CONNAITRE LE NOMBRE ETUDE EXPERIMENTALE

Afaf MANSOUR
Faculté de Pédagogie
Liban

Résumé : Ce travail constitue une étude expérimentale qui a pour objet la découverte des difficultés qui empêchent l'élève de progresser au niveau de l'acquisition de la notion de nombre naturel et l'utilisation des nombres pour comparer et construire des collections équipotentes et par la suite aborder les notions « autant que », « plus que » et «moins que».

La démarche suivie consiste à préparer des séquences d'activités mathématiques (niveau EB2, qui est la 2ème année du premier cycle de l'enseignement primaire au Liban), les faire travailler par les élèves, relever les réponses erronées, les justifier (interviews avec les élèves), les analyser et les interpréter.

Plusieurs situations ont été abordées, et différents emplois des notions ont été travaillés par les élèves. Des remarques et conclusions ont été mentionnées, que ce soit au niveau de la comptine numérique qui est connue d'une façon mécanique, ou au niveau de la grandeur du domaine numérique (l'élève est incapable d'appliquer ses connaissances lorsque le nombre des objets augmente), ou encore au fait que le nombre dépend de la forme et de la qualité de l'objet considéré, et aussi au niveau de la mauvaise connaissance de « précédent » et de « suivant »...

Ainsi les propriétés importantes de la structure des nombres ne sont pas bien assimilées, et ce qui paraît évident pour l'enseignant ne l'est pas pour l'élève.

Introduction

La notion de nombre est l'une des notions fondamentales en mathématiques. Il est utile de se rappeler que le nombre peut posséder différents sens qui sont parfois abordés de façon plus ou moins implicites, telle la désignation d'un numéro ou sa valeur ordinale, alors que très souvent la référence au cardinal (ou à la quantité) est étudiée en classe.

Dans la vie courante et à plus forte raison en mathématiques, on ne saurait se passer des nombres et l'une des plus grandes tâches de l'école élémentaire est d'amener les enfants à élaborer le concept du nombre entier pour pouvoir utiliser toutes les propriétés s'y rapportant par la suite. Cette notion ne se construit pas d'emblée chez le jeune enfant, ni au cours d'une suite d'activités d'un même type, elle s'élabore par approches successives, approches d'autant plus facilitées que l'élève sera confronté à des situations qui l'amèneront à chercher des procédés susceptibles de résoudre les problèmes posés.

Sur le plan pédagogique, «Connaître le nombre» constitue l'un des objectifs les plus importants du cycle préparatoire et du cycle élémentaire, où l'on indique trois aspects de l'étude du nombre, à savoir : dégager la notion de nombre, présenter la numération décimale écrite et parlée et comparer les nombres.

But de l'étude

L'objet de cette recherche est double : d'une part, étudier l'acquisition du concept de «Nombre naturel» par les élèves de la classe de EB2 [1] (qui est la 2ème année du premier cycle de l'enseignement primaire au Liban), et voir comment ceux-ci s'y prennent dans un domaine numérique familier pour : comparer deux collections données, construire deux collections équipotentes et passer de deux collections équipotentes à deux autres non équipotentes et réciproquement, et ceci pour aborder les notions «Autant que», «Plus que» et «Moins que». D'autre part, élaborer des situations didactiques permettant de faire progresser l'apprentissage de ce concept.

Justification du choix

Après une période d'observation et d'expérimentation dans les classes du 1er cycle de l'enseignement primaire, pendant laquelle j'ai assisté et participé à l'enseignement de la notion de nombre, que ce soit au niveau de la comptine et différents aspects du nombre (aspects cardinal et ordinal), de la comparaison, de l'utilisation des relations «Inférieur à», «Supérieur à », et «Egal» et les signes correspondants à ces relations, de l'ordre sur les nombres, et, vu les difficultés éprouvées par les élèves relativement aux notions citées ci-dessus, j'ai décidé d'entamer cette recherche, pour voir quelles sont les causes de ces difficultés qui empêchent l'élève de progresser au niveau de l'étude et de l'acquisition de la notion de «nombre».

Limites de l'étude

Il m'est apparu indispensable de limiter l'étude à la 2ème année du premier cycle de l'enseignement primaire (EB2), où l'élève (qui a atteint l'âge de 8 ans) commence à comparer des collections, ayant maîtrisé la comptine de petits nombres dans les classes antérieures.

Notons ici que l'enfant à cet âge accomplit des progrès remarquables dans l'organisation des observations, car avant cet âge l'enfant effectue des «expériences mentales» précise Piaget dans *Le jugement et le raisonnement chez l'enfant*. De plus, ce n'est que vers huit ans que les élèves ébauchent les premiers raisonnements satisfaisants sur le plan de la logique.

Dans ce contexte des situations faisant intervenir différents aspects (aspects cardinal et ordinal) du nombre ont été construites, les com-

[1] EB2 signifie Education de Base (2ème année du 1er cycle de l'enseignement primaire)

portements des enfants dans ces situations ont été observés et analysés et la genèse et l'évolution des procédures mises en œuvre ont été étudiées.

Aperçu théorique

Différentes disciplines ont étudié la construction du nombre chez l'enfant. Différents modèles ont été alors construits qui permettent de produire, dans des champs scientifiques spécifiques, de nouveaux savoirs quant aux premiers apprentissages numériques. Éric Roditi dans un article *L'éducation face aux théories de la construction du nombre chez l'enfant* précise que la multiplicité des modèles est nécessaire à l'avancée des connaissances, elle témoigne d'approches complémentaires, mais aussi de désaccords, ou au moins de « non-accords » entre les approches. Or c'est aux travaux scientifiques fondés sur ces modèles que se réfèrent les propositions, voire les prescriptions, régulièrement renouvelées, pour l'enseignement du nombre à l'école.

Dans les anciens temps, qui remontent à Pythagore, les nombres naturels étaient considérés comme «des entités d'inspiration divine». Dans cette perspective, l'enfant aura en lui les concepts de nombre cardinal et ordinal et l'apprentissage mathématique se limitera à lui donner les instruments permettant de les rendre opératoire.

La thèse platoniste est l'inverse de la précédente. Elle considère l'enfant comme une «cire vierge» à qui il faut tout inculquer. L'apprentissage se réduit, dans ce cas à une transmission des savoirs du maître à l'élève.

Plus tard en 1970, la réforme des programmes propose une nouvelle conception du nombre : celle de «cardinal d'ensemble fini». Elle est influencée par les théories de Jean Piaget (1896-1980), et de son élève A. Szeminska, issues de *La genèse du nombre chez l'enfant.* qui précisent que le concept de nombre chez l'enfant, ne prend naissance qu'au moment du «stade des opérations concrètes», s'appuyant et dépassant des niveaux d'acquisitions antérieurs. L'épreuve clé de ce stade Piagétien est celle de la conservation du nombre (opération logico-mathématique), qui est réussie par l'enfant autour de sept ou huit ans.

