MODULES AQUITAINS EN SECONDE

Dominique WOILLEZ
Annie BERTÉ
Irem de Bordeaux

Le professeur de mathématiques croit en la rigueur du langage mathématique et exige de ses élèves une même croyance ; mais, simultanément, il accepte et utilise peut-être, dans le cadre de sa profession, un certain nombre de termes dont le sens est compris vaguement et en tout cas jamais défini. Les mots "activités", "configuration", "module" en font partie.

"Activité" désigne pour les manuels, tantôt des exercices d'introduction pour une nouvelle notion, une sorte de façon de présenter le contexte ; tantôt une situation où l'élève doit "voir" la notion que l'on va lui enseigner ; ou encore une séance où l'on est supposé faire travailler des "méthodes" comme la démonstration, l'argumentation, le langage, etc. ; ou enfin une séance de découpage ou de dessin, destinée à "chauffer" la salle comme au concert. "Activité" désigne au brevet des collèges... des exercices tout simplement. Le motif premier, très louable, de ces "activités" est d'éviter le "cours magistral", jugé trop dogmatique actuellement, l'élève est censé travailler seul comme dans une situation adidactique.

Le deuxième maître-mot est "configuration" [1]. Que sont les "configurations"? Des arrangements structurés d'objets géométriques que l'élève doit reconnaître ? Des figures de référence qui doivent déclencher des réflexes quant à leur propriétés ?

Enfin, les "modules". Les textes officiels sont suffisamment sibyllins pour que personne ne sache véritablement qu'y faire, les professeurs avouent qu'ils les utilisent comme travaux dirigés. Est-ce la même chose ? Si oui, alors pourquoi un nouveau mot ? Prendre les élèves en module, c'est effectivement, comme en travaux dirigés, dédoubler la classe. Avantage incontestable car, en groupe restreint, chaque élève hésite moins à prendre la parole. Cepen-

(1) Il existe des chapitres spéciaux "Configurations" dans *Fractal*, Bordas, ou *Terracher*, Hachette,classe de 2^e.

dant les textes conseillent de grouper les élèves selon "leurs besoins" et non selon leurs niveaux. Nuance subtile ! Si le professeur regroupe ceux qui ont les mêmes "besoins", le savoir pourra-t-il se construire au cours des échanges entre les élèves ? Quelle conception de la construction du savoir cette demande officielle cache-t-elle ?

Ces modules font l'objet de nombreux stages organisés par l'Inspection Académique Régionale (regardez le P.A.F.), et d'une littérature abondante, fournissant aux professeurs un sujet de réflexion, comme indicateur des tendances officielles en quelque sorte. Les professeurs n'ont pas les moyens, ni en temps ni en formation, pour inventer des modules. Il y a donc de fortes chances pour qu'ils puisent dans la littérature existante, en particulier dans les publications de la M.A.F.P.E.N. de leur Académie agréées par les inspections régionales dont ils dépendent. Nous avons pu le constater cette année auprès des stagiaires de deuxième année de l'I.U.F.M. d'Aquitaine. Beaucoup ont utilisé très souvent ces publications conseillées par leur tuteur, lui-même utilisateur.

Donc pour en savoir plus sur ce qui ce fait, nous avons analysé deux "activités" proposées dans les premières pages par "Activités modulaires en seconde", Académie de Bordeaux, année 1992-1993, reprises dans la publication de même titre en 1993-94.

Nous avons choisi ces exercices car ils ont été expérimentés par les stagiaires, et ils nous ont dit qu'ils en étaient très satisfaits car les élèves étaient contents à la fin des séances. Or nous allons voir qu'il s'agit essentiellement de rendre "attractif" un contenu inchangé. Pour cela on demande à l'élève de compléter des lignes "à trous", de répondre à des QCM, de corriger des solutions fictives pour jouer "au prof", de résoudre des exercices classiques de façon classique en ayant l'illusion de répondre à une consigne nouvelle... Notre analyse montre d'autre part que la continuité avec le collège n'est pas assurée. Nous avons discuté de cette analyse avec nos stagiaires, mais sans réussir à les convaincre vraiment, nous a-t-il semblé, puisque "ça avait marché avec les élèves". La gestion de la classe est pour des stagiaires le problème principal. n'est-ce pas aussi celui de nos collègues ?

