LA TRANSITION SECONDAIRE-UNIVERSITE : UNE EXPERIENCE EN BELGIQUE

Stéphanie BRIDOUX [1]
Assistante pédagogique,
UMONS (Belgique)
Membre du LDAR
(Université Paris Diderot)

Résumé : Depuis plus de 10 ans, le Département de Mathématique de l'Université de Mons (Belgique) propose un dispositif visant à mieux accueillir les étudiants qui démarrent des études universitaires. Après avoir expliqué pourquoi et comment ce dispositif a vu le jour, nous décrirons les différentes activités qui le composent et qui sont aujourd'hui complètement intégrées au programme de cours de nos étudiants. Nous nous livrerons ensuite à une analyse critique montrant les points forts du dispositif en question et ses potentialités en termes de résultats observés chez nos étudiants mais également les difficultés rencontrées.

Introduction

En Belgique, les études universitaires sont reconnues comme la filière la plus difficile pour les élèves qui ont terminé l'enseignement secondaire. Sans connaître de manière approfondie le système éducatif français, le profil des étudiants qui démarrent des études scientifiques dans les universités belges a selon nous des caractéristiques communes avec celui des étudiants qui entrent en classes préparatoires en France. Ce sont en général des étudiants motivés et intéressés par les mathématiques puisqu'ils font le choix d'entreprendre ce type d'études. La majorité d'entre eux provient également d'une filière équivalente à la filière S en France. Toutefois, nos étudiants n'échappent pas aux difficultés liées à la transition secondaire-supérieur qui sont décrites dans de nombreux travaux (par exemple Gueudet, 2005 ou le Groupe de Liaison Lycée-Université de l'Irem de Montpellier, 2011).

Sur la base d'un décret gouvernemental paru en 1999, les universités belges ont été amenées à organiser des activités pour les étu-

1 Université de Mons (UMONS), Département de Mathématique. Avenue du Champ de Mars 6 – 7000 Mons, Belgique
email: stephanie.bridoux@umons.ac.be

diants de L1 pour les aider dans ce passage souvent difficile du lycée vers le supérieur. Certaines universités belges francophones ont ainsi créé des postes occupés par des « assistants pédagogiques ». Leur principale mission consiste à encadrer les étudiants tout au long de la première année d'université, par exemple en intervenant dans des travaux dirigés ou en organisant des activités externes aux cours comme des séances de remédiation… Ils peuvent également conseiller les étudiants sur leur méthode de travail. Les tâches confiées à ces assistants pédagogiques relèvent de chaque université, voire de chaque faculté au sein d'une même institution.

Dans ce texte, nous décrivons le programme d'encadrement mis en place par la Faculté des Sciences de l'Université de Mons pour aider les étudiants des filières mathématique, physique et informatique dans les cours de mathématiques. Notre choix s'est porté sur ce public car en première année, les étudiants de ces filières sont regroupés pour suivre les cours de mathématiques que sont l'analyse, l'algèbre linéaire et un cours de mathématiques générales. La taille du groupe évolue peu puisque celle-ci oscille chaque année entre 100 et 120 étudiants, ce qui offre des possibilités de comparaison dans le temps. De plus, le groupe peut être considéré comme homogène puisqu'environ 90% de ces étudiants proviennent d'une filière « mathématique forte » de l'enseignement secondaire (cela correspond à 6 heures de mathématiques hebdomadaires). Ces étudiants sont donc a priori armés pour aborder les cours d'une première année universitaire dont les contenus mathématiques s'appuient essentiellement sur les notions mathématiques enseignées au lycée dans la filière spécialisée. Dès lors, trois questions presque évidentes se posent. Quelles difficultés ces étudiants qui possèdent a priori le bagage requis pour entrer dans l'enseignement supérieur rencontrent-ils et par conséquent pourquoi doivent-ils être encadrés dans les cours de mathématiques? En quoi consiste cet encadrement qui leur est proposé? Enfin, dans quelle mesure s'avère-t-il efficace ? Après avoir décrit plus précisément le contexte institutionnel dans lequel le dispositif est mis en place, nous présentons les actions développées pour les trois filières citées précédemment[2]. Nous terminons par une analyse critique concernant l'efficacité de l'encadrement proposé aux étudiants tout en apportant des éléments de réponse aux questions posées plus haut.

1. — Contexte institutionnel

1.1 *Profil attendu d'un étudiant de L1*

Au moment de la réforme LMD, de nombreuses discussions ont été menées au sein de notre Département de Mathématiques, d'une part pour déterminer les contenus à enseigner dans chaque année d'études, et plus particulièrement en première année, et d'autre part pour réfléchir à des aptitudes plus spécifiques de l'activité mathématique que tout étudiant devrait avoir acquises à la fin d'une première année universitaire. Cet angle d'attaque se donnait également comme objectif de mieux appréhender les ruptures entre le lycée et l'université et de pouvoir ainsi remédier à certaines difficultés auxquelles les étudiants sont confrontés en entrant à l'université. Ainsi, il nous a semblé primordial que tout étudiant parvienne à la fin de la première année de Licence

— à mettre en relation différentes notions qui peuvent intervenir simultanément dans

2 La Faculté des Sciences propose également des études en chimie et en biologie. La filière biologie organise ses cours conjointement avec la Faculté de Médecine de l'université, elle n'est pas concernée par les actions décrites dans le texte. Par contre, un programme tout à fait similaire à celui décrit ici est organisé pour les chimistes.

une démonstration ou dans la résolution d'exercices ;

— à donner du sens aux notions tout en maîtrisant des aspects plus calculatoires et techniques. En d'autres termes, les notions doivent pouvoir être travaillées dans leur double dimension outil/objet (au sens de Douady, 1987) ;

— à rédiger un raisonnement avec la rigueur attendue, c'est-à-dire en citant les résultats utilisés, en expliquant la démarche choisie et en détaillant les calculs ;

— à travailler dans des registres d'écritures variés et à passer de l'un à l'autre comme par exemple, pouvoir réaliser un dessin pour aborder une question pour ensuite revenir à la langue naturelle ;

— à manipuler correctement le formalisme des définitions et propriétés rencontrées. Cette aptitude englobe notamment l'utilisation des connaissances en logique et en théorie des ensembles associées à l'utilisation du langage formel dans les raisonnements.

L'acquisition de ces démarches s'associe à une méthode de travail productive et au développement d'une certaine autonomie que requièrent les études universitaires. Nous pensons en effet que l'efficacité du travail personnel est un facteur qui influence considérablement la réalisation des apprentissages mathématiques attendus.

De plus, le développement de ces aptitudes doit selon nous prendre appui sur les connaissances et les aptitudes développées au lycée tout en adaptant le travail qui y a été amorcé aux exigences universitaires.

Concernant cette transition mathématique entre le lycée et l'université que nous venons d'évoquer, nous pensons que ces aptitudes prolongent le travail sur les compétences transversales qui doivent être développées dans les cours de mathématiques au lycée. En effet, les programmes de l'enseignement organisé en Communauté française de Belgique s'inscrivent dans une approche par compétences depuis plusieurs années. Comme l'expliquent Henry et Lambrecht (2012), un décret gouvernemental appelé « Décret Missions » préconise le développement d'objectifs communs à l'enseignement primaire et à l'enseignement secondaire. Ceux-ci sont donnés dans des référentiels de compétences. Ainsi des socles communs de compétences ont été définis pour le primaire et le premier degré de l'enseignement secondaire. Des compétences terminales et savoirs requis (1999) ont quant à eux été définis pour le deuxième et le troisième degrés de l'enseignement secondaire.

Dans les deux cas, deux types de compétences sont distingués dans les référentiels: les compétences disciplinaires et les compétences transversales. Concernant la fin du lycée, qui est le niveau d'enseignement qui nous intéresse principalement ici, quatre grandes compétences transversales sont listées dans la brochure associée. Elles sont ensuite déclinées en aptitudes plus spécifiques. Il nous a semblé important, pour la suite des propos tenus dans ce texte, de reprendre l'extrait de la brochure dans lequel ces compétences sont listées car il s'agit en quelque sorte de « la carte de visite » d'un élève terminant la fin du lycée lorsque celui-ci entre à l'université. Le document précise d'ailleurs que « l'éducation mathématique développe chez les élèves les compétences suivantes » (ibid., p.8) :

1. S'APPROPRIER UNE SITUATION

— Comprendre un message, en analyser la structure et repérer les idées centrales ;

— Rechercher des informations utiles et exprimées sous différentes formes.

2. TRAITER, ARGUMENTER, RAISONNER

— Traduire une information d'un langage dans un autre, par exemple passer du langage courant au langage graphique ou algébrique et réciproquement ;

— Observer à partir des acquis antérieurs et en fonction du but à atteindre ;

— Formuler une conjecture, dégager une méthode de travail ;

— Rassembler des arguments et les organiser en une chaîne déductive ;

— Choisir une procédure adéquate et la mener à son terme ;

— Utiliser certains résultats pour traiter des questions issues d'autres branches (sciences, sciences sociales, sciences économiques).