Il suffit alors de poser des questions du type : «Y a-t-il dans cette collection autant d'objets que dans une autre ? ». «Y en a-t-il plus ou moins ? ». Ainsi, Piaget concevait la genèse de la notion de nombre «comme un processus essentiellement endogène de coordination d'actions devenant progressivement réversibles ». Mais cette conception a été fortement bousculée ces dernières années, avec l'aide de l'évolution des possibilités techniques offertes aux chercheurs contemporains, qui peuvent aujourd'hui étudier plus précisément les capacités des enfants d'âge préverbal. Ces recherches ont pu montrer une certaine capacité numérique précoce.

L'évolution actuelle prend sa source dans les travaux de psychologues, des cognitivistes en particulier, et dans ceux des didacticiens des mathématiques. Leurs travaux tentent de dépasser les conceptions piagétiennes, en particulier le synchronisme entre les trois compétences : conservation numérique, inclusion et sériation des longueurs. De plus ils reprochent à Piaget de faire de la genèse du nombre un processus intérieur à l'enfant qui ne devait rien à l'environnement socioculturel et scolaire, et en particulier, de nier l'influence du langage de l'adulte.

Les différents travaux ont permis d'affirmer qu'il faut mettre en œuvre des activités numériques en permettant aux élèves d'utiliser leurs connaissances de la suite des nombres pour dénombrer, comparer et constituer des collections.

Méthode de travail

Pour répondre à mes objectifs, j'ai eu recours à une méthode expérimentale qui consiste à préparer des séquences d'activités, les faire travailler par les élèves, relever et faire justifier les réponses données en demandant aux élèves d'expliquer leur procédure, analyser et interpréter et donner des conclusions.

Les entretiens individuels sont susceptibles d'apporter des informations sur les premières acquisitions de la notion de nombre par l'enfant avant de passer en (EB2).

Chacune des séquences préparées comprend deux ou trois activités, et pour chacune de ces activités, j'ai suivi le même plan : 1) objectifs spécifiques des questions posées, 2) matériel utilisé, 3) organisation de la classe, 4) situation proposée, 5) exploitation des résultats, 6) un essai d'analyse, d'interprétation et conclusion.

Les questions préparées sont centrées sur la détermination du domaine numérique dans lequel l'enfant sait réciter la comptine et sur les fonctionnements divers de cette comptine numérique lorsque l'enfant doit résoudre des problèmes de dénombrement, et de comparaison de collections.

Le travail a été réalisé au début de l'année scolaire 2006-2007. La préparation des séquences a été faite en collaboration avec deux enseignants de la classe de EB2 dans une école privée où l'expérience a été réalisée. Le responsable de la matière dans le cycle a aidé à indiquer l'adéquation des questions au niveau des élèves. Le groupe d'élèves qui a répondu aux questions est formé de 15 enfants qui ont été prévenus à l'avance du travail à accomplir. Les entretiens individuels ont duré chacun entre 10 et 20 minutes. Ils ont été réalisés parfois en présence du titulaire.

Difficultés de réalisation du travail

Pour mettre en œuvre cette méthode, j'ai été confrontée à de nombreux problèmes de divers ordres, dont je citerai ceux qui paraissent les plus importants :

1) au niveau de la construction des activités : nécessité d'analyser les questions proposées aux enfants pour trouver les situations les plus convenables avec ce que je souhaite analyser
2) au niveau des entretiens individuels pour la justification des réponses données par les élèves : nécessité de programmer un déroulement de l'entretien qui me permette d'adapter à chaque cas particulier la situation retenue, tout en limitant au minimum les interventions de l'expérimentateur
3) au niveau de l'interprétation : nécessité de bien garder le contrôle de ce je faisais à ce niveau en fonction des objectifs que je m'étais fixée à savoir recueillir des informations indispensables.

Présentation du travail

La recherche envisagée comprend trois parties contenant chacune plusieurs situations.

PREMIERE PARTIE :
Domaine numérique connu par l'élève

La première partie, qui est destinée à nous donner une idée du domaine numérique connu par l'élève, se décompose en deux étapes :

Première étape : *les nombres de «un» à «trente».*

Durant la première séance, nous avons demandé aux enfants de nous réciter le début de la comptine des nombres aux environ de «trente» en leur posant les questions suivantes : – «Tu sais compter ? » – «jusqu'où ? » – «montre-moi».

Ces questions ont été posées pour rassurer les enfants et en même temps, nous donner une idée du domaine numérique qui leur est familier.

Douze enfants ont énuméré sans aucun problème les nombres de 1 à 30. Deux enfants refusent de commencer la comptine sans donner aucun argument. Un seul enfant déclare ne pas savoir compter. En lui demandant d'essayer, il compte jusqu'à 4, s'arrête un moment puis continue: 7, 8, et s'arrête à 14.

Toujours dans le même but, la première séance a été suivie d'une autre qui a consisté à faire des entretiens avec les élèves.

Interprétation : Nous avons remarqué par la suite que les enfants qui ont refusé de compter savent bien réciter la comptine numérique bien au delà de 30. De plus l'enfant qui a déclaré ne pas savoir compter n'a pas voulu compter à haute voix devant des personnes qu'il ne connaît pas. On s'est aperçu par la suite que cet enfant connait bien la comptine puisqu'il a trouvé 11 barres posées devant lui sur la table (activité suivante), par contre parmi ceux qui ont compté jusqu'à 30 sans erreur, certains ont trouvé un nombre incorrect d'objets placés devant eux sur la table.

La suite de cette première étape a consisté en ce qui suit :

Nous avons posé sur la table d'un côté 11 petites barres et de l'autre côté 13 petits carrés en carton, et nous avons posé les questions suivantes : « Combien y a-t-il de barres ? », « Combien y a-t-il de carrés ? »

Six enfants ont répondu correctement à ces questions. Trois parmi ceux qui ont su compter sans erreurs les nombres de 1 à 30, ont répondu : «il y a 9 barres et 12 carrés». Ces élèves ont répondu spontanément en voyant les objets placés sur la table.

Lorsque le titulaire leur a demandé de vérifier leurs réponses, l'un d'eux s'est mis à faire passer le doigt sur chacun des objets très lentement, il s'est alors rendu compte qu'il avait donné une réponse fausse, alors il a corrigé. Les deux autres ont de nouveau donné des réponses fausses. Lorsqu'on leur demande de vérifier, l'un d'eux recompte et trouve toujours 9 barres. Il finira par arranger spatialement les barres avant de les compter et sera étonné de s'être trompé auparavant, car il a trouvé alors 11 barres. L'élève qui avait déclaré ne pas savoir compter, a cette fois-ci trouvé 11barres, mais il a compté 12 carrés. Les autres enfants ont tous donné des réponses correctes, mais après plusieurs interventions de la part du titulaire.

