L'INVENTION DU ZERO, OU LA REVANCHE DES BERGERS

L'induction est
«pragmatiquement» évidente,
épistémiquement significative,
mais formellement impénétrable.
Gerhard Heinzmann

Philippe LOMBARD
Irem de Lorraine

Il y avait jadis à Suse, en Elam — c'est-à-dire dans l'ouest de l'Iran actuel, non loin de Babylone et de Sumer —, un roi perse qu'on appelait Artaxerxès *Mnémon*. C'était le sept ou huitième roi de la dynastie des Achéménides fondée il y a plus de 2500 ans par Cyrus *Le Grand* et son fils Cambyse. Il venait après Darius *Le Grand*, auquel avait succédé son fils Xerxès, celui que la Bible appelle *Assuérus*. Il venait après un premier Artaxerxès, appelé *Longue Main* on ne sait pas trop pourquoi. Il venait après Darius *Le Roi*. C'était son fils, mais certains prétendent que c'était son frère.

Bien qu'il y ait eu un premier Artaxerxès, on ne l'appela pas Artaxerxès II, sans doute parce que les chiffres romains n'étaient pas encore à la mode, on l'appela *Mnémon*, c'est-à-dire "Mémoire". Etait-ce un insupportable rancunier ? Etait-ce un pieux amoureux du passé ? Lui fallait-il tout simplement des capacités exceptionnelles pour se souvenir du nom de ses cent-quinze fils et de ses trois-cent-soixante concubines ?... Nul ne semble le savoir : le monde a oublié depuis longtemps la raison exacte pour laquelle on l'avait surnommé "mémoire" !

Quoi qu'il en soit, cet Artaxerxès *Mnémon* n'a évidemment qu'un rapport indirect avec notre sujet puisque, vous le savez, il s'agit ici de philosophie des sciences, et même plus précisément de philosophie des mathématiques. Seulement voilà : si le mathématicien a une telle habitude d'utiliser des symboles et des formalismes qui ont été inventés (ou découverts ?) il y a belle lurette qu'il se moque pas mal de leur origine, de leur valeur et de leur portée, le philosophe au contraire ne saurait faire l'économie d'une réflexion historique approfondie et d'une analyse épistémologique sérieuse avant de percer tous les secrets de *l'Intuition* qui a bien pu leur donner naissance. Il en va ainsi pour toutes les grandeurs étudiées par la science, il en va de même pour toutes les figures de la géométrie, il en va naturellement de façon analogue pour ce qui constitue sans doute l'une des clefs les plus puissantes de toute mathématique : la maîtrise du nombre — et même *des* nombres — depuis les nombres entiers les plus simples jusqu'aux ressources numériques les plus sophistiquées permises par la numération décimale de position. Je m'en excuse donc auprès des spécialistes, mais il va nous falloir tout d'abord faire un détour aux origines mêmes de notre sujet, et tout particulièrement à celles de la numération et de l'invention du " zéro ", avant de pouvoir pénétrer dans une réflexion plus approfondie sur l'intuition mathématique.

Et c'est précisément ce qui nous ramène directement à cet Artaxerxès *Mnémon*. Enfin, plus ou moins directement… Comme vous allez vous en apercevoir en effet, cet Artaxerxès deuxième du nom n'a en vérité que tout à fait indirectement à voir (et encore !) avec le problème lui-même de l'invention du zéro. Aucun historien des sciences n'a jamais songé à lui attribuer le mérite de l'invention de ce chiffre magnifique, ni même d'un quelconque autre nombre, ni d'ailleurs de quoi que ce soit. C'était un roi perse comme vous et moi, mais il possédait à Suse un merveilleux palais (du moins si l'on en croit l'Ancien Testament) et il se trouve que c'est à la recherche des ruines de ce palais que se lancèrent, au dix-neuvième siècle, les tout premiers archéologues.

Le site avait en effet été retrouvé par hasard vers 1850 par une expédition anglaise, mais de ce côté-ci de la Manche on considère plutôt qu'il a été découvert par les Français en 1884, date à laquelle une délégation officielle, dûment mandatée par le ministère de l'Instruction publique, s'embarqua vers la Perse dans la ferme intention de retrouver les restes du fameux palais.

Dévorée par les moustiques, rôtie par le soleil de Susiane, attaquée par les maraudeurs, rançonnée par les autorités locales ou les pillards, cette délégation officielle du ministère de l'Instruction publique campa de longs mois près des ruines de l'ancienne cité, au pied des hauts plateaux de la Perse antique. Elle remua des tonnes de terre et des monceaux de gravats. Elle découvrit quelques belles statues, d'étonnants fragments de frises en céramique, des magnifiques morceaux de poteries brisées et des tombereaux incalculables de tessons en terre cuite. Elle rentra avec tous ses trésors, un peu déçue de ne pas avoir retrouvé la moindre trace des portes du fameux palais, mais sa moisson fait aujourd'hui la fierté de nos musées, à commencer par la fameuse frise des "immortels" ou par celle des "lions".

Et c'est ainsi que des tombereaux de tessons soigneusement étiquetés dormiront sans doute longtemps encore, bien alignés sur des étagères, dans les réserves du grand Louvre. Mais en vérité, ce sont précisément ces tombereaux de tessons qui nous ramènent à notre sujet.

