REPERES - IREM . N° 22 - janvier 1996

VÉRIFICATIONS EN DEVOIR SURVEILLÉ

Sylvie COPPÉ,
Gilbert ARSAC,
Yves GUICHARD
Irem de Lyon

Le travail relaté ci-dessous a été effectué dans le cadre d'un groupe de recherche de l'IREM de Lyon (1) réunissant les trois signataires et il a donné lieu à une thèse (S. Coppé 1993).

Dans cet article, nous nous attachons à donner les grandes lignes des résultats de la recherche et aussi le point de vue de l'enseignant qui cherche, pour sa part, quelle leçon en tirer : ce point de vue, exprimé au §6, est celui d'Yves Guichard, qui réunit la double qualité de membre du groupe et d'enseignant dans une des classes où ont été menées les expérimentations.

(1) Mais avec également l'appui de l'INRP et des laboratoires de didactique lyonnais COAST et LIRDIMS.

1. INTRODUCTION

Voici quelques questions que l'on peut se poser sur l'activité des élèves pendant les devoirs en temps limité et les examens.

En lisant les copies rendues par les élèves, et en constatant la présence de résultats faux et même aberrants à tel point que leur auteur aurait dû, semble-t-il, s'en apercevoir de lui-même, on peut se dire que les élèves "écrivent n'importe quoi" ou bien ne vérifient pas leurs résultats. Deux grands types d'explications sont alors avancées :

– celles relatives aux connaissances des élèves : ils n'ont pas compris ce qu'on leur a enseigné, ce qui renvoie à une explication par le niveau insuffisant des élèves ou bien au fait que l'enseignement "les déforme". On a le choix entre ces deux interprétations extrêmes ou toutes les intermédiaires.

– celles relatives à la situation et à l'effet qu'elle a sur les élèves : ils manquent de temps pour vérifier leurs résultats et ils s'affolent. Ils pensent qu'en mathématiques, il vaut mieux écrire quelque chose que rien du tout. Y. Chevallard (1988a et 1988b) explique ce phénomène en faisant appel à la notion de contrat didactique (voir G. Brousseau 1986a et 1986b) et en montrant que la responsabilité de la validité des réponses revient au maître et non à l'élève.

C'est cette question des vérifications qui nous a d'abord intrigués et amenés à nous intéresser à ce qui se passe en devoir surveillé car il y a là un problème de fait : les élèves vérifient-ils ou non pendant les devoirs surveillés ? Quels types de vérification font-ils ? Comment le savoir ?

Bien sûr, en tant qu'enseignants, notre expérience nous amenait aussi à nous poser d'autres questions : en circulant dans les rangs pendant que nous surveillons, même si nous nous imposons la discrétion de rigueur pour ne pas gêner le travail des élèves, nous voyons pratiquement chez tous une activité intense et apparemment fertile dans la majorité des cas : en analyse, nous voyons se dessiner les courbes que nous espérons, en géométrie, les figures que nous attendons. Dans ce dernier cas, nous pouvons même vérifier d'un coup d'œil que les hypothèses sont bien mises en évidence, et que les tracés auxiliaires nécessaires à la découverte d'une propriété et à sa démonstration apparaissent bien. Malheureusement, les copies sont souvent décevantes : le raisonnement est faux ou bien telle question qui nous semblait avoir été abordée par la majorité, n'est même pas traitée dans la plupart des copies.

Enfin, depuis l'apparition des calculatrices, leur emploi pose aussi une question: que peuvent bien en faire les élèves que nous voyons les consulter assidûment, y compris dans des problèmes où, à notre avis, elle ne servent à rien ?

Soulignons, en conclusion de cette introduction, que nous étions motivés pour mener cette recherche, bien sûr par le désir de savoir, mais aussi par l'importance fondamentale, du point de vue institutionnel, de la situation de devoir surveillé : c'est une situation stable, qui subit peu de modifications, qui résiste assez bien aux modes et aux innovations, et qui se rapproche de la situation d'examen. Comme l'examen, elle est un élément essentiel de l'évaluation de l'élèves. Aussi *a posteriori*, il nous semblait étonnant d'être aussi ignorants sur elle.

2. LA PROBLÉMATIQUE

Quelques entretiens préliminaires avec des groupes d'élèves de première S nous avaient amenés rapidement aux constatations suivantes :

Le mot vérification apparaît naturellement et fréquemment dans le discours des élèves : lorsqu'on leur demande à quoi sert leur brouillon en devoir surveillé, ils font en particulier allusion à cet usage. Nous prenons ici le mot vérification dans son sens courant, qui sera précisé au §3.3 : ayant obtenu un résultat, un élève se pose la question de son exactitude ; sans aller nécessairement jusqu'à la démonstration, il cherche à réduire l'incertitude. Il peut, par exemple, refaire les calculs, vérifier sur le dessin ou sur un graphique, contrôler la vraisemblance d'un ordre de grandeur ou d'un signe, résoudre la même question par une autre méthode etc. Ces exemples montrent bien qu'une vérification n'est pas une démonstration, bien que la démonstration soit aussi une vérification, suprême en quelque sorte. D'ailleurs, la démonstration, dans la mesure où elle doit être conforme à des règles, peut également faire l'objet d'une vérification visant à contrôler que ces règles ont été effectivement respectées : c'est à ce travail que se livre l'enseignant quand il corrige la copie ; on peut se demander si les élèves se livrent eux aussi à ce travail de vérification de leurs démonstrations, nous aurons l'occasion d'en reparler plus loin.

Pour l'élève, la vérification est une affaire privée : elle ne regarde pas l'enseignant, donc elle ne figure pas sur la copie, et nous en verrons des exemples plus loin.

Ce deuxième point souligne qu'il existe une composante du travail de l'élève que nous appellons privée en ce sens que l'élève ne désire pas en donner connaissance à l'enseignant, ou qu'il n'en ressent pas le besoin, même s'il en donne éventuellement connaissance à ses camarades. Ainsi, l'élève répartit son travail entre une composante privée et une composante publique, en ce sens qu'elle sera transmise à l'enseignant par la copie, et la vérification relève du travail privé (2). Le fait que ce qui est rendu public ne reflète, éventuellement, qu'une faible part du travail privé, explique a posteriori les observations communes que nous relations plus haut, c'est-à-dire la disproportion éventuelle entre l'activité de l'élève pendant le devoir surveillé et ce que l'on trouve sur la copie.

Ainsi, nous aboutissons finalement à la question suivante : que se passe-t-il pendant le moment du devoir surveillé, en particulier du point de vue de la vérification ? Cette question peut d'ailleurs se détailler : tous les élèves procèdent-ils de la même manière (cela semble peu probable) ? Un même élève a-t-il un comportement relativement stable ?

3. LE DISPOSITIF DE RECHERCHE

La question à laquelle nous voulons répondre soulève le problème suivant : comment avoir accès au travail privé de l'élève pendant un devoir surveillé ? Nous avons écarté d'emblée la solution consistant à demander à des élèves de faire “comme si”, c'est-à-dire de chercher et de rédiger devant nous la solution d'un problème en se comportant comme en devoir surveillé : cette solution nous semblait trop artificielle, parce qu'elle supprimait l'enjeu de l'évaluation, élément à notre avis fondamental dans la situation de devoir surveillé. Nous avons alors mis en œuvre successivement deux méthodes.

Dans un premier temps, nous avons pensé à observer les élèves pendant le devoir et à recueillir, avec leur accord, leurs brouillons en plus de leurs copies.

