HISTOIRE DE L'ENSEIGNEMENT DE LA GÉOMÉTRIE EN GRÈCE

L'influence des géomètres français de 1830 à 1884 [1]

Athanassios GAGATSIS

Département des Mathématiques
Université Aristote de Thessaloniki

INTRODUCTION

On a l'habitude de dire que, de façon générale, les savoirs enseignés ne sont pas les savoirs des mathématiciens. Contrairement à l'idée reçue, la "transposition didactique" à partir de la science vers le savoir scolaire n'est pas un processus unilatéral, descendant du sommet à la base. Il s'agit plutôt d'une interaction complexe entre de nombreux facteurs. De fait, les contenus devant être enseignés dans chaque pays résultent d'interactions entre enseignants, mathématiciens, élèves, ainsi que d'autres acteurs sociaux, comme la cellule familiale, ou le système des examens et des concours dans le système éducatif d'un pays ; ou encore d'interactions liées aux choix politiques. Le savoir scolaire n'est que l'image finale d'une suite de transformations appliquées à un savoir pour rendre ce dernier transmissible à travers l'enseignement. Ainsi le passage du nouveau savoir ("savoir savant" [2]) en savoir ensei-

(1) Ce texte a été présenté à la "Première Université d'Eté Européenne : Histoire et Epistémologie dans l'Education en Mathématiques". Ma participation a reçu le soutien financier du Service Scientifique de l'Ambassade de France en Grèce (Athènes) et de l'Institut Français de Thessalonique. Je tiens à remercier particulièrement le Professeur Rudolf Bkouche, du Département des Mathématiques de l'Université de Lille, pour ses remarques et commentaires à propos de cet article.

(2) Le terme "savoir savant" est utilisé entre guillemets en raison des contestations qu'il suscite. R. Bkouche considère que le problème est moins celui de la transformation d'un "savoir savant" en un "savoir enseigné" que celui des raisons qui conduisent à considérer qu'un certain savoir doit être enseigné.
De même pour le terme "transposition didactique" comme transformation du "savoir savant" en savoir enseigné, suscitant lui aussi des controverses.
A propos de problématiques mathématiques, R. Bkouche écrit : "S'il est vrai que la significa-

gné est par lui-même un processus social, déterminé par des facteurs spécifiques à chaque pays et à chaque culture.

Remarque particulièrement importante dans le cas de la Grèce qui possède une longue tradition dans l'enseignement de la Géométrie Théorique Euclidienne, et ce pour des raisons historiques liées à l'origine grecque de cette Géométrie. Le cours de Géométrie a notamment été utilisé comme **passerelle** entre la Grèce moderne et la Grèce ancienne, servant une politique éducative précise. Aussi l'enseignement de la Géométrie se trouve étroitement lié à son histoire et, de façon plus générale, à l'histoire des Mathématiques. L'étude des caractéristiques particulières de l'évolution historique de l'enseignement de la Géométrie en Grèce permet en effet de relever certaines contradictions issues justement de son origine grecque.

Une première contradiction porte sur le terme même de Géométrie Euclidienne : par ce terme est signifiée non la forme traditionnelle des *Eléments*, mais la forme que lui a donnée Legendre à la fin du XVIII^e siècle.

Une seconde contradiction est due à l'insistance mise sur la Géométrie Théorique et qui eut pour effet de sous-estimer le rôle et l'importance de la Géométrie intuitive-pratique dans l'enseignement. Naguère le souci de couvrir la plus grande partie de la matière traditionnelle (Géométrie du plan – Géométrie de l'espace) avait eu pour conséquence de déplacer le début de l'enseignement de la Géométrie Théorique au niveau du premier cycle de l'enseignement secondaire. Les programmes officiels des soixante dernières années ont, à de nombreuses reprises, répercuté ce principe qui, finalement, s'est révélé impraticable.

L'insistance pour conserver la forme hellénique-euclidienne de la Géométrie Théorique a constitué un facteur d'opposition aux différentes tentatives de réforme et de modernisation des leçons (**troisième contradiction**) ; par exemple, l'introduction timide des concepts et méthodes des mathématiques plus récentes (transformations, etc.) commencée en 1960, s'est trouvé annulée par la perdurance, dans le même temps, d'un usage généralisé des instruments euclidiens (lieux géométriques, constructions, etc.), usage visant à souligner l'origine grecque du cours.

Finalement, et ceci est significatif, le modèle rigoureux de développement correspondant à l'axiomatique de Hilbert a été choisi pour la Géométrie scolaire. Or cette axiomatique, si elle corrige certaines faiblesses logiques de la Géométrie traditionnelle, n'apporte pas de changements radi-

tion d'une problématique donnée se transforme au cours de l'histoire, il ne faut pas oublier que cette signification, qu'elle soit originale ou non, est toujours définie de façon complexe, moins à travers un discours explicite que par un entremêlement de sens, parfois contradictoires. L'analyse *a posteriori* qui permet d'en saisir les divers aspects ne prend sens qu'après un premier travail qui reste nécessairement ambigu (les clarifications précoces ne font souvent qu'obscurcir), c'est de cette ambiguïté nécessaire, moins sur le plan proprement pédagogique que sur le plan de l'appréhension même du domaine de la connaissance que l'on étudie, que je parlais à la fin de ma conférence à Athènes quant au rapport entre le géométrique et le numérique ; cette ambiguïté est au coeur même de la connaissance, ambiguïté que la construction de la connaissance se propose moins de supprimer que de dépasser.
La transposition didactique n'a rien à faire ici, tout au plus signifie-t-elle (et en ce sens elle peut jouer un rôle dans la sociologie de l'éducation) le refuge du pédagogue qui a oublié le sens de ce qu'il enseigne." (Bkouche, 1991, pp.167-168.)

caux quant à la thématique. Ce choix, opéré en 1968, sans que soient pris en compte les besoins ni des enseignants ni des élèves, a provoqué une résistance générale et la forme rigide de l'axiomatique originelle a été remplacée par une forme plus souple qui, nonobstant certains aménagements, se maintient jusqu'à aujourd'hui.

Ces oppositions, ces contradictions, les changements des manuels scolaires de Géométrie en Grèce, mais aussi les changements sociaux et politiques en Grèce, permettent, en tant que critères, de diviser l'enseignement de la Géométrie en Grèce en trois périodes (Gagatsis, 1989 ; Gagatsis, 1993) : la première période recouvre les premières cinquante-quatre années de l'Etat grec moderne (1830-1884) ; la seconde période dure jusqu'aux années de la réforme (autour de 1968) ; et la troisième période concerne l'intervalle allant de 1968 à aujourd'hui. Cette répartition autorise une première approche des changements qui eurent lieu en Grèce dans l'enseignement de la Géométrie (3).

Une question apparaît naturellement, surtout pour les lecteurs qui ne connaissent pas l'histoire de la Grèce : **"Pourquoi étudier l'enseignement de la géométrie à partir de 1830 ?"** Ou, autrement dit, **"Que se passait-il avant 1830 ?"**

Les réponses se situent à deux niveaux :

— le **premier niveau** porte sur l'enseignement de la géométrie, et sur l'éducation en général, rudimentaire avant 1830 en raison notamment de l'occupation turque. Avant la révolution grecque de 1821, et pendant la période de l'occupation turque, il n'existait que quelques écoles, ou hors des frontières géographiques de la Grèce d'aujourd'hui (Adrianoupolis, Constantinople, Kalipolis, Smyrne), ou en Grèce même (comme le célèbre gymnasium de Chios, l'une des écoles les plus importantes du point de vue de l'innovation dans les années d'avant la révolution).

— le **second niveau** concerne les livres de mathématiques grecs. Il semble bien (Gagatsis, 1992, Poulos, 1988), que le premier livre de mathématiques grec ait été imprimé en 1532 à Venise. Il s'agit de l'ouvrage de Michel Psellou, intitulé *Les Quatre sciences Mathématiques*. Ce livre constitue une synthèse du savoir de son époque. Durant la même époque, d'autres ouvrages ont été imprimés, certains à Moscou, d'autres à Venise, Vienne, Pest, etc.

On rencontre déjà à cette époque des traductions en grec de livres scientifiques français (Nicolaïdis – Dialetis, 1992)

(3) D'après les commentaires de R. Bkouche, et dans le sens de sa critique vis-à-vis de "savoir savant" et "transposition didactique" se situent les explications de l'article quant à l'importance de l'enseignement de la géométrie comme expression d'une identité grecque : "Mais cet enseignement de la géométrie est celui qui est dispensé dans les nations européennes ; même lorsque l'ouvrage d'Euclide était contesté (comme par exemple, en France, par les philosophes de Port-Royal ou certains mathématiciens comme Clairaut), il reste la référence et son influence reste grande ; en particulier, c'est l'ouvrage d'Euclide qui fonde, jusqu'à une époque récente, l'enseignement de la géométrie en Angleterre. On peut y voir encore l'effet de la confusion entre les deux usages du mot élément [...], mais on peut aussi considérer que la géométrie grecque, alors même qu'elle perd sa place de modèle de la rigueur mathématique, reste fondatrice de rationalité. Les raisons de l'enseignement de la géométrie grecque sont ainsi multiples et il est difficile de parler de transposition didactique si l'on restreint celle-ci à la seule transformation d'un savoir savant (celui de la communauté scientifique) en savoir enseigné ; c'est que le savoir savant lui-même est chose difficile à cerner."