I. Activité : ARGUMENTER

Ce titre alléchant attire particulièrement le professeur toujours à la recherche de moyens nouveaux pour faire "démontrer" ses élèves.

Les seuls prérequis annoncés sont "la connaissance du programme de la classe de troisième", qu'en est-il vraiment ? *(fig.1 page suivante)*

Cette question est du type communément appelé exercice "à trous", les vides doivent ici être comblés par des "règles de calcul".

Remarquons en passant l'emploi du mot "règle" à la place de "théorème" dans le contexte numérique ou algébrique aussi bien au collège qu'au lycée. Sur ce point la continuité semble assurée ! Un théorème se démontre, une règle s'applique, cette nuance linguistique est-elle perçue par tout le monde ?

La procédure est ***imposée*** par le texte et ne peut être remise en cause par l'élève, qui doit retrouver (induire, deviner ?) les énoncés mathématiques qui légitiment les assertions du *professeur*.

Fig. 1

Première partie
Exercice 1
1) Indiquer la règle qui justifie le passage d'une étape à la suivante.
$A=8^5$
.... donc $A = 2^{15}$

$B = \dfrac{15^3}{9^4}$

.... donc $B = \dfrac{3^3 . 5^3}{3^4 . 3^4}$

.... donc $B = \dfrac{5^3}{3 . 3^4}$

.... donc $B = \dfrac{5^3}{3^5}$

$C = 9{,}8 . 10^{-22} + 5{,}4 . 10^{-20}$
.... donc $C = 0{,}098 . 10^{-20} + 5{,}4 . 10^{-20}$
.... donc $C = 5{,}498 . 10^{-20}$

Pourtant la tactique utilisée pour le nombre B pourrait être critiquée. En effet, quel est l'intérêt d'écrire $9^4 = 3^4 . 3^4$?(l'utilisation du point à la place du "×" est-elle consciente ?). Si l'on a "(ré)visé" la "règle" $(a^m)^n = a^{mn}$ lors de la simplification de A qui précède, pourquoi ne pas l'utiliser pour écrire $9^4 = 3^8$, puis $3^3 \times 3^5$, si l'on a en vue une simplification de la fraction. A moins de vouloir faire réviser aussi $(ab)^n = a^n b^n$. L'objectif pédagogique prend le pas sur les mathématiques, en compliquant artificiellement des calculs dont la finalité n'est pas précisée à l'élève.

Pour le nombre C, la tactique de factorisation utilisée n'a de sens que pour l'objectif implicite "écrire C en écriture scientifique" ; cet objectif, celui du professeur, est-il clair pour l'élève ?

Nous ferons deux remarques :

– Les changements d'écriture dans le but d'une simplification *– qui semble ici aller de soi – ne sont pas un objectif du collège . Un objectif du collège est explicitement de trouver l'écriture pertinente d'un nombre dans une situation donnée.*

– Les "règles" , qui sont des théorèmes sur les puissances d'un nombre relatif, ne figurent pas au programme du collège (voir programmes officiels p. 53) (2)

Peut-on trouver des raisons à des actes dont on ne comprend pas la finalité, et en plus argumenter comme le laisse penser le titre ? *(fig. 2)*

Fig. 2

2) Parmi les nombres suivants,
quel est celui qui est égal à $\dfrac{18^3}{12^2}$?

$\dfrac{3}{2}$; $\dfrac{3^3}{2^2}$; $2^{-1} . 3^4$

(2) *Mathématiques, classes des collèges, 6e, 5e, 4e, 3e*, Ministère de l'Education Nationale de la Jeunesse et des Sports.