Interprétation : ce que nous avons trouvé comme résultat relativement à cette étape qui n'est qu'introductive pour notre travail, n'est pas nouveau au niveau de l'acquisition de la notion de nombre.

Les enfants ne sont pas tous sûrs des réponses qu'ils donnent. Donc ce n'est pas parce que l'enfant sait énumérer correctement les nombres de 1 à 30, qu'il sait dire qu'il y a 13 carrés et 11 barres. Le nombre semble pour les enfants une propriété inhérente à l'objet, il fait partie de la qualité de l'objet compté.

Nous pouvons ici dire que l'activité de compter ne peut être ramenée à savoir faire se succéder des signes (désignations des nombres) dans un ordre donné en les associant correctement à des objets ; en rester là, escamote totalement l'aspect cardinal du nombre sans pour autant en renforcer l'aspect ordinal.

De plus, en voyant les enfants compter et pointer les objets du doigt, nous remarquons bien qu'il ne s'agit pas à ce niveau ni d'une mauvaise connaissance de la comptine dans le domaine considéré ni d'une non adéquation du geste à l'énumération, mais tout simplement qu'il y a trop de barres pour qu'en les pointant successivement on soit sûr de les avoir toutes pointées une fois et une seule.

Ici se trouve posée la très importante question de la coordination du mouvement des mains et de ceux de l'œil. Le rôle de l'œil est en effet très important car il doit être capable non seulement d'accompagner la main, mais aussi d'organiser le mouvement de cette dernière (d'une part, en anticipant sur lui, d'autre part, en récapitulant de façon rapide et synthétique les mouvements divers effectués par la main). Ceci pourrait expliquer la nécessité ressentie par l'enfant de distribuer les barres par petites quantités dans l'espace dès que leur nombre augmente.

On rejoint là le problème de l'organisation des divers outils corporels de l'enfant qui se projette dans le monde réel sur lequel il agit. Le comptage de l'enfant ne devient sûr et efficace que lorsque ce dernier a réussi à s'organiser d'une façon ou d'une autre avant ou pendant le comptage.

Alors ici se pose les questions quand et comment se déclenche chez l'enfant ce besoin d'organisation sans lequel il ne peut répondre avec succès et certitude à la question combien ? Quand et comment l'intégration subtile des divers outils corporels de l'enfant atteint-elle le niveau qui est la condition et l'ébauche d'une pensée déjà élaborée ? Peut-on faciliter cette intégration, et par quel genre d'activités ?

Deuxième étape :
dénombrement et codage

Elle comprend trois activités qui ont pour objectifs le dénombrement et le codage de collections comprenant 5 à 30 objets.

Activité 1 : C'est une activité simple qui pourra nous renseigner si l'élève est capable de dénombrer une collection d'objets représentés (le nombre est inférieur à 10). Des feuilles polycopiées renfermant un ensemble de dessins ont été distribuées aux enfants :

1er dessin : 7 carrés de même taille.

2ème dessin : 7 ronds de même taille.

3ème dessin : 9 barres de même taille.

Questions posées :

1) Trouve le nombre de carrés.

2) Trouve le nombre de ronds.

3) Trouve le nombre de barres.

Treize enfants sur 15 ont donné des réponses correctes à ces questions considérées très simples pour eux. Un seul n'a pas répondu, et un autre a trouvé 7 barres au lieu de 9. Ce dernier avait énuméré correctement les nombres de 1 à 30. Il a répondu oralement d'une façon correcte : il y a 9 barres. L'enfant qui n'a pas donné de réponse est le même qui avait déclaré ne pas savoir compter.

Activité 2 : Toujours dans le but de savoir comment les élèves arrivent à dénombrer une collection d'objets, nous avons distribué des feuilles polycopiées comportant cette fois-ci les dessins suivants :

1er dessin : 12 ronds.

2ème dessin : 7 carrés de tailles différentes dont 3 sont rouges (2 grands et un petit), et 4 de couleurs différentes (2 grands et 2 petits), 6 triangles tous rouges (3 grands et 3 petits).

3ème dessin : 12 petits ronds rouges, et 12 grands ronds verts, (les petits placés au-dessus des grands). [2]

Questions posées :

1) Quel est le nombre de ronds ?
(premier dessin)

2) a) Quel est le nombre de carrés ?
b) Quel est le nombre de figures rouges ?
c) Quel est le nombre total de figures ?
(2ème dessin)

3) a) Quel est le nombre de ronds rouges ?
b) Quel est le nombre de ronds verts ?
(3ème dessin).

L'analyse des réponses obtenues a montré que 10 enfants sur 15 ont répondu correctement aux questions relatives aux deux premiers dessins ; 5 élèves ont trouvé un nombre de ronds égal à 10, ou à 11 ou à 9. Ce sont des erreurs d'inattention, dues à la rapidité dans le travail.

Pour le 2ème dessin, 3 élèves ont trouvé 7 figures rouges au lieu de 9 ; 6 carrés au lieu de 7 ; 11 objets au lieu de 13. Un autre élève a trouvé 4 carrés, 3 triangles et 5 figures rouges (cet élève a compté seulement les grands carrés et les grands triangles), et enfin un élève a compté 12 figures au lieu de 13.

Interprétation : Les erreurs commises par les élèves sont dues à une illusion d'optique, puisque ces mêmes élèves avaient dénombré correctement les carrés et les ronds dans la première activité.

Pour le 3ème dessin, nous avons obtenu 13 réponses correctes. 2 élèves parmi ceux qui ont répondu correctement aux questions précédentes (activité 2), ont trouvé 12 ronds rouges et 14 ronds verts au lieu de 12. Ces deux élèves ont certainement décidé avant de compter les ronds verts qu'ils sont plus nombreux que les rouges.

A la fin de cette 2ème activité nous pouvons dire que les enfants ne trouvent pas de difficultés majeures pour dénombrer une collection d'objets renfermant un petit nombre car ils en ont une vision globale, bien que pour certains d'entre eux (une minorité dont les réponses données méritent d'être mentionnées), le nombre semble encore une propriété inhérente à l'objet, il dépend de la forme de l'objet compté et de sa représentation. A partir du moment où la configuration d'ensemble des objets comptés est modifiée, il n'est pas évident pour l'enfant que le nombre d'objets reste le même.

[1] Voir Annexe 1.