Les premiers français qui fouillèrent le site de l'ancienne Suse s'appelaient Marcel et Jane Dieulafoy. C'était en 1884, ils n'étaient évidemment pas archéologues professionnels, puisque l'archéologie existait à peine. Lui était ingénieur, elle un tantinet garçonne mais indéniablement romanesque. Ils rêvaient tous les deux, au fond, de retrouver les traces et l'atmosphère biblique des amours du roi perse et de la belle juive qui sont relatées au Livre d'Esther. Ni lui ni sa femme n'imaginaient, semble-t-il, que nous pourrions nous intéresser un jour à quelques hiéroglyphes indéchiffrables tracés sur d'anodins débris d'argile…

* * *

C'est qu'on ne comprit vraiment que plus tard la façon dont les palais du quatrième siècle avant Jésus Christ avaient été eux-mêmes construits sur des vestiges datant de plusieurs millénaires, vieux comme les rues de Sumer ou de Babylone, et que ces vestiges dévoileraient une part de ce qui constitue désormais nos connaissances sur les numérations anciennes. Grâce à eux, bien à l'abri des moustiques, du soleil et des pillards, nous pouvons à notre tour rêver de comprendre l'origine des nombres, imaginer que nous allons percer le mystère de cette grande aventure de l'esprit humain et prétendre (pourquoi pas ?) que nous sommes capables d'en mesurer la portée… En effet, parmi les objets de terre cuite, on retrouva — plus ou moins ébréchées évidemment — de nombreuses boules fermées et creuses, grosses comme des œufs. Les rares qui n'étaient pas cassées contenaient en fait des pierres ou, pour être aussi précis qu'il convient en la matière… : *un certain nombre de cailloux*. Toutes étaient gravées de signes étranges, parmi lesquels figuraient aussi bien des sortes de hiéroglyphes représentant divers objets ou animaux, que quelques glyphes que l'ont soupçonnait depuis longtemps devoir être associés à des lettres ou à des chiffres.

En réalité (qui peut dire le contraire ?) ce serait là la clef de *l'invention des nombres* par les civilisations proches de l'Euphrate d'il y a quelques cinquante ou soixante siècles !

Imaginez. Périodiquement, à la saison sèche, les petits éleveurs de la vallée confient leurs moutons à des bergers chargés de les emmener paître sur les hauts plateaux. Ceux-ci rassemblent alors les animaux de plusieurs propriétaires et partent en longs troupeaux, pour des mois, vers l'herbe de la montagne. Seulement voilà : il faut encore que celui qui a confié ses bêtes à un berger consigne cela d'une manière ou d'une autre pour que chacun soit sûr de ce qu'il a donné ou reçu… Et c'est précisément le rôle de ces mystérieuses bulles d'argiles scellées : je te confie tant de têtes, alors je mets exactement autant de cailloux dans cette boule d'argile que je referme sous tes yeux. Nous allons la cuire après que j'y aie apposé — pour nous prémunir des faussaires… — la marque de ce petit sceau cylindrique gravé, que je suis le seul à posséder. Tu devras me la rapporter avec les moutons et nous pourrons à ce moment-là comparer ce qu'il y avait au départ avec ce qu'il y a au retour !

L'explication est indéniablement bien trop séduisante pour ne pas être tout bonnement la vraie vérité historique... D'autant qu'effectivement les bulles d'argiles les plus anciennes qui furent découvertes ne présentaient, comme marques en relief, que les traces imprimées avant cuisson de sceaux cylindriques dont on avait par ailleurs trouvé de multiples exemplaires.

Mais que dire alors de *l'intuition du nombre* à ce stade de l'humanité ? *L'idée* de nombre semble évidemment présente, du moins comme "point commun entre deux collections qui peuvent être mises en relation biunivoque l'une avec l'autre" (pour parler comme les zélateurs de la réforme des mathématiques modernes). Et si le *signe* du nombre est manifestement des plus rudimentaires, il n'en est pas moins un *signe*, par le fait même d'avoir décidé de mettre dans une boule scellée des objets privés de toute autre destination que de signifier l'idée *abstraite* que pouvait être le nombre des objets d'une collection quelconque ! Il a évidemment la qualité de ne pas permettre d'équivoque et de ne pas nécessiter l'apprentissage compliqué d'un code quelconque, mais la méthode a certainement très vite rencontré ses limites si on imagine qu'on a eu besoin de l'appliquer à des troupeaux de plus en plus importants… Toujours est-il que ces bulles d'argile — que l'on appelle aujourd'hui des *calculis* — se sont mises à contenir des "cailloux" de formes différentes dont la signification était probablement de représenter des quantités d'importances différentes. Elles se sont mises aussi à présenter à leur surface des stries qui ne correspondaient plus simplement à la signature apposée par quelque sceau, mais que l'on a fini par décoder comme étant des signes appartenant à un véritable système de numération, analogue à celui que nous connaissons aujourd'hui.

Les exemples ne manquent pas, et on trouve (notamment au musée du Louvre) de nombreux restes de *calculis* plus ou moins intacts, avec leur contenu épars et des inscriptions cunéiformes dans lesquelles les spécialistes ont appris à lire les nombres et le système (semi)-sexagésimal utilisés à l'époque. Plus besoin d'ouvrir l'œuf d'argile pour savoir ce qu'il contient : c'est indiqué dessus ! Le signe s'est fait "chiffre". Les signes se sont faits "nombres".

Jusqu'à la première dizaine, chaque trait gravé dans l'argile représente un caillou, et le scribe s'est efforcé de les grouper ou de les accoler de manière à faciliter la reconnaissance au premier coup d'œil de la quantité correspondante. Mais, de la même façon qu'il avait sans doute fallu se servir de cailloux plus gros pour signifier des quantités plus élevées, les bâtonnets ne pouvaient à eux seuls suffire pour représenter le contenu correspondant aux boules d'argiles. La trouvaille aura été — et semble-t-il, d'entrée de jeu ! — d'avoir utilisé les mêmes "chiffres" allant de un à neuf pour indiquer les quantités de cailloux de chacune des tailles significatives : il suffisait de mettre côte à côte le nombre de soixantaines présents dans le *calculi*, puis le nombre de soixantaines de soixantaines, etc., etc.

