LIENS ENTRE MOUVEMENT DE TRANSLATION ET TRANSLATION MATHEMATIQUE

Une proposition pour un cours intégrant physique et mathématiques

Cissé BA, FASTEF de Dakar et LIDHIST
Jean-Luc DORIER Equipe DiMaGe, FPSE, Université de Genève

1. Introduction

Dans un article de Repères, Gassser (1996) nous livre un échange intéressant entre professeurs de mathématiques (M) et professeurs de physique (P) dont nous reprenons cidessous un extrait en préambule à notre propos :

M. *Je me rappelle bien des cours de terminale, c'est simple.*

P. *L'exemple de la grande roue des fêtes foraines évoqué dans les programmes de physique semble intéressant pour mieux cerner la notion de mouvement de translation chez les élèves, car il fait référence à leur expérience.*

M. *Vous êtes en train de parler de rotation !*

P. *Mais non. Regardez le mouvement de la nacelle : (le physicien s'empare d'un livre censé représenter une nacelle de grande roue, et montre son mouvement) elle est bien en translation puisqu'elle reste toujours parallèle à elle-même.*

M. *Mais ceci n'a rien à voir avec une translation !* [Un physicien s'empare alors brusquement d'une chaise, la brandit en l'air… pour compléter son explication.]

P. *Voici ce que j'explique à mes élèves : je déplace la chaise, et j'observe ses arêtes ; quelle que soit la position de la chaise pendant le mouvement, une arête donnée reste toujours parallèle à elle-même. C'est ceci, un mouvement de translation.*

M. *(en chœur) Aahhh !*

M. *Mais alors, dans le cas de la grande roue, il s'agit d'une translation circulaire !*
(Gros éclats de rire)

P. *Si vous voulez, mais nous évitons quand même d'utiliser cette expression…*

M. *Si j'ai bien compris, lorsqu'un solide est en mouvement de translation, à chaque instant, il existe une translation mathématique qui permet de passer de sa position initiale* *à sa position à l'instant t. Si un solide est en mouvement de rotation, à chaque instant, il existe une rotation mathématique qui permet de passer de sa position initiale à sa position à un instant quelconque d'observation.*

***P.** Efectivement !*

(Op. cité, 22-23)

Ce dialogue illustre bien l'étanchéité qui existe entre les enseignements des deux disciplines. Ainsi, depuis la fin du collège, les élèves sont censés être familiers avec la notion de translation en mathématiques, or pour ceux qui entrent en classe de première S en France (ou en classe de seconde S au Sénégal), ils se trouvent confrontés avec la notion de mouvement de translation, sans qu'aucun lien entre les deux notions ne soit fait.

L'échange ci-dessus montre bien que ce lien est loin d'être évident pour les enseignants eux-mêmes de l'une ou l'autre des disciplines. Nos travaux (Ba 2003) et des questionnaires dont nous n'avons pas encore publié les résultats confirment ce constat : les enseignants de physique ne font pas le lien, pour leurs élèves, entre mouvement de translation et translation mathématique et la grande majorité des enseignants des deux disciplines sont incapables d'expliciter ce lien, voire doutent parfois qu'il existe, ou encore, sur la seule foi de la proximité de vocabulaire, pensent que c'est (plus ou moins) la même chose. Il ne faut pas voir là une preuve de l'ignorance des enseignants, mais bien l'émergence d'une difficulté de dialogue entre les deux disciplines, au moins au sein du système éducatif.

En toute modestie, notre propos dans cet article est d'expliciter le lien qui existe effectivement entre les deux notions et de faire une proposition concrète pour une intervention conjointe en classe, des deux enseignants de mathématiques et de physique. Nous rendrons également compte d'une expérimentation que nous avons récemment menée dans ce sens, dans une classe de seconde S au Sénégal.

2. Enquête auprès des enseignants

Dans notre travail de thèse en cours, nous nous intéressons aux liens entre les enseignements de mathématiques et de physique, principalement pour ce qui touche aux vecteurs et translations et aux grandeurs physiques vectorielles et au mouvement de translation, en France et au Sénégal. Ce questionnement nous a conduit à interroger les enseignants des deux disciplines. Nous avons ainsi mené une enquête à l'aide de deux questionnaires destinés aux enseignants de sciences physiques d'une part et aux enseignants de mathématiques d'autre part. Pour des questions pratiques, nous avons recueilli des données essentiellement au Sénégal (39 enseignants de physique et 46 enseignants de mathématiques), mais nos enquêtes informelles en France, nous laissent penser que la situation est assez proche. A travers ces questionnaires nous visions à recueillir des informations de la part d'enseignants de physique et de mathématiques concernant :

- Leur connaissance du savoir à enseigner dans l'autre discipline.
- Leur collaboration éventuelle avec les enseignants de l'autre discipline.
- Leur connaissance de ce qu'est un mouvement de translation (pour les enseignants de mathématiques)
- Les liens qu'ils font et qu'ils voient entre mouvement de translation et translation et vecteurs (pour les enseignants de physique)

- Leurs pratiques en classe relatives aux liens entre les concepts de grandeur vectorielle et de mouvement de translation en physique et les concepts de vecteur et de translation en mathématiques, ainsi que les difficultés d'apprentissage de ces concepts qu'ils repèrent chez leurs élèves. [1]

Nous ne pouvons rendre compte dans le cadre de cet article de la totalité des résultats que nous avons obtenus, d'autant que certains questionnaires n'ont pas encore été dépouillés. Nous nous contenterons donc ici de donner les grandes lignes de nos analyses essentiellement sur les quatre premiers points.