En ce qui concerne l'observation des élèves pendant le devoir, elle est soumise à l'impératif de ne pas les déranger : en première S, le devoir surveillé est un enjeu

(2) Nous parlons de travail privé et non de travail personnel : en effet, cette dernière expression désigne souvent le travail que l'élève fait chez lui. Or ce n'est pas le lieu où il est effectué qui distingue le travail privé, mais le fait qu'il n'est pas contrôlé par l'enseignant. Le travail personnel comporte en général une composante publique, par exemple quand l'élève rédige un devoir.

important, il n'était donc pas question de s'asseoir à côté d'un élève et de l'observer pendant son travail. L'observation a donc été menée depuis le bureau de l'enseignant et avec sa collaboration. Elle a apporté des renseignements limités concernant le temps de lecture de l'énoncé, de l'ordre de deux minutes au maximum pour la plupart des élèves, et l'usage de la calculatrice qui se révèle quantitativement extrêmement variable suivant les élèves.

En ce qui concerne l'étude des brouillons et des copies, il faut tout d'abord remarquer que, vu le caractère privé du brouillon, celui-ci ne peut être remis aux chercheurs qu'à condition qu'il ne soit pas vu par l'enseignant (3). Les élèves ont effectivement accepté de remettre leurs brouillons aux membres du groupe qui n'étaient pas leur enseignant, mais nous avons découvert à cette occasion que beaucoup n'en faisaient pas, et nous les avons parfois gênés car certains en ont fait un spécialement pour nous, et d'autres en ont amélioré la présentation. Cependant, nous avons constaté que souvent l'étude du brouillon n'apportait pas beaucoup de renseignements supplémentaires par rapport à celle de la copie. Elle permet parfois de faire des hypothèses sur la stratégie de l'élève, mais ces hypothèses restent hasardeuses.

Nous étions ainsi ramenés à un problème classique en psychologie du travail : savoir ce que quelqu'un a réellement fait pendant un temps où il a agi sans qu'on puisse l'observer.

Nous avons résolu ce problème, dans un deuxième temps, en faisant appel à une technique dite de "l'entretien d'explicitation" mise au point par P. Vermersch (1994). *A priori*, l'idée en est simple : il s'agit de demander au sujet de raconter ce qu'il a fait pendant le devoir et non ce qu'il pense ou juge avoir fait. En fait, la mise en œuvre est délicate : le récit qu'un sujet fait spontanément de son action est rationalisé a posteriori, et entaché d'une forte subjectivité. Cette technique d'entretien vise à réduire au maximum cette déformation de l'action dans le récit, ceci au prix d'une attitude de l'interviewer et d'un type de questionnement qui sont loin d'être naturels (4).

Nous n'avons interrogé que des élèves volontaires, c'est-à-dire que nous n'avons pas de contrôle sur la représentativité de l'échantillon que nous avons étudié: nous avons travaillé avec trois classes en interrogeant de quatre à six élèves par classe à propos de trois ou quatre devoirs (nous avons environ 45 entretiens). Notons toutefois que nous avons observé deux classes de niveaux très différents et qu'en particulier, nous avons pu observer à la fois des bons élèves et des élèves en difficulté. D'autre part, nous avons interviewé les mêmes élèves sur plusieurs devoirs consécutifs afin d'avoir des indications sur la stabilité de leur comportement.

4. CADRE THÉORIQUE ET RÉSULTATS DE LA RECHERCHE

Nous donnons ici quelques résultats qui seront illustrés dans la partie suivante où nous étudierons un énoncé de problème et quelques exemples de comportements d'élèves.

(3) Bien sûr nous avons respecté cette règle.

(4) pour des exemples voir au §5.4. ou dans S. Coppé (1993), (1995).

4.1. Définition du problème de l'élève

Dans un premier temps, il nous a fallu définir ce qu'est le problème de l'élève en devoir surveillé.

Comme nous l'avons dit précédemment, on constate quelquefois que, sur leurs copies, les élèves produisent des réponses aberrantes ou qu'ils ne mettent pas en relation deux résultats contradictoires. Or si l'on analyse la situation de devoir surveillé en mathématiques en 1re S en considérant son importance institutionnelle et ses enjeux, on peut penser que les élèves ont quand même intérêt à produire des résultats justes pour avoir une bonne note. Si l'on fait l'hypothèse que la conduite des élève est rationnelle, il nous semble qu'il y a là une contradiction.

Pour résoudre cette contradiction apparente, nous avons été amenés à considérer que le problème de l'élève en devoir surveillé n'est pas seulement un problème mathématique mais celui d'avoir la meilleure note possible dans un temps donné (5). Nous ne voulons pas dire par là que la conduite de l'élève ne fait pas appel à la connaissance mathématique mais simplement, le comportement observé s'explique par l'imbrication entre la connaissance mathématique et une certaine connaissance des impératifs de la situation.

Cette analyse de la situation et cette définition nous ont effectivement permis de rendre compte des comportements des élèves (et même de ceux qui peuvent paraître *a priori* aberrants comme le fait de laisser sur la copie un résultat faux en sachant pertinemment qu'il est faux). Etant donné le caractère très particulier de la situation de devoir surveillé, réduire la description de l'activité de l'élève à son aspect purement mathématique n'aurait pas permis de rendre compte de tels comportements.

Le lecteur pourra voir plus loin dans les exemples que nous donnons quelles sont les parts respectives de la situation et de la connaissance mathématique.

4.2. Les contraintes de la situation

Ceci posé, nous avons défini les contraintes suivantes liées à la situation :

– la limitation du temps,
– la nécessité de donner une réponse,
– la nécessité de montrer ses savoirs et savoir-faire.

Les deux premières, les plus évidentes à première vue, sont imposées *a priori* par la situation de devoir surveillé. La dernière, mise en lumière par la recherche que nous avons menée, est à mettre en relation avec le contrat didactique qui fonctionne dans la classe de mathématiques et plus particulièrement en devoir surveillé. Etudions quelques effets de ces contraintes sur les connaissances des élèves.

La limitation du temps va, par exemple, contraindre un élève à laisser un résultat faux (même s'il sait qu'il est faux) parce qu'il n'a pas le temps de le rectifier. Notons que ceci ne nous semble pas avoir des conséquences importantes sur l'évolution

(5) Nous nous sommes servis d'outils élaborés par la psychologie cognitive (J.-M. Hoc 1987, J.-F. Richard 1990).

des connaissances des élèves à propos des objets de savoir en jeu [(6)] .

La nécessité de donner une réponse a des conséquences sur la délimitation privé/public puisque quelquefois l'élève fournit, sur sa copie, une réponse qu'il n'aurait peut-être pas donnée dans une autre situation.

Par contre, l'obligation de montrer des savoirs et savoir-faire relatifs à des objets de savoir en jeu a des conséquences sur les connaissances des élèves. Nous avons pu identifier cela à travers l'étude des vérifications puisque nous avons pu constater que des élèves peuvent douter de leur réponse, non pas parce qu'elle ne leur paraît pas correcte d'un point de vue mathématique, mais parce qu'ils n'utilisent pas les savoirs en jeu. Il en résulte un comportement spécifique, en ce qui concerne les processus de vérification, qui a certainement des conséquences sur l'évolution des connaissances des élèves à propos des objets de savoir en jeu.

Notre étude a montré que ces contraintes sont perçues par tous les élèves mais que chacun y apporte une réponse particulière. Elles n'ont pas la même importance pour tous : certains, plus sensibles à la limitation du temps essaient de faire toutes les questions du devoir, d'autres plus attachés au fait de montrer leurs savoirs et savoir-faire garderont présent à l'esprit le programme de révision, etc.