Comment rêver mieux en matière d'ingéniosité ? C'est exactement le système que nous pratiquons toujours aujourd'hui. Et même sous la forme où l'on apprenait naguère encore dans les petites écoles : dix petites bûchettes pour les unités, des bûchettes plus grosses qui valaient dix petites bûchettes chacune, des grosses bûchettes qui en valaient dix moyennes, et ainsi de suite ! Mais surtout, comment rêver mieux en matière de symbolisme ? La syntactique sophistiquée des numérations de position, les pictogrammes épurés qui prendront peu à peu leur autonomie vis-à-vis des "traits" originels représentant directement les unités mises en jeu... Et, par dessus tout, cette étape inespérée, presque magique — forcément transitoire — qui nous aura permis de rencontrer des "signifiants gravés" qui semblent littéralement *receler leur signifié*, cardinal invisible, secrètement tapi au fond de sa coquille en terre cuite !

* * *

Reste naturellement le problème du zéro : « de ce symbole qui remplace dans la numération finie les ordres d'unités absentes et multiplie ainsi à l'infini toutes les mathématiques »…

D'une certaine manière, les bulles d'argile ou les diverses tablettes (qui finirent sans doute par devenir plus pratiques et moins fragiles) témoignent très tôt de la présence d'une forme de "zéro". Il s'agissait naturellement de signifier, dans la liste de chiffres indiquant le nombre de cailloux de chaque type, l'absence éventuelle de tel ou tel degré ou, si l'on préfère, la présence de "zéro exemplaire" d'unités, de soixantaines, de soixantaines de soixantaines, etc. Eh bien si les objets les plus anciens paraissent se contenter pour cela de laisser un espace vide entre les chiffres significatifs pour marquer de telles absences, il est apparu ensuite une marque particulière, une sorte de double apostrophe composée de deux petits traits obliques, destinée en quelque sorte à souligner ces absences : ce sont donc indéniablement les premiers chiffres "zéro" connus dans l'histoire de l'humanité ! Il n'empêche. Les historiens considèrent depuis longtemps ces signes comme sans grande valeur, comme des zéros au rabais, des zéros de pacotille et même, il faut le dire, des zéros de rien du tout !

Que leur faudrait-il donc de plus ? Il voudraient simplement que le zéro soit un *nombre*…

La nuance est évidemment subtile, mais il me faut bien reconnaître que c'était sans doute aller beaucoup trop vite en besogne en confondant sans plus de formalités — comme je viens de le faire — le fait de "signifier l'absence d'unités d'un certain ordre" avec le fait de dire "qu'il y aurait zéro exemplaire" de ces mêmes unités. Disons-le très simplement pour bien nous faire comprendre de tout un chacun : le premier "zéro" serait d'origine et de nature purement syntaxiques… le second se verrait conférer une valeur sémantique permettant de le ranger parmi les autres chiffres de la tribu... Dit encore plus clairement : il faudrait aux historiens la chance de dénicher dans quelque couche de poussières archéologiques correspondant à quelque bergerie (ou à quelqu'école de village ? ou à quelqu'académie savante ? ou à quelque "Pavillon de Breteuil" ?) une bulle d'argile intacte, *sans aucun caillou à l'intérieur*, mais marquée d'un unique symbole, de cette seule espèce d'apostrophe, bien lisible, chargée habituellement d'indiquer les "ordres d'unités manquants" et à laquelle un scribe génial — allez savoir pourquoi — aurait décidé de faire dire tout simplement : « il n'y a rien ». Bref : un exemplaire étalon de *l'ensemble vide* !

En attendant, l'opinion la plus répandue est qu'il faudra attendre longtemps encore pour que l'humanité parvienne à forger le "zéro" tel que nous le connaissons, dans toute sa plénitude. Et c'est d'ailleurs si vrai qu'aujourd'hui encore le mystère reste entier : personne ne saurait dire ni où, ni quand, ni comment, ce chiffre magnifique a bien pu être inventé. On en trouve des premières traces en Inde quelques 3500 ans après nos bulles d'argile. Il resurgit trois ou quatre siècles plus tard vers Baghdad, Tabriz, Tachkent ou Samarcande avant de se diffuser peu à peu dans le monde occidental. Les connaissances des historiens des mathématiques semblent bel et bien s'arrêter là. Le problème reste entier. Je veux dire évidemment : le *problème philosophique* de l'invention du zéro. De la valeur et de la portée de ce symbole du "rien" à partir duquel les formalistes modernes, de Frege à Bourbaki, ont pourtant l'ambition de faire jaillir tous les autres nombres. Jusqu'à l'infini. Sans compter évidemment que, sans le zéro, les numérations de position ne seraient pas complètes et ne nous auraient certainement jamais donné aussi efficacement cette extraordinaire faculté d'inventer des nombres plus grands que l'univers, ni cette capacité inouïe de nous approcher progressivement de l'infiniment petit en imaginant des abîmes de décimales…

Que serait donc notre géométrie — c'est-à-dire rien moins que notre espace et notre temps — si les bergers de Susiane et les mathématiciens d'Asie centrale ne nous avaient permis de revisiter toute la géométrie des Grecs au travers d'une telle vision des nombres ?

Mais si nous voulons comprendre cette invention hors du commun, ce n'est donc pas aux historiens qu'il faut désormais nous adresser : il faut tout bonnement nous tourner vers les philosophes, vers ceux qui, bien entendu, ne renonceront jamais à percer les secrets des nombres, de l'arithmétique et de la géométrie. Et c'est ainsi que nous nous intéresserons, pour commencer, à la branche spécialisée de la philosophie, connue sous le nom *d'épistémologie*, qui est plus particulièrement chargée d'étudier l'origine, la valeur et la portée de toutes nos connaissances scientifiques.