La majorité des enseignants des deux disciplines avouent ne connaître au plus que peu les contenus des programmes de l'autre discipline dans les niveaux où ils enseignent. Cependant le pourcentage est plus faible pour les professeurs de physique (54%) que pour les professeurs de mathématiques (65%).

Si la plupart des enseignants des deux disciplines disent « collaborer » avec l'enseignant de l'autre, il apparaît toutefois que cette collaboration reste très superficielle. Il s'agit avant tout de s'assurer que les mathématiques utiles pour le cours de physique ont été ou seront enseignées à temps et éventuellement de parler des élèves, mais quasiment jamais d'échanger sur les contenus. Voici quelques réponses des enseignants qui sont de bonnes illustrations :

P[2] : Si toutefois il y a collaboration entre maths et physique, c'est pour gérer la progression dans le programme, afin que les outils dont le professeur de sciences physiques a besoin soient abordées auparavant par le prof de maths.

M : Souvent le professeur de physique de la même classe par exemple en seconde S me demande si je pourrais commencer en premier lieu, les vecteurs et le produit scalaire.

Ce qui revient également très fréquemment c'est le fait que les élèves ne savent utiliser ce qu'ils sont censés savoir en mathématiques de façon adéquate en physique :

P : Non seulement, ils ne maîtrisent pas certaines connaissances mathématiques mais ils ne peuvent pas les utiliser pour la résolution de certains exercices en physique. Par exemple, déterminer un coeficient directeur d'une droite pour en déduire une grandeur physique comme la vitesse v ou une force constante F. Ou bien exploiter les équations aux dimensions pour trouver les unités d'une grandeur physique.

P : Leur problème est l'utilisation adéquate Ils ne sont pas conscient que les maths sont un outil pour la physique.

M : Les professeur de physique se plaignent des difficultés des élèves relativement à des notions mathématiques auprès de nous. Ils nous nous demandent des fois si nous pouvons aborder des parties du programme qui les intéressent.

M : Dans la plupart des cas c'est le collègue de physique qui nous interpelle sur les dificultés des élèves dans les résolutions mathématiques.

On voit ici une émergence du phénomène classique qui consiste à renvoyer sur autre

1 Dans cette partie, la plus longue du questionnaire, nous proposons aux enseignants des exercices de physiques. Pour les professeurs de mathématiques nous leur demandons de les résoudre. Pour les professeurs de physique nous leur demandons une solution et les difficultés attendues de leurs élèves. Une partie seulement nous intéresse ici, l'autre porte sur les notions de forces et de vitesse.

2 Nous noterons par P et M indistinctement les propos des professeurs respectivement de physique et de mathématiques

enseignement (d'une autre discipline ou d'une année antérieure) tous les maux dont souffrent nos élèves. Si certains enseignants identifient bien la question du cloisonnement disciplinaire c'est en général pour rejeter la faute sur les élèves :

P : Les élèves possèdent les connaissances nécessaires mais quand il s'agit de résoudre les problèmes ils ne ***peuvent pas faire le lien***[3]*. Pour eux il y a une* ***frontière entre les deux disciplines.*** *Exemple les équations du second degré qu'ils peuvent résoudre aisément en maths. En physique ils ont des problèmes pour le faire. On peut tracer une fonction quelconque en fonction du temps ; on peut tracer la puissance en fonction de l'intensité (pour eux c'est toujours $y = f(x)$ et s'il n'y a pas x et y ils sont perdus).*

P : En réalité le problème qui se pose est un problème de transfert des connaissances mathématiques aux autres domaines de la science. ***Inconsciemment les élèves font un cloisonnement ente les deux disciplines.***

Ces réponses montrent bien que le dialogue entre les enseignants des deux disciplines reste très limité et en quelque sorte stérile dans la mesure où même si le manque de lien entre les deux disciplines est déploré, seul le travail de l'élève ou un manque de coordination purement temporel sont mis en cause. Cette partie de notre questionnaire confirme donc les résultats de Gasser et d'autres auteurs. Il serait cependant intéressant de mener une enquête actuellement en France pour voir si les changements de programmes récents en particulier au niveau de la Terminale S ont fait évoluer cet état de fait.

Regardons maintenant la partie du questionnaire qui porte plus précisément sur le mouvement de translation.