4.3. Les vérifications

Voici la définition des vérifications que nous avons produite :

> Dans une situation de résolution de problème, un élève a identifié un résultat partiel ou final et il se pose la question de la validité de son résultat.
> Nous appellerons vérification tout argument avancé ou toute action mise en œuvre par l'élève pour limiter l'incertitude sur le résultat, si l'élève en a besoin, à ce moment là et dans cette situation. Une vérification a pour conséquence, soit d'accroître la vraisemblance et éventuellement d'acquérir la certitude du résultat, soit d'engendrer un doute plus grand et, éventuellement, de déboucher sur une phase de rectification.

Nous retenons de cette définition qu'un élève met, éventuellement [(7)], en œuvre un processus de vérification quand il doute d'un résultat et non quand il en est sûr. Nous avons toujours constaté, dans notre étude, que lorsque les élèves sont sûrs d'eux (de leur résultat ou de leur méthode), ils ne vérifient pas [(8)].

Une vérification vise à limiter l'incertitude sur un résultat et non forcément à atteindre la certitude : il y a là une différence de point de vue entre l'élève et l'expert. En effet, un élève peut dire qu'il est sûr de son résultat parce qu'il a vérifié

(6) Par ce terme nous désignons le savoir qui a été désigné par le maître comme étant celui dont il est question à l'instant t, c'est-à-dire, en gros, le programme de révision.

(7) Il se peut que l'élève doute mais qu'il laisse son résultat sans le vérifier ; par exemple, s'il n'a pas le temps ou pas de processus disponible.

(8) Par exemple, nous avons remarqué que les élèves ne vérifiaient pas l'exactitude des solutions des équations en remplaçant par les valeurs trouvées : en fait, s'ils sont sûrs de leur méthode, cela leur suffit.

alors que si on analyse sa démarche du point de vue du mathématicien, on ne peut conclure qu'à la vraisemblance. Un expert, même s'il emploie le même processus fera certainement la distinction, on ne sait pas si les élèves la font toujours.

Enfin, une vérification qui contredit le résultat peut déboucher sur une phase de rectification mais ce n'est pas toujours le cas. En effet, l'analyse de la situation et de ses enjeux par l'élève est une donnée importante dans la mise en place d'une vérification ou d'une rectification. Dans le cas des devoirs surveillés, les contraintes que nous avons définies se traduisent par des impératifs contradictoires : d'une part, l'élève a intérêt à vérifier pour produire une réponse juste, d'autre part, à cause de la limitation du temps, il hésitera peut-être à utiliser une vérification (ou une rectification) qui prend du temps, même si elle est à sa disposition.

Nous avons également élaboré une typologie des processus de vérification dans laquelle nous distinguons des vérifications de type interne qui relèvent du savoir mathématique et des vérifications de type externe qui dépendent notamment des règles du contrat didactique. Par exemple, refaire une question en utilisant une autre méthode de résolution ou une autre propriété du cours relève des vérifications de type interne ; en revanche, penser que son résultat est juste (et eventuellement en être sûr) parce que l'on trouve un nombre entier relève des vérifications de type externe.

Nous avons observé que les élèves mettent en œuvre des processus de vérification de différents types, et ceci de façon fréquente, contrairement à ce qui semble être le discours dominant des professeurs qui déplorent le manque de contrôle exercé par leurs élèves. Cependant, ces vérifications ne sont, en général, pas montrées au maître et donc, il n'en reste pas de trace sur la copie : comme nous l'avons dit, elles font partie de la composante privée du travail de l'élève.

5. DES EXEMPLES À TRAVERS L'ÉTUDE D'UN PROBLÈME

Dans cette partie, nous allons montrer, à travers l'étude d'un problème comment les notions que nous avons développées plus haut s'articulent entre elles et permettent d'analyser les conduites des élèves.

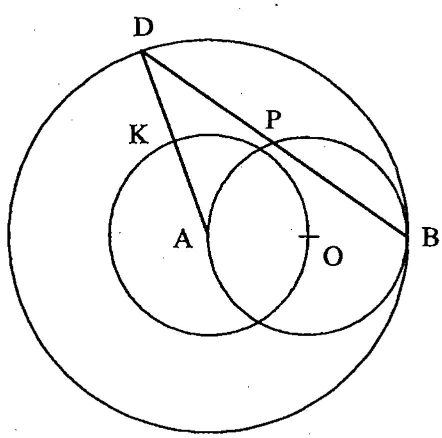
5.1. Le problème de l'homothétie

Nous désignons ce problème par "problème de l'homothétie" car les transformations du plan étaient au programme de révision qui avait été annoncé par le maître : c'était donc un savoir en jeu dans ce devoir. Voici le texte donné par le professeur [9].

> Soient A et B deux points distincts du plan. C est le cercle de diamètre [AB].
> Un point P décrit le cercle C.
> D est le symétrique de B par rapport à P.
> 1 – Exprimer $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\overrightarrow{BP}$ puis déterminer l'ensemble des points D, quand P décrit le cercle C.
> 2 – K est le milieu de [AD]. Quel est l'ensemble des points K lorsque P décrit le cercle C?
> 3 – Représenter ces deux ensembles.

(9) La recherche ne comporte pas d'intervention sur la progression du cours ou sur les textes des devoirs dans les classes où les élèves sont observés.

Pour faciliter la lecture voici le dessin correspondant.



Avant de passer à l'analyse du problème et aux études de cas d'élèves, précisons quelques points. Tout d'abord, nous choisissons de n'étudier que la question 1 (pour l'étude complète du problème et d'autres études de cas voir S. Coppé (1995)).

Ensuite, il nous semble important pour une meilleure compréhension de préciser la distinction que nous introduisons entre le résultat et la réponse à la question. Nous appelons résultat le fait de répondre à la question, par exemple ici, "l'ensemble des points D est...". Par contre la réponse de l'élève est la solution qui est apportée par l'élève de 1re S à la question posée, c'est-à-dire qu'elle comprend l'ensemble de la résolution qu'on peut attendre d'un élève de 1re S (non seulement le résultat mais également la preuve). Ainsi un élève peut être sûr de son résultat mais pas de sa réponse. Le résultat est lié à la question et à l'élève, la réponse est en plus dépendante du contrat didactique et des contraintes.

Enfin, pour chacune des deux parties de la question, nous donnerons successivement l'analyse faite par le maître, puis notre propre analyse *a priori* et nous terminerons par des résultats généraux et quelques études de cas.

5.2. Première partie : "exprimer $\overrightarrow{BD}$ en fonction de $\overrightarrow{BP}$"

Du point de vue du maître, cette question consiste simplement en l'application directe de la définition du symétrique d'un point par une symétrie centrale. Pour lui, il n'y a donc aucune difficulté, la réponse est immédiate. En fait, il veut aider les élèves en leur faisant établir la formule $\overrightarrow{BD} = 2\,\overrightarrow{BP}$, ce qui doit "normalement" les orienter vers l'emploi de l'homothétie.

Notre propre analyse *a priori* des stratégies et des vérifications, nous conduit à mettre en évidence deux stratégies de résolution :

– celle qui utilise la définition du symétrique d'un point par une symétrie centrale, ce qui mène immédiatement à la formule. L'élève peut vérifier son résultat en plaçant un (ou éventuellement plusieurs) triplet(s) de points (B, P, D) sur le dessin.
– celle qui consiste en une lecture de la relation sur le dessin après avoir tracé un (ou des) triplet(s) de points (B, P, D). Dans ce cas, cette lecture sur le dessin donne à l'élève la certitude de son résultat et de ce fait, nous pensons qu'aucune vérification supplémentaire ne sera faite.