C'est qu'en effet le problème n'est pas simple ! Peut-être que durant des millénaires ce fameux signe qui finira par désigner "notre" zéro actuel a posé autant de problèmes symboliques et ontologiques que le signe de l'infini a pu en soulever depuis le dix-septième siècle et dont nous gardons encore quelques traces. Mais faute de vérité historique — même en prenant les choses, si j'ose dire, *ab ovo* — l'épistémologie n'a en définitive guère d'autre piste que *d'inventer l'histoire*. Ou plutôt *d'inventer des fictions*. Bref : l'épistémologue est un menteur, mais un menteur qui doit trouver le moyen de nous convaincre que les choses se sont passées plutôt comme ceci ou plutôt comme cela. Et de ce fait, il est bien connu que les meilleurs épistémologues sont naturellement des conteurs ; des conteurs talentueux qui nous entraînent à "faire comme si" leur histoire était vraie, "comme si" les choses s'étaient réellement passées à la manière où ils nous la racontent…

Dans ce domaine, le meilleur épistémologue que je connaisse était français. Il s'appelait Jean Giono. Il a justement écrit en 1970 (c'est sa dernière œuvre) un essai consacré à notre sujet qui s'appelle *L'iris de Suse* et dont le prière d'insérer ne laissait aucun doute :

> « *L'iris de Suse n'a jamais été une fleur (il n'y a pas d'iris à Suse) ; c'était en réalité un crochet de lapis-lazuli qui fermait les portes de bronze du palais d'Artaxerxès (voir Mme Dieulafoy).*
>
> *Ici, il n'est qu'un os minuscule, pas plus grand qu'un grain de sel (au surplus inventé) qui crochète la voûte crânienne des oiseaux.*
>
> *Que de merveilles dans un crâne d'oiseau (imaginez !), autant que dans un palais persan.*
>
> *J'ai eu plusieurs fois l'intention d'intituler ce récit* L'invention du zéro *; en effet, un de mes personnages est en définitive amoureux de ce symbole qui remplace dans la numération finie les ordres d'unités absentes et multiplie ainsi à l'infini toutes les mathématiques.*
>
> *C'est aller plus loin que la lune, mais qui le saura ?* »

* * *

Vous connaissez sans doute les linguistes. Ils se sont précipités sur cette introduction dans laquelle Giono leur apportait sur un plateau les clefs de son livre ! Fascinés par les chiffres et les nombres — comme la plupart des experts en sciences humaines —, ils ont commencé par passer le texte au crible de la statistique ; comptant et recomptant les apparitions du mot “zéro” ou de ses synonymes, ainsi que de tous les termes qui pouvaient s'y rattacher…

Peine perdue ! Les fréquences observées ne mettaient en évidence aucune insistance sur telle ou telle sorte de lexique spécialisée dans l'expression de la nullité sous toutes ses formes. Ils trouvèrent juste à se mettre sous la dent l'utilisation par un personnage de la formule : « vous n'êtes rien, *zéro en chiffre* ». Pas de quoi satisfaire, évidemment, la somme des espoirs suscités par le “prière d'insérer”, mais tout de même : l'occasion de comparer l'expression choisie par Giono à celle retenue par Shakespeare dans son *Roi Lear* : « à présent tu n'es qu'un *zéro sans chiffre* ». Or selon Littré : “des grammairiens ont prétendu qu'il fallait dire non *zéro en chiffre*, mais *zéro sans chiffre*”, pour la bonne raison “qu'un zéro sans chiffre n'a aucune valeur”, mais que mis avec des chiffres, ce même zéro hérite d'une valeur particulièrement importante : celle de pouvoir tous les multiplier…

On voit évidemment sur un tel exemple la profondeur des analyses épistémologiques nécessaires pour conduire une réflexion sur un sujet aussi difficile. Mais en vérité le “prière d'insérer” de Giono est nettement plus que cela. C'est tout simplement la preuve même, gravée en quatrième de couverture, du fait que l'ouvrage considéré est bien celui d'un conteur, c'est-à-dire d'un menteur véritable. Autant dire d'un fieffé épistémologue. En effet : tout, est magistralement *faux* — et même *archi-faux* — dans ces quelques lignes offertes au lecteur !

Ne parlons pas de cet “iris de Suse” — qui *ne serait pas une fleur*, alors que Giono lui-même en possédait une reproduction dans un album — et de cette affirmation éhontée attribuant à Madame Dieulafoy le fait qu'il n'y a pas d'iris à Suse… Non seulement on voit mal cette brave Jane revenir en consignant dans son *Journal des fouilles* qu'il n'y aurait pas telle ou telle fleur en Susiane, mais il se trouve au surplus qu'elle décrit explicitement — dans le deuxième tome il est vrai — l'éclosion des iris, un matin, autour de leur campement ! Ne cherchons ni ce crochet de lapis-lazuli, ni les portes du palais dans les trouvailles archéologiques de l'époque, ni d'ailleurs de quelqu'époque que ce soit. Et contentons-nous de ce que l'auteur dit ingénument de cet os *au surplus inventé* qui crochèterait la voûte crânienne des oiseaux, alors même que c'est d'un crâne de mulot d'Amérique qu'il est essentiellement question dans le récit.