— Abbé Kaïllé : *Leçons élémentaires d'Astronomie Géométrique*
— Fontenelle : *Entretiens sur la pluralité des mondes*
— Nicolas-Louis de Lacaille (1797) : *Leçons élémentaires de mathématiques ou Eléments d'Algèbre et de Géométrie.*

A noter que ce dernier livre est probablement le premier livre d'algèbre publié en Grèce (Kastanis, 1990). La première édition française de l'ouvrage de Lacaille date de 1741 ; et ses rééditions de 1764, 1768, 1770 et 1778, par les soins de l'abbé Marie (Kastanis, 1990).

Ces quelques rappels montrent qu'à l'évidence le centre d'édition des livres de mathématiques en langue grecque se trouve à l'extérieur de l'actuel territoire grec. De plus, comme nous l'avons mentionné, l'éducation en Grèce était rudimentaire avant 1830. Et ce sont ces différentes raisons qui conduisent à examiner l'enseignement de la géométrie scolaire de 1830 à nos jours.

Dans cet article, ne sera présenté que l'enseignement de la géométrie pendant la première période (1830-1884) parce que, d'une part, c'est la période durant laquelle a été fondé le système scolaire grec et, d'autre part, c'est pendant ces années-là que se trouvent les racines de la forte stabilité qui caractérise et le système scolaire grec et l'enseignement de la géométrie en Grèce jusqu'à aujourd'hui.

Nous proposons quatre directions d'étude :

— le système scolaire
— les programmes scolaires
— les méthodes didactiques
— les manuels scolaires en géométrie.

1. Les *Eléments de Géométrie* de Legendre

L'intérêt de suivre l'évolution de la Géométrie d'Euclide à nos jours est double : d'une part cette évolution est l'un des facteurs ayant influé sur la formation des programmes scolaires ; et d'autre part cette influence peut différer selon le pays considéré.

Chacun connaît d'une manière ou d'une autre le rôle historique des *Eléments* d'Euclide en tant que modèle de pensée scientifique. Ce texte a accédé au statut de paradigme des mathématiques, de base pour la recherche ultérieure, et de base pour l'enseignement lui-même. *L'Ethique* de Spinoza et les *Principes* de Newton sont deux exemples révélateurs de cette influence. Cependant, une approche diachronique montre que nombreux sont les cas où le mode de pensée inhérent aux *Eléments* a été modifié par le contexte mental de l'époque où il s'est opposé aux nouvelles données et aux points de vue épistémologiques apparemment nouveaux. Parmi ces derniers, il en est deux qui ont joué un rôle déterminant pour la transformation de la physionomie de la Géométrie d'Euclide. Le premier a son origine dans la scolastique et le second dans le courant intellectuel qui prévalait pendant la Renaissance. Durant celle-ci, il y eut toute une effervescence créative dans le domaine de l'Arithmétique, qui ouvrit la voie à la pensée algébrique et provoqua un élargissement des horizons de la Géométrie. L'un des représentants de cette période est Peter Ramus (1515-1572) dont l'œuvre se caractérise par une position anti-euclidienne. Selon Verdonk (Kastanis, 1986), Ramus a renouvelé le point de départ épistémologique par un reclassement conceptuel et par une différenciation méthodologique. Dans sa géométrie, l'étude du nombre précède le traitement géométrique, l'articulation de son contenu se faisant sur une nouvelle base et la méthode démonstrative se fondant sur des exemples.

Alexis-Claude Clairaut (1713-1765) mérite une mention particulière pour les *Eléments de Géométrie*, un de ses chefs-d'oeuvre pédagogiques, rédigé en 1741. Evelyne Barbin emploie à propos de cette géométrie les termes de "géométrie problématisée" : "Il nous propose une géométrie problématisée, c'est-à-dire une géométrie où les savoirs ont un sens parce qu'ils sont des instruments pour résoudre des problèmes" (Barbin, 1991). "Contrairement à Euclide qui donne au début de chacun des livres des *Eléments* une longue liste des définitions, Clairaut n'introduit les concepts qu'au fur et à mesure, au moment où ces concepts deviennent nécessaires à la résolution d'un problème. De même, l'impératif qui dicte l'ordre d'introduction des propositions est l'ordre déductif chez Euclide, alors que chez Clairaut il se situe dans la problématique choisie, c'est-à-dire dans la mesure des terrains. Les concepts et les savoirs sont construits comme réponses à des questions : ce sont des instruments pour résoudre des problèmes." (Barbin, 1991). Enfin Glaeser situe l'oeuvre de Clairaut dans ce qu'il appelle "pédagogie mondaine" (Glaeser, 1984).

Une étape très importante dans l'évolution des Géométries est celle des *Eléments de Géométrie* de Legendre. Cette Géométrie a joué un rôle de premier plan dans les manuels scolaires du XIX^e^ siècle. L'ouvrage est divisé en huit livres, dont quatre traitent de la géométrie plane et quatre de la géométrie solide. Le contenu de ces huit livres est présenté dans la préface de la deuxième édition :

Le livre I^er^, intitulé les Principes, *contient les propriétés des lignes droites qui se rencontrent, celles des perpendiculaires, des parallèles, etc.*
Le livre II, intitulé le Cercle, *traite des propriétés les plus simples du cercle, de celles des cordes, des tangentes, et de la mesure des angles par les arcs de cercle. Ces deux premiers livres sont terminés par la résolution de quelques problèmes concernant la construction des figures.*
Le livre III, intitulé la Proportion des figures, *renferme la mesure des surfaces, leur comparaison, les propriétés du triangle rectangle, celles des triangles équiangles, des figures semblables, etc. On nous reprochera peut-être d'avoir mêlé indistinctement les propriétés des lignes avec celle des surfaces ; mais en cela nous avons suivi à peu près l'ordre d'Euclide, et cet ordre ne peut manquer d'être bon si les propositions sont bien enchaînées les unes aux autres. Ce livre est encore terminé par une suite de problèmes relatifs aux objets qui y sont traités.*
Le livre IV traite des Polygones réguliers et de la mesure du cercle. *Deux lemmes servent de base à cette mesure, qui d'ailleurs est démontrée à la manière d'Archimède : nous donnons ensuite deux méthodes d'approximation pour quarrer le cercle, l'une desquelles est de Jacques Grégory. Ce livre est suivi d'une appendice, où l'on démontre que le cercle est plus grand que toute figure rectiligne isopérimètre.*
Le livre V renferme les propriétés des plans *et celles des* angles solides. *Cette partie est très-nécessaire pour l'intelligence des solides et des figures où l'on considère différents plans. Nous avons tâché de la rendre plus claire et plus rigoureuse qu'elle ne l'est dans les ouvrages ordinaires.*

Le livre VI traite des Polyedres, *et de leur mesure. Ce livre paroîtra très-différent de ce qu'il est dans les autres Eléments ; nous avons cru devoir le présenter d'une manière entièrement nouvelle.*
Le livre VII est un traité abrégé de la Sphère et des triangles sphériques. *Ce traité ne fait pas ordinairement partie des Eléments de géométrie ; cependant nous croyons qu'il doit y entrer, ne fût-ce que pour servir d'introduction à la trigonométrie sphérique.*
L'appendice ajoutée aux livres VI et VII a pour objet les Polyedres réguliers ; *matière traitée assez au long dans Euclide, et qui peut fournir des applications intéressantes dans la trigonométrie.*
Le livre VIII traite des trois Corps ronds, *qui sont la sphère, le cône et le cylindre ; on y mesure les surfaces et les solidités des corps par une méthode analogue à celle d'Archimède, et fondée, quant aux surfaces, sur les mêmes principes que nous tâchons de démontrer sous le nom de* lemmes préliminaires.