L'immense majorité des enseignants de mathématiques sont prisonniers de leur conception dynamique de la translation et n'envisagent que le mouvement de translation rectiligne. Ceci confirme les résultats de Gasser. De fait, les enseignants de mathématiques pensent le lien entre mouvement de translation et translation comme évident, puisque pour eux c'est la même chose.

Les enseignants de physique quant à eux déclarent souvent faire le lien entre translation et mouvement de translation, mais leurs réponses montrent qu'ils considèrent ce lien comme trivial et qu'il repose au plus sur le fait que dans un mouvement de translation les trajectoires des points du solide sont translatées les une des autres. De même s'ils disent utiliser des vecteurs, ce n'est qu'en rapport au vecteur vitesse.

Conformément aux résultats de Gasser, on voit donc que dans les faits le lien entre translation et mouvement de translation n'est pas réellement construit par les enseignants de l'une ou l'autre des deux disciplines. Il semble bien que le manque de connaissance des objets de l'autre discipline donne à chacun l'illusion que les deux concepts sont quasiment identiques, alors que comme nous le verrons plus bas ce lien est plus complexe qu'il n'y paraît et demande pour être entièrement explicité un réel travail à la charnière des deux disciplines.

Avant d'en venir à ce point, nous allons analyser dans le paragraphe qui suit les programmes et les manuels de physique à propos du mouvement de translation. Les lecteurs de cette revue étant plus familiers avec les contenus de mathématiques, nous ne reprendrons pas ici le travail symétrique sur l'enseignement de la translation. A titre de com-

3 C'est nous qui soulignons.

plément, nous renvoyons le lecteur intéressé à un autre travail de notre thèse publié sous la forme d'un article (Ba et Dorier, 2006) portant sur l'évolution historique de l'enseignement des vecteurs.

3. Le mouvement de translation dans l'enseignement de Physique

Le mouvement de translation est défini dans le cours de physique en classe de Première S en France et en classe de Seconde S au Sénégal. Dans les deux cas, il apparaît, avec le mouvement de rotation, dans un chapitre sur l'étude des mouvements d'un solide (indéformable). C'est une petite part de l'enseignement de physique dans ces classes, qui ne prend que deux pages dans la plupart des manuels et donne lieu à peu d'exercices. Cela reste cependant un exemple culturellement important pour la physique.

Dans tous les manuels, on trouve de façon centrale des illustrations d'exemples de tels mouvements (train, télécabine, ascenseur …

EXEMPLES D'ACTIVITÉS	CONTENUS	CONNAISSANCES ET SAVOIR-FAIRE EXIGIBLES
Observation du mouvement du centre d'inertie. Observation des mouvements des autres points (vidéos, chronophotographies...) *. Réalisation et exploitation d'enregistrements: table à coussin d'air, table à digitaliser, vidéos, capteurs chrono-cinés*... Détermination de vecteurs vitesses à partir d'enregistrements. Étude du mouvement du centre d'inertie d'un solide dans diverses situations	**1 - Mouvement d'un solide indéformable** **1.1** Vecteur vitesse d'un point du solide **1.2** Centre d'inertie d'un solide **1.3** Mouvement de translation d'un solide **1.4** Mouvement de rotation d'un solide autour d'un axe fixe; vitesse angulaire	*Sur un enregistrement réalisé ou donné, déterminer et représenter le vecteur vitesse V d'un point mobile* Savoir que le vecteur vitesse *V* est le même pour tous les points d'un solide en translation. Savoir que chaque point d'un solide en rotation autour d'un axe fixe a une trajectoire circulaire. Pour un solide en rotation autour d'un axe fixe, relier la vitesse d'un point à la vitesse angulaire.

Extrait du programme français de physique de première S (B.O n°7 hors série du 31 août 2000)

Contenus	Activités d'apprentissage	Compétences
<u>**Mouvement**</u>. Exemples. Relativité du mouvement <u>**Référentiels. Translation et rotation.**</u> .concept de référentiel et exemples (héliocentrique, géocentrique et terrestre) Repères d'espace et de temps. Trajectoire et référentiel. Translation et rotation. <u>**Vitesse**</u>. Vitesse d'un point mobile Vecteur vitesse. .Vitesse angulaire	Observations (chute des corps,véhicule, tapis roulant) Observations. Exploitation d'enregistre- -ments (voir documents CN) Observations. Calculs. Exploitation d'enregis- -trements(voir documents CN). Schématisation.	Illustrer la notion de mouvement par des exemples. Illustrer la relativité du mouvement par des exemples. Relier trajectoire d'un mobile et référentiel. Faire un choix judicieux du référentiel et du repère pour l'étude d'un mouvement. Exploiter des enregistrements Distinguer translation et rotation. Déterminer la mesure de la vitesse (calcul, exploitation de documents et d'expériences). Déterminer le vecteur vitesse d'un point mobile. Déterminer la vitesse angulaire

Extrait du programme sénégalais de sciences physiques de seconde S (CNSP1, juin 1999)

Illustration des diférents mouvements de translation (Tomasino 2001, p.43).

