REPERES - IREM . N° 16 - juillet 1994

DE L'INTELLIGENCE ARTIFICIELLE AUX FICHES-METHODES

Histoire d'une dérive technicienne

Gérard KUNTZ
Irem de Strasbourg

L'apparition de fiches-méthodes dans la plupart des ouvrages scolaires de mathématiques, n'est pas sans rapport avec l'important travail sur les heuristiques (1), mené par les chercheurs en intelligence artificielle. Après une courte période d'euphorie, où ces pionniers crurent naïvement que l'on pourrait simuler, à peu de frais, le raisonnement humain sur ordinateur, les déceptions s'accumulèrent. La lenteur à résoudre des problèmes de géométrie élémentaire était considérable et sans rapport avec la rapidité d'un expert en situation (2). On comprit alors que l'expert ne raisonne pas en balayant à l'aveuglette tout le champ des possibles (comme on prétendait le faire en informatique, en profitant de l'extrême célérité des micro-processeurs). On s'aperçut qu'on ne savait pas grand'chose des modes de pensée des experts. Les informaticiens se mirent à les interroger, à les observer, à tenter de comprendre leurs démarches, à mettre en lumière les innombrables implicites (3) de

(1) L'heuristique (du grec *heuriskein* : trouver) est la discipline qui se propose de dégager et de formuler les règles de la recherche et de la découverte. En géométrie, les heuristiques sont les stratégies, les méthodes de résolution des problèmes.

(2) En 1983, un exercice résolu en 10 minutes par un élève moyen prenait près de 2 heures sur Micral 8022. Cette durée a été fortement réduite par les progrès techniques. L'inadéquation de la méthode mise en œuvre dans les premiers systèmes informatiques était perceptible.

(3) L'expert fait spontanément et sans les formuler, des démarches dont chacune, pose un problème à l'apprenant. Dans une figure encombrée, il sait porter le regard sur la sous-figure "intéressante", il reconnait une voie sans issue et ne tente pas de l'explorer, il complète une figure en traçant un segment, un cercle qui éclairent la situation. "Je considère le triangle ABC, je trace le segment [IJ]", autant d'expressions de son expertise, dont il ne livre en général pas la source. Non qu'il soit méchant homme : cela lui paraît simplement naturel, évident. En informatique, tout ce qui n'est pas scrupuleusement explicité, nommé, décrit par le menu, n'est pas pris en compte : c'est un excellent révélateur de la somme de science qu'utilise le professeur à son insu !

leur science. On mit en évidence quelques stratégies de résolution qui rendent les experts performants. On découvrit la variété et la subtilité de leurs démarches. On comprit alors que l'on avait abordé un domaine très compliqué (le raisonnement humain) avec des idées trop simples. *Felix culpa*, bienheureuse faute, cette prise de conscience conduisit à s'interroger sur la manière d'enseigner. En explicitant certains raisonnements de "l'expert-professeur", on réalisa leur complexité et on comprit mieux les difficultés que les élèves rencontrent en cours d'apprentissage. La nécessité d'un travail sur les implicites dont l'enseignant use et abuse, tant ils lui paraissent "naturels", apparut clairement. L'idée que l'enseignement consiste, non seulement en une transmission de savoir, mais aussi en un apprentissage de méthodes, de démarches intellectuelles, s'imposa avec force. Il sembla aux pionniers que l'enseignement de la géométrie allait connaître un profond enrichissement. Or, quelques années après, cet espoir s'est figé en tristes fiches-méthodes, aussi rébarbatives et indigestes que les anciennes listes de théorèmes, et tout aussi stériles. Une idée forte a dégénéré en technique pédagogique sans grand intérêt, et parfois dangereuse.

C'est l'histoire de cette dérive que nous allons conter, à partir des travaux d'intelligence artificielle menés par un groupe de l'Irem de Strasbourg, qui a étudié particulièrement la géométrie en quatrième. Au cours de cette recherche, des aspects fondamentaux du raisonnement géométrique ont été mis en évidence ou redécouverts : s'ils étaient mis en œuvre en classe, ils faciliteraient le travail des enseignants et la compréhension des élèves. Il faut pour cela lutter contre une tendance à la fossilisation de ces découvertes, et refuser leur transformation en "boite à outils".

UN GROUPE DE RECHERCHE EN INFORMATIQUE RÊVE DE RÉALISER UN LOGICIEL INTELLIGENT DE GÉOMETRIE.

Le projet initial

Au début des années 80, l'idée de simuler le raisonnement sur ordinateur se répandit et parvint jusqu'à Strasbourg. Là, un groupe d'Irem qui ne doutait de rien, décida de relever le défi et de s'attaquer au raisonnement géométrique. Il est vrai qu'un de ses membres venait de faire un stage d'un an en informatique, et de réaliser avec deux collègues, un thème de fin d'études sur ce sujet. Le logiciel, porté par un Micral 80-22, "démontrait" en deux heures, que le quadrilatère IJKL, formé par les milieux des côtés d'un quadrilatère quelconque ABCD est un parallélogramme. Cet "exploit" était obtenu en confiant au logiciel un savoir élémentaire, fait de quelques définitions et théorèmes, les hypothèses de l'exercice, et en y faisant travailler un "moteur d'inférences", c'est-à-dire un programme de déduction automatique. Le résultat, fruit de deux mois de travail, fut salué comme une performance par les universitaires responsables de la formation. La durée nécessaire à cette démonstration n'effraya personne : de nouvelles générations de micro-processeurs allaient réduire ce temps à quelque chose de raisonnable. En un mot, la technique devait pallier la lenteur due, nous n'allions pas tarder à le découvrir, à une démarche intellectuelle d'un simplisme accablant ! (4)

(4) Au cours du débat du comité de rédaction de *Repères-Irem*, au sujet de cet article, cette phrase a été critiquée pour "anachronisme" : quand on cherche, on passe souvent par des phases dont on peut dire "après coup", qu'elles

Une certaine déconvenue

La nécessité de comprendre le raisonnement d'un expert en géométrie devint impérieuse quand nous vîmes fonctionner les premiers logiciels de ce domaine : leur pauvreté, leur schématisme nous parurent fort éloignés de toute forme d'intelligence (fût-elle artificielle !). Nous n'étions d'ailleurs pas les seuls à nous en être aperçus. Un groupe de travail de l'Irem vaut largement par la qualité des universitaires qui animent la recherche : notre enseignant du supérieur, (qui savait ce que chercher veut dire !) l'inonda de toute la littérature scientifique produite dans le monde sur le sujet (5). Nous eûmes alors la confirmation qu'un tournant venait d'être pris dans le cénacle : on commençait à comprendre que le salut ne viendrait pas exclusivement des nouvelles générations de micro-processeurs, mais d'une meilleure compréhension de la façon de raisonner d'un expert en géométrie (un "bon" enseignant par exemple). L'urgence consistait donc à réfléchir sérieusement aux heuristiques, sans lesquelles rien d'intéressant ne pouvait naître. Il convient, à ce stade, de faire une remarque importante. La question "Comment raisonnons-nous", a été posée parce que la technique informatique du moment conduisait dans l'impasse. Imaginons que la première approche informatique ait été couronnée de succès, la question des méthodes n'aurait pas surgi. Le primat d'une technique virtuose sur l'intelligence est une tentation permanente des informaticiens. La complexité du réel les oblige, heureusement, (quoiqu'un peu tard), à se poser les questions de fond sur le raisonnement humain. Notre projet initial connut donc un virage important. Il nous apparut clairement qu'il fallait renoncer à réaliser un logiciel dans l'immédiat. Nous avons rédigé un cahier des charges décrivant par le menu les fonctionnalités d'un didacticiel "intelligent", qui ferait en géométrie ce qu'on attend d'un enseignant : il fallait d'abord qu'il résolve les problèmes proposés, de toutes les manières possibles, avec les connaissances dont il disposait ; il fallait ensuite qu'il puisse éclairer un élève sur les démarches mises en œuvre pour y parvenir.