Grâce à son ouvrage, Legendre est passé pour un second Euclide et son influence fut considérable au niveau des manuels scolaires de Géométrie. Cette Géométrie visait à rendre la géométrie démonstrative plus rigoureuse que la considération "pratique" du sujet qui avait été exprimée pendant les deux siècles précédents (Sanford, 1935), avec, par exemple, les Géométries de Ramus (en 1571) ou de Clairaut (en 1741). Comme le note Schubring (1988), cette Géométrie a été reçue de différentes manières en France, en Grèce et en Italie. En France l'ouvrage entrait en concurrence avec le manuel de Géométrie de Lacroix, dont l'écriture était moins abstraite. Schubring démontre la force de cette concurrence personnelle en présentant l'étonnant conflit entre Legendre et Lacroix, tel qu'il se révèle clairement dans leur correspondance (Schubring, 1987). C'est qu'ils étaient rivaux en tant qu'auteurs de manuels scolaires sur le même marché, les "Ecoles Centrales", les enseignants ayant alors la liberté de choix au niveau des livres scolaires (liberté qui durera jusqu'en 1803).

Legendre savait l'intention de Lacroix de publier un manuel scolaire en Géométrie. Et il redoutait cette publication parce que son propre livre de Géométrie, alors le seul texte moderne en français, trouverait ainsi un dangereux rival. Aussi Legendre demanda-t-il à Lacroix d'abandonner son projet. Celui-ci céda, mais en renonçant en même temps à ses manuels d'arithmétique et d'algèbre, décision insupportable à Duprat, l'éditeur de Lacroix, qui demanda des comptes à Legendre. Celui-ci dut finalement accepter que les *Eléments de Géométrie* de Lacroix fussent publiés.

En Italie l'ouvrage de Legendre a été abandonné après 1860 : on l'accusait de manquer de rigueur et de confondre la méthodologie arithmétique avec des principes géométriques authentiques.

Stamper souligne la différence entre le livre de Legendre et les *Eléments* d'Euclide ; le premier est, selon elle, plus accessible dans le cadre de l'enseignement. Elle ajoute qu'il fut très bien reçu aux Etats-Unis et qu'il a fortement inspiré, par sa forme, les manuels de ce pays (Stamper, 1930, p. 68).

Enfin en Grèce il y eut quatre traductions différentes ; nous les examinerons dans le § 5.

L'ouvrage de Legendre présentait de nombreuses ressemblances avec les Eléments d'Euclide, comme le fait d'avoir pour point de départ des définitions et des axiomes sans les justifier. Il contenait cependant des différences manifestes (Stamper, 1906).

Plusieurs éléments permirent à cet ouvrage de se distinguer des autres textes ayant un contenu et des origines semblables (comme Euclide) :

— dans l'ouvrage de Legendre, il y a un traitement plus complet de la Géométrie de l'espace (Cajori, 1910). Ainsi Legendre a introduit la verticale commune de deux droites non situées dans le même plan (*Géométrie*, note VI) ; il a aussi introduit (Note VII) certains corrolaires importants du théorème d'Euler sur les polyèdres (Loria, 1971) ;

— le beau style de Legendre diffère considérablement du style lourd d'Euclide et le texte, plus attractif, conserve une grande clarté dans sa présentation ;

— Euclide médite toujours sur des figures de construction connue et il présente des problèmes et des théorèmes mêlés, tandis que Legendre travaille sur les théorèmes pour obtenir des moyens de résolution des problèmes ;

— tandis que le géomètre grec ne trouve pas nécessaire d'établir une distinction entre les figures "égales" et "symétriques", Legendre, le premier, introduit cette différenciation (Loria, 1971) ;

— enfin, et c'était alors une nouveauté, Legendre introduisit certains symboles algébriques dans le texte géométrique, fait qui a permis à l'auteur de mieux présenter certains sujets, et qui rendait plus facile la compréhension de la part des lecteurs.

Dans les différents chapitres de son livre, des notes présentent de nouvelles méthodes. Ainsi il a effectué des recherches originales sur le postulat des parallèles. Dans chaque édition de son livre, à l'exception des éditions 9, 10 et 11, Legendre joint une démonstration différente du 5^{e} postulat parce que chaque fois il utilise une proposition différente, mais équivalente, pour le 5^{e} postulat. Et ses études intéressent en ce qu'elles ont montré la relation étroite entre le 5^{e} postulat et d'autres propositions, et notamment celle qui concerne la somme des angles d'un triangle (sur la base du "Principe de l'homogénéïté"). Ces différents résultats ont été réunis par l'Académie des Sciences dans un volume spécial intitulé : *Réflexions sur différentes Manières de démontrer la Théorie des Parallèles ou le Théorème sur la Somme des trois angles d'un Triangle* (Mémoire de l'Institut de France, V.XII, 1833).

Cependant ces démonstrations de Legendre ne sont pas sans poser problème. Les *Avertissements* rédigés par l'auteur pour les onzième et douzième éditions l'indiquent de façon explicite :

> *"AVERTISSEMENT*
> *D'après l'avis de plusieurs professeurs distingués, on s'est déterminé à rétablir, dans cette onzième édition, la théorie des parallèles à-peu-près sur la même base qu'Euclide. Il en résultera plus de facilité pour les étudiants, et cette raison a paru prépondérante, d'autant que les objections auxquelles est encore sujette la théorie des parallèles ne peuvent être entièrement résolues que par des considérations analytiques telles que celles qui sont exposées dans la note deuxième."*

"AVERTISSEMENT POUR LA DOUZIEME EDITION
La démonstration de la théorie des parallèles, telle qu'elle avait été présentée dans la 3^e^ édition de cet ouvrage et dans les éditions suivantes jusqu'à la 8^e^ inclusivement, n'étant pas à l'abri de toute objection, on s'était déterminé dans la 9^e^ édition à rétablir cette théorie à-peu-près sur la même base qu'Euclide. Des réflexions ultérieures faites sur le même objet, dont on donnera le développement dans la note II, ont fait découvrir deux nouvelles manières de démontrer le théorème sur les trois angles du triangle, sans le secours d'aucun postulatum. *On a en conséquence inséré une de ces démonstrations dans le texte de cette édition, en choisissant celle qui s'éloigne le moins des idées ordinaires, et qui d'ailleurs ne semble pas plus difficile à comprendre que celle qui avait été donnée dans les éditions précédentes, depuis la 3^e^ jusqu'à la 8^e^."*

En reprenant les commentaires de Rudolf Bkouche, nous pouvons approfondir les différences entre les *Eléments* de Legendre et d'Euclide. En effet si Legendre propose un retour à la rigueur euclidienne, il reste (et cela parait normal) un mathématicien du XVIII^e^ siècle ; les différences, lorsqu'il y en a, entre les *Eléments* d'Euclide et les *Eléments de Géométrie* de Legendre sont ainsi marquées, cela semble un truisme, par la différence de point de vue entre les deux époques. C'est le cas en ce qui concerne la place accordée au numérique par Legendre ; c'est là une différence essentielle entre la théorie de la mesure des géomètres grecs et la notion de mesure telle qu'elle est pensée à l'époque de Legendre.

Si la "crise des irrationnelles", comme on dit, a conduit les géomètres grecs à construire une théorie de la mesure indépendante de tout recours au numérique, les géomètres ont appris depuis longtemps à définir la mesure comme relation entre le numérique et le géométrique ; depuis Arnauld (pour ne citer que les grands traités français de géométrie), la géométrie se construit (du moins en ce qui concerne la mesure des grandeurs) sur une arithmétique préalable, même si le statut des nombres pose encore problème. Legendre se place dans cette nouvelle tradition et à ce titre on peut souligner le caractère métrologique du livre III.

La critique puriste contre l'utilisation du numérique par Legendre est en ce sens un archaïsme ; elle marque un refus du mélange des genres, refus qui fut théorisé par Aristote dans *Les Seconds Analytiques*, alors que la modernité scientifique, depuis le XVII^e^ siècle, s'est construite sur le mélange des genres ; c'est cela qui a permis de faire entrer l'étude des sciences de la nature dans le domaine mathématique et qui a conduit à voir dans les *Eléments* d'Euclide le modèle d'une construction scientifique, voire le modèle de la rationalité.

Ce reproche d'un manque de rigueur quant à l'utilisation du numérique dans la construction de la géométrie s'appuie encore sur l'idée (peut-être moins grecque qu'on ne le pense dans la mesure où notre vision de la Grèce est moins celle des anciens Grecs que celle mise en place par la philosophie scolastique et les humanistes de la Renaissance) que la géométrie est le modèle de la rigueur, idée qui, pourtant, s'effrite dans la première partie du XIX^e^ siècle avec d'une part la découverte des géométries non euclidiennes, et d'autre part avec les efforts de fonder rigoureusement l'analyse mathématique (Bolzano, Cauchy...).