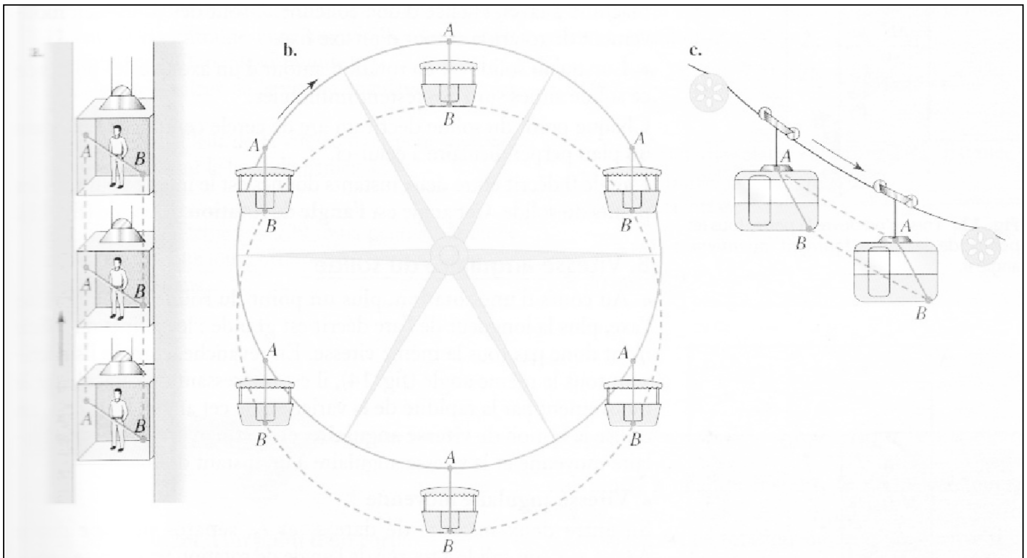


Fig. 11. Mouvements de translation rectiligne (cabine d'ascenseur), translation circulaire (nacelle d'une grande roue) et translation quelconque (cabine de téléphérique).

nacelle de grande roue qui représente l'illustration classique du mouvement de translation circulaire). A l'appui de ces représentations, on explique qu'un mouvement de translation est caractérisé par le fait que « tout segment du solide reste parallèle à lui-même lors du mouvement » (plus rarement on trouve la formulation « tout segment garde une direction fixe lors du mouvement »).

> *Un solide est en mouvement de translation si tout segment liant deux points du solide reste parallèle à lui-même au cours du mouvement. (Ibid., p.43)*

Sur la base de ces exemples, on fait ensuite remarquer que les trajectoires de tous les points du solide sont « identiques » ou « superposables » (ce qui revient à dire du point de vue mathématiques qu'elles sont toutes translatées les unes des autres). Il n'est cependant jamais explicitement dit que c'est en fait une autre caractérisation du mouvement de translation. On met ensuite les élèves en garde sur le fait que ces trajectoires ne sont pas en général rectilignes.

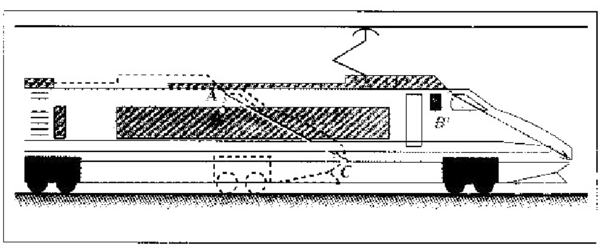
> REMARQUE. *La trajectoire des points d'un solide en mouvement de translation peut être quelconque. Il ne faut pas confondre mouvement de « translation » et mouvement « rectiligne ». Ainsi la nacelle d'une grande roue est en mouvement de translation, alors que la trajectoire de chacun de ses points est circulaire. (Ibid., p.43)*

Enfin, le cours se termine en énonçant (sans démonstration) que dans un mouvement de translation, à tout instant, tous les points du solide ont le même vecteur vitesse.

> *— Tous les points ont, à chaque instant, le même vecteur vitesse (même direction, même sens et même valeur). Il suffit de connaître le mouvement d'un seul point du solide (par*

exemple, celui du centre d'inertie) pour connaître le mouvement du solide. (Ibid., p.43)

Il n'est pas toujours clairement explicité que c'est une autre caractérisation du mouvement de translation. C'est pourtant ce dernier résultat qui est le plus efficace pour résoudre la plupart des exercices. En accord avec le programme, on fait vérifier par les élèves ce fait expérimentalement sur des graphiques dans les exercices du chapitre. Cependant le lien avec la définition initiale du mouvement



◀ *9. Le T.G.V. est schématisé entre les instants t (en pointillé) et t' (en trait plein). Il est en mouvement de translation rectiligne car les trajectoires de A, B, C ... sont rectilignes et $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$, $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{B'C'}$, ...*

Translation rectiligne

Lorsque le T.G.V. roule en ligne droite, tous les points de la carrosserie du wagon se déplacent parallèlement à la direction du rail : ce solide est en **translation rectiligne**. On observe qu'un bord AB de la fenêtre se déplace en restant parallèle à lui-même (*doc.* 9). Cette propriété reste vraie pour tout segment formé par deux points du solide.