Bref. En épistémologie, il est clair que la vérité passe par la fiction. On se rend très vite compte, à cet égard, que *L'iris de Suse* est une très grande œuvre épistémologique…

C'est l'histoire d'un petit malfrat de Toulon, au tout début du vingtième siècle, après un cambriolage qui semble avoir rapporté gros. Il s'appelle Tringlot et il est obligé de quitter discrètement la ville, autant pour éviter la justice que pour échapper à des complices auxquels il vient de subtiliser le butin. Le récit le prend au moment où il se joint nuitamment à un convoi de bergers et de moutons qui partent en transhumance pour les alpes de la haute Provence : notre héros s'achète un pantalon de toile, un béret alpin, un Opinel, quelques croûtes de fromage et hop, il se fait adopter par la caravane pour la suivre jusqu'à sa destination finale, vers les environs de Barrême, de Castellane et du mont Chiran. Bien entendu, un malfrat qui aime les croûtes de fromage ne saurait être complètement mauvais et le récit est tout bonnement l'histoire de sa rédemption au milieu des moutons, des bergers et des habitants perdus dans la montagne où vont paître les troupeaux. C'est là que Giono va s'ingénier à lui faire toucher du doigt les divers aspects du "zéro" et que notre épistémologue va en profiter pour soulever à notre intention quelques coins du voile qui en obscurcissent habituellement la compréhension…

* * *

Comme on pouvait le prévoir, trois des personnages de *L'iris de Suse* sont susceptibles, comme le dit leur auteur, d'être *amoureux de ce symbole*.

Naturellement, il y a d'abord Tringlot, le héros principal. Citadin habitué des bars louches de Toulon, amoureux de l'or jusqu'à en trahir ses amis, arrivé là par hasard pour fuir la vengeance de ses anciens complices, il finira par se fixer dans la montagne, amoureux d'un curieux personnage emblématique : l'*Absente*. Femme mystérieuse, dont on ne sait pas grand chose si ce n'est qu'elle est muette, jeune et jolie (mais "zéro pour la question"…) et surtout simple d'esprit — ou mieux parfaitement *sans esprit* —, elle traverse le récit comme une apparition, comme un simple signe : celui du zéro comme symbole de l'absence. Le *zéro ontologique*, pourrait-on dire, mais qui va peu à peu remplacer l'or dans le désir de Tringlot : « je suis comblé maintenant, j'ai tout », dira-t-il au terme du roman, après avoir enfin réussi à épouser cet objet impénétrable de sa passion si paradoxale.

Et puis il y a un autre personnage qui pourrait bien être celui auquel Giono fait allusion dans son avertissement : Alexandre le berger.

Bien que sa bien-aimée soit physiquement "absente" durant la plus grande partie du roman (mais c'est une autre histoire...) lui n'est pas amoureux d'une simple d'esprit, mais véritablement du symbole zéro en tant que chiffre — d'un *zéro syntactique* si l'on préfère — peut-être même du zéro bouche-trou originel, celui que les scribes d'il y a cinq mille ans gravaient sur les *calculis* d'argile, au départ des transhumances, en Susiane ! Cet Alexandre est d'un curieux tempérament taciturne ; il passe le plus clair de son temps plongé dans un livre qui ne le quitte jamais et dont ses compagnons ont bien du mal à percer le secret :

> « *Tu l'as vu son livre ? C'est plein de chiffres ; rien que des chiffres. J'ai regardé : il n'y a pas un seul mot ; des colonnes de chiffres, un point c'est tout. Je me demande comment il fait pour le lire.* »

Mais Giono finira par lever le mystère :

> « *Tu ne lis que des chiffres, dit Tringlot.*
>
> *— Qu'est-ce que tu veux lire d'autre ? Dit Alexandre.* » […]
>
> *Tringlot s'arrangea pour regarder le titre sur la couverture cartonnée ; c'était « Les comptes*

faits ». « Les comptes faits » par M. Barême.

Autant dire "LE barême" ! De ce monsieur du dix-septième siècle qui a donné son nom au barème "liste de nombres" qui est devenu pour nous, aujourd'hui, un simple nom commun… Son ouvrage réédité pendant plus de deux siècles n'était effectivement qu'une interminable liste de chiffres bien rangés en colonnes, destinées à couvrir tous les cas de figures possibles en matière de change de monnaies ou de prix à la pesée...

Mais il y a surtout un troisième personnage, peut-être l'un des plus fascinants jamais créés par Giono, et auquel il a semble-t-il confié toute la portée poétique condensée dans ce symbole du "rien" susceptible de "multiplier à l'infini" les possibilités de l'esprit humain. C'est Casagrande, sorte d'ermite flamboyant, druide et philosophe à la fois, exilé volontaire dans un étrange domaine situé au-delà des alpages. Héros imprévisible — ou héraut imprévisible ? — du *zéro imaginaire*. C'est évidemment lui qui est chargé de la métaphore de cet "os magnifique" dont il est question au prière d'insérer. C'est avant tout une espèce de "structuraliste" qui, lorsqu'il ne joue pas au sage retiré du monde ou au médecin de la montagne, passe son temps à nettoyer et polir des os d'oiseaux ou de petits animaux pour reconstituer leur squelette :

> « *Je n'empaille pas, jamais.* […] *Là au contraire, regardez !* […] *il est réduit à sa plus simple expression : son squelette, son essence, le contraire de son accident* […] *le squelette est le fond de l'être.* La fin et l'essence des êtres resteront impénétrables. »

Puis, avisant sa dernière création :

> « *Regardez-le, celui-là :* impénétrable. *J'ai nettoyé* ses *os un à un, du plus gros au plus petit ; je les ai fait tremper dans cent mille vinaigres, je les ai brossés, poncés, polis et je les ai remontés un à un du fond de l'enfer.* […] *J'avais peur de perdre le plus petit de ses os imperceptibles.* […] *Tenez : qu'est-ce que c'est celui-là , Il faut le regarder à la loupe. Ah ! c'est l'os qu'on appelle l'*Iris de Suse*, en grec :* Teleïos*, ce qui veut dire : « celui qui met la dernière main à tout ce qui s'accomplit »* […] *Et il n'est pas plus gros qu'un grain de sel.* […] *Je vais le placer où il doit être, comme l'a voulu Dieu-le-père, un très vieux Dieu, vieux comme les rues.* »
>
> « *On ne le voit pas, on ne le soupçonne pas, on ne le soupçonnera jamais, mais, s'il n'y était pas, il ne serait pas complet. Je ne le sentirais pas complet.* »

Puis Casagrande quittera le pays pour aller Dieu sait où, laissant à Tringlot le soin de veiller sur les alpages et sur l'Absente. Nul ne pourrait dire ce qu'il est devenu.