Fig. 3

Exercice 2

Pour chacune des affirmations suivantes, deux des réponses proposées sont fausses, une est juste. Entourer la réponse correcte et justifier en indiquant les règles de calcul utilisées.

$\sqrt{75}$ est égal à	$3\sqrt{5}$	$5\sqrt{3}$	$25\sqrt{3}$	
$\left(\sqrt{9}\right)^2$ est égal à	3	9	81	
$\left(3+\sqrt{5}\right)^2$ est égal à	14	$9+\sqrt{5}$	$14+6\sqrt{5}$	
$\left(2+\sqrt{3}\right)\left(2-\sqrt{3}\right)$ est égal à	1	7	$7-4\sqrt{3}$	
$\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$ est égal à	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$	$\sqrt{2}+1$	
Pour tout réel positif a, $\sqrt{a}+\sqrt{4a}$ est égal à	$\sqrt{5a}$	$\sqrt{5}\ a$	$3\sqrt{a}$	

La question se repose dans la question 2, qui se veut ouverte. L'œil est attiré par le nombre “bizarre” : $2^{-1} . 3^4$ qui correspond à un changement radical de forme (pourquoi faire ?), ce qui faire dire aux élèves perspicaces “dans ce genre d'exercice, c'est toujours la réponse qui semble la plus étrange qui est juste”. Ce qui est un *argument* assez pertinent dans beaucoup de cas *(fig. 3)*.

Les “règles de calcul” justifiant les réponses justes dans l'exercice 2, sont : un *théorème* pour la 1re ligne, *la définition de la racine carrée d'un nombre positif*, dans la 2e, *les produits remarquables* dans les 3e et 4e lignes. Le changement d'écriture de l'inverse de $\sqrt{2}-1$, *qui n'est plus au programme de collège* , demande de passer par la vérification de la *définition* de l'inverse d'un nombre. La dernière ligne, seule représentant d'un calcul algébrique absent, enchaîne le premier théorème et l'égalité de distributivité. Le rabattement de tous ces énoncés sous l'étiquette “règle” continue de nous étonner.

Le rôle de la machine à calculer pour ces exercices n'est pas précisé par les auteurs ; elle donne pourtant des résultats erronés pour $\sqrt{75}$ et $\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}$, ce qui pourrait être un bon sujet de débat. Or l'*argument* de la machine à calculer ne semble pas devoir être pris en compte car son utilisation rendrait l'exercice 1-2) et une partie du 3 sans objet.

Nous passons à un support géométrique avec les exercices suivants *(fig 4)*.

Situation 1 : le quadrilatère est à vue un rectangle, aucun doute là-dessus ; mais le contrat didactique réclame une démonstration, ici encore ***soufflée*** par le professeur. L'élève de 6e du collège verrait un rectangle par la présence de trois angles droits, mais l'élève de seconde doit passer par le parallélogramme pour le démontrer. L'écart collège-lycée apparaît soudain. Ce qui justifiait alors est justifié maintenant ; la fragile cohérence qui avait pu s'instaurer au collège entre quadrilatère à 3 angles droits – rectangle – droites perpendiculai-

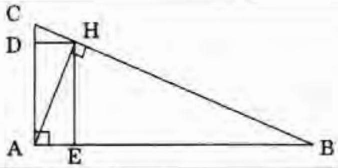
Fig. 4

Exercice 3

Pour chacune des situations suivantes, compléter éventuellement la figure et utiliser la partie gauche de la feuille pour justifier les affirmations données dans la partie droite.

Situation 1

ABC est un triangle rectangle en A. [AH] est la hauteur issue de A. H se projette orthogonalement en D sur (AC) et en E sur (AB).
Démontrer que ADHE est un rectangle.