Une rencontre décisive

Ce virage fut pris d'autant plus facilement que notre recherche a rencontré celle d'un universitaire américain, Anderson, et son célèbre "Geometry Tutor". Impossible à l'époque de lire une publication en intelligence artificielle, sans qu'on y vantât les mérites de ce logiciel, qui réalisait, disait-on, ce dont nous rêvions. Mais les Américains, ces grands sorciers et leurs nombreux dollars, ne

étaient naïves, lourdes, voire entachées de graves erreurs. Je maintiens pourtant ce jugement sévère, car il est affolant d'avoir cru que le cerveau fonctionnait comme un ordinateur, balayant systématiquement (bestialement comme disent les informaticiens) le champ des possibles. Que des techniciens de l'informatique l'aient cru naïvement, passe encore, mais pour des enseignants, habitués à observer leurs élèves apprenant, c'est étonnant, je dirais même inadmissible. Cela dénote une très faible réflexion, à cette époque, sur les mécanismes mis en jeu dans les démarches d'apprentissage. Dix ans plus tard, grâce aux travaux d'intelligence artificielle, l'appréciation est tout de même plus juste !

(5) Il s'agit de Dominique Guin, aujourd'hui directrice de l'Irem de Montpellier. Son rôle a été essentiel dans le travail du groupe de recherche en intelligence artificielle : son accès aux publications dans les revues scientifiques nous a permis de connaître l'état de la recherche dans ce domaine à travers le monde. La participation du groupe aux universités d'été a aussi été très enrichissante : confrontation avec les chercheurs en cours de thèse, mise en évidence des voies d'avenir et des probables impasses, attente des enseignants par rapport à ces nouveaux outils, cela méritait bien qu'on y consacrât quelques jours de vacances.

pouvaient qu'être très en avance sur un pauvre groupe de recherche de l'Irem de Strasbourg ! Eblouis par tant de qualités supposées, nous avons commandé outre-Atlantique le précieux logiciel. Il mit plusieurs mois à nous parvenir, et dès son arrivée, nous l'avons examiné avec l'intérêt que l'on devine. La déception fut immense ! Les exercices proposés étaient si simplistes, et la démarche si lourde, que nous crûmes avoir entre les mains une version simplifiée, destinée à l'exportation ! Renseignements pris, nous étions bien en possession du "chef-d'œuvre" vanté par les publications scientifiques (même françaises). Comment était-ce possible ? Tout simplement, les chercheurs, plutôt que de remonter à la source et d'étudier le logiciel lui-même, se contentaient de reprendre dans leurs articles les publications d'Anderson et de son équipe. Ces écrits, fort intéressants au demeurant, n'avaient qu'un défaut : leurs ambitions étaient sans rapport avec l'extrême pauvreté du logiciel. Ainsi, de commentaires en commentaires, "Geometry Tutor" était cité partout, sans avoir été examiné : ce n'était plus de la recherche scientifique, mais une nouvelle scolastique ! L'importance de ce logiciel et des publications y afférant, dans la recherche en intelligence artificielle, nous conduisit à leur consacrer plusieurs mois de travail. L'étude détaillée des exercices et des solutions proposés, nous permit de comprendre le fonctionnement interne du logiciel. Au fil de ce travail, un diagnostic s'imposa : l'expertise mathématique du logiciel était lourdement déficiente. La pression des nécessités informatiques avait ramené à la portion congrue les ambitions affichées dans les articles. Nous rédigeames à ce sujet un long article dans les *Annales de didactique* (6). Un courrier fut adressé à M. Anderson : il est resté sans réponse. Nos conclusions furent présentées dans différents colloques, où elles rencontrèrent surprise et intérêt. A la même époque, les travaux d'Anderson furent critiqués par des chercheurs aux Etats-Unis mêmes. Ce faisceau de remises en cause conduisit Anderson à d'intéressantes évolutions, comme en témoignent les articles ultérieurs, co-signés avec Kœdinger. Mais malgré ces améliorations, le logiciel reste, dans sa forme actuelle, éloigné de ce qui serait simplement souhaitable.

Un projet de recherche réorienté

Si donc un important laboratoire de recherche aux Etats-Unis n'arrivait pas à réaliser un logiciel "intelligent" de géométrie élémentaire, c'est que, comme nous le pressentions, la difficulté de l'entreprise devait être considérable. Le projet butait sur une expertise mathématique très insuffisante. Il fallait, pour progresser, mettre prioritairement en lumière les heuristiques dont l'expert use, et qui donnent à sa démarche élégance, efficacité et réussite. Nous les avons traquées en étudiant d'innombrables exercices, et en analysant simultanément notre démarche d'experts résolvant ces problèmes. Nous avons été frappé par leur diversité. Nous les avons mises en évidence avec difficulté, et de façon encore incomplète. L'importance de la figure dans le raisonnement nous est apparue de façon essentielle. Ces travaux sont publiés et sont utilisés dans la réalisation de logiciels par des chercheurs en cours de thèse (7). Longtemps encore, les didacticiels d'enseignement resteront insuffisamment

(6) " Modélisation de la démonstration géométrique dans 'Geometry Tutor' ", D. Guin et le groupe d'intelligence artificielle de l'Irem de Strasbourg : M.-A. Egret, B. Koch, G. Kuntz, G. Métivier, N. Vogel, (*Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 4, 1991, Irem de Strasbourg)

(7) Voir les articles dans la bibliographie.

"intelligents", mais les retombées des recherches pour les améliorer sont dès maintenant considérables. Les enseignants qui ont participé, des années durant, à cette aventure, ont compris, une fois pour toutes, que la géométrie du collège n'a rien d'élémentaire. Ils ont été amenés à modifier profondément leur enseignement. Le groupe n'a pas mené à terme son projet initial, mais il a beaucoup appris de cet échec.

QUELQUES PRINCIPES ET MÉTHODES EN INTELLIGENCE ARTIFICIELLE

Si l'on veut comprendre pourquoi la question des heuristiques s'est imposée en intelligence artificielle, on ne peut faire l'économie de quelques aspects techniques, qui d'ailleurs sont intéressants pour la culture générale des enseignants. Ceux qui trouveront ce développement trop simple pourront approfondir le domaine en se reportant à la bibliographie qui accompagne cet article.