* * *

J'ai un ami philosophe. (Sa modestie dût-elle en souffrir, je devrais d'ailleurs dire : « j'ai l'honneur d'avoir un ami philosophe ».) C'est un *philosophe des mathématiques* et il m'est toujours apparu comme fasciné par les nombres. Pas fasciné par les nombres comme peuvent l'être les mathématiciens qui cherchent depuis des millénaires à percer les secrets de leurs agencements les plus complexes ou les mystères de leurs combinaisons les plus étonnantes. (Un peu à la manière de ces kabbalistes qui croiraient pouvoir y déceler les desseins mêmes de quelque créateur omniscient.) Non. Bien entendu. Mais fasciné par les nombres à sa façon de philosophe, c'est-à-dire passionné par la question de savoir d'où ceux-ci ont bien pu émerger pour habiter ainsi l'esprit des hommes et par quelle *intuition* — inaccessible, évidemment, au commun des mortels —, ils ont bien pu être engendrés, pour pouvoir nous emporter aussi aisément vers l'infini…

Oh bien sûr, sa façon de philosophe est assez différente de celle des mathématiciens, qui pourraient même souvent trouver qu'elle est bien trop naïve pour être propice aux recherches de l'arithmétique… Et il faut malheureusement reconnaître qu'en adoptant l'approche et la définition les plus subliminales possibles des nombres entiers — celle, m'a-t-on dit, des intuitionnistes, ou même d'un très vieil Italien nommé Peano — il me donne parfois l'impression de se complaire un peu dans le stade où les enfants jouent encore avec des bûchettes, en les mettant patiemment côte à côte, bien rangées l'une à côté de l'autre, tout en les comptant à haute voix : « un, deux, trois, quatre, cinq », et cætera, et cætera.

Pourquoi diable les philosophes s'échinent-ils donc à ne rentrer ainsi dans l'univers des nombres qu'à coup de traits — et peut-être même "d'instances de traits"… — et à se contenter d'égrener patiemment : « I bâton, I bâton et un bâton donnent II bâtons, II bâtons et un bâton donnent III bâtons, III bâtons et un bâton ... », et cætera, et cætera ?

Mais c'est parce que les philosophes s'intéressent (m'a-t-il expliqué) aux nombres entiers réduits à *la plus simple expression* ! Cette façon de prendre le problème permet de mettre en évidence le geste principal, fondamental — essentiel ! — qui consiste précisément à ajouter une bûchette à un paquet de bûchettes et sans lequel la collection même de tous vos nombres entiers ne serait rien ! Rien qu'une sorte d'amas informe, qu'un *accident*, à partir duquel toute votre "science arithmétique", toute votre "reine des mathématiques", et même toute votre "mathématique", n'existeraient absolument pas ! L'adjonction d'un trait — ou plutôt, d'une "instance de trait" — à côté d'une autre instance de trait est ce qui constitue la structure géologique profonde, *le squelette*, *l'essence* de la collection toute entière des nombres entiers. Le *contraire de son accident*, si bien que *ce squelette est le fonds* de toute arithmétique ! Soit. Il nous faut bien convenir que ce raisonnement est on ne peut plus logique. Ce serait donc aussi simple que la marche : sans répétition d'un pas après l'autre, pas de marche ! Et s'il n'y avait finalement rien d'autre à découvrir — je veux dire en matière *d'intuition mathématique* — dans la si mystérieuse infinité des nombres entiers ? Mettre un pied devant l'autre, une deux, une deux, … et en avant ! Seulement voilà : c'est peut-être là une explication suffisante pour le mathématicien, mais ce serait naturellement compter sans la persévérance et la profondeur d'analyse des *philosophes des mathématiques* !

Il n'y a surtout pas que cette idée d'enchaînement. Il y a ce que j'ai laissé percer au début de notre histoire (pour ne pas dire "au début de l'Histoire"), il y a le Signe. C'est-à-dire le Symbole. Bref, là où le non-initié ne verrait qu'un trait anodin ou peut-être même un simple bâton, il y a bien plus que le simple trait : il y a le trait comme représentation du nombre, et pour tout dire : *le trait comme volonté du nombre*... Sans cette volonté, l'arithmétique se réduirait sans doute à la récitation d'une *comptine en laisse* : « marabout - bout d'ficelle - selle de ch'val - ch'val de course - etc., etc. », et — pire ! — elle ne pourrait que boucler un jour ou l'autre... Faute de mots en assez grande quantité... Or chacun sait bien que la volonté du philosophe comme celle du mathématicien est précisément que la comptine : « trait, trait-trait, trait-trait-trait, etc., etc. », ne boucle jamais et nous emporte au contraire vers l'infini, alors même que l'on serait parti de rien !... Tout le mystère est là : partir de rien, ajouter un trait à rien pour obtenir un trait, ajouter au trait un trait pour obtenir trait-trait, ajouter..., ajouter..., ajouter,... Et gravir ainsi pour soi-même, barreau après barreau, l'échelle apparue en songe à Jacob [*Genèse*. 28 : 11-19] et sur laquelle des anges montaient et descendaient, entre la terre et les cieux...