(AD) // (HE)

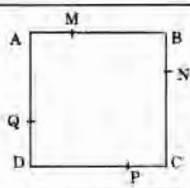
ADHE est un parallélogramme

ADHE est un rectangle

Fig. 5

Situation 2

ABCD est un carré. On a AB = 3 et
AM = BN = CP = DQ = 1, l'unité étant le cm. On veut déterminer la nature du quadrilatère MNPQ



MN = NP = PQ = QM

$\widehat{QMN} = 90°$

MNPQ est un carré

res à une troisième droite explose, et l'élève ne sait plus quelles sont les règles du jeu (3).

Ceci est renforcé par la situation 2, dans laquelle l'ancien élève de collège aura reconnu la situation de démonstration du théorème de Pythagore qui a la faveur de la majorité des manuels de 4^e *(fig. 5)*.

(3) La donnée surabondante de la hauteur, ne semble pas poser la moindre question; tout point H du segment BC génère de la même façon un rectangle, ce fait n'est pas relevé. Cette situation est reprise dans la version 1993-94 des Activités modulaires en classe de 2^e, Académie de Bordeaux.

Les triangles MAQ, MBN,..., sont superposables ou isométriques si l'on veut, tel est le théorème implicite tout le long des quatre années de collège (c'est le feu 2^e cas d'égalité des triangles), il en résulte que les longueurs MN, NP,... sont égales **et** que les angles $\widehat{AMQ}$ et $\widehat{BMN}$ sont complémentaires (donc que $\widehat{QMN}$ est droit). Cependant dans la version classe de seconde de cette situation, c'est le théorème de Pythagore qui justifie les égalités demandées. La même situation justifie et est justifiée par le théorème de Pythagore. L'élève s'y

Première solution proposée	***Seconde solution proposée***

Dans le triangle DIJ, A est le milieu de [DI] et les droites (AB) et (DJ) sont parallèles (car (AB) // (DC) et D, C, J alignés.
Dans un triangle, la parallèle à un côté menée par le milieu d'un autre côté coupe le troisième côté en son milieu. Donc, B est le milieu de [IJ].
	AIBC est un parallélogramme car AI = DA = CB et (AI) // (CB). Donc IB = AC.
	ABJC est un parallélogramme car CJ = DC = AB et (CJ) // (AB). Donc, BJ = AC.
	On en déduit que IB = BJ et donc que B est le milieu de [IJ].

Ces deux démonstrations te paraissent-elles correctes ?
Peux-tu proposer une autre solution ?

Fig. 6

retrouve-t-il lorsqu'il n'est pas frappé d'amnésie ? Là encore, s'il veut survivre, doit-il en conclure qu'il lui faut oublier toutes ses connaissances du collège ?

Les auteurs proposent ensuite deux solutions à un problème ; solutions erronées, dans les deux cas parce qu'*incomplètes* : ce sont des débuts de démonstrations justes. Le lecteur peut juger au passage de l'hétérogénéité des rédactions souhaitées par les enseignants : les deux exemples qui nous sont proposées sont manifestement, oubliant le fait qu'elles ne sont pas valides, des modèles pour l'élève dans leur *forme*. Ce ne sont pas des rédactions d'élève, mais des faux fabriqués par le professeur qui ne peut s'empêcher d'être "rigoureux", même dans ce cas (4) *(fig. 6)*.

La première solution peut être complétée par un raisonnement analogue sur la droite (BC) et B se retrouvera ainsi fixé sur [IJ]. La seconde solution demande ou bien de mettre des vecteurs à la place des distances (ajouter six flèches !), ou bien de noter le parallélisme des droites (BJ) et (BI) *via* (AC), pour la valider. Et quelle est la 3^e solution ? Serait-ce la démonstration vectorielle qui constituerait pour l'élève la preuve définitive et convaincante ? C'est oublier qu'au collège l'outil vectoriel est balbutiant ; que l'égalité vectorielle est un formidable tour de passe-passe qui transforme un parallélogramme en égalité vectorielle, en héritant de toutes les propriétés de l'égalité algébrique, en particulier de la transitivité (5). Si l'objectif du professeur est de montrer ici la fonctionnalité du calcul vectoriel, il est probable qu'il ne sera pas atteint ; la démonstration vectorielle n'est ni plus courte, ni plus opératoire dans ce cas précis.

