur même de la discipline et sont ensuite utilisés en physique, sans réel travail interdisciplinaire sur les grandeurs et leurs mesures, nous expérimentons des séquences permettant la construction de concepts géométriques, en particulier le concept d'angle, à partir de situations de physique : la réflexion de la lumière sur un miroir (Munier et Merle, à paraître 2007), le champ visuel d'un observateur devant un obstacle (Baldy et al. 2005, Munier et al. 2006), la hauteur du Soleil (Munier et al. 2005, Berty et Munier, 2006) et le repérage à l'aide d'une boussole (Jasmin et al. 2006, Munier et Merle 2004).

Bibliographie utilisée

1/ Pour les programmes officiels de mathématiques ou de sciences à l'école primaire en France

Programmes de 1945 (7 octobre et 7 décembre 1945, complétés en 1947, légèrement amendés jusqu'en 1965) : CHATELET, A.(1965). *Enseignement de l'arithmétique*, Cahiers de pédagogie moderne, n°24. Paris : Armand Colin-Bourrelier.

Programmes de mathématiques modernes (arrêté du 2 janvier 1970, BOEN n°5 du 29 janvier 1970) : Ministère de l'éducation nationale, direction générale des enseignements élémentaire et secondaire. *Programme de mathématiques de l'enseignement élémentaire*. INRP, 1974

Programmes de 1977, 1978, 1980

Programmes du 18 mars 1977 (BO n°12 du 31mars 1977) :Ministère de l'éducation. *Contenus de formation à l'école élémentaire, cycle préparatoire*. CNDP, brochure 6103, (réédition) 1980 ; Programmes du 7 juillet 1978 (BO n°30bis du 27 juillet 1978) : Ministère de l'éducation. *Contenus de formation à l'école élémentaire, cycle élémentaire*. CNDP, brochure 6106, 1979 ; Programmes du 18 juillet 1980 (BO n°31 du 11 septembre 1980) : Ministère de l'éducation. *Contenus de formation à l'école élémentaire, cycle moyen*. CNDP, brochure 6108, 1980

Programmes de 1985 (supplément au BO n°21 du 23 mai 1985) : Ministère de l'éducation nationale. *Ecole élémentaire ; programmes et instructions*. CNDP / Le livre de poche, 1985

La réforme des cycles en 1990 : Ministère de l'éducation nationale, de la jeunesse et des sports ; direction des écoles. *Les cycles à l'école primaire*. CNDP / Hachette, 1991 ; Ministère de l'éducation nationale, direction des écoles. *Programmes de l'école primaire*. CNDP / Savoir livre, 1995 ; Ministère de l'éducation nationale. *Programmes de l'école primaire*. B0 spécial, n°5 du 9 mars 1995 ; Ministère de l'éducation nationale. *Documents d'application des programmes de l'école élémentaire ; consultation nationale*. B0 spécial, n°7 du 9 mars 1999.

Les programmes de 2002 : Ministère de l'éducation nationale. *Qu'apprend-on à l'école maternelle ?* CNDP / XO Editions, 2002 ; Ministère de l'éducation nationale. *Qu'apprend-on à l'école élémentaire ?* CNDP / XO Editions, 2002 ; Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale, et de la recherche ; direction de l'enseignement scolaire. *Documents d'application des programmes de mathématiques ; cycle 2*, SCEREN / CNDP, 2002 ; Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale, et de la recherche ; direction de l'enseignement scolaire. *Documents d'application des programmes de mathématiques ; cycle 3*, SCEREN / CNDP, 2002 ; Ministère de la jeu-

nesse, de l'éducation nationale, et de la recherche ; direction de l'enseignement scolaire. *Grandeurs et mesure à l'école élémentaire, in Documents d'accompagnement des programmes de mathématiques ; école primaire, SCEREN / CNDP, 2003*

2/ Manuels dont des extraits sont présentés dans l'article

- Caruel, B. (1960). *Nouveau cours de calcul : Jacques et Jacqueline au CE1*. Paris : Hatier.
- Descaves, A. (1996). *Optimath, CE1*. Paris : Hachette.
- Eiller, R. (1980). *Maths et calcul, CM1*. Paris : Hachette.
- Favrat, J-F. (1995). *Math CP..* Paris : Delagrave.
- Godier, A. et al. (1957). *Premier livre de leçons de choses*. Paris : Nathan.
- Manesse, J. (1970). *L'éveil mathématique, CP, Math001*. Paris : Hachette.
- Tavernier, R. (1986b). *Sciences et Technologie CE*. Paris : Bordas.
- Touyarot, M-A. (1972). *Itinéraire mathématique, CE1*. Paris : Nathan.
- Touyarot, M-A. (1972). *Itinéraire mathématique, CE2*. Paris : Nathan.
- Vassort, L. (1960). *Le calcul vivant ; Premier livre, CP*. Paris : Hachette.
- Vassort, L et M. (1960). *Le nouveau calcul vivant, CE*. Paris : Hachette.

3/ Autres références

- Baldy, R., Devichi, C., Aubert, F., Munier, V., Merle, H., Dusseau, J-M. et Favrat, J-F. (2005). *Développement cognitif et apprentissages scolaires ; l'exemple de l'acquisition du concept d'angle.*, Revue Française de Pédagogie, n°152.
- Berty-Rene, L. et Munier, V. (2006). *L'utilisation d'un problème spatial en astronomie peut-elle favoriser l'apprentissage du concept d'angle ?*, Grand N n°77.
- Jasmin, D., Merle, H. et Munier, V. (2006), *Apprendre à se repérer, de la boussole au satellite*. Paris : Hatier.
- Munier, V. et Merle, H. (2004). *De l'utilisation d'un instrument à la maîtrise des concepts en jeu : l'exemple de la boussole à l'école élémentaire*, actes des XXVes JIES, (Chamonix, 30 novembre-4 décembre 2003).
- Munier V., Merle H. et Gerber N. (2005). *Le repérage de la position du Soleil : une première approche des coordonnées polaires en classe de 4ème*, BUP n°870.
- Munier, V., Merle, H. et Devichi, C. (2006). *La construction du concept d'angle à l'école élémentaire à travers la notion de champ visuel*, Repères IREM n°64.
- Munier, V. et Merle, H. (2007). *Une approche interdisciplinaire mathématiques – physique du concept d'angle à l'école élémentaire*, accepté, à paraître dans RDM.