L'ALEATOIRE POUR INTRODUIRE LES FREQUENCES EN CLASSE DE CINQUIEME

Guillaume FRANCOIS
Irem des Pays de la Loire
Antenne du Mans

L'idée qui préside à l'élaboration et à la mise en œuvre des activités présentées ici m'est venue à la lecture d'un article paru dans cette même revue [1], particulièrement lorsque les auteurs s'interrogent sur l'intérêt qu'il y aurait « à aborder en classe la notion d'aléatoire en parallèle avec l'initiation aux démarches statistiques, avant l'enseignement des probabilités ». Il m'a semblé alors intéressant, afin d'instaurer une dynamique signifiante d'aller-retour entre *probabilité* et *fréquence*, d'introduire la notion de *fréquence* par des situations mettant en jeu de l'aléatoire d'abord intuitivement vécu ou formulé, ou, autrement dit, dans lesquelles ce soit une certaine idée intuitive de l'aléatoire qui introduise et mène à la nécessité de considérer des fréquences.

Ce que disent les programmes

Le programme de cinquième demande de faire calculer des fréquences à propos de situations tirées de la vie quotidienne. Les fréquences étant utilisées pour comparer, suivant un caractère donné, des populations d'effectifs différents, ces calculs doivent pouvoir mener à sensibiliser les élèves aux problèmes que pose l'interprétation de telles comparaisons. Ils sont par ailleurs propices à la manipulation d'écritures diverses d'un même nombre telles que 2/5, 4/10, 0,4 ou 0.4, 40%.

1 J.C.Girard, M.Henry, B.Parzysz, J.F.Pichard. *Quelle place pour l'aléatoire au collège ?*, Repères-IREM n°42, Topiques Éditions, Janvier 2001.

Le programme de troisième demande qu'on introduise la notion de probabilité dans le cadre de situations familières, soit quand c'est possible « à partir de considérations intuitives de symétrie ou de comparaison », soit au travers d'une évaluation approximative « par les fréquences observées expérimentalement ».

*Vue d'ensemble
de la séquence d'activités*

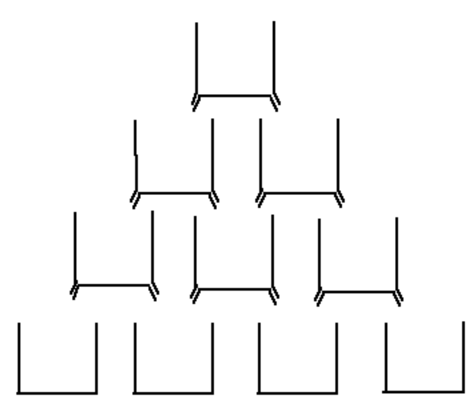
L'activité 1, « La fontaine à eau », n'a été conçue que comme introduction à l'activité 2, « La planche de Galton », qui est l'activité centrale de cette séquence. Celle-ci est volontairement complexe, la question posée portant sur une espérance de gain ou un risque de perte. Mais elle est très signifiante quant à la situation qu'elle propose qui est somme toute assez proche d'une situation « réelle » de jeu où il faut miser. Elle est donc potentiellement porteuse de sens quant au travail mathématique qu'on devra développer pour résoudre les problèmes qu'elle pose.

Comme je m'y attendais, les élèves ne réussirent pas à résoudre le problème tout de suite et l'activité 2 fut pendant un moment laissée de côté. L'activité 3, « Les petits chevaux », a alors permis la liaison entre *chance* et *fréquence*. Il a été ensuite possible de revenir à la planche de Galton, munis de ce nouvel outil, « la fréquence », comme mesure d'une certaine « chance » et comme constat expérimental.

Enfin l'activité 4, « Somme de deux dés », a permis une consolidation des acquis de ce travail.

L'ensemble du travail a été mené pendant deux semaines au cours du mois de septembre

" *La fontaine à eau* "



Si nous mettons 2 L d'eau dans le récipient le plus haut, que se passe-t-il ?

sur six séances. Seules des révisions sur la notion de quotient et sur la somme de deux fractions avaient été faites auparavant.

Séance 1

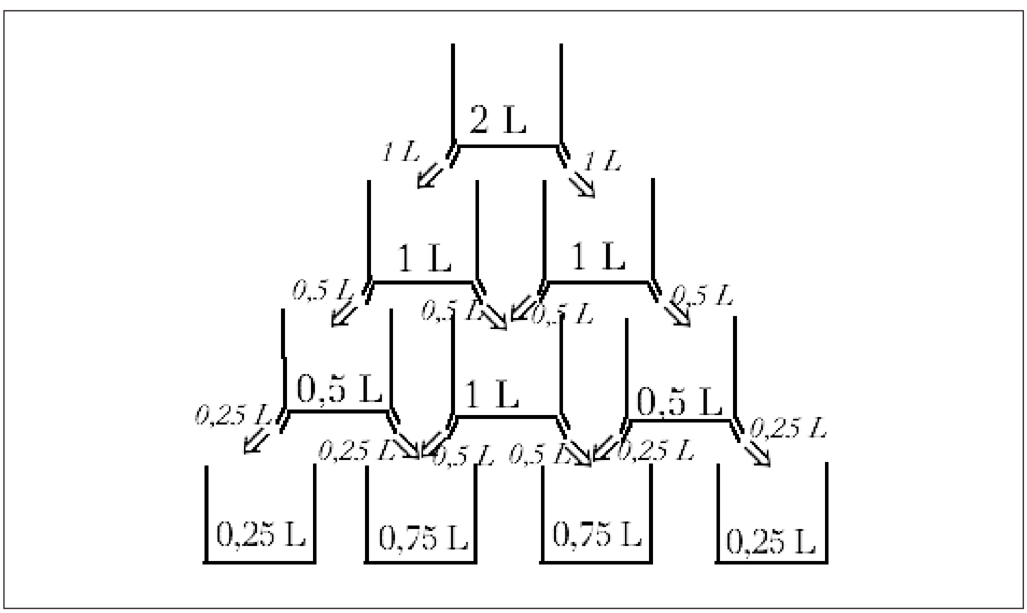
Activité 1 – *La fontaine à eau*

L'énoncé du bas de la page précédente a été projeté tel quel au tableau.