Tout cela nous emmène loin de l'argumentation, au sens de Perelman, ou de Duval. Sous ce titre usurpé se cachent les intentions du professeur, qui loin d'organiser un débat qui prendrait en compte les arguments éventuels des élèves, révèle ses exigences de tous ordres : sur la forme attendue des démonstrations, sur les connaissances attendues qu'il prend à tort pour celles du collège.

(4) La précision D,C,J alignés est symptomatique ; en revanche la justification des droites parallèles (AB) et (DJ) n'y figure pas. Qu'est-ce-qui est important à dire, et qu'est-ce-qui ne l'est pas ? voilà un bon sujet de débat entre enseignants.

(5) Ces propriétés de l'égalité algébrique qui semblent aller de soi !

Les objectifs de la séance sont :

Objectifs

Montrer aux élèves la nécessité de fournir une argumentation et leur indiquer différentes formes d'argumentation.

On peut se demander ce qui peut motiver les élèves à fournir une explication aux affirmations de l'enseignant, et quels types d'argumentations – au pluriel – mathématiques ou autres, les élèves vont-ils identifier ici ? Ceci n'est pas précisé dans la fiche. Tout se passe comme si la justification mathématique était la seule argumentation existante.

II. Activité : UTILISER UN THÉORÈME DANS UNE DÉMONSTRATION

Les seuls prérequis, selon la fiche, sont deux théorèmes de la classe de 4^{e} :

Prérequis

Avant le début de la séance, il est nécessaire de vérifier que les élèves savent reproduire les formulations suivantes :

"Dans un triangle rectangle, le milieu de l'hypoténuse est le centre du cercle circonscrit."

"Si, dans un triangle, le milieu d'un côté est le centre du cercle circonscrit, alors ce triangle est rectangle."

L'expression "reproduire les formulations" est déjà intéressante. Pense-t-on que l'élève récite une comptine ? Où pense-t-on qu'il "connaît" ces deux théorèmes ? S'agit-il de la version qui est donnée ici des théorèmes, ceux-ci en ayant plusieurs ? (6)

Chaque élève reçoit un "tirage des neuf exercices" *(sic)* (7), et il doit coder + ou – suivant que "sa résolution nécessite l'emploi d'un des deux théorèmes" ou non. Il doit ensuite convaincre un camarade – qui n'est pas du même avis – de son opinion. Remarquons que les élèves n'ont aucun moyen de savoir qui a raison, c'est le professeur qui doit sans doute arbitrer.

Puisqu'on a attiré l'attention des élèves sur ces deux théorèmes, ceux-ci vont chercher à savoir s'ils sont applicables, *i.e.* si les conditions des théorèmes sont remplies. Est-ce le même but que de résoudre un problème ? On peut imaginer un problème ou un des théorèmes est applicable, mais d'aucune utilité pour sa résolution : par exemple calculer la longueur d'un des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle dont on connaît les deux autres. C'est même la difficulté primordiale pour les élèves – pour tout le monde – de choisir dans le réservoir de théorèmes disponibles, celui ou ceux qui sont efficaces dans le cas à traiter. C'est ce que Jean-François Richard appelle l'espace du problème, et la

(6) "Dans un triangle rectangle, la médiane issue du sommet de l'angle droit est égale à la moitié de l'hypoténuse" (Hachette-Terracher, p. 162).
"Si on sait que AMB est un triangle rectangle en M, alors on peut dire que le cercle circonscrit à AMB a pour diamètre AB" (Nathan-Transmath, p. 75).
"Si une médiane d'un triangle est égale à la moitié du côté correspondant, alors ce triangle est rectangle" (Hachette-Terracher, p. 162).
"Si un point A appartient au cercle de diamètre BC, alors le triangle ABC est rectangle en A" (Pythagore, p. 188).
Un bon sujet d'étude serait les changements de point de vue dans les différentes versions de ces théorèmes.