Nous voyons donc qu'un même moyen, le dessin, peut servir à trouver et / ou à vérifier le résultat.

Nous pensons également que la simplicité de cette question peut être déroutante pour un élève de 1^{re} S qui risque d'être gêné par cette réponse courte qui ne nécessite pas un grand raisonnement. Nous faisons l'hypothèse que les élèves ne se contenteront pas de donner la formule et qu'ils risquent d'avoir des hésitations sur la validité de leurs réponses.

Enfin, à cause du programme de révision annoncé, nous pensons que le choix du terme "symétrie" risque d'orienter les élèves vers l'emploi de l'outil symétrie dans tout le problème ; on peut imaginer, par exemple, que les élèves considéreront une symétrie de centre P, alors que P n'est pas un point fixe.

Cette dualité de stratégie pour une même réponse finale a été effectivement mise en évidence par l'analyse des différents documents (copies, brouillons et entretiens). Par exemple, des élèves ont écrit plusieurs lignes de calcul pour établir la formule : pour certains, c'est un phénomène qui relève du contrat didactique (ne pas se contenter de donner la réponse brute), alors que pour d'autres, c'est en référence à un exercice fait en classe qu'ils ont considéré une homothétie de centre P et de rapport –1. Ceci est un point qu'il nous faut souligner. En effet, nous voyons que l'enseignant en tant que tel (c'est-à-dire celui qui, institutionnellement, pose le problème et corrige les copies) n'a accès qu'à une trace rendant compte de l'activité de l'élève (c'est la trace publique) et qu'il ne peut pas savoir à partir de cela quelle a été la stratégie de l'élève pour fournir cette réponse. Autrement dit, la trace sur la copie est la même pour des procédures différentes que le travail de recherche permet de connaître.

Etude du cas de Karine

Pour terminer l'étude de cette première partie, voyons le cas de Karine qui utilise la seconde stratégie.

Karine n'a pas fait de brouillon pour cette question, sur sa copie elle écrit :

D est le symétrique de B d'où D est l'image de B par la symétrie centrale de centre P.
Donc D, B, P sont alignés
La symétrie centrale conserve les distances donc et BP = DP = 1/2 BD
d'où $\vec{BD} = 2\,\vec{BP}$

Dans l'entretien, elle nous indique qu'elle a lu la relation sur son dessin "je fais mon dessin, je vois donc ce qu'il faut exprimer parce que sur le dessin c'est visible BD en fonction de BP, c'est la moitié ou je sais plus".

Il nous semble que ce qu'elle écrit sur sa copie n'est autre que son interprétation du dessin, c'est-à-dire qu'elle décrit les éléments qu'elle considère comme importants et auxquels elle s'attache : les points D, B, P sont alignés et BP = DP = 1/2 BD. *"j'ai repris un peu l'énoncé pour bien présenter ma démonstration, ensuite ben comme on savait que c'était une symétrie, comme on avait vu en classe que les points étaient alignés donc je pouvais en tirer une relation, ensuite pour moi j'avais fini la première question".*

Enfin, elle n'a pas de critères précis sur la validité de sa solution *"euh sûre de moi, oui et non, je voyais l'heure qui tournait, alors je me suis dit bon de toute façon c'est ça ou c'est, enfin je voyais pas d'autre solution"* ceci nous paraît cohérent de son point de vue, puisqu'elle est toujours dans le registre de la description du dessin. Or que peut-on mettre en doute, et donc vérifier dans une description ? Pour elle, la symétrie n'est pas un facteur pertinent, même si elle en parle sur sa copie, car la stratégie qu'elle met en œuvre pour cette question est basée essentiellement sur la lecture d'éléments pertinents (pour elle) sur le dessin.

Enfin, nous avons dans son discours une référence forte à la contrainte limitation du temps.

5.3. Seconde partie : "Ensemble des points D, quand P décrit le cercle C"

Les réponses possibles

L'enseignant souhaite que les élèves utilisent les transformations, plus précisément, l'homothétie de centre B et de rapport 2, puisque $\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{BP}$. Cette homothétie transforme le cercle C en un cercle de centre A et de rayon AB. Notons qu'alors, le problème de la réciproque est également résolu. Bien sûr, ce n'est pas la seule réponse possible et le maître le sait bien. Mais les autres solutions posent des problèmes de réciproque.

L'analyse *a priori* montre qu'il y a deux autres types de réponses possibles dont nous donnons les idées principales.

– la première utilise une configuration bien connue des élèves, le triangle rectangle inscrit dans un cercle. Les triangles APB sont tous rectangles en P et les triangles ADB sont tous isocèles de sommet principal A. Ainsi comme AD = AB, les points D sont sur le cercle de centre A et de rayon AB. Ici se pose le problème de la réciproque dont on peut penser qu'il ne sera pas pris en compte par les élèves.

– la seconde utilise les points particuliers A et B que nous appellerons "points extrêmes". Les élèves peuvent admettre [10] que l'ensemble cherché est un cercle dont le centre est sur (AB), puis prendre P en A et P en B, voir quels sont les points D correspondants pour obtenir ainsi le diamètre, puis le centre du cercle cherché. Nous voyons que la question initiale est transformée puisque la recherche porte alors, sur le centre et le rayon et non plus sur la nature de l'ensemble, puisque l'on considère *a priori* que cet ensemble est un cercle. Bien sûr cette solution est incorrecte !

Notons que ces deux dernières réponses n'utilisent pas les transformations. Nous pouvons donc faire l'hypothèse que les élèves risquent de douter de ces solutions, non pas à cause du problème de la réciproque, ce qui serait mathématiquement légitime, mais à cause de la contrainte "montrer les savoirs et savoir-faire en jeu".

Les stratégies de résolution

Nous pensons que suivant l'utilisation que fait l'élève du dessin, il est conduit à mettre en œuvre différents types de stratégies qui conduiront aux différents types de réponses que nous avons déterminées ci-dessus.

Ainsi, nous avons montré que le dessin peut être utilisé pour induire le résultat,

(10) Par application d'un théorème en acte comme l'a défini G. Vergnaud (1981), en considérant que le cercle est l'image d'un cercle dans une transformation non précisée ou bien par des arguments relevant du contrat didactique.

avec différents degrés de certitude, ou bien simplement constituer un moyen de vérification ou les deux à la fois. Dans tous les cas, les élèves placent plusieurs triplets (B, P, D) et "voient apparaître" le cercle sur leur dessin ou bien ils en placent trois et comme les points D obtenus ne sont pas alignés ils concluent qu'ils sont sur un cercle. Plus précisément, la particularisation et l'utilisation (ou non) des points A et B nous semblent jouer un rôle important. Voici donc les différentes stratégies :

– l'élève "voit sur le dessin" le cercle cherché en plaçant plusieurs triplets de points quelconques (B, P, D). Il trace le cercle qu'il a obtenu à partir des différents points D ; il en détermine aussi, en général, le centre et le rayon. Il est donc sûr de son résultat, le dessin servant à la fois à l'induire et à le vérifier.