3. COMMUNIQUER

— Maitriser le vocabulaire, les symboles et les connecteurs « si…alors », « en effet », « par ailleurs », « ainsi » ;

— Rédiger une explication, une démonstration ;

— Présenter ses résultats dans une expression claire, concise, exempte d'ambiguïté ;

— Produire un dessin, un graphique ou un tableau qui éclaire ou résume une situation.

4. GÉNÉRALISER, STRUCTURER, SYNTHÉTISER

— Reconnaître une propriété commune à des situations différentes ;

— Etendre une règle, un énoncé ou une propriété à un domaine plus large ;

— Formuler des généralisations et en contrôler la validité ;

— Organiser des acquis dans une construction théorique.

Quelques remarques peuvent être formulées a priori concernant l'ensemble de ces démarches que l'enseignant doit faire acquérir à ses élèves. Tout d'abord, il semble tout à fait raisonnable de penser qu'un élève qui serait parvenu à développer l'ensemble de ces aptitudes à la fin du lycée est bien armé pour démarrer des études universitaires, y compris non scientifiques. De plus, ces compétences sont en parfaite adéquation avec les attentes décrites pour les étudiants de L1. Nous y retrouvons en effet l'idée de pouvoir travailler dans des langages variés (langages naturel, algébrique, graphique). Un accent est également mis sur la rédaction des raisonnements et sur l'utilisation du vocabulaire logique associé, comme l'explicite la compétence « Communiquer ». Ensuite, le développement de telles compétences offre, selon nous, la possibilité de proposer en classe un travail mathématique riche et varié, mettant tantôt l'accent sur des phases théoriques, sur les gammes ou encore sur la résolution de problèmes. La possibilité est donc offerte à l'enseignant de travailler tant sur le sens des notions que sur les aspects plus calculatoires et techniques (les gammes) ou au contraire sur des exercices complexes. Le référentiel confirme cet aspect de l'enseignement des mathématiques : « une formation mathématique réaliste et équilibrée met en avant tantôt l'utilitaire, tantôt les problèmes, tantôt la théorie » (ibid., p.8). La lecture des programmes montre par contre que l'enseignement de la logique et de la théorie des ensembles ne fait pas l'objet d'un chapitre explicite. Une interprétation possible des programmes peut être que ces connaissances doivent être explicitées par l'enseignant au fil de l'enseignement dès le début du lycée.

Concernant la question du travail personnel que les élèves doivent fournir au lycée, ni les programmes, ni les brochures n'y font allusion. Des recherches concernant les pratiques des enseignants ont montré que celles-ci sont complexes (Vandebrouck et al., 2008 par exemple), ce qui nous amène à admettre que la nature du travail demandé aux élèves en dehors de la classe est très variée. La manière d'évaluer les élèves est elle aussi probablement différente d'un enseignant à l'autre puisque nous n'avons pas, en Belgique, d'épreuve équivalente au baccalauréat. Chaque école est libre d'organiser l'évaluation des élèves tout au long de l'enseignement secondaire. Nous faisons donc l'hypothèse que les élèves vont développer les compétences attendues à la fin du lycée sous des formes très différentes. Cette liste non exhaustive de quelques facteurs pouvant influencer les compétences tant disciplinaires que transversales de nos futurs étudiants montre qu'en tant qu'enseignant universitaire, il est important de mieux connaître le profil mathématique de nos étudiants dès le début de l'année académique. Cet aspect fait l'objet du point suivant.

1.2 *La réalité du terrain*

Pour avoir une meilleure connaissance du bagage mathématique avec lequel nos étudiants entrent à l'université, nous nous penchons dans un premier temps sur la manière dont l'approche par compétences est mise en œuvre par les enseignants du lycée.

Une enquête réalisée auprès de 60 enseignants a permis d'en savoir davantage à ce sujet (Bridoux et Deronne, 2012). Un aspect frappant est que les enseignants perçoivent la résolution de problèmes comme le moyen le plus approprié pour développer des compétences chez les élèves. Mais le fait de proposer des problèmes en classe prend du temps, un temps que les enseignants estiment ne pas posséder. Les enseignants avouent alors consacrer moins de temps à la théorie et aux gammes. Ils constatent aussi que les élèves prennent encore beaucoup de temps pour s'engager dans la résolution de problèmes. Ce sont donc les enseignants qui prennent en charge la majorité du travail mathématique à réaliser pour résoudre ces problèmes, laissant ainsi aux élèves peu d'initiatives à prendre dans les exercices. Nous nous interrogeons donc sur les compétences acquises par les élèves en fin de lycée face à ces constats très négatifs ainsi que sur l'acquisition de certaines connaissances dont les élèves auront impérativement besoin en démarrant des études universitaires.

De manière à nous forger une idée plus précise sur les compétences disciplinaires et transversales développées par notre public, une évaluation est proposée le jour de la rentrée académique, avant tout cours. Celle-ci dure 90 minutes. Notre objectif est d'obtenir des informations d'une part sur la maîtrise de certaines notions du lycée que nous jugeons importantes pour démarrer les cours de mathématiques en première année et d'autre part sur la manière de rédiger les réponses, notamment la présence de justifications. Cette évaluation ne porte pas sur la résolution de problèmes. Nous cherchons au contraire à évaluer des réflexes de base en proposant des exercices qui nécessitent des raisonnements courts mais néanmoins très précis de la part des étudiants. Les questions posées à cette évaluation varient peu d'une année à l'autre. Tous les tests sont disponibles à l'adresse suivante : http://math.umons.ac.be/anum/fr/enseignement/mathelem/

Nous présentons le test proposé en septembre 2012. Ce même test avait été proposé aux étudiants de 2007, à l'exception d'une question que nous n'évoquerons pas ici. Nous donnons ci-dessous les questions et les résultats obtenus par les étudiants en 2007 et en 2012, en pointant ensuite les difficultés les plus fréquemment observées. Nous nous livrons également à certaines comparaisons entre les deux années.

Test du 17 septembre 2007 (identiquement proposé le 17 septembre 2012)

Question 1

Écrivez les expressions suivantes sous la forme d'une fraction : • $\frac{a}{b} + \frac{c}{x} =$ • $\frac{a}{y} \cdot \frac{x}{b} =$

Question 2

Soit C un cercle de centre O et soient deux points A,B sur C de telle sorte que AOB ne soient pas alignés. Justifiez l'affirmation suivante : « le triangle AOB est isocèle ».

Question 3

Trouvez tous les réels x qui satisfont l'équation suivante : $\frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \frac{x^2 - 3x + 1}{x}$

Justifiez toutes les étapes de vos calculs.

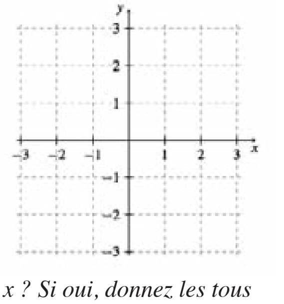
Question 4

Dans le plan cartésien muni d'un repère orthonormé, on considère la courbe C d'équation $x + y + 1 = 0$.

a) Sur le graphique ci-contre, tracez cette courbe

b) Parmi les points suivants, quels sont ceux qui appartiennent à la courbe ? Justifiez vos réponses.

- $(0, 0)$ • $(2, -3)$
- $(-725, 721)$ • $(5\pi - 4, 3 - 5\pi)$



c) Cette courbe a-t-elle des points d'intersection avec l'axe des x ? Si oui, donnez les tous (en expliquant). Si non, donnez un argument qui justifie cette non-intersection.

Question 5

Considérons la famille de fonctions $f_a : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} : x \longmapsto e^{ax}$*, où* $a \in \mathbf{R}$*. Pour quelle(s) valeur(s) de a la fonction* f_a *est-elle croissante ? Justifiez votre réponse.*

Question 6

On dit qu'une fonction $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R}$ *est dérivable en un point* $a \in \mathbf{R}$

si et seulement si $\lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ *existe. En utilisant cette définition, montrez que la fonction* $f(x) = x^2$ *est dérivable en tout point* $a \in \mathbf{R}$*. Justifiez.*

Question 7

Montrez que l'affirmation suivante est vraie : « Quel que soit le réel x, on peut trouver un réel y tel que y > x ». Détaillez votre raisonnement.

Montrez que l'affirmation suivante est fausse : « Pour tout $x \in \mathbf{R}$*, il existe un* $y \in \mathbf{R}$ *tel que x.y=1 ». Détaillez votre raisonnement.*

Les questions 1 et 3 portent sur des connaissances algébriques enseignées au collège telles que l'addition et la multiplication de deux fractions, la réduction au dénominateur commun ou encore la distributivité de la multiplication sur l'addition. Ces connaissances interviennent encore au lycée dans de nombreux exercices. Il s'agit d'exercices calculatoires. Toutefois, dans la question 3, l'étudiant doit justifier les étapes de ses calculs. Il doit donc pouvoir utiliser le vocabulaire approprié aux opérations utilisées et mettre en relation les conditions d'existence des expressions présentes dans chaque membre de l'équation avec les solutions trouvées.