(7) En annexe.

définition de cet espace est le produit de l'interprétation du problème qu'en a fait le sujet ; cette interprétation a trois composantes : "– interprétation de la situation initiale, – interprétation de la situation but, – interprétation des actions licites" [8].

En admettant que les interprétations initiales et finales soient conformes à celles du professeur [9], reste l'interprétation des actions permises, *i.e.* les constructions que l'élève va s'autoriser à faire et les théorèmes qu'il va juger pertinents. Qu'apporte le fait d'avoir rappelé les deux théorèmes du cercle circonscrit ? Cela restreint-il l'espace de chaque problème ? C'est possible dans les cas où le théorème est fonctionnel, plus douteux dans les cas où il est seulement applicable, et improbable dans les cas où il ne l'est pas.

Cas où un des deux théorèmes est fonctionnel : 1-2-3-4-5. Il l'est avec l'aide d'au moins un autre théorème qui est à la charge de l'élève et qui dépend de son interprétation du problème. En outre c'est le théorème caché qui est dans tous les cas le premier pas dans la résolution (et le dernier dans la démonstration qui n'est pas l'objet d'étude ici). C'est dire que si l'on cherche à résoudre le problème, la consigne n'aide en rien. Si l'on cherche seulement si un des théorèmes rappelés est applicable, on peut ne pas savoir résoudre le problème et donc ne pas savoir si le théorème sert ou non.

Cas où un des deux théorèmes est seulement applicable : 6-7. Si l'exercice 6 peut-être jugé facile pour un élève de seconde, il n'en est pas de même du 7, pour qui ne l'a jamais vu, ce qui est toujours possible. Les théorèmes 1 et 2 sont alors des fausses pistes qui ne peuvent s'avérer telles que par la résolution de l'exercice.

Cas où les théorèmes ne sont pas applicables : 8-9. Mais qu'est ce qui assure à l'élève que le théorème n'est pas caché par une construction accessoire comme dans l'exercice 3 ? Là encore, seule la résolution du problème pourra lever l'incertitude [10].

Ainsi, la véritable tâche de l'élève est de résoudre chaque problème, et ensuite de pointer s'il a utilisé le théorème ou non. La consigne dérisoire de codage + ou –, cache la véritable demande du professeur : faire les exercices, même si la démonstration explicite et formalisée n'est pas demandée.

Les objectifs de la séance (1 h 30) sont :

Objectifs

Repérer dans un énoncé les divers indices qui permettent d'envisager l'emploi d'un théorème.

Vérifier toutes les conditions d'application d'un théorème.

Délimiter le champ des exercices dans lesquels intervient une propriété.

Quels indices permettent d'envisager l'emploi d'un théorème ? Ses conditions ? N'est-ce pas alors quelque peu tautologique ? D'autant que même si les conditions sont remplies, cela ne garantit pas la pertinence du théorème.

(8) *Les activités mentales*, J.-F. Richard, Armand Colin, p. 123. On retrouve ces trois composantes également dans la théorie des situations de G. Brousseau : *cf.* par exemple, *R.D.M;* "Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques", n°7.2, p. 78.

(9) Comment le savoir ? Les figures sont déjà faites et même trompeuses (ex. 3).

(10) Voir en annexe l'analyse des 9 exercices.