Mais la différence essentielle entre les *Eléments* d'Euclide et les *Eléments de Géométrie* de Legendre se situe peut-être dans le fait que l'ouvrage de Legendre se présente comme un ouvrage d'enseignement (à l'usage des élèves des lycées mis en place après la Révolution de 1789) alors que l'ouvrage d'Euclide a un autre objectif : celui de mettre en place le matériau nécessaire au géomètre pour résoudre les problèmes qu'il se pose (c'est le sens qu'il faut donner au titre original, les στοιχεια). Bourbaki ne s'est pas trompé sur le sens grec du mot *Eléments* lorsqu'il a intitulé son ouvrage *Eléments de Mathématiques*, son objectif est moins celui de l'enseignement que celui de la mise en place du matériau nécessaire à la résolution des problèmes que se pose le mathématicien. On voit ici apparaître une ambiguïté entre deux usages du terme *élément*, l'un renvoyant au sens grec original, l'autre renvoyant au sens usuel que l'on donne au mot élémentaire. Mais c'est peut-être aussi que l'on pense une adéquation entre l'ordre de l'histoire des sciences et l'ordre de leur apprentissage ; les *Eléments* d'Euclide, malgré leur difficulté, seraient ainsi élémentaires au sens usuel de ce terme. C'est peut-être dans cette ambiguïté de l'usage du terme *élément* que se situent certaines des contradictions soulevées dans le début de cet article.

Enfin, dernière remarque sur l'ouvrage de Legendre, à propos de la géométrie dans l'espace. Celle-ci a progressé depuis Euclide d'une façon plus importante peut-être que la géométrie plane ; en particulier elle s'est dégagée, peut-être sous l'influence des travaux issus des perspectivistes (mais cela est à vérifier), des aspects purement métriques au profit des aspects de position ; cela renouvelle la problématique de l'égalité (qui ne se réduit plus à l'égalité de mesure) et pose d'une façon nouvelle le problème de l'égalité par superposition, laquelle n'est pour Euclide qu'un critère, essentiel certes, de l'égalité des grandeurs. C'est Legendre qui résout le problème de l'égalité dans l'espace en distinguant les deux formes d'égalité que l'on sait et qui considère que cette distinction à sa place dans l'enseignement. Il faut y voir aussi l'influence de la géométrie sphérique et le livre VII de l'ouvrage de Legendre montre l'importance que l'auteur accorde à cette géométrie.

On verra au § 5 le grand rôle qu'a joué Legendre dans l'enseignement de la Géométrie en Grèce.

2. Le système éducatif en Grèce entre 1830-1884

La période 1830-1884 peut être considérée comme particulièrement importante à la fois au niveau de l'enseignement de la géométrie et au niveau de toutes les évolutions observables, de façon générale, dans le milieu de l'éducation. En effet la situation d'alors, combinée à une stabilité qui est devenue une des caractéristiques de base du système éducatif, a laissé une trace indélébile dans les phases ultérieures de l'éducation.

Le système éducatif, qui résulte des lois de 1834 pour l'école primaire, de 1836 pour l'enseignement secondaire et de 1837 pour l'Université d'Athènes, constitue une fidèle imitation du modèle allemand. C'est ce que souligne l'*Histoire de la nation grecque* (vol. 13), où l'on peut lire : "A cette époque, non seulement la situation en Grèce mais aussi l'admiration mondiale du système éducatif allemand, ne pouvaient que conduire à son imitation. D'ailleurs une telle intention est démontrée par les premières décisions de la commission de 1833 : la séparation en quatre niveaux était caractéristique du modèle allemand, et la terminologie employée n'étaient pas la terminologie ayant cours en milieu grec (école communale, lycée, académie, etc.) mais reposait sur de simples traductions ou adaptations des termes allemands [4] (Volkschule : école du peuple, Lateinische Schule : école grecque, Gymnasium : Gymnasio)".

Cette imitation peut étonner de la part d'une commission constituée d'hommes de lettres, d'éducateurs et d'enseignants de la Grèce, de divers pays européens ou de Constantinople, spécialistes expérimentés et à l'esprit très ouvert.

L'*Histoire de la nation grecque* précise aussi que le collège et l'école grecque avaient un fonctionnement qui imitaient celui des écoles bavaroises ; et au niveau de l'université, c'était encore le même phénomène. Quant à la loi sur les écoles primaires, si elle semblait, à première vue, d'inspiration différente, puisqu'elle suivait fidèlement l'équivalent français (elle a été conçue en 1833, sous le ministre François Guizot), elle relevait en fait du même esprit, le Français ayant utilisé comme source directe des modèles prussiens.

Ainsi, sous de fortes influences allemandes, directes ou indirectes, s'est formé le système éducatif du nouveau gouvernement, qui comptait quatre niveaux d'étude : une école primaire en sept ans, trois ans d'"école grecque", quatre ans de gymnasio et l'université avec quatre facultés (théologie, droit, médecine, philosophie et éducation générale).

Les facultés de philosophie et de l'"éducation générale" comprenaient les départements de Philologie, de Mathématiques et de Physique, conformément, là encore, au système allemand et à cette vieille tradition universitaire qui veut que les sciences physiques soient incluses dans les études théoriques. Pour expliquer ce système didactique universitaire, le doyen A. Bénizélos écrivait en 1845 : "La philosophie, fille aimée du génie grec, la science des sciences, est surtout cette science académique dont le lait sain et pur doit d'abord nourrir tous les étudiants [...] et même ceux qui ensuite s'occuperont des sciences physiques et mathématiques." (Stéphanidis, 1948).

Pour comprendre le contexte de la création de la Faculté des Sciences Physiques et Mathématiques, et pour percevoir sa mission, on peut se référer à M. Stéphanidis : "la Grèce", explique-t-il, "après une dure lutte pour conquérir sa liberté, est épuisée ; elle a donc cherché par l'intermédiaire de traditions anciennes à donner des exemples moraux, ceux qui rendirent immortelle la grandeur grecque, ceux qui formèrent son caractère national et qui marquèrent le commencement de son nouveau parcours. Telle était aussi la mission de la Faculté des Sciences de la première université grecque : renouveler le discours interrompu des maîtres d'avant la révolution. Mais la Nouvelle Grèce devait rechercher ses relations avec ses ancêtres dans le contexte contemporain. Nous pouvons dire que la lutte évidente entre la conception réaliste de la vie contemporaine et les mœurs

(4) Une comparaison détaillée de la loi bavaroise pour l'éducation secondaire et du décret équivalent grec est faite par S. Léonidas dans sa thèse : *Der Bayerische Einfluss auf das Griechische Schulwesen in 19. Jahrhundert. Ein Beitrag zur Schulgeschicht Griechenlands*, Vienne 1976.

antiques caractérise toute l'évolution historique de la Faculté des Sciences de l'Université d'Athènes."

A l'université, le premier règlement appliqué mentionne les cours du département de Mathématiques-Physique : Mathématiques pures et appliquées pour toutes les branches, Statique, Hydrostatique, Mécanique, Astronomie, **Encyclopédie et Méthodologie des sciences**, Introduction à l'étude de la nature, Chimie et Exercices pratiques de chimie, Technologie ou Application des sciences physiques à la technique, Zoologie et Botanique.

Malgré une apparente distinction entre les Mathématiques et la Physique, tant au niveau des cours que des professeurs, il n'existait en fait aucune différence entre les cycles d'études en mathématiques et en physique. Selon le modèle allemand de l'université d'alors, le but premier de la faculté de philosophie était de former des professeurs du secondaire, lesquels enseigneraient les mathématiques et la physique, c'est-à-dire la science mathématique. Tout le département de mathématique-physique avait donc au départ un caractère mathématique. Il est important de remarquer que ce premier règlement de l'université grecque, en dehors des cours et des chaires, fixait aussi les modalités de l'enseignement, qui devait être "oral, avec des exercices de dialogues, faits en langue parlée" (Stéphanidis, 1948).

Il convient aussi de souligner l'existence d'un cours intitulé "Encyclopédie et Méthodologie des sciences". Inscrit dès le premier règlement, et adressé aux étudiants de toutes les facultés, il avait été confié au professeur N. Bamvas. Mais cette intention louable, et innovante (de nos jours, dans certains départements de Mathématiques, il n'existe pas de cours analogue), n'a pu tenir ses promesses : il semble en fait n'avoir que rarement fonctionné (*Actes de la Faculté de Philosophie*, 1848, dans Stéphanidis, 1948). A noter d'ailleurs qu'à cette époque, l'enseignement intervenait sur la base de notes manuscrites et qu'il est par conséquent délicat, voire impossible, de connaître aujourd'hui le contenu de certains cours. Cet enseignement a été supprimé après la démission du professeur Bamvas, qui allait mourir peu de temps après (1855).

Souvent il y a eu cette proposition de fonder un centre pour la formation des maîtres (séminaires), un centre orienté sur l'exercice pratique de ceux qui voulaient se consacrer à l'enseignement (Actes de 1841). Cette attention envers l'enseignement de la méthodologie a été reprise en 1919 pour aboutir, en 1921 (2^{e} période), à l'obligation, pour les physiciens et mathématiciens, de suivre un cours de Pédagogie Générale et de Psychologie de l'Enfant (Stéphanidis, 1848). Le département des Mathématiques, qui au début ne comptait que le professeur Négris, se développe à la fin de cette période ; il accueille de nouveaux professeurs, dont I. Chatzidaxis (1879, titulaire en 1884) qui a joué un rôle très important pour l'enseignement de la géométrie en Grèce, pendant la deuxième période.