S'il utilise ensuite le premier type de réponse pour démontrer ce résultat, il doit alors généraliser à tous les points du cercle la transformation qui affecte les quelques points choisis sur le dessin et pour lesquels, par des critères personnels, il a reconnu une situation qui relève de l'homothétie. Il nous semble important de remarquer qu'il y a une certaine rupture, provoquée par cette généralisation, entre le dessin et la démonstration.

– en plaçant différents triplets, il remarque l'existence de triangles APB, rectangles en P, et il y a alors une forte probabilité pour qu'il donne la réponse qui utilise la configuration des triangles rectangles ;

– il place également plusieurs triplets de points mais il choisit au moins (B, B, B) ou (B, A, D) (les points considérés ne sont plus tous quelconques) et il donne la réponse type "points extrêmes".

Pour ces deux dernières stratégies, le dessin joue un grand rôle puisqu'il induit à la fois le résultat et la démonstration. En effet, celle-ci consiste alors à traduire, par la production d'un texte, la prise en compte de certaines informations lues sur le dessin ; ces informations étant jugées pertinentes par l'élève car elles correspondent à sa représentation de la question.

Dans ce cas, la démonstration est souvent faite pour le maître, elle n'apporte rien de plus à l'élève puisqu'il est déjà sûr de son résultat. L'incertitude sur la réponse porte essentiellement sur la qualité de la démonstration : c'est donc elle qui sera susceptible d'être vérifiée. On peut penser que les élèves vont reprendre la démonstration pas à pas ou bien utiliser des arguments faisant référence au programme de révision qui portait sur les transformations ou à un exercice déjà fait.

D'ailleurs, nous faisons l'hypothèse que les élèves qui n'utilisent pas les transformations vont douter de leur démonstration non pas à cause du problème de la réciproque mais parce qu'ils n'utilisent pas ce qui leur a été signifié par le programme de révision.

En conclusion, nous avons mis en évidence différentes stratégies qui ne sont pas forcément prévues par le professeur. Nous voyons l'importance du dessin et son rôle pour induire et / ou vérifier la solution. Cette importance n'a pas été envisagée par le professeur parce que, d'une part, il pense donner aux élèves un exercice de réinvestissement de connaissances sur les transformations puisque c'est la fonction d'évaluation du devoir surveillé et d'autre part, parce que l'utilisation du dessin est complètement laissée à la charge de l'élève (ce qui est souvent le cas en 1re S). Mais ce n'est pas forcément un exercice de réinvestissement de connaissances pour tous les élèves et nous avons pu constater après les entretiens que certains avaient fait, à propos de cet exercice, une véritable recherche dans laquelle le dessin avait eu un rôle primordial.

5.4. Quelques études de cas

L'analyse des différents documents nous a conduit à affiner notre analyse *a priori* des stratégies et des vérifications. En effet, nous avons observé que le partage entre la détermination de l'ensemble et la démonstration n'était pas aussi net que nous l'avions prévu. Bien sûr, certains élèves font une nette distinction entre le résultat et la démonstration qui est alors faite pour le maître (c'est le cas de Bernard que nous étudions plus loin) mais nous avons également observé des aller-retour entre le dessin et la preuve. Plus précisément, nous voyons que lorsque l'élève a fait un dessin et qu'il a trouvé l'ensemble des points D, il y a deux attitudes possibles face à ce résultat, suivant qu'il considère qu'il en est sûr ou bien que celui-ci n'a que la valeur d'une conjecture.

Ainsi, Marie et Mathias, après avoir fait leur dessin, font une conjecture sur la nature de l'ensemble (le cercle) et éventuellement sur ses éléments caractéristiques. Ils utilisent alors la démonstration pour vérifier leur conjecture. Ainsi, la démonstration n'est plus faite seulement pour le maître, mais elle permet à l'élève de se convaincre complètement ou de trouver un élément non déterminé, par exemple le centre ou le rayon. Il peut y avoir ensuite retour sur le dessin soit pour le compléter soit pour vérifier la démonstration.

Notons que les élèves cherchent alors directement la réponse à la question, dans le sens que nous avons donné à ce terme et donc, qu'il n'y a pas de séparation entre résultat et démonstration comme dans les autres cas, puisque le résultat comprend la démonstration. Il nous semble que nous sommes très proches, ici, du fonctionnement de l'expert. Dans ce cas nous obtenons le schéma de résolution suivant :

DESSIN FAIT EN ENTIER OU PARTIELLEMENT
CONJECTURE SUR LA NATURE DE
L'ENSEMBLE DES POINTS
↓
DEMONSTRATION POUR ETRE SUR ET/OU
POUR DETERMINER DES ELEMENTS
MANQUANTS
↓
RETOUR SUR LE DESSIN POUR VERIFIER
LA DEMONSTRATION
ET/OU POUR LE COMPLETER

Etude du cas de Marie et Mathias

Nous étudions les cas de ces deux élèves à la fois parce que, bien qu'ils n'aient pas donné le même type de réponse, ils ont utilisé le même type de stratégie que nous avons citée ci-dessus.

Aucun de ces deux élèves n'a fait de brouillon.

Tous deux ont fait un dessin sur leur copie, très détaillé avec les points A et B et plusieurs triplets de points (B, P, D). Marie indique sur son dessin les égalités de longueur BP et BD alors que Mathias indique les angles droits des triangles rectangles APB. Nous pouvons donc facilement faire l'hypothèse que Marie va produire la réponse utilisant les homothéties et que Mathias va utiliser la réponse utilisant les triangles rectangles, ce qui est confirmé par l'examen de leurs copies dans lesquelles ces deux réponses sont clairement détaillées.

Dans l'entretien, ils racontent qu'après avoir tracé un certain nombre de points D et constaté qu'ils n'étaient pas alignés, ils ont pensé que l'ensemble des points D était un cercle.

Voici le récit de Mathias.

INT (11)*: ... et comment tu as fait pour voir ce qu'était l'ensemble des points D ?*
Mat : *ben je sais pas c'est venu tout de suite que ça pouvait être un cercle parce que en général, l'ensemble des points c'est des cercles ou des droites, étant donné qu'on voyait que les points D étaient pas du tout alignés donc il y avait beaucoup de chances pour que ce soit un cercle et on savait aussi, bon là je me suis trompé, que* $\overrightarrow{BD} = 1/2\ \overrightarrow{BP}$ *donc les longueurs étaient égales pour chaque point P donc je me suis dit que ça pouvait être un cercle*
INT : *tu as vérifié*
Mat : *oui je l'ai tracé*
INT : *avant d'avoir fait la démonstration comment tu as fait pour trouver le centre ?*
Mat : *oui, pour trouver le centre, ben j'avais essayé des points qui étaient à peu près opposés à A, je m'étais dit sans démonstration que les longueurs AD étaient toutes égales avec AB, donc je me suis dit que ça pouvait être ça*
INT : *tu as mesuré au compas*
Mat : *non j'ai estimé, mais après avec la démonstration ça c'est avéré exact*
INT : *donc le cercle tu l'as tracé avant de démontrer ou après*
Mat : *en fait j'ai dû faire la démonstration et le tracer après*

Nous voyons que Mathias pense que l'ensemble est un cercle parce que les points D ne sont pas alignés mais, pour lui, ce n'est qu'une conjecture *"il y avait beaucoup de chances pour que ce soit un cercle"*, *"je me suis dit que ça pouvait être un cercle"* et qu'il se sert de sa démonstration pour vérifier sa conjecture puisqu'il trace le cercle à la fin de sa résolution.

Pour conclure, nous dirons que la dimension mathématique du travail de ces deux élèves nous semble évidente.