Le principal objectif de cette activité est de mieux aborder l'activité suivante « Planche de Galton ». Nous profiterons de cette activité pour introduire du vocabulaire tel que « chemin possible ». De plus, ce sera l'occasion de revoir comment on additionne deux fractions de même dénominateur.

Même si dans le contrat didactique entre mes élèves et moi, il est clair que la réponse attendue à cette question n'est qu'une suite de quatre quantités, je n'ai pas estimé important de retranscrire la totalité de leurs réponses.

Après avoir travaillé individuellement pendant dix minutes, les élèves se sont mis par groupe de 4 ou 5 afin de débattre. La réponse la plus communément donnée fut : 0,25 ; 0,25 ; 0,25 ; 0,25. Les élèves étant presque tous d'accord sur cette fausse réponse, peu de groupes ont fait évoluer leurs écrits. Sur cinq groupes, un seul a finalement eu un débat intéressant. Dans ce groupe, un élève a convaincu les autres que l'on ne pouvait pas avoir un quart de litre dans chaque récipient en utilisant l'argument suivant : « $4 \times 0,25 \neq 2$ ». Ensuite une élève est venue au tableau pour expliquer comment résoudre le problème : « *Si on met 2 L d'eau dans le récipient du haut, l'eau coule et on a 1 L dans chaque récipient du dessous. Ensuite chaque récipient se vide, et à chaque*



fois il coule 0,5 L par les trous. On a donc 0,5 L, 1 L et 0,5 L dans les trois récipients. Et si on continue, il va couler 0,25 L par là, 0,5 L par là, 0,5 L par là et 0,25 L par là. (en expliquant l'élève fait des flèches sur le schéma qui est au bas de la page précédente). *On a donc 0,25 L, 0,75 L, 0,75 L et 0,25 L dans le dernier récipient. »*

On peut remarquer que l'objectif « revoir comment on additionne deux fractions de même dénominateur » n'a pas du tout été réalisé, les élèves n'ayant pas prononcé le mot demi, ou quart. Je les ai laissés travailler avec « leurs nombres décimaux ».

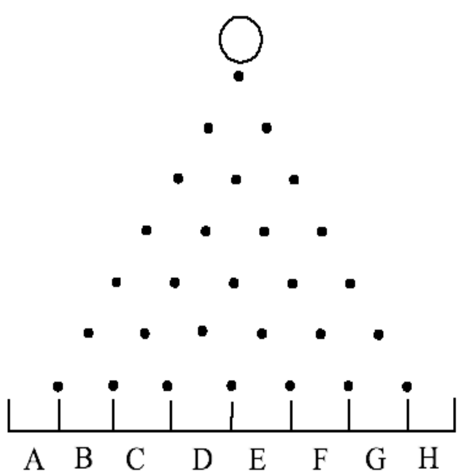
Au bout d'une demi-heure, nous sommes passés à l'activité 2.

Activité 2 – *La Planche de Galton*

Deux objectifs peuvent être donnés à cette activité : réinvestir le vocabulaire tel que «chemin possible» et faire un travail d'initiation au dénombrement.

Nous avons expliqué ce qu'est un bookmaker et nous nous sommes mis d'accord sur le fait qu'il fallait faire en sorte que le jeu soit suffisamment attractif pour que les clients aient envie d'y jouer, tout en rendant le jeu rentable. En observant les réponses nous pouvons remarquer que beaucoup d'élèves n'avaient pas compris. Sans doute aurait-ce été plus parlant si les élèves avaient eu l'occasion de pratiquer un peu en jouant au bookmaker sur une planche, en petits groupes.

En annexe 1, vous pouvez lire ce que les élèves ont proposé. Ces résultats ont été donnés après dix minutes de réflexion indivi-



Tu es bookmaker. Pour jouer à ce jeu, les clients doivent payer 5 €.
Ils posent le palet sur le clou le plus haut.
Quand le palet arrive dans les cases de A à H, le joueur gagne le montant indiqué sous chacune de ces boîtes.
Propose un prix pour chaque boîte de A à H.

La Planche de Galton

duelle. Aucune justification ne leur a été demandée. On peut remarquer que les réponses des élèves peuvent être partagées en trois groupes, ce que j'ai représenté par des doubles barres dans le tableau :

Dans la première partie du tableau, on se rend compte que pour treize des élèves, les valeurs données sont sans logique apparente, voire parfois assez surréaliste. La plupart des réponses de ce groupe ont été rejetées par la classe. En effet un élève a fait remarquer que le bookmaker ne pouvait pas annoncer de tels prix, car il ferait faillite.

Le deuxième groupe rassemble des élèves qui ont mis 0 € dans sept cases sur huit *(par exemple 0 € ; 0 € ; 15 € ; 0 € ; 0 € ; 0 € ; 0 € ; 0 € ; 0 €).*

Le troisième groupe, est composé de sept élèves. Ils ont disposé leurs valeurs de façon symétrique, mais ne pouvaient expliquer pourquoi… L'intuition. *(Nous avons par exemple, l'élève 17 qui a choisi 10 € ; 0 € ; 10 € ; 0 € ; 50 € ; 50 € ; 10 € ; 0 € ; 10 €)*

Un débat a eu lieu entre les deux derniers groupes : Le deuxième groupe a réussi à convaincre la quasi-totalité du troisième groupe. L'argument qui a semblé le plus pertinent aux yeux des élèves est : « *On a autant de chances de tomber dans les cases A, B C, D, E, F, G, H et I, donc le joueur gagnera peu souvent 15 € mais perdra assez souvent, donc nous sommes gagnants.* ».

Ceci dit, les élèves n'arrivaient pas à être unanimes sur une solution, et ne semblaient pas tous avoir entendu un argument irréfutable. La phrase citée précédemment n'a pas été admise par tout le monde. Après cette demi-heure de travail, le seul point sur lequel ils étaient d'accord était qu'il leur fallait trouver une justification mathématique unificatrice. Mais comment ? ... J'avais prévu cette situation alors je leur ai dit que nous reviendrions sur cet exercice plus tard et je leur ai proposé de travailler sur un autre problème à la séance suivante : l'activité 3.

Par contre, contrairement à ce que j'avais imaginé, aucun élève n'a fait le lien entre les deux premières activités. Sans doute que, pour les élèves, « 2 L d'eau » n'évoque pas directement « un nombre de billes », de plus le nombre d'étapes des deux situations n'est pas le même.