L'importance de la rédaction est également au cœur de la question 2 où le travail attendu est un travail de justification. La compétence « Communiquer » est donc sollicitée ici puisque la production attendue consiste à rédiger une explication dans une expression claire. Pour cela, l'étudiant doit s'approprier les informations données dans l'énoncé et les mettre en relation. Les contenus mathématiques visés sont, de nouveau, très souvent rencontrés dans le parcours antérieur des étudiants: il s'agit du cercle et du triangle isocèle. Il pourra être intéressant de regarder dans les copies si les étudiants s'appuient sur un dessin pour développer leur argumentation.

La notion visée dans la question 4 est celle de droite, notion une fois encore fréquemment rencontrée au collège et au lycée. Toutefois, c'est le mot « courbe » qui est utilisé, ce qui permet tout d'abord de tester si l'étudiant peut associer la notion de droite à l'équation donnée. Les registres graphiques et algébriques sont ensuite mélangés puisque les questions utilisent un vocabulaire issu du registre graphique tandis que le travail de justification attendu nécessite des calculs. Un travail de traduction d'informations est donc ici en jeu.

La question 5 relève du domaine de l'analyse et met en relation la croissance d'une fonction et le signe de sa dérivée mais ce lien est laissé à la charge de l'étudiant, ce qui peut être source de difficulté, tout comme la présence d'un paramètre. La question 6 concerne la manipulation d'une définition, toujours dans le domaine de l'analyse.

La question 7 porte sur la compréhension et la manipulation du vocabulaire logique à partir de propriétés concernant les nombres réels. Rappelons que les quantificateurs ne font pas l'objet d'un enseignement explicite au lycée. Il s'agit donc de regarder comment les étudiants vont s'approprier des énoncés écrits dans la langue naturelle et quels seront les raisonnements développés pour les justifier.

Ce test met selon nous en jeu des connaissances qui sont explicitement travaillées au lycée. Chaque exercice porte sur une notion bien précise. Les contenus sont donc mobilisés de manière isolée dans chaque exercice, peu de mises en relations entre les notions sont nécessaires. Toutefois, un accent fort est mis sur la rédaction en testant l'organisation des raisonnements, la qualité et la précision des justifications. Intéressons nous maintenant aux résultats des étudiants. En 2007, 64% des étudiants ont obtenu à ce test une note supérieure ou égale à 10/20, ce qui peut de prime abord être interprété de manière encourageante. Toutefois, environ 48% des étudiants ont une note supérieure à 12/20 et 36% d'entre eux ont une note supérieure à 14/20, cette dernière note étant selon nous celle qui reflète une bonne maîtrise des notions visées dans le test. Rappelons que les étudiants concernés s'orientent vers des études en mathématique, en informatique ou en physique. Les résultats sont donc moins glorieux vus sous cet angle.
En 2012, 48% des étudiants ont obtenu une note supérieure ou égale à 10, 29% des étudiants ont obtenu une note supérieure à 12 et seule-

ment 9% des étudiants sont arrivés à une note supérieure à 14/20. Clairement, sur un test identique, les résultats se sont dégradés.

Les moyennes pour chaque question sont reprises dans le tableau ci-dessous.

Tableau 1 *Résultats question par question*

Question	Moyenne (2007)	Moyenne (2012)
1	2/2	1,9/2
2	1,9/2	1,1/2
3	2,1/4	1,8/4
4	4/5	3,2/5
5	0,5/3	0,4/3
6	1,2/4	1/4
7	1,4/3	1,2/3
8	4,9/7	4,5/7

Le dépouillement des copies permet de mieux comprendre quelles sont les principales difficultés et erreurs fréquemment rencontrées mais aussi sur quels aspects nous observons une dégradation.

En 2007, tous les étudiants sont parvenus à additionner et à multiplier les deux fractions de la première question, ce qui n'est pas le cas en 2012. C'est l'addition qui pose problème. Plus précisément, la réduction au même dénominateur est incorrecte. Toutefois, la faible diminution de la moyenne sur cette question entre 2007 et 2012 ne nous semble pas significative pour inférer quoi que ce soit sur une dégradation des connaissances des étudiants.

La question 2 est moins bien réussie en 2012 qu'en 2007. Le dépouillement des copies met en évidence deux raisons à cette dégradation. Une première raison est liée à la démarche de justification. Beaucoup d'étudiants se contentent de dire que le triangle est isocèle car il a deux côtés égaux sans préciser de quels côtés il s'agit. La rigueur attendue n'est donc pas présente dans ces copies. Un autre aspect tient à l'utilisation d'un vocabulaire imprécis, voire erroné dans certains cas. Beaucoup d'étudiants parlent du fait que « $|OA|$ et $|OB|$ sont des rayons du cercles ». On peut y voir la confusion entre le segment et la longueur de celuici. D'autres étudiants expliquent que le triangle est isocèle car « deux côtés de ce triangle seront le rayon du cercle ». La dégradation observée concerne donc la qualité des justifications en termes de rigueur attendue et en termes de précision du vocabulaire utilisé. Notons aussi que seuls 40% des étudiants réalisent un dessin pour représenter la situation donnée dans l'énoncé.

L'analyse des copies des étudiants à la question 3 montre tout d'abord que pratiquement aucun d'entre eux ne donne de justifications, que ce soit en 2007 ou en 2012. Leurs productions sont restreintes à des calculs, la mise au même dénominateur n'est pas expliquée avec des mots, la simplification de ce dénominateur non plus, alors que l'énoncé stipule bien que chaque étape doit être justifiée. Ce constat n'est pas surprenant. Nous savons que les étudiants ne sont pas entraînés à justifier un calcul pas à pas dans l'enseignement secondaire. Ce type de justification est néanmoins attendu dans la suite du cursus universitaire, d'où notre choix de demander d'expliciter les étapes de calculs dans cette question. Notons également que les conditions d'existence sont absentes chez 66% des étudiants et lorsqu'elles apparaissent, elles sont utilisées pour rejeter la solution à la fin des calculs mais pas au moment où les dénominateurs sont supprimés. Concernant l'année 2012, nous observons davantage de problèmes dans les calculs où de nombreuses erreurs sont repérées dans la distributivité à effectuer après la réduction aux mêmes dénominateurs mais également lorsque des termes de degrés égaux doivent être regroupés.

La question 4, bien réussie en 2007, subit elle aussi une dégradation en 2012. 90% des étudiants représentent correctement la droite d'équation $x + y + 1 = 0$. C'est le point c) qui est le moins bien réussi. Une première erreur constatée est de remplacer y par 0 dans l'équation pour trouver $x = -1$ et en déduire que $x = -1$ est le point d'intersection, témoignant peut-être d'un manque de sens donné aux objets manipulés. Un autre type d'erreur que nous avons fréquemment retrouvé est de remplacer dans l'équation x par 0 et non y pour trouver $(0, -1)$ comme point d'intersection.

En 2007, tout comme en 2012, 20% des étudiants n'ont pas répondu à la question 5. En 2007, 28% d'entre eux ont fait le lien entre la croissance et la notion de dérivée mais une difficulté récurrente consiste à étudier le signe $f_a'(x) = a\, e^{ax}$, où les étudiants discutent sur les valeurs de x et pas sur celles du paramètre. En 2012, seulement 12% des étudiants font le lien avec la dérivée. Les erreurs constatées sont identiques à celles repérées en 2007. Deux tiers des étudiants se contentent de donner les valeurs de a pour lesquelles la fonction est croissante sans justifier. Nous trouvons aussi des phrases telles que « on sait que les fonctions exponentielles sont croissantes quand l'exposant est positif ». Une minorité tente également d'appuyer ses dires en construisant le graphe de la fonction e^{x} et parfois celui de e^{-x} et conlut en disant « qu'on voit sur le dessin que la fonction sera croissante si a est positif ».

Concernant la question 6, 36% des étudiants ne répondent pas à la question en 2007 et 26% en 2012. 24% des étudiants obtiennent par contre le maximum en 2007 contre 2% en 2012. Les étudiants qui réussissent la question sans avoir le maximum se contentent de faire des calculs sans la moindre explication. 40% des étudiants ne parviennent pas à remplacer $f(a)$ en 2007 contre 10% en 2012. En 2012, un tiers des étudiants écrit des choses complètement erronées, avec des calculs de limite très farfelus.

La question 7 met en jeu la manipulation des quantificateurs. Ceux-ci ne sont pas explicitement enseignés au lycée mais les étudiants les ont rencontrés à certains moments de l'enseignement. La question est volontairement écrite dans la langue naturelle pour éviter toute confusion liée à l'interprétation des symboles.

Pour la première affirmation, 60% des étudiants se contentent de dire qu'il est évident de pouvoir trouver un nombre y plus grand que x. 40% des étudiants vont interpréter la négation de la deuxième affirmation en « il existe $x \in \mathbf{R}$, il existe $y \in \mathbf{R}$ tels que $x.y \neq 1$ ». Ces constats diffèrent ici très peu entre les deux années comparées.

En conclusion, cette première évaluation fournit des renseignements clés sur les connaissances de nos étudiants et sur les compétences qu'ils sont capables de mettre en œuvre en entrant à l'université. Concernant les compétences disciplinaires, nous avons précédemment expliqué que les questions portent volontairement sur des connaissances isolées en ce sens que la résolution de chaque exercice sollicite un seul cadre de travail et requiert peu de mises en relation entre les notions. Il s'agit aussi d'exercices calculatoires. Le dépouillement des copies montre néanmoins une dégradation entre 2007 et 2012 sur la maîtrise de certaines connaissances, notamment les connaissances algébriques, pourtant considérées comme essentielles pour démarrer des études scientifiques.