3. Les mathématiques dans les programmes en Grèce entre 1830 et 1884.

Les mêmes observations peuvent être faites au sujet des programmes de l'enseignement secondaire : imitation du modèle allemand, influence des tendances classicistes de l'époque avec renforcement dû à l'adoration de l'antiquité, vers laquelle s'est dirigé le philhellénisme pendant la lutte pour la libération ; ce qui a donné à l'éducation grecque un aspect purement théorique et l'a éloignée des problèmes et des besoins de la vie quoditienne.

Dans ce programme scolaire (1836), les cours de philologie représentent 53,2 % du nombre total d'heures d'enseignement, tandis que les cours de physique et de mathématiques n'en représentent qu'à peine19,2 %. Cette philosophie, ou plutôt cette idéologie, culminera vers le milieu de la période que nous examinons, en 1856, quand la grammaire de la langue grecque en usage à l'école primaire "est la seule et unique grammaire du grec ancien" (*Histoire de la nation grecque*, tome XIII, p. 486).

La **stabilité** du système éducatif se voit clairement avec la loi de 1935 pour le collège, alors divisé en six classes ; cette loi prévoyait en effet le même pourcentage (19,2 %) pour l'enseignement de la physique et des mathématiques, exactement comme dans le programme de 1836 (conçu cent ans auparavant).

Il est utile de citer ici quelques-uns des éléments du *Règlement des Ecoles grecques et Collèges décret du 31 décembre 1836 / 12 janvier 1837* (Antoniou, 1987).

L'article 15 du décret mentionné : Les heures d'enseignement de la semaine devant se partager dans les différentes matières :

A. Pour les trois classes de l'école grecque :

Pour la 1^re^ classe :

- Grec	12 heures
- Histoire sainte	2
- Géographie	3
- Arithmétique	3
- Calligraphie	2
- Histoire naturelle	3
- Français	4
	29 heures

Pour la seconde

- Grec	12 heures
- Catéchisme	2
- Histoire	3
- Géographie	2
- Arithmétique	3
- Calligraphie	2
- Histoire naturelle	3
- Français	4
	31 heures

Pour la 3^e^ classe

- Grec	12 heures
- Synthèse	3
- Principe d'anthropologie et de morale	2
- Histoire	3
- Géographie	2
- Géométrie et physique	3
- Français	4
- Latin	3
	32 heures

Dans l'article 81 du même décret, le partage des heures pour le "gymnasio" (lycée), cette fois, se fait de la façon suivante :

Pour la 1^re^ classe

- Grec	8 heures
- Latin	4
- Exercices d'écriture grecque	2
- Cathéchisme	2
- Histoire et Géographie	2
- Mathématiques	2
- Physique et Histoire naturelle	2

- Français	2
	24 heures

Pour la seconde classe

- Grec	6 heures
- Latin	6
- Théorie des sciences	2
- Cathéchisme	2
- Histoire et Géographie	2
- Mathématiques	2
- Physique et Sciences naturelles	2
- Français	2
	24 heures

Pour la 3^e classe

- Grec	5 heures
- Latin	5
- Théorie des sciences	2
- Cathéchisme	2
- Histoire et Géographie	2
- Mathématiques et Géographie physique	4
- Physique et Histoire naturelle et principes de chimie	3
- Logique et brève introduction à la philosophie	2
- Français	2
	27 heures

Dans les articles 7 et 8 du même décret, il est déclaré, de manière laconique, que dans les écoles grecques seraient enseignées des notions de géométrie pratique et d'arithmétique.

L'article 78 fait mention de **la matière des mathématiques** pour le gymnasio (lycée). Il précise que l'enseignement des mathématiques doit être considéré comme servant simplement à exercer les élèves, et à les préparer à de futures études dans cette science ou dans d'autres sciences connexes. C'est pourquoi dans la première classe du gymnasio le cours d'arithmétique est reformulé pour que les élèves progressent en algèbre jusqu'aux équations du premier degré. Dans la deuxième classe du gymnasio seront enseignées les racines et les puissances avec les équations du second degré. En troisième, ce seront les proportions, les logarithmes, les séries et les principes de mesure de terrain. Enfin, dans la quatrième classe, seront enseignés les principes de géométrie du plan et de l'espace et, aux élèves les plus doués, les principes de trigonométrie.

On observe que dans ce premier programme scolaire rien n'est indiqué quant au contenu ou aux méthodes de l'enseignement de la géométrie.

Dans un second programme détaillé, datant de 1855, il est prévu l'enseignement des principes de la géométrie pour la 3^e classe de l'école hellénique ; l'enseignement de la géométrie du plan en 3^e classe du gymnasio ; celui de la géométrie de l'espace et de la trigonométrie en 4^e classe du gymnasio. Ce programme ne mentionne rien, lui non plus, quant au contenu et aux méthodes de l'enseignement de la géométrie.

Le premier programme où est précisé le contenu de l'enseignement de la géométrie est celui de 1857.

B. Géométrie des écoles grecques (collèges)

Définitions - Angles - Triangles - Droites verticales et obliques - Théorie des parallèles basée sur le postulat d'Euclide ou sur le postulat qui veut que par un

point donné on ne peut tracer qu'une parallèle à une droite donnée.
Quadrilatères - Parallélogrammes
Cercles - Mesures des angles circonscrits
Proportions - Triangles et Polygones semblables
Problèmes géométriques
Mesure de surface de 1. rectangle ; 2. parallélogramme ; 3. triangle ; 4. trapèze ; 5. polygone
Théorème de Pythagore
Polygones réguliers
Aire du cercle

Dans le même programme, il est noté que la géométrie de l'espace sera ajoutée comme appendice et les mesures de surface et de volume des différents solides seront présentées sans que soient démontrés les théorèmes.

De plus les enseignants doivent proposer aux élèves de résoudre quelques problèmes utiles dans la vie pratique.

C. Géométrie des Gymnasia (lycées)

Il s'agit de la même matière mais avec une présentation plus complète de la géométrie de l'espace.

Les deux programmes insistent sur le postulat d'Euclide, non pas, semble-t-il, pour faire comprendre aux élèves les propositions elles-mêmes, mais surtout pour noter l'origine grecque de cette géométrie.

Ce contenu a été la base de tous les programmes ultérieurs. En effet, la matière de la géométrie enseignée dans les collèges actuels ne diffère en rien ou presque de la géométrie des écoles grecques de cette période. La même remarque vaut pour la géométrie du plan et de l'espace des lycées d'aujourd'hui. Mais comme en plus, dans les lycées actuels, on enseigne la géométrie et le calcul vectoriel, il y a une petite différence entre les deux périodes concernant l'enseignement de la géométrie de l'espace.

Après le programme de 1857, sont promulgués différents décrets qui concernent le fonctionnement d'écoles spécialisées, ou l'introduction dans les écoles de cours spécifiques (gymnastique, musique, etc.), ou encore la création d'un enseignement supérieur dans certaines régions de Grèce (l'Heptanèse). Et dans le programme détaillé de 1867 figure, pour les Mathématiques, cette brève mention : "Conformément au programme de 1857".

Ainsi les programmes détaillés de cette première période ont en commun un extrême laconisme relativement au contenu, et l'imprécision, voire l'indéfinition, avec laquelle sont mentionnées certaines notions (avec pour seule exception, nous l'avons indiqué, le programme de 1857).

De plus aucun manuel de Géométrie n'est indiqué et il n'est pas question de méthodes didactiques – hormis certaines références du programme de 1857.

A l'évidence ces programmes n'ont qu'une très lointaine parenté avec les programmes détaillés sous forme de Curriculum actuellement utilisés dans plusieurs pays. D'un tel programme, Klaus Westphalen, dans *Réforme des programmes détaillés*, propose une définition (Westphalen, 1982) : "le programme détaillé sous forme Curriculum est un programme analytique construit selon les principes de base du curriculum. Il contient dans des colonnes distinctes les quatre éléments structurels : objectifs de l'apprentissage, contenus de l'apprentissage, méthodologie de l'enseignement et contrôle de la réussite de l'objectif de l'apprentissage".

Dans le but de faciliter les comparaisons, nous avons jugé utile de résumer les programmes de la période étudiée dans le tableau 1 qui intègre justement ces quatre éléments structurels.

Les rubriques du tableau ci-dessous ne se trouvent certes pas sous forme explicite dans les programmes d'alors, mais il est possible de repérer ces éléments dans les textes des programmes d'alors, notamment dans celui de 1857. Et d'en conclure que dans les programmes scolaires de cette première période ne figurent que peu des éléments qui caractérisent les programmes contemporains.