Translation curviligne

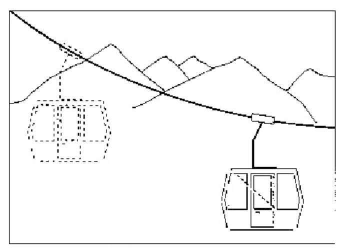
Au cours du mouvement, chaque point de la cabine du téléphérique (*doc.* 10) a une trajectoire curviligne. Le fond de la cabine reste horizontal, les côtés restent verticaux : chaque segment du solide se déplace parallèlement à lui-même. Le mouvement de la cabine est une **translation curviligne**.

Translation circulaire

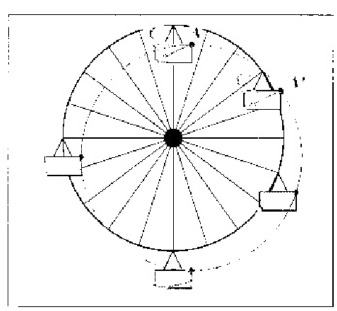
Le *document* 11 montre que chaque point d'une nacelle a une trajectoire circulaire de même diamètre que la grande roue. Les fonds des nacelles restent horizontaux, les côtés restent verticaux. Le mouvement de chaque nacelle est une **translation circulaire**.

Au cours d'un mouvement de translation quelconque d'un solide, tout segment du solide reste parallèle à lui-même.

Les trajectoires des différents points d'un solide animé d'un mouvement de translation quelconque sont superposables.



10. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$, ... La trajectoire d'un point est curviligne : la cabine est animée d'un mouvement de translation curviligne.



11. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{A'B'}$, $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$, ... La nacelle est en translation. La trajectoire d'un point est circulaire, donc le mouvement de la nacelle est une translation circulaire.

Illustration des diférents mouvements de translation (Durandeau, 1994, p.15).

de translation n'est la plupart du temps pas du tout discuté. Dans ce contexte, il est clair que les trois caractérisations d'un mouvement de translation (« tout segment reste parallèle à lui-même », « trajectoires de tous les points superposables » et « même vecteur vitesse en tout point ») ont toutes les chances de rester comme trois propriétés indépendantes. Les élèves peuvent donc ainsi avoir une vision complète de ce qu'est un mouvement de translation, par contre, le fait que chacune des propriétés est liée aux autres de façon logique (à tel point qu'elles sont toutes trois équivalentes) est entièrement passé sous silence. Or, de par leurs connaissances mathématiques, les élèves ont tout à fait les capacités de comprendre la nature de ces liens. De plus, les expliciter engage dans un raisonnement où les arguments de nature mathématique et de nature physique se complètent. C'est ce que nous expliciterons plus bas.

Dans certains manuels les illustrations font apparaître des vecteurs sans qu'il n'y soit fait allusion dans le texte.

Ce décalage entre le texte et les illustrations est intéressant à noter, car comme nous allons le voir, il est tout à fait possible de définir un mouvement de translation par le fait que tout vecteur du solide reste identique au cours du mouvement, ce qui semble suggéré par les dessins et est clairement énoncé dans les légendes, mais n'est pas du tout repris dans le texte de la définition. Or comme nous allons le voir plus bas, c'est le point de départ de la démonstration de l'équivalence des trois propriétés caractéristiques. Il est également important de noter que contrairement à (Tomasino 2001), un même point du solide est ici noté avec des notations différentes *(A, A',* …) selon l'instant du mouvement. En effet, il y a une ambiguïté entre le point et la position du point au cours du mouvement que les différents auteurs évitent ou gèrent plus ou moins bien. Or, nous verrons plus bas, que pour pouvoir expliciter entièrement les liens entre les différentes caractérisations, on ne peut faire l'économie d'une notation adéquate pour distinguer le point du solide *(A)* de ses différentes positions au cours du temps *(A(t), A(t'),* …).

Notons également que dans tous les manuels, on met en garde les élèves sur le fait qu'il existe d'autres mouvements de translation que les mouvements de translation rectiligne et que les trajectoires des points peuvent être quelconques. En effet, comme pour les professeurs de mathématiques de l'extrait de (Gasser, 1996) cité plus haut, la conception dynamique des transformations géométriques conduit naturellement à concevoir la translation comme associée à un mouvement nécessairement rectiligne. Ainsi dans le cas des mouvements de translation il y a conflit entre ce type de conception et la réalité physique, ce qui n'est pas le cas pour les rotations et les mouvements de rotation. Ainsi, la mise en garde des auteurs de manuels plaide pour une mise à distance de la translation mathématique dans le cours de physique sur le mouvement de translation, sans que celle-ci ne soit toutefois évoquée explicitement. Reste que l'élève n'a plus qu'à se débrouiller tout seul pour tenter de faire le lien entre la translation qu'il connaît en mathématiques et le mouvement de translation (souvent raccourci en « translation », comme dans le programme sénégalais) qu'il découvre en physique.