Dans les réponses attendues, l'accent est également mis sur l'explicitation du raisonnement et la capacité à organiser ensemble différentes informations. Nous remarquons que ces compétences font clairement défaut chez la majorité des étudiants. De plus, nous constatons une dégradation entre 2007 et 2012 où pour cette dernière année, les étudiants ne sont clairement pas du tout rentrés dans cette démarche de justification. Le vocabulaire logique et même le vocabulaire de la langue naturelle ne sont pas non plus utilisés à bon escient.

Cet état des lieux confirme les propos des enseignants recueillis dans l'enquête précédemment évoquée concernant l'approche par compétences. Le temps qu'ils expliquent consacrer à la résolution de problèmes se fait au détriment d'un travail sur les bases et les pratiques qu'ils évoquent montrent à quel point il leur apparaît difficile de développer des compétences transversales chez leurs élèves.

Bien entendu, certaines limites doivent être apportées à l'analyse très globale de cette évaluation réalisée en début d'année. Rappelons que le test a lieu avant tout cours à l'université, aucune connaissance n'a donc été réactivée à ce stade de l'année académique et les deux mois de vacances d'été peuvent avoir un effet relativement dévastateur. De plus, l'expérience montre que les résultats obtenus à ce test ne préjugent pas toujours de la réussite future des étudiants. Certains d'entre eux réussissent très bien leur première année alors qu'ils avaient obtenu un 9 ou un 10 sur 20 à ce premier test de l'année. En effet, comme nous l'avons expliqué précédemment, notre public est majoritairement constitué d'étudiants motivés qui vont fournir un travail intense dès le début des cours universitaires. Ce sera l'occasion pour eux de réactiver les connaissances mathématiques sollicitées dans ce premier test et de parvenir à combler certains manques.

Quoi qu'il en soit, nous pensons que démarrer la première année de licence avec des cours « classiques » tels que l'analyse, l'algèbre ou l'algèbre linéaire rendrait brutal ce passage entre le lycée et l'université. Nous faisons également l'hypothèse que de ne pas apporter aux étudiants une aide extérieure aux cours ne leur permettra pas d'acquérir le profil que nous visons à la fin de la L1. C'est pourquoi nous avons élaboré un dispositif qui s'étend sur toute la première année. Il est composé d'actions spécifiques visant à mieux accueillir les étudiants qui entrent à l'université et à les accompagner dans les difficultés qu'ils pourraient rencontrer durant toute la L1. Nous le décrivons au point suivant.

2. — Un dispositif d'aide à la réussite

Comme nous l'avons expliqué précédemment, le dispositif mis en place vise à encadrer les étudiants tout au long de la L1 pour les aider à acquérir le profil attendu tant dans la maîtrise des contenus mathématiques que dans le développement d'une certaine autonomie dans leur travail personnel et dans l'activité mathématique en général. Ainsi, l'organisation des actions proposées varie en fonction du moment où elles ont lieu durant l'année académique et les objectifs poursuivis sont bien entendu eux aussi différents. Au début de l'année par exemple, l'accent est mis sur la maîtrise de contenus essentiels enseignés au lycée ainsi que sur l'acquisition d'une méthode de travail efficace. Cette partie du dispositif est obligatoire pour tous les étudiants. En revanche, dès le mois de novembre, toutes les actions développées deviennent facultatives. Elles poursuivent le travail entrepris dès le début de l'année mais laissent aux étudiants qui y participent une autonomie de plus en plus importante, comme nous allons l'expliquer. Nous donnons maintenant une description détaillée de toutes les actions intégrées à ce dispositif.

2.1 *Maîtriser les bases*

La première action dont il est question rejoint la volonté des enseignants d'habituer les étudiants au (nouveau) fonctionnement des mathématiques enseignées à l'université à partir des connaissances qu'ils ont acquises au lycée. C'est pourquoi le Département de Mathématiques a intégré au programme de cours un nouveau cours de mathématiques générales [3] au tout début de la première année universitaire. Ce cours intitulé « Mathématiques élémentaires » a donc été ajouté au programme des cours des filières mathématique, physique et informatique. C'est le premier cours suivi par les étudiants dès la rentrée académique. Avec un volume horaire de 60 heures, le cours couvre les six premières semaines, il se termine donc à la fin du mois d'octobre. Durant cette période, les étudiants ne suivent pas d'autres cours de mathématiques, ceux-ci sont reportés au début du mois de novembre. Par contre, un cours d'informatique et un cours de physique sont donnés parallèlement au cours de Mathématiques élémentaires.

Les choix pédagogiques associés à ce nouveau cours consistent à reprendre des sujets enseignés au lycée pour développer chez les étudiants de nouvelles compétences, tant transversales que disciplinaires. Plus précisément, les objectifs sont que les étudiants maîtrisent, à la fin du cours, les notions du lycée nécessaires pour aborder les autres cours universitaires, qu'ils soient capables de mettre en relation des notions entre elles, notamment lorsque celles-ci relèvent de domaines différents, que les étudiants puissent travailler dans différents registres d'écritures (les dessins, le graphique, le numérique, le symbolique,...) et qu'ils rédigent leurs raisonnements avec la rigueur attendue à l'université. Ce cours met donc un accent fort sur les aspects rédactionnels des raisonnements dans la résolution d'exercices.

Les contenus du cours sont répartis en plusieurs domaines : les nombres complexes, une introduction à l'algèbre linéaire (matrices, systèmes linéaires, déterminants, droites du plan, droites et plans dans l'espace). Une partie est consacrée à l'analyse (définition de la notion de fonction, inégalités, représentations graphiques, dérivées). Des sujets tels que les techniques de preuves, une introduction à la logique, le symbole sommatoire ou encore le binôme de Newton sont également abordés dans le cours. Ces derniers sujets n'ont pas toujours fait l'objet d'un enseignement explicite au lycée. Les contraintes de temps poussent parfois les enseignants du lycée à laisser tomber des sujets comme les probabilités ou la géométrie dans l'espace, pourtant présents dans les programmes officiels. La logique et les techniques de preuves ne sont en principe pas prévues dans les programmes, même dans les filières spécialisées, en termes de compétences disciplinaires. Néanmoins, le référentiel de compétences transversales suggère de travailler ces aspects à différentes occasions. Malgré tout, certains élèves ont parfois l'occasion de suivre deux heures complémentaires de mathématiques par semaine, ce qui permet à l'enseignant d'aborder des sujets tels que la récurrence, ou de préparer ses élèves au concours des écoles d'ingénieurs.

Bien évidemment, le fait d'ajouter un cours portant sur les bases que tout étudiant doit maîtriser doit s'associer à un travail efficace et régulier de la part de l'étudiant. De manière à nous assurer que les étudiants s'investissent dans ce nouveau cours, le déroulement de celui-

3 Historiquement, la création de ce cours remonte à 1994. A cette époque, des lacunes étaient déjà décelées chez les étudiants entrant à l'université. Un premier module de 15 heures est proposé de manière facultative en début d'année pour reprendre certains sujets du lycée. Le volume horaire passera ensuite à 30 heures pour atteindre en 1999 le volume horaire actuel et le cours devient alors obligatoire.

ci est tout à fait particulier. Tout d'abord, trois enseignants se répartissent les thèmes de l'analyse, les nombres complexes et l'algèbre linéaire. Une première spécificité est que ces enseignants interviennent également dans d'autres cours de la première année : en algèbre, en analyse ou encore dans des activités de remédiation (celles-ci sont décrites dans la suite du texte). Ce choix permet aux enseignants de mieux connaître le bagage des étudiants pour la suite des enseignements. Les séances de cours intègrent la théorie et les exercices, les travaux dirigés ne sont donc pas séparés du cours magistral. Nous sommes donc dans une organisation de type lycée. Dès lors, quand l'enseignant termine une phase théorique, il confronte les étudiants à la résolution d'exercices en lien avec ce qu'il vient d'expliquer. Pour encadrer les étudiants dans leur travail, une équipe pédagogique composée d'une assistante pédagogique, de l'enseignant lui-même, d'étudiants de Master et d'étudiants préparant l'agrégation de l'enseignement secondaire supérieur[4] est présente à chaque séance. Près de 10 personnes (un encadrant pour environ 10 étudiants) sont donc présentes pour apporter de l'aide aux étudiants. Cette manière de fonctionner a pour effet d'inciter chaque étudiant à travailler et en retour il reçoit une aide quasi-personnalisée lorsqu'il rencontre des difficultés dans la résolution d'un exercice. Après avoir laissé un temps de recherche, l'enseignant corrige les exercices ou du moins une partie d'entre eux au tableau, les autres énoncés sont laissés en exercices supplémentaires pour habituer les étudiants à travailler en autonomie tout en prolongeant le travail mathématique entrepris au cours. C'est là un autre aspect sur lequel nous voulons insister. Dès le début de l'année, nous laissons des exercices aux étudiants qui ne feront pas l'objet d'une correction au cours. Nous encourageons très fortement notre public à les résoudre. En tant qu'assistante pédagogique[5], nous corrigeons chaque exercice remis par les étudiants en essayant d'y intégrer des remarques précises sur les corrections à apporter et sur les aspects du raisonnement qui pourraient être complétés. Selon nous, ces corrections personnalisées permettent aux étudiants de progresser sur la qualité des justifications attendues dans les raisonnements et de détecter rapidement les problèmes de chacun d'entre eux.