La représentation des connaissances

Le cadre naturel de la représentation des connaissances est le langage des prédicats [8] de la logique du premier ordre : les phrases en langue naturelle, sont traduites en terme de prédicats. Ainsi, la propriété

> "ABCD est un parallélogramme" est exprimée par le prédicat "PGME(A,B,C,D)". "I est milieu de [AB]" devient "Milieu(A,B,I)". "Les droites (AB) et (CD) sont parallèles" prend la forme "Pall(A,B,C,D)".

Du point de vue informatique, un prédicat est composé d'un mot-clé, une chaîne de caractères choisie par l'utilisateur, et d'*une liste, c'est-à-dire une suite finie de caractères* (les paramètres du prédicat). On notera l'importance de l'ordre de ces paramètres : PGME(A,B,C,D) n'a pas le même sens que PGME(B,A,C,D). En revanche, toute permutation circulaire sur les paramètres de ce prédicat traduit la même propriété géométrique. De plus, PGME(A,B,C,D) et PGME(A,D,C,B) sont deux écritures équivalentes de la même propriété. Ainsi, la phrase : "ABCD est un parallélogramme" peut s'écrire de huit façons équivalentes dans cette représentation informatique.

La base de connaissances

Considérons le théorème suivant : "Si les segments [AC] et [BD] ont même milieu, alors ABCD est un parallélogramme". Comment le traduire en langage de prédicats ? Le prédicat "milieu" a trois paramètres : les extrémités du segment et le milieu. Il faut donc modifier l'énoncé en français courant, *en nommant ce milieu* (I par exemple). On écrira alors :

> "Si milieu(A,B,I) et milieu(C,D,I), alors PGME(A,B,C,D)".

Ce théorème comporte deux prémisses et une conclusion. Il sera finalement représenté par une LISTE de trois prédicats :

> (milieu(A,B,I), milieu(C,D,I), PGME(A,C,B,D)).

Là encore, l'ordre est essentiel pour dis-

(8) C'est la notion mathématique habituelle. En termes courants, il s'agit d'un opérateur, mis en relation avec divers arguments ou paramètres. Ainsi, la phrase "Paul donne le journal à Sophie" peut-elle se traduire par le prédicat DONNER : Donner(Paul, Journal, Sophie). Paul, Journal et Sophie sont les arguments, c'est-à-dire des paramètres auxquels on a donné une valeur (ils ont été instanciés). La forme générale serait : "Donner(x,y,z)" qui traduit la phrase "x donne y à z".

tinguer les prémisses de la conclusion. En revanche, l'ordre des prémisses est arbitraire. On notera les nombreuses variantes possibles de la traduction de ce théorème (en jouant sur l'ordre des paramètres). Dans cette représentation, la conclusion du théorème doit être unique. Si ce n'est pas le cas, on s'y ramène en générant autant de théorèmes que la conclusion comporte de propriétés distinctes. Voici un exemple classique. "Si I est milieu de [AB] et J milieu de [AC], alors (IJ) est parallèle à (BC) et IJ = BC/2". On traduit cela par les deux listes suivantes :

(milieu(A,B,I),milieu(A,C,J),
pall(B,C,I,J)) (milieu(A,B,I),
milieu(A,C,J), moitié(I,J,B,C)).

Chaque théorème s'écrit en une ou plusieurs listes de prédicats. L'ensemble des connaissances du domaine considéré se traduit donc par *une liste de listes de prédicats*. Cette liste est appelée BASE DE CONNAISSANCES. Elle renferme les connaissances que l'expert utilise pour raisonner et déduire [9]. Les paramètres intervenant dans la traduction d'un théorème doivent obéir à une cohérence interne, mais leur nom importe peu. Ainsi la liste

(milieu(U,V,A), milieu(R,S,A),
PGME(U,R,V,S))

traduit le même théorème que la liste

(milieu(A,B,I), milieu(C,D,I),
PGME(A,C,B,D))

(9) En géométrie, la base de connaissance d'un élève est faite des théorèmes du domaine étudié. Dans un système informatique, le concepteur limite la base de connaissance au strict minimum, pour éviter l'explosion combinatoire. L'élève est censé faire cette opération mentale "spontanément". Est-elle si simple et si évidente ?

Dans la base de connaissances, chaque théorème peut être représenté par un jeu de paramètres indépendants des autres. Cela permet beaucoup de souplesse, mais crée des contraintes que nous analyserons plus loin.

La base de faits

Les connaissances d'un domaine sont destinées à être appliquées à des situations concrètes, problèmes ou exercices. Ces situations sont décrites par une famille d'hypothèses. Prenons un exemple classique, évoqué au début de cet article :

" Soit un quadrilatère ABCD. Soient I,J,K,L les milieux respectifs de [AB],[BC],[CD],[DA]. Montrer que IJKL est un parallélogramme".

Les hypothèses se traduisent par les 4 propositions suivantes :

milieu(A,B,I) ; milieu(B,C,J) ; milieu(C,D,K) ; milieu(D,A,L).

(On pourrait y rajouter la proposition "quadrilatère(A,B,C,D)" si l'on voulait signifier qu'ABCD n'est pas dégénéré, et la proposition "convexe(A,B,C,D)" pour préciser qu'ABCD n'est pas croisé). Il est essentiel d'observer qu'ici les paramètres des prédicats sont imposés par l'énoncé. Nous ne sommes plus dans la situation précédente où leur nom était arbitraire, à la cohérence interne près. On dit que les paramètres, (ou les prédicats), ont été instanciés. L'ensemble des prédicats instanciés, traduisant les hypothèses du problème, est appelé *BASE DE FAITS INITIALE*. Cette base de faits initiale est destinée à s'enrichir de faits nouveaux, par application aux faits initiaux ou établis précédemment, des théorèmes de la base de connaissances. Le but final recherché est d'introduire le fait : "PGME(I,J,K,L)" (ou un fait équivalent) dans la base de faits : la propriété sera alors démontrée.

La mise en correspondance symbolique (Pattern Matching)

Considérons le théorème :

(milieu(A,B,I), milieu(A,C,J),
pall(I,J,B,C))

et les faits suivants :

milieu(I,J,A) ; milieu(K,I,B).

Le théorème s'applique puisque ses prémisses sont réalisées. Mais pour s'en apercevoir, une difficile mise en correspondance des paramètres du théorème et des faits, doit être réalisée. Il faut d'abord remplacer "milieu(K,I,B)" par "milieu(I,K,B)", faute de quoi les prémisses du théorème ne pourront être obtenues. Il faut ensuite remplacer A par I, B par J, I par A, C par K et J par B pour avoir une forme du théorème adaptée à notre situation. Les prémisses étant vérifiées avec ces paramètres, nous pouvons conclure que (AB) et (JK) sont parallèles. Notons qu'avec les mêmes faits, le théorème suivant ne s'applique pas :

(milieu(I,J,A), milieu(K,L,A),
pall(I,K,J,L)).

Il est en effet impossible d'assurer correctement la correspondance symbolique : le lecteur le vérifiera sans difficulté. La démarche qui vient d'être décrite, indispensable en informatique, est mise en œuvre "spontanément" par les élèves (du moins le suppose-t-on). Or elle est loin d'être évidente. Elle nécessite un apprentissage minutieux (10).