Nous pouvons aussi dire ici que la transition de la comptine numérique au dénombrement est difficile pour les élèves. Roger Bastien dans un article : *L'acquisition du nombre chez l'enfant* précise que la plupart des enfants, connaissent un «bout» de la comptine numérique. De plus la connaissance de cette comptine numérique est une «pratique culturelle dont l'enjeu dépasse la simple représentation des quantités». Du coup, la comptine est souvent enseignée pour elle-même, sans se soucier d'insérer cet apprentissage dans des contextes, qui permettent à l'enfant de prendre conscience de son intérêt pratique.

Activité 3 : Nous avons repris les mêmes questions dans un domaine numérique plus grand, mais inclus dans le domaine familier aux élèves testés (dessins: 18 barres, 16 ronds et 24 carrés.

Questions posées :

1) Quel est le nombre de barres ?
2) Quel est le nombre de carrés rouges ?
3) Quel est le nombre de ronds ?
4) Quel est le nombre total de carrés ?

L'analyse des réponses obtenues a montré que relativement à ce domaine numérique, les élèves ont commis beaucoup plus d'erreurs que lorsque le domaine numérique était petit. Nous pouvons alors dire que les élèves ont appris à réciter mécaniquement les nombres. Cinq élèves seulement ont répondu correctement aux questions posées. Les erreurs relevées sont variées, certains élèves ont trouvé 20 barres et 18 carrés, d'autres ont trouvé 14 ronds ou 15 ronds, 20 carrés....

Même ceux qui avaient donné des réponses correctes dans les autres activités n'ont pas ici répondu correctement.

Un élève nous a dit : «les figures sont nombreuses», un autre «entre grand, petit, rouge, vert. .je me suis perdu».

Interprétation : Il est important de noter ici, que si le domaine numérique présenté aux élèves devient grand, et la configuration des objets change, les erreurs augmentent. Donc l'acquisition du comptage dans un domaine numérique, n'est pas automatiquement transférée à un autre domaine plus grand, ce qui est le fait de toute acquisition en voie de formation.

Il est également important de noter que ce n'est pas parce que certaines propriétés du nombre semblent acquises dans un domaine numérique donné qu'elles vont automatiquement se transférer lorsqu'on changera de domaine numérique. On constate également, que, sur un même domaine numérique, l'enfant tantôt réussit, tantôt échoue selon la situation proposée, selon la présentation du problème.

DEUXIEME PARTIE :
Idée de rang

Dans cette partie, il s'agit d'étudier l'acquisition de l'idée de rang et des relations «...précède..» et «..suit..» dans l'ensemble des 30 premiers nombres, avant de passer à la comparaison et la constitution de deux collections équipotentes ou non équipotentes, objet de recherche de la 3ème partie de ce travail.

1ère question : Recopie les nombres suivants en les rangeant du plus petit au plus grand: 7, 4, 2, 9, 5, 8, 0, 3.

2ème question : Continue la liste suivante de 2 en 2 jusqu'à 20: 1, 3, 5, 7, 9, ...

3ème question : Continue la liste suivante: 15, 13, 11, ...

4ème question : Complète le tableau suivant :

Nombre qui vient juste avant		Nombre qui vient juste après
	7	
	13	
	17	
	21	
	24	
	28	

Résultats :	**Réponses correctes**	**Réponses fausses**	**Sans réponses**
1ère question	9	4	2
2ème question	8	7	0
3ème question	6	9	0
4ème question	5	8	2

Nous remarquons que les élèves trouvent des difficultés à continuer une liste de nombres écrits dans un ordre décroissant. Au cours des entretiens auprès des élèves donnant des réponses fausses, nous avons remarqué qu'il leur était très difficile de trouver les réponses sans aide.

Relativement à la 2ème question, pour compléter la liste 1, 3, 5, ... certains élèves ont donné les réponses suivantes :

«1, 3, 5,7, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 19, 20»,

«1, 3, 5, 7, 9, 11, 14, 16, 17, 19, 20»,

et «1, 3, 5, 7, 8, 10, 12, 13, 16, 17, 20».

Ces élèves ont continué la liste des nombres demandée d'une façon arbitraire jusqu'à 20. Nous avons posé oralement les mêmes questions à certains de ces élèves, ils ont commencé à compter, leurs réponses orales étaient différentes de celles présentées sur leurs feuilles. Ils ont compté les nombres de 1 à 30, mais pour donner une suite de nombres qui ne sont pas consécutifs, ils ont commis beaucoup d'erreurs.

Interprétation : Ce serait donc une erreur profonde de croire qu'un enfant qui récite parfaitement la comptine dans un domaine numérique donné domine l'aspect ordinal du nombre dans ce domaine alors que pour lui, cette comptine n'est pendant longtemps qu'une chanson globalement connue.

Un élève a compté ainsi : 7, 8, 9, 10, 11... il n'a pas compris qu'il fallait compter de 2 en 2. En lui donnant la remarque, il reprend sa comptine, mais de la façon suivante : 7, 9, 11, s'arrête un moment, et continue 14, 15, 17, 19, 20. A tout prix il voulait arriver à 20. Cet enfant ne domine pas suffisamment la suite des premiers nombres pour situer 12 et 13 dans cette suite.

De plus, les erreurs rencontrées dans la 4ème question sont variées. Des élèves ont trouvé correctement le nombre qui vient juste avant, mais par contre n'ont pas su trouver le nombre qui vient juste après. Chez certains autres élèves, les notions de précédent et de suivant fonctionnent parfois sans que la comptine soit parfaitement connue. Ces élèves ont donné des réponses fausses dans la question précédente.

Les chercheurs en didactique interprètent ceci en disant que ce n'est pas étonnant car les notions de «juste avant» et de «juste après» peuvent avoir été introduites avant la connaissance et l'étude des nombres, lors, peut-être d'activités sur des files (ensembles totalement ordonnés) non numériques.

Des enfants ont su qu'il faut trouver le nombre situé juste avant 13, mais pour le prononcer, il leur a fallu se réciter la comptine dans leur tête à partir de 1, ce faisant, ils comptent d'une manière fausse.

Même si les réponses sont immédiates pour le suivant, ce n'est pas le cas pour le précédent dès que le nombre dépasse 9. Au-delà, certains enfants doivent recompter les éléments. Ce qui confirme les résultats des recherches bien connues qui montrent que la suite des nombres s'arithmétise progressivement, par fragments successifs.

Il semble donc que la connaissance de la chaîne numérique verbale, soit un préalable indispensable pour la réalisation d'un comptage correct.

Diénés, dans «Les premiers pas en mathématique», relativement à l'établissement de la notion de succession précise : «L'une des conditions préalables à une compréhension efficace des nombres est l'association de l'ordre dans lequel les nombres se suivent avec les quantités qu'ils représentent en tant que propriétés des ensembles». Les enfants doivent comprendre que le *suivant* représente toujours *un de plus* et que celui qui représente un de plus est toujours le suivant. «Ajouter un» n'a pas encore été associé à l'idée de «suivant» de la série.