Confronté à deux concepts qui utilisent le même vocable, totalement démuni pour pouvoir penser le lien, l'élève a tout intérêt de faire comme si le même terme était utilisé dans les deux disciplines sans qu'il n'y ait de lien, ce qui tend à renforcer le cloisonnement qu'il est déjà tenté de voir entre les deux disciplines. *Le traitement monodisciplinaire d'une question donnée tend ainsi à occulter les besoins en connaissances relevant d'autres disciplines.* (Chevallard, 2001, p.39).

Or, ce lien existe bien et nous prétendons qu'il n'est pas si complexe à expliciter. C'est ce que nous allons analyser dans le paragraphe qui suit.

4. Pourquoi le mouvement de translation a-t-il un lien avec la translation ?

Comme nous l'avons évoqué plus haut, pour pouvoir expliciter ce lien, il est nécessaire d'introduire des notations adéquates pour pouvoir distinguer un point de ses différentes positions au cours du mouvement. C'est là une pratique qui ne choquera pas dans le cours de mathématiques, mais à laquelle l'enseignant de physique répugne par souci de ne pas rendre trop formel un enseignement qui se veut avant tout fondé sur l'expérience. Il y a donc là un premier terrain de négociation entre les enseignants des deux disciplines, condition *sine qua non* pour une possible collaboration.

On désignera donc par S un solide et par *A(t)* la position d'un point *A* de *S* à l'instant *t* de [0, T] (intervalle de temps du mouvement). Ainsi, la définition habituelle du mouvement de translation (tout segment reste parallèle à lui-même) devient :

> S est animé d'un mouvement de translation si et seulement si :
>
> *Pour tous points* A *et* B *de* S, *et tous instants* t *et* t' : $[A(t)B(t)] \,//\, [A(t')B(t')]$ (1)

Il y a là matière à un premier échange entre les enseignants des deux disciplines pour bien montrer que les deux formulations ne sont pas exclusives l'une de l'autre, mais bien complémentaires pour traduire de deux façons distinctes une même réalité. La formulation du physicien n'utilisant que la langue usuelle est plus facile à « comprendre », mais la formulation plus formelle du mathématicien permet un traitement plus adéquat de l'information. Il est important que les deux enseignants s'entendent bien sur ce fait et assument leurs différences dans leurs débats pour préparer un travail commun, mais aussi face aux élèves s'ils s'engagent dans une intervention commune. Faire un travail interdisicplinaire ne veut pas dire s'accorder sur un discours commun, sorte de compromis entre les deux disciplines, mais bien un discours à deux voix qui distingue les champs de compétence, condition indispensable pour montrer la complémentarité.

L'étape suivante consiste à passer à une formulation vectorielle. Or cette étape se justifie essentiellement par des arguments physiques. En effet, du fait essentiel, peu discuté en général dans le cours de physique, que le solide est indéformable, il découle que la distance entre deux points est invariable, donc pour tous points *A* et *B* de *S,* et tous instants t et t' : $A(t)B(t) = A(t')B(t')$ où $A(t)B(t)$ désigne la longueur du segment $[A(t)B(t)]$. Or $[A(t)B(t)] \,//\, [A(t')B(t')]$ donc du point de vue vectoriel, il n'y a que deux possibilités : soit $\overrightarrow{A(t)B(t)} = \overrightarrow{A(t')B(t')}$, soit : $\overrightarrow{A(t)B(t)} = -\overrightarrow{A(t')B(t')}$.

Or la deuxième solution impliquerait que le solide fasse « subitement » un demi-tour sans passer par aucune position intermédiaire. Il est intuitivement facile à comprendre qu'un tel phénomène serait une entorse à un principe élémentaire de continuité du mouvement. Ainsi, seule la première possibilité reste et donc : $\overrightarrow{A(t)B(t)} = \overrightarrow{A(t')B(t')}$, pour tous points A et B de S et tous instants t et t'.

Cette condition implique bien entendu la première sur le seul parallélisme des segments. On démontre donc ainsi que la définition « classique » du mouvement de translation est équivalente à celle un peu plus sophistiquée qui consiste à dire que « tout vecteur associé au solide reste identique au cours du mouvement ». On voit par cette formulation que le formalisme mathématique est un outil indispensable pour démontrer l'équivalence mais n'est pas indispensable pour formuler la nouvelle définition !