Le moteur d'inférences

C'est la partie active du logiciel. A partir des faits avérés, mémorisés dans la base de faits, il tente d'instancier les prémisses des différents théorèmes de la base de connaissances. Si l'instanciation est réussie de façon cohérente, la conclusion du théorème est inscrite dans la base de faits, avec ses paramètres. Nous avons donné plus haut un exemple et un contre-exemple. On dit dans ce cas que le moteur d'inférences fonctionne en *"chaînage AVANT"*. On voit sans peine les avantages de cette façon de faire : la base de faits s'enrichit de nouvelles propriétés de la figure, parmi lesquelles on espère trouver celle que l'on cherche à démontrer. Ses inconvénients sont cependant majeurs : les résultats obtenus ont-ils un rapport avec la propriété recherchée ? Si ce n'est pas le cas, ils encombrent la base de faits et alourdissent l'ensemble du processus, en conduisant à des tentatives d'instanciation nombreuses et infructueuses.

Le chaînage avant correspond à un aspect d'une démarche de l'expert : face à un problème dont la solution n'est pas évidente, il repère dans la figure des configu-

(10) Certains énoncés semblent éviter la difficulté par l'abstraction : "Si dans un triangle on joint les milieux de 2 côtés, la droite obtenue est parallèle au troisième côté." L'expérience révèle la difficulté de compréhension d'un tel texte par une majorité d'élèves. Est-ce étonnant ? "un" signifie "n'importe quel" et "deux" représente "une paire quelconque de côtés choisis parmi les trois côtés"... Bonjour les dégâts ! Si on choisit, dans un premier temps, de nommer les objets, il faut prévoir explicitement des exercices d'instanciation sur des figures simples, jusqu'à ce que le mécanisme, fort délicat, soit assimilé.

rations classiques [11]. Il démontre à partir de là des propriétés partielles, dont il espère qu'elles faciliteront la solution globale. La différence avec le moteur d'inférences se situe dans le regard éclairé de l'expert sur la figure. (Nous réfléchirons plus loin sur le rôle capital de la figure géométrique dans la démonstration.) L'action d'un moteur d'inférences en chaînage avant sur une base de faits et une base de connaissances, conduit dans les cas non banals, à *"l'explosion combinatoire"* : le nombre de tentatives infructueuses devient considérable, et les délais s'allongent. Si un fait s'exprime avec le prédicat "milieu", on tentera d'instancier tous les théorèmes ayant ce prédicat dans leurs prémisses. Ce n'est évidemment pas ainsi que raisonne l'expert. *La nécessité d'heuristiques, qui évitent une partie des essais évidemment sans suite, s'impose.*

Le fonctionnement du moteur en "chaînage ARRIERE", pallie une partie des inconvénients précédents. Il s'agit de *partir de la propriété à démontrer*, et de la remplacer par des propriétés dont elle est déduite. Soit à prouver que ABCD est un parallélogramme. On cherche tous les théorèmes dont la conclusion s'exprime par PGME(X,Y,Z,T). On instancie ces paramètres respectivement par A,B,C,D , puis les prémisses des théorèmes, de façon cohérente. On obtient par exemple :

(milieu(A,C,I), milieu(B,D,I),
PGME(A,B,C,D))

La propriété à démontrer a été "effacée" au profit de deux propriétés dont elles se déduit par un théorème. On note qu'ici, I n'est pas instancié. On cherche dans la base de faits s'il est possible de trouver deux propriétés exprimant que "[AB] et [CD] ont même milieu". Si c'est le cas, la démonstration est achevée. Dans le cas contraire, on

(11) C'est ce que nous avons appelé "FIGURES PROTOTYPES" dans nos publications (Voir les articles de la bibliographie). Il s'agit d'une notion essentielle dans la démarche géométrique. A chaque théorème est associé une figure codée, laissant apparaître clairement hypothèses et conclusion. Ce sont ces figures que l'expert reconnaît dans une figure complexe, et qu'il extrait mentalement, même si elle sont incomplètes (côté d'un triangle non tracé par exemple). Il convient de faire avec les élèves, un important travail de *reconnaissance de ces figures* : il faut en associer de multiples à chaque énoncé qui recèlent les mêmes propriétés mais avec des allures différentes : triangles de formes différentes, côtés horizontaux ou non, figures incomplètes avec toutes les hypothèses de l'énoncé. L'élève habitué à voir les invariants d'une figure par delà ses formes variées, aura plus de chances de "reconnaître" ces figures dans un schéma complexe.
Dans cette perspective, un théorème devient un opérateur : à partir d'hypothèses instanciées, il génère une proposition vraie, sa conclusion. Une démonstration achevée consiste en un enchainement de théorèmes, appliqués d'abord à certaines hypothèses, puis à des conclusions d'étapes précédentes, devenues hypothèses à l'étape actuelle. On construit ainsi un réseau de démonstration, dont M.-A. Egret et R. Duval ont montré l'intérêt pédagogique dans la recherche d'une solution, puis dans sa rédaction (bibliographie, articles, 2). Une démonstration qui n'a rien de linéaire (c'est une arborescence) doit être rendue par un texte linéaire : la démonstration rédigée. On comprend le désarroi de certains élèves devant cet exercice, dont la nature, avant les travaux en intelligence artificielle, était passée sous silence. (Un des aspects positifs de "Geometry Tutor" est la réalisation de ce réseau à l'écran : on en mesure la complexité, même dans des situations géométriques simples).
Notre notion de figure prototype est un cas particulier de ce qu'au Moyen Age on appelait les "UNIVERSAUX" (il s'agit de mots comme homme, chien, triangle, qui sont des notions générales résultant par abstraction de la rencontre d'objets particuliers. La "querelle des universaux" agita toute la scolastique au sujet de l'origine et de la nature de ces notions générales).

tente d'appliquer les théorèmes dont la conclusion s'exprime en termes de milieu. Ce processus sera répété jusqu'à ce que *toutes* les prémisses soient vérifiées, ou jusqu'au moment où il sera impossible de démontrer une prémisse avec les faits connus et la base de connaissance actuelle (dans ce cas, la propriété n'est pas démontrable à partir des hypothèses et de la base de connaissances).

Ce procédé est plus économique, car davantage centré sur le but fixé. Néanmoins il conduit lui aussi à une forme d'explosion combinatoire si l'on ne définit pas des heuristiques qui éliminent des tentatives *évidemment* infructueuses, à chaque étape de la démarche.

Le chaînage arrière est à l'origine d'une série de "méthodes", proposées aux élèves en fin de chapitres de leurs manuels. Comment démontrer qu'une figure est un parallélogramme ? que deux droites sont parallèles ? qu'un point est milieu d'un segment ? Et d'énumérer tous les théorèmes dont la conclusion est le prédicat souhaité ! Les listes sont souvent impressionnantes et à mon sens, inutiles. Ce qui est déjà contestable en informatique, (et nécessite l'adjonction de garde-fous), devient délirant en pédagogie. On ne raisonne pas en géométrie en balayant des listes de théorèmes, on part d'une figure où l'on reconnaît des sous-figures connues, liées à des propriétés ou à des théorèmes [12]. Cette reconnaissance déclenche des démarches ciblées, ou des conjectures. On est loin de la démarche "aveugle" et systématique de l'informatique, à ses débuts.