Chaque semaine, une ou deux séances du cours sont uniquement consacrées à la résolution d'exercices portant sur l'ensemble des sujets enseignés.

2.2 *Évaluer régulièrement au début de l'année*

Pour amener les étudiants à travailler régulièrement dès leur entrée à l'université, une évaluation portant sur le cours de Mathématiques élémentaires est organisée chaque lundi matin. Les sujets à revoir sont cumulatifs en ce sens que la première évaluation porte sur la première semaine de cours, la deuxième sur les deux premières semaines de cours, etc. Du point de vue des enseignants, cette manière de procéder permet de revenir au fil des semaines sur certains sujets qui ne sont pas maîtrisés mais aussi de proposer des questions plus complexes lorsque les sujets couverts par le cours s'accumulent.

Par exemple, la notion de fonction est étudiée au début du cours tandis que le calcul

4 En Belgique, l'Agrégation de l'Enseignement Secondaire Supérieur (AESS) est le diplôme que tout étudiant titulaire d'un master autre qu'en mathématique doit posséder pour pouvoir enseigner.

5 En Belgique, les assistants pédagogiques ont pour mission d'encadrer les étudiants de L1. L'organisation de cet encadrement est spécifique de chaque institution et même de chaque faculté. Les assistants pédagogiques peuvent intervenir dans des travaux dirigés, organiser des séances de remédiation, conseiller les étudiants sur des aspects plus méthodologiques comme leur travail personnel…

matriciel apparaît vers la quatrième semaine de l'année. La question suivante peut alors être posée au test :

Dites si la relation suivante définit une fonction : $f : \mathbf{R}^{2\times 2} \longrightarrow \mathbf{R}^{2\times 2} : A \longmapsto B$
telle que $(A + B)^2 = 0$.

Voici un autre exemple : les propriétés d'anti-symétrie d'une matrice seront utilisées pour calculer des sommes de la forme :

$$\sum_{i=-1}^{l} \sum_{j=1}^{l} (i^2 - j^2) \,.$$

La logique et la théorie des ensembles sont également travaillées en relation avec les notions du cours. Par exemple, dans le chapitre consacré aux droites et aux plans dans l'espace, des questions de la forme suivante sont résolues :

On considère l'ensemble
$A = \{\alpha$*:* α *est un plan perpendiculaire à la droite* $D \equiv x - 3 = - y/2 + 1 = 3z - 4\}$ *et le plan* $\pi \equiv - 3x + 6y - z = \sqrt{3}$.
A-t-on $\pi \in A$?

L'exemple suivant mélange quant à lui les domaines de la théorie des ensembles et des nombres complexes.

Pour $n \in \mathbf{N}^*$*, on définit les ensembles suivants :*
$U_n = \{z \in \mathbf{C}$ *:* z *est une solution de* $z^n = 1\}$
$A = \{z \in \mathbf{C}$ *:* z *est une solution de* $z^n = i\}$
$B = \{u.\mathrm{cis}\, \pi/2n : u \in U_n\}$
où cis θ *est la notation utilisée pour l'expression cos* θ *+ isin* θ.
Montrez que A=B.

Une évaluation globale est organisée à la fin du cours, c'est-à-dire au début du mois de novembre. Les évaluations et leur correction sont disponibles à partir du lien suivant : http://math.umons.ac.be/anum/fr/enseignement/mathelem/

Tout ce matériel disponible en ligne est utilisé comme sources d'exercices durant le cours mais aussi comme exercices supplémentaires proposés aux étudiants.

Un autre moyen utilisé pour amener les étudiants à s'investir dans le travail personnel dès les premières semaines est de faire intervenir leurs résultats aux évaluations hebdomadaires dans la note finale du cours. Ainsi les tests comptent pour 25% du résultat final. Un autre aspect important mérite selon nous d'être souligné concernant l'organisation de ces tests. Pour que les étudiants puissent évoluer en fonction de ce qu'ils sont capables de faire à chaque test, ils doivent recevoir les résultats rapidement. Tous les doctorants du Département s'associent aux enseignants du cours pour aider à la correction de ces tests hebdomadaires. Nous sollicitons aussi des étudiants de Master pour corriger les copies des étudiants. Ainsi, lorsque le test du lundi a eu lieu, les étudiants reçoivent leur note au plus tard le jeudi de la même semaine et toutes les copies sont mises à la disposition des étudiants dans un local. Nous leur conseillons vivement de venir consulter leurs copies qui resteront dans ce local pendant toute la durée du cours.

Concernant les résultats obtenus par nos étudiants dans ce cours, nous constatons au fil des années une augmentation significative du taux d'échec. Alors que 40% des étudiants obtenaient une note supérieure à 12/20 en 2007 et 59% une note comprise entre 10 et 12, seuls 18% des étudiants obtiennent une note supérieure à 12 en 2009 et 13% une note entre 10 et 12.

Un travail de fin d'études (Piérard, 2011) s'est intéressé aux difficultés rencontrées par les étudiants tout au long du cours de « Mathématiques élémentaires » durant l'année académique 2011-2012. Pour aborder cette problématique, nous avons formé des parcours de questions portant sur un même sujet au fil des semaines. À partir des outils d'analyse des contenus développés par Robert (1998), nous avons réalisé des analyses *a priori* des différents exercices relevant d'un même parcours. Ces analyses consistent à regarder, pour un même exercice, quelles sont les connaissances à utiliser et comment elles doivent être articulées et adaptées dans la résolution. Par exemple, quelle est l'organisation du raisonnement ? Quelles sont les mises en relation à faire entre les notions? Y a-t-il des changements de points de vue ? L'exercice requiert-il de travailler dans des registres d'écritures variés? Nécessite-t-il un changement de cadres ? Une fois ce travail réalisé, nous avons analysé les copies des étudiants en confrontant leurs productions à nos analyses *a priori*, ce qui nous a permis de mieux cibler les difficultés rencontrées.

Nous illustrons notre démarche ci-dessous sur quelques exemples de parcours. Pour chaque parcours, nous indiquons les pourcentages de réussite des étudiants à chaque question. Nous prenons comme règle qu'une question est réussie lorsque l'étudiant obtient une note supérieure ou égale à la moitié des points. Ces parcours sont aussi l'occasion d'étudier au fil des semaines l'acquisition de compétences plus transversales telles que la maîtrise du vocabulaire logique et l'organisation des raisonnements.

Graphes de fonctions

Nous nous intéressons, pour ce parcours, aux deux questions suivantes.

Test 3 : *Esquissez le graphe de la fonction* $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} : x \longmapsto x^4 - 6x^2$. *Expliquez votre démarche. La qualité de celle-ci est importante.*

Evaluation finale : Esquissez le graphe de la fonction $f : \mathbf{R} \longrightarrow \mathbf{R} : x \longmapsto x^3 - 2x^2$. *Expliquez votre démarche (vous pouvez calculer la valeur de f en maximum deux points).*

Dans la partie du cours consacrée à la représentation graphique d'une fonction, l'idée que l'enseignant tente de faire passer est de ne pas réaliser une étude complète intégrant le calcul (parfois long) des dérivées première et seconde pour représenter la fonction mais plutôt de se focaliser sur des propriétés plus rapides à étudier pour obtenir une esquisse du graphe. Ce sont donc la recherche du domaine, de la parité, de racines et une étude de signe qui sont d'abord réalisés. Ensuite, des raisonnements sur les nombres sont mobilisés. Par exemple, lorsque x est très grand, que ce soit dans les positifs ou dans les négatifs, c'est le terme en x^4 qui l'emporte sur l'autre terme. Pour ces nombres, la fonction du test 3 se comporte donc comme la fonction x^4 qui est une fonction de référence. Le graphe de f ressemble donc à celui de cette fonction pour les x grands. Lorsque x est un nombre proche de 0, c'est cette fois le terme de degré deux qui va l'emporter. Le graphe de la fonction va donc se comporter comme celui de la fonction $-6x^2$. Le graphe de f peut être esquissé sur la base de tous ces éléments.

Les étudiants ont travaillé ce type de raisonnements dans le cours avec des fonctions telles que $x^3 - x$ ou $x + 1/x$. Il faut noter que ces raisonnements sur ces nombres sont peu familiers aux étudiants. Dans l'enseignement secondaire belge, ces derniers sont davantage habitués à réaliser une étude systématique des dérivées et de leur signe, à rechercher les asymptotes, donc à mener un travail très complet où toutes les informations obtenues sont regroupées dans un tableau de variations pour ensuite représenter une fonction. De notre point de vue, il est important d'habituer les étudiants à esquisser rapidement le graphe d'une fonction.