Séances 2 et 3

Activité 3 – *Les petits chevaux*

« ***Les petits chevaux*** »

1. Quel nombre faut-il obtenir sur le dé pour sortir un petit cheval ?

2. Quelle chance a-t-on d'obtenir ce résultat ?

3. A l'aide des dés que tu as à ta disposition, essaye de retrouver ce résultat.

La première question n'est qu'un clin d'œil… L'objectif principal de cette activité est d'introduire le mot « fréquence ». Nous ferons le lien entre probabilités et statistiques.

Nous montrerons que la fréquence d'un événement s'approche de « la chance d'obtenir cet événement », en langage utilisé dans la classe, quand le nombre d'expériences augmente. Ce terme de « chance » va être petit à petit remplacé par le terme probabilité. La fréquence a servi à comparer des populations de tailles différentes.

Les élèves savaient tous que l'on avait une chance sur six d'obtenir un 6 avec le dé, car il n'y a qu'une seule face avec la configuration ⚅ parmi les six faces du dé. Je leur ai dit qu'effectivement le nombre de cas favorables est 1, que le nombre de cas possibles est 6, et que donc nous pouvons noter dans le cahier :

Donc nous pouvons noter dans le cahier :

> Trace écrite
>
> Chance d'obtenir un ⚅ est : $\frac{1}{6}$.
>
> En mathématiques, nous disons que la *probabilité* d'obtenir un ⚅ est : $\frac{1}{6}$.
>
> Chance d'obtenir un ⚅ est :
>
> $$\frac{\text{nombre de faces où le six apparaît}}{\text{nombre de faces}} .$$

En écrivant la trace écrite, je me suis aperçu qu'il pouvait y avoir confusion entre le 6 du $\frac{1}{6}$ et celui de la face du dé recherchée.

Afin d'éviter cela, je leur ai demandé quelle était la chance d'obtenir les autres faces du dé.

Les élèves sont ensuite passés à la question 3. Ils devaient maintenant retrouver ce résultat de façon expérimentale. Après six lancers, 4 élèves sur 25 m'ont dit : « *Il y a un problème, ça ne marche pas* ». Rappelons que ces élèves n'ont à ce stade qu'une idée intuitive de l'aléatoire.

Voici quelques phrases recueillies pendant cette phase de l'activité :

« *Moi, c'est bizarre, j'ai obtenu trois fois de suite le* ⚅ *puis je ne l'ai pas obtenu pendant 20 lancers...* » ;

« *Moi j'ai eu 4* ⚅ *sur 24 lancers, c'est la même chose que* $\frac{1}{6}$ *.» ;*

« *Moi j'ai* $\frac{12}{32}$ ».

Au bout d'une demi-heure, les élèves ont petit à petit, mais assez naturellement, utilisé les quotients pour comparer leurs populations de tailles différentes. Le troisième objectif a donc bien été atteint. Ensuite, ils se sont rendus compte qu'il fallait un grand nombre de lancers pour pouvoir essayer de conclure quelque chose.

C'est alors que je leur ai apporté le vocabulaire : « fréquence d'apparition », que j'ai relié à « il est fréquent d'obtenir » tel événement.

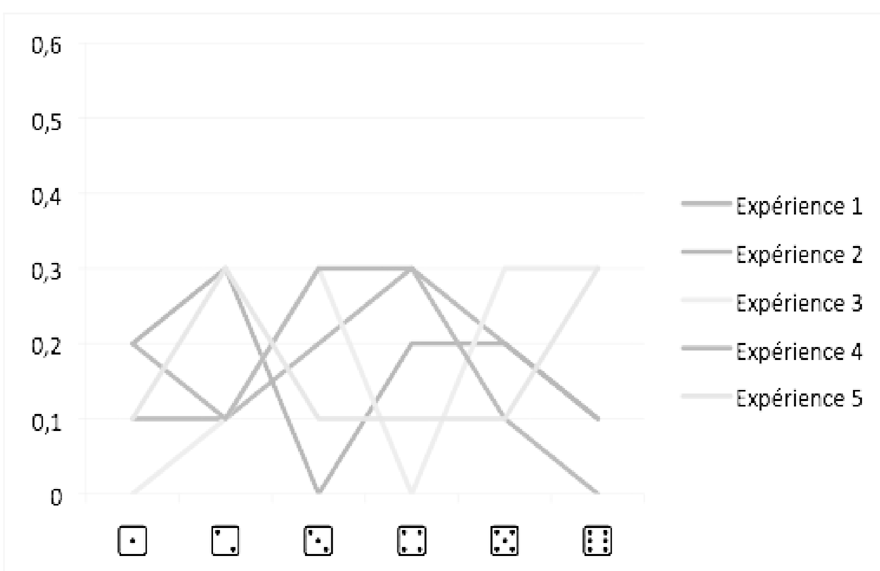
> Trace écrite
>
> La *fréquence* d'apparition du ⚅ est :
>
> $$\frac{\text{nombre de lancers où l'on obtient six}}{\text{nombre de lancers total}} .$$
>
> Plus le ⚅ apparaît fréquemment, plus la *fréquence* est élevée.
>
> La *fréquence* mesure si le ⚅ apparaît fréquemment.

Après cette trace écrite, les élèves se sont remis à lancer les dés. Afin d'aider les élèves à organiser leur travail, je leur ai donné les tableaux et les graphiques de l'annexe 2 à compléter.