Ce qui nous paraît intéressant ici c'est que c'est bien la combinaison d'arguments et d'outils mathématiques sur ce qu'est un vecteur et d'arguments physiques sur ce qu'est un solide indéformable et la nécessaire continuité d'un mouvement qui permet d'aboutir à cette caractérisation vectorielle d'un mouvement de translation, que l'on énoncera avec le formalisme mathématique sous la forme (2) :

> S est animé d'un mouvement de translation si et seulement si :
>
> Pour tous points A et B de S, et tous instants t et t' : $\overrightarrow{A(t)B(t)} = \overrightarrow{A(t')B(t')}$ (2)

En mathématiques, les vecteurs sont liés aux translations, d'un point de vue épistémologique, mais aussi, dans les programmes dès l'introduction des vecteurs en fin de collège.

Ce lien permet d'énoncer une troisième définition d'un mouvement de translation (3) :

> S est animé d'un mouvement de translation si et seulement si :
>
> Pour tous points A et B de S, il existe une translation τ_{AB}, telle que, quel que soit l'instant t : $\tau_{AB}(A(t)) = B(t)$ (3)

Le fait essentiel à comprendre est bien entendu que τ_{AB} est une translation qui ne dépend que des points A et B (d'où la notation) ; en fait c'est la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

On a ainsi pu faire un premier lien entre mouvement de translation et translation, en introduisant une idée vectorielle derrière la notion de segment restant parallèle à luimême. On voit bien que la translation en jeu n'intervient pas entre deux position du solide (comme dans la conception dynamique d'une transformation géométrique), mais plutôt à « l'intérieur du solide », elle assure que le solide ne change pas de direction, ne « tourne pas autour de luimême » dans son déplacement, même si chacun de ses points suit une trajectoire complexe.

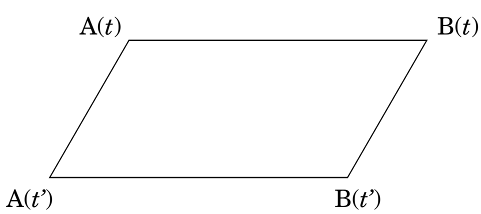
Néanmoins, ce premier lien reste très formel et ne consiste guère qu'en une reformulation, dont les physiciens auraient beau jeu de dire qu'elle n'est qu'une complication gratuite des mathématiciens.

Mais le réel avantage est différé, bien que très proche. En effet, la trajectoire du point A étant l'ensemble des positions $A(t)$, la caractérisation (3) permet de déduire que la trajectoire du point B est l'image par la translation τ_{AB} de la trajectoire de A .

On déduit ainsi par une combinaison d'arguments mathématiques et physiques la deuxième propriété qui apparaît dans les manuels de physique (et qui est en fait une caractérisation du mouvement de translation) : tous les points du solide ont des trajectoires superposables.

Notre hypothèse, que nous venons d'argumenter et que nous avons partiellement expérimentée, est que la démarche que nous venons d'expliciter est compréhensible par un élève de ce niveau et illustre bien la complémentarité des deux disciplines. Il ne s'agit pas ici de la faire « découvrir » à l'élève, mais de la faire expliciter par une intervention à deux voix des enseignants de chacune des deux disciplines.

Toutefois, cette première étape est insuffisante pour montrer entièrement les liens qui existent entre mouvement de translation et translation. On va compléter cette argumentation, en montrant du même coup comment on débouche sur la caractérisation par les vitesses.



Cette étape est certainement la plus intéressante pour l'apport des mathématiques. L'idée est justement de passer d'égalités entre vecteurs tracés sur le solide à des égalités entre vecteurs entre deux positions différentes de mêmes points. Du point de vue mathématique cela repose sur la propriété élémentaire dite du parallélogramme (classique dans le cours de mathématiques sur les vecteurs).

En effet, en partant de l'égalité (2) on peut ainsi déduire que : $\overrightarrow{A(t)A(t')} = \overrightarrow{B(t)B(t')}$ car $A(t)B(t)B(t')A(t')$ est un parallélogramme.

Ceci conduit à la nouvelle caractérisation :

> S est animé d'un mouvement de translation si et seulement si :
>
> Quels que soient les deux instants t et t', il existe une translation $\tau_{tt'}$ telle que, quel que soit le point A de S, $\tau_{tt'}(A(t)) = A(t')$ (4)

Le point essentiel ici est de bien comprendre que la translation $\tau_{tt'}$ ne dépend que des instants t et t' et est la même pour tous les points du solide.

La difficulté bien sûr c'est que cette translation ne préjuge en rien de la trajectoire suivie par les points du solide entre les deux instants t et t'. En effet la méprise qui consisterait à croire qu'entre les deux instants, les points du solide ont une trajectoire rectiligne correspond à ce que nous avons identifié comme une conception dynamique des transformations géométriques. Ici les points A, B, ... peuvent avoir suivi n'importe quel type de trajectoire curviligne, mais entre deux instants donnés, il existe une translation unique qui permet de « passer » de la position à l'instant t à celle à l'instant t', quel que soit le point.