Etude du cas de Bernard

Sur sa copie, Bernard a fait un dessin avec trois triplets de points (B, P, D), le cercle de diamètre [AB] et son image en indiquant "représentation du premier ensemble".

Il explique ensuite ce qui se passe "si on prend P à la place de A ou de B" et il termine par :

donc on peut dire que d'après une homothétie de centre B tel que $\overrightarrow{BD} = 2\ \overrightarrow{BA}$ *l'ensemble des points M sera un cercle de centre A et de rayon [AB]*
h (B, 2)

Dans l'entretien, il explique qu'il a vu quel était l'ensemble des points D sur le dessin et qu'il est sûr de son résultat, puisqu'il a pris plusieurs points. Il reprend ensuite ce qu'il a fait sur sa copie c'est-à-dire qu'il a placé P en A et en B.

Ber : *je crois que j'ai dû voir tout de suite l'ensemble des points M, mais je suis pas*

(11) *INT désigne l'interviewer.*

sûr, oui je me suis fait une idée de l'ensemble des points et j'ai essayé de le démontrer à partir de là

INT : *attends tu veux dire les points D et c'était quoi ton idée ?*

Ber : *et bien un cercle de diamètre 2AB je crois que j'ai pris le cas où P est confondu à A et j'ai obtenu un diamètre du nouveau cercle, et à partir de là j'ai dit qu'on avait un rayon AB du cercle ensemble des points D*

INT : *est-ce que c'est ce que tu as commencé de faire là ?*

Ber : *non là j'ai dû tracer D avec un compas*

INT : *ah d'accord alors tu as refait un dessin*

Ber : *oui et j'ai pris plusieurs cas, et j'ai même pris le point A, et j'ai tracé un cercle, et j'ai dû démontrer ainsi que si B est confondu à P c'était le même point, donc à partir de là j'ai dit que c'était un cercle de rayon AB*

INT : *d'accord est-ce que tu étais sûr du résultat là ?*

Ber : *oui, mais c'était ma démonstration dont j'étais pas sûr parce que j'arrive pas bien à démontrer*

INT : *à quoi tu voyais que tu étais sûr et pas sûr ?* (12)

Ber : *j'étais sûr parce que j'ai pris plusieurs points et ça concordait à chaque fois, et ma démonstration je suis jamais sûr*

INT : *et c'est comment quand tu n'es pas sûr ?*

Ber : *ben j'ai l'impression que c'est pas ça quand même, que je démontre pas comme il faut*

INT : *à quoi tu le vois ?*

Ber : *parce qu'à chaque fois c'est la même chose, je trouve le résultat en faisant plusieurs cas, mais la démonstration j'arrive jamais*

INT : *tu fais quand même des choses qu'est-ce que tu arrives pas à faire ?*

Ber : *par exemple de démontrer que c'est une homothétie de centre B de rapport k ou une translation, je sais pas comment vous le dire*

INT : *essaie de rester sur cet exercice de quoi tu n'es pas sûr ?* (13)

Ber : *de rien, enfin de tout*

INT : *comment tu le sais ?*

Ber : *ben parce que j'ai décrit mon dessin, mais je sais pas si il manque des démonstrations par rapport à des outils de transformation comme l'homothétie, si il fallait le démontrer avec des homothéties des translations*

INT : *s'il fallait mettre plus de choses*

Ber : *oui*

Grâce à ces différents documents nous pouvons reconstituer sa démarche. Ce qu'il écrit sur sa copie est faux mais, comme nous l'avons vu, il essaie d'utiliser une homothétie de centre B, c'est pourquoi il écrit une égalité vectorielle qui pourrait être celle correspondant à une homothétie avec $\overrightarrow{BD}$ dans le premier membre de l'égalité (en fait, à la question précédente, il a déjà évoqué cette idée en écrivant la relation correcte cette fois-ci). Cependant, il veut également justifier par un calcul, une expression mathématique, qu'il a trouvé le rayon AB (en s'aidant du dessin), et c'est certainement pourquoi il écrit $\overrightarrow{BA}$ au second membre. Nous faisons l'hypothèse (que nous ne vérifierons pas puisque nous ne pouvons plus interroger l'élève maintenant) qu'il écrit cette relation pour justifier son résultat dont il est sûr par ailleurs (il l'indique aux interventions 12 et 13), tout

(12) Cette question et celles qui suivent donnent une idée de la spécificité du questionnement relatif à l'entretien d'explicitation.

(13) Voici une question par laquelle l'interviewer essaie de ramener l'élève à ce qui s'est passé.

en utilisant l'homothétie. Donc, nous voyons ici comment la contrainte "montrer ses savoirs et savoir-faire" est importante pour Bernard et comment ce qu'il écrit sur sa copie n'est pas dénué de tout sens mais est bien orienté par cela.

Cependant, il n'est pas sûr de sa démonstration. Le premier critère de doute invoqué est qu'il n'est jamais sûr de lui. C'est un argument que nous ne savons pas vraiment analyser. Pour le moment, nous dirons que cela fait partie de ses croyances (14). Ensuite, grâce aux relances, il indique qu'il n'est pas sûr de lui parce qu'il a l'impression de décrire son dessin plutôt que d'utiliser des outils mathématiques et qu'il n'utilise pas assez, de son point de vue, de "langage mathématique". Ce regard critique nous semble assez remarquable et révélateur d'une conception de la démonstration centrée sur des critères de surface portant sur la forme et non sur le fond, mais certainement pas sans rapport avec le fond, puisque ses connaissances sur l'homothétie ne lui permettent pas de mettre en doute un résultat clairement faux.

Grâce à cet exemple, nous voyons que l'idée que Bernard se fait de la démonstration fait que son activité semble beaucoup plus scolaire que celle de Marie ou de Mathias.

(14) Ce terme est employé dans le sens de jugements non remis en cause que porte l'élève sur lui-même en tant qu'élève de la classe de mathématique ou sur les mathématiques en général, qui ne dépendent pas de la situation et qui lui sont utiles, par exemple, dans les activités de contrôle.

6. UN ENSEIGNANT ASSOCIÉ À UNE RECHERCHE : QUELQUES REMARQUES

6.1. Une meilleure connaissance de l'élève

Le premier apport pour l'enseignant est une meilleure connaissance de l'élève en situation de devoir surveillé. Les points les plus marquants concernent :

*** Le métier d'élève**

Les résultats de la recherche ont mis en évidence l'existence d'un véritable "métier d'élève" rythmé et largement réglé par les devoirs surveillés. La logique de l'activité de l'élève au cours d'un devoir peut apparaître au professeur comme le contraire d'un travail bien réglé, bien organisé. C'est tout un monde dans lequel l'élève agit en fonction des contraintes. Il fait des choix alors qu'on peut penser, dans une première approche, qu'il agit sans discernement.

Je rappelle que la mise en évidence des contraintes qui pèsent sur l'élève (citées au §4.2) permet de comprendre la logique de certains comportements à première vue aberrants, comme, écrire sur sa copie un résultat que l'on sait être faux ou bien à l'inverse, ne pas écrire sur sa copie un résultat que l'on sait être juste. Cela peut également expliquer les écarts entre ce qui est fait sur le brouillon et ce qui est rédigé sur la copie. Ainsi, j'ai été surpris que des élèves n'écrivent pas sur leur devoir un résultat parce qu'ils ne savent pas le justifier.

Remarquons aussi que beaucoup d'élèves ne font pas de brouillon.