Voici le type de compte rendu que les élèves ont pu produire après deux heures de travail :

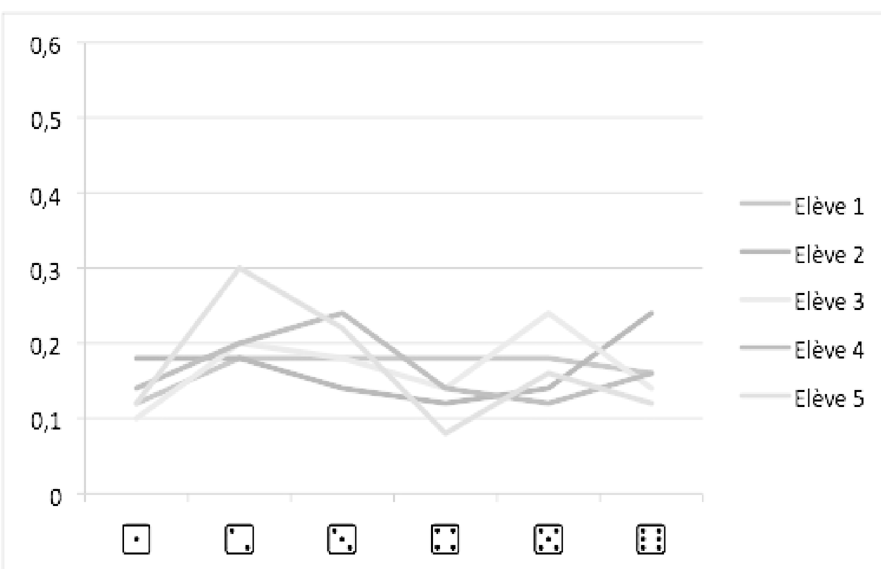
Elève 1

		Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5	TOTAL
⚀	Effectif	1	2	0	2	1	6
	fréquence	0,1	0,2	0	0,2	0,1	
⚁	Effectif	1	3	1	1	3	9
	fréquence	0,1	0,3	0,1	0,1	0,3	
⚂	Effectif	2	0	3	3	1	9
	fréquence	0,2	0	0,3	0,3	0,1	
⚃	Effectif	3	2	0	3	1	9
	fréquence	0,3	0,2	0	0,3	0,1	
⚄	Effectif	2	2	3	1	1	9
	fréquence	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	
⚅	Effectif	1	1	3	0	3	8
	fréquence	0,1	0,1	0,3	0	0,3	

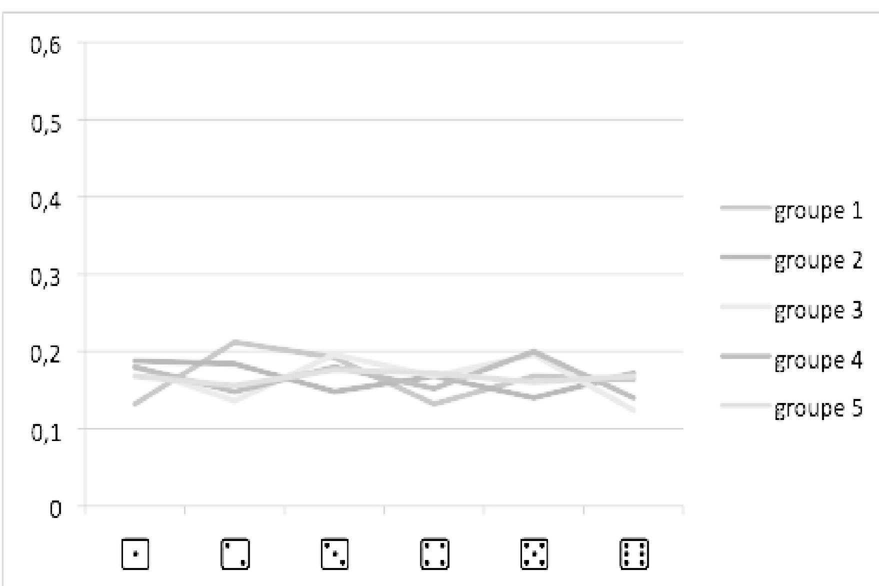


Groupe 1

		Elève 1	Elève 2	Elève 3	Elève 4	Elève 5	TOTAL
⚀	Effectif	6	9	5	7	6	33
	fréquence	0,12	0,18	0,1	0,14	0,12	
⚁	Effectif	9	9	10	10	15	53
	fréquence	0,18	0,18	0,2	0,2	0,3	
⚂	Effectif	9	7	9	12	11	48
	fréquence	0,18	0,14	0,18	0,24	0,22	
⚃	Effectif	9	6	7	7	4	33
	fréquence	0,18	0,12	0,14	0,14	0,08	
⚄	Effectif	9	7	12	6	8	42
	fréquence	0,18	0,14	0,24	0,12	0,16	
⚅	Effectif	8	12	7	8	6	41
	fréquence	0,16	0,24	0,14	0,16	0,12	



		groupe 1	groupe 2	groupe 3	groupe 4	groupe 5	TOTAL
⚀	Effectif	33	47	45	45	42	212
	fréquence	0,132	0,188	0,18	0,18	0,168	
⚁	Effectif	53	46	34	37	39	209
	fréquence	0,212	0,184	0,136	0,148	0,156	
⚂	Effectif	48	37	49	45	44	223
	fréquence	0,192	0,148	0,196	0,18	0,176	
⚃	Effectif	33	42	42	38	43	198
	fréquence	0,132	0,168	0,168	0,152	0,172	
⚄	Effectif	42	35	49	50	40	216
	fréquence	0,168	0,14	0,196	0,2	0,16	
⚅	Effectif	41	43	31	35	42	192
	fréquence	0,164	0,172	0,124	0,14	0,168	



Les élèves ont alors pu conclure que plus l'effectif total augmentait, plus les courbes de répartition des effectifs s'aplatissaient autour d'une droite correspondant à une fréquence d'environ 0,16. La plupart d'entre eux, sans doute parce qu'ils ont comparé leur fréquence avec $\frac{1}{6}$ en début d'activité, ont très vite compris que ce 0,16 était une valeur approchée de $\frac{1}{6}$ et leur conclusion a donc été que plus lenombre de lancers augmentait, plus les fréquences ont tendance à se rapprocher de $\frac{1}{6}$.

Trace écrite

Plus on lance le dé, plus la fréquence d'apparition du ⚅ se rapproche de $\frac{1}{6}$ qui est la chance d'obtenir ⚅.

Nous pouvons trouver cette chance en calculant $\frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas total}}$.

Il faut faire un grand nombre de fois l'expérience.

La fréquence se calcule de la façon suivante : $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$.

Lorsque le nombre de lancers augmente, la fréquence se rapproche de plus en plus de la chance d'obtenir ⚅.

Séance 4. *Retour à la planche de Galton*

C'est après une semaine de travail que je me suis donc permis de demander aux élèves si, suite à notre expérience sur les dés, ils avaient une idée pour résoudre le problème de la planche de Galton.