TROISIEME PARTIE : Comparaison de collections

Activité 1 : Objectif : savoir reconnaître si deux collections d'objets sont équipotentes.

Nous avons mis entre les mains des enfants des boîtes qui contiennent des ronds rouges et d'autres des ronds bleus (ronds en carton), et nous leur avons demandé de vérifier s'il y a autant de ronds rouges que de bleus. Le nombre de ronds varie entre 10 et 25 et les collections de ronds présentées ne sont pas égales pour tous les élèves.

En surveillant le travail effectué, nous avons remarqué que ces élèves travaillent par correspondance. Un seul élève s'est mis à compter le nombre de ronds rouges et celui des bleus, il répond tout de suite : il y a le même nombre (qui est la réponse correcte).

Douze élèves ont répondu correctement, deux seulement se sont trompés en comptant. Ils ont repris par déplacement des ronds et ils ont trouvé des réponses correctes. L'un de ces deux élèves a déclaré: «j'ai cru que je dois avoir le même nombre».

Ensuite nous avons mis sur le bureau des boîtes qui contiennent des ronds rouges et bleus, et nous avons demandé aux enfants de se «débrouiller pour qu'il y ait autant de ronds de chaque couleur. Alors là, nous avons remarqué qu'il était plus évident d'ajouter des ronds à la collection qui en compte le moins plutôt que d'enlever des ronds à la collection qui en compte le plus.

Activité 2 : Objectif : savoir reconnaître si deux collections représentées sont équipotentes. Pour atteindre cet objectif, nous avons distribué une feuille polycopiée sur laquelle figurent les dessins suivants :

1er dessin : 14 carrés et 16 ronds.

2ème dessin : 18 triangles et 18 ronds.

3ème dessin : 22 barres et 14 triangles.

4ème dessin : des ensembles renfermant des objets différents: 5 fleurs, 10 carrés, 10 ronds, 9 triangles, 5 barres et 5 rectangles. [Voir Annexe 2]

Questions posées :

1) Il y a autant de carrés que de ronds :

Oui Non (1er dessin)

2) Il y a autant de triangles que de ronds :

Oui Non (2ème dessin)

3) Il y a autant de barres que de triangles :

Oui Non (3ème dessin)

(l'élève doit entourer la bonne réponse)

4) Relie les ensembles qui ont autant d'éléments (4ème dessin)

Interprétation : Nous remarquons encore une fois que les élèves s'appuient sur leur perception pour comparer deux collections renfermant le même nombre d'objets, ou bien un nombre différent. L'un des élèves parmi ceux qui ont donné des réponses fausses relatives à la première question a été convaincu que le nombre de carrés est le même que celui de ronds. En lui demandant de vérifier sa réponse, il a de nouveau répété : « oui il y en a autant ». Un seul élève a donné une réponse fausse relativement à la deuxième question, on n'a pas d'interprétation de la réponse.

Relativement à la 3ème question, c'est une illusion d'optique, ils voient que l'espace occupé par les barres est le même que celui occupé par les triangles. Ces élèves ne trouvent aucune contradiction entre ce qu'ils voient et ce qu'ils comptent, ce qui est typique du stade préopératoire où la pensée oscille entre une vérité empirique («est vrai ce que je compte» mais aussi «est vrai ce que je vois») et une vérité notionnelle («est vrai ce que je conclus»). Nous remarquons de plus que les élèves ont commis beaucoup d'erreurs dans la 4ème question. Ceci est peut-être dû à ce que l'élève a plusieurs tâches à accomplir.

Activité 3 : Objectifs :

1) Constituer une collection d'objets équipotente à une collection donnée.

2) Comparer deux collections d'objets et utiliser les locutions «Plus que» et «Moins que».

Résultats :	**Réponses correctes**	**Réponses fausses**	**Sans réponses**
1ère question	10	3	2
2ème question	14	1	0
3ème question	9	4	2
4ème question	7	4	4

3) Constituer une collection comportant plus ou moins d'objets qu'une collection donnée.

1ère question : Dessine autant de carrés qu'il y a de ronds. (Dessin : 10 carrés).

2ème question : Dessine plus de carrés qu'il a de barres. (Dessin : 15 barres)

3ème question : Colorie moins de cases qu'il y a de ronds. (Dessin : quadrillage formé de 16 carreaux, entouré de 12 ronds)

4ème question : 1) Compare les deux collections données.
2) Complète : il y a..de ronds que de carrés. (Dessin : 16 carrés et 18ronds)

5ème question : 1) Compare les deux collections données
2) Complète : il y a .de ronds que de carrés. (Dessin : 12 ronds et12 carrés)

6ème question : Trouve la collection où il y a le plus de ronds et entoure-la en rouge. (Dessin : 14 grands ronds rouges et 16 ronds verts, et 10 ronds bleus). [Voir Annexe 3]

Les résultats sont groupés dans le tableau ci-dessous. En examinant ce tableau, nous remarquons que les questions 2 et 6 ont reçu le plus grand nombre de réponses fausses.

A la suite de cette dernière activité, et pour savoir comment les élèves ont procédé pour répondre, nous avons mené des interviews avec les élèves qui ont donné des réponses fausses. Les 2 réponses fausses relatives à la 1ère question sont des erreurs d'inattention, puisque en posant oralement la même question à ces élèves, ils ont tout de suite corrigé leurs réponses.

Les réponses relatives à la 2ème question sont intéressantes : un élève a dessiné 10 carrés, 2 autres en ont dessiné 11 carrés, 3 élèves ont dessiné 9 carrés. Alors, devant ces élèves, sur une table, nous avons posé 13 allumettes et 12 carrés, bien séparés et nous avons posé la question suivante : «Montre de quel côté il y a plus d'objets ».

Tout de suite l'un des élèves (celui qui avait dessiné 10 carrés sur sa feuille) a répondu : « il y a plus de ce côté », en montrant le côté où se trouvent les carrés. A la question : «Comment le sais-tu ? », il répond : « Mais ils sont plus ces carrés », en indiquant avec son doigt les deux collections sur la table. En lui demandant de vérifier, il commence à compter, il se rend compte qu'il a donné une réponse fausse, alors il corrige. Les autres élèves aussi trouvent que les carrés sont plus nombreux, avant de commencer la vérification. Pour la 4ème et la 5ème question, ce sont les mêmes élèves qui ont donné les réponses fausses. Ils ont trouvé moins de ronds (4ème question) et plus de carrés (5ème question).