4. Méthodologie didactique

Pendant la première période, qui correspond à peu près à la première période d'existence du gouvernement grec, et qui coïncide avec un découpage qu'utilisent les historiens (1833-1881), les discussions et l'intérêt pour la science pédagogique sont inexistants. Ceci est peut-être dû à la conviction, d'origine allemande, qu'un bon enseignant du cycle secondaire doit simplement bien connaître sa matière et que des connaissances en pédagogie ou en didactique lui sont inutiles.

Sur la question de la méthodologie didactique, voici les éléments les plus tangibles :

TABLEAU 1

Objectifs de l'apprentissage	Contenus de l'apprentissage	Méthodologie de l'enseignement	Contrôle de la réussite des objectifs
a. pratiques développement des capacités mathématiques techniques, compétences d'interprétation des phénomènes mathématiques	**a.** matière d'enseignement (programme de 1857)	**a.** absence d'indication sur la forme d'enseignement, la méthode d'enseignement, les moyens d'enseignement, le diagramme chronologique	**a.** sous forme écrite
b. intellectuels amélioration du niveau intellectuel de l'individu, p. ex. développement de la pensée abstraite ou synthétique, de la rigueur, etc.	**b.** sujets d'enseiment(rarement)	b. occasionnellement suggestions sur la méthode d'enseignement	**b.** sous forme orale
c. culturels moraux, esthétiques	**c.** manuels, exercices (rares)		**c.** d'après le comportement moral
			d. pas de références sur des applications en pratique

– L'influence probable, dès avant 1830, de Pestalozzi dans la politique éducative de la Grèce. Pestalozzi met l'enfant au centre de sa théorie pédagogique. C'est pour lui une personnalité qu'il convient de reconnaître et de prendre en considération comme telle. Le système qu'il voulait fonder aurait eu pour base la psychologie de l'enfant. Etudiant, il avait été influencé par l'*Emile*, mais, à la différence de Rousseau, son système pédagogique n'isole pas les enfants des autres groupes sociaux (Kosmopoulos, 1984). Ses textes figurent parmi les ouvrages que possédait Kapodistrias, président du premier gouvernement grec, qui, tandis qu'il séjournait en Suisse comme représentant du Tsar, avait eu l'occasion de connaître certaines écoles expérimentales, de rencontrer et d'estimer Pestalozzi. Il n'a jamais caché son admiration pour le pédagogue allemand Felleberg, lui-même influencé par le système de Pestalozzi, et qui, dans les institutions qu'il dirigeait, proposait à ses élèves une éducation à la foi humaniste et agricole (Kosmopoulos, 1984).

– La fondation de la première école normale, ou école d'enseignement (Schullehrerseminarium), pour citer exactement le terme mentionné dans la loi du 6/18 février 1834, et qui met en évidence son origine allemande. Dans le programme de 1842, il est noté que : "Pendant le dernier semestre les futurs enseignants apprendront l'enseignement "inter-mutuel" et son application [...]".

Pour comprendre cette référence, il faut noter que le manque d'instituteurs avait eu une double conséquence : d'une part le recrutement d'un personnel non spécialisé (les grammato-didaskali), et d'autre part la perdurance d'une méthode didactique et organisationnelle, l'enseignement "inter-mutuel", plusieurs années après son abandon dans les pays où elle avait sa source (Angleterre, France). Sur cette méthode, voici ce qu'indique l'*Histoire de la nation grecque* (tome XIII, p. 487) : "La méthode d'enseignement "inter-mutuel" (ou lancastérienne), conception de l'Anglais Joseph Lancaster dans les premières années du XIX^{e} siècle, se basait sur une chaîne d'enseignements où le maître n'enseignait qu'à un petit nombre d'élèves, les plus grands et les plus avancés, qui étaient les premiers scolarisés. Ces élèves transmettaient ensuite leurs connaissances aux élèves plus jeunes, selon une procédure stricte. Ainsi un seul maître suffisait pour l'enseignement d'un grand nombre d'enfants, dans des salles ad hoc ou aménagées spécialement pour ce but."

Mais les conditions générales de l'Europe de l'Ouest changeant, l'impression que la méthode d'enseignement "inter-mutuel" pouvait assurer la montée des classes économiquement et socialement opprimées était fortement ébranlée et ses principaux inconvénients commencèrent à être désignés : manque de tout rapport élève-maître, enseignement et apprentissage totalement mécanique, contrainte du cadre de son application, enfin résultats plus que douteux. Peu à peu été écartée dans presque tous les pays, cette méthode disparaissait vers le milieu du siècle. Mais en Grèce, la possibilité qu'elle offrait d'"enseigner" à de nombreux enfants avec un personnel réduit et à peu de frais lui a laissé un place importante pendant encore assez longtemps.

– Dans le programme de 1878 pour les centres de formation des maîtres (école primaire), l'Histoire de la Pédagogie fait mention de philanthropes (Philanthropinisten) comme Pestalozzi, se réfère à la situation de l'éducation en Prusse en 1806, etc. L'influence allemande est une nouvelle fois évidente.

– Différents décrets du Ministère de l'Education (par exemple du ministre Christopoulos, en date du 17 juillet 1857), expriment certaines conceptions à propos des méthodes d'enseignement. Ainsi la méthode mécanique d'apprentissage par cœur est dite nuisible aux progrès des élèves.

– Mais les références des enseignants au sujet des méthodes didactiques de cette époque montrent précisément le contraire (Gagatsis, 1993 ; Toumassis, 1989) : les méthodes d'enseignement ont pour caractéristiques le verbalisme et l'apprentissage par coeur. "Il était impensable que les élèves nous posent des questions, ils se contentaient d'écouter pendant des heures leurs professeurs". Mais de toutes les références des enseignants ou des hommes de lettres sur l'enseignement à cette époque, l'une des plus importantes est, nous semble-t-il, celle du mathématicien Pétros Togas. Auteur de plusieurs ouvrages d'Algèbre ou de Géométrie qui ont dominé le marché grec de la Deuxième Guerre Mondiale à aujourd'hui, il écrit quant à l'enseignement durant cette période :

"A cette époque l'enseignement était entièrement abstrait et dogmatique. L'enseignant, sans permettre aux élèves d'être actifs, sans se demander si les élèves suivent, consacrait, à la fin de chaque cours, quelques minutes à la nouvelle leçon, la craie dans une main et dans l'autre l'éponge avec laquelle il effaçait aussitôt tout ce qu'il venait à peine d'écrire sur le tableau noir. Il n'y avait aucun approfondissement de la nouvelle leçon. Les enseignants n'avaient pas l'habitude d'inciter les élèves à réfléchir, ils leur demandaient d'apprendre par cœur. En Géométrie, l'élève devait apprendre le théorème comme il était écrit dans le manuel ou comme le pensait l'enseignant. Une conception de la leçon différente de celle qu'avait en tête l'enseignant était inconcevable. L'apprentissage par coeur était donc la principale préoccupation des enseignants comme des élèves. La tête des enfants, c'était comme un récipient devant être rempli avec différentes connaissances. Aucune application pratique ne suivait l'enseignement théorique et ainsi après un ou deux mois, ou même plus tôt, les élèves avaient tout oublié des théorèmes soit disant appris.
Des détails sans intérêt empêchaient les élèves de s'intéresser à des travaux plus utiles. Noyés dans l'océan des démonstrations, ils ne pouvaient pas distinguer les points fondamentaux de la science à acquérir.
L'enseignant de Mathématiques, à cette époque, ne différait point de l'enseignant de Lettres qui consacrait ses leçons aux études techniques et à la syntaxe, sans approfondir le sens des textes. Aux uns et aux autres il suffisait, pour éprouver un sentiment de satisfaction et de devoir accompli, d'être parvenu à entraîner dans la "chute" deux ou trois perroquets qui apprenaient par cœur ce que leurs professeurs enseignaient."

Tous les indices montrent donc que cette période est caractérisée par le verbalisme et le dogmatisme de l'enseignement, par l'apprentissage par coeur et par l'absence notoire d'une méthode pédagogique qui aurait favorisé l'activité de l'élève.

5. Les manuels scolaires de Géométrie

Malgré la situation désastreuse au lendemain de la révolution grecque (bibliothèques incendiées, écoles et maisons d'édition détruites, massacre de nombreux maîtres d'école et d'hommes de lettres), plusieurs livres de mathématiques ont été publiés peu après 1821. Ceci peut être expliqué par deux éléments :

– **le premier** concerne la liberté qu'avaient alors les directeurs des écoles ou les enseignants de choisir le manuel scolaire. Il n'y avait pas obligation de suivre un seul et unique manuel (ce sera le cas durant la seconde période, cela l'est encore aujourd'hui). Ce droit, pourtant, avait été contesté à plusieurs reprises : "Est-ce que nous voulons transmettre une illusion anarchiste du savoir dans l'esprit des jeunes ? C'est ce que nous faisons si nous permettons l'utilisation de différents manuels. Qu'est-ce que cela peut signifier d'autre, sinon l'incapacité de l'Etat à contrôler cette situation ?" (Discussion au Parlement grec, 1855, Nardi, 1992) [(5)].