Voici un extrait du dialogue :

élève 1 : *Il faudrait faire l'expérience beaucoup de fois pour voir ce qui se passe.*

élève 2 : *Oui, et puis calculer les fréquences.*

le professeur : *Précise ta pensée, à propos des fréquences ?*

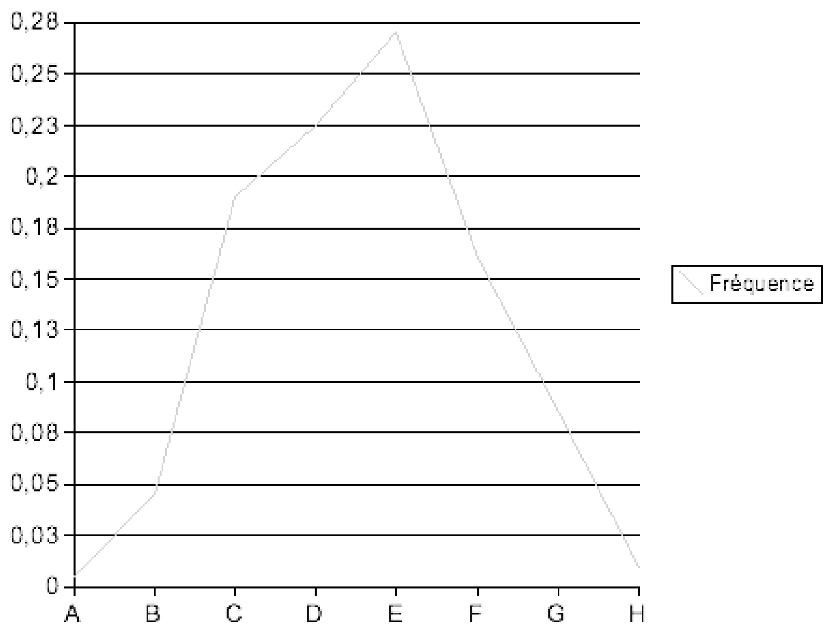
élève 2 : *Bah, le nombre de billes qui vont dans A divisé par le nombre de billes en tout. Et on fait pareil pour les autres cases.*

le professeur : *Très bien, nous avons effectivement la possibilité de réitérer l'expérience un grand nombre de fois, puis d'observer l'évolution des fréquences d'arrivée dans chacune des cases de A à H...*
...mais pour le cas du dé, on connaissait la chance d'obtenir une face sans faire l'expérience. Ici peut-on connaître la chance d'arriver dans une case sans faire l'expérience ?

La classe restant muette, j'ai sorti la planche de Galton et fait l'expérience devant eux avec 200 billes. Les résultats obtenus sont rassemblés dans le cadre ci-contre.

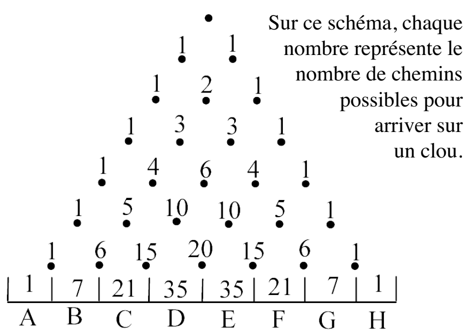
La dernière ligne du tableau et le graphique ont été un travail effectué par les élèves. Je

Cases	A	B	C	D	E	F	G	H	total
Effectif	1	9	38	45	54	32	19	2	200
Fréquence	0,005	0,045	0,19	0,225	0,27	0,16	0,085	0,01	1



leur ai ensuite demandé ce qu'ils pensaient de leurs résultats. Un élève a remarqué que l' « *On a plus de chance de tomber au milieu que sur les bords*». Cette affirmation a été confirmée par un autre élève qui a ajouté que c'est « *Normal, il n'y a qu'un chemin qui va en A.* » Après que l'élève a tracé le chemin au tableau, j'ai invité la classe à chercher les chemins qui mènent en B. Alors qu'un élève a corrigé au tableau en traçant les chemins vers B, un autre a levé la main pour faire la remarque que « *Ça fait comme les chemins de l'eau, c'est pour cela que ça arrive plus au centre* ». Pour compter le nombre de chemins qui mènent dans les cases, nous sommes partis du haut et nous avons compté les chemins qui mènent à chaque clou, niveau par niveau. Nous n'avons pas utilisé le même procédé que pour l'eau, c'est-à-dire que nous n'avons pas pris un nombre n de boules et dit que sur chaque clou de la deuxième ligne, il y aurait $\frac{n}{2}$ boules, puis à la rangée suivante on aurait $\frac{n}{2}$ boules, $\frac{n}{4}$ boules et $\frac{n}{2}$ boules sur les trois clous, ... En effet, les élèves venaient de remarquer le lien avec la fontaine à eau quant à la forme de la solution, mais pas quant au procédé de calcul. Pour calculer la chance d'arriver dans une case, il se sont plutôt inspirés du calcul probabiliste utilisé avec les dés. D'où l'idée qu'ont eu quelques élèves, de compter le nombre de chemins possibles pour arriver en bas de notre planche.

Sans le savoir, les élèves sont finalement arrivés au triangle de Pascal :



Assez naturellement et toujours en lien avec l'activité sur les dés, les élèves ont voulu calculer $\dfrac{\text{nombre de chemin(s) menant à une case}}{\text{nombre total de chemins}}$,

pour calculer la « *chance que l'on a d'arriver dans chaque case* ».

Nous avons ensuite comparé ces résultats avec nos calculs de fréquences : voir le tableau et le graphique ci-contre.

Et que peut-on espérer gagner ?