*** L'écart entre ce qui est attendu par le professeur et ce qui se passe réellement**

Dans la mesure où l'enjeu pour les élèves n'est pas d'abord de résoudre un problème de mathématiques, mais d'avoir la meilleure note possible, il peut apparaître un écart entre le comportement attendu et le comportement effectif de l'élève.

A l'occasion d'un devoir surveillé, l'élève doit montrer à l'enseignant ce qu'il a appris, ce qui est conforme à l'objectif d'évaluation du devoir surveillé, mais en plus, notre étude a montré que c'est aussi un moment fort de l'apprentissage : avant, en préparant le devoir, mais aussi pendant son déroulement, à cause de l'obligation de fournir une réponse sur sa copie, et enfin, après, à l'occasion de la correction ; ce n'est pas un moment isolé dans le temps.

Ainsi, dans le cas du problème de l'homothétie (voir §5), ce qui est attendu par le professeur, c'est le réinvestissement des connaissances sur l'homothétie, aussi j'ai été étonné que les élèves ne voient pas qu'une homothétie transforme globalement le cercle. En effet, ce qui a été observé, c'est, pour certains élèves, soit une approche point par point, soit expérimentale en s'appuyant fortement sur le dessin. Ainsi, un nombre important d'élèves fait autre chose que ce qui est attendu. L'homothétie apparaît alors comme un outil pour la démonstration et non comme ce qui permet de découvrir le cercle et d'établir le résultat.

*** Les difficultés des élèves**

Ce mot recouvre plusieurs significations :

– cela peut être des difficultés ponctuelles sur un problème ou une notion.

Par exemple, dans le problème de l'homothétie, le mot "symétrie" employé dans l'énoncé est mal interprété par certains élèves. Son utilisation, du point de vue du professeur, devait simplifier la tâche en mettant l'élève sur la bonne voie. En fait, elle peut l'égarer en mettant tout le problème sous le signe de la symétrie alors qu'il s'agit, pour l'enseignant, d'un problème sur l'homothétie. J'ai donc été étonné par l'importance de ce détail de rédaction de l'énoncé.

A l'occasion de l'observation du problème d'analyse dont l'énoncé est donné au paragraphe suivant, nous avons pu constater que certains élèves ont du mal à mettre en relation les différents aspects du problème et qu'ils n'effectuent pas de vérifications simples, telles que cohérence du tracé de la courbe, report des solutions trouvées dans les équations.

– cela renvoie aux élèves en difficulté.

L'interview des mêmes élèves à propos de plusieurs devoirs a montré que certains élèves en difficulté scolaire ont une démarche de résolution qui peut aller jusqu'à se fonder principalement sur le "souvenir" de ce qui a été fait. L'élève cherche à retrouver dans les énoncés, des types d'exercices déjà faits. Le souvenir sert à la fois à trouver et à être sûr de la solution.

Enfin, on pense souvent que les élèves en difficulté n'écoutent pas, ne retiennent pas ce qu'on leur a appris. Or, j'ai constaté que certains, contrairement à cela, étaient trop assujettis au discours du professeur dans le sens où ils ne prennent pas de liberté par rapport à ce qui est dit. Par exemple, on sait bien que les professeurs disent aux élèves qu'il ne faut pas se servir du dessin pour démontrer des résultats mais que par ailleurs, il est quelquefois bien utile de s'en servir pour s'aider ou pour vérifier. Nous avons pu constater que certains élèves prennent ce discours à la lettre et ils expliquent qu'ils ne se servent jamais du dessin en géométrie car le dessin peut induire en erreur.

6.2. Des retombées sur la pratique de la classe

Le second apport de cette recherche concerne la pratique de la classe. Elle a conduit à produire des outils pour aider les élèves à résoudre un problème. En voici un exemple: une observation a porté sur le problème d'analyse suivant qui consiste à étudier une fonction du second degré, utilisée dans une deuxième partie pour résoudre un exercice de construction géométrique. Voici l'énoncé de la première partie tel qu'il a été finalement proposé aux élèves.

> f est la fonction polynôme du second degré définie par : $f(x) = x^2 - 4x + 8$.
> C est la représentation graphique de f dans un repère orthonormal.
> 1º Dresser le tableau de variation de f.
> 2º Démontrer que pour tout réel a, $f(a) = f(4 - a)$.
> 3º Dessiner la courbe C
> 4º Démontrer la propriété : “ $0 < x < 4$ équivaut à $4 < f(x) < 8$”
> 5º Résoudre dans R les équations suivantes:
> $f(x) = 2$ $f(x) = 4{,}41$ $f(x) = 4$.
> Interpréter graphiquement la résolution de chacune d'elles.
> 6º Démontrer que l'équation $f(x) = 9$ a une seule solution positive et que cette solution est supérieure à 4.

A l'occasion de l'expérimentation, nous avons effectué une analyse *a priori* du problème mettant en évidence les différentes stratégies de résolution possibles compte tenu des connaissances enseignées, ainsi que les changements de cadres utilisables pour la résolution et pour la vérification.

Cette analyse *a priori* nous a permis de modifier la version initiale de l'énoncé du problème et de préciser les objectifs d'évaluation que l'on peut raisonnablement se fixer. Sans doute, un tel travail sur le problème de l'homothétie aurait-il permis de prévoir les effets sur les élèves de l'emploi du mot “symétrie”.

Ensuite, toujours en utilisant l'analyse *a priori*, j'ai construit une grille destinée à aider à la lecture de l'énoncé et à la résolution de ce problème. Elle a été reprise dans le référentiel de 1re S et je la mets dorénavant à la disposition des élèves en leur proposant cet énoncé, en travail à la maison. Son objectif est de favoriser un auto-questionnement de l'élève lorsqu'il aborde la résolution d'un problème.

Elle comporte cinq colonnes, conduisant à se poser, pour chaque partie de l'énoncé, les questions suivantes :

* Qu'est-ce que l'on me demande ?
* Que signifie la question ?
* Quelles sont les différentes stratégies que je peux employer ?
* Que dois-je faire pour réaliser la stratégie choisie ?
* Quelles sont les vérifications que je peux effectuer ?

Cette grille peut, bien sûr, s'utiliser avec d'autres problèmes et de manières différentes. On peut par exemple, fournir la grille complètement remplie (avant la recherche et la rédaction d'un devoir ou après, comme correction d'un devoir) ou bien remplir les colonnes avec les élèves à l'occasion d'une correction. Cependant, un tel travail demande beaucoup de temps pour sa préparation et sa mise en oeuvre en classe et je ne l'effectue qu'une fois par an. Mais, bien entendu, la grille pourra être utilisée à l'occasion d'autres devoirs par les élèves, soit en classe, soit dans leur travail personnel.

Enfin notons que dans le travail habituel de la classe, je porte une attention toute particulière sur les activités de vérification (par exemple, par l'utilisation des calculatrices ou l'interprétation des graphiques). J'habitue les élèves, chaque fois que c'est possible, à répondre à la question : "Quels moyens je me donne pour vérifier ce que j'ai fait ?". Bien sûr, étant enseignant de mathématiques je mets l'accent sur les vérifications de type interne.

Même l'entretien d'explicitation qui n'intervient dans la recherche qu'à titre méthodologique, m'a permis de m'interroger sur le type de questionnement que j'adresse à la classe et, éventuellement, de le modifier, en vue de favoriser les échanges des élèves entre eux et avec le professeur, sur leur activité de recherche, leurs méthodes de travail.