Aucun des exercices proposés n'induit une utilisation erronée du théorème par non vérification des prérequis. Certainement pas les exercices 7-8 ou *aucune* des conditions n'est vérifiée. Le dernier objectif extrêmement présomptueux, n'est nullement atteint : des exercices sur des calculs de longueurs (*via* longueur de médiane), d'angles (*via* triangles isocèles induits par le cercle ou par le triangle rectangle), des exercices utilisant les deux énoncés conjointement, utilisant la contraposée (*cf.* Evaluations 4^{e}, A.P.M.E.P.), des constructions (triangles rectangles, de tangentes...) etc. (cette liste ne prétend pas être exhaustive) manquent. Les théorèmes ne se laissent pas enfermer dans des "champs", comme des moutons, même si on veut le faire croire aux élèves et aux professeurs naïfs. L'effet nocif des "référentiels" se fait ici sentir ; à vouloir débiter le savoir en tranches ou savoir-faire répertoriés, on oublie que ce qui est difficile pour l'élève – et difficile à enseigner – est justement l'enchaînement et la pertinence de ses connaissances, c'est à dire le sens, la composante holistique de la signification [11].

L'enseignant n'échappe pas à la vague de "néopathie" [12]. Présenter les choses autrement ne suffit pas à renouveler l'enseignement des mathématiques, comme on aimerait nous le faire croire. L'apprenti sorcier, qui fait passer les théorèmes pour des règles, des consignes légères à la place des contraignantes, ne fait que se cacher le fond de la question : créer des situations porteuses de sens pour les élèves est un travail qui demande une autre approche, et une autre analyse ; un simple changement de présentation ne suffit pas.

III. CONCLUSION

L'idée de ces "modules" en mathématiques est de monter des "activités", celles-ci doivent montrer aux élèves des "méthodes", lesquelles sont institutionnalisées sous forme de fiches-bilan qui donnent aux élèves des "outils" (que l'on rassemble dans des boîtes, les fameuses boîtes-à-outils). Parmi ces "outils" on trouve : l'"outil" des "configurations", l'"outil" vectoriel... Cet équipement fait de l'élève un utilisateur de règles, de configurations, de méthodes. Quelle est l'idéologie derrière ce glissement ?

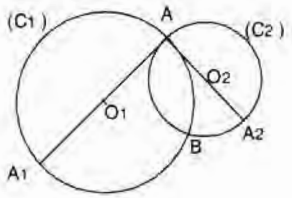
(11) *Représentation et réalité*, H. Putnam, Gallimard, p. 31.

(12) *C'est nouveau, ça vient de sortir*, Lucas Fournier.

ANNEXES

Utiliser un théorème dans une démonstration

Exercice 1

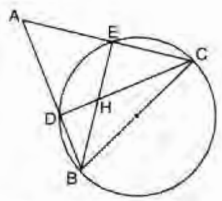


Le cercle (C_1), de cetre O_1, est sécant en A et B au cercle (C_2), de centre O_2.

A_1 est le point de (C_1) diamétralement opposé à A et A_2 le point de (C_2) diamétralement opposé à A.

Montrer que A_1, B et A_2 sont alignés.

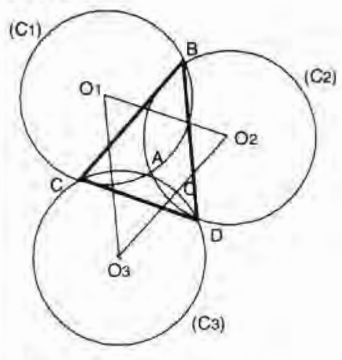
Exercice 2



ABC est un triangle, (C) le cercle de diamètre [BC]. La droite (AB) recoupe (C) en D et la droite (AC) recoupe (C) en E. Les droites (CD) et (BE) sont sécantes en H.

Montrer que $(AH) \perp (BC)$

Exercice 3



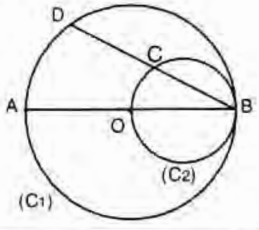
(C_1), (C_2), (C_3) sont trois cercles de même rayon, de centres respectifs O_1, O_2 et O_3, qui ont un point commun A.