Revenons au problème initial. Nous cherchions quels prix mettre dans chacune des boîtes de A à H. Tout d'abord, à l'aide des calculs de probabilités et de statistiques, les élèves ont pu se mettre d'accord sur la symétrie de la solution, et sur le fait que les prix devaient être plus forts aux extrémités et plus faibles au centre. Voici un exemple de proposition d'élève, après un débat en classe puis un travail individuel :

15 €	*5 €*	*3 €*	*1 €*	*1 €*	*3 €*	*5 €*	*15 €*
A	B	C	D	E	F	G	H

Si on joue 128 fois, on peut espérer gagner 386 € :

$$[21\times(5-2)+35\times(5-1)-(15-5)-7\times(5-5)]\times 2=386$$

Trace écrite

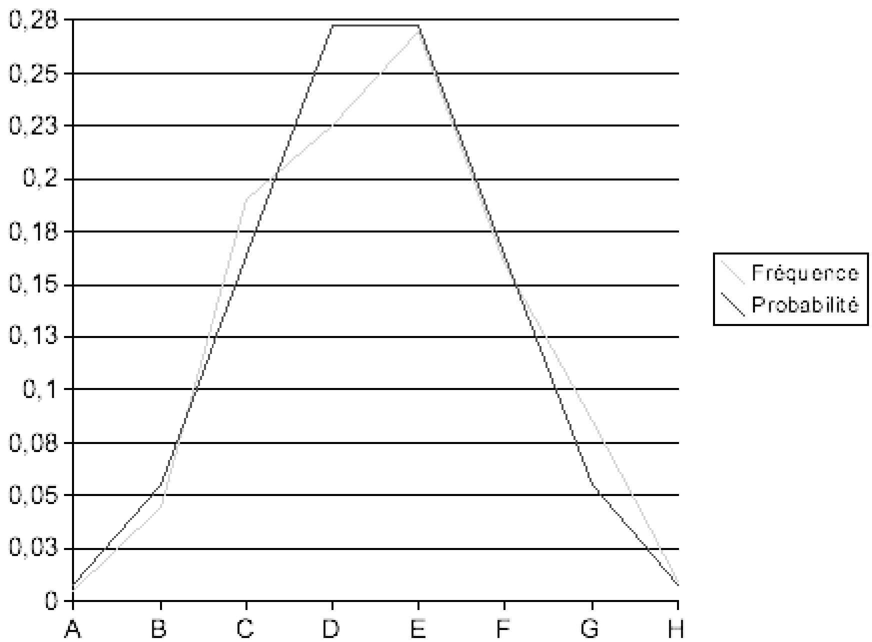
Chance d'arriver en A ou en H : $\dfrac{1}{1+7+21+35+35+21+7+1}=\dfrac{1}{128}\approx 0{,}008.$

Chance d'arriver en B ou en G : $\dfrac{7}{1+7+21+35+35+21+7+1}=\dfrac{7}{128}\approx 0{,}055.$

Chance d'arriver en C ou en F : $\dfrac{21}{1+7+21+35+35+21+7+1}=\dfrac{21}{128}\approx 0{,}164.$

Chance d'arriver en D ou en E : $\dfrac{35}{1+7+21+35+35+21+7+1}=\dfrac{35}{128}\approx 0{,}273.$

Cases	A	B	C	D	E	F	G	H	total
Fréquence	**0,005**	**0,045**	**0,19**	**0,225**	**0,27**	**0,16**	**0,085**	**0,01**	**1**
Probabilité	**0,008**	**0,055**	**0,164**	**0,273**	**0,273**	**0,164**	**0,055**	**0,008**	**1**



On peut espérer gagner 3,02 € par partie.

386 ÷ 128 ≈ 3,02 . »

Cet écrit d'élève, bien qu'imparfait dans sa syntaxe, montre que le problème a été compris et résolu. Il serait quand même préférable que la trace écrite retranscrive une phrase du type : “ Si 128 personnes tentent leur chance, le bookmaker peut espérer gagner 386 € ”. Les élèves ont pris concience que les jeux de hasard ne sont pas forcément si hasardeux pour tout le monde. Le bookmaker sait où il va, lui... Louis Pasteur a écrit “Le hasard ne favorise que les esprits préparés”.

Même si la solution de l'élève citée ci-dessus n'est pas idéale, on pourrait effectivement se demander si avec ce choix, beaucoup de personnes accepteraient de se soumettre au jeu, sachant qu'il perdrait de l'argent pour la grande majorité des issues. Ceci dit il peut gagner jusqu'à 10 €. Pour évaluer le choix du bookmaker, il faudrait avoir une étude du comportement humain face au jeu. De toute façon, l'élève est capable de réajuster ces prix en fonction des types de clients en étant assuré d'avoir un revenu sur le long terme.

Finalement en une heure, ils ont réussi à résoudre un problème qui leur semblait impossible à résoudre une semaine auparavant. Effectivement, alors que la notion de hasard leur semblait être une notion presque impalpable, les élèves ont réussi à le mesurer grâce à la probabilité, ou à l'estimer à l'aide des fréquences.

Séance 5. *Un prolongement possible :*

Pour prolonger, je leur ai posé la question suivante : Que faut-il mettre au minimum dans les cases C et F, pour que le bookmaker gagne en moyenne 4 € par partie, avec les données suivantes :

20 €	*5 €*	*?*	*0 €*	*0 €*	*?*	*5 €*	*20 €*
A	B	C	D	E	F	G	H

Il peut paraître surprenant de choisir un gain de 4, pour 5 de mise. Cela veut dire que le bookmaker gagne 4 fois plus que le client auquel il propose de jouer. Lorsqu'on fait cette remarque, nous raisonnons en tant qu'*esprit préparé au hasard*, pour reprendre les termes de Louis Pasteur. En effet, pour l'homme de la rue, l'appel du 20 € pourrait être plus fort que la raison. Cette question est plus sociologique que mathématique. Ce qui est important du point de vue de l'élève (de l'apprenti mathématicien), c'est que s'il a les données sociologiques permettant de savoir ce qui attirerait les clients, ou s'il sait comment se comporterait l'être humain face au jeu, alors il est en mesure de donner mathématiquement une répartition des gains.

La quasi-totalité des élèves ont proposé une solution par tâtonnement. Seul un élève a proposé une réponse formulée de façon plus experte :

« $4 \times 128 = 512$

$512 \div 2 = 256$

$21 \times (5 - ?) + 35 \times (5 - 0) - (20 - 5) - 7 \times (5 - 5) = 256$

$21 \times (5 - ?) + 35 \times (5 - 0) - (20 - 5) - 7 \times (5 - 5) = 256$

$21 \times (5 - ?) + 160 = 256$

$21 \times (5 - ?) = 96$

$5 - (96 \div 21) \approx 0{,}4$

Il faut mettre 40 centimes dans les cases C et F. »

Il me semble important de faire vivre dans mes classes ces deux méthodes de résolution (par essais-erreurs et « algébriquement ») tout en en discutant les avantages et les inconvénients. C'est en effet une préparation à la notion d'équation. L'équation n'arrivera pas de façon formalisée dans la classe mais naîtra petit à petit de situation de ce genre.