L'intérêt de cette caractérisation se voit quand on divise par l'intervalle de temps $(t'-t)$; en effet, de $\overrightarrow{A(t)A(t')} = \overrightarrow{B(t)B(t')}$, on déduit pour $t \neq t'$: $\frac{1}{t-t'}.\overrightarrow{A(t)A(t')} = \frac{1}{t-t'}.\overrightarrow{B(t)B(t')}$ et en faisant alors tendre t vers t', on obtient

$\overrightarrow{V_A(t)} = \overrightarrow{V_B(t)}$ (où $\overrightarrow{V_A(t)}$ et $\overrightarrow{V_B(t)}$ sont les vecteurs vitesses des points A et B à l'instant t).

On retrouve ainsi la troisième caractérisation donnée par les manuels de physique du mouvement de translation d'un solide :

> Tous les points d'un solide en translation ont, à chaque instant t, le même vecteur vitesse $\overrightarrow{V(t)}$: c'est le *vecteur vitesse du solide*.

En toute rigueur, pour montrer que c'est bien une caractérisation, il faudrait montrer que de l'égalité des vitesses on peut revenir à l'égalité des vecteurs, ce qui nécessite l'outil intégrale, qui n'est pas disponible à ce niveau d'enseignement.

Par ailleurs, en physique en Première S en France (ou en seconde S au Sénégal) la vitesse instantanée n'est pas définie par la dérivée, mais comme une vitesse moyenne sur un petit intervalle de temps. La démonstration ci-dessus s'adapte alors très facilement.

Il faut bien comprendre que l'intérêt didactique pour un réel travail interdisciplinaire ne consiste pas ici à faire les démonstrations les plus rigoureuses, mais bien à montrer que les deux disciplines peuvent se faire écho. On ne visera donc pas à obtenir la démonstration la plus rigoureuse, qui serait inaccessible et ruinerait notre propos, mais à montrer (s'il faut au prix de quelques entorses à la rigueur mathématique) que des connaissances mathématiques accessibles par des élèves de ce niveau peuvent les informer sur des liens entre trois caractérisations d'une même notion physique et leur faire comprendre pourquoi on utilise le mot translation dans les deux contextes.

5. Conclusion

C'est dans cette perspective que nous avons organisé une expérimentation en classe de seconde S au Sénégal. La séquence d'enseignement en question a eu lieu en classe de physique à la quelle participait le professeur de mathématique de la même classe. Les deux enseignants intervenaient de façon coordonnée et avaient préparé ensemble la séance sous notre supervision.

Dans le déroulement de la classe l'enseignant de mathématiques était régulièrement invité par le professeur de physique à « prendre la main » pour élaborer une partie du cours. Comme nous l'avons dit plus haut, nous avions insisté auprès des deux professeurs pour que chacun affiche sa spécificité.

Cette première expérimentation que nous avons entièrement filmée est en cours d'analyse détaillée. Il est difficile d'évaluer l'impact réel qu'elle a pu avoir sur les élèves. Il apparaît néanmoins que la collaboration est possible et que l'explicitation des différents points que nous avons évoqués plus haut semble être comprise par les élèves.

Le dispositif reste cependant assez lourd et il nous faudra dans un deuxième temps penser comment il pourrait être transféré à d'autres binômes d'enseignants qui ne seraient pas forcément dans notre entourage. On voit bien que ce que nous proposons va à l'encontre des pratiques installées. Par ailleurs, ce n'est qu'une réponse très locale à un problème plus général. Ce travail ne peut donc prétendre à donner une réponse générale à un problème bien vaste. Nous espérons toutefois qu'il permettra d'ouvrir une porte et de contribuer une réflexion plus large sur le sujet.

Bibliographie

Ba, C. (2003), *Étude didactique de l'utilisation du vecteur en physique et des liens entre mouvement de translation et translation mathématique,* mémoire de DEA, LIRDHIST, Université Claude Bernard, Lyon1.

Ba, C. et Dorier, J-L. (2006), Aperçu historique de l'évolution de l'enseignement des vecteurs en France depuis la fin du XIXe siècle, l'Ouvert n°113, 17-30

Chevallard, Y. (2001), Les mathématiques et le monde : dépasser « l'horreur instrumentale », *Quadrature* n°41, 25-40.

Durandeau, J-P. et al. (1994), *Physique 1ère S,* Paris : Hachette éducation.

Gasser, J-L. (1996), Mathématiques et Sciences Physiques : translations et rotations, *Repères-IREM* n°25, 19-34.

Goffard, M. et Weil-Barais, A. (dir.) (2005), *Enseigner et apprendre les sciences : Recherches et pratiques,* Paris : Armand Colin.

Programmes de Physique Chimie série scientifique, B.O. HS n°7 du 31 août 2000. http : //www.education.gouv.fr/bo/2000/hs7/volphys.htm

Programme de sciences physiques des classes de seconde S au Sénégal, juin 1999. Tomassino, A. et al. (2001), *Physique 1ère S,* Paris : Nathan.