Dans la suite du cursus universitaire, de nombreux exercices nécessiteront de s'appuyer sur un dessin pour éclairer une situation. Ce dessin doit pouvoir être réalisé plus ou moins rapidement. Une étude complète des fonctions utilisées dans ces exercices serait alors très coûteux en temps.

Les deux exercices de ce parcours sont très semblables. Le taux de réussite au test 3 est de 45%. Ce sont les raisonnements sur les nombres grands ou petits en relation avec le comportement de la fonction qui sont source de difficultés. Le travail sur ce type de raisonnements sera poursuivi dans la suite du cours et le taux de réussite à l'évaluation finale est de 80%.

Géométrie analytique dans l'espace

Contrairement au parcours précédent où les questions proposées dans les évaluations étaient proches en termes de raisonnements, nous regardons ici un parcours de questions de niveaux de difficultés différents.

Test 4 : a) *Donnez une équation cartésienne du plan passant par* $(1, -1, 2)$ *et parallèle au plan OYZ.*
b) *Donnez un système d'équations cartésiennes de la droite D passant par le point* $(-1, 2, 3)$ *et parallèle à la droite D'* $\equiv (\lambda+2, -4, 5\lambda+1)$, *où* $\lambda \in \mathbf{R}$.

Evaluation finale : *Donnez une équation cartésienne du plan α perpendiculaire au plan β d'équation* $x-2y+5z=3$ *et contenant la droite D passant par le point* $(2, 1, 1)$ *et dont un vecteur directeur est* $(-1, 2, 1)$.

La première question est proche du cours et les étudiants ont probablement résolu des exercices semblables au lycée. La recherche d'équations de plans ou de droites parallèles entre eux est en effet présente dans les programmes du lycée. Dans cette question, une importance particulière est néanmoins accordée à la rédaction. L'étudiant doit en effet expliciter les informations dont il a besoin pour donner l'équation attendue à partir des données présentes dans l'énoncé. Le taux de réussite à cette première question est de 40% et ce sont les justifications qui posent des problèmes car elles ne sont pas souvent explicitées.

La question de l'évaluation finale est plus complexe que la précédente. Une solution possible est de rechercher un vecteur (a, b, c) orthogonal au plan dont on veut une équation. De cette manière, le plan a une équation de la forme $ax + by + cz = d$ et on trouve d en utilisant le fait que le point $(-1, 2, 3)$ appartient au plan. La recherche d'un tel vecteur nécessite de mettre en relation les informations données dans l'énoncé avec le vecteur (a, b, c). On obtient un système de deux équations à trois inconnues ayant une infinité de solutions. On trouve alors un vecteur en fixant une des inconnues exprimées en fonction des deux autres.

L'étudiant doit donc ici prendre plus d'initiatives, faire davantage de mise en relations entre les informations données et la recherche de l'équation du plan. Depuis le test 4, les étudiants ont travaillé sur ce sujet dans le cadre d'exercices relevant de la théorie des ensembles (nous avons précédemment donné un exemple de tels exercices) et des exercices supplémentaires semblables à celui de l'évaluation finale leur ont également été proposés. Le taux de réussite est finalement de 50%.

Les erreurs fréquemment rencontrées concernent justement les mises en relations entre le vecteur (a, b, c) et un vecteur normal du plan β par exemple ou encore la lecture d'un vecteur directeur de la droite dont une équation est donnée sous forme paramétrique.

Nous avons donc ici un parcours où nous avons laissé aux étudiants plus d'autonomie dans le travail personnel pour les faire progresser et nous ne pouvons que constater qu'ils ont finalement peu évolué en fonctionnant de cette manière.

Calculs dans les complexes

Ce parcours porte sur des questions qui sont des applications immédiates du cours. Il s'agit de calculer dans l'ensemble des nombres complexes un module, le conjugué ou l'inverse d'un nombre en utilisant les propriétés étudiées dans le cours sur ces objets.

Test 2 : *Calculez*

a) $(1 + i)\,(3 - i)$
b) *l'inverse dans* **C** *de* i
c) *l'inverse dans* **C** *de* $2 - i$
d) $|\, 1 + 7i \,|$
e) $|\,(1 + 7i)\,(\overline{12 - i})\,|$

Evaluation finale : *Calculez*

a) $(\overline{2 - i})$
b) $(\overline{3i - 5})$
c) $|\,(1 - i)^{10}\,|$
d) $|\,(2 - i)\,(\overline{3i - 5})\,|$

Au test 2, le taux de réussite est de 46%, ce qui peut sembler peu sur une question très calculatoire. Les erreurs rencontrées relèvent principalement de manipulations algébriques incorrectes ou d'une confusion entre les notions. Voici quelques exemples de réponses données par des étudiants :

« on a $|\, 1 + 7i \,| = |\, 1 + 7.(-1) \,| = 1 + 7 = 8$ » ou « l'inverse de $2 - i$ est $2 + i$ »

Lors de l'évaluation finale, le taux de réussite monte à 85%.

Les étudiants semblent donc avoir progressé dans les manipulations algébriques et sur des aspects plus calculatoires.

Le lecteur intéressé pourra consulter le travail de Piérard (2011) pour une analyse détaillée de l'ensemble des parcours, des progressions observées et des difficultés récurrentes rencontrées chez les étudiants qui suivent le cours de Mathématiques élémentaires. Notre objectif est d'illustrer à partir de ces quelques exemples quels sont les apports du cours, les évolutions que nous observons sur le terrain et surtout les aspects sur lesquels le cours ne semble pas forcément avoir d'effets positifs. Ainsi, nous devons rester très modeste sur les effets de ce cours sur les compétences (disciplinaires et transversales) que les étudiants peuvent acquérir. Le taux de réussite diminue d'année en année et les quelques analyses développées ici, tout en étant très partielles, montrent bien que de nombreuses difficultés persistent encore à l'évaluation finale. Du côté des contenus mathématiques, des améliorations sont observées du côté des exercices calculatoires notamment dans les nombres complexes ou encore sur des calculs de sommes simples. Du côté des compétences plus transversales, un grand nombre d'étudiants progressent dans la rédaction et la rigueur attendues. Leurs copies témoignent en effet d'une réelle amélioration dans le développement des démarches et des justifications. Le cours a donc un effet positif en faisant acquérir à ces étudiants le « réflexe » d'expliciter leur démarche en faisant appel aux résultats vus au cours. Il est par contre bien difficile de faire évoluer en six semaines de cours la maîtrise des connaissances en logique et en théorie des ensembles chez la majorité des étudiants. Dans ces domaines, l'organisation des raisonnements reste problématique et la présence de nombreux arguments erronés montrent bien le manque de sens que les étudiants donnent à ces notions. Il est clair qu'un cours ne suffit bien entendu pas à combler tous les manques observés en début d'année. Mais ce travail amorcé dans le cours de Mathématiques élémentaires montre d'emblée aux étudiants la nature de l'activité mathématique qui est attendue de leur part dans ce type d'études. Les habitudes à acquérir doivent ensuite faire l'objet d'un travail dans les autres cours en continuité avec celui entrepris dans ce premier cours.

En conclusion, nous sommes bien consciente qu'au terme de ce cours, de nombreux étudiants ne maîtrisent pas du tout certaines notions pourtant jugées comme fondamentales pour démarrer les cours de mathématiques spécifiques à une première année universitaire. Ces cours démarrent en novembre et vont bien entendu être suivis par les étudiants qui ont échoué dans le cours de Mathématiques élémentaires. C'est pourquoi des activités de remédiation sont mises en place à partir du mois de novembre pour encadrer les étudiants en difficulté et de manière générale, tous les étudiants qui le souhaitent. Elles font l'objet du point suivant.

2.3 *Remédier*

Pour pouvoir organiser des activités visant à aider les étudiants dans les cours de mathématiques, les horaires de cours des filières mathématique, physique et informatique ne prévoient aucun cours le lundi matin à partir du mois de novembre, la matinée étant consacrée à des séances de remédiation. Les cours ciblés sont les cours d'Analyse, d'Algèbre et le cours de Mathématiques élémentaires puisque les étudiants ayant échoué à l'évaluation finale organisée à la fin du mois d'octobre ont la possibilité de la présenter à nouveau en janvier. D'un point de vue organisationnel, deux séances de deux heures sont planifiées chaque semaine. Chaque séance porte sur un cours de mathématiques.

Prévoir le déroulement de ces séances a nécessité un réel questionnement. En effet, partant du principe qu'après avoir travaillé un cours, tout étudiant peut se rendre compte qu'il n'en a pas compris une partie ou bien avoir des questions précises sur certains points ciblés du cours (comme par exemple une définition ou une propriété), l'idée que nous nous faisions a priori d'une « séance de remédiation » consistait à apporter de l'aide aux étudiants qui rencontrent des difficultés d'une part et répondre à leurs questions d'autre part. Dans tous les cas, nous pensions que pour mener à bien ce type de séance, les étudiants devaient être « demandeurs » de quelque chose. C'est à eux que revient la tâche de lancer la discussion en mettant à plat ce qu'ils souhaitent faire pour améliorer leur compréhension. Sur le terrain, la réalité est tout autre. D'un côté, de nombreux étudiants participent à ces séances qui sont pourtant facultatives; 80% des étudiants qui suivent les cours se présentent le lundi matin pour assister à l'activité.