En conclusion : **Séance 6**

L'activité 4 « *Somme de dés* » a été l'occasion, pour les élèves, de réinvestir leurs acquis : « *On lance deux dés et on s'intéresse à la somme des nombres indiqués par ces derniers.*

Quels sont tous les résultats que l'on peut obtenir, ainsi que la chance de les obtenir ? A l'aide des dés que tu as à ta disposition, essaye de retrouver ce résultat. » Les élèves ont passé presque une heure sur cet exercice (correction comprise). Le calcul de probabilité a été facilité par la première partie de la question. Celle relative aux fréquences n'a posé aucun problème, certains élèves ayant même demandé s'ils pouvaient travailler en groupe afin d'augmenter l'effectif.

Au cours de ces séances j'ai défini la probabilité d'un événement, comme étant la chance d'obtenir cet événement, mais c'est surtout le mot « chance » que j'ai employé. En partant de « chance » et « risque », on s'appuie sur le langage courant, puis, petit à petit, nous formalisons ces notions car nous pouvons les évaluer. Nous arrivons en effet à calculer cette « chance » ou ce « risque » à l'aide des fréquences. Cette formalisation permet aux élèves de donner du sens au mot fréquence. « Donner du sens », une expression parfois mal utilisée. Donner du sens à sa matière ne veut pas forcément dire qu'il faut proposer des problèmes pseudo-concrets empruntés à une autre matière telle que les sciences physiques, la géographie, ...

Les mathématiques se suffisent à elles même, et donner du sens aux mathématiques c'est aussi faire des ponts entre les différentes notions de notre matière et les faire vivre dans la classe en parallèle. En cinquième, nous avons donc l'occasion de travailler de concert aléatoire, probabilité et fréquence dans nos cours. Je n'ai volontairement pas insisté sur le mot « probabilité », ce qui n'empêche pas de l'utiliser durant le cycle central afin de faciliter l'introduction de la notion de probabilité en classe de troisième. Nous venons de voir que nous pouvons introduire la notion de fréquence en statistiques à partir des probabilités puis refaire le lien en classe de troisième entre statistiques et probabilités « fréquentistes ». Je pense que le lien statistique vers probabilité est assez difficile, car on ne connaît pas forcément le modèle que l'on va utiliser. Afin de faciliter ce lien, il me semble important de travailler l'introduction des statistiques avec les probabilités. De plus il faut avoir étudié le dé en tant que « jeu de dé » avant de pouvoir l'utiliser comme outil de simulation, lors d'études en probabilité.

Le fait d'être bloqués à l'activité 2 et de relancer avec l'activité 3, puis de permettre aux élèves de chercher et de créer des liens entre les différentes situations problèmes proposées, me sembe important. Cette démarche heuristique aide l'élève à apprendre à chercher, à utiliser un brouillon. En classe, j'insiste beaucoup sur le fait que faire des mathématiques n'est pas forcément évident, mais peut être à notre portée si nous nous en donnons les moyens. Lire et relire un énoncé, ne nous débloque pas. Par contre, faire le lien avec des problèmes que l'on sait résoudre participe à la recherche d'une solution. Et même si l'élève n'y parvient pas, il aura été en activité mathématique au lieu d'attendre la solution.

Enfin pour conclure sur la notion de fréquence, les élèves l'ont intégrée comme « un quotient » permettant de comparer deux populations d'effectifs différents, et non comme une formule que l'on apprend et que l'on ressort le jour d'une évaluation. Là encore, les élèves ont eu l'occasion de donner du sens à une notion mathématique.

ANNEXE 1

	A	B	C	D	E	F	G	H	
élève 1	5 €	3 €	2 €	1 €	3 €	7 €	2 €	3 €	Elèves qui ont proposé des gains Sans logique apparente.
élève 2	2 €	4 €	6 €	8 €	5 €	3 €	8 €	10 €	
élève 3	5 €	2 €	23 €	15 €	17 €	21 €	15 €	17 €	
élève 4	4 €	7 €	9 €	10 €	1 €	3 €	5 €	1 €	
élève 5	0 €	0,5 €	0,75 €	1,5 €	8 €	7,55 €	1,55 €	7 €	
élève 6	2 €	8 €	21 €	0 €	3 €	5 €	2 €	3 €	
élève 7	25 €	3 €	2 €	3 €	15 €	10 €	6 €	4 €	
élève 8	150 €	70 €	50 €	30 €	20 €	50 €	30 €	20 €	
élève 9	600 €	7500 €	18000 €	600 €	10000 €	18000 €	600 €	10000 €	
élève 10	50 €	1 €	10 €	5 €	0 €	10 €	5 €	0 €	
élève 11	1 €	0,5 €	10 €	0 €	30 €	10 €	0 €	30 €	
élève 12	4 €	0,5 €	6 €	50 €	50 €	60 €	1 €	0 €	
élève 13	0 €	100 €	150 €	200 €	200 €	150 €	0 €	0 €	
élève 14	0 €	0 €	15 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	Elèves qui pensent qu'il y a équiprobabilité.
élève 15	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	10 €	0 €	0 €	
élève 16	0 €	0 €	10 €	0 €	0 €	0 €	0 €	0 €	
élève 17	10 €	0 €	10 €	50 €	50 €	10 €	0 €	10 €	Elèves qui ont réparti les gains de façon symétrique.
élève 18	100 €	0 €	0 €	50 €	50 €	0 €	0 €	100 €	
élève 19	100 €	5 €	6 €	10 €	10 €	6 €	5 €	100 €	
élève 20	30 €	2 €	1 €	5 €	5 €	1 €	2 €	30 €	
élève 21	30 €	10 €	2 €	1 €	1 €	2 €	10 €	30 €	
élève 22	20 €	4 €	2 €	1 €	1 €	2 €	4 €	20 €	
élève 23	100 €	5 €	2 €	0 €	0 €	2 €	5 €	100 €	