Un moteur d'inférences de bonne qualité combine les deux modes de fonctionnement, avant et arrière. Il enrichit d'abord la base de faits en marche avant, puis tente la démonstration en marche arrière. Là encore des heuristiques sont indispensables : quand passe-t-on d'un mode à l'autre ? En cas d'échec, faut-il reprendre le chaînage avant ? Comment sélectionner les théorèmes et dans quel ordre les appliquer ? Quels sont ceux qui, en fonction du problème, ont peu de chances d'aboutir ? Ces questions, on le voit, sont pertinentes et très difficiles !

Depuis les origines, des techniques nouvelles sont apparues : elles posent cependant les mêmes problèmes. Les langages orientés objet [13], par exemple, ne résolvent pas, par eux-mêmes, les nombreuses questions posées plus haut. Aucune technique informatique ne peut se passer, en amont, d'une bonne dose d'intelligence !

(13) On trouvera une intéressante description de ce type de langage dans la thèse de Carlo Inghilterra, intitulée *Apports de la représentation orientée objet et du raisonnement analogique dans la conception d'un tutoriel de géométrie* (voir bibliographie). Sur un langage classique, Pascal ou Lisp, le langage orienté objet ajoute une couche logicielle très importante, permettant de manipuler en tant qu'entités, les objets complexes de la géométrie (un triangle a un nom, trois sommets, trois côtés (segments) portés par 3 droites, trois angles dont la somme vaut 180. Parfois on utilise son centre de gravité ou d'autres points remarquables. Le triangle est structuré en CHAMPS et en RELATIONS avec d'autres objets de la figure). Les objets géométriques sont organisée en CLASSES (ensembles d'objets de même nature) : classe des triangles, des quadrilatères, des cercles... Ces classes sont elles-mêmes structurées en RESEAU HIERARCHIQUE, construit sur une relation de filiation *qui spécialise, ou inversement généralise*, les entités conceptuelles. Cette hiérarchie traduit l'inclusion des classes : la classe des triangles équilatéraux est incluse dans celle des triangles isocèles, elle-même contenue dans celle des triangles. Les carrés sont simultanément des rectangles et des losanges, donc des parallélogrammes, des trapèzes et des quadrilatères.
Ce réseau hiérarchique de classes d'objets géo-

Du Système-Expert à l'Intelligence Artificielle

Jusqu'ici, nous n'avons évoqué que la résolution de problèmes par un système informatique. Pour de nombreux chercheurs, elle n'entre pas dans le domaine de l'intelligence artificielle. En réalité, nous avons décrit ci-dessus ce qu'on appelle un "Système-Expert". La caractéristique de ces systèmes est de simuler certains comportements intelligents. Il s'agit essentiellement de raisonnements déductifs : diagnostic, prise de décision, optimisation, démonstration. Un système expert infère des informations nouvelles d'un ensemble de faits initiaux. La manière d'établir un but est surtout syntaxique et combinatoire (exploration systématique et transformation d'états). L'obtention du résultat prime et occulte les questions "comment et pourquoi", qui sont essentielles en situation d'apprentissage [14].

L'expert-professeur maîtrise bien évidemment les démarches mises en œuvre dans les systèmes-experts. Il transmet des connaissances (savoir et savoir-faire), mais le propre de son rôle pédagogique, c'est d'expliquer "comment il fait" et "pourquoi il le fait", pour convaincre l'apprenant et produire en lui un transfert d'action. Pour entrer dans le champ de l'intelligence artificielle, un logiciel doit avoir les caractéristiques d'un système-expert, mais il doit être, de plus, capable d'expliciter les heuristiques dont on l'a doté, et d'engager un dialogue destiné à aider l'utilisateur dans sa recherche de solution. C'est ce qu'on appelle un *"Tutoriel Intelligent"*. A ce stade, les heuristiques trouvent leur vraie place, essentielle pour une démarche performante. De plus, elles sont capables de discourir sur elles-mêmes : c'est le domaine de la métaconnaissance [15].

---

métriques a une importance capitale, *tant du point de vue informatique que du point de vue pédagogique*. La notion d'*HERITAGE* s'y rattache directement : un triangle équilatéral hérite de toutes les propriétés d'un triangle isocèle, qui hérite de celle du triangle le plus général.
En informatique, l'héritage permet d'éviter la répétition d'informations dans chaque classe d'objets qui les possède : la classe des carrés a toutes les propriétés de celle des parallélogrammes, les losanges sont des trapèzes particuliers. En parcourant le réseau dans le sens de la spécialisation (de l'ensemble vers la partie), on n'ajoute que les propriétés nouvelles qui apparaissent : dans la classe des triangles équilatéraux, on ne duplique pas les propriétés des triangles isocèles. On se limite à dire que ces triangles sont isocèles par rapport aux 3 sommets et on explicite les seules propriétés spécifiques aux triangles équilatéraux.
Au point de vue pédagogique, ce réseau offre à l'élève la possibilité de comprendre les liens de dépendance entre les objets géométriques qu'il manipule (indépendamment de toute notion informatique). Il illustre l'articulation des connaissances mises en œuvre. Il joue dans le domaine des concepts le rôle de la figure dans un problème : il rend possible une perception globale des rapports entre les classes d'objets.
Le réseau hiérarchique des classes d'objets géométriques est un bel exemple de convergence entre les nécessités informatiques (on évite les redondances) et les besoins pédagogiques (on veut expliciter les liens logiques entre les objets géométriques). En dépit de leurs nombreuses qualités, les langages orientés objets n'échappent évidemment pas aux problèmes soulevés dans notre article.

(14) Voir la thèse de C. Inghilterra, pp. 14 et 15, (bibliographie).

(15) La métaconnaissance, ou connaissance au-delà de la connaissance, est un savoir sur la connaissance elle-même : comment la structurer, comment la mettre en œuvre, quel théorème mobiliser dans telle circonstance, pourquoi telle démarche a-t-elle plus de chance d'aboutir que telle autre, quel est le coût comparé de deux méthodes ? On pourrait multiplier les exemples de métaconnaissance : tout enseignant convient qu'il s'agit des questions essentielles de l'apprentissage. La connaissance est stérile sans métaconnaissance. On peut consulter, à ce sujet, l'excellent ouvrage de J. Pitrat, *Métaconnaissance, futur de l'intelligence artificielle*, chez Hermès.

EN GÉOMETRIE, LES HEURISTIQUES NAISSENT DE LA FIGURE

De l'énoncé à la figure

Devant un problème de géométrie, (qu'il soit élémentaire ou complexe), le réflexe est de traduire l'énoncé par une figure. Il s'agit véritablement d'une traduction : on passe du français courant, à un dessin hautement codifié (16). Or l'élève est souvent maladroit dans les deux domaines. Le texte en français présente de très nombreuses difficultés, que des travaux récents ont répertoriées et analysées (17). Quand elles sont dépassées, la réalisation d'une figure capable d'inspirer une démonstration, bute sur d'autres obstacles : sa conformité à l'énoncé, la lisibilité des hypothèses, les cas particuliers. Il n'est pas sûr que les enseignants mesurent l'ampleur des écueils que rencontrent les élèves en situation d'apprentissage de la géométrie, et y consacrent un temps suffisant. Dans plusieurs logiciels, un module spécialisé contrôle la phase de traduction de l'énoncé en figure. Il est précieux pour de nombreux élèves. En effet, les concepteurs de logiciels ont fait, (par nécessité), le passage décrit ci-dessus, du texte à la figure. En informatique, il faut tout préciser dans le détail : ils ont ainsi mesuré l'extrême complexité de la démarche, qui paraît "naturelle" à l'expert. Cette prise de conscience est une autre retombée de la recherche en Intelligence Artificielle.