6.3. Des questions pour conclure

En guise de conclusion, il me semble important de préciser que la participation à la recherche a donc été l'occasion d'un approfondissement de ma pratique professionnelle et que les résultats qui ont été mis en évidence m'ont permis de me poser de nouvelles questions que je donne ici et pour lesquelles je n'ai pas encore de réponses. Elles renvoient à deux domaines principaux.

*** Les élèves en difficulté**

Comment prendre en compte les résultats de cette recherche, pour faire un diagnostic des difficultés et ensuite pour apporter une aide ? Par exemple, peut-on envisager un travail dans le sens du questionnement avec un élève en reprenant avec lui sa copie, pour lui faire expliciter le "non écrit" et sa représentation du problème ? Faut-il aider les élèves (tous ou certains), et si oui, comment, dans la préparation des devoirs ?

Est-il possible d'envisager une prise en charge institutionnelle du travail privé de l'élève et jusqu'où peut-on aller ? Quelles limites déontologiques liées au respect de la personne et quelles limites techniques l'enseignant doit-il se fixer en ce qui concerne notamment la technique d'entretien ? Par exemple : faut-il organiser des activités à propos des méthodes ? Ne sont-elles pas du domaine privé de l'élève ? Le problème se pose puisque, chez les élèves en difficulté que nous avons observés, nous avons noté paradoxalement un manque d'autonomie par rapport au discours de l'enseignant, ce qui conduit à un effet négatif sur le plan cognitif. Ne va-t-on pas renforcer cela? Nous sommes bien conscients que le fait de proposer cette grille pose question puisque, si l'on peut penser qu'il est important d'aider les élèves en difficulté (par exemple, en leur donnant des outils de vérification mathématique), nous avons vu que des formes classiques d'intervention de l'enseignant risquent de conduire l'élève à un plus grand assujettissement.

Soulignons enfin que dans le cas de la grille d'aide à la résolution de problèmes présentée plus haut, l'élève est libre de l'utiliser ou non, ultérieurement.

*** Le travail du professeur**

Je me demande en quoi ce travail de recherche peut modifier ma façon d'envisager les devoirs faits par les élèves en ce qui concerne :

– l'élaboration des énoncés.

On peut se demander quelles parts respectives attribuer à la restitution, au réinvestissement et à l'intuition. Autrement dit, comment "doser" les énoncés ?

Quel est le niveau d'exigence en ce qui concerne la qualité et la précision des textes proposés (voir sens du mot symétrie) pour éviter les erreurs d'interprétation ?

Enfin, quels moyens explicites de vérification peut-on fournir ; par exemple, par changements de cadres en donnant un dessin et en précisant : "ce dessin doit vous permettre de vérifier vos résultats", par le lien entre les questions ou par l'utilisation des calculatrices, en particulier graphiques ?

– l'exploitation ultérieure du travail des élèves.

Nous avons vu que les conséquences du devoir surveillé ne se limitent pas à l'attribution d'une note, ce qui est souvent le sentiment des élèves, mais que c'est aussi une occasion d'apprendre ! Que penser de l'importance attribuée, par les élèves, aux activités d'évaluation au détriment, peut-être, de celles de recherches et comment se dégager de la comptabilisation à laquelle se livrent les élèves ?

On peut donc chercher comment exploiter avec les élèves, les informations que l'on peut tirer du devoir surveillé et de sa correction et notamment comment compléter la note par un outil d'auto-évaluation. Il s'agit donc de savoir comment renforcer cet aspect d'apprentissage réalisé à l'occasion du devoir surveillé et comment le contrôler.

CONCLUSION

En conclusion, nous voulons souligner l'importance de la méthodologie de recherche que nous avons employée pour obtenir des renseignements à la fois dignes d'intérêt et fiables. En effet, nous avons vu qu'il était souvent difficile, voire impossible, de reconstituer la démarche d'un élève avec les seuls documents que sont la copie et le brouillon et qu'ils ne pouvaient être utilisés que pour faire des hypothèses qui doivent être contrôlées par un entretien. La cohérence entre le récit de l'élève dans l'entretien, le contenu de la copie et du brouillon est garante, pour nous, de la fiabilité de cette méthode. Nous pouvons dire que, quelquefois, malgré notre expérience professionnelle, nous avons découvert des démarches tout à fait inattendues et atypiques.

De plus, nous avons pu montrer qu'une même trace publique, à savoir la copie, n'est pas révélatrice des actions qui y ont conduit et que deux copies d'apparence relativement semblable pour le maître pouvaient être le résultat de démarches différentes.

En ce qui concerne le devoir surveillé, deux points nous semblent importants à retenir :

– il fait intervenir un certain type d'énoncés puisque n'importe quel problème ne peut pas être un problème de devoir surveillé (voir S. Coppé 1995)
– il favorise des comportements d'élèves largement dépendants du contrat didac-

tique et de sa perception car il est vital pour les élèves de deviner les attentes du maître. Cependant, nous avons pu voir, chez les élèves que nous avons observés, qu'ils développaient, dans leur activité en devoir surveillé, une composante authentiquement mathématique.

Cette étude nous a permis de mettre en évidence certains points connus des enseignants comme, par exemple, le fait que les élèves mettent peu en relation les données d'un problème, qu'ils font peu de changements de cadre. Mais elle nous a également permis de montrer d'autres points moins évidents à première vue ou même carrément paradoxaux. Nous citerons le fait que les élèves font des vérifications en devoir surveillé mais que celles-ci sont fonction de la perception des contraintes liées à la situation, ce qui peut expliquer que les élèves laissent des résultats que le professeur qualifie "d'aberrants". Enfin, il nous semble important de souligner combien cette situation de devoir surveillé n'est pas simplement une situation d'évaluation mais qu'elle permet également des apprentissages.

Cette recherche a été l'occasion d'une collaboration recherche / enseignement qui nous paraît tout à fait fructueuse : pour le professeur, puisqu'il indique qu'il a vécu ces années de travail en commun comme une formation et pour les chercheurs qui ont pu travailler sur le terrain, en temps réel pour étudier le système d'enseignement tel qu'il fonctionne.

BIBLIOGRAPHIE

BROUSSEAU Guy (1986a) : *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques,* Thèse d'état, Université de Bordeaux I.

– (1986b) : "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", *Recherches en didactique des mathématiques,* Vol. 7/2 pp. 33-115, La pensée sauvage, Grenoble.

CHEVALLARD Yves (1988a) : *Sur l'analyse didactique. Deux études sur les notions de contrat et de situation,* IREM d'Aix-Marseille.

– (1988b) : *Notes sur la question de l'échec scolaire,* IREM d'Aix-Marseille.

COPPÉ Sylvie (1993) : *Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé,* Thèse de l'Université Claude Bernard, Lyon I.

– (1995) : "Types de connaissances mises en œuvre par l'élève dans la détermination de la composante publique de son travail", *Actes du colloque CNRS-INRP "Les différents types de savoir et leur articulation",* Lyon, Décembre 94, La pensée Sauvage, Grenoble.

– (1995) (à paraître) : *Vérifications et contrôle en devoir surveillé,* La Pensée Sauvage, Grenoble. Collection Travaux et Thèses.

HOC Jean Michel (1987) : *Psychololgie cognitive de la planification,* Presses universitaires de Grenoble.

RICHARD Jean François (1990) : *Les activités mentales. Comprendre, raisonner, trouver des solutions,* Armand Colin, Paris.

VERMERSCH Pierre (1994) : *L'entretien d'explicitation en formation initiale et en formation continue,* ESF Editeur, Paris, Collection Pédagogies.