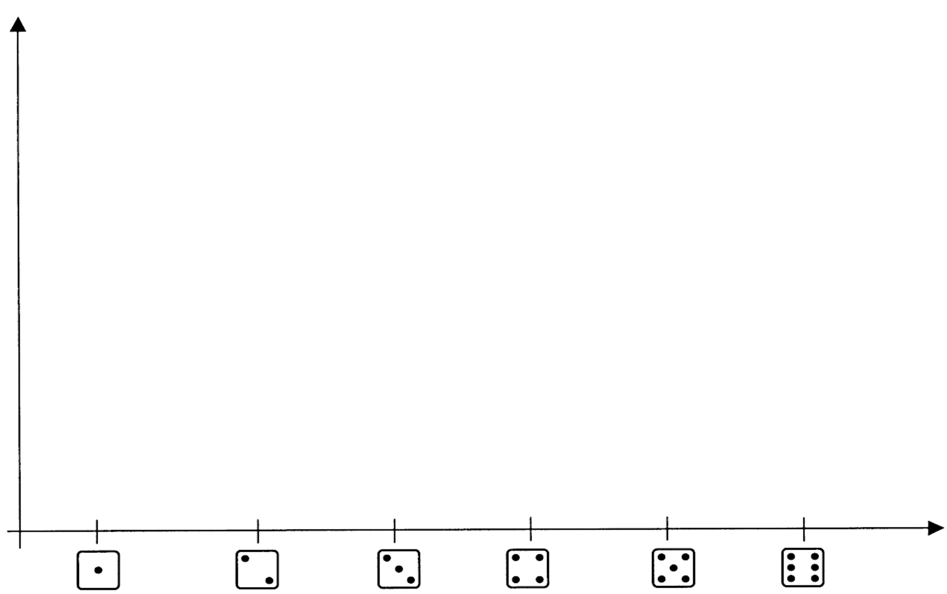
ANNEXE 2

« Tableaux - Lancers de dé «
Les documents suivants sont
des documents distribués aux élèves.

Une expérience consiste à lancer n fois un dé équilibré. Simule cinq fois cette expérience pour n = 10 et complète le tableau ci dessous.

		Expérience 1	Expérience 2	Expérience 3	Expérience 4	Expérience 5	Total
⚀	Effectif						
	Fréquence						
⚁	Effectif						
	Fréquence						
⚂	Effectif						
	Fréquence						
⚃	Effectif						
	Fréquence						
⚄	Effectif						
	Fréquence						
⚅	Effectif						
	Fréquence						

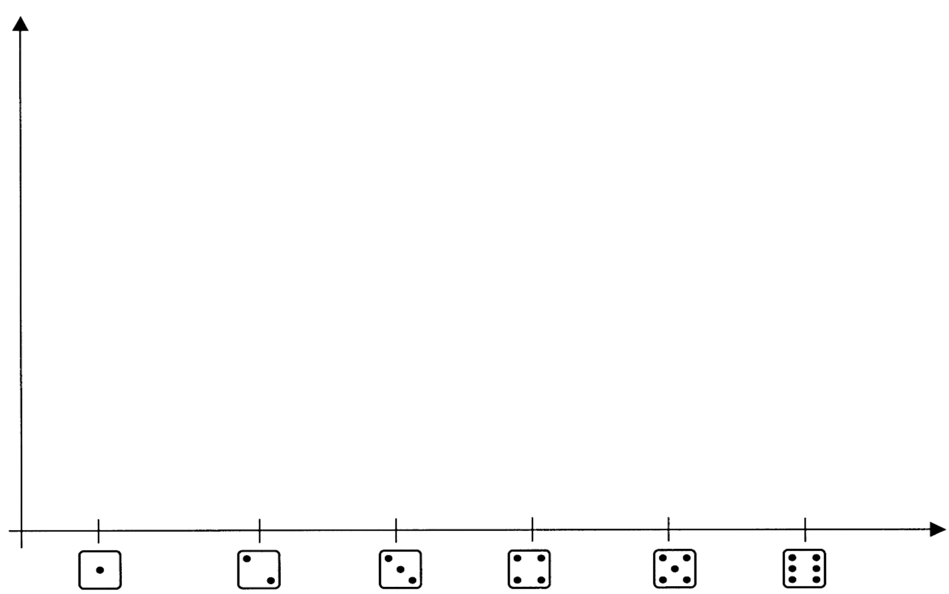
Sur le même graphique, trace la distribution des fréquences des cinq expériences précédentes. On aura en abscisses la face du dé observée et en ordonnées la fréquence associée. (Tu prendras 5 mm pour une fréquence de 0,05.)



Une expérience consiste à lancer n fois un dé équilibré. Cette fois, si vous prenez les résultats précédents vous aurez 50 lancers par élève, soit n = 50. Complète le tableau ci-dessous, à l'aide de tes résultats et ceux des élèves de ton groupe.

		Elève 1	Elève 2	Elève 3	Elève 4	Elève 5	Total
⚀	Effectif						
	Fréquence						
⚁	Effectif						
	Fréquence						
⚂	Effectif						
	Fréquence						
⚃	Effectif						
	Fréquence						
⚄	Effectif						
	Fréquence						
⚅	Effectif						
	Fréquence						

Sur le même graphique, trace la distribution des fréquences des cinq expériences précédentes. On aura en abscisses la face du dé observée et en ordonnées la fréquence associée. (Tu prendras 5 mm pour une fréquence de 0,05.)



Une expérience consiste à lancer n fois un dé équilibré. Cette fois, si vous prenez les résultats précédents vous aurez 200 ou 250 lancers par groupe, soit n = 200 ou n = 250. Complète le tableau ci-dessous, à l'aide des résultats de ton groupe et ceux des autres groupes.

		Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5	Total
⚀	Effectif						
	Fréquence						
⚁	Effectif						
	Fréquence						
⚂	Effectif						
	Fréquence						
⚃	Effectif						
	Fréquence						
⚄	Effectif						
	Fréquence						
⚅	Effectif						
	Fréquence						

Sur le même graphique, trace la distribution des fréquences des cinq expériences précédentes. On aura en abscisses la face du dé observée et en ordonnées la fréquence associée. (Tu prendras 5 mm pour une fréquence de 0,05.)