(C_1) recoupe (C_2) en B et (C_3) en C.

(C_2) recoupe (C_3) en D.

Montrer que A est l'orthocentre du triangle BCD.

Exercice 4



(C_1) est un cercle de centre O et [AB] un diamètre de ce cercle.

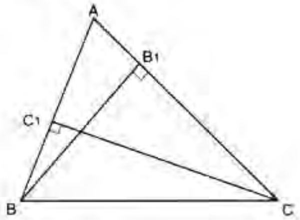
(C_2) est le cercle de diamètre [OB].

D est un point de (C_1) et la droite (BD) recoupe (C_1) en C.

Montrer que C est le milieu [BD]. (On pourra prouver que les droites (AD) et (OC) sont parallèles.)

Utiliser un théorème dans une démonstration

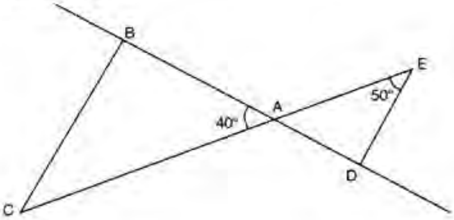
Exercice 5



ABC est un triangle. B_1 et C_1 sont les pieds des hauteurs isues respectivement de B et C.

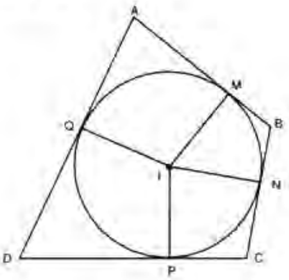
Montrer que la médiatrice de $[B_1C_1]$ passe par I, milieu de [BC].

Exercice 6



Prouver que les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

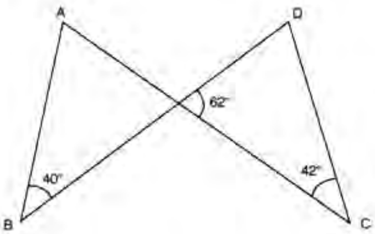
Exercice 7



Sur la figure ci-contre, le cerce (C), de centre I, est tangent en M, N, P et Q aux côtés du quadrilatère ABCD.

Montrer que AB + CD = AD + BC .

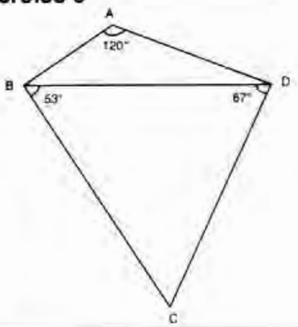
Exercice 8



Les points A, B, C et D appartiennent-ils à un même cercle ?

Utiliser un théorème dans une démonstration

Exercice 9



Les points A, B, C et D appartiennent-ils à un même cercle ?

Exercice	Théorème applicable	Théorème fonctionnel	Théorèmes supplémentaires	Nombre de pas et commentaires
1	T2 *via* les constructions de deux triangles	oui	Si $\widehat{ABC} = 180°$ alors A, B, C sont alignés	3
2	T2 directement	oui	Théorème de l'orthocentre d'un triangle	3
3	T2 *via* un triangle non construit **et** l'exercice 1 ou homothéties	oui non	Triangle des milieux Médiatrice d'un segment Composition d'homothéties (improbable à ce niveau)	4 très difficile
4	T2 *via* la construction de deux triangles	oui	Deux droites perpendiculaires à une même troisième droite sont parallèles	2
5	T1 directement	oui	La médiatrice d'un segment comme ensemble de points à égale distance des extrémités du segment	2
6	T1 *via* le calcul de deux angles	non	angles opposés par le sommet somme des angles dans un triangle	3 niveau 5^e
7	T1 *via* la définition de la tangente à un cercle	non	symétries orthogonales	2 très difficile
8	aucun		contraposée du théorème de l'angle inscrit	1
9	aucun		réciproque du théorème de l'angle inscrit	1 hors programme de 2^e