– le second a ses racines dans un certain nationalisme grec, selon lequel les mathématiques sont fondamentalement un fruit de l'antiquité grecque. Et la production d'un grand nombre de manuels grecs en mathématiques manifestait une continuité entre l'antiquité et le tout nouvel Etat grec.

Durant cette même période, et donc dans cette atmosphère, sont édités plusieurs manuels de géométrie :

1. Les livres de Gérakis

Géométrie élémentaire et Trigonométrie (traduction de l'allemand) – Petite Géométrie élémentaire – Géométrie élémentaire. Ces livres d'origine allemande connurent plusieurs rééditions. Notons par parenthèse l'influence multidimentionnelle de l'éducation mathématique grecque du XIX^{e} siècle sur l'éducation en Bulgarie qui a eu pour conséquence que les ouvrages de Gérakis furent largement répandus et très utilisés en Grèce mais aussi en Bulgarie où ils servirent dans les écoles grecques de Bulgarie et dans les écoles bulgares.

2. Le premier livre grec de Géométrie analytique

Edition du premier livre grec de Géométrie analytique en 1855 par Michel Sofianos, professeur à l'Ecole Militaire d'Athènes. Il s'agit d'un ouvrage organisé selon le modèle français.

3. Les traductions des Eléments de Géométrie *de Legendre*

Le manuel de Géométrie ayant le plus marqué l'éducation mathématique est sans conteste celui de Legendre qui a été traduit à quatre reprises et très souvent réédité.

La première traduction des *Eléments de Géométrie* de Legendre a été faite par I. Karandinos, à Corfou, en 1829. Ancien étudiant de l'Ecole Polytechnique de Paris, il avait de nombreux liens avec la culture française. Sa *Recherche sur la nature du calcul différentiel* a d'ailleurs été traduite en français (1827). I. Karandinos était responsable des éditions mathémati-

(5) Cette information est empruntée au travail non publié de Héléna Nardi sur l'Histoire de l'enseignement des Mathématiques en Grèce, préparé dans le cadre d'un Master sur l'Education Mathématique de l'Université de Cambridge.

ques "Académie Ionienne". Sa contribution dans l'enseignement a été importante. Il a en effet formé plusieurs enseignants qui ont ensuite répandu ses idées dans les écoles de l'Heptanèse et de Grèce continentale, et qui firent circuler le livre de Legendre partout où ils enseignaient. Dans le Prologue de cette traduction, Karandinos critique notamment les mathématiciens qui se sont essayé à écrire des traités de géométrie, mais qui en sont restés à une copie servile du texte d'Euclide. Dans la suite il blâme Lacroix pour n'avoir pas suivi, dans ses *Eléments de Géométrie*, les conseils et méthodes que Lacroix lui-même avait pris soin d'inscrire dans ses *Essais sur l'enseignement*. Par contre, et toujours selon Karandinos, Legendre applique dans sa *Géométrie* tous les conseils méthodologiques de Lacroix ! Le conflit entre Legendre et Lacroix trouve ainsi des prolongements en terre grecque.

Cette traduction se caractérise par sa fidélité au texte original et par l'accessibilité de la langue employée. Il y eut une réédition à Athènes en 1840.

La deuxième traduction des *Eléments de Géométrie* de Legendre, publiée en 1857 à Athènes et rééditée en 1862, est due au capitaine de corvette A. Zochios. Dans son prologue, le traducteur souligne qu'il lui paraît inutile de vouloir expliquer pourquoi il n'a pas lui-même rédigé, plutôt qu'une traduction, un nouveau traité de Géométrie. La langue utilisée est plus difficile d'accès que celle de la première traduction.

La troisième traduction a été publiée une première fois en 1860 à Athènes par Ch. Vafas, puis rééditée en 1870, avec certains ajouts et certaines modifications.

Elle se distingue des autres traductions par deux aspects : d'une part par la langue utilisée, la "katharevoussa", langue plus proche du grec ancien que de la langue parlée (ou langue "démotique") ; d'autre part par sa tentative de démontrer le 5ème postulat d'Euclide, ce qui conduit l'auteur à substituer au postulat euclidien la proposition : "deux perpendiculaires à une même droite sont équidistantes sur toute leur longueur".

Cette tentative ne doit pas nous étonner : de Proclus (V^{e} siècle avant J.C.) au XIX^{e} siècle, plusieurs mathématiciens se sont essayés à cette démonstration ; outre Legendre lui-même, on peut mentionner John Wallis en 1663 et Playfair en 1795 (Thomaïdis, 1988).

La quatrième traduction des *Eléments* a été publiée en 1862 à Athènes par A. Damaskinos. Elle a été rééditée en 1865, 1870, 1874 et en 1878.

A. Damaskinos constitue l'exemple-type d'un mathématicien fortement influencé par la culture française. Dans le Prologue de ses *Eléments de Physique expérimentale* (publiés en 1871 à Athènes), et après avoir remarqué que les sciences physico-mathématiques, 30 ans après la création de l'Université d'Athènes, se trouvaient toujours dans une situation balbutiante, il énonce son admiration pour la nation française et exprime sa gratitude pour le rôle qu'elle a joué dans la Révolution grecque de 1821 (le texte est en grec et en français) :

A CEUX QUI ONT COMBATTU POUR LA GRECE
C'est à vous, qui avec tant d'empressement êtes allés vous ranger à côté des fils de ce noble pays, dont les pères ont combattu avec les nôtres pour nous aider à conquérir notre liberté, que je dédie cet

ouvrage. En acquittant ainsi une petite partie de la dette sacrée, contractée par notre chère patrie envers la plus noble des nations, vous avez prouvé aux yeux de l'Europe entière, que les vertus qui ont immortalisé nos ancêtres se retrouvaient aux mêmes degrés chez leurs descendants.
A. DAMASKINOS

Deux aspects distinguent cette *Géométrie* des autres :

– dans le *Prologue*, l'auteur exprime de façon explicite ses intentions didactiques. Il utilise ainsi des expressions telles que : "apprendre les mathématiques", "comprendre les mathématiques", "les qualités d'un manuel de mathématiques", "la clarté des démonstrations", etc.

– la langue "puriste" du texte grec, langue particulièrement difficile. Et il est particulièrement singulier que soit employée une "katharevoussa" complexe par un auteur qui souligne dans son introduction que la qualité d'un bon manuel se trouve certes dans la clarté des démonstrations mais aussi dans la simplicité de son langage.

L'issue linguistique

Pour rendre compte de cette difficulté de langue, nous avons appliqué au texte de Damaskinos la formule de lisibilité de Flesh dans son adaptation au grec (Gagatsis, 1985) :

lisibilité = 206,8 - 0,59 sm - 1,015 mp
où
sm = nombre de syllabes pour 100 mots
mp = nombre de mots par phrase.

Une comparaison entre la lisibilité du texte de Karandinos (première traduction) et celle du texte de Damaskinos (quatrième traduction) est instructive. Le tableau 2 ci-dessous a été établi à partir de trois textes empruntés aux deux auteurs.

Ces résultats, qui indiquent nettement que le texte de Damaskinos est bien moins "lisible" que celui de Karandinos (on aurait sans doute pu montrer que ce texte de Karandinos était aussi plus "lisible" que les textes de Zochios ou de Vafas) demandent à être commentés.

L'utilisation d'une langue complexe s'explique au moins en partie par la situation politique de la Grèce à cette époque. Juste après la création de l'Etat grec, certains dirigeants politiques et certains intellectuels voulurent imposer, comme langue officielle, la langue "puriste" (la "katharevoussa"), plus proche du grec ancien que de la langue parlée ("langue démotique"). Ils

TABLEAU 2 : Difficulté de quelques passages des deux *Géométries*

	Introduction	1er critère de l'égalité des triangles	1re proposition du 4e livre sur les polygones réguliers
Karandinos	50	61	58
Damaskinos	16	50	50

visaient ainsi à renforcer l'image, tant en Grèce qu'à l'étranger, d'une continuité de l'esprit grec depuis l'antiquité jusqu'au nouvel Etat, et, par là, à affermir la conscience nationale. La question linguistique, le conflit entre le "démotique" et la "katharevoussa" devint un conflit éducationnel et politique qui ne cessa d'agiter les passions tout au long des XIX^e et XX^e siècles.