Le logiciel ne "voit" pas la figure

"Donnant l'appréhension simultanée d'une situation dans son ensemble, les figures permettent d'en explorer les différents aspects, d'anticiper les résultats d'une démarche, de sélectionner une solution. Cette rapidité et cette économie d'appréhension justifient l'importance que les mathématiciens attachent au rôle des figures dans la solution des problèmes." Les enseignants partagent sans réserves ces réflexions de R. Duval (18) sur la place centrale des figures dans la démarche géométrique. Or, curieusement, durant de nombreuses années, les heuristiques développées par les concepteurs de didacticiels intelligents, semblaient préférer une approche syntaxique et combinatoire. La figure, bien que tracée à l'écran, ne servait pas de levier décisif pour déclencher un processus de résolution du problème. La raison en est bien simple : l'être humain VOIT la figure de géométrie, la perçoit dans ses divers aspects ; s'il a une certaine expérience, il sait porter son regard sur des parties de la figure, en extraire mentalement des sous-figures pertinentes pour la solution du problème. Le logiciel est AVEUGLE à la figure (que pourtant il est capable de construire à l'écran à partir des données !). En effet, les propriétés de la figure lui sont communiquées au moyen de prédicats instanciés. Or

(16) Une figure géométrique, pour être utile, doit intégrer de façon visible, claire et utilisable, l'ensemble des hypothèses du problème : milieu, parallélisme, appartenance d'un point à une droite ou à un cercle... doivent être disponibles d'un seul coup d'œil. (Il convient d'éviter des figures particulières qui ajoutent des hypothèses supplémentaires. Il est souvent difficile de convaincre un élève de ne pas élever au statut d'hypothèse des propriétés qui apparaissent sur la figure : pour démontrer que I est milieu de [AB], il se contente souvent de prouver que IA = IB, l'alignement étant "évident" sur la figure.)

(17) Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes. R. Duval, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol 4, 1991, Irem de Strasbourg.

(18) *Le fonctionnement heuristique des traitements proprement figuraux en géométrie*, R. Duval. (A paraître dans *Repères-Irem* numéro 17.)

il y a une différence fondamentale entre une figure de géométrie et une liste de prédicats instanciés : l'œil embrasse *d'un seul mouvement* une figure correctement codée, mais il balaye *séquentiellement* une liste de propriétés, n'en considérant jamais qu'une seule à la fois. Le lecteur en fait l'expérience : un texte de géométrie, même simple, est hermétique tant qu'il n'est pas traduit par une figure. Preuve en est l'agacement qui le gagne devant l'absence *(volontaire)* d'illustrations de cet article, qui l'oblige à suivre l'auteur, crayon en main... Bel exemple d'interactivité ! Est-il meilleure démonstration de l'utilité, de la *nécessité des figures en géométrie* ? Un logiciel est à la fois privé de vision et d'imagination : il ne lui reste qu'à parcourir ses listes de propriétés, et à les grouper en sous-listes pertinentes, par comparaison avec des sous-listes types. Voici un exemple de sous-liste intéressante :

(milieu(A,B,I) , milieu(A,C,J)).

Cette sous-liste correspond au théorème des milieux dans un triangle. Encore faut-il (si dans les propriétés d'une figure le milieu est présent à deux reprises) que l'instanciation se fasse bien. Supposons par exemple que les propriétés apparaissent sous la forme suivante :

(milieu(X,Y,I) , milieu(U,V,J))

sans autre précision sur X,Y,U,V : l'instanciation des prémisses du théorème des milieux sera tentée et conduira à l'échec. Or il ne vient à l'idée d'aucun élève de faire appel à ce théorème que la figure n'appelle pas. On mesure par ce simple exemple l'abîme entre la démarche humaine et celle d'un logiciel. Si l'on comprend sans peine pourquoi des heuristiques syntaxiques et combinatoires ont été privilégiées dans le cadre de l'intelligence artificielle (c'est en effet la seule approche possible, en l'absence de perception globale et d'imaginaire d'un logiciel), il est, en revanche, incroyable et cocasse que l'on ait cru devoir exporter ces heuristiques dans le domaine pédagogique. Il faut au contraire, privilégier le regard de l'élève, lui apprendre à explorer une figure, à en dégager les sous-figures, à échafauder un plan de démonstration qui donne les grandes lignes d'une démarche (qui sera affinée, détaillée et rédigée dans un second temps) (19). Cette démarche est d'une grande complexité : une figure ne livre pas ses secrets au regard non exercé. C'est sur elle que doit porter tout l'effort pédagogique. Le regard exercé d'un expert est infiniment plus performant que la démarche laborieuse d'un logiciel. Il s'agit donc d'exporter l'expertise de l'homme vers le logiciel, et non de faire raisonner l'élève à la façon d'un logiciel. Les travaux d'intelligence artificielle nous ont appris ce que nous savions déjà : la lecture d'une figure constitue l'expertise par excellence d'une démarche géométrique. C'est sur elle que doivent porter tous les efforts. R. Duval a consacré à cet aspect fondamental un article qui détaille les difficultés considérables rencontrées par les élèves dans cet apprentissage et qui propose des pistes pour les surmonter (20).

Privé de regard et d'imagination, le logiciel doit pallier ces infirmités au moyen de démarches lourdes et incontournables. Il doit analyser les propriétés contenues dans l'énoncé, et tenter de les structurer en sous-listes de propriétés, qui soient l'équivalent des figures prototypes (21) dont nous avons souligné l'importance dans nos pu-

(19) *Cf.* note 16.
(20) *Cf.* note 17.
(21) *Cf.* note 11.

blications. Cette structuration se fait par comparaison avec des listes mémorisées, qui correspondent chacune à une situation particulière. Reprenons l'exemple précédent. La sous-liste :

"(milieu(X,Y,I), milieu(U,V,J))"

ne présente aucune propriété intéressante. En revanche, si on lui adjoint la propriété "pall(X,U,Y,V)" , on décrit un cas particulier de la réciproque du théorème de Thalès ! L'équivalent d'une sous-figure est donc constitué par une liste de prédicats correctements instanciés. Pour faire de la géométrie, le logiciel doit disposer d'un large ensemble de telles listes. Grâce à elles, il pourra analyser la situation décrite dans l'énoncé, et déclencher l'action du moteur d'inférences, pour résoudre (ne seraitce qu'en partie) le problème. C'est sur cette analyse systématique de la "figure", préalable à toute action de démonstration, que porte la réflexion actuelle de la recherche dans ce domaine. On imagine les difficultés rencontrées pour y aboutir, dès que la situation n'est plus élémentaire. Là aussi, l'explosion combinatoire menace. En comparaison, la mémorisation par le cerveau humain, de figures prototypes codées [22], représente une formidable économie de moyens.