Résultats :	**Réponses correctes**	**Réponses fausses**	**Sans réponses**
Question 1	12	2	1
Question 2	7	6	2
Question 3	12	1	2
Question 4	11	3	1
Question 5	11	3	1
Question 6	6	5	4

Nous avons posé sur la table devant ces enfants, 18 barres et 12 ronds et nous leur avons demandé de comparer ces deux collections. Ils ont trouvé qu'il y a plus de ronds que de barres. Après leur avoir demandé de vérifier, ils ont pris beaucoup de temps pour arriver à dénombrer correctement les deux collections présentées. Nous pouvons dire que ces élèves ont pris conscience de la nécessité de trouver un moyen objectif de savoir ce qui se passe (ce que nous appellerons une preuve) avant de répondre à la question posée.

La 6ème question a perturbé les élèves. Les mêmes erreurs se sont répétées.

Conclusions et suggestions

Cette étude nous amène à attirer l'attention sur les points suivants :

La comptine numérique est connue globalement et d'une façon mécanique, sans compréhension et distinction entre «nombre» et «objet compté». L'enfant ne peut pas utiliser ses connaissances apprises relativement aux nombres dans des situations de dénombrement et de comparaison de collections d'objets.

Les élèves ne mobilisent pas toujours de manière pertinente les connaissances qu'ils peuvent par ailleurs utiliser de manière satisfaisante dans certains contextes, ceci leur masque des propriétés importantes de la structure des nombres dont la connaissance aiderait souvent à ajuster ce qui est demandé aux problèmes ou situations proposés. De plus certains récitent le début de la comptine aux environs de 30, et même au-delà de 30, mais ne maîtrisent pas ce comptage pour comparer ou égaliser deux collections données.

Les élèves réussissent parfois à ajouter ou enlever un élément pour comparer deux collections d'objets, mais font des erreurs pour déterminer le *précédent* ou le *suivant* d'un nombre donné. Certains peuvent déterminer facilement le nombre qui *vient juste avant* ou celui qui *vient juste après* sans toutefois maîtriser la comptine des nombres.

Dans un domaine numérique, l'enfant tantôt échoue, tantôt réussit, selon le problème qui lui est posé et ceci suivant la grandeur du domaine considéré. Lorsque le nombre des objets augmente, des difficultés surgissent pour comparer ou dénombrer les collections présentées. Ils ne sont pas sûrs de leurs connaissances dans un domaine numérique grand (qui contient plus de 10 objets).

Pour certains, le nombre dépend de la forme et de la qualité de l'objet considéré. Si la forme change, des erreurs de comparaison et de dénombrement apparaissent. L'élève compare des collections d'après sa perception. Il réussit parfois à comparer des collections qui contiennent 10 objets et moins, et n'arrivent pas à comparer des collections qui contiennent 15 objets et plus.

En conclusion de cette étude, je peux dire qu'il y a sans doute des connaissances qui paraissent évidentes pour le maître, mais pas pour les élèves, d'où la nécessité de bien étudier et revoir avec les élèves les procédés utilisés pour arriver à cerner les causes des erreurs commises et pouvoir par la suite proposer des remédiations dans le but d'une bonne acquisition des connaissances transmises.

Il est alors utile et nécessaire d'initier les élèves à des manipulations qui consistent en des correspondances, groupement ou autres moyens jugés adéquats au niveau de l'élève.

Il faudra de plus introduire un langage qui permettra de décrire les manipulations et de faire des prévisions.

C'est à travers des collections variées par leur nombre, et par les possibilités de manipulations qu'elles offrent, que les élèves vont prolonger le domaine d'utilisation de *autant que, plus que*. Il faudra, alors, élargir par différentes activités ce domaine.

Finalement, la construction de la notion de nombre doit se faire progressivement en utilisant les compétences des élèves, puis en les plaçant dans des situations qui vont mettre en échec cette compétence, les obligeant à l'améliorer.

BIBLIOGRAPHIE

Barrouillet, P., & Camos, V. (2002). *Savoir, savoir-faire arithmétiques, et leurs Déficiences,* Ministère de la recherche, Ecole et sciences cognitives. p.9.

Bastien, R., (2003). *l'acquisition du nombre chez l'enfant*, Revues pédagogiques de la mission laïque française, Activités mathématiques et scientifiques nº 50.

Bessot, A., & Comiti, C. (1978). *Une étude sur l'approche du nombre par l'élève du Cours Préparatoire*, Educational Studies in Mathematics, 9, pp: 17-39.

Brissiaud, R. (1989), *Comment les enfants apprennent calculer*, Paris : Retz.

Brousseau, G. (1995). *Les mathématiques à l'école,* in Bulletin APMEP, n°400.

Comiti, C. (1980). *Les premières acquisitions de la notion de nombre par l'enfant,* In Educational Studies in Mathematics, 11, pp: 301 –318.

Diénès, Z.P., & Golding, E.W., *Les premiers pas en mathématique,* 4ème Ed., O.C.D.L., Paris 5ème, p: 47.

Fayol M., Camos V., & Roussel J-L. (2000). *Acquisition et mise en œuvre de la numération par les enfants de 2 à 9 ans*. Laboratoire de Psychologie Sociale et Cognitive.

Eiller, R. (1984). *Math et Calcul,* Coll., Eiller, Classiques Hachette, Paris, 256p.

Leif, J., & Delay, J., *Psychologie et Education, Raisonnement et Logique,* Ed., Fernand Nathan, (1992).

Piaget, J., & Szeminska. (1967). *La genèse du nombre chez l'enfant,* Delachaux et Niestlé, 4ème Edition.

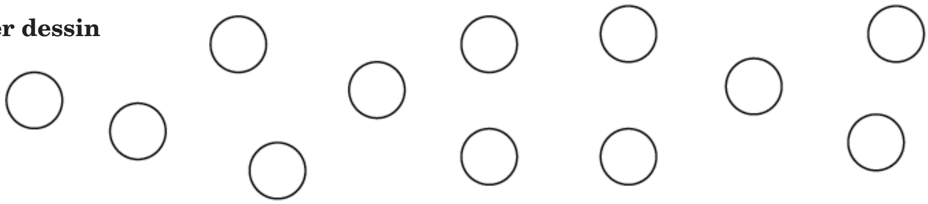
Roditi, E. (2003). *l'éducation face aux théories de la construction du nombre chez l'enfant,* IUFM Nord, Equipe Didirem de l'Université de Paris 7.

Vergnaud, G. (1990. *L'enfant et le nombre,* Préface in M. Fayol, Ed, Paris, Delachaux et Niestlé, pp: 9-12.