De plus, le public est très hétérogène. Comme c'est souvent le cas, les étudiants qui n'ont pas ou peu de difficultés sont présents, mais il y a également des étudiants dont le niveau mathématique est très faible et qu'il faut aider. D'autre part, les étudiants n'ont pas de réelles questions. À la question « avez-vous des questions ou certains points que vous aimeriez retravailler ce matin ? », nous n'avons en général pas ou peu de réponse, surtout durant les premières séances. Nous avons pu constater qu'une raison était la peur de prendre la parole devant un grand groupe. Les étudiants se sentent mal à l'aise d'avouer devant un groupe qu'ils n'ont pas compris certaines parties d'un cours, même après l'avoir travaillé. Nous avons donc tenu compte de cette situation pour réfléchir à une organisation productive de ces remédiations. Cependant, il nous fallait aussi garder à l'esprit que ces activités visent avant tout à aider les étudiants dans leur travail tout en leur apprenant à acquérir une certaine autonomie dans l'activité mathématique. Ces séances ne doivent donc pas devenir une forme « d'assistance permanente ». Ainsi, nous avons opté pour le déroulement suivant, sachant que les séances se poursuivent durant toute l'année académique, donc jusqu'en mai.

Tout d'abord, une séance de remédiation est organisée chaque semaine, entre novembre et décembre, pour le cours de Mathématiques élémentaires. Le discours suivant est tenu auprès des étudiants quant à l'organisation de cette séance. Le cours de Mathématiques élémentaires s'est terminé à la fin du mois d'octobre. Les étudiants disposent de leurs notes de cours et de nombreux exercices sont à leur disposition sur le site internet du cours. Dès lors, les remédiations pour ce cours sont consacrées à la correction d'exercices variés que les étudiants sont tenus de préparer pour assister à la remédiation. Certains sujets sont également explicitement repris par l'assistant pédagogique (par exemple la recherche de tangente à l'image d'une fonction). Mais le fil conducteur reste la résolution d'exercices durant lesquels l'enseignant s'attache aussi à insister sur les exigences de justification et de rédaction attendues dans ce cours, comme dans les autres d'ailleurs.

Concernant les cours de mathématiques qui démarrent en novembre, nous optons, au premier semestre, pour un travail collaboratif avec les étudiants dont l'objectif peut être défini en ces termes : « apprendre aux étudiants à se poser des questions et à pouvoir formuler des questions précises sur les sujets qu'ils ne comprennent pas ». Ce choix résulte de l'état des lieux décrit plus haut où les étudiants n'ont finalement pas de questions ; certains pensent avoir compris alors que ce n'est pas le cas, d'autres formulent aussi leurs difficultés en « je n'ai rien compris au cours », n'étant pas conscients que la remédiation n'a pas comme visée de donner le cours une seconde fois mais bien de travailler sur des aspects précis du cours.

Dès lors, nous profitons de notre expérience qui fait qu'au fil des années, nous savons plus ou moins bien quels types de problèmes les étudiants sont susceptibles de rencontrer à chaque moment de l'année et sur quels sujets précis. Les séances vont donc nous permettre de leur donner des explications complémentaires sur certaines parties des cours, à d'autres moments, il s'agira de rédiger avec eux une synthèse d'un chapitre qui vient de se terminer ou encore de leur proposer des exercices supplémentaires de différents niveaux et d'en proposer une correction détaillée mais toujours en faisant intervenir les étudiants, en les laissant s'exprimer et en leur laissant du temps pour réfléchir aux questions que nous leur soumettons pour tester leur compréhension. Nous précisons notre propos à partir d'un exemple de déroulement.

Notre exemple concerne la première remédiation portant sur le cours d'Analyse mathématique. Le premier cours magistral a eu lieu la semaine qui précède la remédiation. L'enseignant a introduit la notion de suite numérique en donnant la définition et quelques exemples pour passer à la définition de convergence en $\varepsilon - N$. Nous savons que l'entrée dans le champ de l'Analyse est source de difficultés chez les étudiants. Comme le souligne Artigue (2003), « rentrer dans le champ de l'Analyse c'est rencontrer un nouveau monde mathématique faits de nouveaux problèmes, de nouveaux objets, de nouvelles techniques, de nouveaux modes de pensée. C'est aussi reconstruire son rapport à des objets connus mais qui vont prendre un sens différent dans ce nouveau champ ».

Concernant la notion de convergence d'une suite, Robert (1982) a bien mis en évidence les difficultés associées à l'acquisition de cette notion. Il s'agit d'une notion qui unifie des notions antérieures en les généralisant à partir d'un formalisme nouveau pour les étudiants. Robert parle de notions formalisatrices, unificatrices et généralisatrices (notion FUG) pour caractériser ce type de notions. Une difficulté d'enseignement d'une notion FUG concerne son introduction. Il est en effet difficile de trouver un problème initial où la notion visée apparaîtrait comme l'outil optimal de résolution. Pour les étudiants, il est donc difficile de donner du sens à une notion FUG. Dans les difficultés recensées par le Groupe de Liaison Lycée-Université de l'Irem de Montpellier (2011), le concept de « définition » apparaît chez les étudiants comme très obscur car ils n'en comprennent pas l'intérêt dans l'activité du mathématicien.

La séance de remédiation qui nous intéresse ici est donc entièrement consacrée à cette nouvelle définition. Dans un premier temps, le travail vise à tenter de donner du sens à cette nouvelle notion. Les étudiants sont invités à former des petits groupes et à formuler avec leurs propres mots ce que représente pour eux la notion de convergence dans le but de développer une certaine intuition. Les différentes formulations sont reprises par l'enseignant en étant validées ou non avec explications à l'appui. Ce travail permet également de souligner le manque d'opérationnalité des formulations données par les étudiants et donc de montrer l'importance des définitions formelles et leurs moyens d'actions. L'étape suivante consiste à enrichir le panel d'exemples et de contre-exemples rencontrés dans le cours. Les étudiants doivent produire de nouveaux exemples de suites qui convergent vers un réel et d'autres qui ne convergent pas. Enfin, des explications complémentaires sont fournies sur les dessins présents dans le cours. Les étudiants y accordent peu d'attention dans leur travail personnel, c'est donc l'occasion de souligner l'importance des dessins réalisés par l'enseignant et surtout d'aider les étudiants à commenter ces dessins de manière à ce qu'ils ne soient pas un élément vide de sens dans leurs notes de cours. Cette partie est donc aussi l'occasion de donner des conseils plus méthodologiques sur la prise de notes. Enfin, nous avons pris l'habitude d'insister, au cours de ces séances, sur des erreurs à ne pas commettre. Les séances de remédiations sont donc pour nous l'occasion de recourir abondamment sur des commentaires métamathématiques (au sens de Robert et Robinet, 1996).

Au second semestre de cours qui démarre au mois de février, les étudiants qui participent aux remédiation doivent s'y présenter en ayant préalablement préparé des questions ou du moins préciser par eux-mêmes les sujets qu'ils souhaitent travailler. S'ils n'ont pas de question ou pas de demande particulière, l'activité est annulée. Au début de la séance, ce sont les étudiants qui s'expriment entre eux pour faire un état des lieux du travail qu'ils souhaitent réaliser avec l'assistant pédagogique. Ensuite, le travail de fond entrepris au premier semestre est poursuivi. Les étudiants sont toujours relancés sur le sens des définitions, la compréhension des dessins, la production d'exemples mais ce travail peut aller de plus en plus vite au fil des semaines si bien que du temps peut aussi être consacré à la correction d'exercices complexes issus d'évaluations antérieures que les étudiants doivent préparer à l'avance.

Depuis quelques années, des séances de préparation aux évaluations orales du mois de juin sont également organisées à la fin du second semestre. Les étudiants y présentent des démonstrations du cours d'Analyse mathématique et sont interrogés comme ils le seraient à l'épreuve orale. De nouveau, une part d'autonomie est laissée aux étudiants en ce sens qu'ils choisissent les démonstrations qu'ils présenteront et ils préparent également des questions sur des points précis qu'ils ne maîtrisent pas dans leur présentation. Il est frappant de constater dans le déroulement de ces séances les discussions collectives qui s'engagent entre les étudiants qui présentent et le reste du groupe. C'est précisément à ce moment que nous observons l'évolution de notre public qui devient finalement « demandeur de compléments d'informations et d'une certaine rigueur », nous laissant ainsi penser que le travail réalisé durant toute l'année a un effet bénéfique chez un certain nombre d'étudiants.

Conclusion

Pour conclure, nous revenons sur les questions posées au début de ce texte et qui visaient à étudier la légitimité du dispositif que nous nous sommes attachée à décrire dans cet article.

Pourquoi un dispositif pour mieux accueillir les étudiants de L1 ?