BILAN PROVISOIRE D'UNE DÉRIVE TECHNICIENNE

Nous sommes loin de partager les jugements définitifs et les condamnations sommaires de nombreux collègues sur les travaux d'intelligence artificielle dans le domaine particulier de la géométrie. Les partisans du "Jamais on ne pourra faire raisonner un logiciel comme un expert" devraient se souvenir de leurs anciens, qui péroraient en leur temps : "Jamais on ne pourra créér artificiellement les merveilleuses substances que fabrique l'être vivant". La synthèse de l'insuline a été le début d'un cinglant démenti. Nous ne savons pas ce que l'intelligence artificielle produira dans le futur. L'avenir n'est écrit nulle part. Le jugement actuel sur une décennie de travaux, d'enthousiasmes, d'illusions et de déceptions, doit être nuancé. Certes, aucun logiciel intelligent de géométrie ne peut rivaliser avec un enseignant. Mais d'importants progrès ont eu lieu (la thèse de Jean-Michel Bazin en est un bel exemple [23]) et surtout un certain nombre

(23) La démarche informatique de J.-M. Bazin est calquée sur celle d'un expert humain, qu'il a pris soin d'observer attentivement. L'expert met en œuvre un processus d'enrichissement du problème qu'il étudie, dans lequel on peut distinguer 3 étapes :
a) L'enrichissement de la figure.
L'énoncé est traduit par une figure codée, où toutes les hypothèses sont visibles, donc mobilisables. De plus l'expert complète la figure, trace des segments ou des droites dont il sait, d'expérience, l'utilité. Si on lui parle d'un triangle rectangle inscrit dans un cercle, il introduit le milieu I de l'hypothénuse, dans lequel il reconnaît le centre du cercle. L'expert extrait ensuite mentalement (ou graphiquement) toutes sortes de sous-figures dont il connaît la pertinence et qui sont sources de conjectures. Ces sous-figures (et les conjectures associées) sont présentes dans le champ de vigilance de l'expert dès la lecture de l'énoncé et avant la résolution du problème.
b) L'étiquetage.
Après la première phase d'analyse réflexe, l'expert passe à l'étape de contextualisation du problème. Il rattache le problème qui lui est soumis aux connaissances et métaconnaissances pertinentes dans cette situation. Il affirme par exemple que le problème se traite avec les théorèmes sur "la droite des milieux", ou qu'il prend place dans le chapitre sur les parallélogrammes en quatrième. L'expert donne une *ETIQUETTE* au problème traité. Il mobilise ensuite toutes les connaissances et métaconnaissances liées à

d'impasses ont été clairement reconnues. Les travaux passés ont révélé de grandes difficultés, là où l'enseignant, ancien bon élève, ne voyait que démarches qui allaient de soi (dans le malentendu à propos de l'instanciation et de la traduction d'un énoncé par exemple). Comprendre comment et pourquoi l'expert agit de telle manière dans une situation donnée, n'est pas sans intérêt pour les enseignants. L'émergence d'heuristiques liées aux figures leur est précieuse (l'imitation du maître est, certes, une bonne façon d'apprendre, surtout s'il est capable d'expliquer ce qu'il fait, et pourquoi il le fait). Il faut donc porter l'effort sur l'observation et la compréhension de la démarche des experts, et tenter de trouver des équivalents en termes de logiciels. La tentation technicienne caractérise la société post-industrielle [24] : à tout problème, une solution technique est recherchée et proposée. Bien entendu, la technique fait ce qu'elle peut : il lui arrive simplement de ne pas être à la hauteur des enjeux. Il faut alors élargir la réflexion et tenter d'embrasser les problèmes dans leur complexité. C'est l'effort qui nous paraît aujourd'hui indispensable dans de nombreux domaines, particulièrement dans la recherche en intelligence artificielle.

cette étiquette : théorèmes, savoirs, expériences, méthodes. La capacité d'étiquetage est une des raisons majeures des performances de l'expert.

c) La recherche de solutions.

Elle peut être modélisée par un cycle de base constitué de 2 phases :

1) L'application des théorèmes sélectionnés, aux objets ou configurations extraits pendant la phase d'étiquetage. A l'issue de cette phase, le problème est résolu ou modifié.

2) Le problème modifié, enrichi, se présente comme un *nouveau problème*, avec une nouvelle figure, auxquels on applique l'ensemble du processus décrit ci-dessus (enrichissement de la figure, étiquetage, recherche de solutions).

On répète cette démarche jusqu'à la mise en évidence d'une solution, ou de l'ensemble des solutions correspondant au niveau de la classe.

Les enseignants reconnaissent dans ce schéma leurs démarches habituelles. L'explicitation qu'en donne J.-M. Bazin peut être une source d'inspiration, sur le plan pédagogique (pourquoi ne pas dire ces choses aux élèves ?).

J.-M. Bazin a mis en œuvre ces idées dans le système Muscadet. La représentation en machine du modèle utilise un graphe qui modélise la *hiérarchie des étiquettes*. On retrouve le réseau hiérarchique des classes d'objets géométriques décrit dans la note 13. Cinq groupes de règles simulent le processus d'enrichissement du problème.

Les règles de construction décomposent la figure en objets élémentaires et construisent la représentation interne de la figure.

Les règles d'exploration modélisent la phase d'extraction des sous-figures et proposent les différentes étiquettes possibles pour le problème.

Les règles d'étiquetage sélectionnent les étiquettes les plus spécialisées ("triangle isocèle" disparaît devant "triangle équilatéral") et établissent une liste d'étiquettes non comparables entre elles ("triangle équilatéral", "carré").

Les règles d'appel de connaissances recencent, pour chaque étiquette, les connaissances qui lui sont associées, ainsi qu'à ses ascendants dans le graphe.

Les règles représentant les connaissances du cours, sont accessibles par les étiquettes.

Enfin la résolution du problème se fait par un enchainement judicieux, fixé par des métarègles, des cinq groupes de règles précédents.

L'implémentation actuelle ne possède pas de mécanisme de dialogue avec l'utilisateur. Il reste à affiner l'expertise dans le cas de problèmes relevant d'étiquettes multiples. Malgré ces limites, le modèle de J.-M. Bazin ne diffère pas de façon fondamentale d'une démarche d'expert humain.

(24) Jacques Ellul a consacré à ce phénomène une réflexion suivie, et plusieurs ouvrages. Dès 1954, il faisait paraître *La technique ou l'enjeu du siècle* chez A. Colin, suivi en 1977 par *Le système technicien* chez Calmann-Lévy, puis en 1988 par *Le bluff technologique* chez Hachette. Peu connu en France (nul n'est prophète en son pays...), J. Ellul est traduit, lu et étudié très largement aux Etats-Unis, en particulier dans les universités.

ENSEIGNER DES MÉTHODES ?