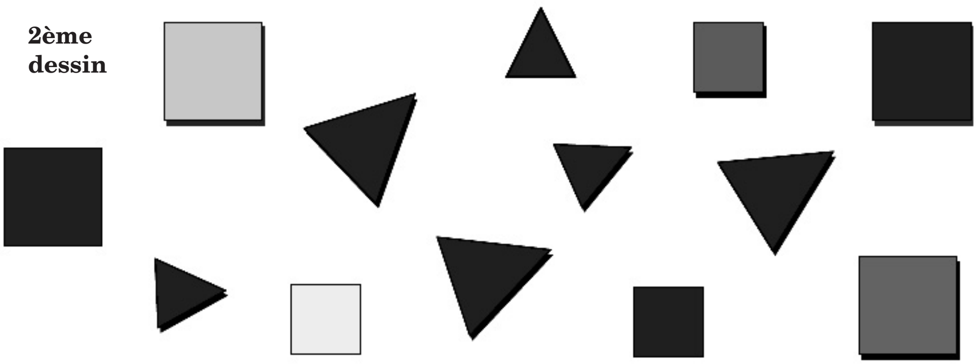
ANNEXE 1

Activité 1

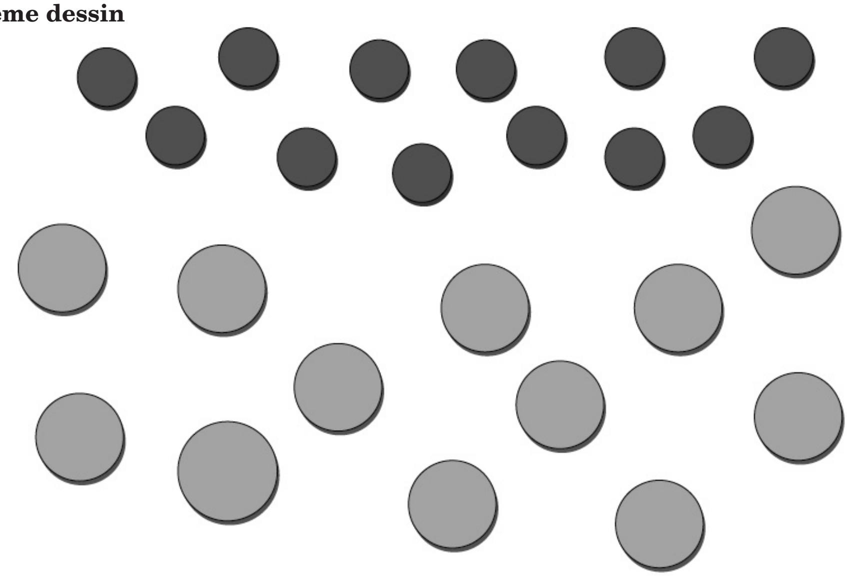
1er dessin



2ème dessin



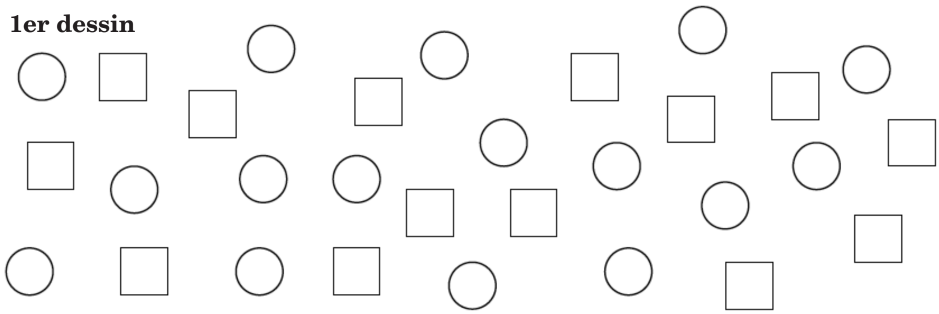
3ème dessin



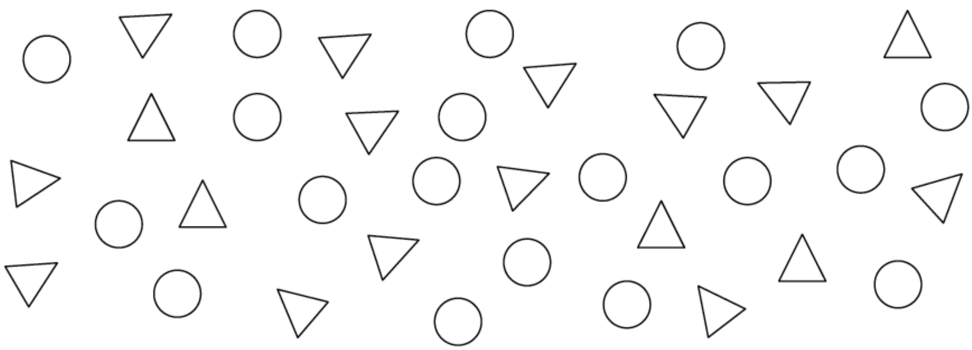
ANNEXE 2

Activité 2

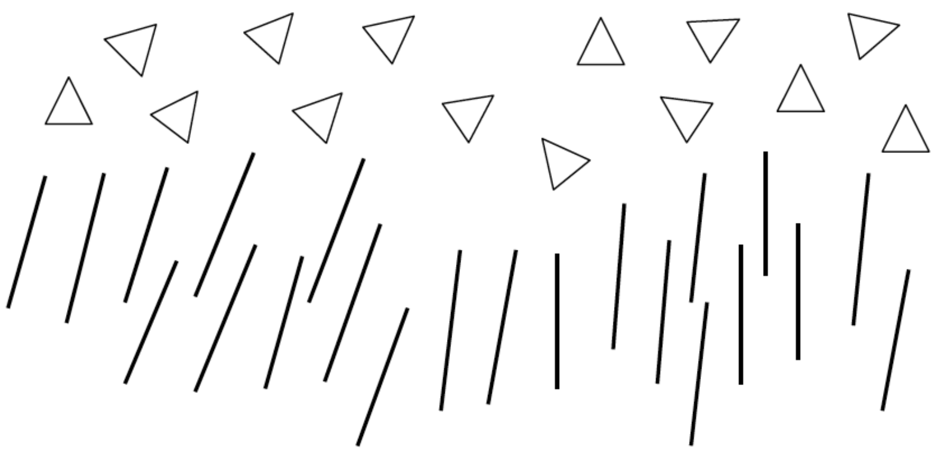
1er dessin



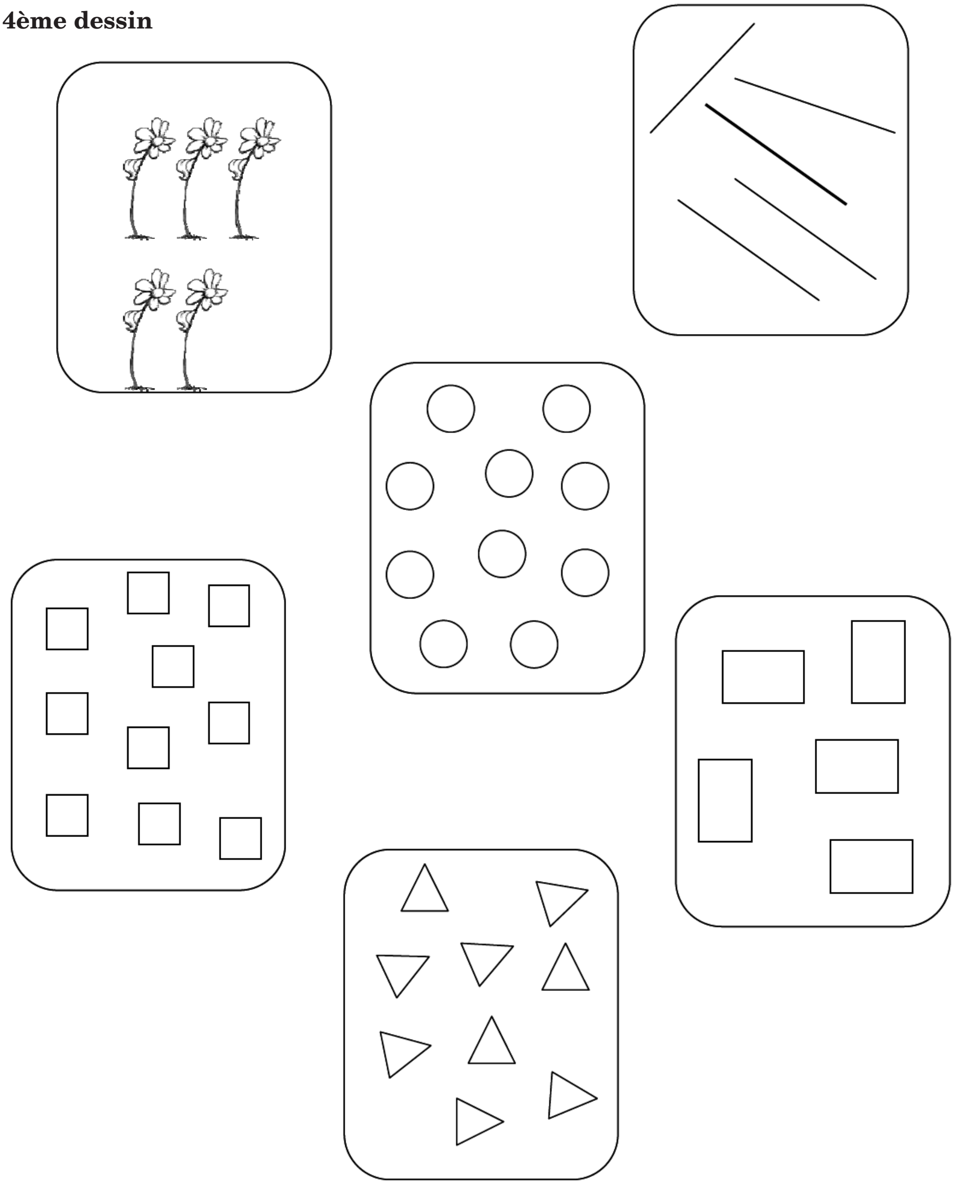
2ème dessin