Si l'ouvrage de Damaskinos répercute, à travers la difficulté de sa langue, l'attitude officielle, par contre le texte de Karandinos échappe à ce climat conflictuel. Il a en effet été publié dans l'Heptanèse, archipel de la mer ionienne qui n'a jamais été occupé par les Turcs et où la question de l'identité nationale ne se posait pas dans les mêmes termes que dans le reste de la Grèce. (Les auteurs de l'Heptanèse avaient pour tradition d'écrire en "démotique", comme en témoigne, par exemple, l'hymne national grec, écrit en démotique, et dû au poète zantais Solomos.)

On comprend ainsi qu'une des raisons ayant contribué à l'édition de nouvelles traductions des *Eléments* de Legendre était la quasi interdiction pesant sur la langue du texte de Karandinos.

4. Un ouvrage de cette même période mérite une mention particulière. Il s'agit de la *Collection des problèmes mathématiques*, 2^e volume : la Géométrie, de S. Soudzou et A. Pizou Pagavi, qui, au 5^e chapitre, présente des problèmes analogues à ceux posés par Clairaux. Par exemple, au § 52, cet énoncé, qui correspond à un problème de Clairaux (*cf.* le commentaire qu'en fit E. Barbin) :

"Problème : Comment mesurer la distance entre deux points si la mesure directe est empêchée par un objet, par exemple un étang, une montagne, une forêt."

L'intérêt de l'ouvrage est que les auteurs présentent différentes procédures de résolution, selon les instruments géométriques dont on dispose (règle, rapporteur...). Et ceci prend toute son importance lorsqu'on sait que l'une des stratégies de la recherche sur l'enseignement des mathématiques est justement de proposer aux élèves des constructions géométriques susceptibles de diversifier les procédures de résolution.

5. L'influence française dépasse les seules traductions des *Eléments de Géométrie* de Legendre. Après avoir étudié à Paris avec, comme professeurs, Liouville, Cauchy, Lamé, Bertrand et Sturm (Poulos, 1988), le mathématicien Vassilios Lakon obtint une chaire de professeur à l'Université d'Athènes, et publia plusieurs manuels de Mathématiques élémentaires et de Géométrie destinés à l'enseignement secondaire : *Géométrie élémentaire* (Athènes, 1873), *Eléments de Géométrie* (Athènes, 1877). Et en 1881, quand il devint Doyen de l'Université d'Athènes, le discours qu'il prononça portait sur les principes de Géométrie.

CONCLUSION

A peine devenue Etat moderne, la Grèce adopte certaines attitudes qu'elle va développer au cours du XIX^e siècle et dont les traces, ou les effets, subsistent aujourd'hui encore.

Le contexte socio-économique précapitaliste qui était le sien tandis que le reste de l'Europe et l'Amérique du Nord se trouvaient dans un contexte capitaliste, la rendait dépendante des métropoles d'industrialisation et de technologie. Qui plus est, elle venait tout juste de se libérer d'un joug de 400 ans. Ainsi se trouve-t-elle d'une part attirée par ses voisins européens, et d'autre part est-elle en quête de sa propre identité.

Cette situation a eu pour conséquence deux attitudes fondamentales : le mimétisme et le nationalisme, avec pour corrolaire une volonté de stabilité, éléments qui seuls permettent de comprendre la question de l'enseignement, et notamment de l'enseignement de la Géométrie et des Mathématiques, en Grèce.

Imitation fidèle, le système éducatif grec s'est figé autour de ce modèle que constituait alors le système allemand. D'où son organisation structurelle, avec les différents niveaux de scolarité imités de la Prusse.

Quant au nationalisme du système grec, on peut le repérer à deux niveaux :

– **de manière générale** par le poids accordé aux études dites classiques (littérature grecque ancienne – grammaire – histoire – religion), l'enjeu de ces matières étant d'asseoir l'identité de la nation.

– **de manière spécifique** à l'intérieur du champ des Mathématiques : celles-ci doivent leur "survivance" en tant qu'objet d'enseignement principalement au fait qu'elle font référence à un glorieux passé, l'antiquité grecque. Et ce qui est alors enseigné, c'est davantage l'excellence et le génie des Grecs de l'antiquité que la matière elle-même.

Il convient aussi de rappeler, dans cette conclusion, la question linguistique (utilisation d'une langue archaïsante au détriment de la langue parlée), en ce qu'elle a créé des difficultés de compréhension et de communication.

Dans ce contexte, les programmes scolaires conçus et appliqués alors n'ont pas grand'chose à voir avec les programmes scolaires des sociétés contemporaines : pas d'objectifs d'apprentissage, de très rares conseils méthodologiques, des contenus imprécis. Un seul programme a fait exception à la règle, le programme de 1857, qui indique le contenu de l'enseignement en Géométrie. Mais, revers de la médaille, cette explicitation s'est trouvée sclérosée par le principe de stabilité que nous venons d'évoquer, au point que, jusqu'à aujourd'hui, c'est à peu près toujours les mêmes contenus que l'on retrouve.

Enfin, concluons sur ce paradoxe qui, nous semble-t-il, n'illustre que trop parfaitement la situation de l'enseignement : si les *Eléments de Géométrie* de Legendre ont, en Grèce, connu le succès que nous avons souligné, c'est principalement par ce que cet ouvrage était considéré comme une bonne adaptation des *Eléments* d'Euclide.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

BARBIN E., (1991) : "Les Eléments de Géométrie de Clairaut : une Géométrie problématisée", *REPERES-IREM*, n° 4, pp. 119-133.

BKOUCHE R., (1991) : "Pour une perspective historique dans l'enseignement des Mathématiques", *Cahiers de Didactique des Mathématiques*, n° 9, Thessalonique, pp. 165-170 [en français et en grec].

CAJORI F., (1910) : "Attempts made during the eighteenth and nineteenth centuries to reform the teaching of geometry", *The Americain Mathematic Monthly, 17*, pp. 181-201.

DAMASKINOS A., (1878) : *Eléments de Géométrie de Legendre*, Traduction contenant des modifications et des ajouts, Athènes [en grec].

GAGATSIS A., (1985) : *L'évaluation de la compréhension des textes mathématiques*, Thessalonique [en grec].

GAGATSIS A., (1989) : *Sur certains problèmes de l'enseignement de la Géométrie en Grèce : un exemple : la symétrie orthogonale*, Seminaire d'Imag, Grenoble.

GAGATSIS A., (1992) : *Eléments de l'histoire de l'éducation mathématique*, Thessalonique [en grec].

GAGATSIS A., (1993) : "Alcuni problemi dell'insegnamento della geometria in grecia. Un esempio : la simmetria ortogonale", in *La matematica e la sua didattica*, n° 3, pp. 244-260.

GLAESER G., (1985) : "Racines historiques de la didactique des Mathématiques", Cours de Troisième cycle, IREM de Strasbourg.

KARANDINOS K., (1840) : *Eléments de Géométrie de Legendre*, Traduction de la 12^e édition du texte français, Athènes [en grec].

KASTANIS N., (1986) : *A bas Eucide – Nous ne serons pas des liquidateurs nationaux*, Groupe pour l'histoire des mathématiques, n°2, Thessalonique [en grec].

KASTANIS N., (1990) : "Le premier livre d'algèbre de l'éducation néohellénique", *in Les sciences mathématiques pendant la turcocratie*, Athènes [en grec].

LEGENDRE A. M., (1817) : *Eléments de Géométrie*, 11^e édition, Paris.

LEGENDRE A. M., (1823) *Eléments de Géométrie*, 12^e édition, Paris.

LEGENDRE A. M., (1850) : *Eléments de Géométrie*, avec additions et modifications par M.A. BLANCHET, 12^e édition suivie de la 15^e édition, Paris.

LORIA G., (1974) *Storia delle Mathematiche*, vol. Terzo, Athènes [en grec].

NIKOLAIDIS-DIALETIS, (1989) *La Révolution française et les sciences grecques*, Groupe pour l'Histoire des Mathématiques, Thessalonique [en grec].

SANFORD V., (1930) : *A short history of Mathematics*, Houghton Mifflin Company, USA.

SANFORD V., (1935) : "Adrien-Marie Legendre", *The Math. Teacher, 28*, pp. 182-184.

SCHUBRING G., (1988) : *Theoretical categories for investigations in the social history of mathematics education and some characteristic patterns*, 6th ICME, Budapest.

STAMPER A.W., (1906) : *A History of the teaching of elementary geometry*, Dissertation in Columbia University.

STEPHANIDIS M.,(1948) : *Histoire de la Faculté des Sciences, Centenaire 1837-1937*, Fascicule A', Athènes.

TOUMASSIS Ch., (1989) : *Tendances et caractéristiques des Mathématiques de l'enseignement secondaire dans la Grèce nouvelle en liaison avec les changements économiques et sociaux et l'évolution de la science mathématique*, Thèse de Doctorat, Université de Patras.

WESTPHALEN K., (1982) : *Réforme des programmes scolaires*, Thessalonique [en grec].