Partir de rien ? Comment est-ce possible ? L'homme aurait-il donc l'intuition du zéro avant même d'avoir celle du "un" ? Et n'obtiendrait en réalité le "un" qu'en rajoutant la "volonté du un" à droite du rien pour obtenir le symbole du "un" ? Diable !

« Et pourtant il faut bien partir de zéro ! me dit mon ami philosophe, sans lui la collection des nombres ne serait pas complète ! Je ne la sentirais pas complète. » Certes ! Mais quel peut bien être son symbole, à ce fameux zéro ? J'ai beau écarquiller les yeux, il n'y a rien à gauche du trait isolé qui est censé représenter le "un". Pas le moindre fantôme de symbole, pas le moindre vestige du moindre frôlement de signe qui aurait pu représenter ce "zéro" à droite duquel on aurait eu la volonté de mettre un trait pour décider du "un"... Et puis il faut bien le dire : où aurait-il donc été placé ce symbole vide du zéro vide ? Qui donc aurait su décider un jour que c'est à droite de ce zéro vide placé là, mais nul ne pouvant savoir où — autant dire nulle part — qu'il fallait venir inscrire notre volonté irrépressible du nombre "un", droit comme un I, à côté de ce symbole du "rien" représenté… par rien ?

Peut-être un tout petit symbole de rien du tout, à peine gros comme un grain de sel (au surplus invisible), le *teleïos* indispensable à l'accomplissement de la voûte des nombres, et dont seul les mathématiciens et les philosophes des mathématiques pourraient avoir la perception ou même simplement l'intuition ? La fin et l'essence des nombres, comme dirait Casagrande, et sans doute plus encore celles du zéro, resteront impénétrables…

* * *

Mais si cette importance presque incompréhensible donnée au "non-symbole" du zéro n'était qu'une espèce de leurre, une sorte de diversion destinée à masquer au profane que le seul véritable enjeu et le seul mystère de la collection des nombres ne sont pas celui de son origine... mais celui de sa fin ? Et si le zéro n'était au fond que le miroir de l'infini ?

Oh ! entendons-nous bien : pas de l'infini des géomètres ! Pas de cet infini du continu qui voudrait, depuis Euclide, que le plus petit segment puisse — soi-disant — se prolonger au-delà de toute limite... Ou qui voudrait en même temps que les figures les plus imposantes puissent se réduire indéfiniment, jusqu'à se dissoudre en un point sans épaisseur, sans étendue et sans dimension... Pas plus, d'ailleurs, de l'infini des peintres, celui des peintres florentins du quattrocento qui réussirent à inscrire dans leurs toiles cette sorte d'infini *en acte* qui leur permit de précipiter l'au-delà du paysage en chacun des points de fuite qui parsèment la ligne d'horizon. (Encore que j'aurais peut-être pu vouloir parler de cet infini-là... Les peintres de la Renaissance n'avaient-ils pas eu la géniale intuition, qu'en définitive, cette coagulation des images les plus éloignées ne devait pas être recherchée ailleurs qu'au plus profond de l'observateur lui-même, sur sa rétine, et presque étrangement, au point même où celle-ci se projette sur le tableau ?)

Non. Je veux essentiellement parler ici de cette infinité particulièrement ordinaire cachée au cœur même de notre liste interminable de bâtons, de notre *volonté* de liste interminable... L'infinité de l'inépuisable kyrielle des barreaux escaladés un à un par les anges sur l'échelle de Jacob. L'infinité de l'intarissable litanie des instants égrenés par Zénon et qui sépareront éternellement Achille de la tortue qu'il poursuit. L'infinité qui se résume, en définitive, en une et une seule toute petite locution : *Et cætera*.

Comment décrire en effet l'abîme insondable ouvert par la simple action de tracer un bâton à côté d'un quelconque paquet de bâton, et ceci à seule fin de lui ajouter indéfiniment une unité ? Quelles possibilités avons-nous donc d'imaginer et de prédire les contrées où nos pas, l'un après l'autre, vont nous mener lorsque nous serons au-delà de l'horizon ? Chacun sait, au fond de lui-même, qu'ils ne nous découvriront, de loin en loin, qu'un nouvel horizon toujours recommencé ; et que chacun des horizons rencontrés, puis dépassés, ne pourra que s'ouvrir sur une promesse tout identique : une nouvelle infinité parfaitement inentamée d'horizons semblables, éternellement renouvelés. Et *ainsi de suite…*

C'est évidemment à juste titre que les philosophes s'intéressent à ce mystère indépassable, à cette "inexprimable possibilité infinie" offerte par la chaîne des nombres. Est-ce en s'inspirant du stratagème des peintres : ils semblent même, parfois, avoir réussi à se rapprocher de l'infini... en ramenant celui-ci au zéro ! Quelle plus malicieuse manière en effet, que de remplacer la sempiternelle addition d'une unité par une cascade inverse de soustractions de cette unité même : « Tu veux savoir si tous les nombres imaginables sont susceptibles d'être obtenus en alignant une quantité suffisante de bâtons à droite du zéro ? C'est très simple : tu me proposes un nombre — aussi grand que tu le veux, celui qui te passe par la tête — et je te montre comment je peux le réduire petit à petit à rien *en lui enlevant un à un ses bâtons…* ». Il ne restera plus qu'à se convaincre que la démonstration en question n'est pas vraiment plus difficile à atteindre pour le paquet de bâtons choisi que pour celui qui contiendrait exactement un bâton de moins... Passez muscade !