Nous avons tenté, au fil du texte, de montrer que les étudiants qui démarrent des études universitaires dans notre Faculté des Sciences ne semblent pas posséder le bagage mathématique requis pour ce type d'études. Les résultats obtenus au test que nous réalisons le jour de la rentrée académique vont clairement dans ce sens. Au delà de ces lacunes liées strictement aux contenus, certaines démarches caractéristiques de l'activité mathématique font également défaut chez les nouveaux étudiants. Ce profil rejoint les recherches menées sur la transition secondaire-université et qui mettent bien en lumière des difficultés semblables à celles évoquées ici. Au fil des années, notre public a évolué et les élèves qui terminent le lycée entrent dans l'enseignement supérieur diversement préparés. Nous avons également assisté ces dernières années à une massification des étudiants entrant à l'université et l'objectif n'est pas de nous lancer dans une discussion pour expliquer ces phénomènes. Au contraire, nous avons pris le problème à bras le corps et plutôt que de revoir nos objectifs à la baisse, nous avons mis sur pied ce fameux dispositif pour amener les étudiants à atteindre le profil attendu d'eux à la fin de la L1.

Quel type d'encadrement proposer ?

Comme cela a été expliqué, des actions sont mises en place dès le début de la L1 et jusqu'à la fin de celle-ci. Le dispositif peut, selon nous, se scinder en deux périodes. La première concerne les six premières semaines de l'année académique et plus précisément, l'intégration du cours de Mathématiques élémentaires au programme des étudiants. Cette partie du dispositif est obligatoire (puisqu'il s'agit d'un cours avec une évaluation finale). Elle se donne comme objectif de revoir les notions mathématiques de base pour démarrer les cours universitaires. Il s'agit également de profiter de l'occasion de reprendre des notions du lycée pour modifier le rapport aux savoirs de nos étudiants, en les faisant travailler différemment pour leur faire acquérir des compétences rédactionnelles en matière de raisonnement, d'utilisation des connaissances en logique et en théorie des ensembles et d'explicitation en langue naturelle des démarches mises en œuvre dans la résolution des exercices proposés. Les évaluations hebdomadaires permettent aux étudiants de suivre leur évolution au fil des semaines, de pouvoir se situer par rapport à leur compréhension des sujets et de consulter leurs copies pour comprendre ce qui peut leur faire défaut. Tout est donc mis en place pour qu'ils puissent s'améliorer pour l'évaluation suivante.

Vient ensuite la période qui s'étend du début du mois de novembre jusqu'à la fin de l'année académique. Durant cette période, toutes les actions mises en place sont facultatives. Nous avons montré la gradation dans les activités de remédiation proposées aux étudiants pour leur permettre d'acquérir une certaine autonomie dans leur questionnement et dans leur travail personnel. Le but est réellement d'habituer les étudiants à approfondir les sujets étudiés en cours, à « en faire davantage » que la simple relecture de leurs notes pour développer des réflexes de travail.

Quelle est l'efficacité du dispositif ?

Comme nous l'avons déjà évoqué dans le texte, nous restons prudente quant à l'impact de toutes les actions menées sur la réussite des étudiants. Nous n'avons certainement pas doublé le taux de réussite durant ces dix dernières années. Mais néanmoins, ce taux de réussite est resté tout à fait stable et les évaluations proposées dans tous les cours sont toujours du même niveau de difficulté depuis toutes ces années. Nous aurions même tendance à dire que nous sommes plus exigeants aujourd'hui en matière de rédaction qu'en 2000 par exemple. D'autres points positifs méritent d'être soulignés. Par exemple, nous pouvons observer que peu d'étudiants abandonnent leurs études après le mois de novembre. Ceux qui ne se sentent pas à leur place quittent leur filière dès le début du cours de Mathématiques élémentaires. En ce sens, ce cours permet aux étudiants de savoir rapidement si leur choix d'orientation leur plaît, leur convient ou non.

Force est de constater aussi que la majorité de nos étudiants travaille beaucoup en dehors des cours. Au début de l'année, nous pensons que les tests hebdomadaires incitent les étudiants à travailler régulièrement. Le fait de leur laisser de nombreux exercices non corrigés les amène à poursuivre les efforts entrepris lorsque les tests ne sont plus organisés. De plus, selon Castela (2011), « au moins à partir du lycée, une partie de l'étude personnelle qui conditionne la réussite n'est pas encadrée par le système didactique, si elle est initiée, elle ne l'est que fugitivement et du bout des lèvres ». Cette quantité de travail fournie par nos étudiants est donc pour nous un aspect très positif car beaucoup d'étudiants nous confient devoir finalement travailler peu au lycée pour réussir.

De plus, de nombreux petits groupes de travail se créent aussi, laissant penser qu'un « effet de contre-tribu » au sens de Chevallard (2003) s'installe dans ces filières. Comme il l'explique, « La constitution de telles "contre-tribus" favoriserait les effets de formation, voire même rendrait possibles des évolutions autrement empêchées par certaines dimensions des histoires personnelles marquées par les cultures d'autres "tribus" ». Bien évidemment, cette grande quantité de travail fournie par les étudiants ne les mènera pas tous à la réussite en fin de L1, nous le savons ! Mais il s'agit selon nous d'un effet très positif que nous attribuons au dispositif.

Concernant les effets des remédiations organisées dès le mois de novembre, il n'est pas facile de décrire précisément tous les aspects positifs que nous observons car ceux-ci relèvent davantage de ressentis très personnels perçus sur le terrain que d'analyses didactiques ou encore d'analyses des résultats des étudiants. Mais nous notons qu'au fil des semaines, beaucoup d'étudiants essaient réellement de suivre les conseils méthodologiques qui leur sont donnés, beaucoup aussi rentrent dans le jeu de l'activité du mathématicien en essayant vraiment de préparer des questions sur lesquelles travailler en séance, en venant même en dehors des cours discuter d'autres questions qui seraient apparues en travaillant le cours après la remédiation.

Enfin, nous tenons encore une fois à souligner que ce dispositif ne peut être mené à bien que grâce à une collaboration importante des membres du Département mais aussi au choix de la Faculté de consacrer un poste temps plein pour gérer l'ensemble des activités de remédiations. Cette expérience reste tout à fait spécifique à la Faculté des Sciences. D'autres actions sont menées dans les autres facultés de notre université, tenant compte des spécificités du public et des filières concernées. D'autres universités belges francophones mettent également en place des actions visant à encadrer les étudiants de L1. Nous pensons par exemple à l'Opération Tremplin menée à L'UNamur depuis plusieurs années (De Vleeschouwer, 2008).

Bibliographie

ARTIGUE M. (2003), Évolutions et perspectives de l'enseignement de l'analyse au lycée, *L'Ouvert,* 107, p. 1-18.

BRIDOUX S. et DERONNE M. (2013), Compétences : la parole aux enseignants, *Losanges*, Société Belge des Professeurs de Mathématiques d'Expression Française.

CASTELA C. (2011), *Des mathématiques à leurs utilisations, contribution à l'étude de la productivité praxéologique des institutions et de leurs sujets – Le travail personnel au cœur du développement praxéologique des élèves en tant qu'utilisateurs des mathématiques,* Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris Diderot.

CHEVALLARD Y. (2003), Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques. In S.Maury et M.Caillot (Eds) *Rapport au savoir et didactique,* p. 81-104. Paris : Editions Fabert ou site Yves.Chevallard.free.fr.

DE VLEESCHOUWER M. (2008), Aider les étudiants à entrer dans un nouveau contrat didactique ? L'exemple de l'opération tremplin à l'université de Namur. *Actes du Ve Colloque Questions de Pédagogie dans l'Enseignement Supérieur*. Brest : TELECOM Bretagne.

DIEUDONNE M., DRONIOU J., DURAND-GUERRIER V., RAY B., THERET D. (2011), Bilan de praticiens sur la transition lycée-université, Exemple de l'algèbre linéaire, *Repères-Irem*, 85, p. 5-30.

DOUADY R. (1987), Jeux de cadres et dialectique outil/objet, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7/2, p. 5-31.

GUEUDET G. (2008), Perspectives en didactique des mathématiques. La transition secondaire-supérieur : résultats et perspectives des recherches didactiques, *Actes de la XIII*ème *école d'été de didactique des mathématiques*, p. 159-175.

HENRY V. et LAMBRECHT P. (2012), Compétences en Communauté française de Belgique : illustration via l'introduction de manipulations en classe, *Repères-Irem*, 88, p. 21-33.

MINISTÈRE DE LA COMMUNAUTÉ FRANÇAISE (1999), *Compétences terminales et savoirs requis en mathématiques (Humanités générales et technologiques),* Administration générale de l'Enseignement et de la Recherche scientifique, 15-17 Place Surlet de Chokier, 1000 Bruxelles.

PIERARD S. (2011), Une étude du travail personnel des étudiants dans les cours de mathématiques, *Travail de fin d'études*, Université de Mons (Belgique).

ROBERT A. (1982), *L'acquisition de la notion de convergence des suites dans l'enseignement supérieur*, Thèse d'État, Université Paris 7.

ROBERT A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au lycée et à l'université, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 18/2, p. 139-190.

ROBERT A. et ROBINET J. (1996), Prise en compte du méta en didactique des mathématiques, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 16/2, p. 145-175.

VANDEBROUCK F. (dir.) (2008), *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*, Toulouse : Octarès.