3ème dessin



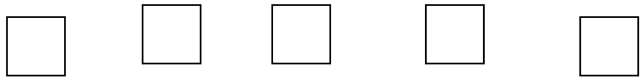
4ème dessin



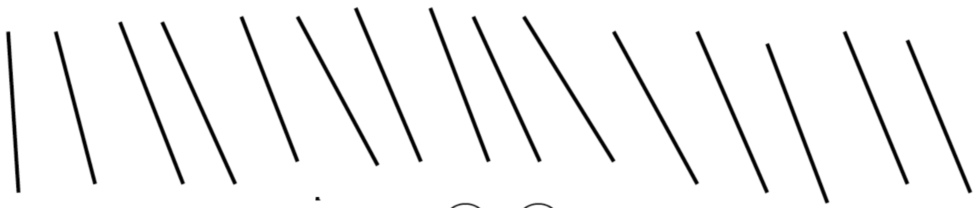
ANNEXE 3

Activité 3

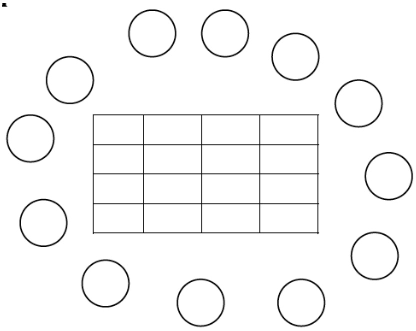
1ère question



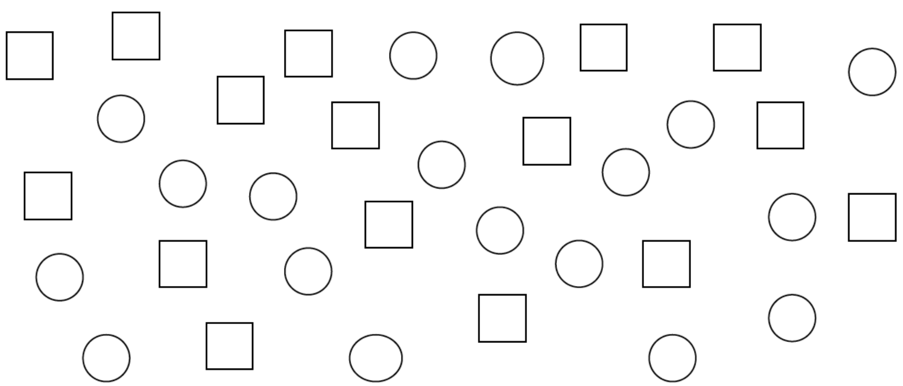
2ème question



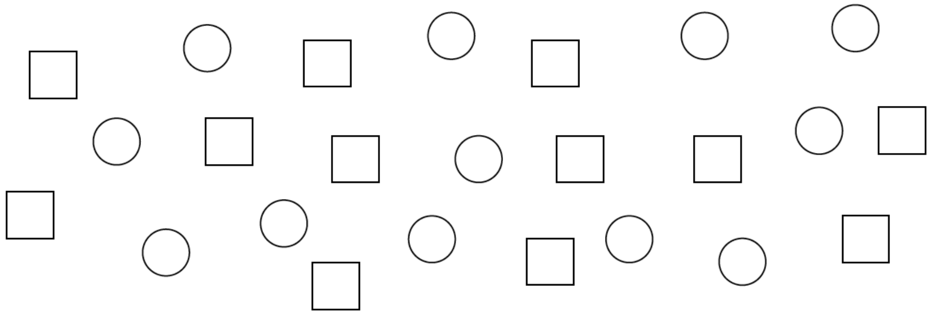
3ème question



4ème question



5ème question



6ème question