Non seulement on voit donc par là que les philosophes on trouvé quelques manières particulièrement efficaces pour laisser aux autres la charge d'assumer leurs propres "et cætera", mais on voit aussi au passage à quel point ce zéro sans symbole est en réalité aussi important : ce signe vide situé nulle part n'est pas tant le point de départ à partir duquel on commencerait la suite illimitée des nombres, c'est à la vérité le point d'arrivée de tous les effaçages possibles. Pas de "zéro" pas de possibilité d'enlever un bâton au paquet qui n'a plus qu'un seul bâton : et ce zéro n'est donc pas autre chose que le signe de *l'absence*.

On ne peut évidemment s'empêcher de penser au héros de Giono qui transmute son désir d'infini en amour du zéro... Mais pour être entièrement franc, les mathématiciens — qui sont naturellement des esprits supérieurs — savent bien, surtout en ce domaine, que leurs méthodes sont fondamentalement plus efficaces que celles du philosophe. A commencer par la possibilité de s'inventer des nombres qui dépassent toutes les imaginations ! Admettons par exemple, vous diront-ils, que nous voulions explorer cet infini du "et cætera" avec beaucoup plus de rapidité que celle offerte par la désespérante progression de vos bâtonnets posés péniblement côte à côte, les uns après les autres. Ce n'est certes pas à ce système enfantin de bûchettes que nous ferons appel. Au contraire, nous nous servirons d'entrée de jeu du système de numération inventé par les bergers et nous utiliserons très vite des bûchettes — ou plutôt des cailloux — de différentes tailles afin de n'avoir besoin que de très peu de signes pour atteindre les quantités les plus exorbitantes.

Pour ma part, je l'ai souvent fait remarquer à mon ami philosophe : même les Romains — qui n'avaient pourtant pas un système de numération particulièrement pratique (c'est le moins qu'on puisse dire) — se sont contentés d'utiliser des bâtons accolés pour leurs seuls trois premiers nombres ! Et les scribes de Babylone ou de Suse ont vite compris que les systèmes qui consistent à aligner des traits pour représenter les nombres trouvent vite leur limite ! S'ils ont utilisé des traits pour les nombres de un à dix, ils se sont empressés de ranger les traits qu'ils assemblaient de manière à obtenir des configurations reconnaissables au premier coup d'œil ! Et lorsqu'ils ont été obligés d'aller au-delà, ils ont vite changé de méthode et ils ont introduit les différents ordres d'unités qui leur permettaient de dire en peu de signes des nombres de plus en plus grands !

Avec trois simples traits, les scribes ne représentaient pas simplement le nombre trois, ils pouvaient désigner tout aussi aisément le nombre cent onze s'ils écrivaient en base dix, ou le nombre trois mille six cent soixante et un s'ils travaillaient en base soixante... et cela sans compter l'utilisation du zéro qui leur permettait, à discrétion, de multiplier les nombres par soixante. Imagine, lui dis-je — parce que je ne le crois pas insensible aux misères des humbles — qu'un beau jour, les éleveurs de Susiane décident qu'au retour des troupeaux ils exigeraient des bergers un nombre de moutons calculé à partir des *calculis* emportés au départ, mais pour lesquels ils auraient doublé subrepticement la valeur des cailloux désignant auparavant les soixantaines, quadruplé les soixantaines de soixantaines, etc. Les bergers se verraient dans l'obligation de rendre un nombre de bêtes extraordinairement plus grand que celui sur lequel ils comptaient.

Ce serait peut-être là une des raisons historiques de l'invention du capitalisme, tant les pauvres bergers se trouveraient dans l'obligation de s'endetter à jamais pour rendre les moutons réclamés... Et si tu imagines que chaque année la manœuvre indigne des possédants se renouvelle, tu atteindras très vite des troupeaux pharamineux ! En peu de lustres, tous les grains de sable des hauts plateaux ne suffiront pas pour compter les moutons à ta manière... Puis tous ceux de la terre entière... Et même sûrement tous les atomes de la terre et de l'univers tout entier !

Naturellement, c'est aller plus loin que la lune, mais qui le saura ?...

Quelque peu troublé, mon ami philosophe des mathématiques me sembla un moment tout près de changer d'avis. Je l'observais réfléchir calmement aux avantages et aux inconvénients de son système "intuitionniste", croulant sans doute sous des montagnes et des montagnes de bâtons enchevêtrés, lorsqu'il me dit sereinement : « Je pense que tu te trompes ! Ta fable n'est pas suffisante pour mettre mon système à bas... Il te faudrait sans aucun doute pour cela rendre tes éleveurs beaucoup plus malins ; et je vais te le prouver ! Autoriserais-tu mes bergers couverts de dettes à conserver chaque année, au moment de repartir, un mouton (un seul mouton) pour leur usage personnel ? Oui ? Alors si c'est le cas, je vais t'expliquer pourquoi, avant la fin des fins, ce sont mes bergers qui n'auront plus rien à rendre et qui posséderont tous les moutons jamais imaginés par tes éleveurs :

« Il y avait jadis à Suse, en Elam, — c'est-à-dire dans l'ouest de l'Iran actuel, ...

Quelques références :

— *sur l'histoire de la numération :*

Histoire universelle des chiffres - Lorsque les nombres racontent les hommes, Georges Ifrah, Seghers, 1981

Histoire comparée des numérations écrites, Geneviève Guitel, Flammarion, 1975

— *sur la propriété évoquée à la fin du texte* (suites de Goodstein) :

on pourra se reporter à : http://www.apmep.fr/Les-suites-de-Goodstein-ou-la

Le présent texte est paru en 2010 dans l'ouvrage collectif *Construction*,
publié à l'occasion du Festschrift dédié à Gerhard Heinzmann.