La prise en compte des travaux d'intelligence artificielle modifie sensiblement la pédagogie de la géométrie. Ils invitent avant tout l'enseignant à *EXPLICITER* les démarches qu'il met en œuvre, et les raisons qui le conduisent à ces choix. S'il se contente d'être le "système-expert" de la classe, il passe à côté de l'essentiel. La phrase classique : "Considérons le triangle ABC", n'a que peu de valeur pédagogique si elle n'est pas accompagnée d'une réflexion sur l'intérêt de ce triangle particulier, dans le contexte du problème. Choisir ce triangle parmi tous ceux, possibles, d'une figure, représente une expertise essentielle, qu'il convient de transférer aux élèves. Si le professeur est appelé à diffuser de la connaissance, il ne doit pas négliger le travail sur la métaconnaissance (25), sans laquelle elle est stérile. Une telle réflexion, dans le cadre du dialogue avec la classe, fait émerger tout naturellement, des solutions multiples à un problème (26). Comme en intelligence artificielle, il faut alors apprendre à évaluer le coût des méthodes proposées : elles ne sont pas toujours de même intérêt ! On l'aura compris, il y a différents niveaux d'apprentissage des méthodes. L'application d'un théorème unique, la mise en correspondance symbolique, la reconnaissance d'une figure prototype appelent des exercices nombreux et répétés, sur des énoncés très simples : sans une parfaite maîtrise de ces activités intellectuelles de base, point de progrès possible. Encore faut-il que l'enseignant ait identifié les difficultés de ces tâches élémentaires et ne les considére pas comme allant de soi. Sans dresser des listes rébarbatives, il est utile de signaler aux élèves la multiplicité et la richesse des outils dont ils disposent pour démontrer, et de les utiliser dans des situations variées et significatives. Mais les progrès décisifs naîssent du discours en actes de l'enseignant, mettant en œuvre sa métaconnaissance (27), et du débat scientifique qu'il sait instaurer dans la classe (28) : à ce stade, les fiches-méthodes s'avèrent largement insuffisantes (29).

(25) *Cf.* note 14.

(26) Les élèves cherchent "LA" solution d'un problème. Leur faire saisir qu'un problème a généralement plusieurs solutions constitue un progrès qualitatif d'une réelle importance. On les amène ainsi à changer de cadre et de registre, activités particulièrement formatrices pour l'esprit. Nous avons présenté à ce sujet un article dans le numéro 7 de *Repères-Irem* (Quelques idées d'activités glanées au contact des entreprises).

(27) *Cf.* note 14.

(28) Marc Legrand définit ce terme dans son article " Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse" dans le numéro 10 de *Repères-Irem*. Quand on donne à une classe le temps de la recherche en groupe, on est étonné par le nombre d'idées de solutions, qui sont proposées. Dans la plupart des cas, les élèves sont capables de faire la critique de ces idées et d'éliminer les raisonnement faux. En cas de doute, ils font appel à l'enseignant (qui se garde bien de donner la solution) : la meilleure réponse est une bonne question qui éclaire le débat et ouvre des pistes !

(29) Nous retrouvons ici une question importante en pédagogie, liée au développement de l'informatique dans la société : la parcellisation des tâches. La maitrise des démarches de base est indispensable, mais évidemment insuffisante, pour l'apprentissage du raisonnement géométrique. Un élève peut fort bien savoir appliquer un théorème, faire une mise en correspondance symbolique, reconnaître une figure prototype, et être incapable de les enchainer en un raisonnement cohérent. Il faut distinguer plusieurs étapes dans l'apprentissage, respectant la hiérarchie des connaissances et des métaconnaissances. Le parallèle avec l'informatique s'impose : un programme complexe non modularisé a peu de chances de produire les résultats qu'on en attend. Inversement, l'écriture de modules, fonctions ou procédures n'a aucun intérêt si une partie de programme, de niveau supérieur, ne les met pas en œuvre de façon raisonnée et ordonnée. Le graphe d'un programme informatique n'a d'ailleurs rien à envier, du point de vue de la complexité et de la structure, au graphe d'une démonstration géométrique.

BIBLIOGRAPHIE

A. OUVRAGES DE FOND

1. *Le système technicien*, Jacques Ellul, Calmann-Lévy 1977
   Le bluff technologique, Jacques Ellul, Hachette 1988.
   Ces livres analysent la dérive technicienne de la société toute entière et le discours accompagnateur. Une réflexion toujours très actuelle. Des ouvrages de référence (voir note 24).
2. *Apports de la représentation orientée objet et du raisonnement analogique dans la conception d'un tutoriel de géométrie*, Carlo Inghilterra, Thèse de doctorat, Faculté des sciences et techniques de St Jérome, Université d'AIX-MARSEILLE 3, Juillet 92.
   Nous ne partageons pas toutes les conclusions de ce travail, mais il représente une excellente façon d'entrer dans le domaine de l'intelligence artificielle appliquée à l'enseignement. La thèse évite la langue de bois : elle est accessible à un enseignant cultivé. La bibliographie ouvre sur tout ce qui touche à ce domaine.
3. *Métaconnaissance, futur de l'intelligence artificielle*, J. Pitrat, Hermès.
4. *Geomus : Un résolveur de problèmes de géométrie qui mobilise ses connaissances en fonction du problème posé*, Jean-Michel Bazin, Thèse de doctorat, Université Paris 6. Laforia TH93/06.

B. ARTICLES

1. "Réflexion sur les logiciels d'aide à la démonstration en géométrie", D. Guin, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 2, 1989. Irem de Strasbourg.
2. "Comment une classe de 4^{e} a pris conscience de ce qu'est une démonstration de géométrie", Egret-Duval, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 2, 1989, Irem de Strasbourg.
3. "L'organisation déductive du discours : interaction entre structure profonde et structure de surface dans l'accès à la démonstration", Egret-Duval, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 2. 1989, Irem de Strasbourg.
4. "Les figures aident-elles à voir en géométrie ?", V. Padilla, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 3, 1990, Irem de Strasbourg.
5. "Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes", R. Duval, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 4, 1991, Irem de Strasbourg.
6. "Modélisation de la démonstration géométrique dans 'Geometry Tutor' ", D. Guin et le groupe d'intelligence artificielle de l'Irem de Strasbourg : M.-A. Egret, B. Koch, G. Kuntz, G. Métivier, N. Vogel, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 4, 1991, Irem de Strasbourg.

7. "Compréhension d'un énoncé de problème : le choix de la donnée de référence", W. Damm, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 4, 1991, Irem de Strasbourg.
8. "Géométrie de 4^e autour d'un logiciel", Groupe d'intelligence artificielle de l'Irem de Strasbourg, *L'ouvert*, numéro 52, 1988, Irem de Strasbourg.
9. "Débat scientifique en cours de mathématiques et spécificité de l'analyse", Marc Legrand, *Repères-Irem* numéro 10.
10. "Un modèle d'expert en résolution de problème de géométrie", Jean-Michel Bazin, Journées EIAO-ENS de Cachan, *Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur*, Eyrolles, 1993.
11. "Protocole comportemental de l'interaction didactique entre un agent artificiel et un agent humain", D. Guin, Journées EIAO-ENS de Cachan, *Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur*, Eyrolles, 1993.
12. "Le fonctionnement heuristique des traitements proprement figuraux en géométrie", R. Duval. (A paraître dans *Repères-Irem* numéro 17.)